

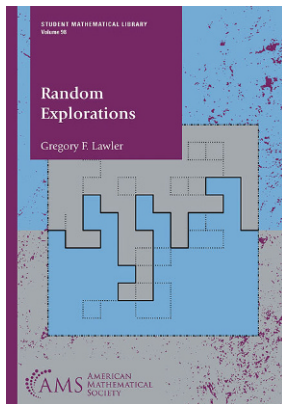


Buchbesprechung: Gregory F. Lawler: Random Explorations

Student Mathematical Library 98, American Mathematical Society 2022, 199 Seiten, ISBN 978-1-4704-6766-1/pbk, 978-1-4704-7221-4/ebook

Achim Klenke

Angenommen: 23. August 2023 / Online publiziert: 9. September 2023
© The Author(s) 2023



Greg Lawler hat sich einen Namen gemacht mit seinen Arbeiten zu *loop-erased random walk*, konformer Invarianz und zur Schramm-Loewner Evolution (SLE) und gehört zu den renommiertesten Forschern auf diesem Gebiet.

Sein aktuelles Buch verspricht, eine elementare Einführung in das Thema der *loop-erased random walks* zu geben und konforme Invarianz und SLE zumindest zu streifen. Dies ist sehr schön gelungen, wenngleich auch hier „elementar“ nicht „einfach“ ist, sondern lediglich darauf verweist, dass der Leser ganz ohne maßtheoretische Vorkenntnisse auskommt.

Worum aber geht es und was ist *loop-erased random walk*? Nun, eine Irrfahrt auf dem (oder einer endlichen Teilmenge des) d -dimensionalen Zahlengitter springt in jedem Schritt mit gleicher Wahrscheinlichkeit zu einem der $2d$ Nachbarpunkte. Nach

✉ Achim Klenke

Institut für Mathematik, Universität Mainz, Staudingerweg 9, 55099 Mainz, Deutschland
E-Mail: math@aklenke.de

und nach entsteht ein zufälliger Pfad, der auch Schleifen haben kann. Diese Schleifen werden nun nacheinander entfernt, bis ein sich selbst vermeidender zufälliger Pfad entsteht, eben der *loop-erased random walk* (LERW) – ein erstaunlich reichhaltiges, interessantes und hilfreiches Objekt.

Lawler führt in den ersten zwei Kapiteln mit großer Zielstrebigkeit von der Definition der Markovkette hin zu LERW und zeigt auch gleich, wie sich mit LERW Wilsons Algorithmus zur Erzeugung zufälliger Spannbäume analysieren lässt. Das Thema uniform verteilter zufälliger Spannbäume auf dem d -dimensionalen Zahlen- gitter (die gibt es nur bis $d = 4$, in höheren Dimensionen sind es Wälder) wird in Kapitel 5 noch einmal vertieft.

In Kapitel 3 werden *loop soups* eingeführt und analysiert. Durch einen zeitlichen stochastischen Prozess werden zu einem bestehenden Pfad zufällige Anzahlen weiterer zufälliger Schleifen hinzugefügt. Die Schleifensuppe zur Zeit eins steht in Zusammenhang mit LERW und zufälligen Spannbäumen; die Schleifensuppe zur Zeit $\frac{1}{2}$ liefert, in einen Gamma-Subordinator als Zeit eingesetzt, das (diskrete) freie Gauß'sche Feld. Dieser Zusammenhang wird in Kapitel 6 beleuchtet.

In Kapitel 4 wird ein moderner Blick auf die klassische Potentialtheorie von Irrfahrten geworfen und mit Hilfe von Kapazitäten und Fluchtwahrscheinlichkeiten das harmonische Maß beschrieben, das angibt, welcher Punkt einer Teilmenge des d -dimensionalen Gitters ($d > 1$) von einer im Unendlichen gestarteten Irrfahrt zuerst getroffen wird.

Das siebte und letzte Kapitel beschäftigt sich mit den Skalenlimiten von LERW, konformer Invarianz und der Schramm-Loewner Differentialgleichung. Dieser sehr moderne Aspekt ist, wie auch die vorangehenden Kapitel, sehr schön dargestellt, aber in der Knappheit dieses Buches vielleicht etwas schwer verdaulich.

Die Zielgruppe, die Lawler für dieses Buch angibt, sind ambitionierte fortgeschrittene Bachelorstudenten und so hat er das ganze Buch mit interessanten Übungsaufgaben und Literaturhinweisen zur Vertiefung angereichert. Zum Selbststudium eignet sich das Buch für diese Zielgruppe meiner bescheidenen Meinung nach aber nur eingeschränkt, da das Buch insgesamt sehr schlank gehalten ist. So braucht es doch einen Lehrer, um die Formeln, die man schon nachrechnen kann, konzeptionell und im Zusammenhang erklärt zu bekommen. Für ein Seminar mit fortgeschrittenen Masterstudenten könnte es sich aber sehr gut eignen.

Insgesamt halte ich das Buch für sehr gelungen und freue mich, dass ich mir im Rahmen dieser Rezension die Zeit nehmen konnte, das Werk im Detail zu lesen.

Funding Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

Open Access Dieser Artikel wird unter der Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz veröffentlicht, welche die Nutzung, Vervielfältigung, Bearbeitung, Verbreitung und Wiedergabe in jeglichem Medium und Format erlaubt, sofern Sie den/die ursprünglichen Autor(en) und die Quelle ordnungsgemäß nennen, einen Link zur Creative Commons Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden.

Die in diesem Artikel enthaltenen Bilder und sonstiges Drittmaterial unterliegen ebenfalls der genannten Creative Commons Lizenz, sofern sich aus der Abbildungslegende nichts anderes ergibt. Sofern das betreffende Material nicht unter der genannten Creative Commons Lizenz steht und die betreffende Handlung

nicht nach gesetzlichen Vorschriften erlaubt ist, ist für die oben aufgeführten Weiterverwendungen des Materials die Einwilligung des jeweiligen Rechteinhabers einzuholen.

Weitere Details zur Lizenz entnehmen Sie bitte der Lizenzinformation auf <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>.