Zur Schätzung regionaler Konsumfunktionen

Methodische Probleme und empirische Ergebnisse für die Bundesrepublik Deutschland

PETER M. SCHULZE*

Zusammenfassung

Ziel dieser Analyse ist die simultane Schätzung von Konsumfunktionen für die Bundesländer der Bundesrepublik Deutschland im Zeitraum von 1960–1976.
Von verschiedenen möglichen Funktionsformen wird wegen einiger Schätzvorteile der Schätzung jeder einzelnen regionalen Konsumfunktion in Verhältnisform der Vorzug gegeben.
Mögliche Verknüpfungen der verschiedenen regionalen Konsumfunktionen über die latenten Variablen werden durch einen modifizierten Ansatz von Zellner's scheinbar unverbundenen Regressionen erfaßt.
Die Schätzungen für die 11 Bundesländer ergeben im betrachteten Zeitraum statistisch gesicherte Werte und ermöglichen Einblicke in regional unterschiedliche Konsumgewohnheiten innerhalb der Bundesrepublik Deutschland.

Summary

(Estimation of the functions of regional consumption. Methodological problems and empirical results from the Federal Republic of Germany).
The objective of this analysis is the simultaneous estimation of the functions of consumption for the eleven federal states of Western Germany between 1960 and 1976.
Because of certain advantages in the estimation a regional function of consumption in ratio form is applied. Possible interactions between the different regional functions, owing to the error variable, are taken into account by means of an estimation of a modified procedure of Zellner's seemingly unrelated regressions.
The estimations lead to statistically proven results and allow first insights into regionally different habits of consumption within the Federal Republic of Germany.

---

* Meinem Wissenschaftlichen Mitarbeiter, Herrn Dipl.Volkswirt H.-D. Hippmann, danke ich für die durchgeführten Programmierarbeiten.

1. Problemstellung

Obwohl die Regionalwirtschaftslehre die räumliche Dimension des ökonomischen Prozesses als gleichrangig zur zeitlichen Dimension ansieht, wird bei ökonometrischen Analysen, die sich auf räumlich verteilte Phänomene beziehen, oft nur die zeitliche Dimension gesehen, wobei Interdependenzen zwischen Daten, die aus verschiedenen räumlichen Einheiten stammen, vernachlässigt werden. Während nämlich das Problem der zeitlichen Autokorrelation jedem Ökonometriker geläufig ist, gilt dies für die räumliche Autokorrelation nicht in gleicher Weise. Zwar gibt es seit Beginn der siebziger Jahre – insbesondere stimuliert durch die Arbeiten von Cliff und Ord in Großbritannien (Cliff/Ord, 1969, 1970, 1972, 1973, 1975; Ord 1975; Cliff/Haggett/Ord/Basset/Davies, 1975) und Hordijk, Nijkamp und Paelinck in den Niederlanden (Hordijk, 1974, 1979; Hordijk/Nijkamp, 1977, 1978; Hordijk/Paelinck, 1976, 1979) – eine Reihe von Analysen, die sich mit der speziellen Spezifikation und der besonderen Schätz- und Testmethodik bei Modellen mit räumlich verteilten Daten befaßt. Es kann aber keinesfalls davon gesprochen werden, daß diese Probleme in der quantitativen Wirtschaftsforschung gelöst und Allgemeingut sind.

In diesem Beitrag sollen einige Probleme des linearen Regressionsmodells, das auf der Schätzung räumlich verteilter Daten beruht, aufgezeigt und am Beispiel regionaler Konsumfunktionen veranschaulicht werden.

Dabei werden Lösungsansätze des Problems der räumlichen Autokorrelation der Restwerte nicht in einer neuen Spezifikation regionaler Konsumfunktionen gesucht, sondern in der Anpassung der Schätzmethode. Wenn räumliche Autokorrelation vorliegt, wäre natürlich in einem ersten Schritt zu prüfen, ob das Modell richtig spezifiziert ist. Hierzu werden im 2. Abschnitt einige Bemerkungen gemacht. Wir gehen dann aber davon aus, daß trotz korrekter Spezifikation immer noch räumliche Interdependenzen in den Restwerten vorhanden sind. Der 3. Abschnitt befaßt sich deshalb mit räumlich autoregressiven Strukturen[1]). Fehlende Unabhängigkeit von räumlich verteilten Beobachtungsdaten ist nämlich das grundlegende Problem, das eine Vielzahl von Schwierigkeiten bei der Verwendung von klassischen Schätzmethoden verursacht. Nach einer kurzen Diskussion verschiedener methodischer Möglichkeiten wird Zellners Methode der scheinbar unverbundenen Regression (Zellner, 1962; Zellner/Huang, 1962; Telser, 1964) in modifizierter Form benutzt, um ein Modell mit Querschnitts- und Zeitreihendaten simultan zu schätzen. Im 4. Abschnitt werden Hinweise auf die verwendeten Daten gegeben, und unter 5. folgt eine empirische Analyse für die Bundesländer der Bundesrepublik Deutschland.

---

[1]) Tests über die Existenz räumlicher Autokorrelation werden hier nicht dargestellt, vgl. hierzu z.B. Anselin (1980); Cliff/Ord (1973), Hordijk (1974).

2. Regionale Konsumfunktionen

Die Analyse regionaler Konsumfunktionen kann mehrere Ziele verfolgen:

1. Man kann Hinweise auf regional unterschiedliche Konsumgewohnheiten erhalten, z.B. durch unterschiedliche Konsumquoten.
2. Es lassen sich Aufschlüsse darüber gewinnen, ob Konsumfunktionen, die für eine gesamte Volkswirtschaft entwickelt wurden, auch für einzelne Regionen anwendbar sind. Ändert sich z.B. die Bedeutung der erklärenden Variablen, wenn man von gesamtwirtschaftlichen zu regionalen Aggregaten übergeht? Ist also möglicherweise eine neue Spezifikation nötig, weil es unterschiedliche Verhaltensweisen zwischen gesamtwirtschaftlichem und regionalem Konsum gibt, die durch sozioökonomische Besonderheiten hervorgerufen werden?
3. Mit der Schätzung regionaler Konsumfunktionen lassen sich erste Einsichten über die Schätzung interregionaler Modelle, z.B. zur Einkommensbestimmung, gewinnen.

Wir wollen uns hier im wesentlichen mit dem 1. Punkt befassen, d.h. wir wollen bei der Schätzung – wie bereits erwähnt – davon ausgehen, daß die regionale Konsumfunktion korrekt spezifiziert ist. Hierzu erfolgen nun noch einige Bemerkungen.

Die Formulierung einer Konsumfunktion, die regionsspezifische Eigenschaften berücksichtigt, findet sich bei Brown u.a. (1972) mit

$$C_{rt} = \beta_{ro} + \beta_{r1} Y_{rt} + \beta_{r2} X_{rt} + \beta_{r3} \frac{P_{rt}}{P_t} + \beta_{r4} C_{rt-1} + \epsilon_{rt} \tag{1}$$

wobei Region r = 1, ... R
und
C_{rt} der Konsum der Region r in der Periode t,
C_{rt-1} der Konsum der Region r in der Periode t–1,
Y_{rt} das verfügbare Realeinkommen der Region r in der Periode t,
X_{rt} die Bevölkerung der Region r in der Periode t,
P_{rt} der Preisindex der Region r in der Periode t,
P_t der Preisindex im Gesamtraum in der Periode t und
ϵ_{rt} die latente Variable der Region r in der Periode t.

Für die Funktion (1) liegen allerdings keine Schätzungen vor. Auch wir werden wegen mangelnder Datenverfügbarkeit nicht weiter mit diesem Ansatz arbeiten. Bei empirischen Analysen im Zusammenhang mit regionalen Konsumfunktionen wird meist auf bekannte makroökonomische Konsumfunktionen zurückgegriffen. So benutzen einige Autoren (Gillen/Guccione, 1970; Ghali/Renaud, 1971; Schubert, 1978) die einfache Keynessche Konsumfunktion für Region r in der Periode t

$$C_{rt} = \beta_{ro} + \beta_{r1} Y_{rt} + \epsilon_{rt} \tag{2}$$

mit Y_{rt} als dem regional verfügbaren Einkommen der Periode t. Diese Funktion hat sich regional jedoch aus theoretischen Gründen (Gillen/Guccione, 1970, S. 278) weniger gut bewährt, weshalb man oft auf eine Konsumfunktion vom Brownschen Typ zurückgreift (Gillen/Guccione, 1970; Guccione/Gillen, 1974; Ghali/Renaud, 1971; Läufer/Loef, 1978):

$$C_{rt} = \beta_{ro} + \beta_{r1} Y_{rt} + \beta_{r2} C_{rt-1} + \epsilon_{rt} \tag{3}$$

Wir werden im nächsten Abschnitt eine modifizierte Form der Konsumfunktion (3) für unsere empirische Analyse zugrundelegen.

3. Schätzproblematik

Bezüglich der Schätzproblematik ist zu unterscheiden, ob man die Konsumhypothese für eine einzelne Region schätzen oder für mehrere Regionen simultan bestimmen will. Die dabei auftretenden Probleme sollen hier nacheinander skizziert werden.

Schätzt man die Funktion $C_{rt} = f(Y_{rt}, C_{rt-1})$, so wird man mit Multikollinearität zwischen C_{rt-1} und Y_{rt} rechnen müssen. Die Wirkung der beiden erklärenden Größen ist nicht voneinander zu trennen, was zu unpräzisen Schätzwerten führt. Außerdem besteht das Problem, daß als erklärende Variable eine endogene lag-Variable, nämlich C_{rt-1} auftritt. Bei Verwendung der Kleinst-Quadrat-Methode wird unterstellt, daß C_{rt-1} und ϵ_{rt} unabhängig voneinander sind. Da aber C_{rt} und C_{rt-1} hoch korreliert sein werden und man annehmen kann, daß C_{rt} und ϵ_{rt} korreliert sind, so ist auch wahrscheinlich, daß C_{rt-1} und ϵ_{rt} korreliert sind. Deshalb wird die Kleinst-Quadrat(KQ)-Methode zu inkonsistenten Parameterschätzungen führen. Hordijk und Nijkamp (1977, 1978) haben deshalb – in Anlehnung an Nerlove (1971) – in diesem Zusammenhang die Verwendung von Instrumentenvariablen vorgeschlagen. Je nach Wahl der Instrumentenvariablen, die einer gewissen Wilkür unterliegt und deren Unabhängigkeit von ϵ_{rt} schwer nachweisbar ist, kann jedoch die – bereits vorhandene – Multikollinearität verstärkt werden. Die Methode führt zwar zu konsistenten aber trotzdem unzuverlässigen Schätzungen (Kmenta, 1971; Schönfeld, 1971). Außerdem werden die endogenen lag-Variablen nur in zeitlicher und nicht in räumlicher Hinsicht betrachtet. Deshalb wollen wir hier auf ihre Verwendung verzichten[2]). Um sowohl die Multikollinearität zwischen den beiden erklärenden Variablen als auch den eben erwähnten „distributed lag bias" zu dämpfen, hat sich für makroökonomische Analysen die Schätzung der Konsumfunktion in folgender Verhältnis-Form als nützlich erwiesen (Evans, 1969).

[2]) Hordijk/Nijkamp (1977) gelangen trotz Verwendung von Instrumentenvariablen nicht zu befriedigenden Schätzergebnissen.

Aus diesem Grund verknüpfen wir für unsere regionale Konsumfunktion den ökonomischen Inhalt der Gleichung (3) mit den schätztechnischen Vorteilen der ratio-Form und benutzen im folgenden Gleichung (4) zur Schätzung:

$$(4)\qquad \left(\frac{C}{Y}\right)_{rt} = b_{ro} + b_{r1}\left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)_{rt} + b_{r2}\left(\frac{C}{Y}\right)_{rt-1} + e_{rt}$$

Will man nun Gleichung (4) nicht nur für eine einzelne Region über die Zeit, sondern für mehrere Regionen gleichzeitig – also im Querschnitt – schätzen, so handelt es sich um die Verknüpfung von Längs- und Querschnittsdaten. In der Literatur werden hierzu mehrere Modelle diskutiert (Arora/Brown, 1977; Anselin, 1980; Judge u.a., 1980). Ein sehr komplexes Modell liegt dann vor, wenn man unterschiedliche zeitliche Autokorrelationskoeffizienten für jede Region und unterschiedliche räumliche Autokorrelation für jeden Zeitpunkt in Betracht zieht. Verschiedene Grade der Komplexität führen zu unterschiedlichen Transformationen der Originalvariablen bzw. unterschiedlichen methodischen Ansätzen. Es kann z.B. der Fall eintreten, daß die Restwerte in räumlicher oder zeitlicher Hinsicht korreliert, d.h. nicht unabhängig voneinander sind und/oder die Restwerte unterschiedliche Varianzen aufweisen.

Da wir keine Annahmen über die spezielle Form der „räumlichen" Varianz-Kovarianz-Matrix machen wollen, können wir hier die auf Zellners „semingly unrelated regression"-Ansatz basierende Methode der „joint generalized least squares" (Theil, 1971) zur Schätzung benutzen[3]). Die Schätzung aller Gleichungen erfolgt simultan, wobei die Information über räumliche Interdependenzen durch die besondere Struktur der Varianz-Kovarianz-Matrix der Restwerte berücksichtigt wird. Das entsprechende Modell, das durch eine Einzelgleichung repräsentiert wird, sei für Region r (r = 1, . . ., R) wie folgt spezifiziert:

$$(5)\qquad \underline{Y}_r = \underline{X}_r\underline{\beta}_r + \underline{\epsilon}_r$$

wobei

$\underline{Y}_r$: Tx1 Spaltenvektor der abhängigen Variablen,
$\underline{X}_r$: TxK_r Matrix der unabhängigen Variablen,
$\underline{\beta}_r$: K_rx1 Spaltenvektor der unbekannten Parameter,
$\underline{\epsilon}_r$: Tx1 Spaltenvektor der latenten Variablen,
t: 1, . . ., T.

Wenn die latenten Variablen den üblichen Bedingungen der unabhängigen und identisch verteilten Zufallsvariablen mit $E(\underline{\epsilon}_r) = 0$ und

$$(6)\qquad E(\underline{\epsilon}_r\,\underline{\epsilon}_r') = \sigma_{rr}\underline{I}_T \qquad \text{für alle r}$$

[3]) Eine Übersicht über neuere Literatur zu diesem Ansatz findet sich bei Srivasta/Dwivedi (1979).

genügen, so erhält man aus Gleichung (5) BLU-Schätzwerte nach der Kleinst-Quadrat-Methode. Wenn aber – wie hier vorgesehen – ein solches Modell über die Zeit in verschiedenen benachbarten räumlichen Einheiten geschätzt werden soll, so erscheint häufig die Annahme einer Verknüpfung der Regionen über die stochastische Restgröße plausibel.

Schließt man zunächst zeitliche Autokorrelation und Heteroskedastie aus, so wird (6) zu

$$(7)\qquad E(\underline{\epsilon}_r\,\underline{\epsilon}_p') = \sigma_{rp}\underline{I}_T \qquad \text{für r = 1, . . ., R.}$$

Für alle Regionen R läßt sich (5) schreiben als

$$(8)\qquad \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 \\ \underline{Y}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{Y}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{X}_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \underline{X}_2 & \ldots & 0 \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ 0 & 0 & \ldots & \underline{X}_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\beta}_1 \\ \underline{\beta}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{\beta}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\epsilon}_1 \\ \underline{\epsilon}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{\epsilon}_R \end{bmatrix}$$

oder

$$(9)\qquad \underline{Y} = \underline{X}\underline{\beta} + \underline{\epsilon}$$

mit $\underline{Y}$ als RT x 1 Spaltenvektor bestehend aus Vektoren $\underline{Y}_r$,
$\underline{X}$ als RT x RK_r blockdiagonaler Matrix der Matrizen $\underline{X}_r$,
$\underline{\beta}$ als RK_r x 1 Vektor der zu schätzenden Parameter.
$\underline{\epsilon}$ als RT x 1 Vektor der latenten Variablen, die (7) genügen und mehrdimensional normalverteilt sind.

Die zugehörige Varianz-Kovarianz-Matrix ist

$$(10)\qquad \underline{\Omega} = E(\underline{\epsilon}\,\underline{\epsilon}') = \begin{bmatrix} \sigma_{11}\,\underline{I}_T & \sigma_{12}\,\underline{I}_T & \ldots & \sigma_{1R}\,\underline{I}_T \\ \sigma_{21}\,\underline{I}_T & \sigma_{22}\,\underline{I}_T & \ldots & \sigma_{2R}\,\underline{I}_T \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sigma_{R1}\,\underline{I}_T & \sigma_{R2}\,\underline{I}_T & \ldots & \sigma_{RR}\,\underline{I}_T \end{bmatrix} = \underline{\Sigma}\otimes\underline{I}_T$$

mit den Einheitsmatrizen $\underline{I}_T$ der Ordnung T; $\otimes$ bezeichnet das Kronecker-Produkt. Die Information bezüglich der Korrelation der ϵ-Werte über die Gleichungen des Modells hinweg ist also in der Beschreibung der Matrix $\underline{\Omega}$ enthalten. Kennt man die Werte σ_{rp} dieser Matrix, so ergibt sich eine BLU-Schätzung für $\underline{\beta}$ mit Aitkens generalized least square-(GLS) Schätzung[4])

[4]) Ein ähnlicher Ansatz, der in diesem Zusammenhang von Arora/Brown (1977) diskutiert wird, ist das „error-component"-Modell. Es scheint im räumlichen Kontext aber nicht sonderlich geeignet, da räumliche Interdependenzen nicht berücksichtigt werden.

(11) $\quad \underline{\hat{\beta}} = (\underline{X}'\underline{\Omega}^{-1}\underline{X})^{-1}(\underline{X}'\underline{\Omega}^{-1}\underline{y})$

oder

(12) $\quad \underline{\hat{\beta}} = \{\underline{X}'(\underline{\Sigma}^{-1}\otimes \underline{I}_T)\underline{X}\}^{-1}\{\underline{X}'(\underline{\Sigma}^{-1}\otimes \underline{I}_T)\underline{y}\}$

Die Varianz-Kovarianz-Matrix von $\underline{\hat{\beta}}$ ist

(13) $\quad \text{Var-Cov}\,(\underline{\hat{\beta}}) = (\underline{X}'\underline{\Omega}^{-1}\underline{X})^{-1}$

Wenn nun die Elemente von $\underline{\Omega}$ nicht bekannt sind, was meist der Fall ist, dann müssen sie durch eine konsistente Schätzung $\underline{\hat{\Omega}}$ ersetzt werden. Wenn keine endogenen lag-Variablen vorliegen und – zunächst – keine zeitliche Autolorrelation angenommen wird[5]), so ist

(14) $$\underline{\hat{\Omega}} = \begin{bmatrix} s_{11}\,\underline{I}_T & s_{12}\,\underline{I}_T & \dots & s_{1R}\,\underline{I}_T \\ s_{21}\,\underline{I}_T & s_{22}\,\underline{I}_T & \dots & s_{2R}\,\underline{I}_T \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ s_{R1}\,\underline{I}_T & s_{R2}\,\underline{I}_T & \dots & s_{RR}\,\underline{I}_T \end{bmatrix}$$

wobei

(15) $$s_{rp} = \frac{1}{T-K_r}\sum_{t=1}^{T} e_{rt}e_{pt}\,^{6)} \qquad \text{für } r, p = 1, \dots, R.$$

e_{rt} sind dabei die Kleinst-Quadrat-Restwerte aus Gleichung (5). Damit erhält man

(16) $\quad \underline{\hat{\hat{\beta}}} = (\underline{X}'\underline{\hat{\Omega}}^{-1}\underline{X})^{-1}(\underline{X}'\underline{\hat{\Omega}}^{-1}\underline{y})$

mit

(17) $\quad \text{Var-Cov}\,(\underline{\hat{\hat{\beta}}}) = (\underline{X}'\underline{\hat{\Omega}}^{-1}\underline{X})^{-1}.$

Dies wird als zweistufige Aitken-Schätzung bezeichnet (Kmenta, 1971), da die Werte in zwei Stufen berechnet werden: Zunächst erhalten wir die Kleinst-Quadrat-Schätzungen für jede Gleichung und benutzen die daraus resultierenden Restwerte, um die Varianzen und Kovarianzen der latenten Variablen zu schätzen. Dies führt zu $\underline{\hat{\Omega}}$. Die zweite Stufe besteht darin, $\underline{\hat{\Omega}}$ in (16) einzusetzen und die Werte der Elemente von $\underline{\hat{\beta}}$ zu berechnen. Diese zweistufige Aitken-

[5]) Das Problem endogener lag-Variablen in der Konsumfunktion wurde oben bereits angesprochen und durch die Verhältnisform der Funktion „entschärft". Im übrigen wird auch weiterhin Heteroskedastie ausgeschlossen.

[6]) Da hier nur die Konsistenz interessiert, kann man bei der Berechnung der s_{rp} auch durch T statt durch $(T - K_R)$ dividieren, ohne die asymptotischen Eigenschaften der Schätzung von $\underline{\beta}$ zu beeinflussen (Kmenta, 1971, S. 525). Die im Abschnitt 5. angegebenen Schätzwerte werden auf diese Weise ermittelt.

Schätzung ist asymptotisch gleich der verallgemeinerten Aitken-GLS-Schätzung von Gleichung (9) und damit auch der Maximum-Likelihood-Schätzung. Diese Schätzung ist also asymptotisch effizient, und ihre Verteilung ist asymptotisch normal.

In kleinen Stichproben sind die Schätzungen erwartungstreu und effizient im Vergleich zur Kleinst-Quadrat-Methode (Kakwani, 1967; Kmenta/Gilbert, 1968). Läßt man allerdings zeitliche Autokorrelation der Restwerte zu, so gibt es mehrere mögliche Ansätze (Hordijk, 1979, S. 107). Eine komplexe Struktur der Matrix der latenten Variablen ergibt sich, wenn man unterschiedliche Autokorrelationskoeffizienten in zeitlicher Hinsicht für jede Region und verschiedene räumliche Autokorrelationen für jeden Zeitpunkt zuläßt. Dies führt zu erheblichen (rechentechnischen) Schwierigkeiten[7]).

Wir beschränken uns hier auf die Erweiterung des Zellner-Ansatzes durch einen zeitlich autoregressiven Prozeß 1. Ordnung in jeder Region (Parks, 1967; Kmenta/Gilbert, 1970; Guilkey/Schmidt, 1973), also

(18) $\quad \epsilon_{rt} = \rho_r \epsilon_{r\,t-1} + \omega_{rt}$

Damit ändern sich die Varianz-Kovarianz-Matrizen (6) und (7) wie folgt

(19) $$E(\underline{\epsilon}_r\underline{\epsilon}_r') = \sigma_{rr}\begin{bmatrix} 1 & \rho_r & \rho_r^2 & \dots & \rho_r^{T-1} \\ \rho_r & 1 & \rho_r & \dots & \rho_r^{T-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \rho_r^{T-1} & \rho_r^{T-2} & \rho_r^{T-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

und

(20) $$E(\underline{\epsilon}_r\underline{\epsilon}_p') = \sigma_{rp}\begin{bmatrix} 1 & \rho_p & \rho_p^2 & \dots & \rho_p^{T-1} \\ \rho_r & 1 & \rho_p & \dots & \rho_p^{T-2} \\ \rho_r^2 & \rho_r & 1 & \dots & \rho_p^{T-3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \rho_r^{T-1} & \rho_r^{T-2} & \rho_r^{T-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

wobei r, p = 1, …, R.

Hierbei ist ρ_r der Autokorrelationskoeffizient der r-ten Gleichung. Kmenta und Gilbert (1970) haben hierfür eine vierstufige Aitken-Prozedur vorgeschlagen: Zunächst können die ρ_r separat für jede Gleichung nach einer konsistenten Me-

[7]) Hordijk/Nijkamp (1977) haben für die Niederlande ein Modell geschätzt und mußten dabei eine 308 x 308 -Ω- Matrix invertieren, was nur auf Hochleistungsrechnern zu bewerkstelligen ist und selbst dann zu beträchtlichem Verlust an Genauigkeit führen kann.

thode – z.B. Methode der Kleinsten Quadrate – geschätzt werden. Danach werden die Schätzwerte $\hat{\rho}_r$ benutzt, um die Originalbeobachtungswerte zu transformieren:

$$
\begin{aligned}
(21) \qquad (Y_{rt} - \rho_r Y_{r,t-1}) = {} & \beta_{r1}(X_{1,t,1} - \hat{\rho}_r X_{1,t-1,1}) \\
& + \beta_{r2}(X_{1,t,2} - \hat{\rho}_r X_{1,t-1,2}) + \ldots \\
& + \beta_{rK}(X_{r,t,k} - \hat{\rho}_r X_{1,t-1,r}) \\
& \text{mit } r = 1, \ldots, R.
\end{aligned}
$$

In der 3. und 4. Stufe wird Gleichung (21) nach der oben beschriebenen zweistufigen Aitken-Schätzung geschätzt, womit man die Werte von (16) und (17) berechnen kann.

4. Daten

Da in der Bundesrepublik Deutschland für die vorliegende Fragestellung nur empirisches Material bezüglich der Bundesländer vorliegt, wurden für diese Raumeinheiten die regionalen Konsumfunktionen nach (4) geschätzt. Zu diesem Zweck wurden Daten für die Schätzung der Gemeinschaftsveröffentlichung der Statistischen Landesämter (1979) entnommen, die die Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnungen der Bundesländer von 1960–1976 enthält. Ausgegangen wurde von dem Einkommen des Sektors „Private Haushalte" und seiner Verwendung. Dies lieferte die Daten für den privaten Konsum und das verfügbare Einkommen. Es wäre wünschenswert gewesen, alle Variablen der Konsumfunktion in konstanten Preisen den Schätzungen zugrunde zu legen (Evans, 1969). Da aber entsprechende Preisindices nicht für alle Regionen (Bundesländer) vorliegen, mußten die Werte in jeweiligen Preisen den Schätzungen zugrundegelegt werden. Durch die Schätzung in Verhältnisform wird allerdings die Preisentwicklung teilweise eliminiert.

5. Schätzergebnisse

Es ist interessant zu sehen, wie die Schätzungen durch vorhandene räumliche Autokorrelation beeinflußt werden. Deshalb zeigen wir in Tabelle 1 neben den Werten aus Zellners modifizierter Schätzung[8]) diejenigen Werte, die man aus der einfachen KQ-Methode erhält[9]), wenn man die Schätzung für jedes Bundesland separat durchführt, d.h. die räumlichen Interdependenzen ignoriert.

[8]) Um zeitliche Autokorrelation zu beseitigen, wurden autoregressive Transformationen durchgeführt, bis sich nach der Durbin-Watson-Statistik für das 95% Signifikanzniveau mindestens ein Wert von $d_u = 1{,}54$ ergab.

[9]) Es wurde hier ebenfalls eine autoregressive Transformation 1. Ordnung durchgeführt, falls diese sich – nach der Durbin-Watson-Statistik – als notwendig erwies.

Tabelle 1: Parameterschätzungen für Gleichung (4)

Region	A. KQ-Schätzung				B. Modifizierte Zellner-Schätzung			
	b_0	b_1	b_2	R^2	b_0	b_1	b_2	R^2
Schleswig-Holstein	0,22*	–0,38	0,66	0,49	0,24	–0,37	0,63	0,65
Hamburg	0,46	–0,33	0,36*	0,82	0,31	–0,42	0,58	0,74
Niedersachsen	0,45	–0,27	0,31*	0,30	0,49	–0,38	0,25	0,52
Bremen	0,28*	–0,43	0,66	0,59	0,17	–0,53	0,82	0,86
Nordrhein-Westfalen	0,34	–0,42	0,44	0,55	0,28	–0,43	0,56	0,60
Hessen	0,20	–0,44	0,67	0,68	0,17	–0,42	0,73	0,72
Rheinland-Pfalz	0,17*	–0,45	0,74	0,63	0,15	–0,43	0,77	0,67
Baden-Württemberg	0,27	–0,39	0,53	0,65	0,22	–0,42	0,62	0,75
Bayern	0,34	–0,33	0,50	0,52	0,32	–0,35	0,53	0,64
Saarland	0,26	–0,54	0,77	0,90	0,23	–0,61	0,81	0,98
Berlin-West	0,11*	–0,45	0,89	0,85	0,06*	–0,55	0,97	0,95

Bei der Einzelschätzung nach der KQ-Methode sind 7 Werte von insgesamt 33 Parameterschätzungen nicht signifikant, bei der modifizierten Zellner-Schätzung dagegen nur ein einziger[10]). Auch der Determinationskoeffizient R^2 liegt im Schnitt erheblich höher als bei der KQ-Methode. Alle Parameter weisen die erwarteten Vorzeichen auf. Mit Hilfe der Ausgangsdaten und der geschätzten Parameter lassen sich sowohl die marginalen Konsumquoten (MKQ_r) als auch die durchschnittlichen Konsumquoten (DKQ_r) in den verschiedenen Regionen berechnen. Die MKQ_r lassen sich aus Gleichung (4) mit

$$
(22) \qquad MKQ_r = \frac{dC_r}{dY_r} = b_{r0} + b_{r1} + b_{r2}\left(\frac{C}{Y}\right)_{rt-1}
$$

schätzen (Evans, 1969). MKQ_r ist in einem gegebenen Zeitraum also eine Funktion des C/Y-Verhältnisses der Vorperiode. Die marginalen Konsumquoten für die 11 Bundesländer im betrachteten Zeitraum von 1960–1976 sind in Tabelle 2 angegeben.

Durch die verschiedenen MKQ_r und DKQ_r ergeben sich erste Einblicke in die regional unterschiedlichen Konsumgewohnheiten in den Bundesländern der Bundesrepublik Deutschland. Die Differenzen zwischen MKQ_r und DKQ_r in einer Region zeigen die Anpassungsverzögerungen der Konsumenten an neue

[10]) Die nichtsignifikanten Werte sind in Tab. 1 mit einem * versehen. Geprüft wurde anhand von t-Werten bei $\alpha = 0{,}05$. Da die KQ-Schätzung aber zu inkonsistenten Schätzwerten führt, ist der Vergleich der t-Werte zwischen beiden Schätzmethoden nicht sehr bedeutungsvoll. Vergleicht man die Standardfehler zwischen der modifizierten Zellner-Schätzung und der einfachen Zellner-Schätzung, d.h. derjenigen ohne Berücksichtigung zeitlicher Autokorrelation, so zeigen sich im Durchschnitt bei der modifizierten Schätzung kleinere Standardfehler. Auch daher rechtfertigt sich der hier gewählte modifizierte Zellner-Ansatz.

Einkommensniveaus an. Die Reaktionen auf Einkommensänderungen sind regional unterschiedlich und deuten darauf hin, daß auch andere Größen, wie z.B. Einkommensverteilung oder Vermögen, Einfluß auf den regionalen Konsum haben können.

Tabelle 2: Marginale und durchschnittliche regionale Konsumquoten

Region	MKQ_r	DKQ_r
Schleswig-Holstein	0,38	0,81
Hamburg	0,40	0,81
Niedersachsen	0,32	0,85
Bremen	0,32	0,83
Nordrhein-Westfalen	0,32	0,85
Hessen	0,37	0,85
Rheinland-Pfalz	0,38	0,85
Baden-Württemberg	0,31	0,82
Bayern	0,42	0,84
Saarland	0,34	0,89
Berlin-West	0,36	0,87

6. Schlußbemerkung

In der vorangegangenen Analyse wurden mit Hilfe eines modifizierten Zellner-Ansatzes, der räumliche Abhängigkeiten berücksichtigt, regionale Konsumfunktionen geschätzt. Die statistisch befriedigenden Ergebnisse lassen auf regional unterschiedliche Konsumgewohnheiten in den Bundesländern der Bundesrepublik Deutschland schließen.

Weitere Einsichten sind bei Verbesserung des theoretischen Ansatzes, der empirischen Basis und der Schätz- und Testmethoden zu erwarten. So können Spezifikationen der Konsumfunktion, die regionale Besonderheiten berücksichtigen (vgl. z.B. Gleichung (1)), bei verbesserter Datenbasis geschätzt werden. Fragen der räumlichen Aggregation wurden hier ebenfalls nicht angesprochen. Es wäre dabei zu untersuchen, inwieweit die Bundesländer als für die Analyse aussagekräftige Raumeinheiten angesehen werden können. So spielen z.B. für räumliche Interaktionsmodelle die geeigneten Raumeinheiten eine maßgebliche Rolle. Wegen der Datenverfügbarkeit ist man zur Schätzung aber meist auf verwaltungsmäßig abgegrenzte Regionen angewiesen.

Darüberhinaus wird die Erfassung komplexer räumlich-zeitlich verteilter lag-Strukturen in der Var-Cov-Matrix die Weiterentwicklung der Schätzmethoden – von denen hier ein einfacher Fall vorgestellt wurde – nötig machen. Weiterhin wäre der Vergleich einer für die Bundesrepublik Deutschland über alle R und T geschätzten Funktionen, d.h. einer Schätzung, die auf einem „pooling“

aller Querschnitts- und Zeitreihendaten beruht, mit den hier geschätzten regionalen Konsumfunktionen von Interesse. Auch kann die Frage, ob statistisch signifikante Unterschiede zwischen den Parametern der regional geschätzten Funktionen und denen des Gesamtraums vorliegen, untersucht werden. Die Behandlung dieser Probleme muß weiteren Analysen vorbehalten bleiben.

Literatur

Anselin, L., 1980: Estimation Methods for Spatial Autoregressive Structures: A Study in Spatial Econometrics. Cornell University, Ithaca, N.Y.

Arora, S. S., u. Brown, M., 1977: Alternative Approaches to Spatial Autocorrelation: An Improvement over Current Practice. In: International Regional Science Review 2, 1.

Brown, M., Palma, M. di, u. Ferrara, B., 1972: A Regional-National Econometric Model of Italy. In: Papers of the Regional Science Association 29.

Cliff, A. D., u. Ord, J. K., 1969: The Problem of Spatial Autocorrelation. In: Scott, A. J. (ed.), Studies in Regional Science. Pion, London.

Cliff, A. D., u. Ord, J. K., 1970: A Regression Approach to Univariate Spatial Forecasting. In: Chisholm, M. et al (eds.), Regional Forecasting. Butterworth, London.

Cliff, A. D., u. Ord, J. K., 1970: Spatial Autocorrelation: A Review of Existing and New Measures with Applications. In: Economic Geography 46.

Cliff, A. D., u. Ord, J. K., 1972: Testing for Spatial Autocorrelation among Regression Residuals. In: Geographical Analysis 4.

Cliff, A. D., u. Ord, J. K., 1973: Spatial Autocorrelation. Pion, London.

Cliff, A. D., u. Ord, J. K., 1975: Model Building and the Analysis of Spatial Pattern in Human Geography. In: Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B. 37.

Cliff, A. D., Haggett, P., Ord, J. K. Bassett, K. A., u. Davies, R. B., 1975: Elements of Spatial Structure. A Quantitative Approach. University Press, Cambridge–London–New York–Melbourne.

Evans, M. K., 1969: Macroeconomic Activity. Theory, Forecasting, and Control. Harper & Row, New York–Evanston–London.

Gemeinschaftsveröffentlichung der Statistischen Landesämter, 1979: Volkswirtschaftliche Gesamtrechnungen der Länder Heft 9: Entstehung, Verteilung und Verwendung des Sozialprodukts in den Ländern der Bundesrepublik Deutschland. Stuttgart.

Ghali, M., u. Renaud, B., 1971: The Consumption Function at the Regional Level: The Case of Hawaii. In: Annals of Regional Science 5.

Gillen, W. J., u. Guccione, A., 1970: The Estimation of Postwar Regional Consumption Functions in Canada. In: Canadian Journal of Economics 3.

Guccione, A., u. Gillen, W. J., 1974: A Metzler-Type for the Canadian Regions. In: Journal of Regional Science 14.

Guilkey, D. K., u. Schmidt, P., 1973: Estimation of Seemingly Unrelated Regressions with Vector Autoregressive Errors. In: Journal of the American Statistical Association 68.

Hordijk, L., 1974: Spatial Correlation in the Disturbances of a Linear Interregional Model. In: Regional and Urban Economics 4.

Hordijk, L., 1979: Problems in Estimating Econometric Relations in Space. In: Papers of the Regional Science Association 42.

Hordijk, L., u. Nijkamp, P., 1977: Dynamic Models of Spatial Autocorrelation. In: Environment and Planning, Ser. A, 9.

Hordijk, L., u. Nijkamp, P., 1978: Estimation of Spatio-Temporal Models: New Directions via Distributed Lags and Markov Schemes. In: Karlqvist, A., Lundqvist, L., Snickars, F., u. Weibull, J. W. (eds.), Spatial Interaction Theory and Planning Models. North Holland, Amsterdam–New York–Oxford.

Hordijk, L., u. Paelinck, J., 1976: Some Principles and Results in Spatial Econometrics. In: Recherches Economiques de Louvain 42.

Hordijk, L., u. Paelinck, J., 1979: Spatial Econometrics: Some further Results. In: Courbis, R. (ed.), Modèles régionaux et modèles régionaux-nationaux. Cujas, Paris.

Judge, G. G., Griffith, W. E., Hill, R. C., u. Lee, T.-C., 1980: The Theory and Practice of Econometrics. Wiley, New York–Chichester–Brisbane–Toronto.

Kakwani, N. C., 1967: The Unbiasedness of Zellner's Seemingly Unrelated Regression Equations. In: Journal of the American Statistical Association 62.

Kmenta, J., 1971: Elements of Econometrics. Macmillan, New York–London.

Kmenta, J., u. Gilbert, R. F., 1968: Small Sample Properties of Alternative Estimators of Seemingly Unrelated Regressions. In: Journal of the American Statistical Association 63.

Kmenta, J., u. Gilbert, R. F., 1970: Estimation of Seemingly Unrelated Regressions with Autoregressive Disturbances. In: Journal of the American Statistical Association 65.

Läufer, N. K. A., u. Loef, H.-E., 1978: Ein regionales Konsummodell für die BRD. Anton Hain, Meisenheim/Gl.

Nerlove, M., 1971: Further Evidence on the Estimation of Dynamic Economic Relations from a Time Series of Cross Sections. In: Econometrica 39.

Ord, J. K., 1975: Estimation Methods for Models of Spatial Interaction. In: Journal of the American Statistical Association 70.

Parks, R. W., 1967: Efficient Estimation of a System of Regression Equations when Disturbances are Both Serially and Contemporaneously Correlated. In: Journal of the American Statistical Association 62.

Schönfeld, P., 1971: Methoden der Ökonometrie, Bd. II. Franz Vahlen, München.

Schubert, U., 1978: Schätzung einiger Variablen der Verwendungsseite des Regionalprodukts im Rahmen eines interregionalen Multiplikatormodells vom Metzler-Typ für die Bundesländer Österreichs. In: GfR-Seminarberichte 13.

Srivasta, V. K., u. Dwivedi, T. D., 1979: Estimation of Seemingly Unrelated Regression Equations. A Brief Survey. In: Journal of Econometrics 10.

Telser, L., 1964: Iterative Estimation of a Set of Linear Regression Equations. In: Journal of the American Statistical Association 59.

Theil, H., 1971: Principles of Econometrics. North-Holland, Amsterdam–London.

Zellner, A., 1962: An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias. In: Journal of the American Statistical Association 57.

Zellner, A., u. Huang, D., 1962: Further Properties of Efficient Estimation for Seemingly Unrelated Regression Equations. In: International Economic Review 3.