

Entwicklung und Test eines Röntgeninterferometers auf der Basis von Übergangsstrahlung

Dissertation
zur Erlangung des Grades
„Doktor der Naturwissenschaften“
am Fachbereich Physik
der Johannes Gutenberg–Universität
Mainz

vorgelegt von

Oliver Kettig

geboren in Frankfurt/Main

Mainz, im Oktober 2000

“There is a theory which states that if ever anyone discovers exactly what the Universe is for and why it is here, it will instantly disappear and be replaced by something even more bizarre and inexplicable. There is another theory which states that this has already happened.”

D. Adams [Ada79]

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden Entwicklung und Test eines neuartigen Interferometers mit zwei örtlich separierten, phasenkorrelierten Röntgenquellen beschrieben. Mit ihm kann der komplexe Brechungsindex von dünnen, freitragenden Folien im Röntgenbereich gemessen werden. Die Röntgenquellen sind zwei Folien, in denen relativistische Elektronen der Energie 855 MeV Übergangsstrahlung erzeugen. Unter geeignet gewählten experimentellen Bedingungen ist die Übergangsstrahlung für Beobachtungswinkel unterhalb von typischerweise $1/\gamma = 0.6$ mrad interferenzfähig. Die räumlichen Interferenzstrukturen werden nach einer Fourier-Analyse des Strahlungsimpulses mittels eines Kristallspektrometers als Funktion des Folienabstandes gemessen. Die Amplitude und Phase der Intensitätsszillationen enthalten Informationen über die Schwächung und Phasenverschiebung, die die in der strahlaufwärtigen Folie erzeugte Welle in der strahlabwärtigen Probefolie erfährt. Daraus lassen sich prinzipiell Absorption β und Dispersion δ des komplexen Brechungsindex $n = 1 - \delta - i\beta$ bestimmen.

Das am Mainzer Mikrotron MAMI realisierte Interferometer besteht aus einer Berylliumfolie einer Dicke von $(10.04 \pm 0.09) \mu\text{m}$ und einer Nickel-Probefolie einer Dicke von $(2.109 \pm 0.010) \mu\text{m}$, deren Abstand mit einer Genauigkeit von $0.1 \mu\text{m}$ im Bereich zwischen 0 mm und 10 mm variiert werden kann. Zum energieselektiven Nachweis der Interferenzen wurde ein Bragg-Spektrometer mit ebenem Silizium-Einkristall aufgebaut, dessen Energieauflösung durch Transmissionsmessungen an einer Nickelfolie im Bereich der K-Absorptionskante bei 8333 eV in Übereinstimmung mit Berechnungen zu (2.4 ± 0.2) eV (FWHM) bestimmt wurde. Als Detektor wird eine ortsauflösende pn-CCD verwendet, die bei einer linearen Pixel-Dimension von $150 \mu\text{m}$ und insgesamt 64×200 Pixeln eine Gesamtfläche von $1 \times 3 \text{ cm}^2$ abdeckt.

Als Fallstudie wurde die Dispersion von Nickel im Bereich um die K-Absorptionskante bei $\hbar\omega = 8333$ eV, sowie bei Photonenenergien um $\hbar\omega = 9930$ eV gemessen. Es konnten dank der sehr guten Emittanz von $\epsilon \leq 7 \pi \text{ nm rad}$ des Elektronenstrahls am MAMI bei beiden Energien deutliche Interferenzstrukturen nachgewiesen werden, wobei die Kohärenz mit steigendem Folienabstand bzw. Beobachtungswinkel abnimmt. Ursache des Kohärenzverlustes sind vor allem die Kleinwinkelstreuung der Elektronen in der Berylliumfolie, sowie die Winkeldivergenz infolge der Emittanz des Elektronenstrahls. Es wurden Anpassungen von Simulationsrechnungen an die Messdaten durchgeführt, die beide Effekte berücksichtigen. Da Absorption und Dispersion stark korreliert waren, wurde die Absorption der Probe als bekannt angesetzt und nur die Dispersion aus dem Interferenzsignal bestimmt. Die Absorption wurde dabei der Literatur entnommen.

Im Bereich der K-Absorptionskante von Nickel konnte die Dispersion der Nickelprobe mit einer relativen Genauigkeit von $\Delta\delta/\delta \leq 1.5\%$ gemessen werden. Das Minimum der Dispersionskurve wurde zu $\delta_{\text{Ni}}(8342 \text{ eV}) = (1.817 \pm 0.011_{\text{stat}} \pm 0.013_{\text{syst}}) \cdot 10^{-5}$ gemessen. Die gute Übereinstimmung dieses Wertes mit der Literatur zeigt, dass das Übergangsstrahlungs-Interferometers für präzise, energieaufgelöste Messungen der Dispersion im Röntgenbereich geeignet ist. Als erste Anwendung wurden tabellierte Berechnungen der Dispersion durch Henke, Gullikson und Davis getestet. Sie stimmen bei einer Photonenenergie von 9.93 keV im Rahmen des experimentellen Fehlers von $\Delta\delta/\delta = 1.0\%$ mit dem interferometrisch gemessenen Wert von $\delta_{\text{Ni}}(9930 \text{ eV}) = (1.739 \pm 0.011_{\text{stat}} \pm 0.013_{\text{syst}}) \cdot 10^{-5}$ überein.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Grundlagen	5
2.1. Komplexer Brechungsindex	5
2.2. Übergangsstrahlung	9
2.3. Monochromatisierung durch Bragg–Reflexion	13
2.3.1. Bragg–Reflexion	13
2.3.2. Darwin–Prins–Kurve	14
2.3.3. Beiträge zur Energieauflösung	15
2.3.4. Dispersive Abbildung am ebenen Kristall	17
3. Allgemeine Beschreibung des Übergangsstrahlungs–Interferometers	19
3.1. Prinzip	19
3.2. Die Messverfahren	24
3.3. Wahl der Folienparameter	26
3.4. Kohärenz	27
3.5. Kohärenzverminderung	29
3.5.1. Emittanz und Ortsauflösung	29
3.5.2. Kleinwinkelstreuung in den Folien	32
3.5.3. Erreichbare Kohärenz	33
4. Experimenteller Aufbau	39
4.1. Überblick über den Gesamtaufbau	39
4.2. Aufbau des Radiators	40
4.3. Einkristall–Spektrometer	43
4.4. Der pn–CCD Detektor	45
4.5. Elektronik und Datenaufnahmesystem	48

5. Durchführung der Messungen	51
5.1. Vorbereitende Messungen	51
5.1.1. Energieauflösung des Spektrometers	51
5.1.2. Bestimmung der Foliendicken	54
5.2. Einfluss von Temperaturschwankungen	56
5.3. Messung der Strahlfleckgröße und Kontrolle des Strahlstroms	57
5.3.1. Strahlfleckgröße	57
5.3.2. Konstanz des Strahlstroms	59
5.4. Durchführung der Interferometriemessungen	60
6. Datenanalyse	65
6.1. Bearbeitung der Rohdaten	65
6.1.1. Erzeugung der zweidimensionalen Histogramme	66
6.1.2. Intensitätsoszillationen in Abhängigkeit des Folienabstandes	68
6.2. Anpassungen der Analysefunktionen an die Messdaten	73
6.2.1. Winkelverteilungen bei 10 keV	73
6.2.2. Anpassung der Oszillationen in Abhängigkeit des Folienabstandes	78
6.2.3. Fehlerabschätzung	81
7. Diskussion der Ergebnisse	85
7.1. Ergebnisse aus den Anpassungen der Winkelverteilungen	85
7.1.1. Offset des Folienabstandes	85
7.1.2. Winkeldivergenz	86
7.1.3. Dispersion der Probefolie	88
7.1.4. Amplitudenfaktor	88
7.2. Ergebnisse für die Dispersion aus den Abstandsozillationen	89
7.2.1. Anpassungsergebnisse	89
7.2.2. Bestimmung der experimentellen Fehler	91
7.2.3. Resultate für die Dispersion	93
7.3. Vergleich mit der Literatur	94
7.3.1. Dispersion von Nickel im Bereich der K–Absorptionskante	97
7.3.2. Test der Rechnungen von Henke, Gullikson und Davis	101
8. Ausblick	103
8.1. Verbesserung der experimentellen Genauigkeit	103
8.2. Optimierung der Detektorgeometrie	105
8.3. Perspektiven bei der Erhöhung der Elektronenstrahlenergie	106
8.4. Messung der relativistischen Korrekturen	108
8.5. Messung der Emittanz des Elektronenstrahls	110

A. Physikalische Anhänge	114
A.1. Alternative Folienanordnungen	114
A.2. Herleitung der Gleichungen (3.3) und (3.4)	115
A.3. Analytische Beschreibung der Kohärenz	118
A.4. Bestimmte Integrale	126
A.5. Mehrfachstreuung geladener Teilchen in Materie	129
A.6. Bremsstrahlung	130
 B. Rechenprogramme	 132
B.1. Simulation der Übergangstrahlung	132
B.1.1. Prinzip der Simulation	132
B.1.2. Umrechnung der Einheiten	133
B.1.3. Programmpaket tr_simul	134
B.2. Analyse der Daten der pn-CCD	138
B.2.1. Korrektur der Rohdaten	138
B.2.2. Graphische Analyse	142
B.2.3. Programmpaket ccdprogs	145
B.3. Verarbeitung der mit BAC aufgenommenen Daten	149

1. Einleitung

Eine Lichtwelle, die in ein Medium eindringt, wird in diesem Medium gebrochen und geschwächt. Beide Phänomene können mit Hilfe des komplexen Brechungsindex¹ beschrieben werden, wobei der Realteil die Dispersion und der Imaginärteil die Absorption beschreibt. Dispersion und Absorption werden von der Wechselwirkung der elektromagnetischen Welle mit der Elektronenhülle der Materieatome verursacht. Besonders im Energiebereich der Röntgenstrahlung stellen daher Photonen ideale Sonden zur Untersuchung der elektronischen Struktur der Materie dar. Von den elektromagnetischen Wellen werden hier Übergänge innerhalb der Elektronenhülle oder ins Kontinuum angeregt, so dass die Wechselwirkung der Röntgenphotonen mit dem Medium großen Detailreichtum offenbart. Damit ist die exakte Beschreibung von Dispersion und Absorption gerade im Röntgenbereich unverzichtbare Grundlage vieler aktueller Forschungsgebiete der Physik, Biologie, Medizin und Materialforschung. Als Beispiele zu nennen sind hier die Entwicklung von Röntgenoptiken und –detektoren für Astronomie und Laborexperimente, die Strukturbestimmung biologischer Makromoleküle oder die Weiterentwicklung medizinischer Diagnose- und Therapieverfahren.

Die experimentelle Untersuchung der Wechselwirkung elektromagnetischer Wellen mit Materie erfordert die Verfügbarkeit von Lichtquellen hoher Intensität und spektraler Reinheit. Im Röntgenbereich steht hier an erster Stelle die vor rund 50 Jahren entdeckte Synchrotronstrahlung [Eld47], die sich gegenüber der Röntgenröhre durch den höheren Photonenfluss und vor allem durch die deutlich höhere Brillanz hervorhebt [Win97]. Die Entwicklung von speziell auf die Erhöhung der Strahlungsemission abzielenden Elektronenbeschleunigern der zweiten und dritten Generation ermöglicht mit dem Einsatz hochauflösender Röntgenmonochromatoren [Mat83, Cac87] eine Erhöhung der Brillanz um bis zu 13 Größenordnungen gegenüber der klassischen Röntgenröhre [Kun98].

Das Licht aus diesen Quellen ermöglicht die energieaufgelöste Untersuchung der Dispersion und Absorption. Dabei kann die Messung der Absorption durch ein Transmissionsexperiment erfolgen. Schwieriger ist dagegen die Messung der Dispersion, deren Bestimmung die Messung der Phasenverschiebung der Welle in der Materie relativ zur Vakuumwelle erfordert. Im Röntgenbereich wurden mehrere Verfahren zur Bestimmung der Dispersion entwickelt. Dies umfasst die Bestimmung des Totalreflexionswinkels [Len94, Bla94], die Messungen der Ablenkwinkel in Prismen [War86, Deu84, Kat85], Messungen der Reflexionskurven perfekter Einkristalle [Suo85, Tem80, Tem85] bzw. des Abstandes der Pendellösungssoszillationen [Kat67]. Daneben wurden Interferometer auf der Basis von Fresnel'schen Doppelspiegeln [Sva93, Pol95, Mar00], kollinearen, räumlich separierten Undulatoren [Dam98a, Dam98b] bzw. stehenden Wellen zwischen räumlich separierten Kristallen [Nik97] entwickelt. Eine sehr gute Übersicht kann dem Artikel von Lengeler [Len94] entnommen werden. Für den im Rahmen dieser Arbeit interessierenden Bereich von Photonenenergien zwischen etwa 2 keV und 40 keV werden jedoch vorrangig zwei Methoden zur Bestimmung der Dispersion verwendet, da sie für nahezu alle Probenmaterialien angewendet werden können:

1. Kramers–Kronig–Transformation

Das gegenüber allen oben genannten Methoden am häufigsten angewandte Verfahren ist die indirekte rechnerische Bestimmung der Dispersion aus einer Absorptionskurve [Mic93]. Dies

ist möglich, da Absorption und Dispersion auf Grund der Kausalität durch eine Integraltransformation verknüpft sind [Tol56], die in der Atomphysik Kramers–Kronig–Dispersionsrelation genannt wird. Allerdings muss bei dieser Berechnung die Absorption über den gesamten Frequenzbereich von Null bis Unendlich bekannt sein. Da in der Regel nicht für alle Energien Messungen der Absorption vorliegen, muss außerhalb des Messintervalls auf berechnete Absorptionswerte zurückgegriffen werden [Dre84]. Da diese theoretischen Werte Unsicherheiten aufweisen, resultiert ein systematischer Fehler bei der Berechnung der Dispersion, was in der Praxis lediglich eine relative Vergleichbarkeit der berechneten Dispersionskurven erlaubt: Die Kurvenform wird exakt wiedergegeben, aber es bleibt eine Unsicherheit im Absolutbetrag [Hoy84, Len94].

2. Röntgen–Interferometrie nach Bonse und Hart

Eine Möglichkeit zur direkten Messung der Dispersion stellt das von U. Bonse und M. Hart im Jahr 1965 entwickelte Interferometer dar [Bon65]. Das Konzept ist ähnlich zur optischen Interferometrie mit Strahlteiler. Es wird die dreifache Laue–Reflexion eines monochromatischen Röntgenstrahls an drei parallelen Silizium–Einkristallen¹ verwendet. Im ersten Kristall wird der Strahl durch partielle Reflexion in zwei Teilstrahlen geteilt, die durch eine weitere Laue–Reflexion wieder zur Überlappung gebracht und deren Interferenz mit dem dritten Kristall analysiert wird. Bringt man nun eine Probe in einen der beiden Teilstrahlen, so verursacht die Probe eine Änderung der Phasenlage und Amplitude der Interferenz. Das Verfahren erlaubt so die simultane Messung der Dispersion und Absorption der Probe [Bon80, Sid83, Bon84]. Wesentlicher Bestandteil des Interferometers ist ein aufwändig gefertigter Einkristall, denn die drei verwendeten Kristalle müssen als freistehende Lamellen desselben monolithischen Einkristalls realisiert werden, da sich ansonsten die Parallelität der Laue–Kristalle nicht mit hinreichender Präzision gewährleisten lässt. Das Verfahren wurde etabliert zur Messung an Festkörperproben, wobei die experimentelle Genauigkeit vorrangig auf Grund der Probenpräparation limitiert ist [Len94].

Aus den genannten Gründen besteht weiter Interesse an neuen Messverfahren zur präzisen Bestimmung der Dispersion [Cha94]. Innerhalb der Forschungsaktivitäten der X1–Kollaboration am Mainzer Mikrotron MAMI wurde die Idee zu einem neuartigen Typ von Röntgeninterferometer entwickelt, das in Abb. 1.1 schematisch dargestellt ist. Es wird dabei völlig auf einen Strahlteiler verzichtet und stattdessen mit räumlich separierten Röntgenquellen gearbeitet. Die Strahlung wird von relativistischen Elektronen erzeugt. Die physikalische Natur des Emissionsprozesses spielt dabei keine Rolle, solange die beiden Strahlungsquellen kohärent sind, also die von beiden Quellen emittierten Wellenzüge eine starre Phasenbeziehung aufweisen. Die beiden Wellenzüge werden in einem Spektrometer zur Interferenz gebracht und im Röntgendetektor nachgewiesen. Die Änderung des Abstandes der beiden Quellen führt zu einer Änderung der relativen Phasenlage der beiden Wellenzüge und damit zu einer Oszillation der Intensität im Detektor. Bringt man eine Probe in den Strahlengang zwischen beiden Quellen, so muss einer der beiden Wellenzüge die Probe durchdringen und wird dabei phasenverschoben und geschwächt. Die dadurch verursachte Änderung der Phasenlage und Amplitude der Intensitätsoszillation eröffnet die Möglichkeit der direkten Messung der Dispersion und Absorption der Probe.

Zielsetzung der vorliegenden Arbeit war die Entwicklung und Realisierung eines Konzeptes zur Röntgeninterferometrie mit kohärenter Übergangstrahlung aus dünnen Folien. Diese 1945 von Ginzburg und Frank [Gin45] vorhergesagte und 1959 von Goldsmith und Jelly [Gol59] im optischen Spektralbereich erstmals beobachtete Strahlung entsteht beim Übergang eines geladenen Teilchens von einem

¹Die dreifache Laue–Reflexion ist Namensstifter für die auch verwendete Bezeichnung “LLL–Interferometer“.

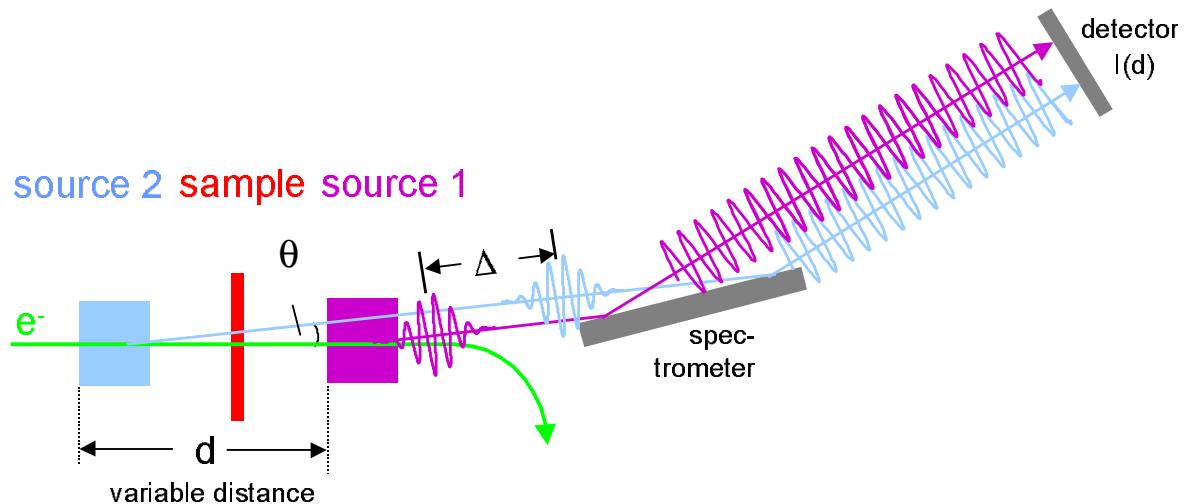


Abbildung 1.1.: Funktionsprinzip des Interferometers. An zwei räumlich separierten Quellorten werden zwei Röntgenstrahlungsimpulse emittiert, deren räumlicher Abstand Δ vom Abstand der Quellorte d und dem Emissionswinkel θ abhängt. Die beiden Wellenzüge werden in einem Spektrometer zur Interferenz gebracht, die mit einem Röntgendetektor als Funktion des Quellabstandes analysiert wird. Eine zwischen die Quellen gebrachte Probe führt zu einer Phasenverschiebung und Schwächung des Signals $I(d)$, da nur die von Quelle 2 emittierte Welle die Probe durchdringen muss.

Medium ins andere, d.h. im Bereich um die Grenzfläche. In einigen Experimenten konnte bereits die an mehreren Folien kohärent erzeugte Übergangsstrahlung beobachtet werden:

Wartski et al. [War75] beobachteten Interferenzen im Winkelspektrum optischer Übergangsstrahlung von 60 MeV Elektronen beim Durchtritt durch zwei metallbeschichtete Mylarfolien und konnten aus dem Vergleich der Interferenzstrukturen mit Rechnungen die Elektronenstrahlenergie und -divergenz bestimmen. In den 80er und frühen 90er-Jahren entwickelten Fiorito und Rule [Rul84, Fio94] die Interferometrie mit optischer Übergangsstrahlung sowohl theoretisch als auch experimentell weiter, um damit die Eigenschaften von Elektronenstrahlen mit Energien zwischen 17 und 110 MeV zu bestimmen. Aufbauend auf diesen Untersuchungen verwendeten Lumpkin et al. [Lum92] Interferenzen optischer Übergangsstrahlung aus einer 0.8 μm dicken Aluminiumfolie und einem aluminiumbedampften Spiegel zur Messung der Divergenz eines 40 MeV-Elektronenstrahls.

Im Bereich weicher Röntgenstrahlung wiesen Moran et al. [Mor86] ebenfalls durch die Messung des Winkelspektrums die kohärente Überlagerung der Übergangsstrahlung von 54 MeV Elektronen beim Durchgang durch zwei bzw. vier Polypropylenfolien nach. Gleiches gelang bei noch höheren Photonenenergien Goettkind et al. [Goe91] mit einer zwischen 1 keV und 10 keV energieintegrierten Messung der Übergangsstrahlung von Elektronen mit Energien zwischen 450 MeV und 565 MeV beim Durchtritt durch Mylarfolien, sowie Piestrup et al. [Pie92] ebenfalls mit Mylarfolien bei Photonenenergien zwischen 1 keV und 3 keV und Elektronenenergien zwischen 50 MeV und 228 MeV. Die mit einem 900 MeV-Elektronenstrahl und einem Mylarfolienstapel von Kaplin et al. [Kap93] aufgenommenen Winkel- und Energieverteilungen wurden von den Autoren ebenfalls durch die kohärente Überlagerung der Übergangsstrahlung der verschiedenen Folien interpretiert. Am Mainzer Mikrotron wurden im Röntgenbereich winkel- und energieaufgelöst Interferenzen der kohärenten Übergangsstrahlung aus Stapeln von Polyimid- und Titanfolien beobachtet [Bac94, Zah94, Bac96]. Die anomale Dispersion im Bereich der K-Absorptionskante von Titan wurde ausgenutzt, um die spektrale Breite der resonant emittierten Übergangsstrahlung zu verringern [Zah94, Bac96].

Basierend auf diesen Erfahrungen mit kohärenter Übergangsstrahlung war die Aufgabe dieser Arbeit die Entwicklung eines Interferometers zur Messung des komplexen Brechungsindex' dünner

Folien. Die Tragfähigkeit des Konzeptes soll mit einer energieaufgelösten Messung des komplexen Brechungsindex' von Nickel im Bereich der K-Absorptionskante bei $\hbar\omega = 8.33$ keV unter Beweis gestellt werden. Bei Messungen bei rund $\hbar\omega = 10$ keV ebenfalls an einer Nickelprobe soll darüber hinaus das Interferometer zum Test tabellierter Berechnungen der Dispersion von Henke, Gullikson und Davis [Hen93] angewendet werden. Vorläufige Ergebnisse der Arbeit sind bereits in [Ket00] veröffentlicht worden.

Parallel zu den Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit wurde ebenfalls innerhalb der X1-Kollaboration ein auf der gleichen Grundidee basierendes Interferometer zum Einsatz im Spektralbereich weicher Röntgenstrahlung entwickelt, und mit energieaufgelösten Messungen an dünnen Kohlenstoff- und Nickel-Probefolien erfolgreich getestet [Dam98a, Dam98b]. Als Strahlungsquellen kamen hier Undulatoren zum Einsatz, mit denen sich zwischen 200 eV und etwa 2 keV intensive Röntgenstrahlung erzeugen lässt. Die Intensität der Übergangsstrahlung ist in diesem Spektralbereich auf Grund der Selbstabsorption der Strahlung in den Folien sehr gering.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: An die Darstellung wesentlicher theoretischer Grundlagen in Kapitel 2 schließen sich in Kapitel 3 konzeptionelle Überlegungen zur Funktionsweise des Interferometers an. Danach wird in Kapitel 4 der experimentelle Aufbau beschrieben, und in Kapitel 5 die Durchführung der Messungen dargestellt. Die Analyse der umfangreichen experimentellen Daten wird in Kapitel 6 erläutert, bevor in Kapitel 7 die erhaltenen Ergebnisse diskutiert und mit der Literatur verglichen werden. Im abschließenden Kapitel 8 wird ein Ausblick auf mögliche Weiterentwicklungen und Anwendungen des Interferometers gegeben.

2. Grundlagen

Dieses Kapitel fasst die für das Verständnis des Experimentes wesentlichen Grundlagen zusammen. Es umfasst neben der Beschreibung des komplexen Brechungsindex' die Erläuterung wichtiger Eigenschaften der Übergangsstrahlung, sowie der Monochromatisierung von Röntgenstrahlung durch Bragg-Reflexion an Einkristallen.

2.1. Komplexer Brechungsindex

Da im Röntgenbereich der komplexe Brechungsindex $n(\omega)$ nur wenig vom Vakuumwert Eins abweicht, bietet sich die folgende Parametrisierung an:

$$n(\omega) = 1 - \delta(\omega) - i\beta(\omega) . \quad (2.1)$$

Der Realteil des Brechungsindex' $\Re(n(\omega)) = 1 - \delta(\omega)$ beschreibt die Brechung einer Welle der Frequenz ω im Medium. Die Größe $\delta(\omega)$ gibt demnach die Abweichung des Realteils des Brechungsindex' von Eins an und wird daher als "Dekrement des Brechungsindex' " (*refractive index decrement* [Com35]) bezeichnet. Die Frequenzabhängigkeit des Realteils des Brechungsindex' bezeichnet man als Dispersion. Dagegen verursacht der Imaginärteil des Brechungsindex $\Im(n(\omega)) = \beta(\omega)$ die Schwächung der Welle in der Materie und wird daher als "Absorptionsindex" (*absorption index* [Com35]) bezeichnet. Da die exakt definierten Begriffe im Sprachgebrauch etwas sperrig sind, wird im Folgenden vereinfachend $\delta(\omega)$ als Dispersion und $\beta(\omega)$ als Absorption bezeichnet.

In Abb. 2.1 ist die Transmission einer elektromagnetischen Welle durch eine Materieschicht der Dicke z_0 mit Dispersion δ und Absorption β schematisch dargestellt. Die sich ungestört in z -Richtung ausbreitende Vakuumwelle A_i kann an der Stelle z_0 durch folgenden Ausdruck beschrieben werden:

$$A_i(k, z_0, \omega, t) = |A_i| e^{i(\omega t - k_i z_0)} \quad \text{mit} \quad k_i = \frac{\omega}{c} \quad (2.2)$$

Hier bezeichnet t die Zeit, k_i und k_f die Wellenzahlen der beiden Wellen und c die Lichtgeschwindigkeit. Die Welle A_f muss die Materieschicht durchdringen. Dadurch ändert sich die Wellenzahl. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} A_f(k, z_0, \omega, t) &= |A_f| e^{i(\omega t - k_f z_0)} \quad \text{mit} \quad k_f = \frac{\omega n}{c} \\ &= |A_i| e^{i(\omega t - k_i z_0)} e^{i \frac{\omega}{c} \delta z_0} e^{-\frac{\omega}{c} \beta z_0} , \end{aligned} \quad (2.3)$$

wobei in zweiten Schritt Gl. (2.1) eingesetzt wurde. Der Vergleich von Gl. (2.2) und (2.3) zeigt, dass durch die Materieschicht eine Phasenverschiebung $\Delta\phi$ und eine Abnahme der Amplitude um den Faktor $|A_f|/|A_i|$ hervorgerufen wird:

$$\Delta\phi(\omega, z_0) = \frac{\omega}{c} \delta(\omega) z_0 , \quad (2.4)$$

$$\frac{|A_f(k, z_0, \omega, t)|}{|A_i(k, z_0, \omega, t)|} = e^{-\frac{\omega}{c} \beta(\omega) z_0} . \quad (2.5)$$

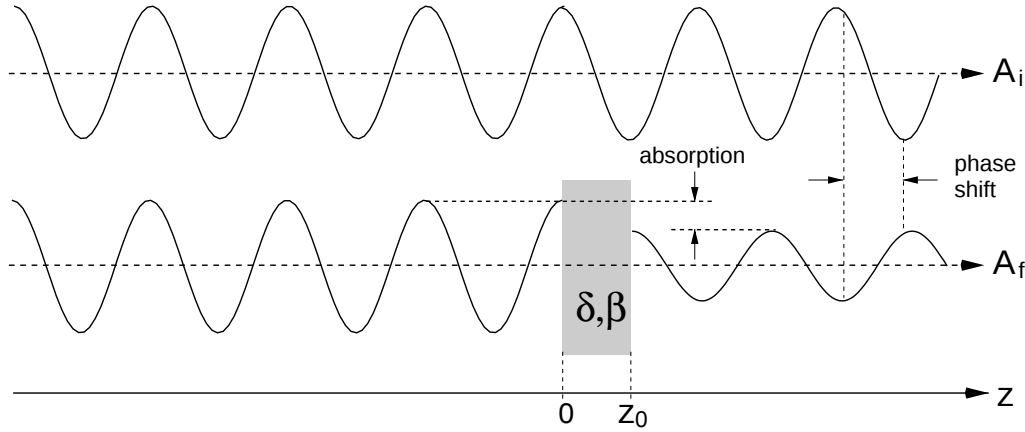


Abbildung 2.1.: Transmission einer elektromagnetischen Welle durch Materie. Beim Durchdringen der Materieschicht der Dicke z_0 und dem komplexen Brechungsindex $n = 1 - \delta - i\beta$ wird die Welle A_f relativ zur Vakuumwelle A_i in der Amplitude geschwächt und phasenverschoben.

Die Dispersion $\delta(\omega)$ ist demnach Ursache der Phasenverschiebung $\Delta\phi$, während die Absorption $\beta(\omega)$ die Schwächung der Amplitude beschreibt.

Sowohl die Dispersion als auch die Absorption werden durch die Wechselwirkung der elektromagnetischen Welle mit den Hüllenelektronen der Materieatome verursacht und sind daher direkt mit den entsprechenden Anteilen des atomaren Streufaktors $f(\omega, \vec{q})$ verknüpft. Dabei bezeichnet $\vec{q}$ den Impulsübertrag bei der Streuung. Folgende Parametrisierung ist hierbei üblich [Len94]:

$$f(\omega, \vec{q}) = f_0(\vec{q}) + f'(\omega) + i f''(\omega) . \quad (2.6)$$

Der erste Term $f_0(\vec{q})$ ist der energieunabhängige, normale Streufaktor, der sich als Fourier-Transformierte der Elektronendichteverteilung berechnen lässt. Der hintere Term $f'(\omega) + i f''(\omega)$ wird als anomaler bzw. resonanter Streufaktor bezeichnet. Er beschreibt die energieabhängige Differenz zwischen den Streuamplituden für Thomson-Streuung an freien Elektronen und Raleigh-Streuung an gebundenen Atomelektronen. Da $f'(\omega)$ und $f''(\omega)$ demnach einen resonanten Beitrag der gesamten Atomhülle darstellen, wird als Einheit der Größen oftmals “Elektronen” angegeben. Es ist üblich anzunehmen, dass die anomale Dispersion $f'(\omega)$ und die anomale Absorption $f''(\omega)$ nicht vom Impulsübertrag $\vec{q}$ abhängen, obgleich die Wellenlängen im Spektralbereich der Röntgenstrahlung in der gleichen Größenordnung wie die Ausdehnung der Elektronenhülle sind [Cre90, Mic93]. Die Annahme wurde experimentell überprüft, ohne dass Abweichungen festgestellt werden konnten [Suo85]. Daher genügt es, Messungen von f' und f'' in Vorwärtsstreuengeometrie mit $\vec{q} = 0$ durchzuführen. Üblich ist weiterhin die folgende Aufteilung in Real- und Imaginärteil [Hen93, Bur93]:

$$f(\omega, 0) = f_1(\omega) + i f_2(\omega) . \quad (2.7)$$

Hierbei ist nun $f_1(\omega) = f_0(0) + f'(\omega)$ und $f_2(\omega) \equiv f''(\omega)$. Der Term $f_0(0)$ setzt sich gemäß

$$f_0(0) = Z + \Delta_{rel} \quad (2.8)$$

aus der Kernladungszahl Z und der relativistischen Korrektur $\Delta_{rel} = -E_{tot}/mc^2$ [Smi87] zusammen, wobei E_{tot} die totale kinetische Energie der Elektronenhülle darstellt. Für die relativistische Korrektur geben Henke et al. [Hen93] eine Näherungsformel an, die aus einer Anpassung an tabellierte Daten [Kis90] gewonnen wurde:

$$\Delta_{rel} \simeq - \left(\frac{Z}{82.5} \right)^{2.37} . \quad (2.9)$$

Der Realteil $f_1(\omega)$ und der Imaginärteil $f_2(\omega)$ des Vorwärtsstreu factors sind direkt proportional zur Dispersion $\delta(\omega)$ bzw. zur Absorption $\beta(\omega)$. Es gilt [Mic93]

$$\delta(\omega) = \frac{2\pi r_0 c^2 n_a}{\omega^2} f_1(\omega) \quad \text{bzw.} \quad \beta(\omega) = \frac{2\pi r_0 c^2 n_a}{\omega^2} f_2(\omega), \quad (2.10)$$

wobei $r_0 = 2.818 \cdot 10^{-15}$ m den klassischen Elektronenradius und n_a die Atomdichte bezeichnen. Die Atomdichte kann gemäß

$$n_a = \frac{N_A \rho}{M_m} \quad (2.11)$$

aus der Avogadro-Konstanten $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, der Dichte ρ und der molaren Masse M_m berechnet werden. Aus Gl. (2.6) bis (2.11) ergibt sich die Umrechnung

$$\begin{aligned} f'(\omega) &= \frac{\omega^2 M_m}{2\pi r_0 c^2 N_a \rho} \delta(\omega) - Z - \Delta_{rel} \\ &\simeq \frac{\omega^2 M_m}{2\pi r_0 c^2 N_a \rho} \delta(\omega) - Z + \left(\frac{Z}{82.5} \right)^{2.37}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

wobei im zweiten Schritt von der Näherung (2.9) Gebrauch gemacht wurde.

Auf Grund der Kausalität sind Realteil $f_1(\omega)$ und Imaginärteil $f_2(\omega)$ des Vorwärtsstreu factors $f(\omega, 0)$ und damit wegen Gl. (2.10) auch Dispersion $\delta(\omega)$ und Absorption $\beta(\omega)$ über Dispersionsrelationen verknüpft (siehe z.B. [Tol56]). Diese Relation, die im hier interessierenden Röntgenbereich Kramers–Kronig–Transformation genannt wird, erlaubt bei genauer Kenntnis des energieabhängigen Verlaufs der Absorption die Berechnung der Dispersion [Hen93]:

$$f_1^{KK}(\omega) = Z + \Delta_{rel} + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega' f_2(\omega')}{\omega^2 - \omega'^2} d\omega' \quad (2.13)$$

$$\text{bzw.} \quad \delta^{KK}(\omega) = \frac{2\pi r_0 c^2 N_a \rho}{\omega^2 M_m} (Z + \Delta_{rel}) + \frac{2}{\pi \omega^2} \int_0^\infty \frac{\omega'^3 \beta(\omega')}{\omega^2 - \omega'^2} d\omega'. \quad (2.14)$$

Gleichung (2.14) ergibt sich dabei durch Einsetzen von Gl. (2.10) in Gl. (2.13). Während die Absorption $\beta(\omega)$ mit steigender Energie monoton abfällt, steigt sie an Absorptionskanten um etwa eine Größenordnung an. Der Bereich im Kantenanstieg, sowie bis zu einigen 100 eV oberhalb enthält Feinstrukturen, die als XANES (*X-Ray Absorption Near Edge Structures*) bzw. EXAFS (*Extended X-Ray Absorption Fine Structures*) bezeichnet werden und wertvolle Hinweise auf die Bindungsorte und die chemische Umgebung der streuenden Atome geben [Stö92]. Abbildung 2.2 zeigt als Beispiel den Verlauf des komplexen Brechungsindex' von Nickel im Bereich der K-Kante bei 8.33 keV. Die Absorptionskurve setzt sich zusammen aus gerechneten Daten [Hen93, Sto70], sowie im Bereich der Kante aus an einer Nickelfolie gemessenen Absorptionen [Kra95]. Die nach Gleichung (2.14) aus der Absorption $\beta(\omega)$ berechnete Dispersionskurve $\delta(\omega)$ zeigt ebenfalls Feinstrukturen im Bereich um die K-Kante.

Energetisch oberhalb der Absorptionskanten fällt die Dispersion $\delta(\omega)$ proportional zu ω^{-2} , während die Absorption $\beta(\omega)$ proportional zu ω^{-4} kleiner wird. Aus diesem asymptotischen Verhalten und der Kramers–Kronig–Dispersionsrelation (2.14) lassen sich die folgenden Summenregeln ableiten [Bur93]:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \omega' \beta(\omega') d\omega' &= \frac{\pi}{4} \omega_p^2 \\ \int_0^\infty \delta(\omega') d\omega' &= 0. \end{aligned} \quad (2.15)$$

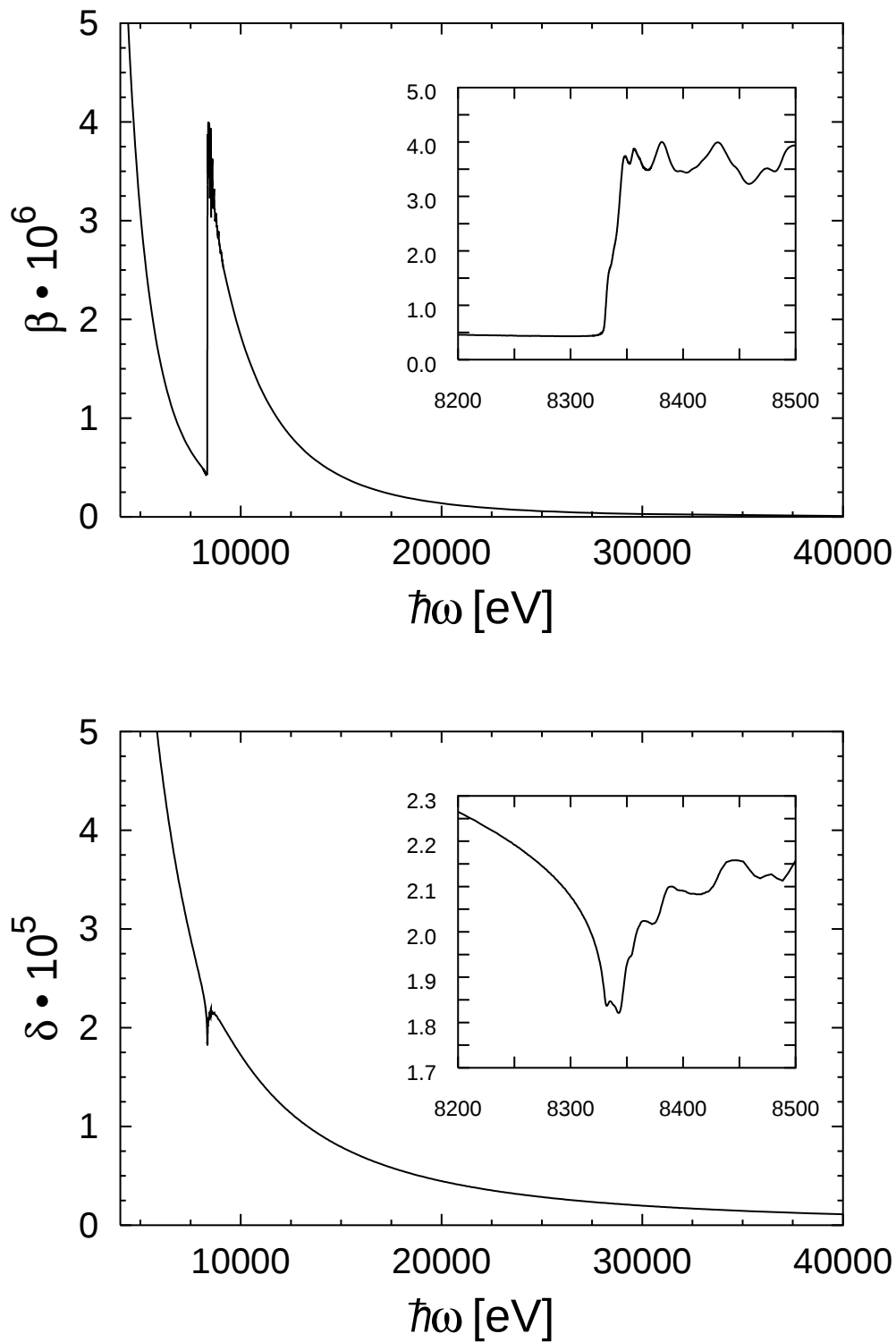


Abbildung 2.2.: Absorption $\beta(\omega)$ und Dispersion $\delta(\omega)$ von Nickel [Hen93, Kra95, Sto70]. In beiden Fällen sind im Bereich um die K-Absorptionskante bei 8.33 keV Feinstrukturen erkennbar. Die Dispersion $\delta(\omega)$ ist mit der Kramers–Kronig–Transformation (2.14) aus der Absorption $\beta(\omega)$ berechnet worden.

Hier bezeichnet ω_p die Plasmafrequenz des Mediums, die im wesentlichen von der Wurzel der Elektronendichte n_e bestimmt wird [Jac83]:

$$\omega_p = \sqrt{4\pi r_0 c^2 n_e} = \sqrt{4\pi r_0 c^2 n_a Z}. \quad (2.16)$$

In Gl. (2.16) steht n_a für die Atomdichte und Z für die Kernladungszahl. Die Summenregeln (2.15) können prinzipiell zum Testen von experimentellen bzw. berechneten Datensätzen dienen. Da dabei aber jeweils der gesamte Verlauf von $\hbar\omega = 0$ eV bis $\hbar\omega = \infty$ eV zum Integral beiträgt, ist das Ergebnis empfindlich auf den Verlauf der Dispersion bzw. Absorption über den gesamten Frequenzbereich. In der Regel sind Dispersion und Absorption nur in einem eingeschränkten Wertebereich bekannt. In diesen Fällen können die Summenregeln daher nicht zur Überprüfung der Konsistenz der Daten ausgenutzt werden.

2.2. Übergangsstrahlung

In diesem Abschnitt werden Grundlagen der Theorie der Übergangsstrahlung (*Transition Radiation*, kurz TR) relativistischer Elektronen wiedergegeben, soweit sie für diese Arbeit von Bedeutung sind. Für grundlegendere Betrachtungen mit ausführlichen Herleitungen wird auf die Literatur verwiesen [Ter72, Che74].

Übergangsstrahlung wird emittiert, wenn ein geladenes Teilchen die Grenzfläche zweier Medien unterschiedlicher Polarisierbarkeit passiert. Das Teilchen, im hier beschriebenen Experiment relativistische Elektronen der Energie $E = 855$ MeV, induzieren dabei in der Materie sich zeitlich verändernde Dipole, die Dipolstrahlung aussenden (vgl. Abb. 2.3). Die Strahlungsbeiträge verschiedener elementarer Dipole sind dabei kohärent, da sie vom selben Elektron hervorgerufen werden. Der Begriff der Kohärenz bedeutet, dass die Wellen eine feste Phasenbeziehung haben. Bei der Berechnung der Phasendifferenzen von an unterschiedlichen Orten emittierten Wellenzügen muss dabei sowohl der räumliche als auch der zeitliche Abstand der Emission berücksichtigt werden. Betrachtet man Emissionsorte, die im Abstand $r_\perp$ senkrecht bzw. im Abstand $r_\parallel$ parallel zur Elektronenbahn liegen, so ergeben sich in relativistischer Näherung folgende Phasendifferenzen $\Delta\phi_\perp(\theta, \omega)$ bzw. $\Delta\phi_\parallel(\theta, \omega)$ der an diesen Orten im Medium emittierten Wellenzüge [Jac83]:

$$\Delta\phi_\perp(\theta, \omega) = \frac{\omega}{c} \theta r_\perp \quad \text{bzw.} \quad \Delta\phi_\parallel(\theta, \omega) = \frac{\omega}{2c} (\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_i) r_\parallel. \quad (2.17)$$

Hier bezeichnet δ_i die Dispersion des Mediums mit Index i , c die Lichtgeschwindigkeit, γ den Lorentz-Faktor des Elektrons und θ den Winkel der Beobachtungsrichtung relativ zur Elektronenbahn. Die Gesamtintensität der Strahlung ergibt sich aus der phasenrichtigen Summation über alle Beiträge längs der Elektronenbahn. Bei dieser Summation bleiben lediglich Beiträge aus einem direkt an der Grenzfläche liegenden zylindrischen Volumen rund um die Elektronenbahn übrig, alle anderen interferieren destruktiv mit gegenphasigen Beiträgen. Definiert man als maximal zulässige Phasenverschiebung für konstruktive Interferenz¹ $\Delta\phi_{\max} = 2$, so ergibt sich als sog. Kohärenzvolumen ein Zylinder mit Durchmesser $r_\perp^{\max} = \frac{2c}{\omega\theta}$ und Länge $r_\parallel^{\max} = \frac{4c}{\omega} (\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_i)^{-1}$, wobei die Länge des Zylinders seinen Durchmesser weit übersteigt². Die Kohärenzlänge $r_\parallel^{\max}$ ist demnach die Strecke

¹In der Wahl der oberen Grenze herrscht keine Einigkeit in der Literatur: Neben der maximalen Phasenverschiebung von 2 findet man auch Werte von 1 oder π .

²Für Nickel beträgt bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 10$ keV, dem Lorentz-Faktor des MAMI von 1673, einem Beobachtungswinkel von $\theta = 1/\gamma \simeq 0.6$ mrad und einer Dispersion von $1.72 \cdot 10^{-5}$ [Hen93] der Durchmesser nur $r_\perp^{\max} = 66.0$ nm, während die Kohärenzlänge mit $r_\parallel^{\max} = 2.19 \mu\text{m}$ um einen Faktor 33 größer ist.

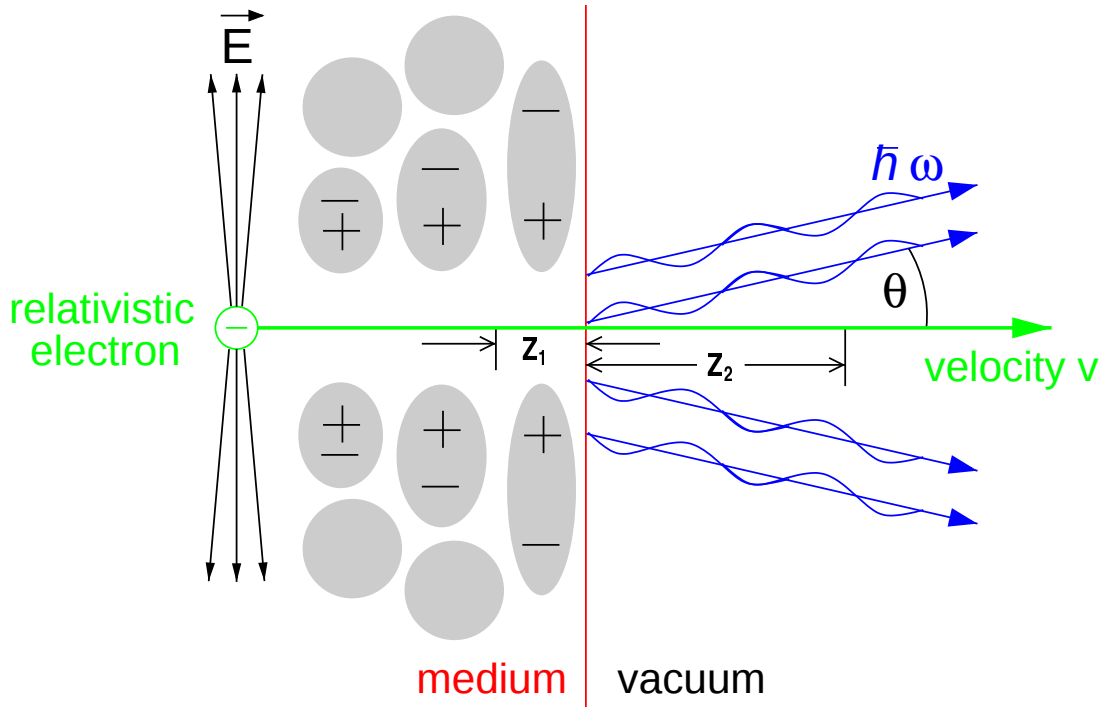


Abbildung 2.3.: Entstehung der Übergangsstrahlung. Das $\vec{E}$ -Feld des relativistischen Elektrons bewirkt innerhalb der Formationslänge Z_1 an der Grenzfläche Medium–Vakuum im Medium zeitlich veränderliche Dipole, die Quellen der Strahlung sind. Auf Grund der relativistischen Kinematik erfolgt die Abstrahlung bevorzugt in einen Vorwärtskegel mit halbem Öffnungswinkel $\theta \simeq 1/\gamma$.

entlang der Elektronentrajektorie, aus der effektiv Strahlung kommt und die als Formationslänge Z_i bezeichnet wird [Che74]:

$$Z_i(\theta, \omega) = \frac{4c}{\omega} (\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_i)^{-1}. \quad (2.18)$$

Typische Werte der Formationslänge reichen mit dem Lorentz–Faktor des Mainzer Mikrotrons MAMI von $\gamma = 1673$ von wenigen μm in Materie bis hin zu einigen $100 \mu\text{m}$ im Vakuum ($\delta_{\text{vac}} = 0$). In Abb. 2.4 ist der Verlauf der Formationslänge in Abhängigkeit von der Photonenenergie für einige Medien dargestellt.

Die Zahl der von einem Elektron pro relativer Bandbreite ins Raumwinkelement $d\Omega$ ausgesandten Photonen ist im wesentlichen gegeben durch das Quadrat der Differenz der Formationslängen der beiden die Grenzfläche bildenden Medien mit Index 1 bzw. 2 [Che74]³:

$$\frac{d^2 N}{(d\hbar\omega/d\hbar\omega)d\Omega} = \frac{\alpha\theta^2\omega^2}{16\pi^2 c^2} (Z_1(\theta, \omega) - Z_2(\theta, \omega))^2. \quad (2.19)$$

Die Strahlung ist auf Grund der relativistischen Kinematik scharf in einen Vorwärtskegel mit Öffnungswinkel $2/\gamma$ gebündelt, wobei aus Symmetriegründen auf der Achse keine Strahlung emittiert wird, vgl. Abb. 2.5a. Das Spektrum ist breitbandig und reicht bis hin zur Grenzernergie $\hbar\omega_c = \gamma\hbar\omega_p$, wobei ω_p die durch Gl. (2.16) definierte Plasmafrequenz des betrachteten Mediums darstellt, vgl. Abb. 2.5b. Mit dem Lorentz–Faktor des Mainzer Mikrotrons MAMI von $\gamma = 1673$ ergibt sich ein ty-

³Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimenten wurde TR ausschließlich an Grenzflächen zum Vakuum ($\delta_{\text{vac}} \equiv 0$) erzeugt.

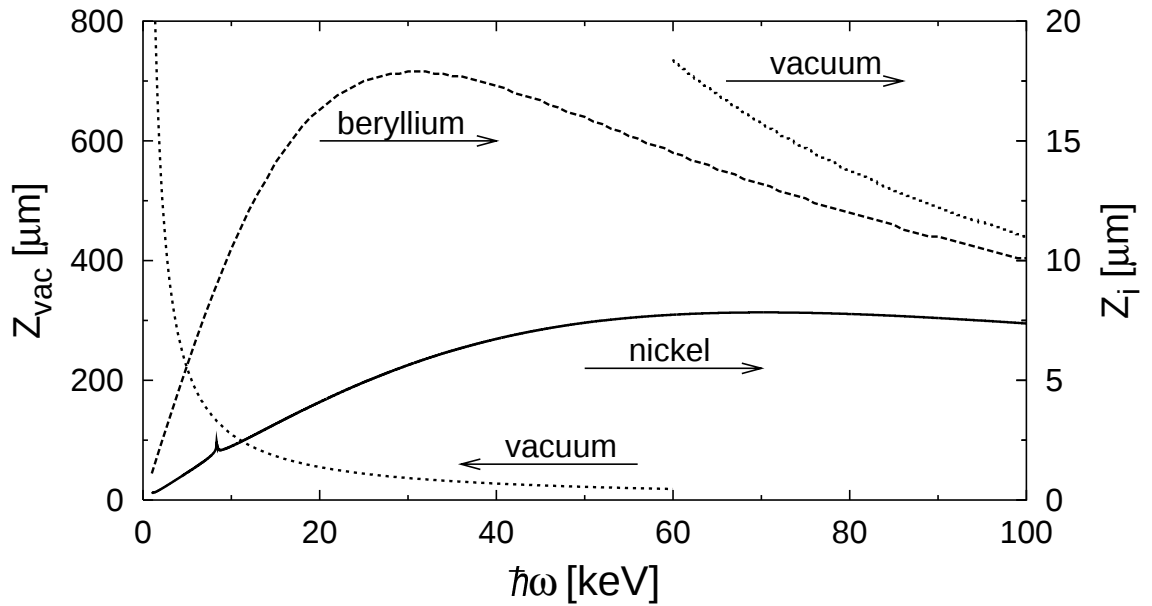


Abbildung 2.4.: Formationslänge Z_i nach Gl. (2.18) in verschiedenen Medien bei einer Elektronenenergie $E = 855$ MeV und bei Beobachtung unter dem Winkel $\theta = 1/\gamma = 0.6$ mrad. Die Kurve für Vakuum bezieht sich bis zu $\hbar\omega = 60$ keV auf die linke Ordinate, für $\hbar\omega > 60$ keV ebenso wie die Kurven für Beryllium und Nickel auf die rechte Ordinate.

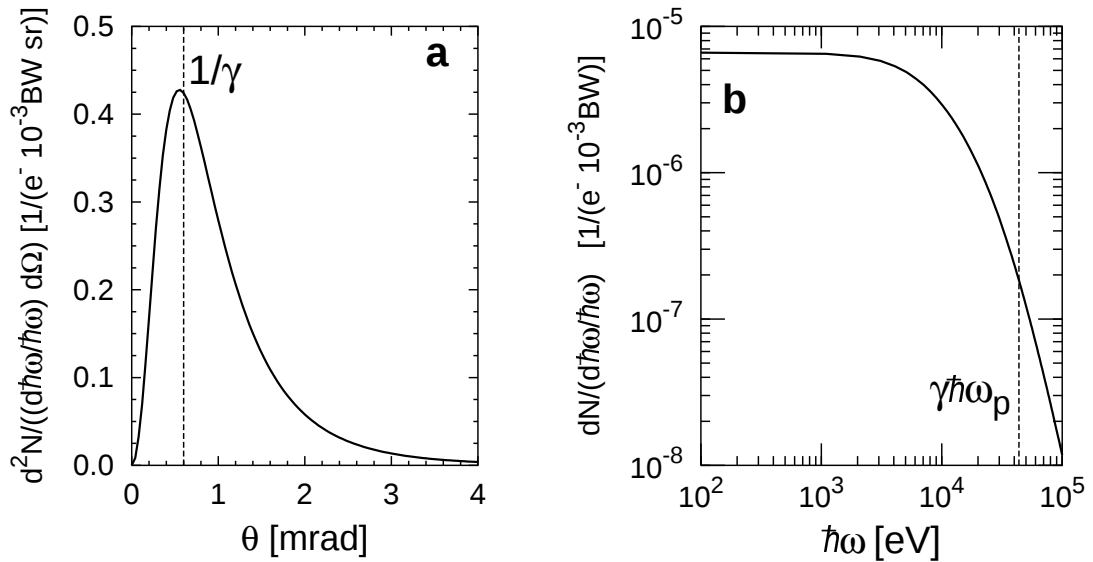


Abbildung 2.5.: Eigenschaften der Übergangsstrahlung von 855 MeV-Elektronen am Beispiel des Durchtritts durch die Grenzfläche Beryllium–Vakuum. a) Winkelverteilung der Übergangsstrahlung eines Elektrons bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 10$ keV. Der Winkel maximaler Intensität liegt näherungsweise bei $\theta_{max} \simeq 1/\gamma = 0.6$ mrad. Auf der Achse bei 0 mrad wird keine Strahlung emittiert. b) Über den Raumwinkel integrierte Intensität als Funktion der Photonenenergie $\hbar\omega$ in doppeltlogarithmischer Darstellung. Oberhalb der Grenzenenergie $\hbar\omega_c = \gamma\hbar\omega_p^{Be} = 44$ keV wird die Intensität der Röntgenstrahlung sehr schnell sehr klein.

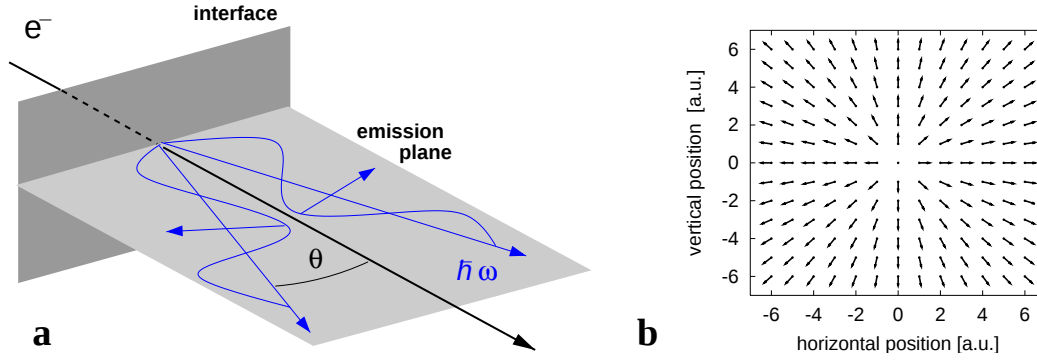


Abbildung 2.6.: Polarisation der Übergangsstrahlung. a) Die an der Grenzfläche emittierten TR-Photonen sind jeweils linear in der Emissionsebene polarisiert, die durch die Elektronen- und die Photonenrichtung aufgespannt wird. b) In der Detektorebene beobachtet man daher eine radiale Polarisation. Der Punkt (0,0) entspricht der Elektronenstrahlrichtung.

pischer Emissionswinkel der Übergangsstrahlung von $\theta \simeq 0.6$ mrad und für die Grenzfläche Vakuum–Beryllium mit einer Plasmaenergie $\hbar\omega_p^{Be} = 26.1$ eV eine Grenzenergie von etwa 44 keV. Das Spektrum reicht somit bis in den harten Röntgenbereich. Die Übergangsstrahlung ist radial polarisiert, d.h. die emittierten elektromagnetischen Wellen schwingen jeweils in der Ebene, die durch die Elektronen- und die Photonenrichtung aufgespannt wird (vgl. Abb. 2.6).

Passiert das Elektron mehrere Grenzflächen hintereinander, so wird an jeder Grenzfläche TR emittiert (vgl. Abb. 2.7). Die einzelnen Beiträge sind kohärent, d.h. sie besitzen eine feste Phasenbeziehung. Die relative Phase ϕ_i für an zwei hintereinander befindlichen Grenzflächen emittierte Wellen ist gegeben durch [Che74]:

$$\phi_i = 2 \frac{l_i}{Z_i}, \quad (2.20)$$

wobei l_i die Dicke und Z_i die Formationslänge des zwischen den Emissionsorten befindlichen Mediums mit Index i ist. Für eine Anordnung von mehr als zwei Grenzflächen müssen alle Phasen auf einen gemeinsamen Referenzpunkt bezogen werden. Befinden sich unterschiedliche Medien zwischen dem Emissionsorten und dem Referenzpunkt, so sind die nach Gl. (2.20) für jedes einzelne Medium zu berechnenden Phasen ϕ_i aufzusummieren.

Die an der Vorder- und an der Rückseite einer Folie emittierte Strahlungsintensität $|A_i|^2$ ergibt sich aus der nach Gl. (2.19) berechneten Intensität der Einzelgrenzfläche multipliziert mit einem Term F_2 , der die Interferenz der an den beiden Grenzflächen emittierten Strahlung beschreibt [Che74]:

$$|A_i|^2 = \frac{d^2 N}{(d\hbar\omega/d\Omega) d\Omega} \cdot F_2. \quad (2.21)$$

Unter Berücksichtigung der Absorption der an der Vorderseite der Folie emittierten Strahlung in der Folie selbst berechnet sich der Interferenzterm F_2 zu [Fab75]:

$$F_2 = 1 + e^{-\sigma_i} - 2e^{-\sigma_i/2} \cos\left(2 \frac{t_i}{Z_i}\right) \quad \text{mit} \quad \sigma_i = 2 \frac{\omega}{c} \beta_i t_i. \quad (2.22)$$

Hier t_i bezeichnet die Foliendicke. Der Interferenzterm F_2 und damit die erzeugte TR werden maximal, wenn der Cosinus minimal ist. Dies führt zur Bedingung

$$t_i^{opt} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi Z_i \quad \text{mit} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.23)$$

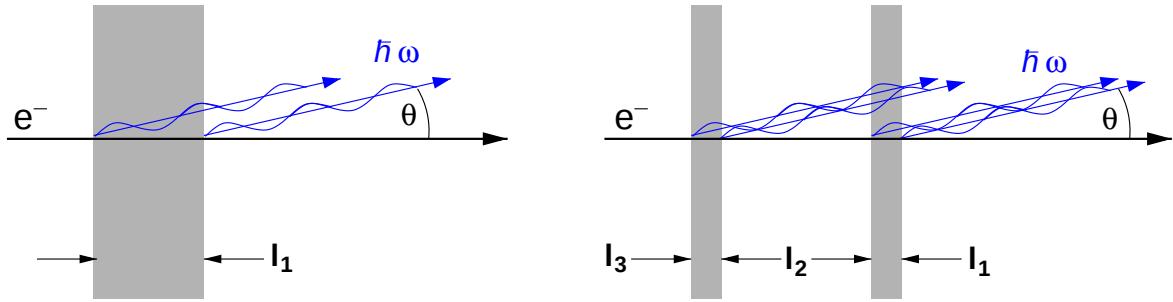


Abbildung 2.7.: Die an Vorder– und Rückseite einer Folie (links) bzw. an mehreren Folien (rechts) emittierten Strahlungsbeiträge addieren sich kohärent.

für die optimale Foliendicke t_i^{opt} . Zu beachten ist hierbei jedoch, dass die Formationslänge Z_i eine Funktion der Photonenenergie und des Beobachtungswinkels ist (vgl. Gl. (2.18)). Daher lässt sich Gl. (2.23) immer nur für einen Parametersatz exakt erfüllen.

2.3. Monochromatisierung durch Bragg–Reflexion

2.3.1. Bragg–Reflexion

Um Röntgenstrahlung energieselektiv nachweisen zu können, benötigt man ein Spektrometer. Im Röntgenbereich bei Quantenenergien oberhalb 2 keV bietet sich hierzu die Bragg–Reflexion an Einkristallen an. Erläuterungen der dynamischen Theorie der Röntgenstreuung an Kristallen finden sich in Lehrbüchern [Jam62, Pin84, Zac94], sowie zusammengefasst in Übersichtsartikeln [Bat64, Cac87]. In diesem Abschnitt sollen nur die für das Verständnis des als Teil des TR–Interferometers aufgebauten Spektrometers wichtigen Grundlagen wiedergegeben werden.

Beim Eintritt einer elektromagnetischen Welle in einen perfekten Einkristall kommt es zur kohärenten Streuung der Welle an den Elektronen der Gitteratome. Untersuchungen im Rahmen der klassischen Elektrodynamik zeigen, dass auf Grund der Gitterperiodizität für unter einem gegebenen Winkel θ_B relativ zu den Netzebenen des Kristalls einfallende Wellen bestimmter Wellenlänge keine Lösungen der Maxwell–Gleichungen existieren, die in den Kristall eindringen können. Wellen dieser Energie werden folglich totalreflektiert. Dieser Effekt wird zur Monochromatisierung ausgenutzt. Die im Kristall “verbotene” Wellenlänge ist dabei in guter Näherung⁴ gegeben durch die Bragg–Beziehung (vgl. Abb. 2.8):

$$n \lambda = 2 d_{hkl} \sin \theta_B \quad \text{bzw.} \quad \hbar \omega = \frac{n \pi \hbar c}{d_{hkl} \sin \theta_B}. \quad (2.24)$$

Hier bezeichnet n die Ordnung der Reflexion, λ die Wellenlänge der Strahlung, d_{hkl} den Netzebenenabstand der Netzebene mit den Miller–Indices $[hkl]$ und θ_B den Bragg–Winkel. Die Wellenlänge hängt dabei über $\lambda = 2\pi\hbar c / (\hbar\omega)$ mit der Photonenenergie $\hbar\omega$ zusammen. Für kubische Kristalle wie Silizium kann der Netzebenenabstand durch

$$d_{hkl} = \frac{a_0}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \quad (2.25)$$

⁴Bei der geometrischen Herleitung der Bragg–Beziehung wird die im Röntgenbereich sehr kleine Dispersion vernachlässigt, die eine Brechung beim Ein– und Austritt der Welle in den Kristall verursacht.

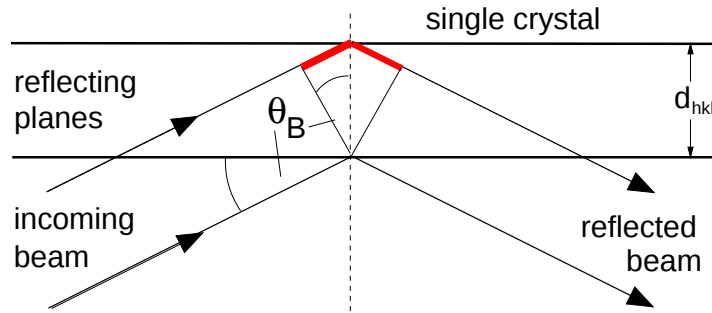


Abbildung 2.8.: Bragg-Reflexion an Einkristallen. Nur wenn der Gangunterschied zwischen zwei an benachbarten Netzebenen des Einkristalls reflektierten Strahlen (fett gezeichnet) ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge beträgt, kommt es zur konstruktiven Interferenz.

berechnet werden, wobei a_0 die lineare Dimension der Einheitszelle bezeichnet. Für Silizium ist $a_0 = 5.430741 \cdot 10^{-10}$ m bei einer Temperatur $T = 298.2$ K [Bur91]. In Tabelle 2.1 auf S. 16 sind die Abstände einiger Netzebenen [hkl] für Silizium angegeben.

2.3.2. Darwin–Prins–Kurve

In einem schmalen Winkelintervall um den nach Gl. (2.24) berechneten Bragg–Winkel findet man nachweisbare Intensitäten im reflektierten Strahl. Die “intrinsische Reflexionskurve” oder “Darwin–Prins–Kurve” zeigt den Reflexionsfaktor $R = I_r/I_0$ für Strahlung fester Energie als Funktion des Einfallswinkels bzw. als Funktion der Abweichung vom Bragg–Winkel $\Delta\theta$. Hierbei ist I_0 die Intensität der einfallenden Welle, I_r die Intensität der reflektierten Welle. Abbildung 2.9 zeigt die Darwin–Prins–Kurven für die Reflexion von 10 keV–Röntgenstrahlung an der [111]–Ebene des Siliziums. Die Kurven sind nicht beim Bragg–Winkel, also bei $\Delta\theta = 0$ zentriert, da in Gl. (2.24) die aus der Dispersion im Kristall resultierende Brechung der einfallenden Welle im Kristall vernachlässigt ist. Die Asymmetrie der Kurve ist eine Folge der Absorption im Kristall. Gezeigt sind für zwei unterschiedliche Polarisierungen gerechnete Kurven: π –polarisierte Strahlung ist in der durch ein– und ausfallenden Strahl definierten Streuebene polarisiert, σ –polarisierte Strahlung senkrecht zur Streuebene. Die volle Halbwertsbreite der intrinsischen Reflexionskurve $\Delta\theta_{intr}$ kann durch

$$\Delta\theta_{intr} = \frac{2P|\chi_{rh}|}{\sin(2\theta_B)} \quad (2.26)$$

abgeschätzt werden [Bea74], wobei P einen Polarisationsterm und χ_{rh} die Fourier–Komponente der dielektrischen Suszeptibilität bezeichnet. Der Polarisationsterm kann durch

$$P = \begin{cases} 1 & , \sigma\text{–Polarisation} \\ \cos(2\theta_B) & , \pi\text{–Polarisation} . \end{cases} \quad (2.27)$$

berechnet werden [Jam62], während χ_{rh} durch

$$\chi_{rh} = -\frac{r_0 \lambda^2 |F_h|}{\pi V} \quad (2.28)$$

gegeben ist [Bea74]. Hier bezeichnet $r_0 = 2.818 \cdot 10^{-15}$ m den klassischen Elektronenradius, $|F_h|$ den Betrag des Strukturfaktors des Kristalls und V das Volumen der Einheitszelle. Wegen Gl. (2.26) und (2.27) ist das Verhältnis der Breiten für die beiden verschiedenen Polarisierungen gerade durch $\cos(2\theta_B)$ gegeben. Jede lineare Polarisation kann als Überlagerung der beiden Extremfälle σ – und

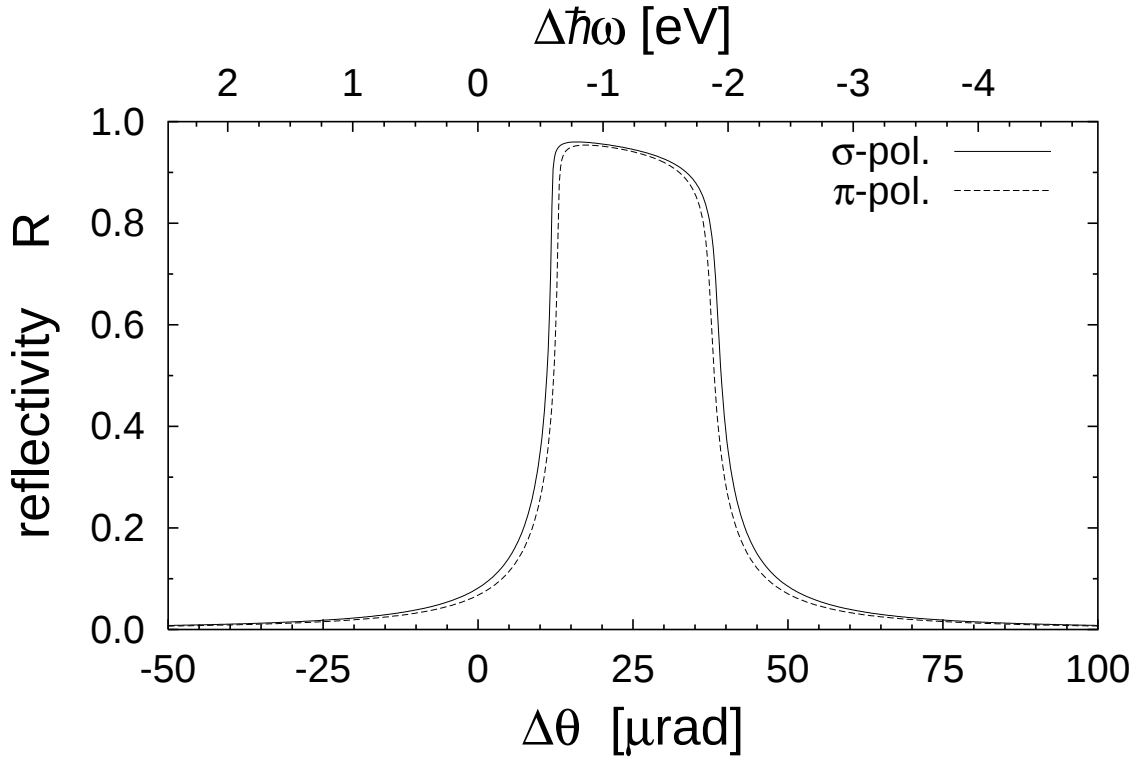


Abbildung 2.9.: Reflexion von 10 keV–Röntgenstrahlung an der [111]–Ebene des Siliziums. Die beiden Darwin–Prins–Kurven zeigen die Reflektivität $R = I_r/I_0$ als Funktion der Abweichung $\Delta\theta = \theta_e - \theta_B$ des Einfallswinkels θ_e vom Bragg–Winkel $\theta_B = 11.40^\circ$ für σ – bzw. π –Polarisation. Die Kurven liegen nicht zentriert bei $\Delta\theta = 0 \mu\text{rad}$, da bei der Berechnung des Bragg–Winkels nach Gl. (2.24) die Dispersion im Kristall vernachlässigt wird. Die obere Energieachse ergibt sich aus der Umrechnung gemäß Gl. (2.30) der Winkelabweichung $\Delta\theta$ in eine Energieabweichung $\Delta\hbar\omega$. Aus der Breite der Kurve kann so direkt die Energieauflösung des Reflexes abgelesen werden. Die Fläche unter der Reflexionskurve ist ein Maß für die Gesamtintensität im Reflex.

π –Polarisation beschrieben werden. Die Fläche unter der Darwin–Prins–Kurve $R(\theta)$ ist proportional zur Gesamtintensität I_R des reflektierten Strahls und kann durch

$$I_R = \int_{-\infty}^{\infty} R(\theta) d\theta = \frac{8r_0 P \lambda^2 |F_h| e^{-B}}{3\pi V \sin(2\theta_B)} \quad (2.29)$$

berechnet werden [Jam62], wobei e^{-B} den Debye–Waller–Faktor bezeichnet. Die Gesamtintensität ist wegen des auftretenden Polarisationsfaktors P bei einfallender π –polarisierter Strahlung daher um $\cos(2\theta_B)$ geringer als bei σ –polarisiertem Licht. Bei der Reflexion bleibt die Polarisationsrichtung erhalten.

2.3.3. Beiträge zur Energieauflösung

Die Ableitung von Gl. (2.24) ergibt folgende Gleichung, die es gestattet, eine Abweichung des Einfallswinkels $\Delta\theta$ in einen Energieunterschied $\Delta\hbar\omega$ umzurechnen:

$$\frac{\Delta\hbar\omega}{\hbar\omega} = - \frac{\Delta\theta}{\tan\theta_B} . \quad (2.30)$$

Tabelle 2.1.: Netzebenenabstände d_{hkl} und intrinsische Energieauflösung $\Delta\hbar\omega_{intr}/(\hbar\omega)$ von Silizium-Einkristallen für verschiedene Netzebenen mit den Miller-Indices [hkl] nach Beaumont und Hart [Bea74].

[hkl]	d_{hkl} [m]	$\Delta\hbar\omega_{intr}/(\hbar\omega)$
[111]	$3.135 \cdot 10^{-10}$	$1.3 \cdot 10^{-4}$
[333]	$1.045 \cdot 10^{-10}$	$8.1 \cdot 10^{-6}$
[220]	$1.920 \cdot 10^{-10}$	$5.6 \cdot 10^{-5}$
[440]	$9.600 \cdot 10^{-11}$	$8.9 \cdot 10^{-6}$
[660]	$6.400 \cdot 10^{-11}$	$2.2 \cdot 10^{-6}$
[880]	$4.800 \cdot 10^{-11}$	$6.6 \cdot 10^{-7}$
[400]	$1.357 \cdot 10^{-10}$	$2.3 \cdot 10^{-5}$

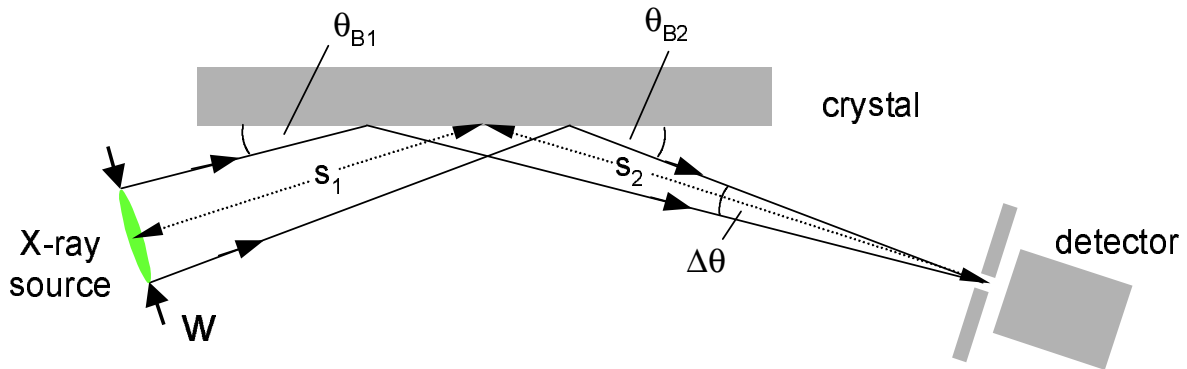


Abbildung 2.10.: Geometrischer Beitrag zur Energieauflösung. Eine Quellfleckbreite w führt zu einer Winkelunsicherheit $\Delta\theta = \theta_{B2} - \theta_{B1} \simeq (w/S)$ wo $S = s_1 + s_2$ der Abstand der Quelle vom Detektor ist. Die Winkelbreite $\Delta\theta$ kann nach Gl. (2.30) in eine Energieverbreiterung umgerechnet werden. Der Einfluss endlicher Ortsauflösung des Detektors ergibt sich in gleicher Weise.

Das negative Vorzeichen bedeutet, dass eine Vergrößerung des Bragg-Winkels zu einer Verringerung der beobachteten Energie führt. Gleichung (2.30) führt auf eine weitere Interpretation der Darwin-Prins-Kurve: Für auf den Kristall einfallende, polychromatische Röntgenstrahlung ergibt sich aus der Breite der Reflexionskurve durch Umrechnung mit Gl. (2.30) die "intrinsische" Energieauflösung des Kristalls. Dies gilt strenggenommen nur unter der Voraussetzung, dass der atomare Streufaktor der Gitteratome und damit die Darwin-Prins-Kurve selbst nicht energieabhängig ist, was oberhalb von Absorptionskanten jedoch in guter Näherung der Fall ist. In dieser für die meisten Betrachtungen ausreichenden Näherung ist unabhängig von der betrachteten Photonenenergie die relative Energieauflösung $\Delta\hbar\omega_{intr}/(\hbar\omega)$ nur von der Wahl der Netzebene abhängig. In Tabelle 2.1 sind die für Silizium-Einkristalle von Beaumont und Hart [Bea74] berechneten Auflösungen zusammengestellt. Durch die Wahl der Netzebene kann daher die intrinsische Auflösung in weiten Grenzen an die experimentellen Anforderungen angepasst werden.

Neben der intrinsischen Auflösung gibt es geometrische Beiträge zur Gesamtauflösung, wie in Abb. 2.10 schematisch dargestellt ist. Kommt es auf Grund endlicher Quellgröße oder endlicher Ortsauflösung

ung des Detektors zu einer Mischung von möglichen Bragg–Winkeln mit einer Streuungsbreite von

$$\Delta\theta_{geom} = 2 \arctan\left(\frac{w}{2S}\right) \simeq \left(\frac{w}{S}\right) \quad , \quad (2.31)$$

so führt diese Winkelunsicherheit $\Delta\theta_{geom}$ zu einer Energieunschärfe, die nach Gleichung (2.30) berechnet werden kann. Hier bezeichnet S den Abstand der Quelle vom Detektor, w die Quellfleckgröße bzw. die Ortsauflösung des Detektors. Insbesondere bei kleinen Bragg–Winkeln werden diese geometrischen Beiträge dominant, da dann der Term $1/\tan\theta_B$ in Gl. (2.30) und damit die geometrische Energieverbreitung sehr groß wird, während die intrinsische Auflösung nicht vom Bragg–Winkel abhängt, sondern für alle Energien durch die in Tab. 2.1 zusammengestellten Werte gegeben ist. Ein möglicher weiterer Beitrag zur Energieauflösung auf Grund von Temperaturschwankungen des Einkristalls wird in Kap. 5.2 untersucht.

Die unter Berücksichtigung aller genannten Beiträge resultierende Energieauflösung ergibt sich als die Faltung der jeweiligen Auflösungsfunktionen. Nähert man diese als Gauß–Funktionen an, so erhält man als Gesamtbreite die quadratische Addition der Einzelbreiten. Für das in dieser Arbeit beschriebene Experimente betrug die volle Halbwertsbreite der Auflösungsfunktion 2.4 eV bei Verwendung der [111]–Netzebene eines Silizium–Einkristalls und einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 8.3$ keV (s. Kap. 5.1.1).

2.3.4. Dispersive Abbildung am ebenen Kristall

Im hier beschriebenen Experiment wurden ebene Einkristalle eingesetzt. Von den TR–Folien divergent ausgesandte, polychromatische Röntgenstrahlen werden daher unter unterschiedlichen Bragg–Winkeln an den Netzebenen des Kristalls gestreut. Nach Gl. (2.30) verursacht eine Winkeldifferenz $\Delta\theta$ jedoch eine Energieverschiebung $\Delta\hbar\omega$. Die gesamte Winkelbreite ist gerade durch den Öffnungswinkel des TR–Kegels gegeben. Sie beträgt näherungsweise $2/\gamma$, wo γ den Lorentz–Faktor des Elektronenstrahls bezeichnet. Da bei der Bragg–Reflexion der Einfallswinkel gleich dem Ausfallswinkel ist, ergibt sich so eine divergente Abbildung, die in der Detektorebene die Rekonstruktion der Emissionscharakteristik ermöglicht: Von der Quelle unter konstantem Emissionswinkel ausgesandte Photonen bilden eine Ellipse auf dem ebenen Kristall und werden in der Detektorebene auf einem Kreis nachgewiesen. Dabei ist der Reflex jedoch wegen der auftretenden unterschiedlichen Bragg–Winkel dispersiv, wie dies in Abb. 2.11 durch die Energieachse in der Detektorebene angedeutet ist.

In Verbindung mit einem ortsauflösenden Detektor wie einer pn–CCD erlaubt daher die Monochromatisierung am ebenen Einkristall die gleichzeitige Beobachtung von Photonen unter verschiedenen Beobachtungswinkeln und bei verschiedenen Photonenenergien. Für eine zentrale Photonenenergie von 10 keV und die in Kapitel 4 näher beschriebene Experimentgeometrie liegen die gleichzeitig messbaren $(\hbar\omega, \theta)$ –Kombinationen innerhalb der in Abbildung 2.12 dargestellten Fläche.

Die gleichzeitige Messung aller Punkte im bezeichneten Parameterraum verringert die nötige Messzeit erheblich. Aus diesem Grund wurde dieses Spektrometerkonzept als Bestandteil des Übergangsstrahlungs–Interferometers gewählt. Dessen Funktionsweise wird im folgenden Kapitel dargestellt.

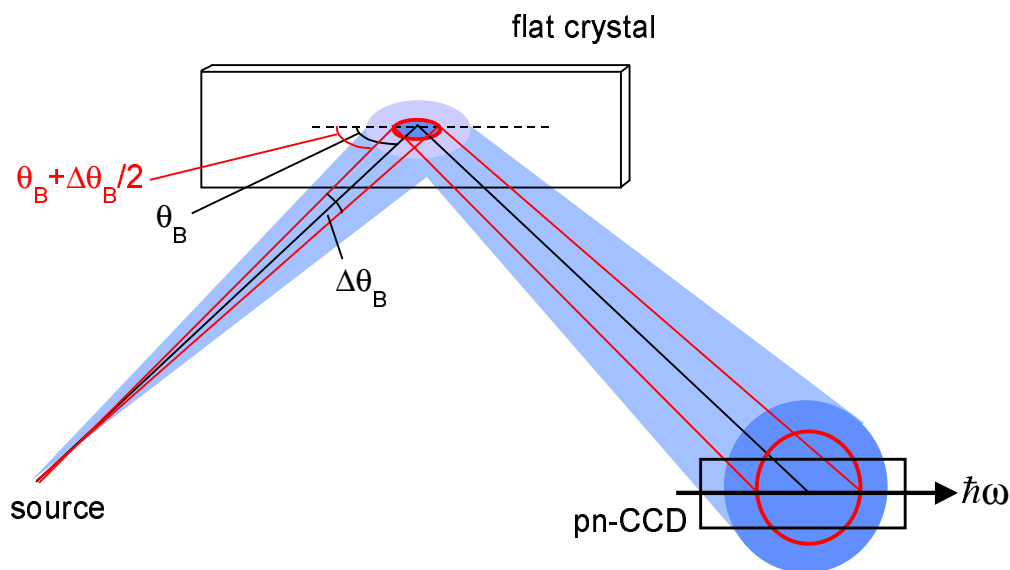


Abbildung 2.11.: Dispersive Abbildung am ebenen Einkristall. Von der energetisch breitbandigen Quelle (*source*) divergent ausgesandte Strahlen treffen auf dem Kristall innerhalb eines elliptischen Bereiches auf und werden in einen Kreis in der Detektorebene (*detection plane*) abgebildet. Da die Strahlen am ebenen Kristall jedoch unter unterschiedlichen Bragg–Winkeln reflektiert wurden, ist der Reflex dispersiv. Dies ist durch die in der Detektorebene eingezeichnete Energieachse angedeutet. Schematisch als Rechteck ist ein ortsauflösender Detektor (*pn–CCD*) eingezeichnet, der die simultane Beobachtung unter unterschiedlichen Winkeln und Photonenenergien erlaubt.

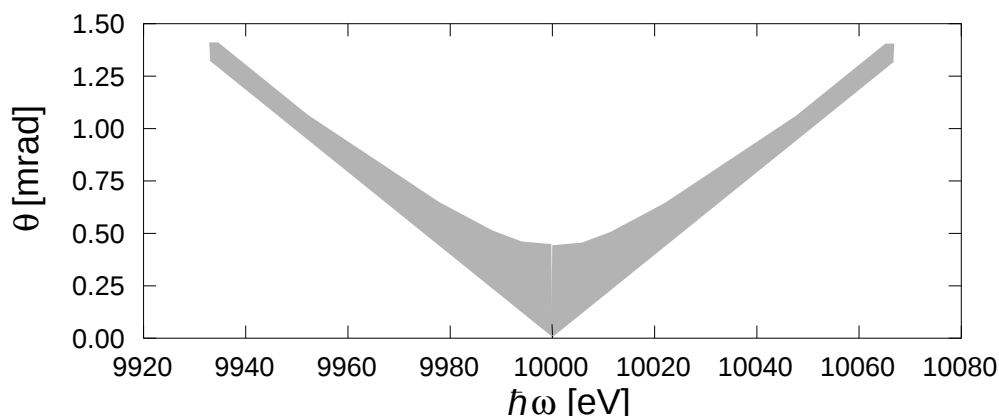


Abbildung 2.12.: Parameterraum bei dispersiver Abbildung. Die simultan messbaren $(\hbar\omega, \theta)$ -Kombinationen bilden die grau eingefärbte Fläche. Folgende Parameter wurden für die Berechnung verwendet: Abstand Quelle—Detektor 11.0 m, mittlere Photonenenergie $\hbar\omega = 10$ keV, Reflexion an Silizium [111], $\theta_B = 11.40^\circ$, Detektorausdehnung 3 cm horizontal und 1 cm vertikal (vgl. Abb. 2.11), Zentrum des Reflexes mittig auf dem Detektor.

3. Allgemeine Beschreibung des Übergangsstrahlungs-Interferometers

In diesem Kapitel wird in Abschnitt 3.1 zunächst ausgehend von den in Kapitel 2.2 dargestellten Eigenschaften der Übergangsstrahlung das Prinzip eines idealisierten TR-Interferometers und in Abschnitt 3.2 die möglichen Messverfahren vorgestellt. Danach wird in Abschnitt 3.3 die Auswahl der Folien beschrieben. Die Kohärenz als wesentliche Eigenschaft des Interferometers wird in Abschnitt 3.4 definiert, bevor die sich im realen Experiment ergebenden Ursachen für Kohärenzverlust in Abschnitt 3.5 theoretisch untersucht werden.

3.1. Prinzip

Mit der Wahl von Übergangsstrahlung als Röntgenquelle muss das einfache, in Abb. 1.1 vorgestellte Interferometerprinzip abgewandelt werden: Da die Probe zwischen den eigentlichen Röntgenquellen ebenfalls vom Elektronenstrahl getroffen wird, entsteht auch hier an den Grenzflächen zum Vakuum Übergangsstrahlung. Um das Interferometer möglichst einfach zu gestalten, bietet es sich an, die Probe direkt als Quelle 1 zu verwenden¹.

Das Übergangsstrahlungsinterferometer besteht daher aus zwei hintereinander im Elektronenstrahl positionierten dünnen Folien (vgl. Abb. 3.1). Dabei wird jeweils an den Eintritts- und an den Austrittsgrenzflächen der Probefolie 1 mit Dicke t_1 sowie der Referenzfolie 2 mit Dicke t_2 Übergangsstrahlung emittiert. Die an beiden Folien emittierten Strahlungsimpulse haben bei einem Folienabstand d und einem Beobachtungswinkel θ einen Gangunterschied $\Delta(\theta, d)$, der in führender Ordnung durch

$$\Delta(\theta, d) \simeq \frac{1}{2}(\gamma^{-2} + \theta^2)(d - t_2) =: \Delta'(\theta, d) \quad (3.1)$$

gegeben ist. Daraus ergibt sich eine Phasendifferenz $\phi(\theta, d) = \frac{\omega}{c}\Delta(\theta, d) \simeq \frac{\omega}{c}\Delta'(\theta, d)$. Die Relativistik des Emissionsprozesses äußert sich im Auftreten des Faktors γ^{-2} . Durch diesen Faktor wird der makroskopische Abstand d der Folien in einen mikroskopischen Abstand der Wellenzüge Δ untersetzt². Das ist eine Folge der Tatsache, dass die Laufzeit des Elektronenstrahls t_e für die Strecke zwischen Folie 2 und Probefolie 1 nahezu gleich der Laufzeit t_w des in Folie 2 erzeugten Wellenzuges ist. Der Laufzeitunterschied Δt ergibt sich mit der reduzierten Elektronengeschwindigkeit $\beta = v/c$ zu

$$\Delta t = t_e - t_w = \frac{d}{c} \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \simeq \frac{d}{2c} \gamma^{-2}, \quad (3.2)$$

¹ Alternative Folienanordnungen, die rechnerisch und/oder experimentell im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden, werden im Anhang A.1 kurz skizziert.

² Ein Zahlenbeispiel: Bei Beobachtung auf der Achse mit $\theta = 0$ mrad ergibt sich am MAMI mit $\gamma = 1673$, $d = 1$ mm und $t_2 = 10$ μ m ein Abstand der Wellenzüge von $\Delta = 0.18$ nm. Das ist bei einer Röntgenenergie von $\hbar\omega = 7$ keV gerade eine Wellenlänge.

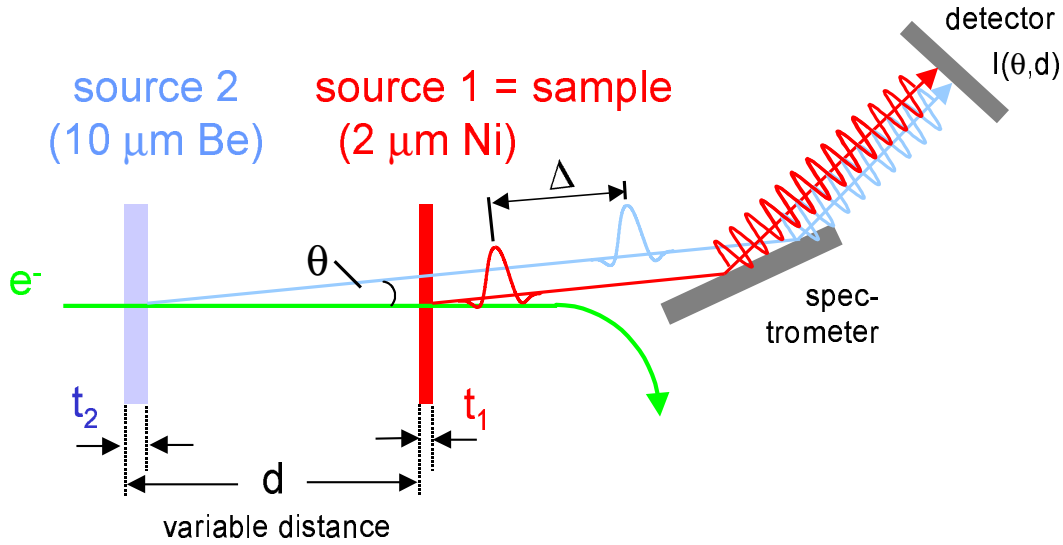


Abbildung 3.1.: Prinzip des TR-Interferometers. Relativistische Elektronen erzeugen in Referenz- und Probefolie jeweils einen Übergangsstrahlungsimpuls. Diese werden im Spektrometer zur Interferenz gebracht und mit einem Röntgendetektor nachgewiesen. Variiert man den Abstand d der Folien, so ändert sich der Abstand $\Delta(\theta, d)$ der Wellenzüge, was zu einer oszillierenden Intensität $I(\theta, d)$ im Detektor führt (s. Abb. 3.2). Im hier beschriebenen Experiment wurde als Referenzfolie 2 (source 2) eine 10 μm dicke Beryllium-Folie und als Probe (source 1) eine 2 μm dicke Nickel-Folie verwendet.

wobei im zweiten Schritt von der relativistischen Näherung $1/\beta \simeq 1 + 1/2\gamma^{-2}$ Gebrauch gemacht wurde. Das Elektron wirkt also als Zeitgeber und löst die TR-Welle in der Probe aus, gerade Δt nachdem die in der Folie 2 erzeugte Welle die Probe passiert hat.

Das Spektrometer dient zur Wellenlängenselektion, d.h. zur Fourier-Analyse der Wellenzüge. Die resultierenden ebenen Wellen interferieren im Detektor, was zu Oszillationen der Intensität $I(\theta, d)$ führt, wenn der Abstand der Folien d oder der Beobachtungswinkel θ variiert wird (vgl. Abb. 3.2). Die Phasenlage und Amplitude dieser Oszillationen enthält die Information über die Dispersion δ_1 und Absorption β_1 der Folie 1, da die von Folie 2 emittierte Welle auf dem Weg zum Detektor die Folie 1 durchdringen muss und dabei eine Phasenverschiebung erleidet und geschwächt wird.

Die Gesamtintensität ergibt sich aus der kohärenten Addition der TR-Amplituden beider Folien zu folgendem Ausdruck [Ket00]:

$$I(\theta, d) = |A_1|^2 + |A_2|^2 e^{-\sigma_1} + 2|A_1||A_2| e^{-\sigma_1/2} \cos \Phi \quad (3.3)$$

$$\text{mit} \quad \Phi = \frac{\omega}{c} \Delta'(\theta, d) + \phi_1 + \arctan \left(\frac{e^{-\sigma_1/2} \sin(\phi_1)}{1 - e^{-\sigma_1/2} \cos(\phi_1)} \right) - \arctan \left(\frac{e^{-\sigma_2/2} \sin(\phi_2)}{1 - e^{-\sigma_2/2} \cos(\phi_2)} \right), \quad (3.4)$$

$$\phi_i = 2 \frac{t_i}{Z_i} = \frac{\omega t_i}{2c} (\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_i), \quad (3.5)$$

$$\sigma_i = 2 \frac{\omega}{c} \beta_i t_i. \quad (3.6)$$

Die Herleitung ist im Anhang A.2 skizziert. Die Größen A_i , t_i , δ_i und β_i bezeichnen die TR-Amplitude, Dicke, Dispersion und Absorption der Folien $i = 1, 2$. Die ersten beiden Terme in Gl. (3.3)

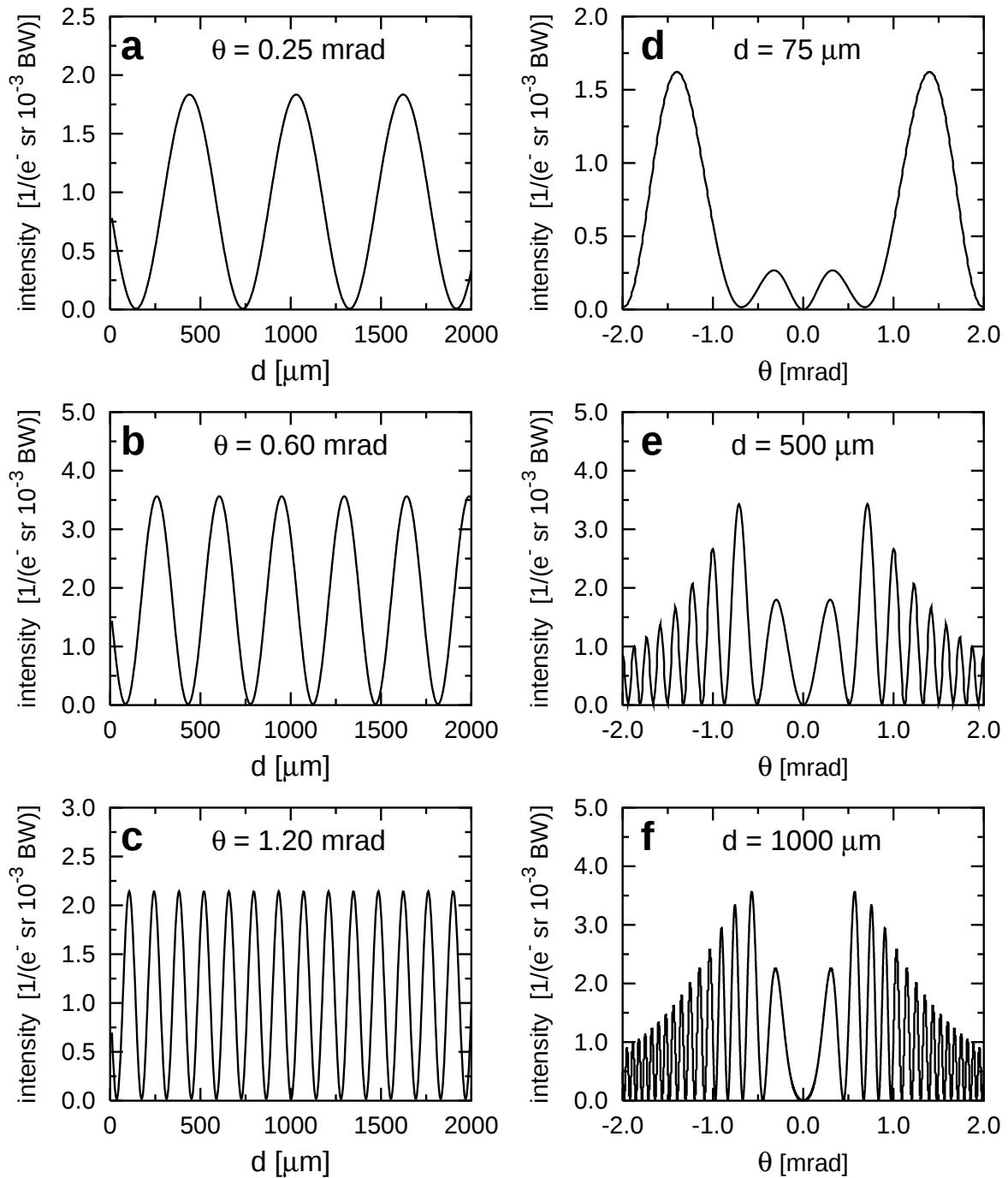


Abbildung 3.2.: Messsignal im idealen interferometrischen Experiment. Für die Berechnung nach Formel (3.3) wurden die im Experiment gewählten Parameter verwendet: Elektronenenergie $E = 855$ MeV, Referenzfolie 2: Beryllium der Dicke $t_2 = 10$ μm , Probefolie 1: Nickel der Dicke $t_1 = 2$ μm , Photonenenergie $\hbar\omega = 10$ keV. Graphen a), b), c): Intensität als Funktion des Folienabstandes d bei festem Beobachtungswinkel θ ; Graphen d), e), f): Intensitätsverlauf als Funktion des Beobachtungswinkels θ bei festem Folienabstand d . In allen Fällen enthält die Phasenlage der Oszillation die Information über die Dispersion der Probefolie $\delta_1(\omega)$.

stellen gerade die inkohärente Summe der Intensitäten der beiden Einzelfolien dar, während der dritte Term die Interferenz der beiden Wellenzüge beschreibt. Deren Phasenlage Φ ist, wie aus Gl. (3.4) ersichtlich, in führender Ordnung bestimmt durch den in Gl. (3.1) eingeführten Gangunterschied $\Delta'(\theta, d)$. Die Dispersion δ_1 der Probefolie führt zu einer Phasenverschiebung ϕ_1 . In diesem Term steckt somit die aus dem Experiment zu extrahierende Information über δ_1 . Die Arcustangens-Terme in Gl. (3.4) resultieren aus der Absorption β_i in den beiden Folien und führen gleichfalls zu Phasenverschiebungen. Unter Verwendung der Abkürzungen

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{\omega}{c} \Delta'(\theta, d) = \frac{\omega}{2c} (\gamma^{-2} + \theta^2) (d - t_2) , \\ \varepsilon_2 &= \phi_1 = \frac{\omega t_1}{2c} (\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_1) , \\ \varepsilon_3 &= + \arctan \left(\frac{e^{-\sigma_1/2} \sin(\phi_1)}{1 - e^{-\sigma_1/2} \cos(\phi_1)} \right) \\ \text{und} \quad \varepsilon_4 &= - \arctan \left(\frac{e^{-\sigma_2/2} \sin(\phi_2)}{1 - e^{-\sigma_2/2} \cos(\phi_2)} \right)\end{aligned}\tag{3.7}$$

sind die Größenverhältnisse der einzelnen Beiträge zur Gesamtphase $\Phi = \sum_{i=1}^4 \varepsilon_i$ für die in dieser Arbeit verwendeten experimentellen Parameter in Abb. 3.3 dargestellt. In allen gezeigten Fällen dominiert der Beitrag ε_1 die Gesamtphase Φ . Lediglich für kleine Folienabstände $d \leq 200 \mu\text{m}$ und bei Beobachtung nahe der Achse mit $\theta \leq 0.1 \text{ mrad}$ sind die Beiträge ε_2 bis ε_4 von vergleichbarer Größe wie ε_1 .

Der Einfluss der Absorption β_1 der Probefolie äußert sich neben dieser Phasenverschiebung auch in der Änderung der Oszillationsamplitude, wie der Term $e^{-\sigma_1/2}$ in Gl. (3.3) zeigt. Dieser Einfluss erlaubt im Prinzip die Extraktion der Absorption β_1 aus den gemessenen Intensitätsoszillationen. Dabei sind jedoch die Parameter β_1 und δ_1 korreliert, so dass sie nicht unabhängig aus den Messungen bestimmt werden können. Folgende Ursachen der Korrelation können bereits anhand der analytischen Formeln ausgemacht werden:

1. Nach Gl. (2.21) und (2.22) bewirkt eine Änderung der Absorption β_1 der Probefolie eine Variation der abgestrahlten TR-Intensität der Einzelfolie. Diese Variation kann zum einen durch Änderung der an einer Grenzfläche abgestrahlten Intensität ausgeglichen werden, was bei sonst festgehaltenen Parametern durch eine Änderung der Formationslänge im Medium und damit nach Gl. (2.19) durch eine geänderte Dispersion δ_1 bewirkt werden kann. Zum anderen kann die Änderung der Einzelfolienintensität auch durch eine Änderung der Phase $2l_1/Z_1$ im Einzelfolien-Interferenzterm in Gl. (2.22) ausgeglichen werden, was ebenso eine Änderung der Dispersion δ_1 voraussetzt.
2. Auch in der Gesamtintensität des Interferometers nach Gl. (3.3) bewirkt eine Änderung der Absorption β_1 eine Variation des Terms $e^{-\sigma_1/2}$, die jedoch im Rahmen der statistischen Fehler einer Messung durch eine Variation der Phase Φ im Cosinus-Term ausgeglichen werden kann. Die Variation der Phase Φ kann nach Glg. (3.4) und (3.5) jedoch bei sonst festgehaltenen Parametern nur durch eine Variation der Dispersion δ_1 bewirkt werden.

Aus den genannten Gründen bewirkt also eine Änderung der Absorption β_1 in der Anpassung von Rechnungen an experimentelle Daten eine korrelierte Änderung der Dispersion δ_1 . Beim Versuch der gleichzeitigen Anpassung von δ_i und β_i lagen die Ergebnisse für die Absorption β_1 um typischerwei-

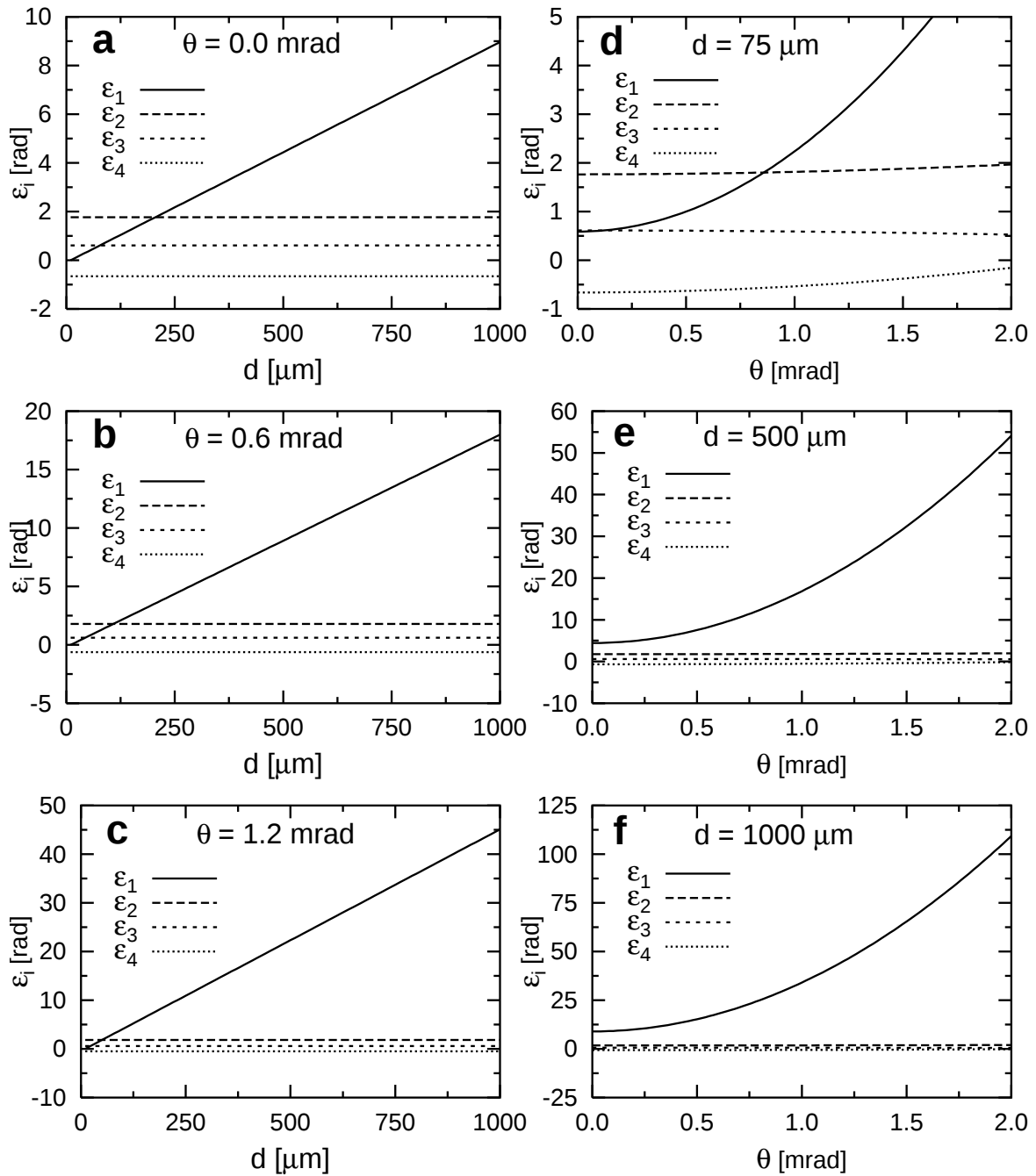


Abbildung 3.3.: Einzelbeiträge zur Gesamtphase nach Gl. (3.7). Die Rechnungen wurden mit folgenden Parametern durchgeführt: Lorentz-Faktor $\gamma = 1673$, Photonenenergie $\hbar\omega = 10$ keV, Folie 1 Nickel mit $t_1 = 2$ μm , $\delta_1 = 1.72 \cdot 10^{-5}$, $\beta_1 = 1.84 \cdot 10^{-6}$ und Folie 2 Beryllium mit $t_2 = 10$ μm , $\delta_2 = 3.41 \cdot 10^{-6}$, $\beta_2 = 8.01 \cdot 10^{-10}$ [Hen93].

Graphen a), b), c): Einzelbeiträge ε_i als Funktion des Folienabstandes d bei festem Beobachtungswinkel θ ; Graphen d), e), f): Einzelbeiträge ε_i als Funktion des Beobachtungswinkels θ bei festem Folienabstand d .

se 20% neben Literaturwerten; die Anpassungsergebnisse der Dispersion δ_1 wichen dazu korreliert um 10% bis 15% von den Ergebnissen von Anpassungen ab, bei denen die Absorption β_1 auf die Literaturwerte festgesetzt wurden. Details der Anpassungen sind in Kap. 6.2 beschrieben. Aus diesen Gründen konnte bei den hier beschriebenen Experimenten nur die Dispersion δ_1 bestimmt werden, während die Absorption β_1 Referenzen [Hen93, Kra95] entnommen werden musste. Dies stellt jedoch keine substantielle Einschränkung dieses Interferometerkonzeptes dar, da die Absorption β_1 verhältnismäßig einfach mit hoher Genauigkeit durch ein Transmissionsexperiment bestimmt werden kann (vgl. auch Kap. 5.1.1).

3.2. Die Messverfahren

Um ϕ_1 und damit $\delta_1(\omega)$ bestimmen zu können, muss bei fester Photonenenergie $\hbar\omega$ entweder der Beobachtungswinkel θ bei festem Folienabstand d (Messverfahren A) oder aber der Folienabstand d bei festem θ (Messverfahren B) variiert und die Intensitätsoszillationen gemessen werden. Beim hier vorgestellten Experiment wurden parallel beide Möglichkeiten verfolgt. Der Einsatz eines ortsauflösenden Detektors erlaubt nämlich auch die Messung der Winkelverteilung.

Vorausgesetzt wird, dass neben den Foliendicken t_i auch die Dispersion $\delta_2(\omega)$ und Absorption $\beta_2(\omega)$ der Referenzfolie 2 bekannt sind. Diese Größen müssen daher entweder durch eine unabhängige Messung bestimmt oder der Literatur [Hen93] entnommen werden. Bei beiden Messverfahren muss der Folienabstand d bekannt sein. Der Abstand setzt sich gemäß

$$d = d_0 + d_r \quad (3.8)$$

aus einem bei der Messung nicht direkt zugänglichen Offset³ d_0 und einem über die relative Verschiebung der Probefolie direkt messbaren Anteil d_r zusammen⁴. Der Offset d_0 kann jedoch auch bei unbekannter Dispersion δ_1 der Probefolie aus einer Anpassung der Winkelverteilung bei konstantem Folienabstand d bestimmt werden. Dies folgt unmittelbar aus den Gl. (3.4) und (3.5): Ein Offset d_0 führt zu einer Phasenverschiebung proportional zu $\theta^2 d_0$, die also quadratisch vom Beobachtungswinkels θ abhängt (vgl. auch Abb. 3.3). Die Dispersion der Probe δ_1 führt dagegen zu einer für alle θ konstanten Phasenverschiebung, so dass in der Anpassung der TR-Winkelverteilung d_0 und δ_1 nicht korreliert sind, sondern beide zugleich bestimmt werden können. Die experimentelle Bestimmung des Offsets d_0 wird in Kapitel 7.1.1 beschrieben.

Bei der Bestimmung von $\delta_1(\omega)$ aus den Phasenlagen der Oszillationen in Abhängigkeit des Abstandes⁵ muss jedoch der Einfluss einer Unsicherheit in der Kenntnis des Abstands-Offsets d_0 beachtet werden. Der Offset d_0 führt zu einer Phasenverschiebung ϕ_{d0} , die Dispersion δ_1 zu einer Phasenverschiebung ϕ_{δ_1} . Da bei der Anpassung nicht zwischen beiden Phasenverschiebungen unterschieden werden kann, führt ein Fehler des Offsets Δd_0 zu einem systematischen Fehler der Dispersion $\Delta \delta_1$, der sich durch Gleichsetzen von ϕ_{d0} und ϕ_{δ_1} berechnen lässt:

$$\phi_{d0} = \frac{\omega d_0}{2c}(\gamma^{-2} + \theta^2) \stackrel{!}{=} \phi_{\delta_1} = \frac{\omega t_1}{2c}(\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_1) \quad (3.9)$$

³Da mögliche deutsche Bezeichnungen für d_0 wie “Nullpunktverschiebung” oder “Nullpunktversatz” zu sperrig erscheinen, wird d_0 im Folgenden als *Offset* bezeichnet.

⁴Im Experiment beträgt die Genauigkeit der Messung der relativen Verschiebung $\Delta d_r = 0.1 \mu\text{m}$, siehe Kap. 4.2.

⁵Diese werden im Folgenden auch kurz als *Abstandsoszillationen* bezeichnet.

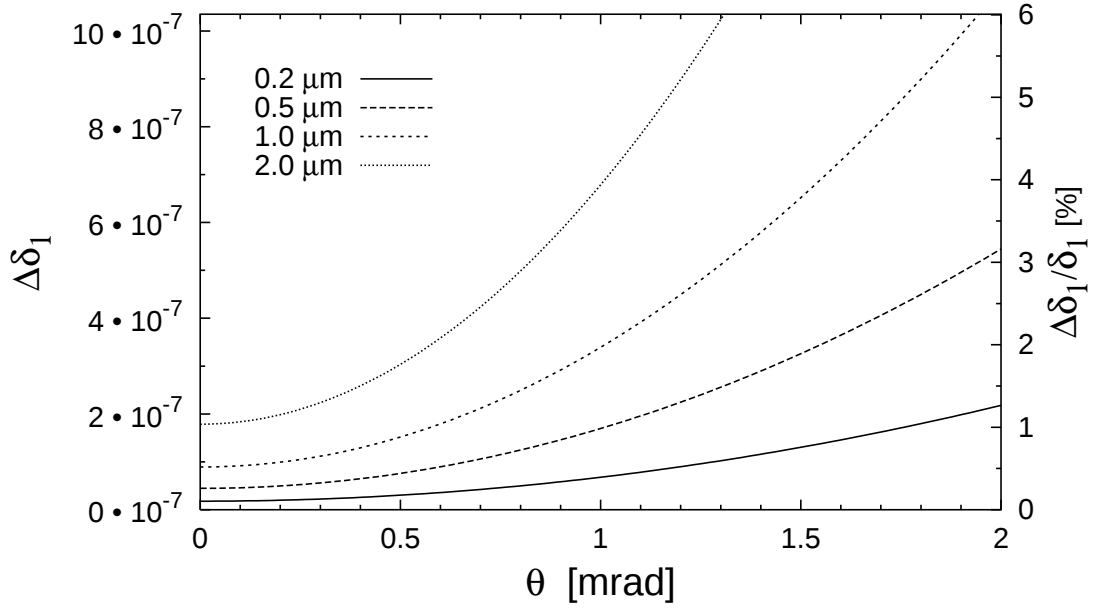


Abbildung 3.4.: Einfluss des Fehlers im Abstands-Offset Δd_0 auf die aus den Interferenzen ermittelte Dispersion δ_1 einer Folie mit einer Dicke von $t_1 = 2 \mu\text{m}$. Die Abweichungen $\Delta\delta_1$ wurden für die im Graphen angegebenen Werte von Δd_0 bei einem Lorentz-Faktor $\gamma = 1673$ nach Gl. (3.10) berechnet. Die rechte Ordinate zeigt die sich bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 10 \text{ keV}$ für Nickel ergebenden relativen Abweichungen vom Literaturwert $\delta_1 = 1.72 \cdot 10^{-5}$ [Hen93]. Alle Kurven sind für positive Δd_0 berechnet, für negative Δd_0 ergeben sich gerade die an der Abszisse gespiegelten Werte für $\Delta\delta_1$.

Auflösen nach δ_1 und partielle Ableitung nach d_0 führt zu:

$$\Delta\delta_1 = \left(\frac{\gamma^{-2} + \theta^2}{2t_1} \right) \Delta d_0. \quad (3.10)$$

Für Beobachtung im Maximum der TR-Intensität bei $\theta = 1/\gamma$ lässt sich Gl. (3.10) weiter umformen und es folgt

$$\Delta\delta_1 = \frac{1}{\gamma^2} \frac{\Delta d_0}{t_1}. \quad (3.11)$$

Demnach ist es bei fest vorgegebener Unsicherheit Δd_0 günstig, bei möglichst großem Lorentz-Faktor γ und bei möglichst großer Foliendicke t_1 zu messen. Aus diesem Grund wurden alle Experimente in Rahmen dieser Arbeit bei der maximalen am Mainzer Mikrotron verfügbaren Strahlenergie mit $\gamma = 1673$ durchgeführt. Die Wahl der Foliendicke t_1 wird in Abschnitt 3.3 beschrieben. Dagegen hat die Genauigkeit bei der Bestimmung der Photonenenergie $\hbar\omega$ nach Gl. (3.11) keinen Einfluss auf den experimentellen Fehler bei der Bestimmung der Dispersion δ_1 , da nach Gl. (3.9) sowohl ϕ_{d0} als auch ϕ_{δ_1} proportional zu ω sind.

Abbildung 3.4 zeigt die sich gemäß Gl. (3.10) für verschiedene Fehler Δd_0 ergebenden systematischen Verschiebungen $\Delta\delta_1$ für eine Nickel-Probefolie einer Dicke von $t_1 = 2 \mu\text{m}$. Um auch bei Beobachtung unter einem Winkel $\theta = 1.0 \text{ mrad}$ die relative Unsicherheit $\Delta\delta_1/\delta_1$ unter 1% zu halten, muss der Fehler $\Delta d_{0,max} \leq 0.5 \mu\text{m}$ sein. Für größere Beobachtungswinkel muss die Unsicherheit noch kleiner sein. Der Minimierung des Fehlers des Abstands-Offsets muss daher besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden.

3.3. Wahl der Folienparameter

Als Material der Interferometerfolie 2 wurde Beryllium ausgewählt. Wegen der geringen Kernladungszahl von $Z = 4$ kann so der Kohärenzverlust infolge Kleinwinkelstreuung der Elektronen in den Folien klein gehalten werden (vgl. Abschnitt 3.5.2). Als Material der Probefolie 1 wurde Nickel gewählt. Da an Nickelproben bereits mehrere Referenzmessungen durchgeführt wurden (vgl. die Zusammenstellung in der Arbeit von Bonse und Hartmann-Lotsch [Bon84]), kann so die Genauigkeit des in dieser Arbeit entwickelten Interferometers mit dem Bonse-Hart-Interferometer [Bon65] verglichen werden. Bei der Wahl der Foliendicken sind sich z.T. widersprechende Forderungen zu beachten:

1. Die von beiden Folien bei der gewählten Photonenenergie $\hbar\omega$ emittierte Übergangsstrahlung sollte möglichst über den gesamten bei der Messung verwendeten Winkelbereich gleich sein, um für alle Winkel θ eine möglichst hohe Kohärenz, d.h. einen möglichst großen Hub der Intensitätsoszillationen zu erhalten (vgl. Gl. (3.12)).
2. Die Folien sollten möglichst dünn sein, um den Einfluss der Streuung in den Folien zu minimieren. Insbesondere sollte daher gemäß Gl. (2.23) das erste Maximum ($m = 0$) zur Bestimmung der optimalen Foliendicke gewählt werden.
3. Die Dicke der Folien sollte nicht zu weit von der nach Gl. (2.23) berechenbaren optimalen Foliendicke abweichen, damit die Intensität der erzeugten Übergangsstrahlung groß ist. Bei $\hbar\omega = 10$ keV und $\theta = 0.6$ mrad ergeben sich mit $m = 0$ (vgl. Punkt 2) optimale Foliendicken von $t_2 = 16.6 \mu\text{m}$ für die Berylliumfolie und $t_1 = 3.54 \mu\text{m}$ für die Nickelprobefolie. Abweichungen von diesen Foliendicken führen zur Reduktion des Photonenflusses, was allerdings durch die Erhöhung des Elektronenstrahlstroms kompensiert werden kann, solange dabei nicht zu viel Untergrundstrahlung (z.B. im Strahlfänger) erzeugt wird.
4. Die durch die Probefolie 1 erzeugte Phasenverschiebung ϕ_1 ist nach Gl. (3.5) direkt proportional zur Foliendicke t_1 . Fordert man beispielsweise eine minimale Phasenverschiebung in der Probefolie von $\pi/4$, so ergibt sich am MAMI mit $\gamma = 1673$, $\hbar\omega = 10$ keV und $\theta = 0.6$ mrad für eine Nickelprobe eine minimale Dicke von $t_1^{\min} = \pi/8 Z_1 = 0.88 \mu\text{m}$.
5. Aus Gl. (3.10) ergibt sich aus der angestrebten Genauigkeit bei der Bestimmung der Dispersion δ_1 eine Untergrenze für die Foliendicke. Für eine Nickelprobefolie ergibt sich bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 10$ keV aus einer relativen Unsicherheit von 1% eine absolute Unsicherheit von $\Delta\delta_1^{\max} = 1.7 \cdot 10^{-7}$ [Hen93]. Mit $\gamma = 1673$ und einer Unsicherheit in der Kenntnis des Folienabstandes von $\Delta d_0 = 0.21 \mu\text{m}$ ⁶ folgt dann für einen maximalen Beobachtungswinkel von $\theta = 1.0$ mrad eine minimale Foliendicke von $t_1^{\min} = 0.84 \mu\text{m}$.
6. Die Folien sollen bei an den Strahlfleck angepassten Abmessungen von $10 \times 10 \text{ mm}^2$ freitragend sein. Folien mit Stützgittern sind auf Grund der unerwünschten Wechselwirkung der Elektronen mit dem Stützgitter auszuschließen. Aus Kostengründen wurde auf Spezialanfertigungen verzichtet und stattdessen auf Konfektionsware zurückgegriffen.

Unter Abwägung der genannten Punkte wurde folgende Folienkombination gewählt:

Probefolie 1 : Nickel, Dicke $t_1 = 2 \mu\text{m}$,
Referenzfolie 2 : Beryllium, Dicke $t_2 = 10 \mu\text{m}$.

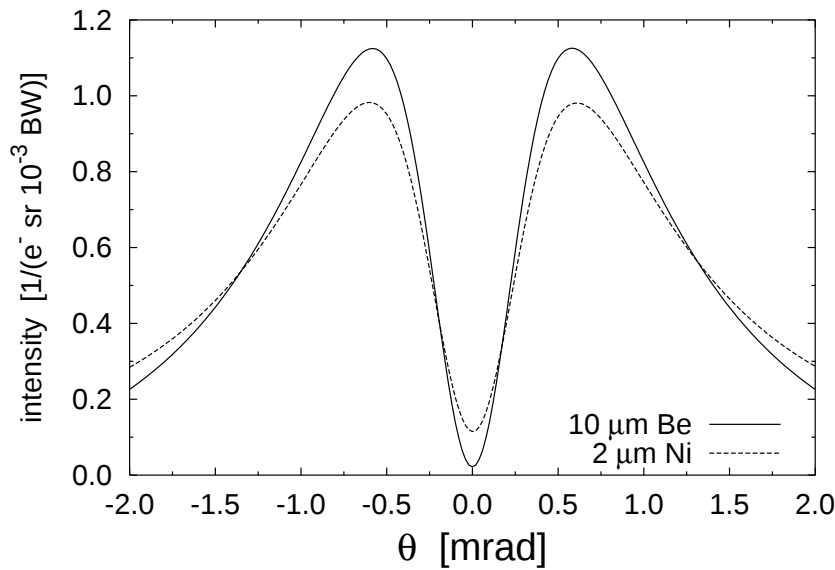


Abbildung 3.5.: Winkelspektren der TR aus der Beryllium-Einzelfolie (durchgezogen) und der Nickel-Einzelfolie (gestrichelt) unter Berücksichtigung der Kleinwinkelstreuung der Elektronen in den Folien bei $\hbar\omega = 10$ keV. Mit den gewählten Dicken von $10\ \mu\text{m}$ Beryllium und $2\ \mu\text{m}$ Nickel sind die emittierten Intensitäten sehr ähnlich, was einen hohen Grad an Kohärenz im gesamten gezeigten Winkelintervall erwarten lässt.

Mit diesen Dicken wird zwar die Resonanzbedingung (2.23) nicht exakt eingehalten, die geringere Dicke lässt allerdings einen geringeren Einfluss der Streuung auf die Kohärenz erwarten. Wie in Abb. 3.5 dargestellt, sind auch die Intensitäten der von den Folien emittierten Übergangsstrahlung sehr ähnlich, so dass die Kohärenz über den gesamten Winkelbereich groß ist. Dabei liegt die Foliendicke der Nickelprobe mit $2\ \mu\text{m}$ über den in Punkt 4 bzw. Punkt 5 genannten Minimalwerten, so dass eine ausreichend große Phasenverschiebung und eine ausreichend kleine Messunsicherheit erwartet werden kann.

3.4. Kohärenz

Die Kohärenz C des Interferometers lässt sich quantitativ durch die Kohärenz⁷ beschreiben, die durch

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3.12)$$

als der normierte Hub der Intensitätsoszillation definiert ist [Hec89]. Hier bezeichnen $I_{\max}$ und $I_{\min}$ die maximale bzw. minimale Intensität des Interferenzsignals nach Gl. (3.3). Die Kohärenz liegt demnach zwischen 1 bei perfekter Kohärenz und 0, wenn die Phasen der interferierenden Intensitäten der Einzelfolien völlig zufällig verteilt sind. Der Maximalwert von 1 kann dabei auch bei perfekter Konstanz der Phasenbeziehung der Einzelbeiträge nur erreicht werden, wenn die von den beiden TR-Folien emittierten Amplituden für den untersuchten Beobachtungswinkel und die untersuchte Photonenenergie exakt gleich groß sind, da nur dann die beiden Beiträge vollständig destruktiv in-

⁶Das entspricht dem experimentellen Fehler bei der Bestimmung des Offsets d_0 , vgl. Kap. 7.1.1.

⁷Hecht [Hec89] bezeichnet die durch Gl. (3.12) definierte Größe C als "Sichtbarkeit" (*visibility*). Demgegenüber kann der Kontrast auch dazu abweichend durch $C' = (I_{\max} - I_{\min})/I_{\max}$ definiert werden [Fra66], ohne dass sich qualitativ andere Schlussfolgerungen ergeben.

terferieren können, so dass $I_{min} = 0$ wird. Die Abstimmung der beiden Foliendicken wurde bereits in Abschnitt 3.3 diskutiert.

Bei der Beurteilung der Kohärenz des Interferometers ist weiterhin zu beachten, dass der Abstand und damit auch die relative Phase Φ der von den beiden Folien emittierten TR-Wellen abhängig vom Beobachtungswinkel θ , von der Photonenenergie $\hbar\omega$ und vom Abstand der Folien d ist (vgl. Abschn. 3.1). Werden der Übersichtlichkeit halber die Absorptionen β_i sowohl der Probe- als auch der Referenzfolie als vernachlässigbar angenommen, ergibt sich gemäß Gl. (3.4) für die Phase

$$\Phi \simeq \frac{\omega}{c} \Delta' + \phi_1 = \frac{\omega}{2c} (\gamma^{-2} + \theta^2) (d + t_1 - t_2) + \frac{\omega}{c} \delta_1 t_1. \quad (3.13)$$

Jede Mischung der genannten Größen führt zu einer Mischung der Phasen und damit zu Kohärenzverlust. Dieser äußert sich in der Ausmittlung des Interferenzterms und damit im Abklingen der Intensitäts-Oszillationen sowohl als Funktion des Winkels als auch als Funktion des Folienabstandes. Der quantitative Einfluss der Phasenmittlung lässt sich durch die folgenden partiellen Ableitungen der Gl. (3.13) beschreiben:

$$\Delta\Phi_\theta = \frac{\omega\theta}{c} (d + t_1 - t_2) \Delta\theta \quad (3.14)$$

$$\Delta\Phi_d = \frac{\omega}{2c} (\gamma^{-2} + \theta^2) \Delta d \quad (3.15)$$

$$\Delta\Phi_\omega = \left(\frac{1}{2c} (\gamma^{-2} + \theta^2) (d + t_1 - t_2) + \frac{1}{c} \delta_1 t_1 \right) \Delta\omega. \quad (3.16)$$

$\Delta\Phi$ bezeichnet hier die Phasenmischung, die von einer Unsicherheit des Beobachtungswinkels $\Delta\theta$, von einer Unsicherheit des Folienabstandes Δd bzw. einer Unsicherheit der Photonenenergie $\Delta\omega$ verursacht wird. In allen drei Fällen wächst nach den Gl. (3.14) bis (3.16) die Phasenmischung mit wachsendem Beobachtungswinkel θ monoton an. Da aus diesem Grund mit wachsendem θ über ein gleichfalls wachsendes Phasenintervall gemittelt wird, geht die Kohärenz zuerst bei großen Beobachtungswinkeln θ verloren. Für den Fall einer Winkelmischung $\Delta\theta$ zeigt Gl. (3.14) darüber hinaus, dass auch mit wachsendem Folienabstand d das Phasenintervall $\Delta\Phi_\theta$ monoton anwächst. Daher sinkt die Kohärenz mit wachsendem Abstand d ebenfalls ab. Da die Phasenverschmierung in Gl. (3.14) und (3.15) proportional zur Photonenfrequenz ω ist, nimmt die Phasenmittlung auch mit zunehmender Photonenenergie $\hbar\omega$ zu. Die durch Unsicherheiten des Beobachtungswinkels θ und des Folienabstandes d verursachten relativen Phasenunsicherheiten $\Delta\Phi_\theta/\Phi$ bzw. $\Delta\Phi_d/\Phi$ sind aber unabhängig von der Photonenenergie $\hbar\omega$, da gemäß Gl. (3.13) die Gesamtphase Φ ebenfalls proportional zu ω ist. Die Kohärenz ist daher nicht von der Photonenenergie abhängig.

Nach Gl. (3.16) führt eine unzureichende Energieauflösung zur Phasenmischung und damit zu Kohärenzverlust. Dabei gilt nach den Gl. (3.13) und (3.16) die Beziehung $\Delta\Phi_\omega/\Phi = \Delta\hbar\omega/(\hbar\omega)$. Die Energieauflösung muss daher unter der gewünschten Genauigkeit bei der Bestimmung der Phase Φ liegen. Aus diesem Grund ist ein Röntgenspektrometer integraler Bestandteil des Interferometers (vgl. Abb. 3.1). Im hier beschriebenen Experiment wird die Bragg-Reflexion an einem Silizium-Einkristall zur Monochromatisierung der Röntgenquanten verwendet (siehe Abschnitt 2.3). Mit der experimentell erreichten Auflösung von $\Delta\hbar\omega/(\hbar\omega) = 2.9 \cdot 10^{-4}$ (vgl. Kap. 5.1.1) hat die Energieauflösung des Systems vernachlässigbaren Einfluss auf die Interferenzstrukturen. Maßgebend für die für das Experiment notwendige Energieauflösung ist demnach nicht, die durch Gl. (3.16) beschriebene Phasenmittlung zu vermeiden. Vielmehr muss die Energieauflösung an die zu untersuchenden Strukturen der Dispersion $\delta(\omega)$ angepasst werden. Für Untersuchungen von Feinstrukturen im Bereich um Ab-

sorptionskanten muss daher eine Auflösung in der Größenordnung von 10^{-4} erreicht werden (vgl. Abb. 2.2).

3.5. Kohärenzverminderung

Es wurde versucht, in Analogie zur von Dambach et al. [Dam98a] beschriebenen Vorgehensweise eine analytische Beschreibung der Kohärenzverminderung durch Winkelmischungen auf Grund der Emittanz des Elektronenstrahls durch die Faltung des Interferenzsignals gemäß Gl. (3.3) mit Gauß-Verteilungen durchzuführen [Bac99]. Die Rechnungen sind im Anhang A.3 dargestellt. Allerdings konnten die Messungen durch diese Rechnungen nicht mit hinreichender Genauigkeit wiedergegeben werden. Möglicherweise liegt das am Einfluss der Kleinwinkelstreuung der Elektronen in den Folien oder an der komplizierten Winkelabhängigkeit der Übergangsstrahlung (vgl. Gl. (2.19)), die durch die Rechnungen nur näherungsweise beschrieben werden kann.

Daher wurden zur quantitativen Analyse des Kohärenzverlustes Monte Carlo-Simulationen durchgeführt. Bei diesen im Anhang B.1 näher beschriebenen Simulationen wird der Weg eines Ensembles von Elektronen durch die beiden Interferometer-Folien verfolgt und an jeder Grenzfläche die emittierte Übergangsstrahlungsamplitude nach Gl. (2.19) berechnet. Der Weg der Elektronen weicht dabei insbesondere auf Grund der transversalen Dimensionen des Elektronenstrahls, seiner Divergenz und der Kleinwinkelstreuung der Elektronen in den Folien von der Sollbahn ab. Die entsprechenden Winkelverteilungen werden an jeder Grenzfläche mit der *Transformation Method* [Pre92] nachgebildet und der sich daraus bei feststehender Beobachtungsrichtung ergebende Beobachtungswinkel θ berechnet. Danach werden für jedes Elektron die an den vier Grenzflächen emittierten Amplituden mit den nach Gl. (2.20) berechneten Phasen kohärent addiert und die Intensität als das Betragsquadrat der komplexen Gesamtamplitude berechnet. Eine Mittelung über 1000 unterschiedliche Elektronen genügt, um hinreichend stabile Simulationsergebnisse zu erhalten, auch wenn in den Rechnungen noch leichte statistische Fluktuationen erkennbar sind.

In den folgenden Unterabschnitten 3.5.1 und 3.5.2 werden die Beiträge des Kohärenzverlustes einzeln untersucht, bevor im Abschnitt 3.5.3 die erreichbare Kohärenz berechnet wird. Dabei werden als Grundlage der Simulationsrechnungen folgende auch im Experiment vorliegende Parameter verwendet: Elektronenenergie 855 MeV, Photonenenergie 10 keV, Abstand Radiator–Detektor 11.0 m.

3.5.1. Emittanz des Elektronenstrahls und Ortsauflösung des Detektorsystems

Die elliptische Fläche im transversalen Phasenraum (x, x') bzw. (y, y') , die von den Elektronen eingenommen wird, bezeichnet man als die Emittanz des Elektronenstrahls:

$$\varepsilon_{x,y} = \pi \sigma_{x,y} \sigma'_{x,y} \quad (3.17)$$

Die horizontale Koordinate transversal zum Elektronenstrahl wird dabei als x -Richtung, die vertikale als y -Richtung bezeichnet. Weiter steht $\sigma_{x,y}$ für die Standardabweichung der Gauß-Verteilung in den Bahnfunktionen x bzw. y und $\sigma'_{x,y}$ für die Standardabweichung der ebenfalls Gauß-förmigen Winkelverteilung in den Ableitungen der Bahnfunktion x' bzw. y' . Die Emittanz $\varepsilon_{x,y}$, die invariant unter optischen Abbildungen und daher eine charakterisierende Größe jedes Teilchenbeschleunigers ist, begrenzt folglich das Produkt aus Winkeldivergenz und Fokusgröße (vgl. Abb. 3.6). Der Einfluss beider Größen auf die erreichbare Kohärenz wird im Folgenden untersucht.

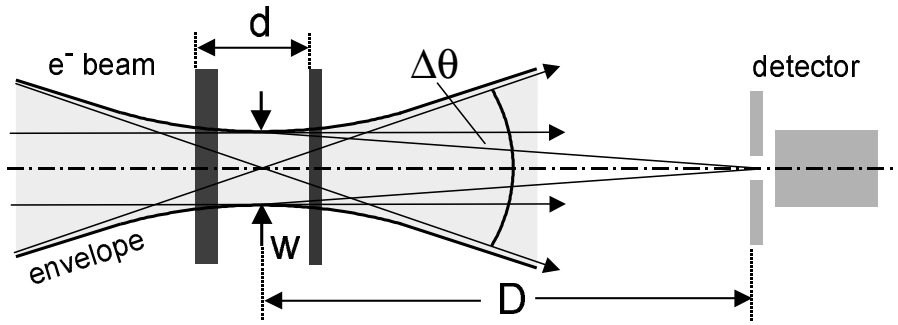


Abbildung 3.6.: Emittanz des Elektronenstrahls. Sowohl die Winkeldivergenz $\Delta\theta$ als auch die Fokusbreite w des Elektronenstrahls führen zur Mischung der Beobachtungswinkel. Da die Emittanz als das Produkt der beiden Größen konstant ist, kann eine Minimierung der Beiträge nur gemeinsam erfolgen.

Die endliche Divergenz des Elektronenstrahls führt dazu, dass Elektronen unter verschiedenen Winkeln die Grenzflächen der Interferometerfolien passieren. Daher können Photonen auf identischen Wegen zum Detektor gelangen, obwohl sie unter unterschiedlichen Winkeln relativ zur Bahn des jeweiligen Elektrons emittiert wurden. Diese Mischung der Beobachtungswinkel zerstört die Kohärenz. Die dabei zu berücksichtigende Winkelbreite ist gerade die Standardabweichung der Divergenz $\sigma'_{x,y}$.

Wie in Abb. 3.6 schematisch dargestellt ist, führt auch jede transversale Ausdehnung des Elektronenstrahls zur Winkelmischung, da Photonen, die an unterschiedlichen Orten in den Radiatorfolien erzeugt wurden, den Detektor im gleichen Punkt erreichen können. Die sich bei vorgegebener Fokusbreite $\sigma_{x,y}$ ergebende Winkelverschmierung ist für große Abstände D zwischen Radiator und Detektor gegeben durch $\sigma_{x,y}/D$.

Da die Emittanz $\epsilon_{x,y}$ konstant ist, müssen die Winkelmischungen auf Grund der Divergenz und der Fokusgröße gemeinsam betrachtet werden. Für einen im Winkel und im Ort normalverteilten Elektronenstrahl ergibt sich im Detektor die effektive Winkelbreite

$$\Sigma'_{x,y} = \sqrt{\sigma'^2_{x,y} + (\sigma_{x,y}/D)^2} \quad (3.18)$$

als quadratische Summe der beiden Einzelbeiträge. Diese wird dann minimal, wenn die beiden Beiträge gerade gleich groß sind. Bei vorgegebenem $\epsilon_{x,y}$ und D führt das auf eine optimale Fokusgröße von [Dam98a]

$$\sigma_{x,y} = \sqrt{\frac{\epsilon_{x,y} D}{\pi}}, \quad (3.19)$$

und damit auf eine effektive Winkeldivergenz [Dam98a]:

$$\Sigma'_{x,y} = \sqrt{\frac{2\epsilon_{x,y}}{\pi D}}. \quad (3.20)$$

Die Emittanz des Mainzer Mikrotrons MAMI ist mit $\epsilon_x = 7 \pi \text{ nm rad}$ bzw. $\epsilon_y = 1 \pi \text{ nm rad}$ sehr niedrig (1σ -Abweichungen) [Hag95]⁸. Bei einem vorgegebenem Abstand $D = 11.0 \text{ m}$ zwischen TR-

⁸Neuere Messungen, die im Dauerstrich-Betrieb (*continuous wave, cw*) in der neuen Strahlführung der X1-Kollaboration durchgeführt wurden, deuten auf etwa um 20% geringere horizontale und sogar um 40% geringere vertikale Emittanz hin [HagXX].

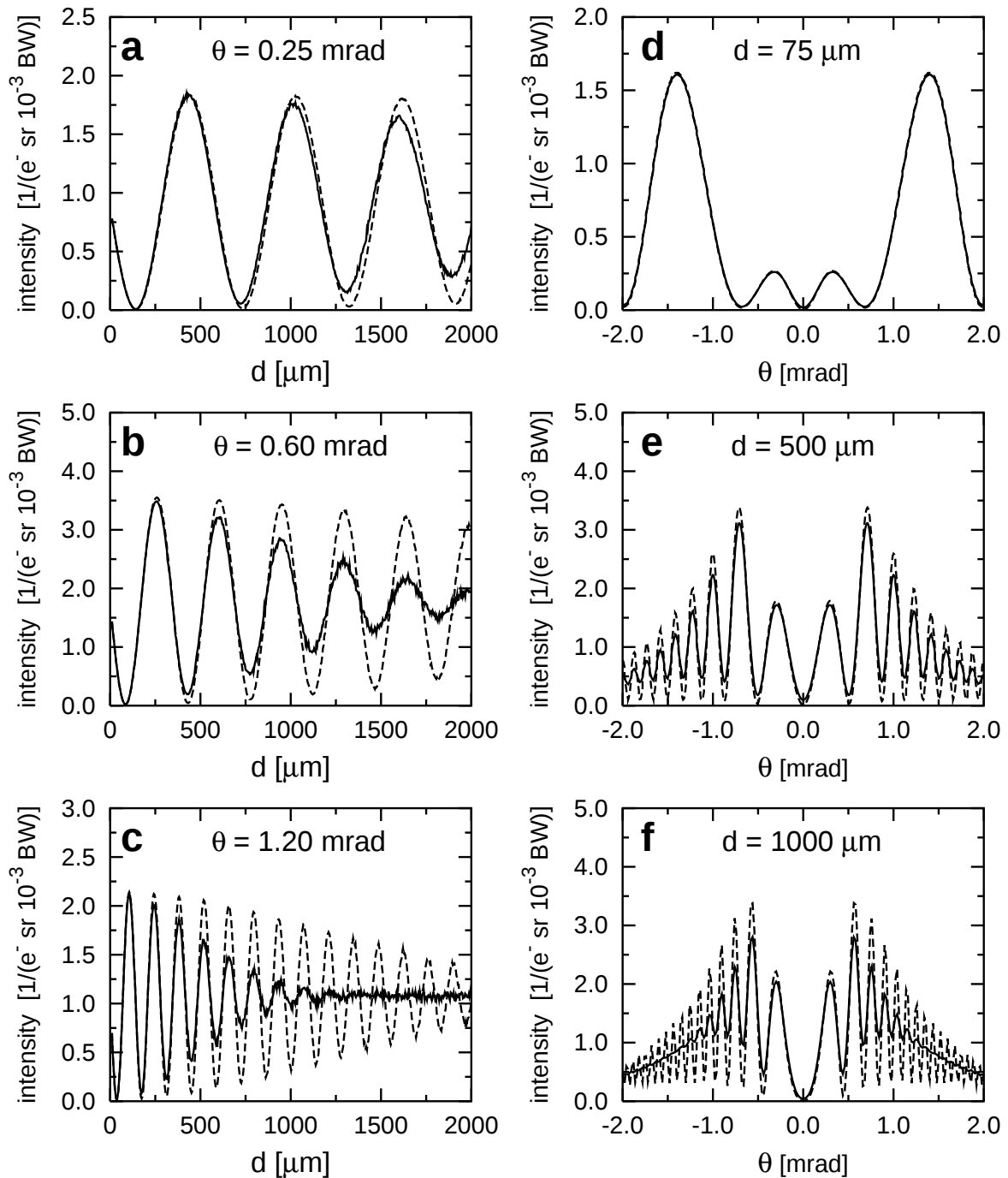


Abbildung 3.7.: Monte Carlo-Simulationen des erwarteten interferometrischen Messsignals unter dem Einfluss der Emittanz des Elektronenstrahls. Gerechnet wurde mit der sich aus den horizontalen bzw. vertikalen Emittanzen ergebenden Winkeldivergenzen von $\Sigma' = 13.5 \mu\text{rad}$ (gestrichelte Kurven) bzw. $\Sigma' = 35.7 \mu\text{rad}$ (durchgezogene Kurven). Graphen a), b), c): Intensität als Funktion des Folienabstandes d bei festem Beobachtungswinkel θ ; Graphen d), e), f): Intensitätsverlauf als Funktion des Beobachtungswinkels θ bei festem Folienabstand d . Im Vergleich mit den in Abb. 3.2 dargestellten Kurven des idealisierten Experiments zeigt sich eine mit steigendem Folienabstand d und mit steigendem Beobachtungswinkel θ absinkende Kohärenz.

Folien und Detektor ergibt sich eine optimale Fokusbreite von horizontal $\sigma_x = 277 \mu\text{m}$ und vertikal $\sigma_y = 105 \mu\text{m}$. Daraus resultieren minimale effektive Winkelbreiten von $\Sigma'_x = 35.7 \mu\text{rad}$ horizontal und $\Sigma'_y = 13.5 \mu\text{rad}$ vertikal. Abbildung 3.7 zeigt die Auswirkungen der genannten Winkeldivergenzen auf das erwartete Messsignal. In den Winkelverteilungen beim Folienabstand $d = 500 \mu\text{m}$ bzw. $d = 1000 \mu\text{m}$ ist das Auswaschen der Intensitätsoszillationen mit zunehmendem Winkel deutlich sichtbar. Die Oszillationen in Abhängigkeit des Abstandes klingen auf Grund der Emittanz des Elektronenstrahls mit wachsendem Abstand ab. Es bleiben jedoch mehrere Oszillationen deutlich erkennbar.

Eine durch die Ortsauflösung des Detektors verursachte Winkelverschmierung kann in völliger Analogie zur Auswirkung der endlichen Fokusgröße behandelt werden. Eine Ortsauflösung von Δw führt für große Abstände D zwischen Radiator und Detektor zu einer Winkelverschmierung von $\Delta w/D$. Um den Einfluss der Ortsauflösung vernachlässigen zu können, sollte die Ortsauflösung des Detektors kleiner sein als die Fokusgröße des Elektronenstrahls. Im hier beschriebenen Experiment wurde das durch den Einsatz einer pn-CCD mit einer Pixel-Größe von $150 \times 150 \mu\text{m}^2$ erreicht (s. Abschnitt 4.4).

3.5.2. Kleinwinkelstreuung in den Folien

Beim Durchtritt durch das Interferometer werden die Elektronen auf Grund der Coulomb-Wechselwirkung mit den Atomkernen der Folien gestreut. Die in Zusammenhang mit dem Kohärenzverlust interessierende Kleinwinkelstreuung kann im Rahmen der Molière'schen Theorie [Mol47, Mol48] beschrieben werden. Wesentliche Ergebnisse dieser Theorie sind im Anhang A.5 dargestellt.

Mit den in Abschnitt 3.3 festgelegten Folienparametern liegen die mittleren Stoßzahlen bei $m_{\text{Be}} = 12.7$ für die $10 \mu\text{m}$ dicke Berylliumfolie und bei $m_{\text{Ni}} = 18.3$ für die $2 \mu\text{m}$ dicke Nickelfolie. Beide Stoßzahlen liegen im Gültigkeitsbereich der Mehrfachstreuung, bei der die Winkelverteilung F^* nach dem Stoß mit Gleichung (A.81) berechnet werden kann. Abbildung 3.8 zeigt die Streuverteilungen nach Durchtritt durch die als Referenzfolie eingesetzte $10 \mu\text{m}$ dicke Berylliumfolie bzw. durch die $2 \mu\text{m}$ dicke Nickelfolie. Im Vergleich mit einer Gauß-Verteilung haben die Streuverteilungen deutlich weiter auslaufende Flanken.

Die Auswirkung der Streuung auf das erwartete Messsignal ist Abb. 3.9 zu entnehmen. Wie im Fall der Berechnung des Einflusses der Emittanz (vgl. Abschn. 3.5.1) zeigt sich ein Auswaschen der Interferenzstrukturen mit wachsendem Folienabstand d bzw. Winkel θ . Um den Einfluss der Streuung zu minimieren, sollten Folien mit möglichst geringer Massenbelegung $\rho_i t_i$ verwendet werden. Hier bezeichnet ρ_i die Dichte und t_i die Dicke der Folie. Dies wurde bei der bereits in Abschnitt 3.3 beschriebenen Wahl der Folien berücksichtigt. Die Streuung der Elektronen in den Folien stellt wie die Emittanz eine unvermeidliche Ursache des Kohärenzverlustes dar.

In Abbildung 3.10 sind Abstandsooszillationen bzw. Winkelverteilungen dargestellt, bei denen lediglich die Streuung in jeweils einer der beiden Interferometerfolien berücksichtigt ist. Deutlich erkennt man, dass die Streuung in der detektorabgewandten Folie fast vollständig für den Kohärenzverlust verantwortlich ist, während die Streuung in der detektorseitigen Folie nahezu ohne Einfluss bleibt. Um den Einfluss der Streuung gering zu halten, sollte der Elektronenstrahl daher zuerst die weniger aufstreuende Folie durchdringen. In Abb. 3.11 sind die Intensitätsoszillationen für die beiden möglichen Anordnungen gegenübergestellt. Da die Kohärenz für große Beobachtungswinkel und große Folienabstände wesentlich langsamer abklingt, wenn die Nickelprobefolie detektorseitig angeordnet wird, wurde im hier beschriebenen Experiment die bereits in Abb. 3.1 dargestellte Folienanordnung gewählt.

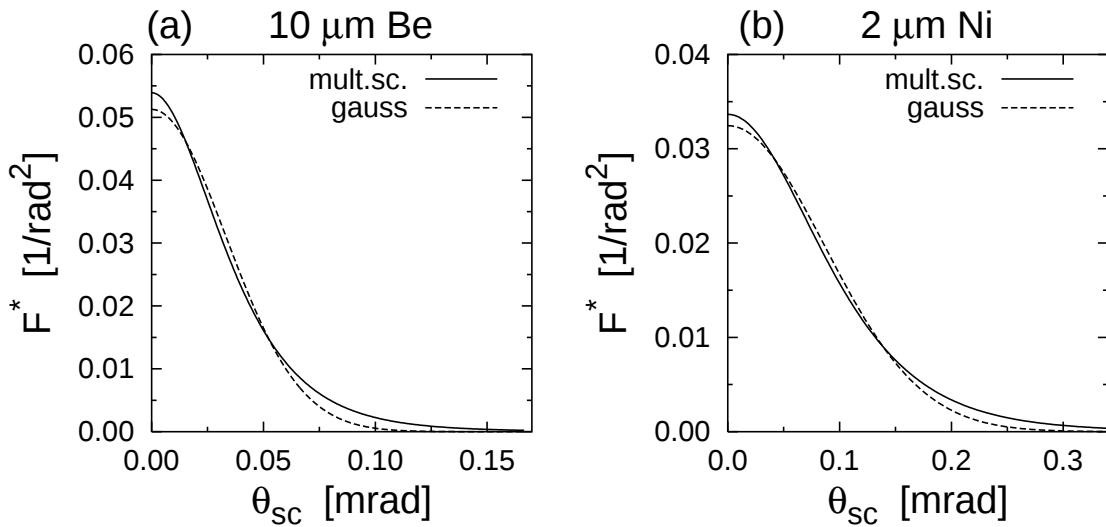


Abbildung 3.8.: Streuverteilungen F^* der Elektronen nach Mehrfachstreuung in (a) einer 10 μm dicken Berylliumfolie (mittlere Stoßzahl $m_{\text{Be}} = 12.7$) bzw. (b) einer 2 μm dicken Nickelfolie ($m_{\text{Ni}} = 18.3$) als Funktion des Streuwinkels θ_{sc} (*mult.sc.*). Die Verteilungen haben im Vergleich mit den im gezeigten Bereich angepassten Gauß-Verteilungen (*gauss*) weiter auslaufende Flanken.

3.5.3. Erreichbare Kohärenz

Unter dem Einfluss der Kleinwinkelstreuung der Elektronen in den Folien und der Emittanz des Elektronenstrahls wird die Kohärenz gedämpft. Beide Effekte lassen sich nicht umgehen und daher nur eingeschränkt minimieren. Um quantitative Aussagen über die erreichbare Kohärenz zu erhalten, wurden die Einhüllenden der in den Abbildungen 3.7, 3.9 und 3.11 dargestellten Abstandssoszillationen jeweils durch kubische Ausgleichsfunktionen angenähert. Aus den so erhaltenen minimal bzw. maximal erreichbaren Intensitäten lässt sich dann jeweils mit Gleichung (3.12) die Kohärenz als Funktion des Folienabstandes d berechnen. Durch die Berechnung mehrerer solcher Kurven bei verschiedenen Beobachtungswinkeln ergibt sich dann auch die Kohärenz als Funktion des Beobachtungswinkels θ bei festem Folienabstand⁹. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.12 zusammengestellt.

Der Abfall der Kohärenz zu kleinen Beobachtungswinkeln $\theta \leq 0.3$ mrad in den Kurven D und E ist darauf zurückzuführen, dass sich unter dem Einfluss der Streuung die Intensitäten der in beiden Interferometerfolien emittierten Übergangsstrahlung unterscheiden (vgl. Abb. 3.5). In allen Fällen sinkt die erreichbare Kohärenz sowohl mit steigendem Folienabstand, als auch mit steigendem Beobachtungswinkel ab. Die auftretenden Kohärenzverluste sind größer als bei den interferometrischen Experimenten mit zwei Undulatoren [Dam98b]. Insbesondere die Streuung zerstört selbst bei der optimalen Folienanordnung (Kurve D) sehr rasch die Kohärenz. So sinkt bei Beobachtung unter $\theta = 0.6$ mrad die unter dem Einfluss der Streuung berechnete Kohärenz bereits bei einem Folienabstand von $d \simeq 1$ mm unter $C = 0.5$.

Dieses Verhalten entspricht qualitativ dem Ergebnis einer analytischen Faltung der Intensität nach Gl. (3.3) mit Gauß-Funktionen, die die Mischung der Beobachtungswinkel widerspiegeln. Die analytischen Rechnungen sind im Anhang A.3 enthalten. Nach den Gl. (A.56) und (A.59) ist demnach

⁹Die direkte Berechnung der Kohärenz aus den Winkelverteilungen ist ungenauer, da die Bereiche zwischen den Intensitätsminima bzw. -maxima kaum interpoliert werden können.

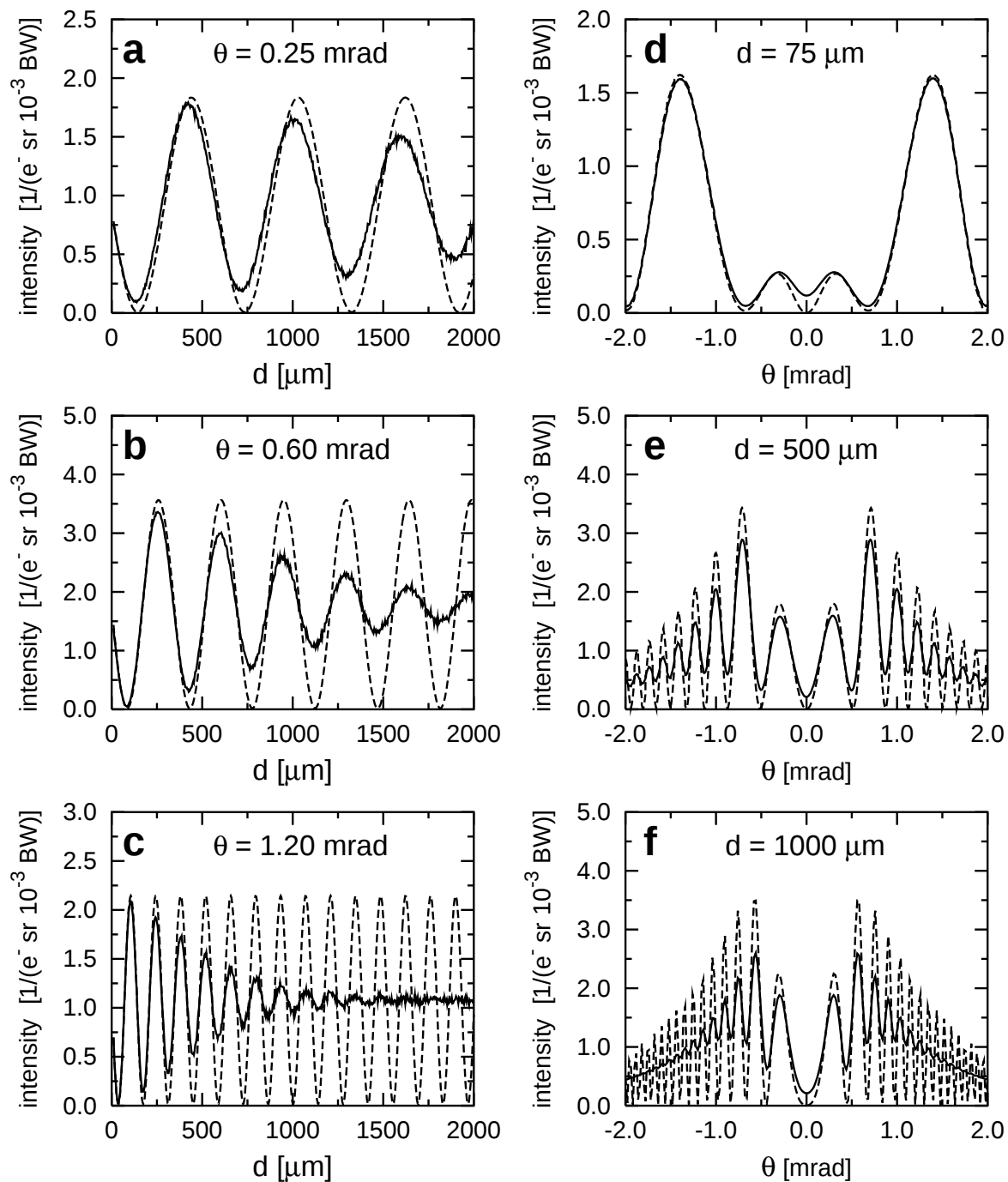


Abbildung 3.9.: Monte Carlo-Simulationen des erwarteten interferometrischen Messsignals unter dem Einfluss der Mehrfachstreuung der Elektronen in beiden TR-Folien. Zum Vergleich sind jeweils ohne (gestrichelte Kurven) bzw. mit Streuung (durchgezogene Kurven) gerechnete Kurven eingezeichnet. Graphen a), b), c): Intensität als Funktion des Folienabstandes d bei festem Beobachtungswinkel θ ; Graphen d), e), f): Intensitätsverlauf als Funktion des Beobachtungswinkels θ bei festem Folienabstand d .

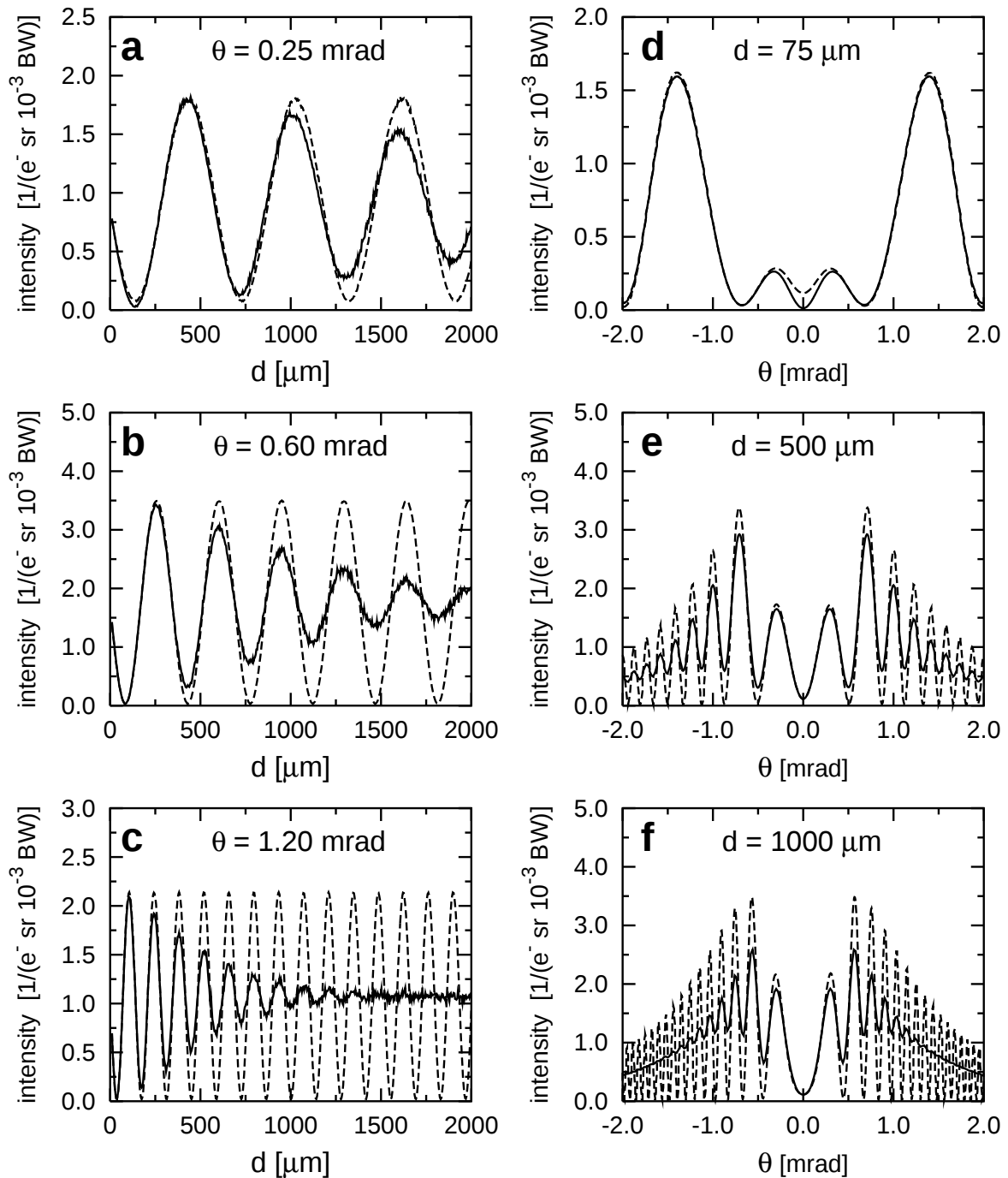


Abbildung 3.10.: Monte Carlo–Simulationen des interferometrischen Messsignals unter dem Einfluss der Mehrfachstreuung der Elektronen in einzelnen Folien. In den durchgezogenen Kurven ist die Streuung in der Nickelprobefolie vernachlässigt, aber der Einfluss der Streuung in der Berylliumfolie berücksichtigt. Umgekehrt ist in den gestrichelten Kurven lediglich die Streuung in der Nickelfolie berücksichtigt, während die Streuung in der Berylliumfolie vernachlässigt wurde. Graphen a), b), c): Intensität als Funktion des Folienabstandes d bei festem Beobachtungswinkel θ ; Graphen d), e), f): Intensitätsverlauf als Funktion des Beobachtungswinkels θ bei festem Folienabstand d . Vor allem durch den Einfluss der Streuung in der detektorabgewandten Berylliumfolie zeigt sich im Vergleich mit den in Abb. 3.2 dargestellten Kurven des idealisierten Experiments eine Verminderung der Kohärenz.

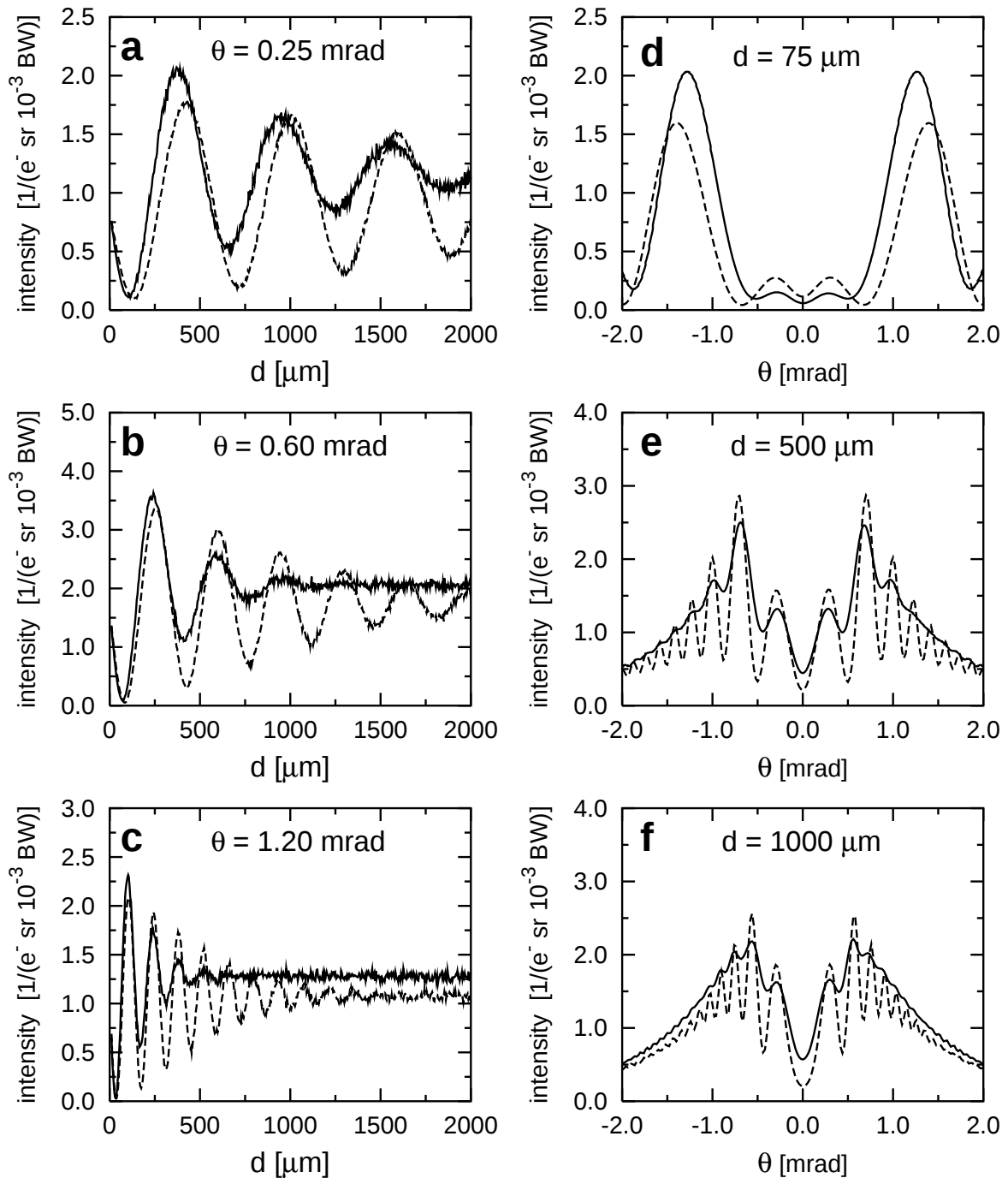


Abbildung 3.11.: Monte Carlo-Simulationen des erwarteten interferometrischen Messsignals bei unterschiedlicher Anordnung der beiden Folien unter dem Einfluss der Mehrfachstreuung der Elektronen in beiden TR-Folien. Die durchgezogene Kurve wurde für die Anordnung A berechnet, in der der Elektronenstrahl erst die Nickelprobe und dann die Berylliumfolie durchtritt; die gestrichelte Kurve für die umgedrehte Anordnung B gemäß Abb. 3.1, die wegen der höheren Kohärenz auch im Experiment verwendet wurde. Graphen a), b), c): Intensität als Funktion des Folienabstandes d bei festem Beobachtungswinkel θ ; Graphen d), e), f): Intensitätsverlauf als Funktion des Beobachtungswinkels θ bei festem Folienabstand d . Im Vergleich mit den in Abb. 3.2 dargestellten Kurven des idealisierten Experiments eine Verminderung der Kohärenz, wobei der Kohärenzverlust für Anordnung A deutlich größer ist.

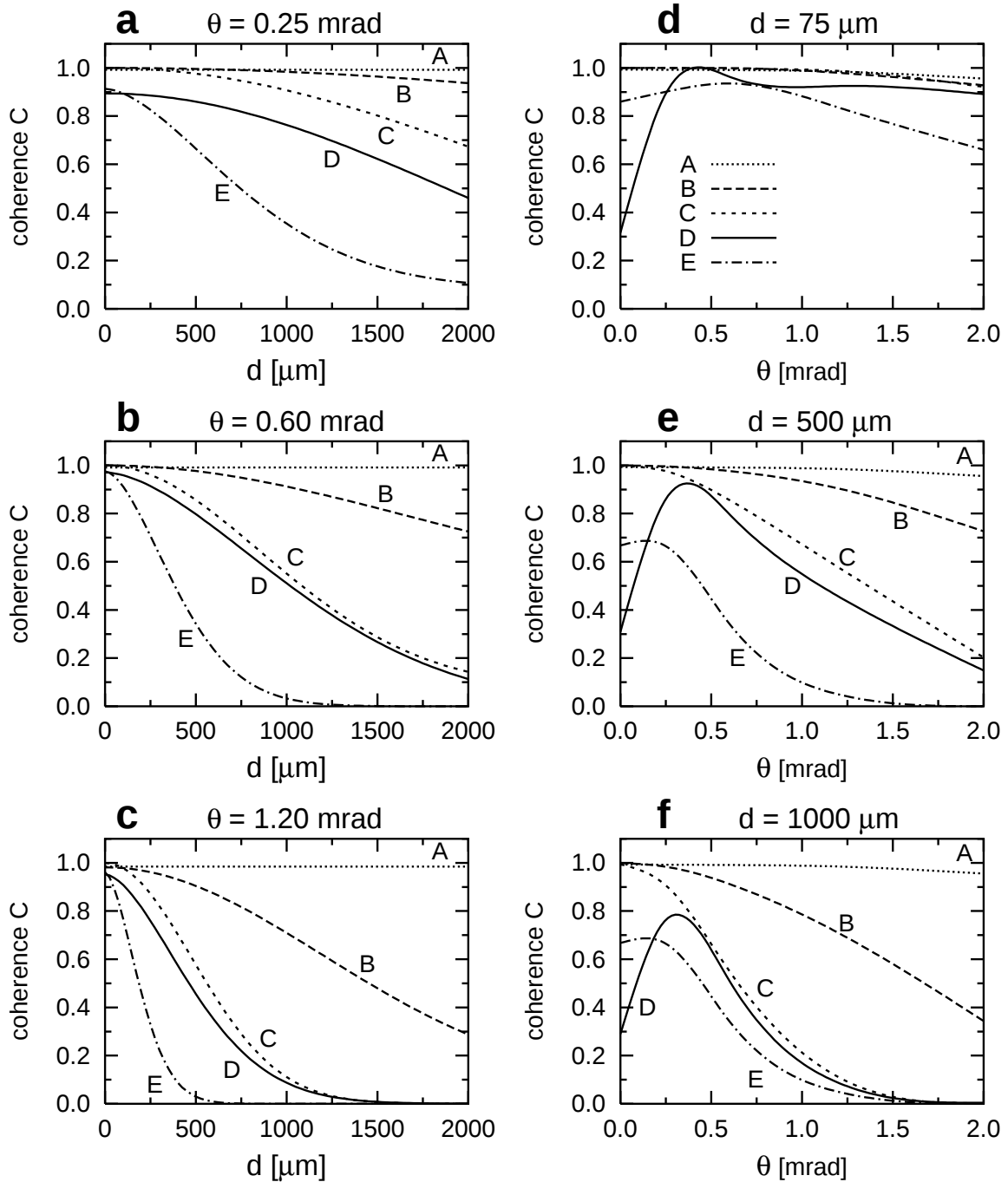


Abbildung 3.12.: Erreichbare Kohärenz unter dem Einfluss von Winkelmischungen auf Grund der Emit-tanz des Elektronenstrahls bzw. der Kleinwinkelstreuung der Elektronen in den Folien. Graphen a), b), c): Intensität als Funktion des Folienabstandes d bei festem Beobachtungswinkel θ ; Graphen d), e), f): Intensitätsverlauf als Funktion des Beobachtungswinkels θ bei festem Folienabstand d . Die einzelnen Kurven zeigen jeweils: A) Kohärenz im idealen Fall; B) Kohärenz bei Winkeldivergenz $\Sigma' = 13.5$ mrad auf Grund der Emit-tanz; C) wie B) aber $\Sigma' = 35.7$ mrad; D) Kohärenz bei Winkelmischung auf Grund von Streuung mit Anordnung Berylliumfolie–Nickelprobe–Detektor; E) wie D) aber mit Anordnung Nickelprobe–Berylliumfolie–Detektor.

die Kohärenz durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$C = \frac{K'}{K} \exp \left\{ -\frac{\sigma_\theta^2 d^2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \theta^2}{2 \left(1 + \sigma_\theta^4 d^2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\right)} \right\}, \quad (3.21)$$

wobei die Näherung $(d - t_2) \simeq d$ verwendet wurde, die für Abstände $d \gg t_2$ erfüllt ist. Hier bezeichnet K den konstanten Anteil der vom Übergangsstrahlungs-Interferometer emittierten Intensität, K' den oszillierenden Anteil (vgl. Gl. (A.55)) und σ_θ die Winkelbreite der in die Faltung eingesetzten Gauß-Funktion. Aus Gl. (3.21) ergibt sich wie aus den Simulationen ein exponentieller Abfall der Kohärenz mit steigendem Folienabstand d , Beobachtungswinkel¹⁰ θ und Winkelbreite σ_θ .

Um möglichst hohe Kohärenz zu erhalten, muss demnach bei möglichst geringem Folienabstand gemessen werden. Die Konstruktion des Folienträgers sollte daher die Annäherung der Folien bis zum Berührungspunkt ermöglichen. Weiterhin ist zu erwarten, dass die Kohärenz mit steigendem Winkel abfällt. Da auf der Achse bei $\theta = 0$ mrad (*on axis*) allerdings die TR ein Intensitätsminimum hat (vgl. Abb. 2.5a), muss neben der Achse (*off axis*) beobachtet werden. Inwieweit diese Beschränkungen die Messgenauigkeit einschränken, lässt sich nur experimentell untersuchen.

Basierend auf der in diesem Kapitel dargestellten prinzipiellen Funktionsweise ist ein TR-Interferometer realisiert worden. Die einzelnen Komponenten des Interferometers werden im folgenden Kapitel vorgestellt.

¹⁰Der oszillierende Anteil K' enthält allerdings winkelabhängige Vorfaktoren, die auch ein Absinken der Kohärenz mit sinkendem Beobachtungswinkel θ bewirken können (vgl. die Diskussion auf S. 123).

4. Experimenteller Aufbau

In diesem Kapitel wird das am 855 MeV-Elektronenstrahl des Mainzer Mikrotrons MAMI aufgebaute Übergangsstrahlungs-Interferometer beschrieben. Zunächst wird ein Überblick über den Gesamtaufbau gegeben. Es folgt in Abschnitt 4.2 die Darstellung des Herzstücks des Interferometers, nämlich des Folienträgers, mit dem der Abstand der beiden Folien variiert werden kann. Das danach in Kap. 4.3 beschriebene Röntgen-Spektrometer dient zur Wellenlängenselektion der Strahlung, die mit der in Abschnitt 4.4 beschriebenen pn-CCD nachgewiesen wird. Im letzten Unterabschnitt 4.5 wird die verwendete Messelektronik beschrieben.

4.1. Überblick über den Gesamtaufbau

Das Interferometer wurde in der Experimentierhalle 2 des Instituts für Kernphysik aufgebaut. Abbildung 4.1 zeigt eine schematische Aufsicht des Gesamtaufbaus.

In der Strahlführung des Elektronenstrahls, die in den Arbeiten [Hag95, HagXX] detailliert beschrieben wird, liegt der Restgasdruck im Bereich zwischen 10^{-6} mbar und 10^{-5} mbar. Bei diesem Druck ist die Zahl der Streueignisse von Strahlelektronen mit Restgasatomen und die daraus resultierende Aufweitung des Phasenraumvolumens vernachlässigbar. Gleiches gilt auch für die Erzeugung von Bremsstrahlung an Restgasatomen. Der gesamte Strahlengang der Photonen verläuft ebenfalls durchgängig im Vakuum. Bei Restgasdrücken von gleichfalls 10^{-6} mbar bis 10^{-5} mbar erleidet der Photonenstrahl trotz der langen Strecke von 11 m vom Radiator bis zum Detektor keine nennenswerte Schwächung. Kleinwinkelstreuung der Röntgenphotonen ist völlig vernachlässigbar. Ebenso verhindert das Vakuum das Auffrieren von Restgas auf die Oberfläche des auf etwa 150 K gekühlten Detektors.

Da der Elektronenstrahl zur Strahlungserzeugung die Radiatorfolien durchquert, kommt es zu unerwünschtem Untergrund in der Experimentierhalle. Dieser wird u.a. durch Elektronen verursacht, die auf Grund des Energieverlusts durch Bremsstrahlungsemission in der Materie die Strahlführung verlassen und zu Schauern führen. Zur Unterdrückung dieses Untergrundes, wurde der gesamte Strahlengang der Elektronen auf der Außenseite mit einer Betonwand der Dicke von über 1 m abgeschirmt (vgl. Abb. 4.1). Die nachzuweisende Röntgenstrahlung erreicht den Spektrometerkristall durch eine Aussparung in dieser Wand.

Eine weitere Untergrundquelle stellen Elektronen dar, die vermutlich durch Compton-Effekt der Bremsstrahlungsphotonen in der Kristallkammer entstehen. Um zu verhindern, dass diese Elektronen den Detektor erreichen, wurde im zum Detektor führenden Vakuumrohr ein magnetischer Filter installiert (vgl. Abb.4.1). Bleibenden (Dicke 200 mm) unmittelbar am Austritt aus der Spektrometerkammer und auf halber Strecke hin zum Detektor dienen zur Definition eines parallelen Strahlenganges, ohne den Sollweg der Röntgenstrahlung zu beschneiden. Unmittelbar in Anschluss erfolgt die Ablenkung der Elektronen in einem Permanentmagneten (Polschuhabstand 32 mm, lichte Weite 100 mm, Länge 175 mm). Dessen integrales Feld von etwa 20 mT·m lenkt beispielsweise Elektronen

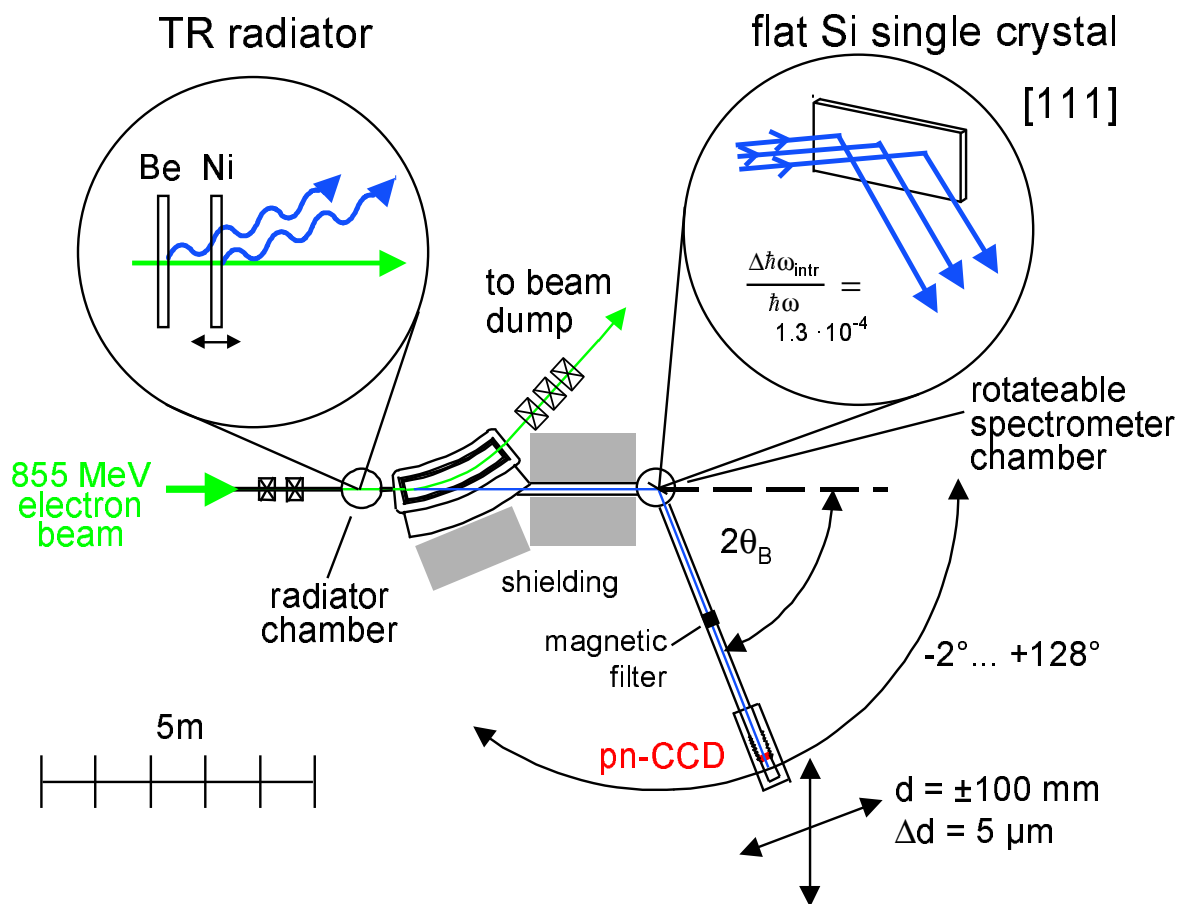


Abbildung 4.1.: Überblick über den Gesamtaufbau des TR-Interferometers in der Experimentierhalle 2. Der 855 MeV-Elektronenstrahl des Mainzer Mikrotrons passiert in der Radiatorkammer die Übergangstrahlungsfolien, bevor er durch einen Dipolmagnet zum Strahlfänger abgelenkt wird. Die erzeugte Röntgenstrahlung tritt durch eine Bohrung des Magneten durch, und trifft den ebenfalls in einer Vakuumkammer befindlichen Silizium-Einkristall. Sie wird von dort unter dem doppelten Bragg-Winkel auf die als Detektor verwendete pn-CCD abgelenkt. Der Abstand zwischen Radiator und Einkristall, sowie zwischen Einkristall und Detektor beträgt jeweils 5.50 m. Die Spektrometerkammer und der daran angeflanschte Detektorarm können zur Einstellung des Bragg-Winkels zwischen -2° und 128° stufenlos um den Einkristall gedreht werden. Zusätzlich erlaubt ein Kreuztisch mit einem Gesamtverfahrweg von horizontal und vertikal jeweils 20 cm die Feinjustage des Detektors mit einer Genauigkeit von $5 \mu\text{m}$. Betonabschirmungen und ein magnetischer Filter dienen zur Reduzierung des Untergrundes.

einer Energie von 100 MeV um 100 mrad ab und verhindert so das Auftreffen auf den Detektor. Nach Installation des magnetischen Filters reduzierte sich der durch Elektronen hervorgerufene Untergrund um einen Faktor 10.

4.2. Aufbau des Radiators

Aufgabe des Radiatoraufbaus ist zum einen die Halterung der zur Interferometrie verwendeten TR-Folien, und zum anderen die Aufnahme von Komponenten zur Diagnose des Elektronenstrahls. Die Abbildungen 4.2 und 4.3 zeigen den verwendeten Aufbau. Die einzelnen Komponenten sind senk-

Tabelle 4.1.: Übersicht über die verwendeten Verfahrtsche. Die in den Spaltenüberschriften verwendeten Abkürzungen bezeichnen: Verfahrweg V : volle Breite des anfahrbaren Positionsintervalls; Auflösung A : kleinstmögliches Bewegungssinkrement, wird auch als Schrittweite bezeichnet; unidirektionale Reproduzierbarkeit R_u : Wiederholbarkeit einer Position in einer Serie von identischen Positionierungskommandos; bidirektionale Reproduzierbarkeit R_b : Wiederholbarkeit einer Position mit beliebigen Positionierungskommandos. Der Unterschied zwischen der unidirektionalen und der bidirektionalen Reproduzierbarkeit kann seine Ursache beispielsweise im Umkehrspiel des Motorgetriebes haben.

Einsatzort	Funktion	V	A	R_u	R_b	Hersteller
Radiator	horiz. Transl.	150 mm	1 μm	1 μm	3 μm	Newport
	vert. Transl.	6 mm	1 μm	1 μm	3 μm	Newport
	Folienabstand	100 mm	0.1 μm	0.1 μm	0.3 μm	Newport
	Folienwahl	25 mm	55 nm	0.1 μm	0.5 μm	Newport
Spekto- meter	horiz. Transl.	100 mm	1 μm	1 μm	3 μm	Newport
	vert. Transl.	12.5 mm	20 nm	1 μm	3 μm	Newport
	vert. Rotat.	360°	$(2 \cdot 10^{-4})^\circ$	$(2 \cdot 10^{-4})^\circ$	$(6 \cdot 10^{-4})^\circ$	PI
	horiz. Rotat.	90°	$(1 \cdot 10^{-3})^\circ$	$(1 \cdot 10^{-3})^\circ$	$(3 \cdot 10^{-3})^\circ$	Newport
Detektor	horiz. Transl.	200 mm	2.5 μm	5 μm	5 μm	ERO
	vert. Transl.	200 mm	2.5 μm	5 μm	5 μm	ERO

recht zur Elektronenstrahlrichtung in der Horizontalen angeordnet und können durch die unten beschriebenen Verfahrtsche abwechselnd in den Elektronenstrahl gefahren werden. Der gesamte Interferometer-Aufbau wird in eine Vakuumkammer mit 60 cm Durchmesser eingesetzt.

Da mit steigendem Folienabstand die Kohärenz des interferometrischen Signals schnell absinkt, muss der Folienträger die Annäherung der Folien bis zum Berührungspunkt erlauben (vgl. Abschn. 3.5.3). Dabei muss zum Abtasten der Intensitätsoszillationen der Folienabstand mit möglichst hoher Genauigkeit eingestellt werden können, um systematische Fehler bei der Extraktion der Dispersion δ_1 der Nickelprobe zu vermeiden (vgl. Abb. 3.4).

Die Beryllium-Referenzfolie der Dicke 10 μm bleibt mit ihrem Folienträger ortsfest. Die Nickel-Probefolie der Dicke 2 μm kann relativ zur Referenzfolie mit einem Verfahrtsch in Elektronenstrahlrichtung verfahren werden. Die kleinste Schrittweite beträgt hierbei 0.1 μm bei einer unidirektionalen Genauigkeit¹ von 1 Schritt = 0.1 μm . Bei der Justage der Folien wurde großer Wert auf größtmögliche Parallelität der Folien gelegt. Diese wurde während des Einbaus wiederholt optisch mit einem Nivelliergerät überprüft. Beim Annähern der Folien besteht die Gefahr, dass sich die jeweiligen Träger berühren und dabei verbiegen. Um jede Berührung zu vermeiden, wurde die Position minimaler Annäherung ebenfalls mit dem Nivelliergerät eingestellt und im Experiment nicht unterschritten. Ein zweiter Translationstisch positioniert die an einem Ausleger angebrachte Probefolie im Strahlengang hinter der Referenzfolie. Dies erlaubt die Messung mit verschiedenen Probefolien bzw. die Messung mit nur einer einzelnen Folie im Elektronenstrahl ohne Umbauarbeiten am im Vakuum befindlichen Interferometer. Zwei weitere Goniometertische erlauben die horizontale und vertikale Positionierung des gesamten Radiatoraufbaus im Elektronenstrahl. Die Parameter aller verwendeten Goniometertische sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt.

¹Eine Definition der zur Charakterisierung verwendeten Begriffe befindet sich in der Überschrift zur Tabelle 4.1.

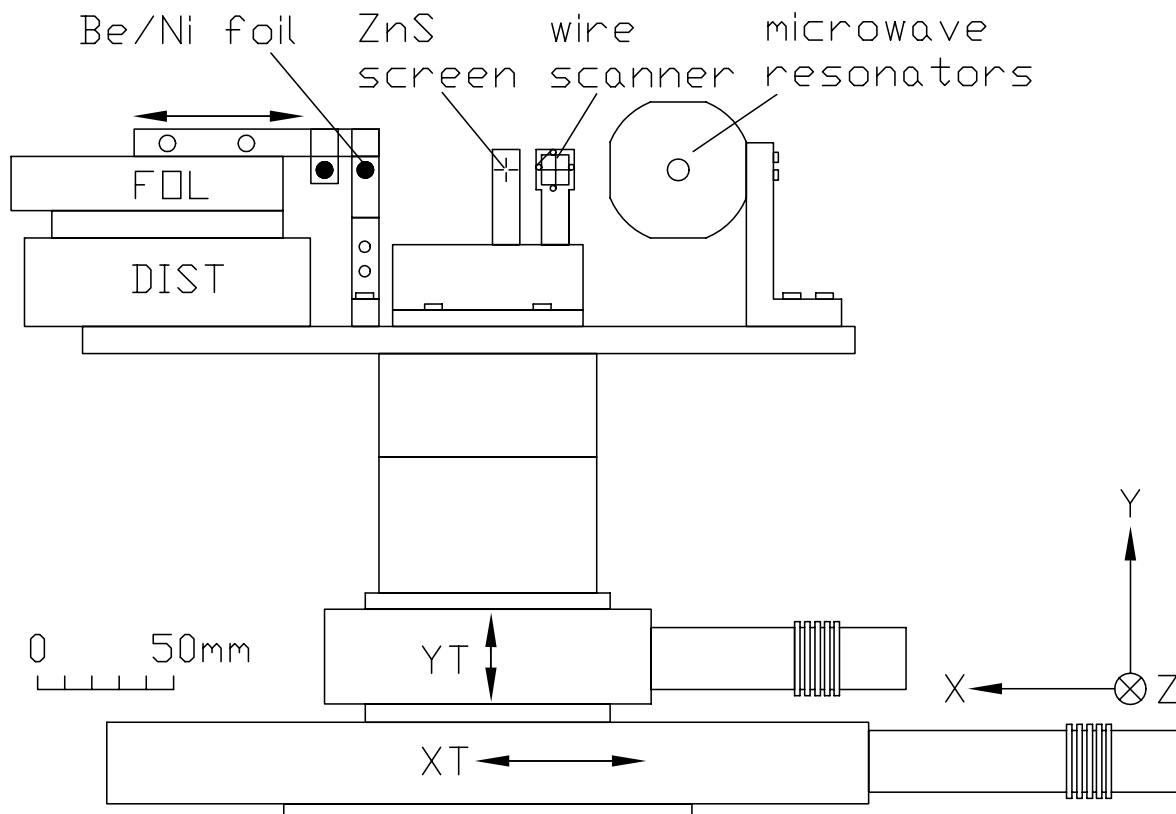


Abbildung 4.2.: Zeichnung des Radiatoraufbaus. Die Blickrichtung ist parallel zum Elektronenstrahl in z -Richtung. Die ortsfeste Interferometerfolie 2 (*Be foil*) ist auf einen auf der Grundplatte befestigten Träger aufgeklebt. Die Probefolie 1 (*Ni foil*) ist an einem Ausleger befestigt und wird mit dem mit *FOL* bezeichneten Tisch hinter der Interferometerfolie 2 positioniert. Der Abstand der Folien wird durch Bewegung des mit *DIST* bezeichneten Tisches in z -Richtung in die Bildebene hinein verändert. Im Zentrum des Aufbaus sind der zur Strahldiagnose verwendete Zinksulfidschirm (*ZnS screen*) und das Drahtkreuz (*wire scanner*, Wolfram, $\varnothing 40 \mu\text{m}$) zu erkennen. Die im rechten Bildteil abgebildeten Hohlraumresonatoren (*microwave resonators*, [Doe96]) können zur präzisen Messung der Strahllage eingesetzt werden. Sie wurden für die hier beschriebenen Experimente aber nicht verwendet. Die mit *XT* und *YT* bezeichneten Tische dienen zur horizontalen und vertikalen Positionierung des gesamten Aufbaus. Die Gesamthöhe des Radiatoraufbaus von 237.9 mm bis zur Elektronenstrahlachse ist kompatibel zum entwickelten Goniometeraufbau zur Untersuchung der parametrischen Röntgenstrahlung [Bre96].

Zur Strahlungserzeugung kommen Beryllium- bzw. Nickelfolien der Maße $10 \times 10 \text{ mm}^2$ zum Einsatz. Diese werden auf die als Folienträger verwendeten Aluminiumbleche der Stärke 1 mm aufgeklebt. Die Folienträger besitzen für den Durchtritt des Elektronenstrahls jeweils eine kreisförmige Öffnung mit einem Durchmesser von 6 mm, die von den Folien freitragend überspannt wird. Zum Aufkleben der Folien wird Kohlenstoff-Leitkleber verwendet, um statische Aufladungen durch die Emission von Sekundärelektronen beim Durchtritt der Elektronen durch die Folien zu vermeiden. Beim Kleben wurde versucht, die Folien straffzuziehen, um eine möglichst glatte Folienoberfläche zu erhalten. Dies ist insbesondere für die Nickelfolie wichtig, die mit einer Dicke von nur $2 \mu\text{m}$ wesentlich flexibler als die $10 \mu\text{m}$ dicke Berylliumfolie ist. Aus den Gl. (3.13) und (3.15) lässt sich eine Obergrenze für die tolerierbare Welligkeit der Oberfläche abschätzen: Bei Beobachtung mit $\hbar\omega = 10 \text{ keV}$ beträgt die Dispersion der Nickelprobe $\delta_1 = 1.72 \cdot 10^{-5}$ [Hen93]. Mit einem Beobachtungswinkel von $\theta = 0.6 \text{ mrad}$ und einem Lorentz-Faktor $\gamma = 1673$ ergibt sich beim minimalen Folienabstand von $d =$

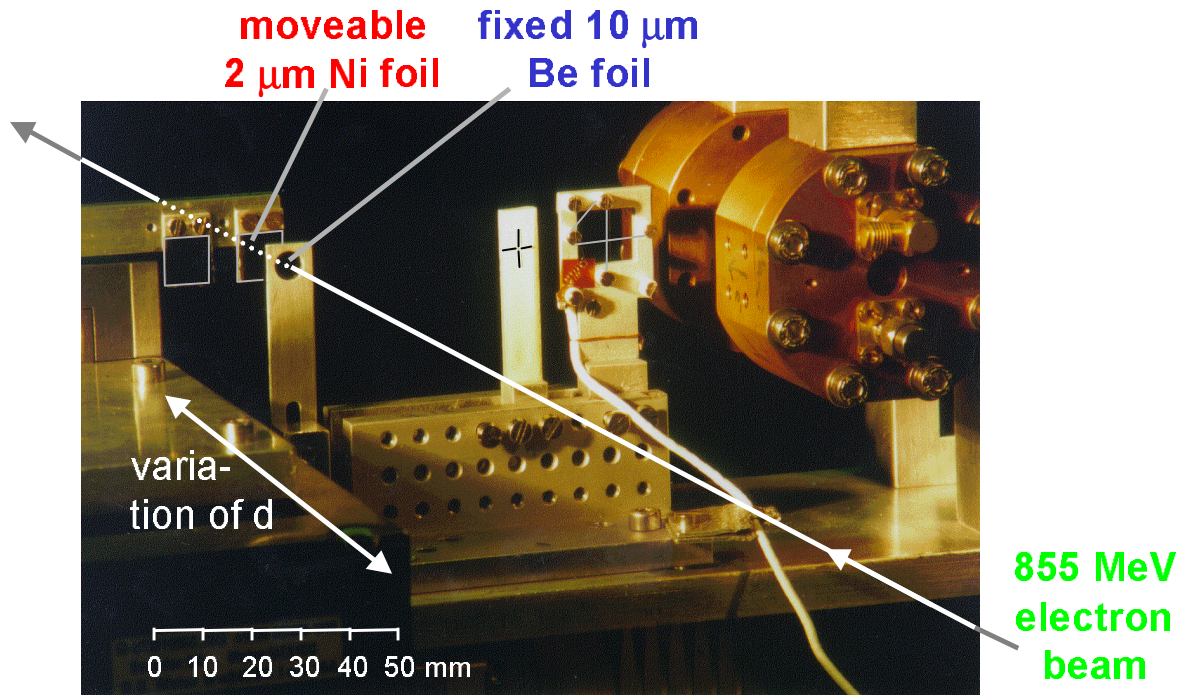


Abbildung 4.3.: Ausschnittsfotografie des Radiatoraufbaus. Der Elektronenstrahl geht wie angedeutet schräg nach links in die Bildebene hinein und trifft nacheinander die ortsfeste Beryllium-Referenzfolie und die verfahrbare Nickel-Probefolie. Der weiße Pfeil im linken Bildbereich deutet die Verfahrrichtung bei Variation des Folienabstandes an. Auf der rechten Seite sind Komponenten zur Strahldiagnose zu sehen. Dies umfasst einen Zinksulfidschirm, ein Drahtkreuz, sowie Hohlraumresonatoren, vgl. Abb. 4.2.

10 μm eine maximal zulässige Restwelligkeit von $\Delta d = 0.97 \mu\text{m}$, bei der die relative Unsicherheit der Phasenbestimmung $\Delta\Phi_d/\Phi \leq 1\%$ ist.

4.3. Einkristall-Spektrometer

Der Aufbau des Spektrometers basiert auf den in zwei Diplomarbeiten geleisteten Vorarbeiten [Joh95, Lin97]. Um den Aufbau möglichst einfach gestalten zu können, wurde ein Konzept mit nur einem Einkristall gewählt. Dieser Vorteil beim Aufbau des Spektrometers wird allerdings gegenüber Doppelmonochromatoren mit dem Nachteil erkauft, dass bei der Verstimmung der Photonenenergie und damit des Bragg-Winkels nach Gl. (2.24) der Detektor in der Detektorebene dem Reflex nachgefahren werden muss.

Der Bragg-Kristall befindet sich in einer Vakuumkammer mit einem Durchmesser von 70 cm. Die drehbare Spektrometerkammer besitzt einen rechteckigen Eintrittsschlitz der Abmessungen $190 \times 24 \text{ mm}^2$, der durch ein verschiebbares Stahlband der Dicke $400 \mu\text{m}$ abgedichtet wird. Die Konstruktion des verschiebbaren Flansches entspricht der in den Arbeiten [Bla92, Ste93] beschriebenen Vakuumkammer. Sie erlaubt eine Drehung der Kammer, ohne belüftet zu müssen². Das zum Detektor führende Strahlrohr des Photonenstrahls hat eine lichte Weite von 200 mm.

²Beim Verschieben tritt meist eine kurzzeitige Verschlechterung des Vakuums in der Spektrometerkammer auf etwa 10^{-3} mbar auf. Daher sollten beim Drehen die Ventile vor und hinter der Kammer geschlossen werden.

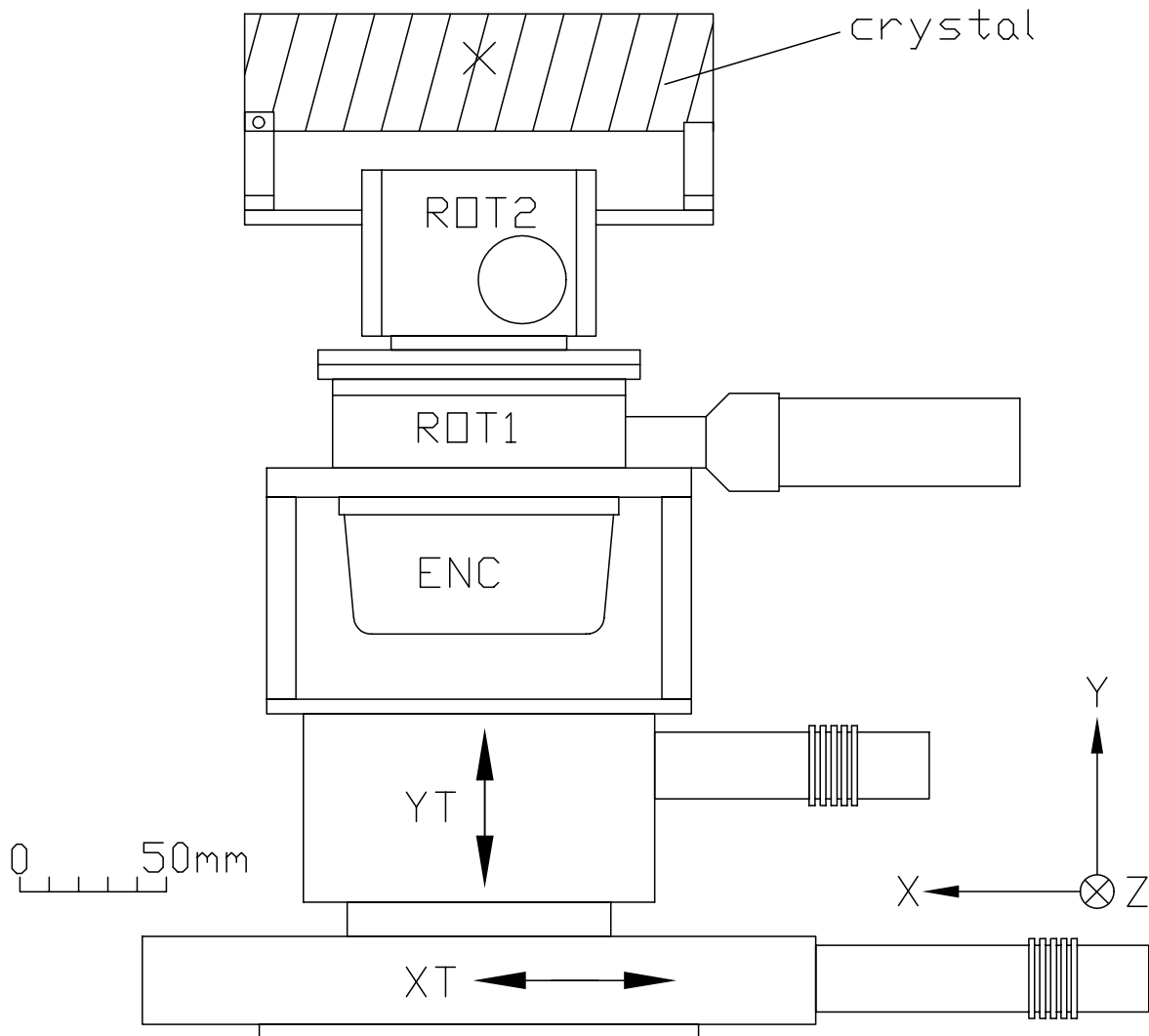


Abbildung 4.4.: Aufbau des Spektrometers. Der rechteckige Silizium-Einkristall ($160 \times 40 \text{ mm}^2$) wird aufrecht stehend an der linken unteren Ecke fixiert, während er an seiner rechten unteren Ecke lediglich unterstützt wird. Zwei Translationstische (XT , YT) erlauben die horizontale und vertikale Positionierung des Kristalls im Röntgenstrahl. Ein Rotationstisch ($ROT1$) dient zur Drehung des Kristalls um die vertikale y -Achse und damit zur Wahl des Bragg-Winkels. Dieser kann durch den Einsatz eines präzisen Rotationsencoders (ENC) mit einer Auflösung von $(2/10000)^\circ$ eingestellt werden. Ein weiterer Rotationstisch ($ROT2$) kippt den Kristall um die horizontal in der Bildebene verlaufende x -Achse und dient so zur Justage der Streuebene. Beide Drehachsen schneiden sich im Zentrum der Strahlungskeule, das durch ein Kreuz auf dem Kristall angedeutet ist. Die Gesamthöhe des Aufbaus von der Grundplatte bis zu diesem Punkt beträgt 335 mm.

Der Kristall wird auf einem 4-Achsen-Goniometer im Strahl ausgerichtet, das in Abbildung 4.4 dargestellt ist. Der Bragg-Winkel kann mit einer Auflösung von $(2/10000)^\circ$ variiert werden. Die Parameter der verwendeten Verfahrtschritte sind in Tabelle 4.1 auf Seite 41 aufgeführt. Um den Kristall möglichst spannungsfrei halten zu können, wird er aufrecht stehend nur an einem Punkt fixiert. Dabei wird die Kraft über eine schwimmend gelagerte Endmaßplatte auf den Kristall übertragen, um Punktbelastungen zu vermeiden [Lin97, Schu97]. Der zweite in Abb. 4.4 erkennbare Halterungspunkt dient nur zur Unterstützung des Kristalls. Um die Erzeugung von Untergrund zu minimieren, liegt kein Teil

der Halterung in der primären Strahlungskeule. Weitere Maßnahmen zur Reduzierung des Untergrundes wurden bereits im Abschnitt 4.1 beschrieben. Da alle Experimente nur mit geringen Elektronenstrahlströmen und damit auch mit geringen Röntgenstrahlungsintensitäten durchgeführt wurden, konnte auf eine Temperaturstabilisierung des Spektrometerkristalls verzichtet werden. Einflüsse von möglichen Temperaturschwankungen werden in Kap. 5.2 untersucht.

Mit der Wahl von Silizium als Kristallmaterial beträgt beim maximalen Bragg-Winkel von 64° und der Verwendung des [111]-Reflexes die minimale Photonenenergien $\hbar\omega = 2.2$ keV. Da der zugängliche Winkelbereich nicht nach unten beschränkt ist, kann so das mit Übergangsstrahlung nutzbare Energieintervall bis zu etwa 40 keV (vgl. Abb. 2.5b) voll ausgenutzt werden. Silizium hat gegenüber den ebenfalls gebräuchlichen Kristallmaterialien Germanium, Quarz und Diamant den Vorteil, dass es als nahezu perfekter Einkristall³ auch in großen Abmessungen preisgünstig erhältlich ist. Es wurden einseitig polierte, 160×40 mm² große Silizium-Einkristalle mit Orientierungen der Oberfläche parallel zur [111]-, [110]- und [100]-Netzebene beschafft⁴. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen wurden durchgängig mit dem in [111]-Orientierung geschnittenen Kristall durchgeführt. Die gewählte Dicke von 1 mm ist für die Röntgenreflexion im gewählten Energiebereich ausreichend, zudem sind die Kristalle mit dieser Dicke mechanisch hinreichend stabil.

Die Energieauflösung des Spektrometers setzt sich aus der intrinsischen Auflösung des Kristalls und geometrischen Beiträgen zusammen (vgl. Abschnitt 2.3). Eine in Kapitel 5.1.1 näher beschriebene Messung ergab für das hier beschriebene Experiment eine Energieauflösung von $\Delta\hbar\omega = (2.4 \pm 0.2)$ eV (FWHM) bei der Energie $\hbar\omega = 8.33$ keV.

4.4. Der pn-CCD Detektor

Zum orts- und energieaufgelösten Nachweis der Röntgenphotonen wird eine pn-CCD eingesetzt [Str96, Sol96]. Der Chip wurde im MPI-Halbleiterlabor in München für die Röntgenastronomie entwickelt und in der leider gescheiterten Satellitenmission ABRIXAS (*A Broad Band Imaging X-Ray All sky Survey* [Ric95]), sowie in der am 10.12.1999 gestarteten XMM (*X-Ray Multi-Mirror Mission* [Scha00]) eingesetzt. Der Aufbau der pn-CCD als Labordetektor wurde im Rahmen einer Kollaboration durchgeführt⁵.

Der CCD-Detektor befindet sich auf einem Wagen, der in Abb. 4.5 dargestellt ist. Da bei Photonenenergien oberhalb von 20 keV die Nachweiseffizienz der verwendeten pn-CCD unter 20% fällt, wurde der Aufbau so konzipiert, dass auch andere (nicht ortsauflösende) Detektoren verwendet werden können. Die horizontale und vertikale Feineinstellung der Detektorposition erfolgt dabei über einen XY-Kreuztisch mit einer Genauigkeit von 5 μ m. Der Gesamtverfahrweg von jeweils 20 cm ist der lichten Weite des Strahlrohres von ebenfalls 20 cm angepasst. Der Detektoraufbau kann durch ein pneumatisches Ventil vom Vakuum des Röntgenstrahlrohres abgekoppelt werden. Eine Zusammenstellung der Parameter der verwendeten Verfahrtische findet sich in Tabelle 4.1 auf Seite 41.

Der CCD-Detektor ist in Abb. 4.6 dargestellt. Er befindet sich in einer zylindrischen Kammer ($\varnothing$ 310 mm, Tiefe 250 mm). Durchführungen in der Kammer dienen zur Kühlung der pn-CCD durch

³Werte für Kristallfehler betragen für 8"-Wafer aus Epitaxial-Silizium laut Hersteller [Wac93]: Dichte der Stapelfehler maximal 0.2 cm^{-2} und typisch $< 0.1 \text{ cm}^{-2}$; Fehlstellen maximal 10/wafer und typisch 0/wafer.

⁴Lieferant: Silicium Bearbeitung Andrea Holm, Gigerenz 1, D-84367 Tann (Ndb.).

⁵Kollaborationspartner im Rahmen des vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) unter der Nummer 06 MZ 86319 (TP2) geförderten Projektes waren: MPI-Halbleiterlabor, München; KETEK GmbH, Oberschleißheim; Institut für Experimentalphysik I, Ruhr-Universität Bochum; Institut für Kernphysik, Johannes Gutenberg-Universität Mainz.

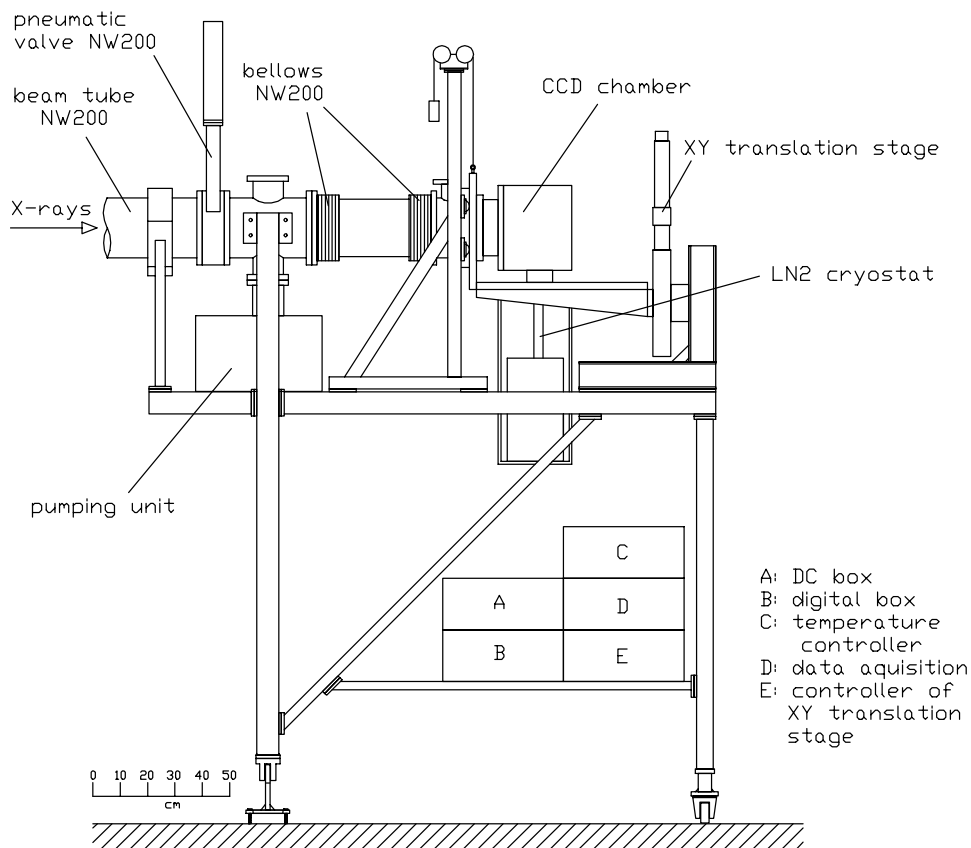


Abbildung 4.5.: Seitenansicht des Detektorwagens. Der gesamte Wagen fährt schienengeführt auf einem Kreis mit 5.5 m Radius um die Spektrometerkammer, wobei Ablenkwinkel zwischen -2° und 128° eingestellt werden können (vgl. Abb. 4.1). Ein über einen Membranbalg (NW 200) mit dem Strahlrohr verbundener XY-Kreuztisch (Verfahrweg jeweils 20 cm, Genauigkeit $5\ \mu\text{m}$) erlaubt die horizontale und vertikale Feineinstellung der Detektorposition. Im Unterbau des Tisches befinden sich Komponenten der Messelektronik.

Ankopplung an einen LN_2 -Badkryostaten, sowie zur elektrischen Versorgung und Datenauslese. Ferner erlauben sie das Positionieren einer ^{55}Fe -Quelle für Eichmessungen, sowie eines Folienträgers unmittelbar vor der pn-CCD, um Transmissionsmessungen durchzuführen. Details der Kammer sind in den Arbeiten [Wi97, Ker98] beschrieben. Die CCD-Kammer wird auf dem in Abb. 4.5 dargestellten Detektorwagen an das Photonenstrahlrohr angeflanscht.

Der eingesetzte CCD-Chip besitzt 12800 Pixel⁶, die in 64 horizontalen Zeilen und 200 vertikalen Spalten angeordnet sind, siehe Abb. 4.7. Mit der Pixeldimension von $150 \times 150\ \mu\text{m}^2$ ergibt sich eine Gesamtfläche des CCD-Chips von $1 \times 3\ \text{cm}^2$. Bei einem Einsatz in 11.0 m Abstand von der Strahlungsquelle deckt die pn-CCD ein Winkelintervall von 2.7 mrad horizontal und 0.9 mrad vertikal ab. Die Winkelauflösung beträgt $15\ \mu\text{rad}$ in beiden Dimensionen. Mit einer Dicke der sensitiven Schicht von etwa $270\ \mu\text{m}$ liegt die Quanteneffizienz bis zu einer Photonenenergie von ca. 20 keV oberhalb von 20%. Bei den im hier beschriebenen Experiment verwendeten Photonenenergien betragen die Nachweiseffizienzen 88% bei 9.9 keV und 97% bei 8.3 keV.

Für jede der 64 Zeilen der pn-CCD ist ein eigener Verstärker direkt auf dem Chip integriert. Die

⁶Pixel ist ein Kurzwort für das englische *picture cell*.

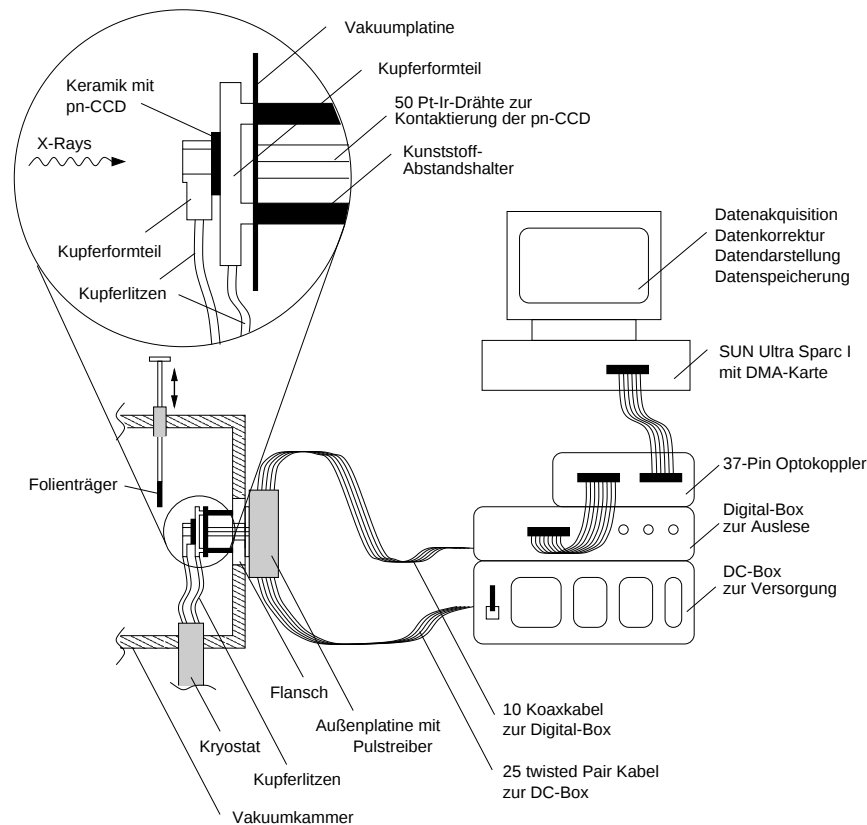


Abbildung 4.6.: Schemazeichnung des Detektoraufbaus. Der CCD-Chip sitzt auf einer Vakuumpatine, die auf dem seitlichen Deckel der Vakuunkammer gehalten ist. Durch thermische Ankopplung an einen LN_2 -Badkryostaten wird die pn-CCD auf 150 K gekühlt. Eine Vakuumdurchführung erlaubt das Positionieren eines Folienträgers unmittelbar vor den Chip, um Transmissionmessungen durchführen zu können. Elektrische Durchführungen im Kammerdeckel dienen zur Versorgung und Auslese der pn-CCD. Die zur Datenaufnahme verwendeten elektronischen Komponenten sind in Abschnitt 4.5 näher beschrieben.

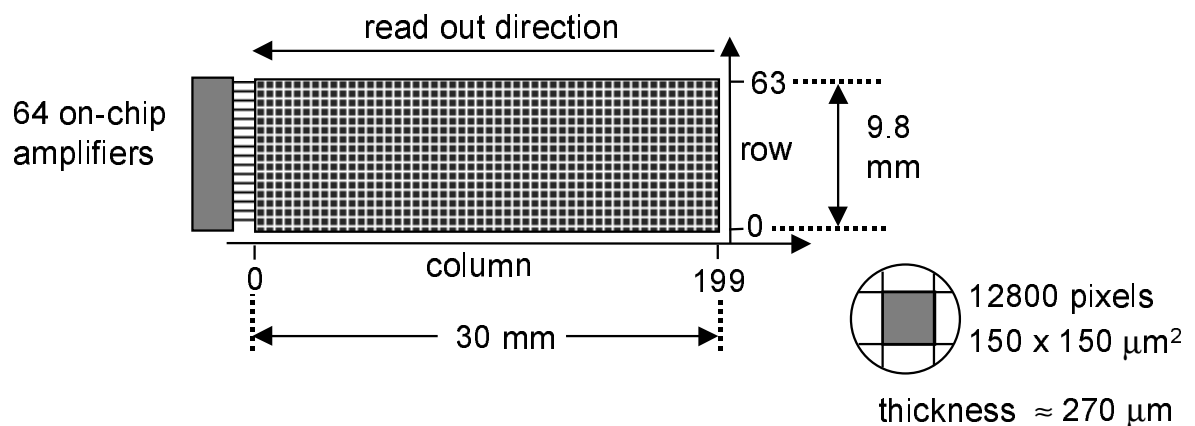


Abbildung 4.7.: Schematische Darstellung der pn-CCD. Die Ausleserichtung zu den 64 parallelen Verstärker geht von rechts nach links.

Auslese der 64 Kanäle erfolgt parallel und ist daher mit 5.8 ms sehr schnell. Dies erlaubt Raten von bis zu 95 Einzelbildern (*frames*) pro Sekunde. Die hier beschriebenen Experimente wurden mit einer Rate von 50 Bildern/s durchgeführt. Zur Reduzierung des Rauschens wird die CCD bei 150 K betrieben [Zem98]. Die Auflösung der pn-CCD beträgt mit der ausschließlich verwendeten niedrigen Verstärkung etwa 300 eV bei 5.9 keV (^{55}Fe). Die zum Betrieb und zur Auslese der pn-CCD erforderlichen elektronischen Komponenten werden im folgenden Abschnitt 4.5 beschrieben.

4.5. Elektronik und Datenaufnahmesystem

Die zur Experimentsteuerung, Datenaufnahme und Archivierung verwendeten Komponenten sind in Abb. 4.8 schematisch dargestellt. Hierbei sind zwei Bereiche zu unterscheiden, die im folgenden näher beschrieben werden: zum einen die zur Experimentsteuerung verwendeten Komponenten, und zum anderen die Bestandteile der Datenaufnahme und -archivierung.

Alle Verschiebetische werden über einen zentralen Steuerrechner vom Messplatz der X1-Gruppe aus gesteuert. Die Kommunikation mit den etwa 50 m entfernten Motor-Controllern geschieht über serielle Schnittstellen. Zur Ansteuerung wird eine für die Interferometrie-Experimente erweiterte Version des Steuerprogramms *goni* verwendet [Her94].

Die zum Betrieb der pn-CCD nötigen Versorgungsspannungen werden durch die *DC box* geliefert. Die *digital box* steuert die Auslese der pn-CCD. Die 64 Kanäle der pn-CCD werden parallel ausgelesen und mit 64 direkt auf dem Chip integrierten Vorverstärkern verstärkt und als Analogsignale an die *digital box* geleitet. In der *digital box* findet eine erneute Verstärkung, sowie die Analog-Digital-Wandlung in einem 12 Bit-ADC statt, wobei die Verstärkung in zwei Stufen einstellbar ist. Die niedrige Verstärkung (*low gain*) erlaubt die Verstärkung von Photonenenergien bis etwa 160 keV bei einer Kanalbreite von etwa 70 eV und einer Auflösung von rund 300 eV bei 5.9 keV (^{55}Fe). Bei hoher Verstärkung (*high gain*) können Signale von Photonen bis zu einer Maximalenergie von etwa 8 keV verstärkt werden, die Kanalbreite beträgt hier 3.75 eV, die Auflösung bei 5.9 keV (^{55}Fe) etwa 180 eV. Da alle Messungen im Rahmen dieser Arbeit bei Photonenenergien oberhalb 8 keV durchgeführt wurden, wurde ausschließlich mit niedriger Verstärkung gearbeitet. In der *digital box* werden aus der digitalisierten Energieinformation und den Bildkoordinaten Datenwörter gebildet, die über einen synchronen parallelen Datenausgang an eine DMA-Karte (*Direct Memory Access*) im Datenaufnahmerechner weitergeleitet werden.

Die zur Datenaufnahme verwendeten Rechenprogramme (*frameServer*, *Xtape*, *Xonline*) wurden von der KETEK GmbH entwickelt. Auf der als Datenaufnahmerechner verwendeten SUN-Workstation mit dem Betriebssystem *solaris* 2.5 schreibt ein Softwareprozess (*frameServer*) die in der DMA-Karte anliegenden Daten in den Hauptspeicher, wo sie für andere Prozesse zugänglich sind (*shared memory*). Ein Prozess ist dabei für die Archivierung der Daten auf einer Wechsel-Festplatte zuständig (*Xtape*), ein davon unabhängiger Prozess für die Darstellung der Rohdaten direkt während der Messung (*Xonline*). Der Zugriff auf den direkt am Experiment befindlichen Datenaufnahmerechner geschieht mit einem Linux-PC über eine Fast-Ethernet-Verbindung vom Kontrollraum aus. Ein weiterer Linux-PC mit Wechsel-Festplatte dient zur Archivierung der Rohdaten auf CD, sowie auf Magnetband. Darüber hinaus können die Daten mit diesem PC unmittelbar nach der Messung untersucht werden. Die zur nachträglichen Analyse der aufgenommenen Daten verwendeten Programme wurden im Rahmen der hier beschriebenen Arbeit entwickelt und werden in Anhang B.2 näher beschrieben.

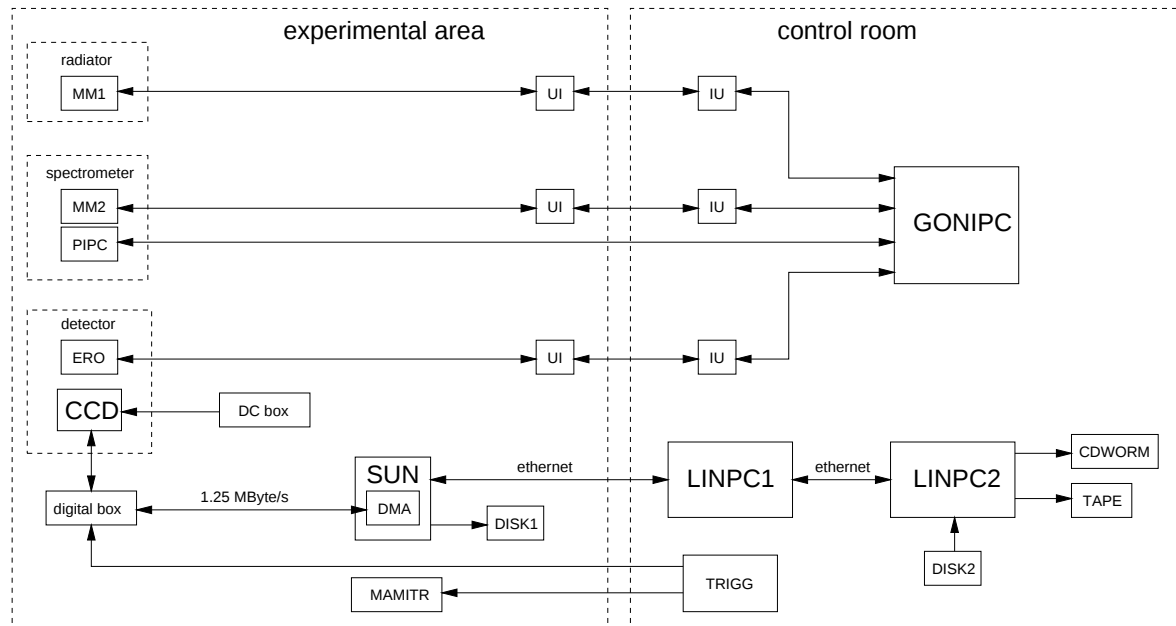


Abbildung 4.8.: Schema der zur Experimentsteuerung und Datenaufnahme verwendeten Elektronik. Experimentierhalle und Kontrollraum sind räumlich getrennt und durch Kabel einer Länge von etwa 50 m verbunden. Die einzelnen Komponenten sind in Tab. 4.2 beschrieben.

Tabelle 4.2.: Liste der verwendeten elektronischen Komponenten.

Kürzel	Funktion	Hersteller/Typ
CCD	Röntgendetektor	[Str96, Sol96]
CDWORM	CD-Schreiber	SCSI extern
DC box	Spannungsversorgung CCD	MPI-HLL München
digital box	Steuerung/Auslese CCD	MPE München
DISK1	8 GB Wechsellplatte Datenaufnahme	SCSI extern
DISK2	8 GB Wechsellplatte Datenarchivierung	SCSI extern
DMA	SBUS-Karte für Speicherzugriff	EDT SCD-20
ERO	Motor-Controller Detektortisch	Elbag WMC 3.2
GONIPC	Steuer-PC Goniometertische	[Her94]
LINPC1	Steuer-PC Datenaufnahme	Dual-Pentium 350
LINPC2	PC zur Datenarchivierung	Pentium 200
MAMITR	Eingang ext. Taktgeber MAMI	Eigenbau Kernphysik
MM1	Motor-Controller Radiator	Newport/Klinger MM2000
MM2	Motor-Controller Spektrometer	Newport/Klinger MM2000
PIPC	Motor-Contr. vertik. Drehtisch Spektrom.	PI C-842.20
SUN	Datenaufnahmerechner	Sun Ultra Sparc I
TAPE	Bandlaufwerk	Exabyte
TRIGG	Taktgeber	Quantum Composers 9410
UI, IU	Strom-Spannungswandler	Eigenbau Kernphysik

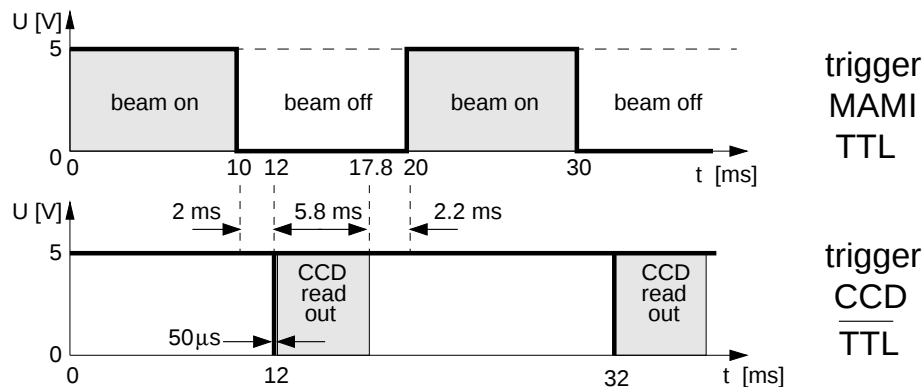


Abbildung 4.9.: Triggerung bei der Datenaufnahme. Bei einer Bildaufnahmefrequenz von 50 frames/s wird der Elektronenstrahl des Mainzer Mikrotrons MAMI durch 10 ms lange TTL-Pulse im Abstand von 20 ms extern getriggert. In der Strahl-aus-Phase stößt ein 50 μ s breiter Rechteckpuls ($\overline{TTL}$) nach einer Wartezeit von 2 ms die Auslese der CCD an. Diese ist bei einer Dauer von 5.8 ms bereits 2.2 ms vor Beginn der nächsten Strahl-an-Phase des Elektronenstrahls beendet.

Die zur Synchronisation der Auslese und der Pulse des Elektronenstrahls verwendeten Signale sind in Abb. 4.9 dargestellt. Um zu vermeiden, dass während der Auslese auf die pn-CCD auftreffende Photonen Wischbilder erzeugen, wird während der Auslese der pn-CCD der Elektronenstrahl und damit auch der Photonenstrahl durch einen gemeinsamen Taktgeber ausgeschaltet. Der Elektronenstrahl wird dabei mit 10 ms langen Pulsen betrieben.

Die verwendete Ausleserate beträgt 50 Einzelbilder/s. Jedes Rohbild benötigt 25 kByte. Damit ergibt sich eine Datenrate von 1.25 MByte/s, die archiviert werden muss. Da mit 160 Messungen einer typischen Größe von jeweils 2000 Einzelbildern die Kapazität von 8 GByte der im Datenaufnahmerechner zur Verfügung stehenden Festplatte erschöpft ist, wurde die Platte während der Messung mehrmals ausgewechselt, um die Daten auf Magnetbändern zu archivieren.

Die Bereiche der Motorsteuerung und der Datenaufnahme waren zum Zeitpunkt der Messungen voneinander getrennt. Daher wurden die Goniometertische immer nur zwischen den Messzeiten bewegt. Obgleich das für die hier dargestellten Messungen keinen Nachteil bedeutete, sollen Steuerung und Messung für zukünftige Experimente in ein einheitliches Konzept integriert werden [ClaXX].

Der hier beschriebene Interferometeraufbau erfüllt alle in den Abschnitten 2 und 3 gestellten Anforderungen. Im folgenden Kapitel 5 werden die mit dem Aufbau durchgeführten Messungen dargestellt.

5. Durchführung der Messungen

In diesem Kapitel wird die Durchführung der Messungen beschrieben. Dabei werden zunächst vorbereitende Messungen wie die Energieeichung und Bestimmung der Auflösung des Spektrometers aus der Messung der Transmission durch eine Nickelfolie im Bereich um die Nickel K-Kante bei 8.33 keV dargestellt. Im Anschluss daran wird die Bestimmung der Foliendicken aus dem Energieverlust von α -Teilchen beschrieben. Danach werden die Messungen der relevanten Eigenschaften des Elektronenstrahls erläutert. Es wird dabei auf die Einstellung der horizontalen und vertikalen Elektronenstrahlausdehnung, sowie auf die Kontrolle des während der Interferometrieexperimente eingesetzten Elektronenstrahlstroms eingegangen.

Die im Anschluss beschriebenen Messungen der Interferenzen der Übergangsstrahlung der Berylliumfolie und der Nickelprobe wurden im Sommer 1999 über einen Zeitraum von insgesamt etwa 120 h durchgeführt.

5.1. Vorbereitende Messungen

5.1.1. Energieauflösung des Spektrometers

Zur Energieeichung und zur Messung der Energieauflösung des Spektrometers wurde die Röntgentransmission durch eine Nickelfolie im Bereich der Nickel K-Kante bei 8.33 keV, d.h. bei Bragg-Winkeln um $\theta_B = 13.73^\circ$ gemessen. Dazu wurde eine nominell 2 μm dicke Nickelfolie mit dem in Abb. 4.6 gezeigten Folienträger so vor die CCD gefahren, dass die obere Hälfte der CCD von der Folie bedeckt ist, während die Photonen die untere Hälfte der pn-CCD ungehindert erreichen können. Als Photonenquelle wurde die TR zweier 10 μm dicker Berylliumfolien verwendet, die einen großen Abstand von 10 mm haben, so dass sich die von den zwei Folien emittierten Amplituden inkohärent addieren. Bei der Nickelfolie handelt es sich um zwei aneinandergesetzte Stücke aus derselben Folie, aus der auch die bei den Interferometriemessungen als Probefolie verwendete Nickelfolie herausgeschnitten wurde. Es wurden Messungen bei mehreren Bragg-Winkeln und Detektorpositionen durchgeführt, so dass die Transmission über ein Energieintervall von knapp 400 eV Breite mit einem durch die Pixel-Dimensionen von 150 μm gegebenen Punktabstand von 0.45 eV gemessen wurde. Die Bearbeitung der mit dem CCD-Chip aufgenommenen Rohdaten erfolgte in derselben Weise wie bei der Verarbeitung der Rohdaten der Interferometriemessungen und ist in Kapitel 6 näher beschrieben. Abb. 5.1 zeigt exemplarisch eine der aufgenommenen Ortsverteilungen.

Die Transmission ergibt sich zu $T_{\text{exp}}(\hbar\omega) = I_{\text{abs}}(\hbar\omega)/I_0(\hbar\omega)$. Hier beschreibt $I_{\text{abs}}(\hbar\omega)$ die in einem von Folie bedeckten Pixel P_{abs} beobachtete Intensität, während $I_0(\hbar\omega)$ die Intensität bezeichnet, die beim gleichen Emissionswinkel und der gleichen Photonenenergie $\hbar\omega$ ohne Nickelfolie beobachtet wird. Die ungeschwächte Intensität $I_0(\hbar\omega)$ kann aus dem Pixel P_0 entnommen werden, das sich im unteren Teil der pn-CCD spiegelsymmetrisch zu P_{abs} befindet, wobei die Spiegelachse horizontal durch das Zentrum der Strahlungskeule verläuft. Die horizontale Position des Messpunktes wird mit der nach Gl. (2.30) berechneten Energiedispersion in der Detektorebene von $\partial\hbar\omega/\partial x = 3.024 \text{ eV/mm}$ in eine Energie umgerechnet.

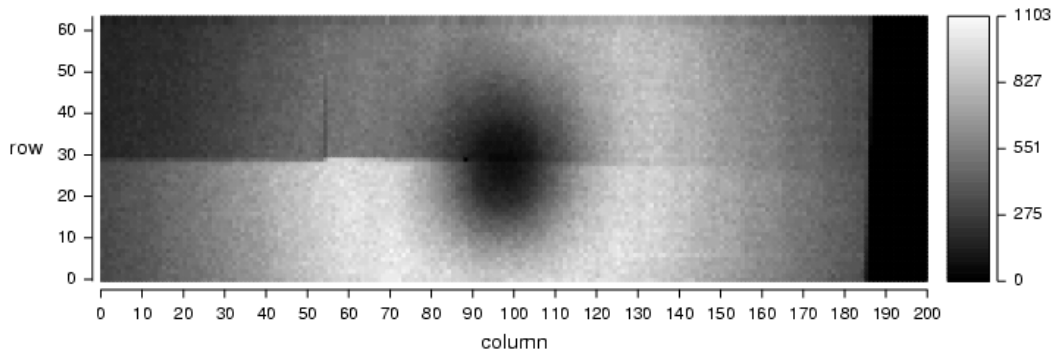


Abbildung 5.1.: Rohdaten der Transmissionsmessung. Gezeigt ist die räumliche Verteilung des Übergangsstrahlungskegels auf der pn-CCD. Die Intensitäten sind als Graustufen erkennbar. Der obere Teil der CCD ist mit einer aus zwei Einzelstücken zusammengesetzten 2 μm dicken Nickelfolie abgedeckt. Die Dispersion längs der CCD führt zur deutlich erkennbaren Rechts-Links-Asymmetrie. Die Abschattung bei Spalten oberhalb 185 wird vom Folienträger verursacht.

Zur Ermittlung der genauen Energieposition sowie der apparativen Auflösung wurde an die experimentell gemessene Transmissionskurve folgende Funktion $F(\omega)$ angepasst:

$$\begin{aligned} F(\omega) &= T(\omega) \otimes G(\omega) \\ &= \int_0^\infty d\omega' e^{-2\frac{\omega'}{c}\beta(\omega'-\omega_0)t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\omega-\omega')^2}{2\sigma^2}} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Es handelt sich hierbei um die Faltung der bei idealer Energieauflösung erwarteten Transmission $T(\omega)$ mit der als Gauß-förmig angenommenen apparativen Energieauflösung $G(\omega)$. Die in die Berechnung von $F(\omega)$ eingehende Absorptionskurve $\beta(\omega)$ der absorbierenden Folie wurde einer Messung der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt PTB entnommen [Kra95]. Anpassungsparameter sind die Dicke des Absorbers t , die Breite der apparativen Energieauflösungsfunktion σ , sowie die Energieverschiebung ω_0 , die eine absolute Energieeichung der Spektrometereinstellung erlaubt. Abbildung 5.2 zeigt die gemessene Transmission und die nach Gl. (5.1) angepasste Funktion.

Die ermittelte Foliendicke liegt mit $t = (2.109 \pm 0.002) \mu\text{m}$ innerhalb der vom Hersteller angegebenen Spezifikation von $t = (2.0 \pm 0.2) \mu\text{m}$. Eine weitere unabhängige Messung der Foliendicke wird in Abschnitt 5.1.2 beschrieben.

Die volle Halbwertsbreite $\Delta(\hbar\omega)_{app} = \sqrt{8\ln 2} \sigma$ der apparativen Energieauflösung ergibt sich aus der Anpassung zu $\Delta(\hbar\omega)_{app} = (2.4 \pm 0.2) \text{ eV}$. Zur erwarteten Auflösung tragen gemäß Abschnitt 2.3.3 folgende Terme bei, wobei jeweils volle Halbwertsbreiten angegeben werden:

1. Die intrinsische Auflösung beträgt bei Ausnutzung des [111]-Reflexes nach Tabelle 2.1 $\Delta(\hbar\omega)_{intr}/(\hbar\omega) = 1.3 \cdot 10^{-4}$. Bei $\hbar\omega = 8333 \text{ eV}$ lässt sich damit ein Beitrag von $\Delta(\hbar\omega)_{intr} = 1.08 \text{ eV}$ zur Auflösung des Spektrometers abschätzen.
2. Aus der horizontalen Ausdehnung des Strahlflecks ergibt sich nach Gl. (2.30) folgender Beitrag zur Energieauflösung: $\Delta(\hbar\omega)_Q = \sqrt{8\ln 2} \hbar\omega \sigma_x / (D \tan \theta_B)$. Bei einer Photonenenergie $\hbar\omega = 8333 \text{ eV}$, einer Strahlfleckbreite $\sigma_x = 250 \mu\text{m}$, einem Abstand zwischen Radiator und Detektor von $D = 11.0 \text{ m}$ und einem Braggwinkel $\theta_B = 13.73^\circ$ ergibt sich ein Beitrag von $\Delta(\hbar\omega)_Q = 1.83 \text{ eV}$.

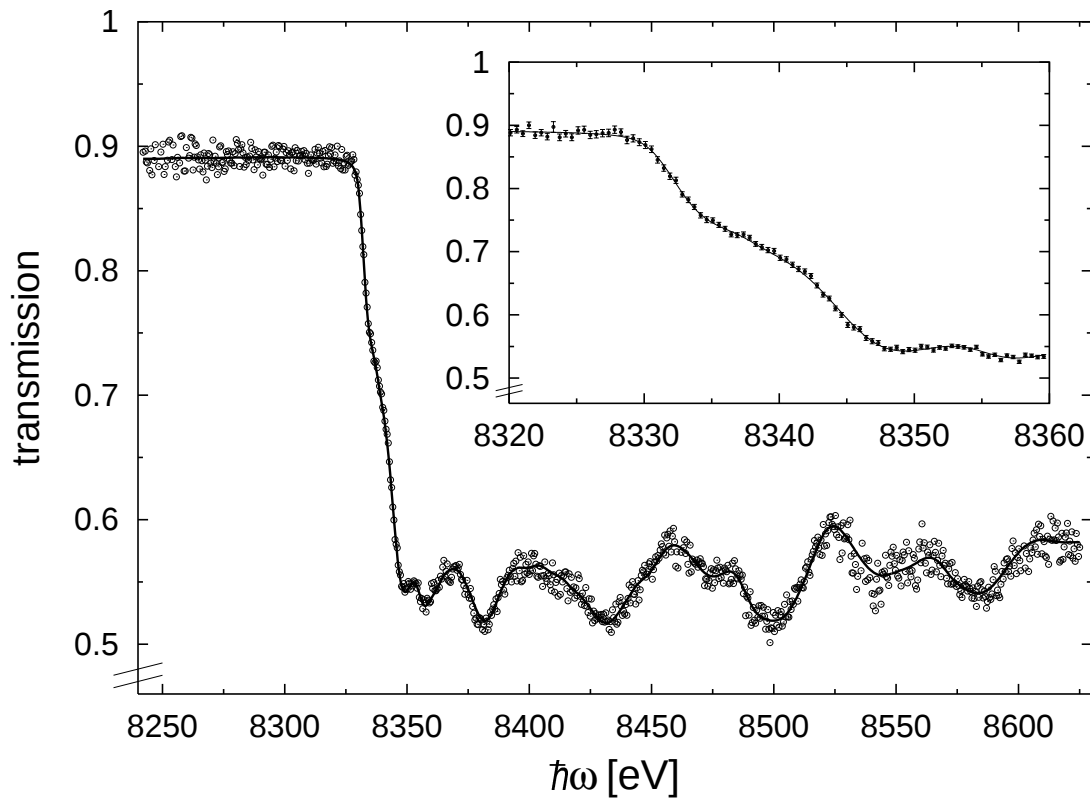


Abbildung 5.2.: Experimentell bestimmte Transmissionskurve. Neben den als Punkten eingezeichneten Messdaten ist die nach Gl. (5.1) angepasste Faltung als durchgezogene Kurve mit eingezeichnet. Aus der Anpassung wurde die Energieauflösung des Spektrometers in guter Übereinstimmung mit theoretischen Erwartungen zu $\Delta(\hbar\omega)_{app} = (2.4 \pm 0.2)$ eV bestimmt. Sowohl die XANES im Bereich des Kantensprungs, als auch die EXAFS bei höheren Energien sind gut aufgelöst. Aus Gründen der Übersicht wurden die experimentellen Fehler lediglich in den einen kleineren Ausschnitt des Energieintervalls zeigenden Graphen eingezeichnet.

3. Analog zur Strahlfleckausdehnung ergibt sich auch aus der Ortsauflösung des Detektors ein Beitrag zur Energieauflösung: $\Delta(\hbar\omega)_D = (w\hbar\omega)/(D \tan \theta_B)$. Hier bezeichnet w die lineare Pixel-Dimension von $150 \mu\text{m}$. Der Beitrag beträgt daher $\Delta(\hbar\omega)_D = 0.47$ eV.

Unter der Annahme von Gauß-förmigen Verteilungen ergibt sich die erwartete Energieauflösung als quadratische Summe der Einzelbeiträge zu $\Delta(\hbar\omega) = 2.19$ eV. Der experimentell bestimmte Wert von $\Delta(\hbar\omega)_{app} = (2.4 \pm 0.2)$ eV stimmt somit innerhalb seines 1σ -Fehlers mit dem berechneten Wert überein.

Dominierender Beitrag zur Auflösung ist die Energieverbreiterung, die durch die horizontale Ausdehnung des Strahlflecks verursacht wird. Dessen Größe wurde an die Erfordernisse der Interferometrie angepasst (vgl. Abschnitt. 3.5.1) und ist daher nicht frei wählbar. Die bei den Transmissionsmessungen aufgelösten Feinstrukturen in der Absorption zeigen jedoch, dass die Energieschärfe ausreichend ist, um auch bei interferometrischen Messungen der Dispersion im Energiebereich um die Nickel K-Kante Feinstrukturen auflösen zu können.

5.1.2. Bestimmung der Foliendicken

Die von den Folien emittierte Übergangsstrahlung hängt nach den Ausführungen in Abschnitt 2.2 insbesondere von den Foliendicken t_i ab. Um die Foliendicke zu bestimmen, wurde der Energieverlust von α -Teilchen in den Folien gemessen. Dabei wurden zwei Berylliumfolien mit den internen Bezeichnungen Be1 und Be2, sowie zwei Nickelfolien Ni1 und Ni2 verwendet. Es handelt sich jeweils um zwei Stücke, die aus einer $25 \times 25 \text{ mm}^2$ großen Folie herausgeschnitten wurden. Der Vergleich der zwei Folien gleichen Materials erlaubt daher Rückschlüsse auf die Homogenität der Folien. Be1 wurde als Referenzfolie im Interferometer eingesetzt, Be2 dient lediglich zu Vergleichszwecken. Die mit Ni1 bezeichnete Folie ist die beim Interferometrieexperiment eingesetzte Probefolie, während Ni2 bei der in Abschnitt 5.1.1 beschriebenen Transmissionsmessung zur Bestimmung der Energieauflösung des Spektrometers verwendet wurde.

Die α -Teilchen verlieren bei der Transmission durch Materie hauptsächlich durch Ionisation der Materieatome Energie. Der Energieverlust durch Coulomb-Stöße mit den Atomkernen ist für die hier beschriebenen Messungen mit einem Anteil von unter 10^{-3} vernachlässigbar. Der Energieverlust lässt sich mit Hilfe von tabellierten Reichweitenkurven [Nor70, Zie00] in eine Massenbelegung $\rho_i t_i$ umrechnen, wobei ρ_i die Dichte des Materials mit Index i bezeichnet. Aus der Massenbelegung $\rho_i t_i$ folgt bei bekannter Dichte ρ_i die Dicke t_i .

Die verwendete offene Quelle bestand aus den Isotopen ^{239}Pu , ^{241}Am und ^{244}Cm . Unter Vakuumbedingungen wurde zunächst mit einer Photodiode die Position der α -Linien im Impulshöhenspektrum gemessen, um so mit der bekannten Energie der α -Linien eine Energie-Kanal-Eichung des Messsystems vornehmen zu können. Die Auflösung des Messsystems lag bei einer α -Energie von 5.846 MeV (^{241}Am) bei 20 keV. Danach wurden die Folien nacheinander in den Strahlengang zwischen Quelle und Detektor gebracht. In Abb. 5.3 sind exemplarisch einige der aufgenommenen Spektren gezeigt.

Bei der Bestimmung der Linienlagen nach Durchtritt durch die Folie ließen sich die Linien der Einzelisotope auf Grund der Linienverbreiterung (*energy straggling*) nicht mehr auflösen, so dass die Linien der drei Isotope zur Auswertung des Energieverlustes jeweils zu einer Linie zusammengefasst wurden. An die ohne und mit Absorptionsfolie aufgenommenen Spektren wurden Gauß-Kurven angepasst. Der Energieverlust ergibt sich bei bekannter Energie-Kanal-Eichung aus der Differenz der Linienlagen. Der relative Fehler bei der Bestimmung des Energieverlustes wird dominiert vom Fehler

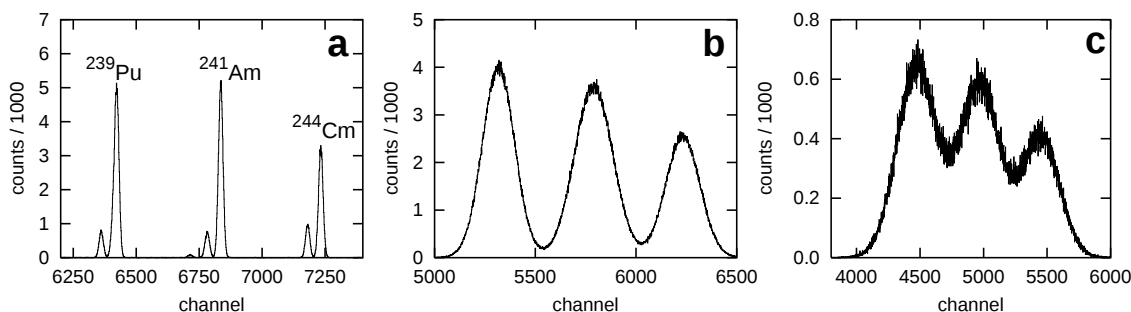


Abbildung 5.3.: Gemessene α -Spektren. a) Spektrum ohne Folie; b) Spektrum nach Durchtritt durch die Nickelfolie Ni1; c) Spektrum nach Durchtritt durch die Berylliumfolie Be1. Die im Spektrum (a) als Liniengruppen auftretenden Einzellinien der jeweiligen Isotope (vgl. Tab. 5.1) sind bei den Energieverlustmessungen (b) und (c) wegen der auftretenden Linienverbreiterungen nicht mehr auflösbar.

Tabelle 5.1.: Bestimmung des Energieverlustes von α -Teilchen in den Folien. Die einzelnen Spalten bezeichnen: E_α die Energie der α -Linie nach [Led78], I_{rel} ihre Intensität [Led78], $\overline{E}_\alpha$ die über die Linien eines Isotops gewichtet gemittelte α -Energie, sowie ΔE_α den Energieverlust in den Berylliumfolien mit den internen Bezeichnungen Be1 und Be2 bzw. in den Nickelfolien Ni1 und Ni2. Der relative Fehler der Einzelmessungen von etwa 0.9% bei der Bestimmung von ΔE_α wird vom Fehler bei der Anpassung der Lage der durch Energieverschmierung in der Folie verbreiterten Linien dominiert.

Isotop	E_α [MeV]	I_{rel} [%]	$\overline{E}_\alpha$ [MeV]	ΔE_α [MeV]			
				Be1	Be2	Ni1	Ni2
²³⁹ Pu	5.105	11.5	5.143				
	5.143	15.1		1.553	1.570	0.875	0.883
	5.155	73.3		± 0.013	± 0.013	± 0.007	± 0.007
²⁴¹ Am	5.389	1.3	5.479				
	5.443	12.7		1.490	1.504	0.832	0.842
	5.486	86.0		± 0.013	± 0.013	± 0.007	± 0.007
²⁴⁴ Cm	5.763	23.3	5.795	1.418	1.417	0.793	0.787
	5.805	76.7		± 0.012	± 0.012	± 0.007	± 0.007

bei der Anpassung der deutlich verbreiterten Linie nach Durchtritt durch die Folie und liegt bei etwa 0.9%. Tabelle 5.1 gibt einen Überblick über die Ergebnisse der Messung.

Aus den ermittelten Energieverlusten wurden unter Zuhilfenahme von Reichweitentabellen die Foliendicken bestimmt. Es wurden jeweils zwei verschiedene Referenzen verwendet, die insbesondere für die Nickelfolien um 4.5% unterschiedliche Dicken ergeben. Da nicht entschieden werden konnte, welche Referenz näher am wahren Wert liegt, wurde der Mittelwert gebildet. Für jede Einzelfolie wurden die Ergebnisse der drei verwendeten α -Isotope gemittelt. Tabelle 5.2 zeigt die mit den Dichten von $\rho_{Ni} = 8.90 \text{ g/cm}^3$ für Nickel bzw. $\rho_{Be} = 1.848 \text{ g/cm}^3$ für Beryllium erhaltenen Ergebnisse im Überblick. Durch die Verwendung des Energieverlustes aller drei Isotope kann der statistische Fehler bei der Bestimmung des Energieverlustes auf 0.5% gesenkt werden. Die für die beiden Folienpaare Be1/Be2 bzw. Ni1/Ni2 bestimmten Foliendicken stimmen innerhalb dieses statistischen Fehlers überein. Alle Werte liegen innerhalb der Spezifikation des Herstellers von $t_2 = (10 \pm 1) \mu\text{m}$ für die Berylliumfolien bzw. $t_1 = (2.0 \pm 0.2) \mu\text{m}$ für die Nickelfolien.

In den Ergebnissen lassen sich somit keine Hinweise auf Inhomogenitäten der Folien finden, sondern die Paare besitzen im Rahmen der experimentellen Fehler jeweils gleiche Dicken. Dies gilt insbesondere auch für die Nickelfolien. Die Dicke der Folie Ni2 wurde mit Röntgentransmission zu $t_{Ni2} = 2.109 \mu\text{m}$ bestimmt (vgl. Kap. 5.1.1). Aus dem relativen Vergleich der Ergebnisse der α -Energieverlustmessungen der Folien Ni1 und Ni2 kann daher unabhängig von den absoluten Unsicherheiten der Reichweiten der α -Teilchen der Schluss gezogen werden, dass auch die bei den Interferometriemessungen verwendete Probefolie Ni1 dieselbe Dicke von $t_1 = 2.109 \mu\text{m}$ aufweist, wobei das Fehlerintervall durch den statistischen Fehler der α -Energieverlustmessung von $\Delta(\overline{t_1})_{stat} = 0.010 \mu\text{m}$ gegeben ist. Demgegenüber ist die Genauigkeit bei der Bestimmung der Absolutdicke der bei den Interferometriemessungen verwendeten Berylliumfolie Be1 sowohl durch den statistischen Fehler bei der Bestimmung des Energieverlustes, als auch durch die systematische Unsicherheit der Referenzdaten limitiert. Der Betrag der Foliendicke ergibt sich als Mittelwert der in Tab. 5.2 mit den

Tabelle 5.2.: Mit α -Energieverlust bestimmte Foliendicken t_i . Aus den in Tab. 5.1 angegebenen Energieverlusten wurden mit Hilfe zweier Reichweitentabellen [Zie00] bzw. [Nor70] die Foliendicken t_i bestimmt. Aus den zwei Werten wurde der Mittelwert $\bar{t}_i$ gebildet. Der für den Mittelwert angegebene statistische Fehler $\Delta(\bar{t}_i)_{stat}$ ergibt sich aus der Unsicherheit von 0.5% bei der Bestimmung des Energieverlustes. Demgegenüber wurde der systematische Fehler $\Delta(\bar{t}_i)_{syst}$ aus der Differenz der sich aus den beiden Referenzen ergebenden Foliendicken abgeschätzt.

Folie	t_i [μm] nach [Zie00]	t_i [μm] nach [Nor70]	$\bar{t}_i$ [μm]	$\Delta(\bar{t}_i)_{stat}$ [μm]	$\Delta(\bar{t}_i)_{syst}$ [μm]
Be1	10.002	10.080	10.041	± 0.049	± 0.078
Be2	10.061	10.134	10.097	± 0.049	± 0.073
Ni1	2.090	2.184	2.137	± 0.010	± 0.094
Ni2	2.099	2.193	2.146	± 0.010	± 0.094

beiden Tabellen berechneten Dicken. Statische und systematische Fehler müssen quadratisch zum Gesamtfehler addiert werden. Zusammengefasst ergeben sich damit folgende Foliendicken:

$$\begin{aligned} \text{Nickel-Probefolie 1:} & \quad t_1 = (2.109 \pm 0.010) \mu\text{m} \\ \text{Beryllium-Interferometerfolie 2:} & \quad t_2 = (10.04 \pm 0.09) \mu\text{m}. \end{aligned}$$

Die Fehler der ermittelten Foliendicken tragen zum systematischen Fehler bei der interferometrischen Bestimmung der Dispersion δ_1 der Nickelprobe bei.

5.2. Einfluss von Temperaturschwankungen

Schwankungen der Temperatur des im Spektrographen verwendeten Silizium-Einkristalls (vgl. Abschnitt 4.3) führen zur Ausdehnung oder Kontraktion der Einheitszellen im Kristall, d.h. zur Änderung des durch Gl. (2.25) gegebenen Netzebenenabstandes. Für kleine Abweichungen von der Raumtemperatur $T_0 = 300$ K kann die Temperaturabhängigkeit des Längenausdehnungskoeffizienten α_T vernachlässigt werden. Für Temperaturänderungen $\Delta T = T - T_0$ ergeben sich Längenänderungen $\Delta d_{hkl} = d_{hkl}(T) - d_{hkl}(T_0)$, die durch

$$\Delta d_{hkl} = \alpha_T d_{hkl}(T_0) \Delta T \quad (5.2)$$

berechnet werden können. Für Silizium beträgt der Ausdehnungskoeffizient bei Raumtemperatur $\alpha_T = 2.62 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ [Lyo77]. Die durch die Temperaturänderung ΔT verursachte Änderung des Netzebenenabstandes Δd_{hkl} führt zu einer Veränderung $\Delta \hbar\omega$ der durch Gl. (2.24) gegebenen reflektierten Photonenenergie $\hbar\omega$:

$$\frac{\Delta \hbar\omega}{\hbar\omega} = - \frac{\Delta d_{hkl}}{d_{hkl}(T_0)} = -\alpha_T \Delta T. \quad (5.3)$$

Eine Erwärmung des Kristalls durch die Bestrahlung mit Röntgenphotonen ist bei den verwendeten niedrigen Elektronenstrahlströmen nicht zu erwarten. Die Temperatur des Einkristalls wird vielmehr wesentlich von der Lufttemperatur in der Experimentierhalle bestimmt. Schwankungen der durch eine Klimaanlage geregelten Lufttemperatur können durch Wärmeleitung der Strahlführungskomponenten und der Spektrometerkammer zu Temperaturschwankungen des im Vakuum befindlichen Siliziumkristalls führen. Bei einem anderen Experiment am Mainzer Mikrotron wurde bei einem ähnlichen

Aufbau über ein Zeitraum von 36 h eine Temperaturänderung von $\Delta T = 4$ K beobachtet [Schr00]. Zur Diskussion des Einflusses solcher Änderungen auf die Messungen müssen zwei Fälle unterschieden werden:

1. Temperaturschwankungen während einer Messung:

Kommt es während einer Messung zu Schwankungen der Temperatur des Einkristalls mit einer Schwankungsbreite ΔT , so verursacht die Änderung des Netzebenenabstandes einen Beitrag zur Energieauflösung des Spektrometers, der gemäß Gl. (5.3) berechnet werden kann. Mit den oben angegebenen Werten von $\Delta T = 4$ K und $\alpha_T(T_0) = 2.62 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ergibt sich ein Beitrag zur Energieauflösung von $\Delta\hbar\omega/(\hbar\omega) = 1.05 \cdot 10^{-5}$. Dieser Beitrag liegt um über eine Größenordnung unter den intrinsischen und geometrischen Beiträgen (vgl. Kap. 5.1.1) und ist damit vernachlässigbar.

2. Temperaturänderungen zwischen Messungen:

Temperaturänderungen, die zwischen aufeinanderfolgenden Einzelmessungen auftreten, bewirken statt einer Änderung der Energieauflösung eine Abweichung der mittleren Energie des Reflexes, die eine Korrektur der Energieeichung erfordert. Die Größe der Abweichung kann nach Gl. (5.3) berechnet werden und beträgt maximal $\Delta\hbar\omega = 104$ meV für Messserie 1 und $\Delta\hbar\omega = 87$ meV für Messserie 2. Diese möglichen Energieverschiebungen liegen unter den in Abschnitt 6.1.1 angegebenen Fehlern der Energieeichung der beiden Messserien.

Der Einfluss der genannten Temperaturschwankungen ist für den gewählten Experimentaufbau demnach vernachlässigbar. Bei einer verbesserten Energieauflösung des Spektrometers, die insbesondere durch die Wahl einer höher indizierten Netzebene [hkl] erreicht werden kann, können allerdings bereits Temperaturschwankungen in der Größenordnung von einigen Kelvin die Energieauflösung und die Energieeichung des Spektrometers merklich beeinflussen. Abhilfe kann dann durch eine Temperaturstabilisierung des Kristalls geschaffen werden.

5.3. Messung der Strahlfleckgröße und Kontrolle des Strahlstroms

Wie in Abschnitt 3.5.1 dargelegt, muss großer Wert auf die Einstellung der optimalen Strahlfleckgröße gelegt werden, da ansonsten durch Winkelmischungen die Kohärenz verloren geht. Auf Grund der langen Dauer der Interferometriemessungen von einigen Stunden kommt darüber hinaus der Konstanz des Strahlstroms große Bedeutung zu.

5.3.1. Strahlfleckgröße

Zur Messung der Transversalausdehnung des Elektronenstrahls ist, wie in Abschn. 4.2 bereits beschrieben, ein Drahtkreuz (Wolfram, $\varnothing 40 \mu\text{m}$) neben den Interferometerfolien angebracht. Dieses Drahtkreuz kann mit Hilfe eines Goniometertisches an Stelle der Folien in den Elektronenstrahl gefahren werden. Die Bestimmung der Lage und Ausdehnung des Elektronenstrahls erfolgt über die Messung des Sekundärelektronensignals bei verschiedenen Positionen des Drahtes im Elektronenstrahl [HagXX]. Der Messaufbau ist schematisch in Abb. 5.4 dargestellt.

Die Relativposition des Drahtes im Strahl kann auf zwei Arten geändert werden: Zum einen kann der gesamte Radiatoraufbau und damit auch das Drahtkreuz mit zwei Goniometertischen horizontal bzw. vertikal bewegt werden. Zum anderen lässt sich die Position des Elektronenstrahls durch Variation

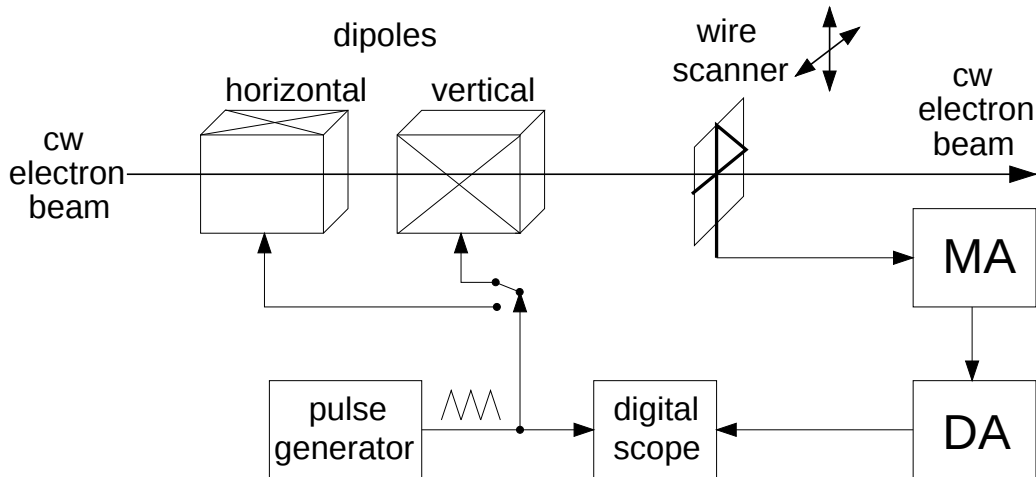


Abbildung 5.4.: Schematischer Aufbau zur Bestimmung der Strahlfleckgröße. Eine vom Pulsgenerator erzeugte, periodische Spannungsrampe verändert den Erregerstrom in den zwei Dipolmagneten, wodurch der Elektronenstrahl horizontal bzw. vertikal über ein Drahtkreuz (Wolfram, $\varnothing 40 \mu\text{m}$) gewedelt wird. Das Drahtkreuz kann mit dem gesamten Radiatoraufbau horizontal bzw. vertikal bewegt werden (vgl. Abschn. 4.2). Die vom kontinuierlichen Elektronenstrahl bei einer Stromstärke von $I_e \approx 135 \text{ nA}$ aus dem elektrisch isoliert aufgehängten Draht ausgelösten Sekundärelektronenimpulse werden im Hauptverstärker (MA, Eigenbau Inst. f. Kernphysik) verstärkt. Ein Differenzverstärker (DA, Tektronix) dient zur Rauschunterdrückung beim Signaltransport über Kabel einer Länge von etwa 80 m zu einem digitalen Speicheroszilloskop. Die Triggerung des Oszilloskops erfolgt mit der auch die Dipole steuernden Spannungsrampe.

des Erregerstroms in zwei horizontal bzw. vertikal ablenkenden Dipolmagneten (“Wedler”) einstellen, die 4.8 m bzw. 5.0 m vor der Radiatorkammer in die Strahlführung eingebaut sind. Die Eichung des räumlichen Versatzes des Elektronenstrahls in Abhängigkeit von der die Magneterregung steuernden Spannung wurde bestimmt, indem bei verschiedenen Erregungen der Draht mit Hilfe des Goniometertisches aus der Solllage in den Mittelpunkt des Elektronenstrahls bewegt wurde. Nach dieser Eichung wurde zur Bestimmung der Strahlausdehnung die Erregung der Dipolmagnete bei feststehendem Draht über einen Sägezahn-generator mit einer Frequenz von 1.0 Hz periodisch durchgefahren (“gewedelt”). Die Aufzeichnung der aus dem Draht ausgelösten Ladungsimpulse in Abhängigkeit von der Zeit erlaubt dann bei Kenntnis der Eichung und der Spannungsrampe die Bestimmung der Strahlfleckausdehnung. Die aus dem Draht herausgeschlagene, verstärkte Ladungsmenge wurde mit einem digitalen Speicheroszilloskop nachgewiesen, das von der gleichen Sägezahnspannung wie die Wedler getriggert wurde. Dies erlaubt die Mittelung des Signals über mehrere Perioden (typisch 10–100) zur Erhöhung des Signal–Rausch–Verhältnisses. Abb. 5.5 zeigt das horizontale bzw. vertikale Strahlprofil. Die aus der Anpassung mit einer Gauß–Funktion ermittelten Strahlfleckbreiten betragen horizontal $\sigma_x = (250 \pm 12) \mu\text{m}$ bzw. vertikal $\sigma_y = (138 \pm 4) \mu\text{m}$.

Die experimentell eingestellten Strahlfleckdimensionen stimmen nicht exakt mit den in Abschnitt 3.5.1 berechneten Sollwerten von $\sigma_x^{\text{opt}} = 277 \mu\text{m}$ bzw. vertikal $\sigma_y^{\text{opt}} = 105 \mu\text{m}$ überein. Die Abweichungen sind allerdings tolerabel, wie man erkennt, wenn man die experimentelle Gesamtwinkeldivergenz nach Gleichung (3.18) berechnet. Es ergibt sich horizontal $\Sigma_x^{\text{exp}} = 36.1 \mu\text{rad}$ bzw. vertikal

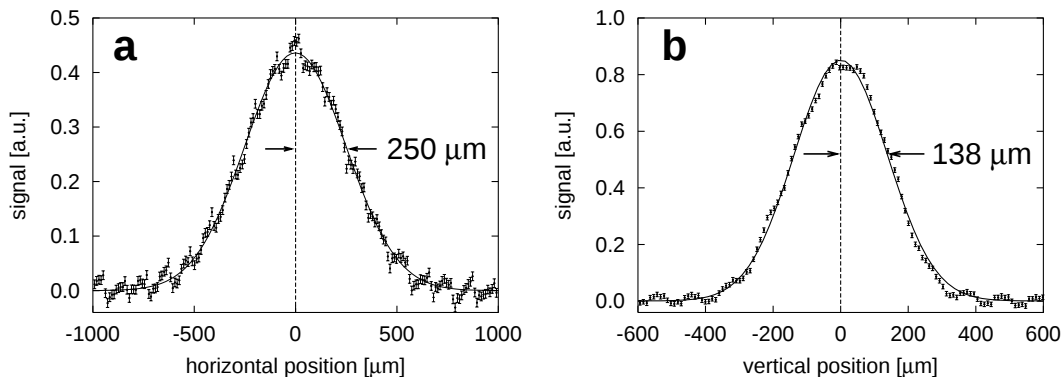


Abbildung 5.5.: Strahlfleckgröße. a) horizontales Profil; b) vertikales Profil. Neben den Messdaten ist jeweils die angepasste Gauß-Funktion mit eingezeichnet. Die ermittelten Strahlfleckbreiten betragen horizontal $\sigma_x = (250 \pm 12) \mu\text{m}$ bzw. vertikal $\sigma_y = (138 \pm 4) \mu\text{m}$. Die in den Kurven erkennbaren Oszillationen sind Artefakte, die durch Brumm der Messelektronik hervorgerufen werden.

$\Sigma_y^{\text{exp}} = 14.5 \mu\text{rad}$ bei Sollwerten von $\Sigma_x^{\text{opt}} = 35.7 \mu\text{rad}$ bzw. $\Sigma_y^{\text{opt}} = 13.5 \mu\text{rad}$. Berechnet man gemäß

$$a_{x,y} = \left| 1 - \frac{\Sigma_{x,y}^{\text{exp}}}{\Sigma_{x,y}^{\text{opt}}} \right| \quad (5.4)$$

die Abweichung $a_{x,y}$ der Winkeldivergenz vom Sollwert, so ergeben sich Abweichungen von horizontal $a_x = 1.1\%$ und vertikal von $a_y = 7.4\%$. Da die aufgenommene Ortsverteilung der Übergangsstrahlung auf Grund der horizontalen Ausrichtung der pn-CCD von der horizontalen Winkeldivergenz dominiert wird, ist kein wesentlicher Kohärenzverlust im Vergleich zu den optimalen Fokusbreiten durch die Abweichung des eingestellten Strahlfokus' von den Sollwerten zu erwarten.

5.3.2. Konstanz des Strahlstroms

Zur Kontrolle der Konstanz des Strahlstroms während der Interferometriemessungen wurde die Mikrowellenleistung gemessen, die der Elektronenstrahl in einer Kavität in der Rückführungsbahn des Elektronenbeschleunigers RTM 3 erzeugt. Das mit einem Leistungsmesskopf abgegriffene Signal ist daher proportional zum Quadrat des Elektronenstroms.

Während der Interferometriemessungen wurde alle 4 s ein Wert gemessen und mitprotokolliert. Zur Auswertung wurden bei den aufgenommenen Werten der Nullabgleich vorgenommen, sowie eine Mittelung über jeweils 25 Werte durchgeführt, um das Rauschen zu verringern. Abbildung 5.6 zeigt einen Ausschnitt des so ermittelten Stromsignals. Die Schwankungen der Werte werden im Wesentlichen durch Schwankungen der Nullmessungen des Leistungsmesskopfes verursacht. Über den in der Abbildung gezeigten Zeitraum von rund 2 h weichen die Messwerte maximal 1.7% vom Mittelwert ab. Über längere Zeiträume von etwa 12 h betragen die Abweichungen maximal 3.1%. Diese Werte decken sich mit den in anderen Experimenten am MAMI gemachten Erfahrungen [Dam98b, Kub98].

Wie bereits angedeutet, werden die Schwankungen der Einzelmessung innerhalb der angegebenen Fehler vorrangig auf Schwankungen der Nullmessungen und nicht auf Schwankungen des Elektronenstroms zurückgeführt. Daher wurde von einer Normierung der Rohdaten der Interferometriemessungen auf die gemessenen Stromsignale abgesehen. Um eine Normierung sinnvoll durchführen zu

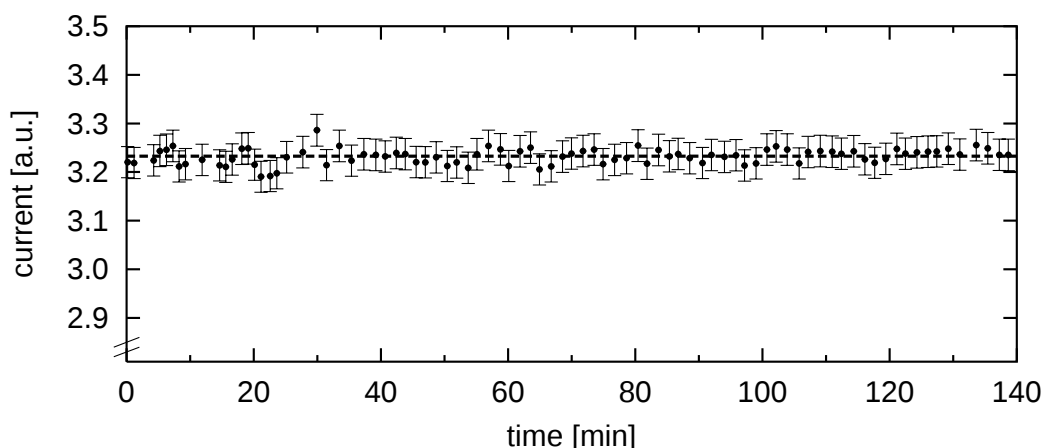


Abbildung 5.6.: Zeitlicher Verlauf des Elektronenstrahlstroms. Die Null ist auf der Ordinate stark unterdrückt. Die Abweichungen des Stroms vom als gestrichelte Linie eingezeichneten Mittelwert betragen im gezeigten Ausschnitt maximal 1.7%, für die gesamte Messdauer maximal 3.1%.

können, muss die Genauigkeit bei der Messung des Elektronenstrahlstroms um mindestens einen Faktor 2 gesteigert werden. Auf Grund der geringen Schwankungen des Elektronenstroms stellt jedoch bei den hier beschriebenen Messungen der Verzicht auf eine Normierung keine Einschränkung dar.

5.4. Durchführung der Interferometriemessungen

Die wichtigsten Experimentparameter der Interferometriemessungen sind in Tabelle 5.3 zusammengefasst. Es wurde bei zwei unterschiedlichen Spektrometereinstellungen, d.h. mittleren Photonenenergien gemessen, wobei jeweils der [111]-Reflex des Silizium-Spektrographen verwendet wurde. Eine Messserie wurde bei einer Photonenenergie von 10 keV oberhalb der K-Absorptionskante durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Messung können mit Rechnungen [Hen93] verglichen werden. Eine weitere Messserie im Energiebereich um die Nickel K-Kante bei 8333 eV dient zur energieaufgelösten Bestimmung der Dispersion der Nickelprobe. Zur genauen Energieeichung waren die oberen 10 Pixelzeilen der pn-CCD analog zur in Abschnitt 5.1.1 vorgestellten Messung mit einer Nickelfolie abgedeckt. Da bereits andere interferometrische Messungen der Dispersion in diesem Energiebereich vorliegen (siehe den Artikel von Bonse und Hartmann-Lotsch [Bon84] und die darin zitierte Literatur) können auch die Resultate der Messserie 2 direkt mit der Literatur verglichen werden.

Mit der pn-CCD aufgezeichnet wurden jeweils die Ortsverteilungen der Röntgeninterferenzen bei festem Folienabstand d der beiden Folien. In beiden Spektrometereinstellungen wurden Ortsverteilungen der von den Folien emittierten Röntgenstrahlung bei rund 200 verschiedenen Folienabständen durchgeführt. Beginnend vom optisch beim Einbau einjustierten kleinsten Abstand nahe des Berührungspunktes¹ wurde dabei der Abstand bis auf etwa 10 mm erhöht. Dabei wurde der Punktabstand ausgehend von 10 μm schrittweise bis auf 100 μm erhöht. Diese Vorgehensweise führte zu einer verringerten Messzeit ohne Informationsverlust, denn bei großen Abständen hat gemäß den Ausführungen

¹Dieser kleinste Abstand wurde durch die in Kap. 7.1.1 beschriebenen Anpassungen zu $d_0 = (75.02 \pm 0.21) \mu\text{m}$ bestimmt.

Tabelle 5.3.: Zusammenstellung der Experimentparameter während der Interferometriemessungen.

Messserie 1	mittlere Photonenenergie	10.0 keV
	Bragg-Winkel	11.40°
	Dispersion längs CCD	0.609 eV/Pixel
	Breite des Energiebandes	121 eV
Messserie 2	mittlere Photonenenergie	8.3 keV (Ni K-Kante)
	Bragg-Winkel	13.73°
	Dispersion längs CCD	0.454 eV/Pixel
	Breite des Energiebandes	91 eV
Radiator	Referenzfolie	Beryllium, $(10.04 \pm 0.09) \mu\text{m}$
	Probefolie	Nickel, $(2.109 \pm 0.010) \mu\text{m}$
Spektrometer	Kristall	Silizium
	Netzebene	[111]
	Energieauflösung (FWHM)	$(2.4 \pm 0.2) \text{ eV}$
Detektor	Typ	Silizium pn-CCD
	Pixel-Dimension	$150 \times 150 \mu\text{m}^2$
	Zahl der Pixel	64×200
	Winkelauflösung	$15 \times 15 \mu\text{rad}^2$
	aktive Dicke	$\approx 270 \mu\text{m}$
	Nachweiswahrscheinlichkeit	88% (8.3 keV); 97% (10.0 keV)
	Energieauflösung (FWHM)	300 eV (^{55}Fe); 380 eV (10 keV)
Folienabstand	Wertebereich	≈ 0 bis 10 mm
	Zahl versch. Folienabstände	$\approx 200/\text{Messserie}$
	Schrittweite	10 μm bis 100 μm
Elektronenstrahl	Elektronenenergie	855 MeV
	horizontale Breite (1σ)	$(250 \pm 12) \mu\text{m}$
	vertikale Breite (1σ)	$(138 \pm 4) \mu\text{m}$
	Strahlstrom	29.7 nA
	Schwankung des Stroms	$\leq 3\%$
Belichtung	Belichtungszeit	10 ms/Bild
	Aufnahmerate	50 Bilder/s
	Zahl der Bilder	2000 Bilder/Einzelmessung
	Aufnahmezeit	40 s/Einzelmessung
	Zählrate	≤ 2000 Ereignisse/Bild
Rohdaten	Größe eines Einzelbildes	25 kByte
	Datenrate	1.25 MByte/s
	Gesamtdatenmenge	≈ 10 GByte/Messserie
Messung mit Einzelfolien	Zahl der Bilder	5000 Bilder/Einzelmessung
	Elektronenstrahlstrom	41.1 nA

in Abschnitt 3.5.3 die Kohärenz bei den großen Beobachtungswinkeln so stark abgenommen, dass dort keine Interferenzen mehr erwartet werden können. Für kleine Beobachtungswinkel ist jedoch die Periode der Abstandssoszillationen, die nach Gleichung (3.13) wesentlich von der Vakuumformationslänge bestimmt ist, deutlich größer, so dass auch eine größere Schrittweite gewählt werden kann: Bei einer Photonenenergie von 10 keV steigt die Formationslänge im Vakuum von $30.3\text{ }\mu\text{m}$ bei 1.5 mrad bis auf $221.2\text{ }\mu\text{m}$ bei Beobachtung auf der Achse bei $\theta = 0.0\text{ mrad}$. Neben den Interferenzbildern wurden bei beiden Photonenenergien auch Messungen durchgeführt, bei denen die Beryllium- bzw. die Nickelfolie einzeln im Elektronenstrahl positioniert waren. Zur Erhöhung der Messstatistik wurde bei diesen Messungen der Elektronenstrom auf 41.1 nA und die Zahl der Einzelbilder auf 5000 erhöht.

Bei der Einstellung der Ereignisrate durch Variation des Elektronenstrahlstroms muss beachtet werden, dass die Wahrscheinlichkeit für Mehrfachtreffer klein bleibt. Als Mehrfachtreffer (*pile up*) wird das Auftreffen mehrerer Photonen im selben Pixel desselben Einzelbildes bezeichnet. Da bei der Auslese der CCD nicht unterschieden werden kann, ob das Ladungssignal im betrachteten Pixel von einem Photon der Energie $(n \cdot \hbar\omega)$ oder von n Photonen der Energie $\hbar\omega$ herrührt, müssen solche Mehrfachtreffer vermieden werden, um die Energieinformation nicht zu verlieren. Sämtliche interferometrischen Messungen wurden mit einem Elektronenstrom von 29.7 nA durchgeführt. Bei diesem Elektronenstrom beträgt die Zählrate auf der pn-CCD abhängig vom Abstand der beiden TR-Folien maximal 2000 Ereignisse/Bild. Die Wahrscheinlichkeit für Doppeltreffer liegt abhängig von der räumlichen Verteilung der Photonen auf der pn-CCD bei rund 11.6% bezogen auf die Einzeltreffer, die Wahrscheinlichkeit für Dreifachtreffer bei etwa 1.1%². Gleichzeitige Treffer von mehr als drei Photonen ins selbe Pixel sind vernachlässigbar. Der recht hohe Anteil von Doppeltreffern schien akzeptabel, da bei Wahl der Bragg-Reflexion an der [111]-Ebene ausgenutzt werden kann, dass die Reflexion von Photonen doppelter Energie an der [222]-Ebene auf Grund der Kristallsymmetrie nicht oder nur mit sehr geringem Anteil zum Reflex beiträgt³. Weiter verringert wird dieser Anteil durch den Abfall der Nachweiswahrscheinlichkeit der pn-CCD von 88% für den [111]-Reflex bei 9.9 keV auf 25% für den [222]-Reflex bei 19.8 keV. Für die Messserie 2 sinkt die Nachweiswahrscheinlichkeit von 97% für [111] bei 8.3 keV auf 37% für [222] bei 16.6 keV. Die im Experiment bei der doppelten Photonenenergie nachgewiesenen Ereignisse sind daher zum allergrößten Teil auf Doppeltreffer zweier Photonen zurückzuführen und können mit berücksichtigt werden (vgl. auch Abb. 6.2).

Exemplarisch zeigen die Abbildungen 5.7 und 5.8 einige der aufgenommenen Röntgeninterferenzen. Deutlich sichtbar sind die Interferenzringe, die mit wachsendem Abstand der beiden Folien nach innen wandern und immer enger werden. Das Minimum im Zentrum der Verteilung ist für Übergangsstrahlung charakteristisch, vgl. dazu Abb. 2.5a.

Zur Auswertung wurden die Rohdaten weiter bearbeitet. Die Beschreibung dieser Auswerteschritte ist Gegenstand des folgenden Kapitels 6.

²Die genannten Werte ergeben sich unter der vereinfachenden Voraussetzung einer Gauß-förmigen Photonenverteilung mit einer vollen Halbwertsbreite von 88 Pixeln auf der CCD. Diese Breite entspricht einer Winkelbreite von $2/\gamma = 1.2\text{ mrad}$ (FWHM) in 11.0 m Abstand.

³Auf Grund von Abweichungen des realen Kristalls von der idealen Gittersymmetrie können Photonen an der [222]-Netzebene reflektiert werden, obgleich dieser Reflex im idealen Kristall verboten ist. Die Intensität des [222]-Reflexes hängt daher vom individuellen Kristall ab. Über den im Interferometrieexperiment verwendeten Kristall stehen keine Informationen zur Verfügung.

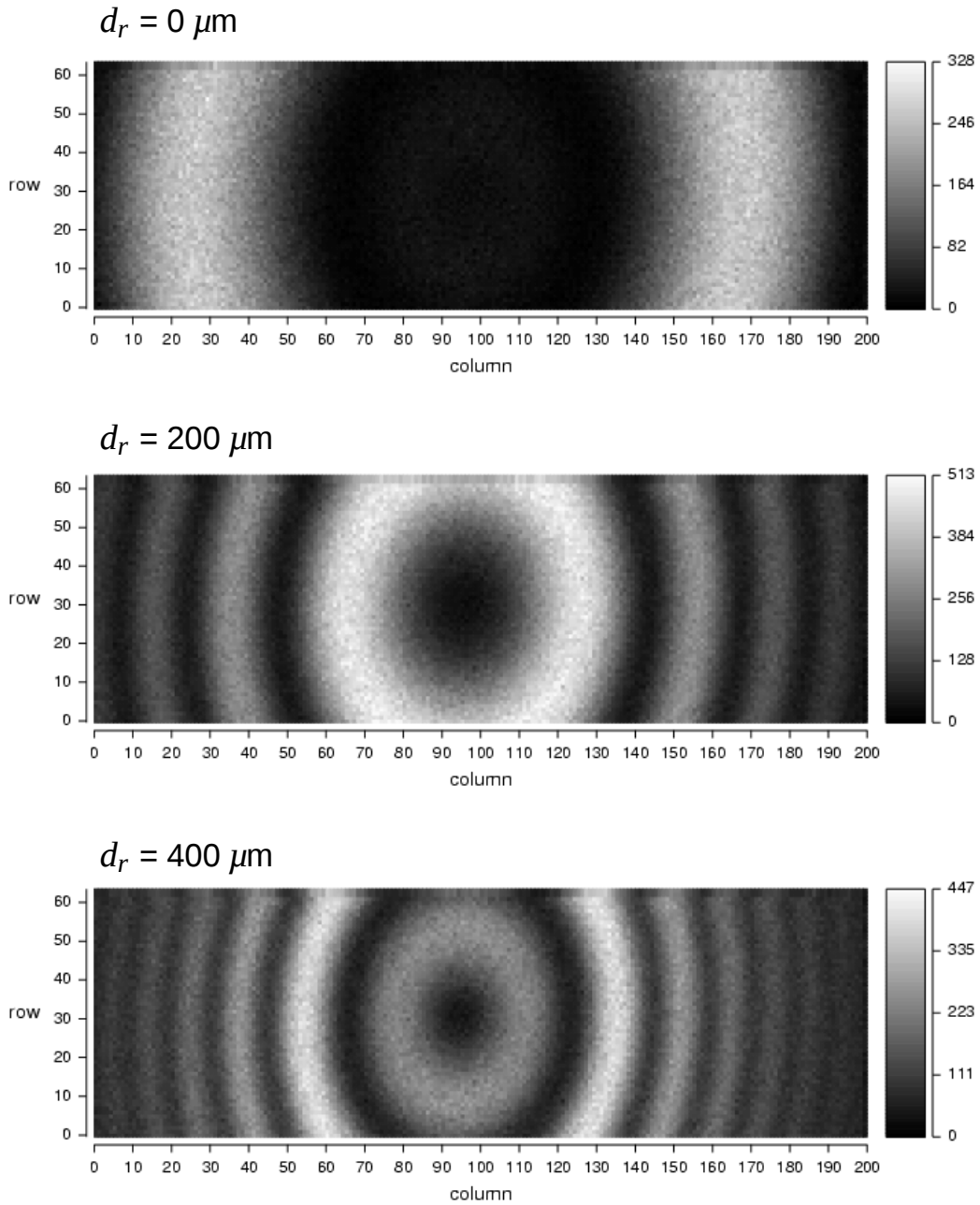


Abbildung 5.7.: Interferenzmessung bei 10 keV für drei verschiedene Folienabstände d , der sich gemäß $d = d_0 + d_r$ (s. Gl. (3.8)) aus einem konstanten Offset $d_0 = 75.0 \mu\text{m}$ (s. Kap. 7.1.1) und einer für jedes Teilbild angegebenen relativen Verschiebung d_r zusammensetzt. Aufgetragen sind die aufgenommenen räumlichen Verteilungen der Photonen im [111]-Reflex für die 64×200 Pixel der pn-CCD. Die Zahl der Ereignisse ist durch Graustufen kodiert. Die zweidimensionalen Histogramme wurden mit den in Abschnitt 6.1 beschriebenen Auswerteschritten aus den Rohdaten erzeugt. Deutlich sichtbar ist, dass die Interferenzringe mit wachsendem Folienabstand d immer enger werden. Das Minimum im Zentrum der Verteilung ist charakteristisch für die Emission von Übergangsstrahlung, vgl. Abb. 2.5a.

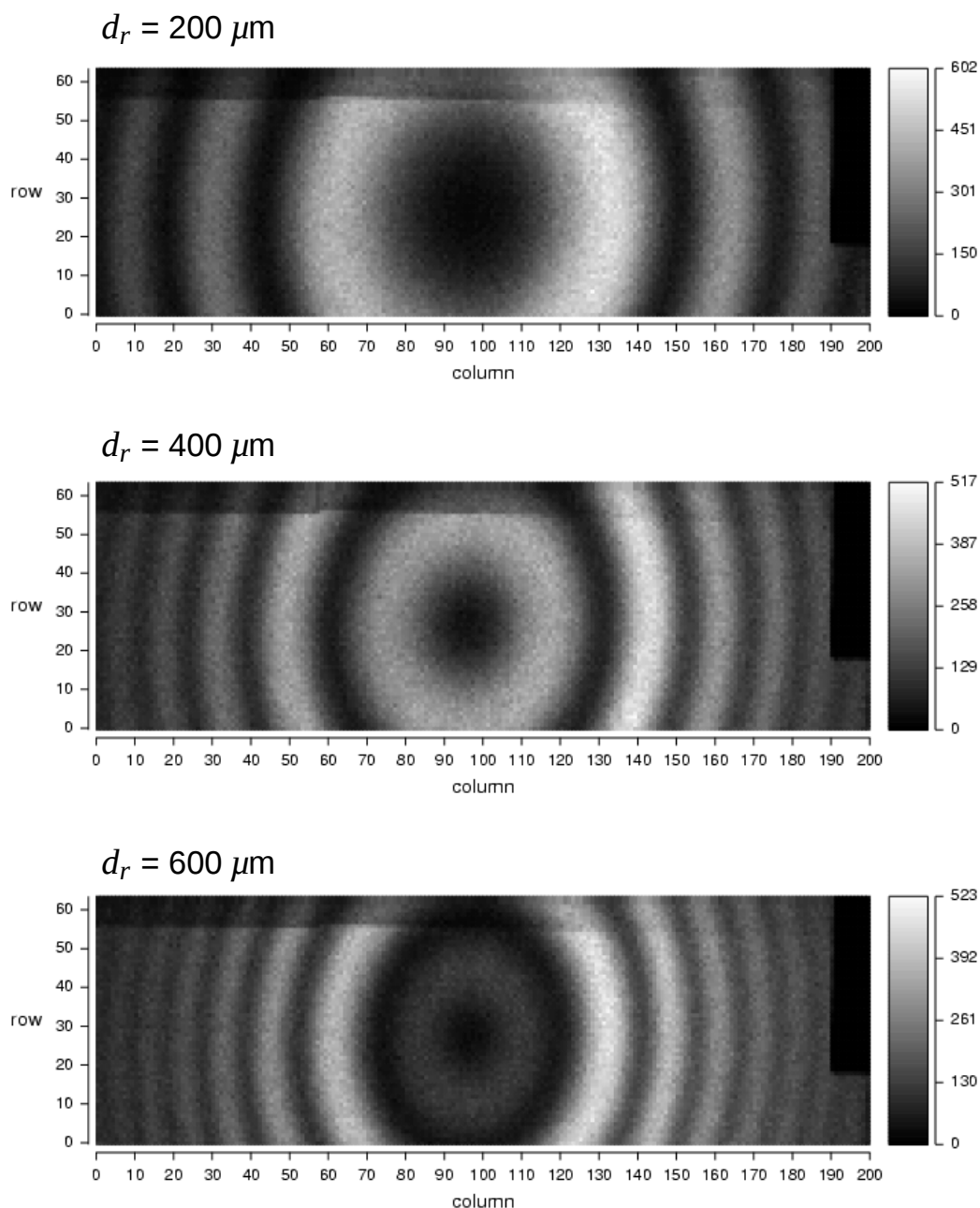


Abbildung 5.8.: Gleiche Darstellung wie Abb. 5.7, aber für die bei Photonenenergien um die Nickel K-Kante bei 8.33 keV aufgenommenen Daten. Wiederum ergibt sich der Folienabstand d gemäß $d = d_0 + d_r$, mit $d_0 = 75.0 \mu\text{m}$ (s. Kap. 7.1.1). Die oberen 10 Pixelreihen der pn-CCD sind mit einer $2 \mu\text{m}$ dicken Nickelfolie abgedeckt, um mit der so zeitgleich zur Interferenzmessung aufgenommenen Transmissionskurve eine Energieeichung durchführen zu können. Die Abschattung am rechten Rand der pn-CCD wird durch den Folienträger verursacht. Deutlich sichtbar ist die von der Dispersion in der Detektorebene hervorgerufene Rechts-Links-Asymmetrie der Verteilungen.

6. Datenanalyse

Um aus den aufgenommenen Messdaten die Dispersion der Nickelprobefolie extrahieren zu können, muss der Datenaufbereitung besondere Sorgfalt gewidmet werden. Inhalt dieses Kapitels ist die Beschreibung der Korrekturen, die an den mit der pn-CCD aufgenommenen Rohdaten vorgenommen wurden. Alle dabei verwendeten Rechenprogramme wurden im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und sind im Anhang B.2 näher erläutert. Darüber hinaus wird in diesem Kapitel beschrieben, wie die quantitative Auswertung der korrigierten Daten durch Anpassungen von ebenfalls im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Simulationsrechnungen durchgeführt wurde.

6.1. Bearbeitung der Rohdaten

Der Ablauf der Bearbeitung der Rohdaten ist in Abb. 6.1 schematisch dargestellt. Im ersten Schritt werden an den Rohdaten Korrekturen vorgenommen, um die Energieauflösung der pn-CCD zu steigern. Diese Korrekturschritte sind im Anhang B.2.1 beschrieben. Danach werden aus den Daten zweidimensionale Histogramme erzeugt, wie sie in den Abbildungen 5.7 und 5.8 auf den Seiten 63 und 64 bereits gezeigt wurden. Die dazu benötigten Auswerteschritte werden im Abschnitt 6.1.1 beschrieben.

Nach der Erstellung der zweidimensionalen Histogramme verzweigt die weitere Auswertung der Daten: Die Daten der Messserie 1 wurden bei einer Photonenenergie von knapp 10 keV aufgenommen, also rund 1.6 keV oberhalb der K-Absorptionskante von Nickel. In diesem Energiebereich kann die Variation der Dispersion $\delta(\omega)$ der Nickelprobe längs der pn-CCD durch einen einfachen linearen Ansatz beschrieben werden. Daher können für diese Messserie direkt die gemessenen Winkelverteilungen mit theoretischen Berechnungen verglichen werden. Die Anpassungen der Winkelverteilungen sind im Abschnitt 6.2.1 beschrieben.

Bei den im Bereich um die Nickel K-Kante bei 8.3 keV aufgenommenen Daten der Messserie 2 ändert sich die Dispersion $\delta_1(\omega)$ längs der pn-CCD stark. Da es nicht möglich ist, die gesamte Dispersionskurve gleichzeitig an die gemessenen Winkelverteilungen anzupassen, wurden die Daten weiterbearbeitet. Dabei wurden Oszillationsspektren als Funktion des Folienabstandes d bei festem Beobachtungswinkel θ und fester Photonenenergie $\hbar\omega$ generiert, wie sie in Abb. 3.2a für das idealisierte Interferometer gezeigt sind. Um auch bei knapp 10 keV energieaufgelöste Messwerte für die Dispersion zu gewinnen, wurden auch die bei knapp 10 keV aufgenommenen Daten der Messserie 1 in der gleichen Weise weiterbearbeitet. Die einzelnen Auswerteschritte sind im Abschnitt 6.1.2 dargestellt. Die Anpassung der Oszillationen als Funktion des Folienabstandes, mit der die Dispersion $\delta_1(\omega)$ energieaufgelöst bestimmt wird, ist im Abschn. 6.2.2 beschrieben.

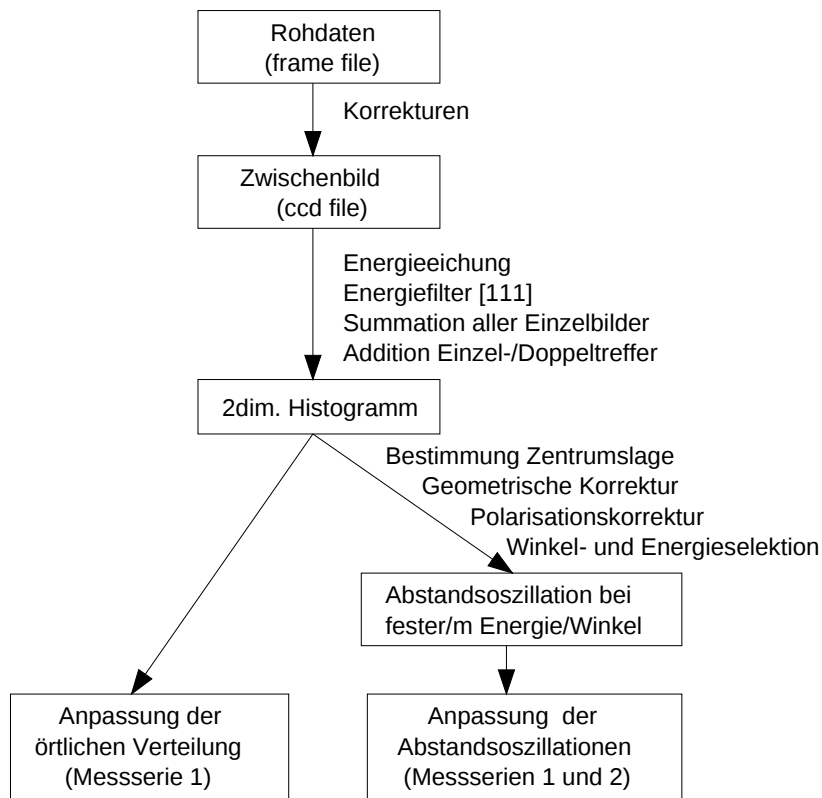


Abbildung 6.1.: Schematische Darstellung der Bearbeitung der Rohdaten.

6.1.1. Erzeugung der zweidimensionalen Histogramme

Nach den im Anhang B.2.1 beschriebenen Korrekturen zur Verbesserung der Energieauflösung sind die verschiedenen Reflexordnungen des Silizium-Einkristalls im Impulshöhenspektrum deutlich getrennt. In Abb. 6.2 ist das korrigierte Impulshöhenspektrum einer Einzelmessung dargestellt.

Energieeichung

Wie in Abb. 5.8 erkennbar, wurden während der Messserie 2, also für die Interferometriemessungen im Bereich der Nickel K-Kante, die oberen 10 Zeilen der pn-CCD durch eine Nickel-Folie bedeckt. In gleicher Weise wie bei der in Abschnitt 5.1.1 beschriebenen Messung der Energieauflösung des Spektrometers kann die Transmission durch die Folie für jede Spalte der pn-CCD bestimmt werden. Eine Anpassung nach Gl. (5.1) liefert eine absolute Energieeichung mit einer Genauigkeit von 0.45 eV.

Ausgehend von dieser exakten Eichung für die Messserie 2 konnten auch die oberhalb der Absorptionskante bei 10 keV aufgenommenen Daten der Messserie 1 durch Vergleich der Linienlagen im ADC-Spektrum geeicht werden (s. obere Abszisse in Abb. 6.2). Die mittlere Photonenenergie des [111]-Reflexes der Messserie 1 betrug 9929 eV. Auf Grund der Breite der Linien im ADC-Spektrum (vgl. Abb. B.7) beträgt die Unsicherheit 20 eV (1σ). Die Genauigkeit der Eichung ist jedoch für die Messserie 1 völlig ausreichend, da alle für das Experiment relevanten physikalischen Größen bei 10 keV nur schwach von der Energie abhängen.

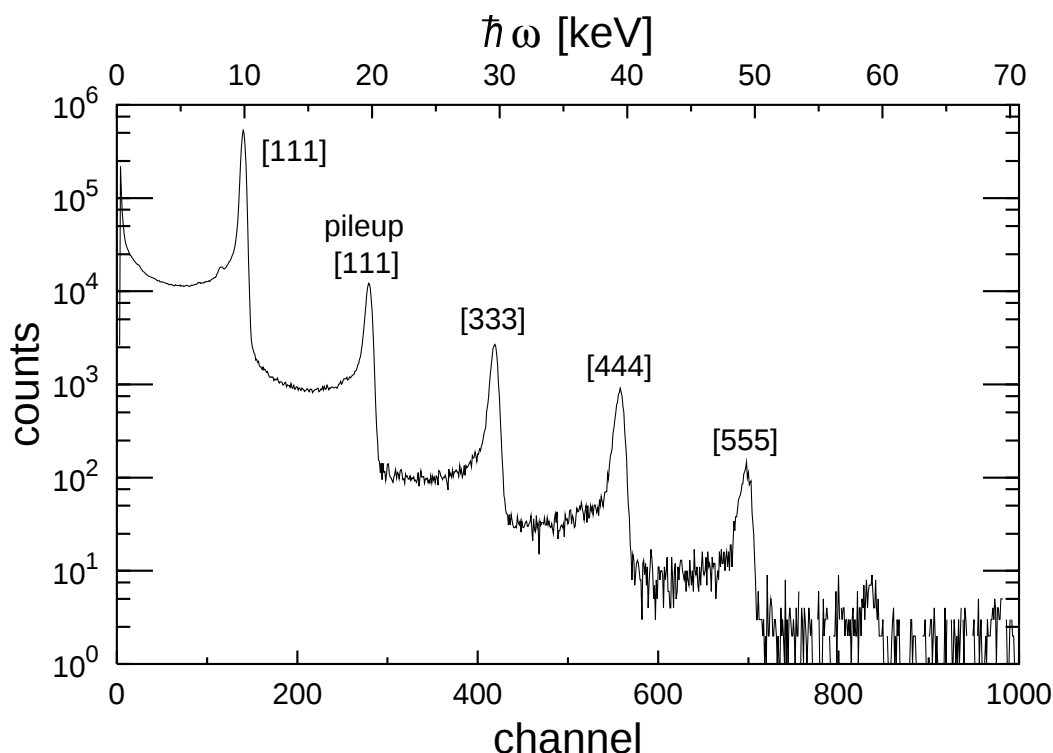


Abbildung 6.2.: Impulshöhenverteilung monochromatisierter Übergangsstrahlung einer Energie von 10 keV in logarithmischer Darstellung. Die Rohdaten wurden nach dem im Anhang B.2.1 beschriebenen Verfahren korrigiert. Es wurde über alle 12800 Pixel der pn-CCD summiert. Die einzelnen Linien stellen die Reflexordnungen des Silizium-Einkristalls dar. Die Linie bei Kanal 280 wird durch Doppeltreffer des starken [111]-Reflexes verursacht; der [222]-Reflex ist auf Grund der Kristallstruktur verboten. Die niederenergetischen Ausläufer der einzelnen Linien weist auf unvollständige Ladungsträgersammlung hin. Die volle Halbwertsbreite des [111]-Reflexes bei 10 keV beträgt 5.4 Kanäle, was einer Energiebreite von 380 eV entspricht.

Einsortieren der Ereignisse in zweidimensionale Histogramme

Zur Erzeugung von zweidimensionalen Histogrammen wurde im Impulshöhen-Spektrum auf die [111]-Linie gefiltert. Das Kanalintervall wurde mit den Grenzen von Kanal 75 bis 165 (Messserie 1) bzw. 60 bis 140 (Messserie 2) besonders auf der niederenergetischen Seite breit gewählt, um die Ereignisse im niederenergetischen Ausläufer (vgl. Abb. 6.2) mit zu berücksichtigen. Die für jede Einzelmessung von 2000 Bildern gezählten Ereignisse wurden summiert und in ein zweidimensionales Histogramm eingetragen. Als Histogrammachsen dienen die Koordinaten der Ereignisse auf der pn-CCD, also die Nummer der Zeile bzw. Spalte.

In der gleichen Weise wurden auch für die Linie bei der doppelten Energie Histogramme angefertigt. Sie wurden in den Kanalgrenzen [215,305] für Messserie 1, bzw. [180,260] für Messserie 2 generiert. Aus dem Vergleich dieser Histogramme mit denen des [111]-Reflexes konnte geschlossen werden, dass es sich bei der Linie bei doppelter Energie um Doppeltreffer von Photonen des [111]-Reflexes (*pile up*) handelt. Diese Ereignisse wurden daher zu den Histogrammen der Einzeltreffer addiert. Die Abbildungen 5.7 und 5.8 auf den Seiten 63 und 64 zeigen exemplarisch einige der zweidimensionalen Histogramme für verschiedene Folienabstände.

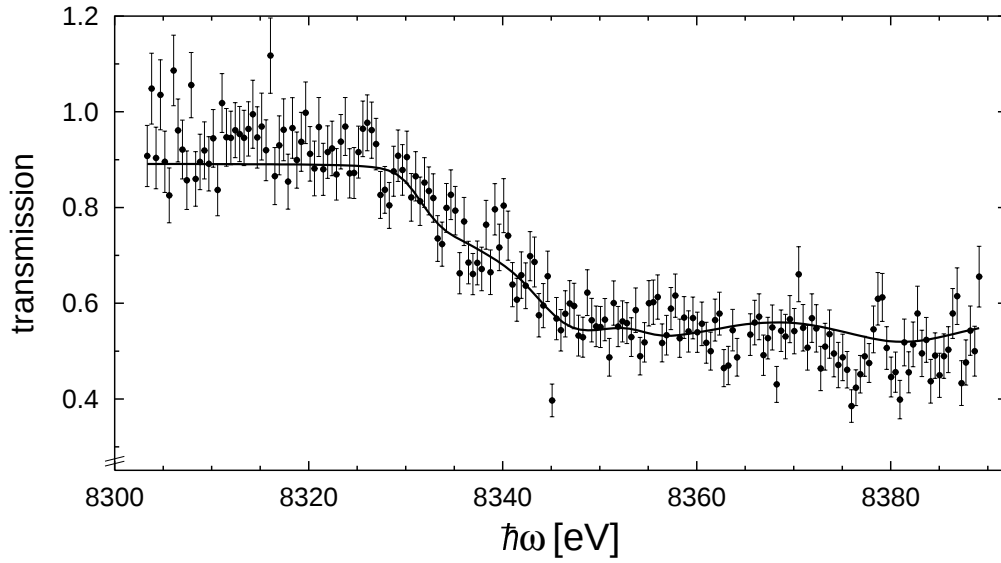


Abbildung 6.3.: Energieeichung der Messserie 2. Die Anpassung der Faltung des Kantenverlaufs mit der apparativen Auflösung an die gemessene Transmission gemäß Gl. (5.1) erlaubt eine absolute Energieeichung für die Daten der Messserie 2 mit einer Genauigkeit von 0.45 eV.

6.1.2. Intensitätssoszillationen in Abhängigkeit des Folienabstandes

Die weitergehenden Auswerteschritte dienen der Umwandlung der zweidimensionalen Histogramme in Intensitätssoszillationen als Funktion des Folienabstandes bei fester Photonenenergie $\hbar\omega$ und festem Beobachtungswinkel θ . Sie wurden für die Daten beider Messserien durchgeführt.

Bestimmung der Lage des Zentrums der Strahlungsverteilung

Um den Koordinaten eines Pixels auf der pn-CCD einem Beobachtungswinkel zuordnen zu können, muss für jedes bei festem Folienabstand aufgenommene zweidimensionale Histogramm das Symmetriezentrum der Intensitätsverteilung auf der pn-CCD bestimmt werden. Dies war notwendig, da offensichtlich Lage- bzw. Winkeländerung des Elektronenstrahls am Ort der Folien auftraten¹. Sie werden durch kleine thermische oder elektrische Schwankungen der Netzgeräte der in der Elektronenstrahlführung eingesetzten Magnete hervorgerufen.

Die Zentrums Lage wird bestimmt, indem für jedes Pixel in Zeile z und Spalte s die Asymmetrie A aller an diesem Pixel punktgespiegelten Intensitäten I bestimmt und aufsummiert wird:

$$A(z, s) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{63} \sum_{j=0}^{99} \frac{I(i, j) - I(2z - i, 2s - j)}{I(i, j) + I(2z - i, 2s - j)}. \quad (6.1)$$

Die Summation über die Spaltenkoordinate j wird nur über eine Hälfte der CCD durchgeführt, die andere Hälfte wird durch die Spiegelung erfasst. Bei der Summation müssen die schlechten Pixel bzw. abgeschattete Bereiche der CCD ausgenommen werden. Zudem besitzen alle Pixel der pn-CCD ausschließlich positive Koordinaten. Daher werden alle Summanden mit $(2z - i) < 0$ bzw. $(2s - j) < 0$ ausgeschlossen. Die Gesamtzahl der beitragenden Pixelpaare wird mit n bezeichnet. Das Symmetrie-

¹Dass die gleichzeitige Messung der räumlichen Verteilung mit der pn-CCD die nachträgliche Korrektur dieser Schwankungen erlaubt, stellt einen der großen Vorteile dieses Detektorkonzeptes dar.

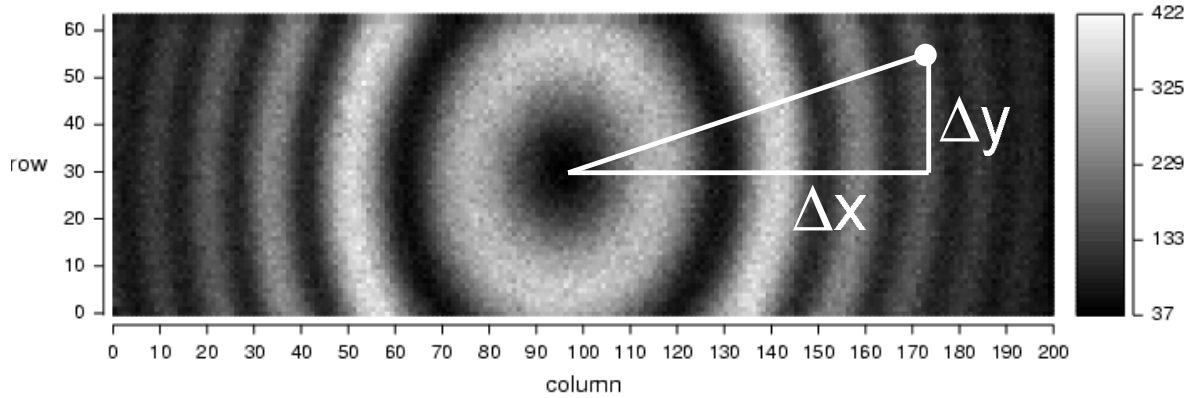


Abbildung 6.4.: Umrechnung der Pixel-Koordinaten. Wie hier am Beispiel des Pixels in Zeile 54 und Spalte 173 exemplarisch dargestellt, werden die Pixel-Koordinaten gemäß Gl. (6.2) in horizontale bzw. vertikale Abstände Δx und Δy umgerechnet.

zentrum ergibt sich als die Koordinaten z_{min} und s_{min} des absoluten Minimums der für alle Pixelkoordinaten $0 \leq z \leq 63$ und $0 \leq s \leq 199$ berechneten Asymmetrien $A(z, s)$. Die Genauigkeit ist durch die Ortsauflösung der CCD limitiert und beträgt 1 Pixel. Der maximale Abstand der Zentrumskoordinaten einer Einzelmessung vom Mittelwert aller Messungen betrug 4 Pixel. Dies entspricht bei einer Pixelausdehnung von $150 \mu\text{m}$ einem Versatz des Elektronenstrahls am Radiator-Ort von $600 \mu\text{m}$, bzw. bei einem Abstand von 11.0 m zwischen Radiator und Detektor einer Winkeländerung von $55 \mu\text{rad}$. Für alle weiteren Auswerteschritte werden an Stelle der Pixel-Koordinaten (z, s) die räumlichen Abstände Δx und Δy verwendet, die sich gemäß

$$\begin{aligned}\Delta x &= w \cdot (s - s_{min}) \\ \Delta y &= w \cdot (z - z_{min})\end{aligned}\tag{6.2}$$

aus den Koordinaten des Zentrums (z_{min}, s_{min}) bestimmen lassen, wie in Abb. 6.4 dargestellt ist. Dabei ist $w = 150 \mu\text{m}$ die lineare Pixeldimension der pn-CCD.

Geometrische Korrekturen

Bei der Analyse der Winkelverteilungen müssen geometrische Korrekturen angebracht werden. Es handelt sich zum einen um eine Korrektur, die durch die um einen Winkel von $\beta_k = (4.16 \pm 0.08)^\circ$ verkippt eingebaute pn-CCD verursacht wird. Die Verkipfung wurde mit den in Kap. 6.2.1 beschriebenen Anpassungen bestimmt, wobei β_k als zusätzlicher Anpassungsparameter verwendet wurde. Die Korrektur erfolgt durch die Transformation der Abstände Δx und Δy aus Gl. (6.2) in neue Koordinaten $\Delta x'$ und $\Delta y'$ durch Anwendung einer Koordinatendrehung um den Winkel β_k :

$$\begin{aligned}\Delta x' &= \Delta x \cdot \cos \beta_k - \Delta y \cdot \sin \beta_k \\ \Delta y' &= \Delta x \cdot \sin \beta_k + \Delta y \cdot \cos \beta_k\end{aligned}\tag{6.3}$$

Zum anderen erscheint der Reflex horizontal gestaucht. Diese Stauchung wird von einer leichten Krümmung des Spektrometerkristalls verursacht. Ein Krümmungsradius von $R = 110 \text{ m}$ reicht bereits aus, um die beobachtete horizontale Fokussierung des Röntgenreflexes hervorzurufen. Ob die

Krümmung von dem in Abschnitt 4.3 beschriebenen Kristallhalter dem Kristall aufgeprägt, oder der Kristall auf Grund der mechanischen Belastung beim Herstellungsprozess plastisch deformiert wurde, konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht geklärt werden. Die Korrektur der Verzerrung erfolgt durch eine lineare Transformation der horizontalen Koordinate $\Delta x'$ mit einem Korrekturfaktor f . Die vertikale Koordinate $\Delta y'$ bleibt ungeändert:

$$\begin{aligned}\Delta x'' &= f \cdot \Delta x' \\ \Delta y'' &= \Delta y' .\end{aligned}\tag{6.4}$$

Auch der Korrekturfaktor f wurde, wie der Kippwinkel β_k , als zusätzlicher Anpassungsparameter mit einer der in Kap. 6.2.1 beschriebenen Anpassungen zu $f = (1.343 \pm 0.004)$ bestimmt. Alle weiteren Auswerteschritte erfolgten mit den nach Gl. (6.3) und (6.4) transformierten Koordinaten $\Delta x''$ und $\Delta y''$.

Polarisation

Nach Gl. (2.29) hängt die Intensität des [111]–Reflexes der auf den Siliziumkristall fallenden Übergangsstrahlung von der Polarisationsrichtung ab, wobei der Einfluss der Polarisation durch den in Gl. (2.27) gegebenen Polarisationsterm P beschrieben wird. Die radial polarisierte Übergangsstrahlung (vgl. Abb. 2.6) wird am Spektrometerkristall horizontal abgelenkt (vgl. Abb. 4.1). Der Winkel α_p zwischen der Polarisationsrichtung und der horizontalen Streuebene kann für jedes Photon gemäß

$$\alpha_p = \arctan \left(\frac{\Delta y''}{\Delta x''} \right)\tag{6.5}$$

berechnet werden. Die Polarisationskorrektur für jedes Pixel der pn–CCD wird durch Multiplikation der in diesem Pixel nachgewiesenen Intensität mit dem Korrekturfaktor

$$K_p(\alpha_p) = (\cos^2 \alpha_p \cdot \cos^2(2\theta_B) + \sin^2 \alpha_p)^{-\frac{1}{2}}\tag{6.6}$$

durchgeführt. Die Abweichung des Korrekturfaktors K_p von Eins beträgt maximal 8.5% bei 10 keV ($\theta_B = 11.40^\circ$) bzw. 12.7% bei 8.3 keV ($\theta_B = 13.73^\circ$).

Winkel– und Energieselektion

Nach der Anwendung aller Korrekturen erfolgt die Umrechnung der Koordinaten $\Delta x''$ und $\Delta y''$ in Beobachtungswinkel θ und Photonenenergie $\hbar\omega$ gemäß

$$\theta = \frac{1}{D} \sqrt{(\Delta x'')^2 + (\Delta y'')^2}\tag{6.7}$$

$$\hbar\omega = \hbar\omega_0 \left(1 - \frac{\Delta x''}{D \tan \theta_B} \right).\tag{6.8}$$

Hier bezeichnen $\Delta x''$ und $\Delta y''$ den korrigierten horizontalen bzw. vertikalen Abstand des betrachteten Pixels vom Zentrum der Strahlungskeule (s. Gl. (6.4)), $\hbar\omega_0$ die in der Spalte $s = 0$ beobachtete Photonenenergie aus der in Abschnitt 6.1.1 dargestellten Energieeichung, $D = 11.0$ m den Abstand zwischen Radiator und Detektor, sowie θ_B den Bragg–Winkel. Bei der Konvertierung der Daten wurden die Daten aus jeweils $\Delta\theta = 50$ μ rad breiten Winkelintervallen aufsummiert. Zur Ermittlung der Energie wurden Intervalle von jeweils 4 Pixeln Breite verwendet. Aus der Dispersion von 0.609 eV/Pixel bei $\hbar\omega = 10$ keV (vgl. Tab. 5.3) errechnet sich daraus eine Energiebreite von $\Delta\hbar\omega = 2.44$ eV, die von

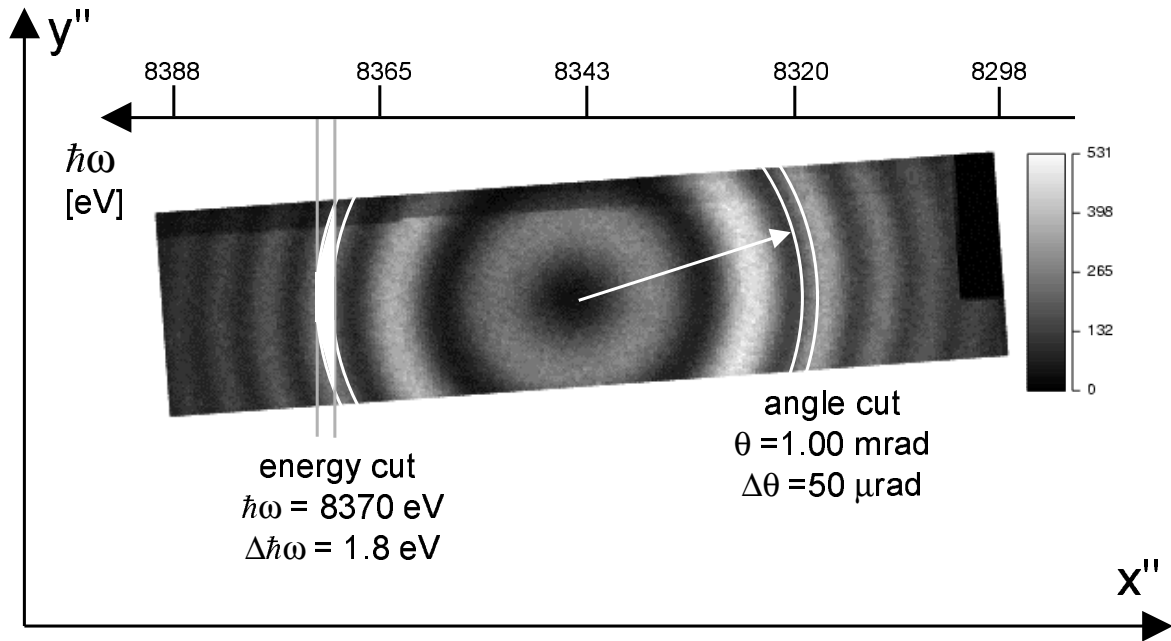


Abbildung 6.5.: Schnitte in der x'' - y'' -Ebene. Die Selektion von Beobachtungswinkel θ und Photonenenergie $\hbar\omega$ aus den zweidimensionalen Histogrammen dient der Erzeugung der Abstandssoszillationen. Als Beispiel sind die Schnitte bei $\hbar\omega = 8370$ eV und $\theta = 1.00$ mrad gezeigt. Auf Grund der Abbildungskorrekturen ist die Fläche der pn-CCD um $\beta_k = 4.16^\circ$ verkippt (vgl. Gl. (6.3)) und um den Faktor $f = 1.343$ horizontal gestreckt (vgl. Gl. (6.4)). Der Winkelschnitt mit einer Breite von $\Delta\theta = 50 \mu\text{rad}$ wird gemäß Gl. (6.7) kreisförmig um das Zentrum der Intensitätsverteilung durchgeführt. Demgegenüber wird der Energieschnitt mit einer Breite von $\Delta\hbar\omega = 1.8$ eV gemäß Gl. (6.8) durch vertikal verlaufende Geraden realisiert. Lediglich die weiß eingefärbte Schnittmenge von Energieschnitt und Winkelschnitt trägt im gewählten Beispiel zur Gesamtintensität bei. Die Intervallbreiten wurden für alle Kombinationen von Winkel und Photonenenergie konstant zu $\Delta\theta = 50 \mu\text{rad}$ und $\Delta\hbar\omega = 1.8$ eV gewählt.

derselben Größe wie die Energieauflösung des Spektrographen von 2.4 eV ist (vgl. Kap. 5.1.1). Für die Messung bei $\hbar\omega = 8.3$ keV beträgt die Dispersion 0.454 eV/Pixel und damit die Intervallbreite $\Delta\hbar\omega = 1.82$ eV. Die Selektion von Beobachtungswinkel θ und Photonenenergie $\hbar\omega$ ist in Abb. 6.5 schematisch für eine Kombination dieser Größen dargestellt.

Abbildung 6.6 zeigt für einige ausgewählte Photonenenergien $\hbar\omega$ und Beobachtungswinkel θ so erzeugte Intensitätsoszillationen in Abhängigkeit des Folienabstandes. Deutlich erkennbar sind mehrere Oszillationsperioden, deren Amplitude jedoch mit zunehmendem Abstand abnimmt. Dies ist eine Folge des mit wachsendem Folienabstand zunehmenden Kohärenzverlustes, dessen Ursachen bereits in Kap. 3.5 diskutiert wurden.

In den Abstandssoszillationen treten bei einigen Folienabständen relative Schwankungen benachbarter Messpunkte von 5%, in Einzelfällen bei großen Beobachtungswinkeln sogar solche von bis zu 10% auf. Diese Fluktuationen können nicht allein durch die Messstatistik erklärt werden. Da kurzfristige Schwankungen des Elektronenstroms nach der in Abschnitt 5.3.2 beschriebenen Messung unter 1.7% lagen, können sie nicht Ursache der beobachteten Schwankungen sein. Zudem treten die Schwankungen nicht synchron für alle Beobachtungswinkel und -energien bei einem Folienabstand auf, wie es für Strahlstromschwankungen zu erwarten wäre.

Da gemäß Kapitel 6.1.2 auf die Verschiebung oder Winkeländerung des Elektronenstrahls korrigiert

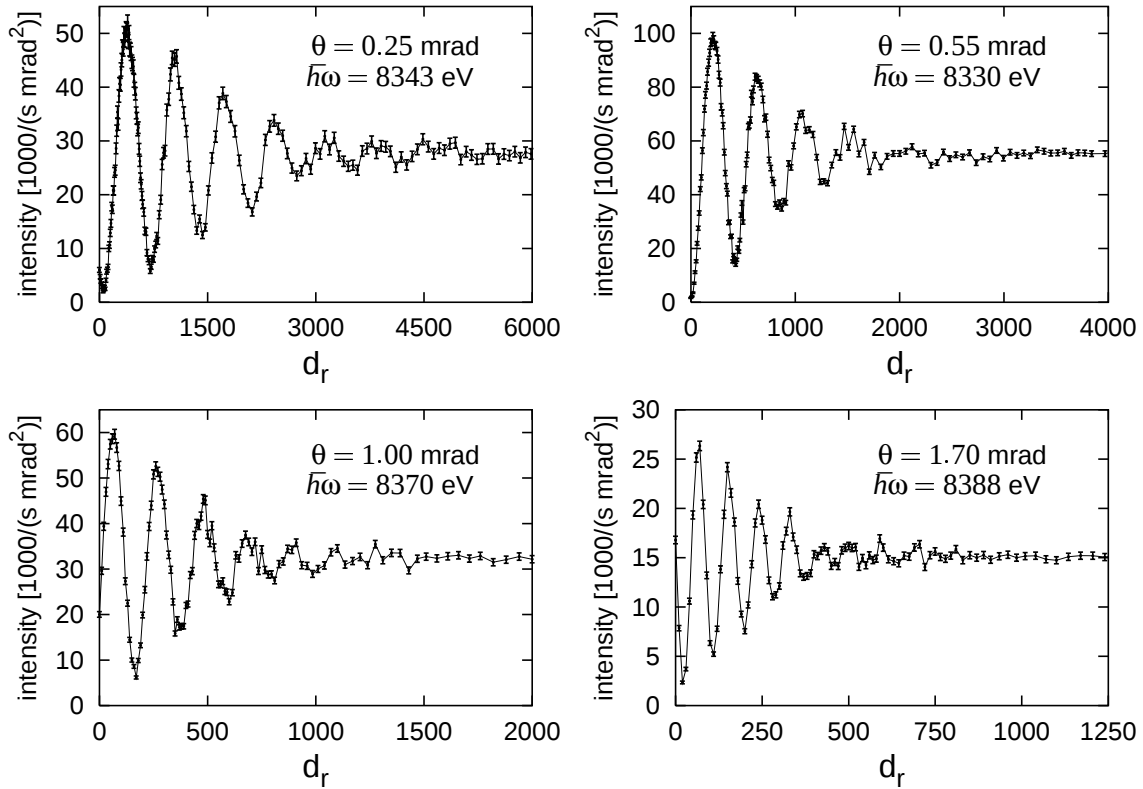


Abbildung 6.6.: Intensitätsoszillationen bei fester Photonenenergie $\hbar\omega$ und festem Beobachtungswinkel θ in Abhängigkeit des relativen Folienabstandes d_r . Die Intervallbreiten betragen für alle Kombinationen von Winkel und Photonenenergie $\Delta\theta = 50 \mu\text{rad}$ und $\Delta\hbar\omega = 1.8 \text{ eV}$ (vgl. Abb. 6.5). Die Messwerte sind als Punkte eingetragen, die lediglich zur Führung des Auges mit Linien verbunden wurden. Man beachte die unterschiedlichen Achsenskalierungen. Für alle gezeigten Kombinationen von Energie und Winkel sind deutlich mehrere Oszillationsperioden sichtbar, wobei die Oszillationsamplitude auf Grund des Kohärenzverlustes mit zunehmendem Abstand stark gedämpft wird. Es sind die Gesamtfehler eingezeichnet, die sich aus statistischen und systematischen Beiträgen zusammensetzen.

wurde, kann diese nicht unmittelbar die Ursache der beobachteten Schwankungen sein. Allerdings besteht bei dieser Korrektur auf Grund der Granularität der pn-CCD eine Unsicherheit von einem Pixel. Durch mögliche Fehler bei der Bestimmung der Lage des Zentrums der Strahlungsverteilung gemäß Gl. (6.1) kann es so bei einer linearen Pixeldimension von $w = 150 \mu\text{m}$ und einem Abstand zwischen TR-Folien und Detektor von $D = 11.0 \text{ m}$ zu einem Winkelfehler von $w/D = 15 \mu\text{rad}$ kommen. Um den Einfluss dieser Winkelfehler auf die Abstandsozillationen zu bestimmen, wurden zum Test bei der Erzeugung der Abstandsozillationen derartige Winkelfehler hinzugefügt. Bei diesen Testrechnungen traten bei Einzelpunkten Abweichungen in der gesuchten Größenordnung von etwa 5% auf. Möglicherweise sind daher die Schwankungen der Abstandsozillationen zumindest teilweise auf derartige Fehler bei der Bestimmung der Zentrumslage zurückzuführen.

Auch indirekt kann sich aus einer Lageänderung der Strahlungsverteilung auf der pn-CCD eine Intensitätsschwankung ergeben: entweder durch eine geometrische Verzerrung des Pixel-Rasters der pn-CCD; oder aber durch eine ortsabhängige Variation der Dicke der aktiven Schicht, die zu einer ortsabhängigen Nachweiswahrscheinlichkeit führen würde. Zudem ist es denkbar, dass der Spek-

trometerkristall die Strahlungsverteilung nicht nur horizontal leicht fokussiert (vgl. Gl. 6.4), sondern zusätzlich auf Grund von lokalen Kristalldeformationen eine leicht verzerrte Abbildung der Strahlungsverteilung auf dem CCD-Chip erzeugt. Abbildungsfehler können jedoch ebenso wie eine geometrische Verzerrung der Pixel-Struktur Ursache von Intensitätsschwankungen sein, da der Elektronenstrahl und damit auch die Strahlungsverteilung nicht über die gesamte Messdauer absolut ortsfest war. Die in Kap. 6.2.1 beschriebenen direkten Anpassungen der räumlichen Verteilung der Übergangsstrahlung auf dem CCD-Chip geben allerdings keine Hinweise auf einen der genannten Effekte. Bei diesen Messungen ist aber die Photonenstatistik im Einzelpixel deutlich geringer als die Messstatistik eines Punktes der Abstandssoszillationen, für die ja über typischerweise 100 Pixel gemittelt wird (vgl. Abb. 6.5). Daher können weder geometrische Verzerrung der Abbildung durch den Spektrometerkristall oder des Pixel-Rasters, noch eine Dickenvariation der aktiven Schicht der pn-CCD völlig ausgeschlossen werden. Möglicherweise haben die in den Abstandssoszillationen auftretenden Schwankungen auch keine isolierte Ursache, sondern sind auf das Zusammenspiel mehrerer Faktoren zurückzuführen.

Ogleich demnach die Ursache der Schwankungen nicht eindeutig geklärt werden konnte, scheint sie stochastischer Natur zu sein, so dass kein systematischer Einfluss auf die aus den Daten zu bestimmenden physikalischen Größen erwartet wird. Dennoch müssen mögliche Auswirkungen der Schwankungen in der weiteren Datenanalyse berücksichtigt werden. Daher wurde zu den statistischen Fehlern der einzelnen Messpunkte der Abstandssoszillationen ein systematischer Beitrag hinzuaddiert. Die Größe des systematischen Beitrags wurde jeweils so gewählt, dass die beobachteten Schwankungen im Rahmen der vergrößerten Fehler verträglich mit den Nachbarpunkten sind. Typischerweise übersteigt der so bestimmte systematische Fehler den statistischen um das dreifache.

6.2. Anpassungen der Analysefunktionen an die Messdaten

6.2.1. Winkelverteilungen bei 10 keV

In diesem Abschnitt wird die direkte Anpassungen der Analysefunktion an die mit der pn-CCD aufgenommenen zweidimensionalen Verteilungen der Messserie 1 beschrieben. Ziele der Anpassungen sind insbesondere die Ermittlung des Offsets des Folienabstandes d_0 (s. Gl. 3.8), die Bestimmung der durch die Emittanz des Elektronenstrahls verursachten Winkeldivergenz Σ' (s. Gl. 3.18), die Bestimmung der Dispersion δ_1 der Nickelprobe bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 9929$ eV und die Ermittlung der Amplitude.

Prinzip der Anpassungen

Nach Gl. (6.7) und (6.8) lässt sich prinzipiell für jedes Pixel auf der pn-CCD der Beobachtungswinkel θ und die Photonenenergie $\hbar\omega$ angeben und die von den beiden Interferometerfolien emittierte Übergangsstrahlung analytisch nach Gl. (3.3) berechnen. Eine derartige Vorgehensweise berücksichtigt allerdings nicht die Streuung der Elektronen in den Folien und die Strahlemittanz, die gemäß Abschnitt 3.5 Kohärenzverlust verursachen. Um diesen Kohärenzverlust möglichst exakt zu erfassen, wird anstatt analytischer Funktionen eine Monte Carlo-Simulation als Anpassungsfunktion verwendet. Der Ablauf der Simulation ist im Anhang B.1 näher erläutert.

Bei der Simulation wird der Weg der Elektronen durch die Interferometerfolien verfolgt und die an den vier Grenzflächen emittierten Übergangsstrahlungs-Amplituden phasenrichtig aufsummiert. Durch die Mittelung über 1000 Elektronen werden die statistischen Schwankungen der Simulation gering gehalten. Dennoch muss bei der Beurteilung der Anpassungsergebnisse berücksichtigt werden, dass neben der Messung auch die Anpassungsfunktion statistische Fehler aufweist. Um die Konvergenz des Anpassungsprozesses zu gewährleisten, muss daher immer mit demselben Ensemble von Elektronen gerechnet werden. Berücksichtigt werden in der Simulationsrechnung neben den Folien-dicken und -abständen insbesondere die Emittanz des Elektronenstrahls, die Aufstreuung der Elektronen gemäß der im Anhang A.5 zusammengefassten Molière'schen Theorie, die Selbstabsorption der Strahlung in den Folien, sowie die Energieabhängigkeit der Dispersion $\delta_i(\omega)$ und Absorption $\beta_i(\omega)$ der Referenzfolie 2 und der Probefolie 1.

Um Rechenzeit zu sparen, wird dabei die von den Folien emittierte TR-Intensität als zylindersymmetrisch angenommen und nur für 100 verschiedenen Winkel berechnet². Zwischenwinkel werden durch lineare Interpolation berechnet, wobei das Punktgitter hinreichend eng gewählt ist, um auch schnelle Intensitätsvariationen nachbilden zu können. Gleichfalls werden Spektren lediglich für zwei unterschiedliche Photonenenergien berechnet. Als Stützpunkte werden hier die an den äußersten Rändern der CCD gelegenen Spalten 0 bzw. 199 beobachteten Energien gewählt. Die Intensität für die dazwischen liegenden Photonenenergien wird wiederum linear interpoliert. Auf diese Weise können, wie bereits angedeutet, lediglich die Daten der Messserie 1 analysiert werden, da bei der hier gewählten Photonenenergie von $\hbar\omega \simeq 10$ keV die Energieabhängigkeit von $\delta_1(\omega)$ und $\beta_1(\omega)$ der Probefolie 1 durch die lineare Interpolation hinreichend gut wiedergegeben wird³. Da die Energieabhängigkeit bei der Größen mit $\partial\beta/\partial\hbar\omega \simeq -7.0 \cdot 10^{-10} \text{ eV}^{-1}$ bzw. $\partial\delta/\partial\hbar\omega \simeq -3.1 \cdot 10^{-9} \text{ eV}^{-1}$ nur gering ist [Hen93], kann das Energieauflösungsvermögen des Spektrometers (s. Abschn. 5.1.1) hier vernachlässigt werden.

Bei der Anpassung der experimentell aufgenommenen Daten werden in Analogie zur in Abschnitt 6.1.2 beschriebenen Vorgehensweise Korrekturen angebracht. Dies umfasst insbesondere die genaue Lokalisierung des Zentrums der Strahlungskeule auf der pn-CCD, sowie die Berücksichtigung der geometrischen Korrekturen und der radialen Polarisation der Übergangsstrahlung. Die Simulationsrechnung wurde als Fitfunktion in das Programm MINUIT [Jam98] integriert. Folgende Parameter werden durch die Anpassung bestimmt:

- d_0 : Offset des Folienabstandes, s. Gl. (3.8);
- Σ' : effektive Winkeldivergenz durch Elektronenstrahlemittanz, s. Gl. (3.18);
- A : Amplitudenfaktor;
- $\delta_1(\omega)$: Dispersion der Probefolie bei $\hbar\omega = 9929 \text{ eV}$.

Die Anpassungen liefern demnach Werte für den Offset des Folienabstandes d_0 , sowie für die durch die Emittanz des Elektronenstrahls hervorgerufene effektive Winkeldivergenz Σ' , die sich nach Gl. (3.18) aus den Beiträgen der Strahlfleckausdehnung und der Divergenz des Elektronenstrahls zusammen setzt. Wie oben bereits angedeutet, konnte bei den Anpassungen nicht zwischen horizontaler und

²Abweichungen von der Zylindersymmetrie sind auf Grund der um einen Faktor 7 unterschiedlichen horizontalen und vertikalen Emittanz zu erwarten. Es wurden daher Anpassungen durchgeführt, bei denen horizontal und vertikal unterschiedliche Winkeldivergenzen als Anpassungsparameter in die Rechnungen eingesetzt wurden. Die Resultate für die vertikale Divergenz Σ'_y unterschieden sich allerdings nicht signifikant von denen für die horizontale Divergenz Σ'_x . Die mit der horizontal orientierten pn-CCD aufgenommenen Daten werden demnach soweit von der horizontalen Emittanz dominiert, dass Abweichungen von der Zylindersymmetrie nicht festgestellt werden konnten.

³Für Absorption $\beta_2(\omega)$ und Dispersion $\delta_2(\omega)$ der Beryllium-Referenzfolie gilt das ohnehin, da alle Messungen energetisch weit oberhalb der K-Absorptionskante von Beryllium bei 118 eV [Hen93] durchgeführt wurden.

vertikaler Winkeldivergenz Σ'_x bzw. Σ'_y unterschieden werden, so dass der Parameter Σ' eine mittlere Winkeldivergenz darstellt. Der Amplitudenfaktor A mit einem Sollwert von Eins beschreibt die Abweichung der gemessenen Photonenzahl von den Rechnungen. Darüber hinaus wird die Dispersion $\delta_1(\omega)$ der Probefolie direkt an die Messdaten angepasst. Dabei dient lediglich die Dispersion bei der zentral auf der pn-CCD beobachteten Photonenenergie von $\hbar\omega = 9929$ eV als Anpassungsparameter. Die lineare Variation längs der CCD von $\partial\delta/\partial\hbar\omega = -3.110 \cdot 10^{-9}$ eV $^{-1}$ wird Tabellen [Hen93] entnommen und fest in der Anpassungen eingesetzt. Dies ist gerechtfertigt, da lediglich der Absolutbetrag der aus einer Kramers–Kronig–Transformation (s. Gl. (2.14)) berechneten Werte für die Dispersion fehlerbehaftet sind, während sich der relative Kurvenverlauf exakt aus den Rechnungen ergibt [Len94].

Demgegenüber kann die Absorption $\beta_1(\omega)$ der Probefolie nicht zugleich angepasst werden, da β_1 im Fit mit δ_1 korreliert, wie in Kap. 3.1 bereits diskutiert wurde. Beim Versuch der gleichzeitigen Anpassung wichen die Ergebnisse für die Absorption β_1 um typischerweise 20% von den Literaturwerten ab, während die Anpassungsergebnisse der Dispersion δ_1 dazu korreliert um 10% bis 15% neben den Ergebnissen von Anpassungen lagen, die mit Absorptionen β_1 durchgeführt wurden, die auf die Literaturwerte festgesetzt waren. Daher muss die Absorption $\beta_1(\omega)$ der Probefolie 1 ebenso wie Absorption $\beta_2(\omega)$ und Dispersion $\delta_2(\omega)$ der Berylliumfolie Tabellen [Hen93, Kra95] entnommen und bei der Anpassung festgesetzt werden⁴. Die Messung der Energieauflösung (s. Kap. 5.1.1) wurde mit einer vor der pn-CCD angebrachten Nickelfolie durchgeführt, die aus derselben Charge geschnitten wurde. Da bei dieser Messung keinerlei systematische Abweichungen von der erwarteten Absorption beobachtet wurden, scheint die beschriebene Vorgehensweise gerechtfertigt.

Die Erzeugung von Bremsstrahlung in den Radiatorfolien ist bei einer Photonenenergie von 10 keV auf Grund des Dichte–Effekts stark unterdrückt. Im Anhang A.6 sind die wesentlichen Eigenschaften der Bremsstrahlung dargestellt. Andere Strahlungsarten wie Cerenkov–Strahlung, parametrische Röntgenstrahlung oder Kanalführungs–Strahlung treten nicht auf. Da zudem der Nachweis von Untergrund durch die in Kap. 4.1 beschriebenen Abschirmmaßnahmen vernachlässigbar klein gemacht werden konnte, kommen die Anpassungen völlig ohne Untergrundterm aus.

Überprüfung der Monte Carlo–Simulationen

Bevor physikalische Parameter aus den Anpassungen ermittelt werden können, muss die Zuverlässigkeit und die Genauigkeit der als Anpassungsfunktion verwendeten Monte Carlo–Simulationen überprüft werden. Dazu kann die Anpassung der Winkelverteilung der von der Beryllium– bzw. Nickel–folie allein emittierten Übergangsstrahlung dienen. Die Resultate der Anpassungen sind in den Abbildungen 6.7 und 6.8 dargestellt. Es wurden lediglich der Amplitudenfaktor A und die effektive Winkeldivergenz Σ' angepasst, alle anderen Parameter wurden in der Anpassung fest vorgegeben.

Die experimentellen Daten werden in beiden Fällen von den Anpassungsfunktionen sehr gut wiedergegeben. Im Schnitt durch die Verteilungen (Teilbilder c) sind keine systematischen Abweichungen erkennbar. Auch die Residuen⁵ (Teilbilder d) zeigen keine deutlichen systematischen Abweichungen. Allerdings sind andeutungsweise leichte “Schlieren” erkennbar, die jedoch von statischen

⁴Die verwendete Absorptionskurve ist in Abb. 2.2 dargestellt

⁵Das Residuum $r(x)$ der Anpassung einer Funktion $f(x)$ an Messdaten $g(x)$ mit Fehlern $\sigma(x)$ ist definiert durch (siehe z.B. [Bev69]): $r(x) = (f(x) - g(x))/\sigma(x)$.

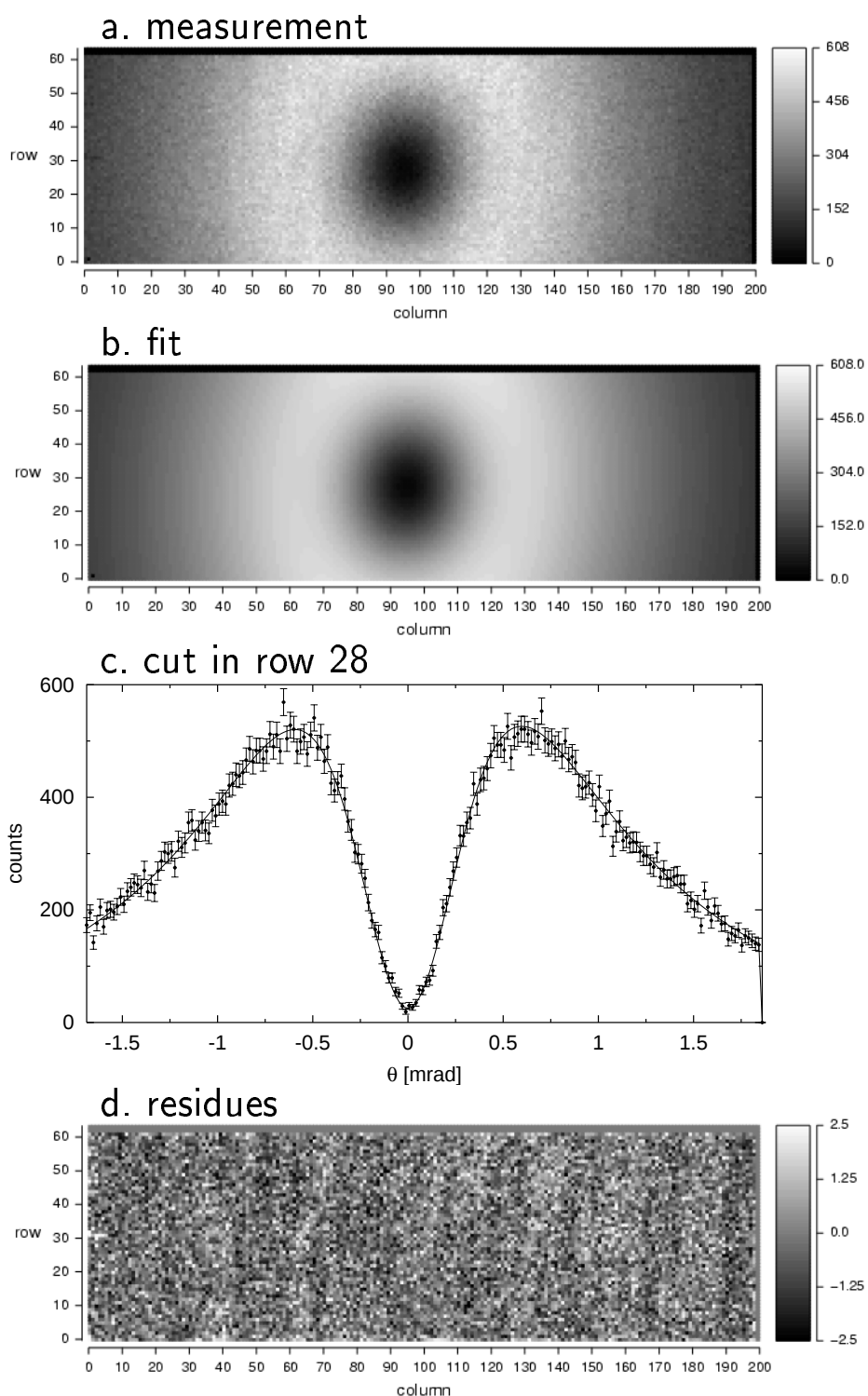


Abbildung 6.7.: Anpassung der Winkelverteilung der Übergangsstrahlung der Berylliumfolie bei $\hbar\omega = 10$ keV. a) experimentelle Daten; b) zweidimensionale Anpassungsfunktion; c) Schnitt durch die beiden Verteilungen in Zeile 28; d) Residuen der Anpassung. Die Resultate der Anpassung betragen: Amplitudenfaktor $A = 1.054 \pm 0.017$; effektive Winkeldivergenz $\Sigma' = (32.8 \pm 3.3) \mu\text{rad}$. Alle anderen Parameter wurden fest vorgegeben. Das reduzierte Chi-Quadrat der Anpassung beträgt $\chi^2 = 1.05$.

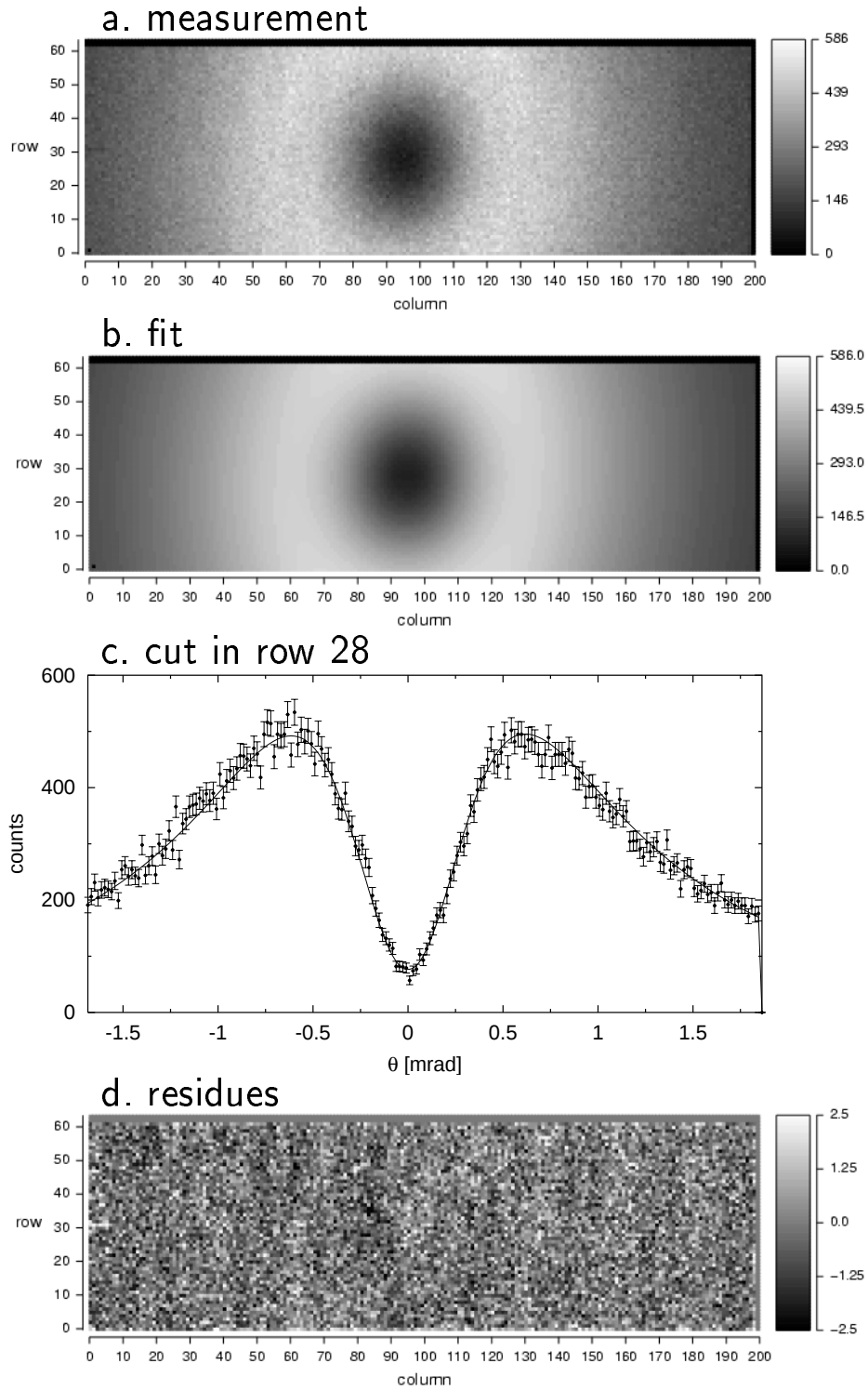


Abbildung 6.8.: Anpassung der Winkelverteilung der Übergangsstrahlung der Nickelfolie bei $\hbar\omega = 10$ keV. a) experimentelle Daten; b) zweidimensionale Anpassungsfunktion; c) Schnitt durch die beiden Verteilungen in Zeile 28; d) Residuen der Anpassung. Die Resultate der Anpassung betragen: Amplitudenfaktor $A = 1.043 \pm 0.025$; effektive Winkeldivergenz $\Sigma' = (27.2 \pm 4.1) \mu\text{rad}$. Alle anderen Parameter wurden fest vorgegeben. Das reduzierte Chi-Quadrat der Anpassung beträgt $\chi^2 = 1.04$.

Abweichungen überlagert werden. Derartige Schlieren wurden nach Abschluss der in dieser Arbeit beschriebenen Experimente mit höherer statistischer Signifikanz ebenfalls bei Untersuchungen zu Phasenkontrastverfahren beobachtet, die mit dem gleichen Spektrometeraufbau durchgeführt wurden. Vermutlich sind sie auf Abbildungsfehler durch geringe Welligkeiten des Monochromatorkristalls zurück zu führen. Für die hier beschriebenen Interferometrieexperimente sind die beobachteten geringen Abweichungen jedoch kleiner als die statischen Schwankungen. Die aus der Anpassung erhaltenen Amplituden liegen mit $A = 1.054 \pm 0.017$ für die Berylliumfolie bzw. $A = 1.043 \pm 0.025$ für die Nickelfolie etwa 5% über dem erwarteten Wert von Eins, obgleich der Anpassungsfehler jeweils nur etwa 2% beträgt. Dieses Verhalten deckt sich jedoch mit den Ergebnissen der Anpassungen der Interferenzbilder, die in Kap. 7.1.4 diskutiert werden. Wie in diesem Abschnitt näher ausgeführt wird, ist die Ursache der gefundenen Abweichung vermutlich die Unsicherheit in der Absolutmessung des Elektronenstrahlstroms. Auch die gemessenen effektive Winkeldivergenzen von $\Sigma' = (32.8 \pm 3.3) \mu\text{rad}$ (Be-Folie) bzw. $\Sigma' = (27.2 \pm 4.1) \mu\text{rad}$ (Ni-Folie) sind gut verträglich mit den Ergebnissen der interferometrischen Messungen und mit theoretischen Erwartungen, vgl. Kap. 7.1.2.

Aus den Ergebnissen der Anpassungen kann damit geschlossen werden, dass die Monte Carlo-Simulation die Messdaten gut beschreibt und daher als Anpassungsfunktion zur Bestimmung der Dispersion δ_1 aus den gemessenen Röntgeninterferenzen dienen kann.

Anpassung der Winkeloszillationen

Anpassungen der Oszillationen in der Winkelverteilung der Übergangsstrahlung beider Folien wurden für neun bei Folienabständen zwischen $d_r = 0 \mu\text{m}$ und $d_r = 1010 \mu\text{m}$ aufgenommene Histogramme durchgeführt. Bei noch größeren Abständen ist die Kohärenz soweit abgesunken, dass nur noch im Zentrum der pn-CCD Interferenzen beobachtet werden können. Dadurch können der Abstands-Offset d_0 und die Dispersion δ_1 der Nickelprobe nicht mehr genau genug bestimmt werden. Die Abbildungen 6.9 und 6.10 zeigen exemplarisch zwei der Anpassungen. Die Übereinstimmung der Anpassungsfunktion mit den gemessenen Daten ist ausgezeichnet, wie insbesondere die Schnitte durch das jeweilige Zentrum der Verteilungen und die Residuen deutlich zeigen.

Zur Abschätzung der statistischen und systematischen Fehler der Anpassung wurden weitere Rechnungen durchgeführt, die in Abschnitt 6.2.3 beschrieben sind. Die Darstellung und Diskussion der aus den Anpassungen erhaltenen Parameter erfolgt im Kapitel 7.

6.2.2. Anpassung der Oszillationen in Abhängigkeit des Folienabstandes

Anpassungen der Analysefunktion an die Intensitätsoszillationen in Abhängigkeit des Folienabstandes wurden sowohl für die Daten der Messserie 1 bei rund 10 keV, als auch für die im Bereich der K-Absorptionskante bei 8333 eV aufgenommenen Daten der Messserie 2 durchgeführt, um die energieaufgelösten Messwerte der Dispersion $\delta_1(\omega)$ zu bestimmen. Die Vorgehensweise ist sehr ähnlich zu den im Abschnitt 6.2.1 beschriebenen Anpassungen der Winkelverteilungen. Wiederum werden als Anpassungsfunktion Monte Carlo-Simulationen verwendet (siehe Anhang B.1).

Vorgegeben wird für jeden Messpunkt die Geometrie des Interferometers, d.h. die Foliendicken und der Abstand der Folien d , sowie die Elektronenstrahlenergie und die Divergenz. Die Simulation modelliert den Weg von 1000 Elektronen durch die beiden Folien und berechnet die im Mittel emittierte TR-Intensität. Durch eine Mittelung über 5 Winkelpunkte wird die Winkelauflösung der Messung

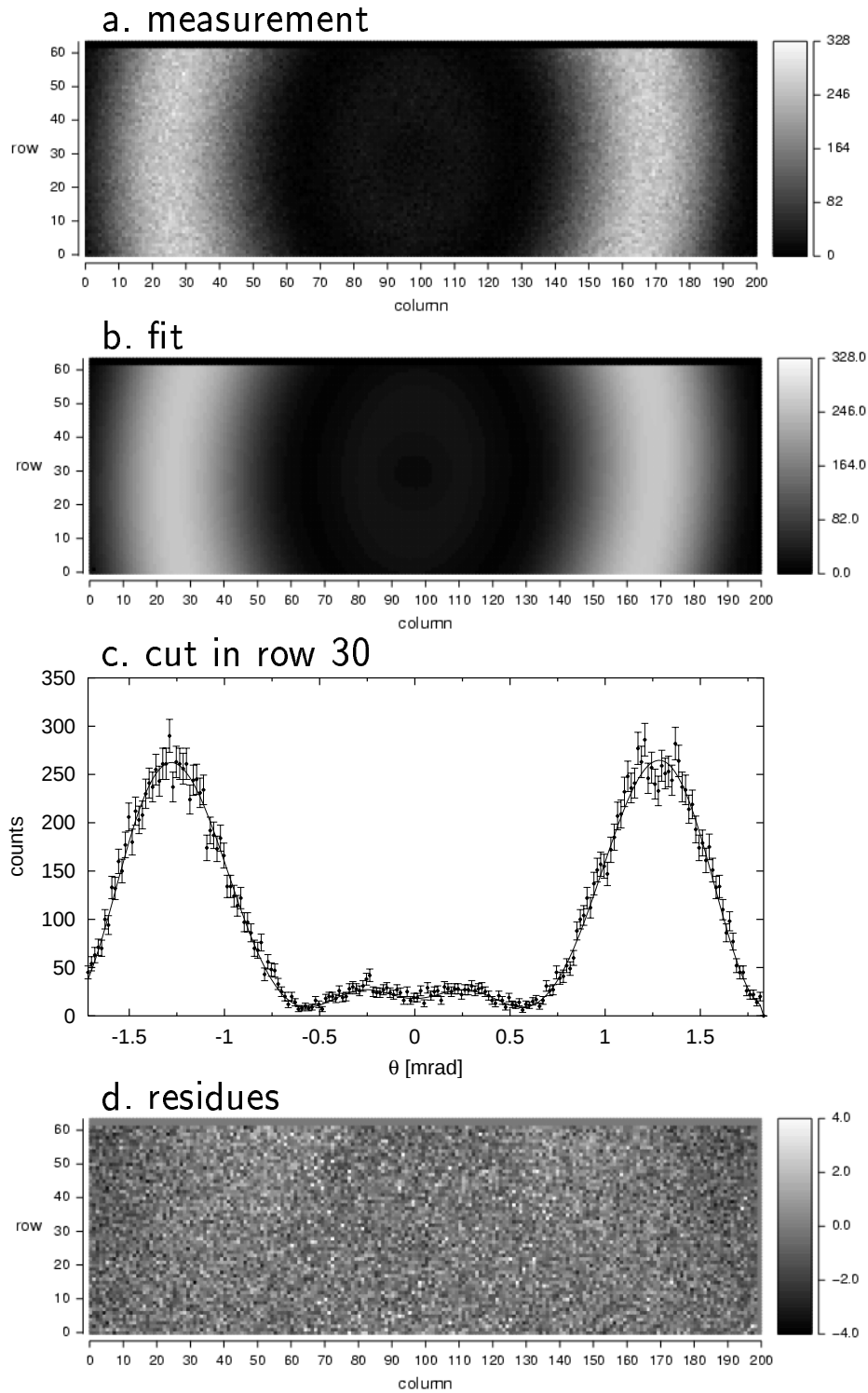


Abbildung 6.9.: Anpassung der Winkelverteilung um $\hbar\omega = 9929$ eV bei $d_r = 0$ μm , also für den kleinsten eingestellten Folienabstand. a) experimentelle Daten; b) zweidimensionale Anpassungsfunktion; c) Schnitt durch die beiden Verteilungen in Zeile 30; d) Residuen der Anpassung (zur Definition s. die Fußnote auf S. 75). Die Resultate der Anpassung betragen: Amplitudenfaktor $A = 1.111 \pm 0.014$; Abstands-Offset $d_0 = (74.7 \pm 0.3)$ μm ; effektive Winkeldivergenz $\Sigma' = (2.1^{+7.6}_{-2.1})$ μrad ; Dispersion $\delta_1 = (1.81 \pm 0.04) \cdot 10^{-5}$.

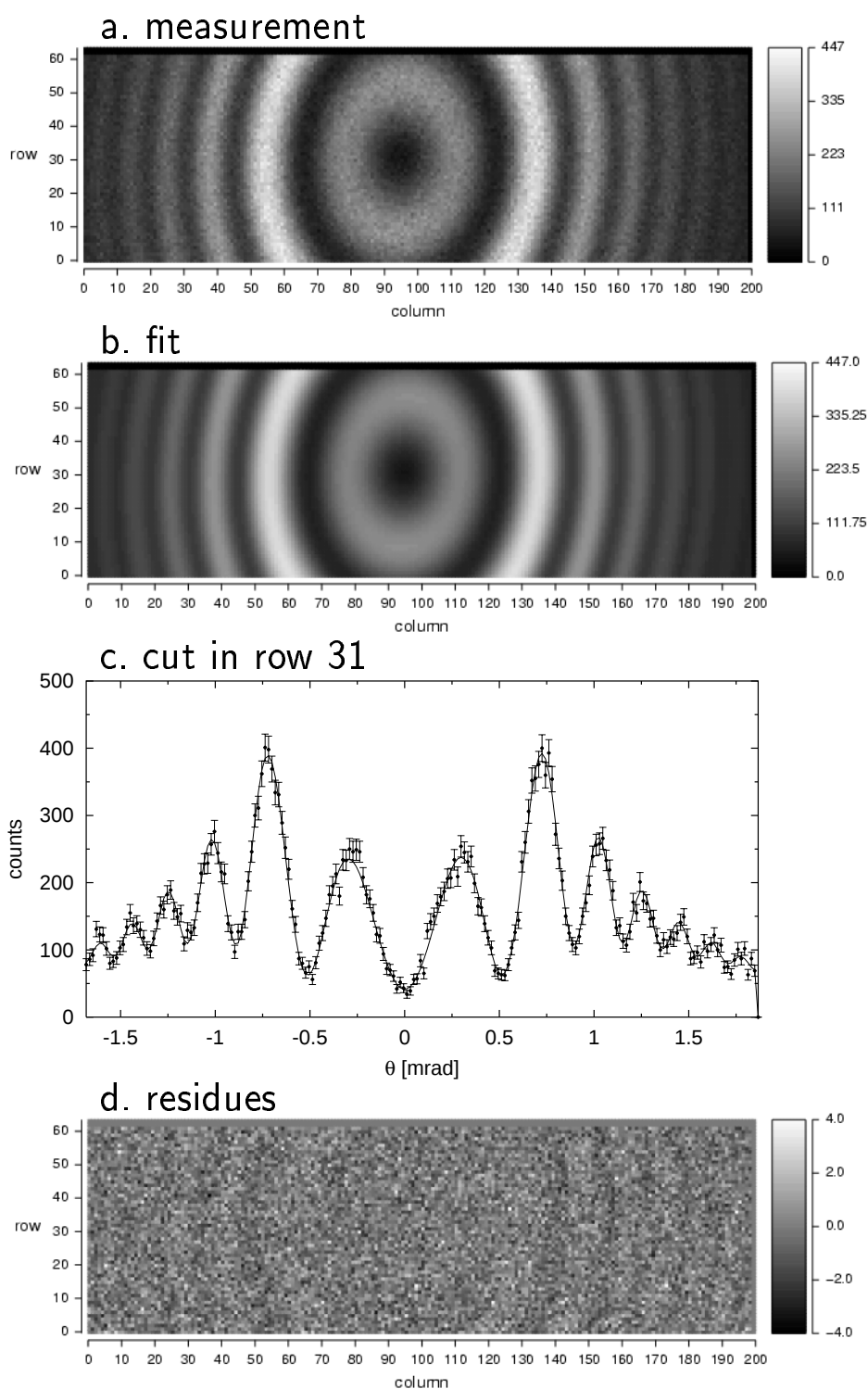


Abbildung 6.10.: Gleiche Darstellung wie Abb. 6.9, aber für die Messung um $\hbar\omega = 9929$ eV bei $d_r = 400$ μm . a) experimentelle Daten; b) zweidimensionale Anpassungsfunktion; c) Schnitt durch die beiden Verteilungen in Zeile 30; d) Residuen der Anpassung (zur Definition s. die Fußnote auf S. 75). Die Resultate der Anpassung betragen: Amplitudenfaktor $A = 1.028 \pm 0.027$; Abstands-Offset $d_0 = (76.2 \pm 1.3)$ μm ; effektive Winkeldivergenz $\Sigma' = (31.2 \pm 3.3)$ μrad ; Dispersion $\delta_1 = (1.60 \pm 0.12) \cdot 10^{-5}$.

von $\Delta\theta = 50 \mu\text{rad}$ berücksichtigt (vgl. Abb. 6.5). Für jeden weiteren Abstand muss die gesamte Berechnung wiederholt werden. Da das Verfahren daher außerordentlich rechenintensiv ist, müssen zur Durchführung der Anpassung möglichst viele in die Berechnung eingehende Parameter fest vorgegeben werden. Dies sind insbesondere der Offset des Folienabstandes d_0 , sowie die durch die Emittanz des Elektronenstrahls hervorgerufene Winkeldivergenz Σ' (vgl. Gl. (3.18)), die beide den Anpassungen der Winkelverteilungen entnommen werden können (s. Abschn. 6.2.1). Es wurden die Werte $d_0 = 75.02 \mu\text{m}$ (vgl. Abschnitt 7.1.1) und $\Sigma' = 29.4 \mu\text{rad}$ (vgl. Abschnitt 7.1.2) verwendet. Weiterhin werden, wie bei den Anpassungen der Winkelverteilungen, die Absorption β_2 und Dispersion δ_2 der Interferometerfolie 2 Tabellen [Hen93] entnommen und in der Anpassung nicht variiert. Da auch bei den hier beschriebenen Anpassungen eine Korrelation zwischen der zu bestimmenden Dispersion δ_1 und der Absorption β_1 der Probe besteht, wird auch hier β_1 fest vorgegeben, wobei an der Absorptionskante Messungen aus [Kra95] verwendet werden (s. Abb. 2.2). Zur Berücksichtigung der Energieauflösung (s. Abschn. 5.1.1) wurde die in die Anpassung eingesetzte Absorptionskurve $\beta_1(\omega)$ mit einer Gauß-Verteilung einer vollen Halbwertsbreite von 2.4 eV gefaltet. Es werden daher lediglich noch die folgenden zwei Parameter angepasst:

$$\begin{array}{ll} \delta_1(\omega) & : \text{ Dispersion der Probefolie} \\ A & : \text{ Amplitudenfaktor} \end{array}$$

Um Rechenzeit zu sparen, wurde jeweils als maximaler Abstand der Folien eine Grenze rund $500 \mu\text{m}$ oberhalb des Abklingens der Intensitätssoszillationen gewählt. Der so nach oben begrenzte Wertebereich reicht aus, um aus der Phasenlage der Oszillationen die Dispersion δ_1 und aus der inkohärenten Summe bei großen Abständen die Amplitude A bestimmen zu können. Auch bei den Anpassungen der Abstandssoszillationen konnte wie bei den Anpassungen der zweidimensionalen Histogramme (s. Abschn. 6.2.1) vollständig auf einen Untergrundterm verzichtet werden.

Die Anpassungen wurden für alle Daten der Messserien 1 und 2 durchgeführt, um energieaufgelöste Daten der Dispersion von Nickel sowohl fernab der Absorptionskante bei 10 keV als auch im Bereich der Kante bei 8.33 keV zu erhalten. Die Abbildungen 6.11 und 6.12 zeigen exemplarisch jeweils sechs der Anpassungen für die beiden Messserien. Die Übereinstimmung der Fits mit den experimentellen Daten ist sehr gut. Sowohl die Phasenlage der Oszillationen als auch der durch den Kohärenzverlust verursachte Abfall der Oszillationsamplitude wird korrekt wiedergegeben. Mit der Mittelung über 1000 Elektronen in den zur Anpassung verwendeten Simulationen zeigen die Anpassungsfunktionen noch leichte statistische Schwankungen, die aber unterhalb der Schwankungen der experimentellen Daten liegen. Die statistischen und systematischen Fehler der Anpassungen wurden durch weitere Rechnungen abgeschätzt, die im folgenden Abschnitt 6.2.3 beschrieben sind.

6.2.3. Fehlerabschätzung

Die bei den Anpassungen auftretenden Fehler lassen sich in zwei Klassen einteilen: statistische und systematische Fehler.

Statistische Fehler

Die statistischen Fehler der Anpassungen resultieren aus den statistischen Schwankungen der aufgenommenen Messdaten. Sie ergeben sich als Fitfehler direkt aus den Anpassungen. Für die hier beschriebenen Anpassungen sind sie meist etwas kleiner als die systematischen Fehler.

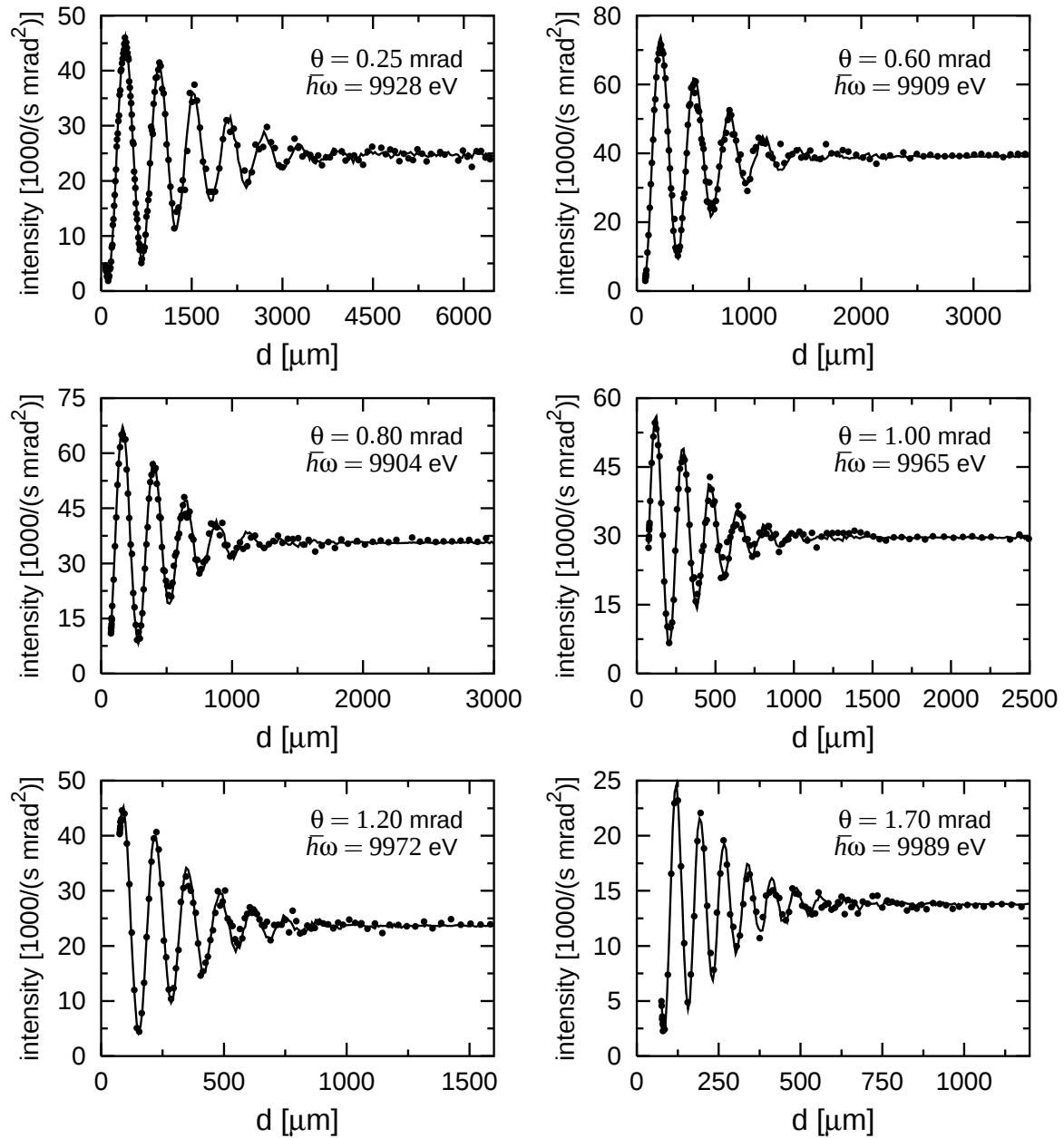


Abbildung 6.11.: Anpassungen der Intensitätssoszillationen der Messserie 1 bei fester Photonenenergie $\hbar\omega$ und festem Beobachtungswinkel θ in Abhängigkeit des Folienabstandes d . Die experimentellen Daten (Punkte) werden in allen Fällen von den Anpassungen (durchgezogene Linien) gut wiedergegeben. Die erkennbaren leichten statistischen Fluktuationen der Anpassungsfunktionen sind kleiner als die Schwankungen der experimentellen Daten.

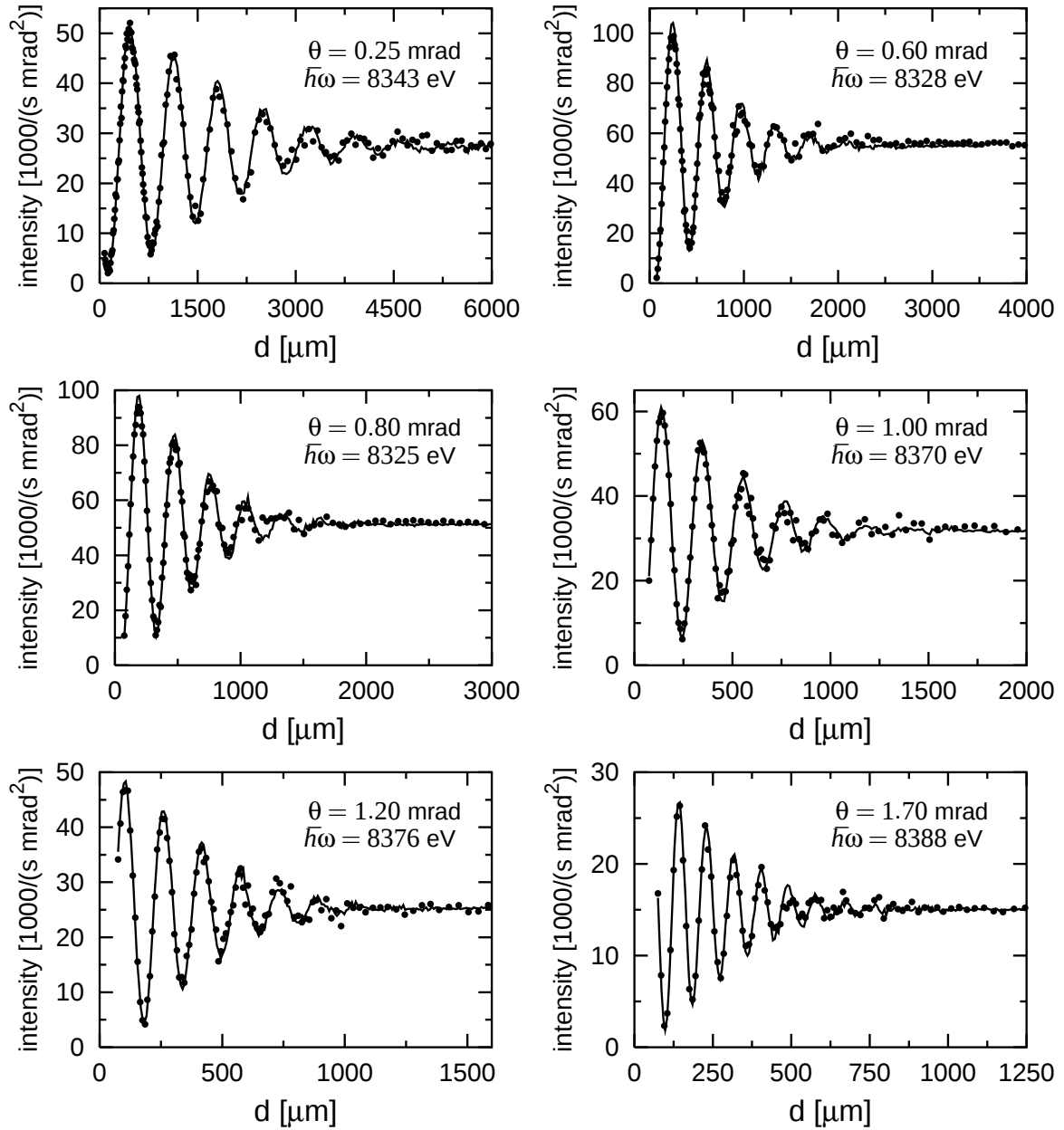


Abbildung 6.12.: Gleiche Darstellung wie in Abb. 6.11, aber für die Anpassungen der Messdaten aus Messserie 2 im Bereich der Nickel K-Absorptionskante. Auch hier zeigt sich ausgezeichnete Übereinstimmung der angepassten Funktionen mit den Messdaten.

Systematische Fehler

Systematischer Fehler haben ihre Ursache zum einen in Fluktuationen der als Anpassungsfunktion verwendeten Monte Carlo-Simulationen, und zum anderen in Unsicherheiten der physikalischen Parameter, die fest in die Anpassung eingesetzt und nicht variiert werden.

Da auf Grund der limitierten Rechengeschwindigkeit nur die Übergangsstrahlung von 1000 Elektronen berechnet wird, weisen die Monte Carlo-Simulationen leichte Schwankungen auf, wie sie z.B. in den Abbildungen 6.11 und 6.12 insbesondere bei großen Abständen d zu erkennen sind. Eine Erhöhung der bei der Simulation verwendeten Elektronenzahl von 1000 um z.B. einen Faktor 100 könnte zwar den Simulationsfehler um einen Faktor $\sqrt{100} = 10$ drücken und damit vernachlässigbar klein machen. Dadurch würde jedoch die Rechenzeit impraktikabel erhöht⁶. Um den daraus resultierenden Fehler berücksichtigen zu können, wurden die Anpassungen jeweils für zwei unterschiedliche, zufällig ausgewählte Ensembles von Zufallszahlen durchgeführt. Das Resultat für den Parameter ergibt sich dann als Mittelwert der beiden verschiedenen Anpassungsergebnisse. Die Differenz der aus beiden Anpassungen bestimmten Parameterwerte liefert einen Beitrag zum systematischen Fehler der Simulation.

Die andere Ursache systematischer Fehler ist die Unsicherheit in der Kenntnis der fest in die Anpassungen eingesetzten physikalischen Größen. Dies sind sowohl bei der Anpassung der Winkelverteilungen, als auch bei der Anpassung der Abstandssoszillationen die fest eingesetzten Dicken der verwendeten Folien (s. Abschn. 5.1.2). Wie in den Abschnitten 6.2.1 und 6.2.2 beschrieben, musste die Absorption $\beta_1(\hbar\omega)$ der Nickelfolie bei allen Anpassungen fest vorgegeben werden. Die der Literatur entnommenen Werte [Hen93, Kra95] sind in Abb. 2.2 dargestellt. Gemäß Gleichung (3.6) geht die Absorption β_1 lediglich über das Produkt $t_1\beta_1$ in die Berechnung der Übergangsstrahlungs-Intensität ein. Daher entsprechen die Auswirkungen einer zu gering angenommenen Absorption β_1 den Auswirkungen einer zu hoch angenommenen Foliendicke t_1 . Die Dicke t_1 der Nickelfolie wurde durch Messung der Röntgentransmission bestimmt (vgl. die Abschnitte 5.2 und 5.1.2). Dabei wurde die auch bei den Anpassungen der Röntgeninterferenzen verwendete und in Abb. 2.2 dargestellte Kurve $\beta_1(\hbar\omega)$ verwendet. Etwaige Fehler der Absorption werden folglich implizit durch die ermittelte Foliendicke t_1 ausgeglichen und brauchen daher nicht separat berücksichtigt zu werden. Bei den Anpassungen der Intensitätsoszillationen als Funktion des Folienabstandes werden darüber hinaus noch der Abstands-Offset $d_0 = 75.02 \mu\text{m}$ (s. Abschn. 7.1.1) und die Winkeldivergenz $\Sigma' = 29.4 \mu\text{rad}$ (s. Abschn. 7.1.2) eingesetzt. Da beide Größen aus den Anpassungen der Winkelverteilungen bestimmt werden, sind sie ebenfalls fehlerbehaftet. Zur Abschätzung des sich daraus ergebenden Beitrags zum systematischen Fehler wurden jeweils Anpassungen durchgeführt, bei denen eine der fest eingesetzten Größen um ihren Fehler variiert wurde.

Alle Einzelbeiträge wurden quadratisch zum systematischen Fehler aufsummiert. Der Gesamtfehler der Anpassungen ergibt sich wiederum als quadratische Summe des statistischen mit dem systematischen Fehler. Dabei liefert in den meisten Fällen der systematische Fehler den größeren Beitrag.

Nach der Darstellung der Bearbeitung der Rohdaten und der Anpassung theoretischer Rechnungen an die experimentellen Daten beschäftigt sich das folgende Kapitel mit der Diskussion der aus den Anpassungen erhaltenen Ergebnisse.

⁶Die Anpassungen einer Winkelverteilungen, wie sie in Abb 6.9 gezeigt ist, benötigt etwa eine Stunde auf einem Intel-PC (Pentium II, 350 MHz), wenn die Startwerte der Anpassungsparameter bereits sehr nahe an den erwarteten Ergebnissen liegen, die Anpassung einer der Abstandssoszillationen etwa 15 Minuten. Da die Anpassungen aber für eine große Zahl verschiedener Datensätze durchgeführt werden mussten, wurde von einer Erhöhung der Elektronenzahl abgesehen.

7. Diskussion der Ergebnisse

Inhalt des folgenden Kapitels ist die Diskussion der Ergebnisse der Anpassungen. Es werden zunächst die Ergebnisse der Winkelverteilungen analysiert. Daran schließt sich die Diskussion der Resultate der Intensitätsoszillationen als Funktion des Folienabstandes an. Vergleiche mit der Literatur erlauben eine Bewertung der Resultate.

7.1. Ergebnisse aus den Anpassungen der Winkelverteilungen

In diesem Abschnitt werden Ergebnisse aus den in Kap. 6.2.1 beschriebenen Anpassungen der Winkelverteilungen der Messserie 1 diskutiert. Neben dem Offset des Folienabstandes d_0 umfasst dies die effektive Winkeldivergenz Σ' , die durch die Emittanz des Elektronenstrahls hervorgerufen wird, die Dispersion δ_1 der Nickelprobe bei einer Photonenenergie von 9929 eV und der Amplitudenfaktor A . Die Fehler der Anpassung wurden durch das in Abschnitt 6.2.3 beschriebene Verfahren abgeschätzt.

7.1.1. Offset des Folienabstandes

Wesentliches Ziel der Anpassungen an die Winkelverteilungen war die Bestimmung des Offsets des Folienabstandes d_0 , da dieser als Eingangsparameter für die in Kap. 6.2.2 beschriebenen Anpassungen an die Abstandszosillationen benötigt wird. In Abb. 7.1 sind die Ergebnisse der einzelnen Anpassungen dargestellt. Als gestrichelte Linie ist das gewogene Mittel von $d_0 = (75.02 \pm 0.21) \mu\text{m}$ eingezeichnet. Für Einzelwerte x_i mit Fehlern σ_i berechnet sich das gewogene Mittel (siehe z.B. [Bev69]):

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad , \quad \Delta\bar{x} = \sqrt{1 / \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad . \quad (7.1)$$

Alle Einzelwerte sind mit dem berechneten Mittelwert gut verträglich. Der Vergleich der Ergebnisse bei unterschiedlichem Relativabstand d_r gibt keine Hinweise auf systematische Abweichungen.

Zum gewogenen Mittel tragen die Werte bei $d_r \leq 300 \mu\text{m}$ mit den höchsten Gewichten bei: Zwar besitzen die Interferenzen als Funktion des Winkels bei großen Abständen steilere Flanken als die Interferenzen bei kleinen Abständen (vgl. Abb. 6.9 und 6.10) und sind somit genauer lokalisierbar; die genauere Lokalisierbarkeit wird allerdings dadurch kompensiert, dass sich bei kleinen Folienabständen die Position der Interferenzen im Winkelspektrum auch durch eine kleine Offset-Variation Δd_0 stark verschiebt, während die Position bei großen Abständen durch das gleiche Δd_0 nur noch wenig geändert wird. Desweiteren ist bei kleinen Abständen die Kohärenz größer (vgl. Abb. 3.12), so dass alle Pixel der pn-CCD auf den Wert von d_0 empfindlich sind, während bei großen Abständen

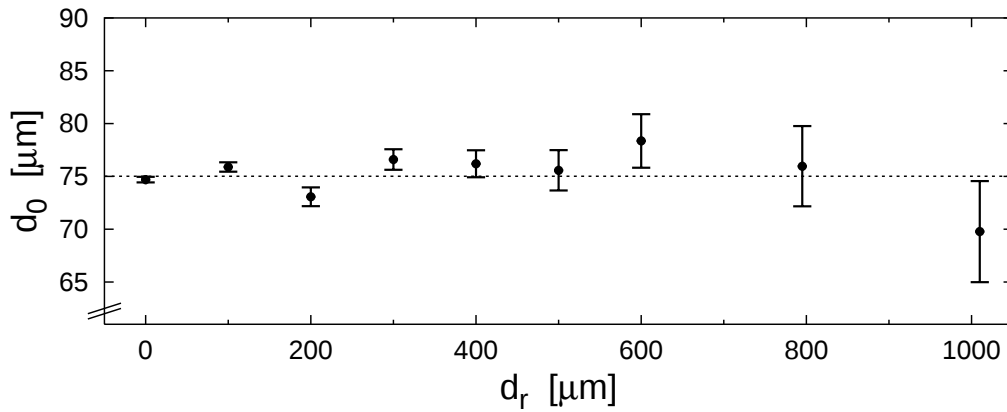


Abbildung 7.1.: Ergebnisse für den Abstands-Offset d_0 aus den Anpassungen an die Winkelverteilungen bei verschiedenen relativen Folienabständen d_r . Aus den Einzelwerten wurde das gewogene Mittel zu $d_0 = (75.02 \pm 0.21) \mu\text{m}$ berechnet und als gestrichelte Linie eingezeichnet.

$d_r \geq 400 \mu\text{m}$ die in den Randbereichen der CCD beobachteten Interferenzen bereits verwaschen sind und nicht mehr beitragen.

Der erreichte Fehler von nur $\Delta d_0 = 0.21 \mu\text{m}$ liegt bereits an der Grenze der Einstellgenauigkeit des zur Variation des Folienabstandes verwendeten Verfahrtes von $0.1 \mu\text{m}$ (s. Abschn. 4.2), so dass eine weitere Steigerung der Genauigkeit mit dem verwendeten Aufbau nicht möglich war. Auch aus einem zweiten Grund ist die Genauigkeit der Messung begrenzt: Bei nicht völlig parallel stehenden Folien kann nämlich eine Verschiebung des Elektronenstrahls eine ebenso große Änderung von d_0 hervorrufen¹. Eine weitere Verringerung des Fehlers erfordert daher die exakte Bestimmung des Offsets aus jeder Einzelmessung, um so auch einen möglichen Gang des Offsets nachvollziehen zu können, was beim hier beschriebenen Experiment auf Grund der Fehler der Einzelmessungen nicht mit der nötigen Genauigkeit möglich war. Der angegebene Wert für d_0 stellt stattdessen einen Mittelwert über die gesamte Messdauer dar.

Das erhaltene Ergebnis von $d_0 = (75.02 \pm 0.21) \mu\text{m}$ geht als Eingangsparameter in die Anpassungen der Intensitätsoszillationen als Funktion des Folienabstandes d ein. Die Unsicherheit $\Delta d_0 = 0.21 \mu\text{m}$ stellt eine der wesentlichen Quellen systematischer Fehler bei diesen Anpassungen dar. Darauf wird in Kap. 7.2 noch näher eingegangen.

7.1.2. Winkeldivergenz

Die Ergebnisse der Anpassungen der effektiven Winkeldivergenz Σ' sind in Abb. 7.2 dargestellt. Die für die verschiedenen relativen Folienabstände d_r erhaltenen Ergebnisse sind verträglich mit dem als Linie eingezeichneten gewogenen Mittel von $\Sigma' = (29.4 \pm 1.2) \mu\text{rad}$. Zur Mittelwertbildung bei der Bestimmung der effektiven Winkeldivergenz wurde der Wert bei $d_r = 0 \mu\text{m}$ weggelassen, da er offensichtlich mit keinem der anderen Messpunkte verträglich ist. Hier kann die Anpassung das tiefe und breite Minimum im Zentrum der TR-Verteilung (s. Abb. 6.9) nur wiedergeben, indem die Winkelverschmierung zu deutlich niedrigeren Werten gedrückt wird. Die Ursache der Abweichung

¹Für den in Kap. 4.2 beschriebenen Aufbau kann erwartet werden, dass der Relativwinkel der beiden Folien im Durchtrittsbereich des Elektronenstrahls unter $\alpha_f = 1^\circ$ liegt. Bei einem solchen Relativwinkel sorgt aber bereits eine Verschiebung des Elektronenstrahls von nur $a_e = 12 \mu\text{m}$ für eine Änderung des Folienabstandes von $\Delta d_0 = a_e \cdot \tan(\alpha_f) = 0.21 \mu\text{m}$, also eine Verschiebung um den angegebenen Fehler des Abstands-Offsets. Ein Versatz des Elektronenstrahls um $12 \mu\text{m}$ liegt weit unterhalb der Ortsauflösung des Detektors von $150 \mu\text{m}$ und ist daher mit dem verwendeten Experimentaufbau nicht nachweisbar.

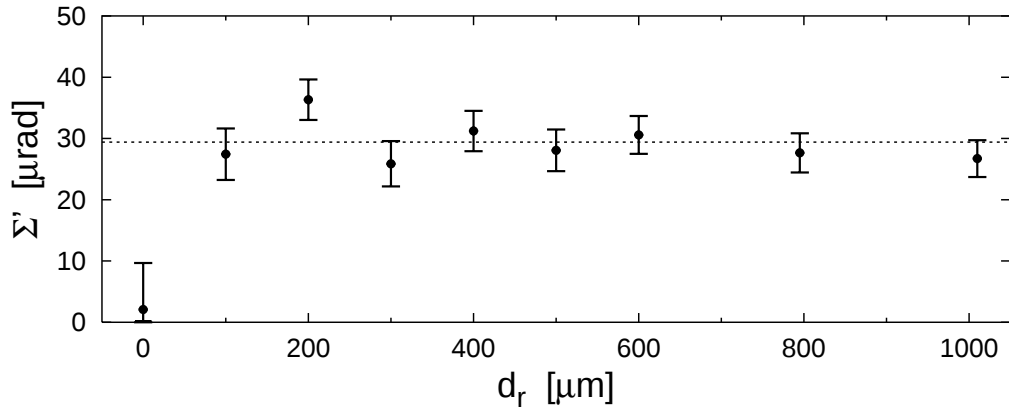


Abbildung 7.2.: Anpassungsergebnisse für die Winkeldivergenz Σ' aus den Anpassungen der Winkelverteilungen bei verschiedenen relativen Folienabständen d_r . Der Abstands-Offset beträgt $75.0(2) \mu\text{m}$. Aus den Einzelwerten wurde das gewogene Mittel zu $\Sigma' = (29.4 \pm 1.2) \mu\text{rad}$ berechnet und als gestrichelte Linie eingezeichnet; dabei wurde der Wert bei $d_r = 0 \mu\text{m}$ weggelassen, da er mit keinem der übrigen Messwerte verträglich ist.

konnte nicht gefunden werden. Eine Anpassung mit auf $30 \mu\text{rad}$ festgesetzter Winkeldivergenz Σ' verändert allerdings die übrigen Anpassungsparameter nur innerhalb ihrer Fehler, so dass dieser niedrige Wert keinen Hinweis auf einen unverstandenen systematischen Fehler gibt.

In Abschnitt 5.3.1 war aus der Messung des horizontalen und vertikalen Strahlprofils und der Kenntnis der Emittanzen von horizontal $\epsilon_x = 7 \pi \text{ nm rad}$ und vertikal $\epsilon_y = 1 \pi \text{ nm rad}$ [Hag95] eine erwartete Winkeldivergenz von horizontal $\Sigma_x^{\text{exp}} = 36.1 \mu\text{rad}$ und $\Sigma_y^{\text{exp}} = 14.5 \mu\text{rad}$ berechnet worden. In den Anpassungen wurde nicht zwischen horizontaler und vertikaler Winkelverschmierung unterschieden, sondern es wurde lediglich die mittlere Winkelverschmierung Σ' bestimmt. Der ermittelte Wert von $\Sigma' = (29.4 \pm 1.2) \mu\text{rad}$ liegt erwartungsgemäß zwischen diesen Grenzwerten. Da die pn-CCD horizontal ein Winkelintervall einer Breite von 2.7 mrad , vertikal aber lediglich ein Winkelintervall von 0.9 mrad Breite abdeckt, liegt der Wert für Σ' näher am Wert Σ_x^{exp} für die horizontale Winkeldivergenz.

Beschränkt man sich aus diesem Grund auf die horizontalen Größen, so kann unter der Annahme, dass der Elektronenstrahl einen Fokus in den Interferometerfolien besaß², umgekehrt aus der Kenntnis der horizontalen Strahlfleckausdehnung von $250 \mu\text{m}$, des Abstandes der Folien vom Detektor von $D = 11.0 \text{ m}$ und der Winkelverschmierung $\Sigma' = 29.4 \mu\text{rad}$ mittels Gl. (3.18) die Strahldivergenz zu $\sigma' = 18.6 \mu\text{rad}$ berechnet werden. Daraus lässt sich mit Gl. (3.17) die Emittanz zu $\epsilon^{\text{exp}} = 4.7 \pi \text{ nm rad}$ abschätzen. Jede Abweichung des Elektronenstrahls von der Fokusbedingung würde bei gleicher Strahlfleckgröße σ_x die Winkeldivergenz σ'_x erhöhen. Dieselbe gemessene effektive Winkeldivergenz Σ' würde somit zu einer kleineren Emittanz ϵ^{exp} führen, so dass der genannte Wert von $\epsilon^{\text{exp}} = 4.7 \pi \text{ nm rad}$ bezüglich der gemachten Annahmen eine Obergrenze darstellt. Die Abweichung des so abgeschätzten Wertes vom Literaturwert für die horizontale Emittanz $\epsilon_x = 7 \pi \text{ nm rad}$ [Hag95] wird durch die Beimischung der niedrigeren vertikalen Emittanz $\epsilon_y = 1 \pi \text{ nm rad}$ [Hag95] zur gemessenen effektiven Winkeldivergenz Σ' verursacht.

Die Winkeldivergenz konnte mit einer relativen Unsicherheit von $\Delta\Sigma'/\Sigma' = 4.1\%$ bestimmt werden. Das Resultat $\Sigma' = (29.4 \pm 1.2) \mu\text{rad}$ dient als Eingangsparameter für die Anpassungen der Inten-

²Diese Annahme wird von elektronenstrahl-optischen Berechnungen gestützt [Hag00].

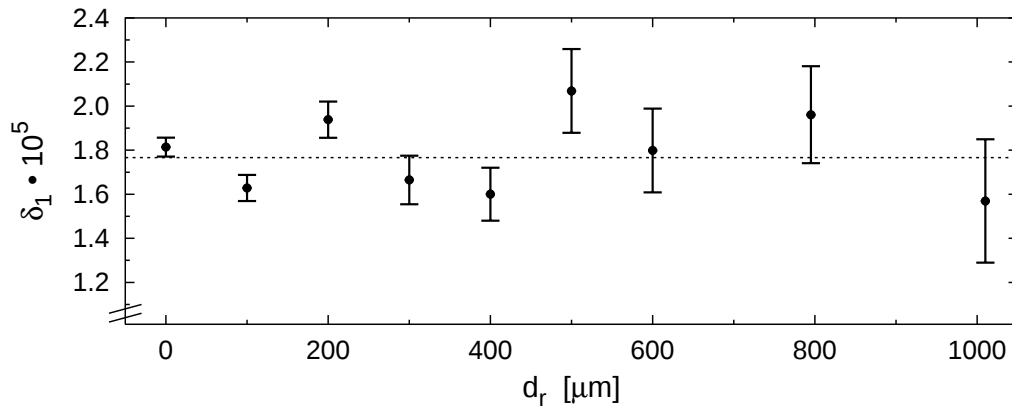


Abbildung 7.3.: Anpassungsergebnisse für die Dispersion δ_1 der Nickelprobe aus den Anpassungen der Winkelverteilungen bei verschiedenen relativen Folienabständen d_r bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 9929$ eV. Der Abstands-Offset beträgt $75.0(2) \mu\text{m}$. Das gewogene Mittel von $\delta_1 = (1.768 \pm 0.029) \cdot 10^{-5}$ ist als gestrichelte Linie eingezeichnet.

sitätsoszillationen als Funktion des Abstandes. Der Fehler $\Delta\Sigma' = 1.2 \mu\text{rad}$ ist daher neben der Unsicherheit des Abstands-Offsets Δd_0 eine weitere Quelle systematischer Fehler dieser Anpassungen.

7.1.3. Dispersion der Probefolie

Neben den bereits besprochenen Parametern wurde auch die Dispersion δ_1 der Probefolie für die aus der Eichung (s. Kap. 6.1.1) bestimmte mittlere Photonenenergie von $\hbar\omega = 9929$ eV aus den Anpassungen bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abb. 7.3 dargestellt. Die erhaltenen Ergebnisse sind untereinander konsistent und streuen nur wenig um das gewogene Mittel von $\delta_1 = (1.768 \pm 0.029) \cdot 10^{-5}$. Es sind keine systematischen Abweichungen vom gewogenen Mittelwert erkennbar.

Der relative Fehler der Bestimmung von δ_1 beträgt $\Delta\delta_1/\delta_1 = 1.6\%$. Offensichtlich sorgt die gleichzeitige Anpassung der TR-Winkelverteilung in allen 12800 Pixeln und die Mittelung über die verschiedenen Anpassungen für den kleinen Fehler. Wie im Falle der Bestimmung des Abstands-Offsets d_0 tragen die Werte bei $d_r \leq 300 \mu\text{m}$ mit dem größten Gewicht zum gewogenen Mittel bei, da bei diesen Folienabständen die Kohärenz am höchsten ist. Die Ergebnisse werden in Abschnitt 7.3.2 mit den im folgenden Abschnitt 7.2 beschriebenen Ergebnissen der Anpassung der Abstandsozillationen, sowie Literaturwerten verglichen.

7.1.4. Amplitudenfaktor

Die Ergebnisse des aus den Anpassungen bestimmten Amplitudenfaktors A sind in Abb. 7.4 dargestellt. Es ergibt sich ein gewogenes Mittel von $A = 1.088 \pm 0.007$, wobei die Werte statistisch verträglich um den Mittelwert streuen. Im Experiment wurden demnach um 8.8% mehr Photonen registriert, als nach den Berechnungen zu erwarten war. Die relative Messunsicherheit beträgt dabei lediglich 0.7%. Mit dem beobachteten großen Krümmungsradius des Kristalls von 110 m (vgl. S. 70) kann eine Verbreiterung der Darwin-Prins-Kurve auf Grund der Kristallkrümmung als Ursache der gefundenen Abweichung ausgeschlossen werden. Vielmehr kommt als Ursache die Messgenauigkeit bei der Bestimmung des Elektronenstrahlstroms in Betracht, der in die Berechnung der

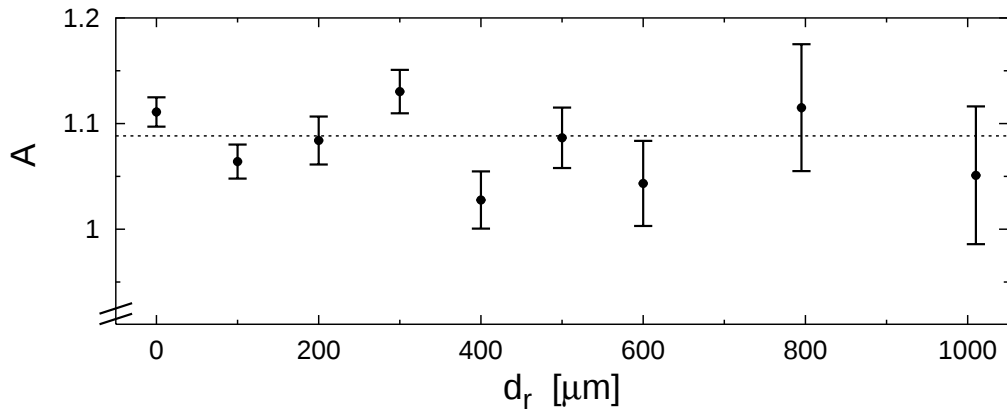


Abbildung 7.4.: Ergebnisse für den Amplitudenfaktor A aus den Anpassungen der Winkelverteilungen bei verschiedenen relativen Folienabständen d_r . Der Abstands-Offset beträgt $75.0(2) \mu\text{m}$. Aus den Einzelwerten wurde das gewogene Mittel zu $A = 1.088 \pm 0.007$ berechnet und als gestrichelte Linie eingezeichnet.

erwarteten Amplitude eingeht (vgl. Gl. (B.1)). Der Fehler bei der Nullmessung des Strahlstroms mit der Förstersonde beträgt etwa 1.7 nA . Das entspricht bei einem Strahlstrom von $I_e = 29.7 \text{ nA}$ einer Ungenauigkeit von etwa 6%. Ein Fehler dieser Größenordnung reicht folglich bereits aus, um die Abweichung zwischen gemessener und berechneter Amplitude zu erklären.

7.2. Ergebnisse für die Dispersion $\delta_1(\hbar\omega)$ aus den Abstandssoszillationen

In diesem Unterkapitel werden die Resultate der Anpassungen an die Intensitätssoszillationen als Funktion des Folienabstandes beschrieben, wie sie gemäß Abschnitt 6.2.2 für die Daten der Messserien 1 und 2 durchgeführt wurden. Die systematischen Fehler der energieaufgelösten Dispersion $\delta_1(\hbar\omega)$ der Nickelprobe wurden nach der in Abschnitt 6.2.3 dargestellten Vorgehensweise bestimmt.

7.2.1. Anpassungsergebnisse

Die Abbildung 7.5 zeigt sämtliche für beide Messserien erhaltenen Daten für $\delta_1(\hbar\omega)$ im Überblick. Da jeder Messpunkt eindeutig einer Photonenenergie $\hbar\omega$ und einem Beobachtungswinkel θ zugeordnet werden kann, sind zwei Abszissen eingezeichnet. Dabei ist die Winkelachse wegen der Abbildungseigenschaften des Spektrometers nicht monoton ansteigend, sondern durchläuft ein Minimum (vgl. Abb. 2.12).

Die eingezeichneten statistischen Fehler liegen für beide Messserien zwischen 0.6% im Zentrum des zur Verfügung stehenden Messintervalls und rund 1.6% für die Randenergien, die in den Pixel am linken und rechten Rand der pn-CCD bei $\theta \geq 1.0 \text{ mrad}$ gemessen wurden. Die statistischen Fehler der Daten der Messserie 1 reichen nicht aus, um die Abweichungen von der in Abb. 7.5 ebenfalls eingezeichneten, an die Messdaten angepassten Geraden zu erklären. Dies ist ein deutlicher Hinweis auf systematische Fehler, die in Abschnitt 7.2.2 untersucht werden. Die Daten der Messserie 2 zeigen deutlich das Minimum der Dispersion an der Nickel K-Absorptionskante bei 8.33 keV .

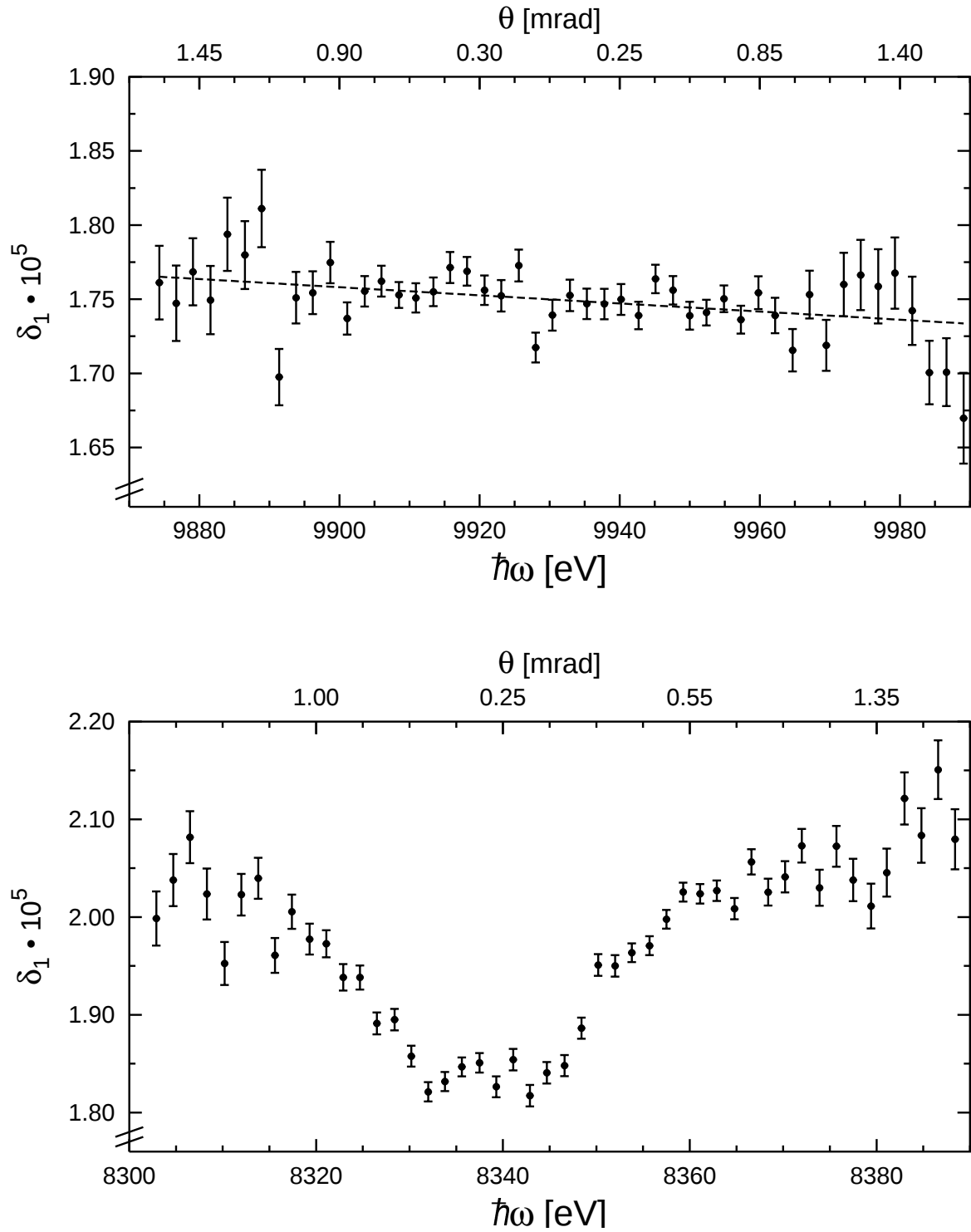


Abbildung 7.5.: Energieaufgelöste Ergebnisse für die Dispersion δ_1 der Nickelprobe aus den Anpassungen an die Intensitätssoszillationen als Funktion des Folienabstandes für Messserie 1 (oben) und Messserie 2 (unten). Jeder Messpunkt ist das Resultat der Anpassung einer Intensitätssoszillation bei fester Photonenenergie $\hbar\omega$ (untere Abszisse) und festem Beobachtungswinkel θ (obere Abszisse), wie sie in Abb. 6.11 und 6.12 gezeigt sind. Als Fehler sind lediglich die statistischen Fehler der Messdaten eingezeichnet. An die Daten der Messserie 1 wurde die ebenfalls eingezeichnete Gerade angepasst.

7.2.2. Bestimmung der experimentellen Fehler

Um nach den statistischen auch die systematischen Fehler der Dispersion $\delta_1(\hbar\omega)$ zu bestimmen, wurde der Einfluss der fest in die Anpassungen eingehenden, fehlerbehafteten Parameter mit weiteren Rechnungen untersucht. Dazu wurden jeweils Anpassungen durchgeführt, bei denen die Eingangsparameter um ihren Fehler nach oben bzw. unten variiert wurden. Es handelt sich hier um den Offset des Folienabstandes d_0 (vgl. Abschnitt 7.1.1), die Foliendicken der Nickelprobe t_1 und der Berylliumfolie t_2 (vgl. Abschn. 5.1.2), sowie um die sich aus der Emittanz des Elektronenstrahls ergebende Winkeldivergenz Σ' (vgl. Abschn. 7.1.2). Der sich aus diesen Anpassungen ergebende systematische Einfluss auf die Dispersion der Nickelprobefolie lässt sich durch die relative Abweichung S^* ausdrücken, die gemäß

$$S^* = \frac{\delta_1 - \delta_1^*}{\delta_1} = 1 - \frac{\delta_1^*}{\delta_1} \quad (7.2)$$

definiert ist. Dabei bezeichnet δ_1 die aus den Anpassungen mit dem “optimalen” Parametersatz erhaltenen Dispersion (vgl. Abb. 7.5), während δ_1^* das Ergebnis der Anpassung mit variiertem Eingangsparameter bezeichnet. Die einzelnen Parameter wurden einzeln jeweils um ihren 1σ -Fehler variiert. Abbildung 7.6 zeigt die erhaltenen Abweichungen S^* für die einzelnen Parameter und für die Daten aus beiden Messserien im Überblick.

Die aus Anpassungen mit Simulationen eines anderen, zufällig ausgewählten Ensembles von ebenfalls 1000 Elektronen ermittelten Abweichungen S^* zeigen starke, unsystematische Streuungen, siehe Abb. 7.6a. Die starken Unterschiede auch benachbarter Punkte sind eine Folge zufälliger Fluktuationen der Simulation. Da sich bei großen Beobachtungswinkeln die Intensität der Übergangsstrahlung verringert, treten an den Rändern des Messintervalls Abweichungen S^* von bis zu 2.9% auf, während im Zentrum des Messintervalls bei $\theta \leq 1$ mrad die Abweichungen wegen der besseren Statistik der Rechnungen durchgängig unter 1.0% liegen.

In Abb. 7.6b ist deutlich der systematische Einfluss eines Fehlers des Abstands-Offsets zu erkennen. Er macht sich jeweils durch ein Ansteigen am Rand des Energieintervalls, d.h. bei großen Beobachtungswinkeln θ als Abweichung von bis zu $S^* = 1.1\%$ bemerkbar. Dieses Verhalten entspricht den Überlegungen in Kap. 3.2 (s. Gl. (3.10) und Abb. 3.4).

Der Einfluss des Fehlers der Dicke der Nickelprobefolie liegt für alle berechneten Punkte bei etwa 0.5%, siehe Abb. 7.6c. Der relative Fehler bei der Dickenbestimmung von $\Delta t_1/t_1 = 0.5\%$ pflanzt sich nahezu linear in die Dispersion fort. Die leichten Abweichungen von der Proportionalität haben ihre Ursache darin, dass nicht nur die Phasenlage des Interferenzsignals (s. Glg. (3.4), (3.5)), sondern auch die TR-Amplitude der Nickelfolie von der Foliendicke t_i abhängt (s. Gl. (2.22)).

Etwa vom gleichen Betrag sind die Abweichungen, die sich aus dem Fehler $\Delta t_2/t_2 = 0.9\%$ bei der Bestimmung der Dicke der Berylliumfolie t_2 ergeben, siehe Abb. 7.6d. Die Abweichungen S^* sind nahezu konstant für alle Messpunkte und betragen 0.3% bis 0.6%.

Die Abweichungen, die durch Anpassungen mit variiertem Winkelverbreiterung Σ' ermittelt wurden, zeigen eine auffällige Winkelabhängigkeit, siehe Abb. 7.6e. Während für Beobachtungswinkel $\theta \geq 0.4$ mrad die Abweichungen vernachlässigbar sind, ergeben sich $\theta < 0.4$ mrad Abweichungen von maximal 0.5%. Ursache ist die starke Winkelabhängigkeit der Übergangsstrahlung bei kleinen Beobachtungswinkeln (vgl. Abb. 2.5): Durch die Winkeldivergenz wird das Minimum des Übergangsstrahlungskegels aufgefüllt, wodurch sich bei kleinen Beobachtungswinkeln die Intensität stärker ändert, während für große Winkel die Winkelabhängigkeit geringer ist. Auffällig ist weiterhin der Unterschied zwischen den mit nach oben bzw. unten variiertem Divergenz ermittelten Punkten. Vermutlich

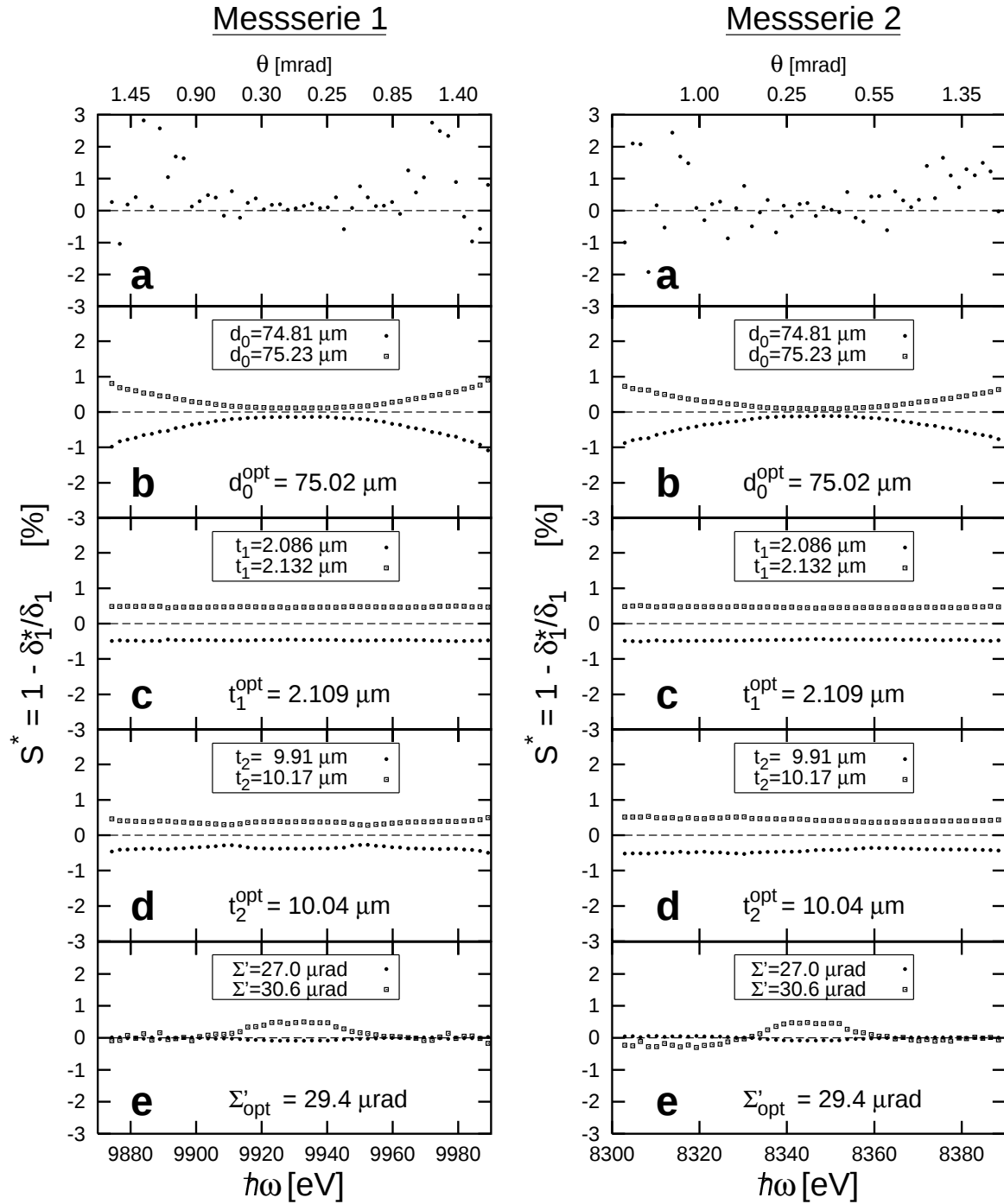


Abbildung 7.6.: Beiträge zum systematischen Fehler bei der Bestimmung der Dispersion δ_1 der Nickelprobe. Aufgetragen ist für die beiden Messserien 1 (links) und 2 (rechts) jeweils die normierte Abweichung S^* der aus Anpassungen mit variierten Eingangsparametern bestimmten Dispersion δ_1^* vom in Abb. 7.5 gezeigten Ergebnis für δ_1 (vgl. Gl. (7.2)). Die Parameter wurden jeweils um ihren 1σ -Fehler geändert; Teilbilder (a) Simulation mit einem anderen, zufällig ausgewählten Elektronenensemble; Teilbilder (b) Variation des Abstands-Offsets d_0 ; Teilbilder (c) Variation der Foliendicke t_1 der Nickelprobe; Teilbilder (d) Variation der Foliendicke t_2 der Berylliumfolie; Teilbilder (e) Variation der effektiven Winkeldivergenz Σ' .

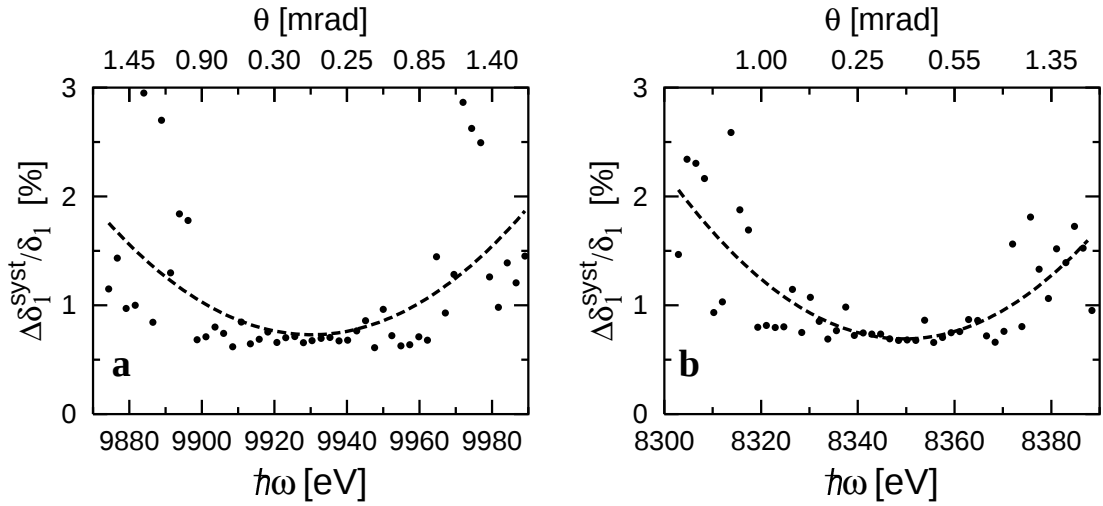


Abbildung 7.7.: Systematischer Fehler der Dispersion δ_1 (a) für Messserie 1 und (b) für Messserie 2. Wegen des Beitrags des Fehlers des Abstands-Offsets steigt der relative Fehler bei großen Beobachtungswinkeln θ . Zur Mittelung der zufälligen Schwankungen, die aus dem Fehler der Monte Carlo-Simulationen resultieren, wurde an die Daten ein Polynom zweiten Grades angepasst, dass jeweils als gestrichelte Linie eingezeichnet ist.

liegt der wahre Wert der Divergenz etwas unterhalb des in Abschnitt 7.1.2 ermittelten Wertes der Divergenz von $\Sigma' = (29.4 \pm 1.2) \mu\text{rad}$, so dass sich durch die Variation eine Asymmetrie bezüglich des wahren Wertes ergibt.

Der gesamte systematische Fehler $\Delta\delta_1^{\text{syst}}$ ergibt sich aus der quadratischen Addition aller genannten Einzelbeiträge. Die relativen Fehler sind in Abbildung 7.7 für beide Messserien dargestellt. Als Linien eingezeichnet sind Parabeln, die zur Mittelung der zufälligen Schwankungen der Monte Carlo-Simulationen an die Daten angepasst wurden. Im Folgenden werden diese Parabeln zur Beschreibung des systematischen Fehlers verwendet. Der Anstieg des Fehlers für Beobachtungswinkel $\theta \geq 0.8 \text{ mrad}$ hat seine Ursache vor allem in der Unsicherheit des Abstands-Offsets d_0 , sowie in den Simulationsfehlern.

Der in Abb. 7.8 dargestellte Gesamtfehler für die Dispersion δ_1 ergibt sich aus der quadratischen Summe der systematischen mit den statistischen Fehlern, wobei statistische und systematische Beiträge etwa von gleicher Größe sind. Da beide Beiträge zu großen Beobachtungswinkeln θ ansteigen, nimmt auch der Gesamtfehler mit θ zu. Für die präzise Bestimmung der Dispersion δ_1 sind also nur die bei kleinen Beobachtungswinkeln gemessenen Punkte relevant. Bei einer Beschränkung auf die Messwerte bei Beobachtungswinkeln $\theta \leq 1.0 \text{ mrad}$ ergeben sich die zugehörigen Energie-Intervalle gemäß

$$\begin{aligned} \text{Messserie 1} & : 9896 \text{ eV bis } 9962 \text{ eV,} \\ \text{Messserie 2} & : 8319 \text{ eV bis } 8370 \text{ eV,} \end{aligned}$$

in denen der Gesamtfehler durchgängig unter 1.4% (Messserie 1) bzw. 1.5% (Messserie 2) liegt. Alle weiteren Betrachtungen werden nur noch mit den so ausgewählten Messpunkten durchgeführt.

7.2.3. Resultate für die Dispersion

In Abbildung 7.9 sind die Endresultate graphisch dargestellt. Zusätzlich sind die Ergebnisse für zwei ausgewählte Photonenenergien aus dem Zentrum des Messintervalls in Tabelle 7.1 detailliert aufgeführt.

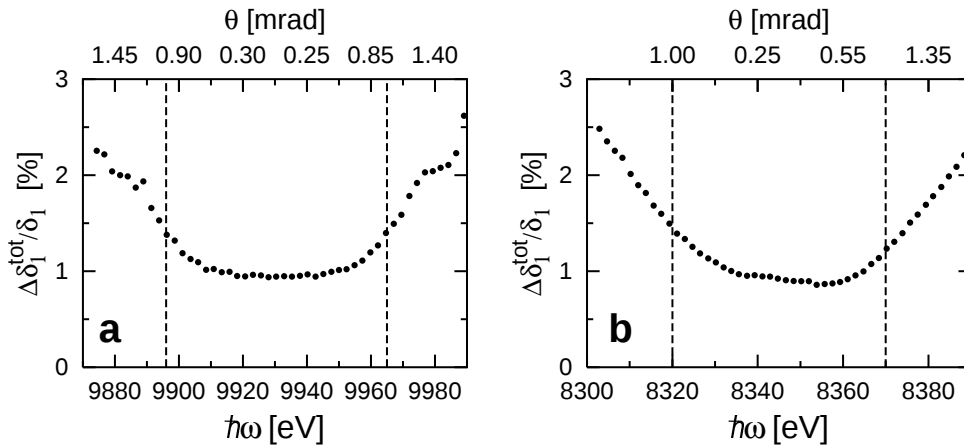


Abbildung 7.8.: Gesamtfehler der Dispersion δ_1 der Nickelprobe (a) für Messserie 1 und (b) für Messserie 2. Für die Messpunkte innerhalb der eingezeichneten Grenzen für $\theta \leq 1.0$ mrad liegen alle Fehler unter 1.4% für Messserie 1 bzw. 1.5% für Messserie 2.

Tabelle 7.1.: Ergebnisse für die Dispersion δ_1 bei zwei ausgewählten Energien. Es bezeichnet $\Delta\delta_1^{stat}$ den statistischen Fehler, $\Delta\delta_1^{syst}$ den systematischen Fehler und $\Delta\delta_1^{tot}$ den gesamten experimentellen Fehler.

$\hbar\omega$ [eV]	$\delta_1 \cdot 10^5$	$\Delta\delta_1^{stat} \cdot 10^5$	$\Delta\delta_1^{syst} \cdot 10^5$	$\Delta\delta_1^{tot} \cdot 10^5$
9930	1.739	0.011	0.013	0.017
8342	1.817	0.011	0.013	0.017

Die in der Messserie 1 ermittelten Dispersionen sind im Rahmen ihrer experimentellen Fehler von $\Delta\delta_1/\delta_1 \leq 1.4\%$ untereinander statistisch verträglich (s. Teilbild 7.9a). Ebenso weichen die im Bereich um die K-Kante gemessenen Datenpunkte nur innerhalb ihrer experimentellen Fehler von $\Delta\delta_1/\delta_1 \leq 1.5\%$ von der Kramers-Kronig-Transformierten ab (s. Abb 7.9b). Als Ursache der Differenzen benachbarter Punkte kommen neben den statistischen Fehlern (vgl. Abb. 7.5 bzw. Tab. 7.1) vor allem die Simulationsfehler der Anpassung in Betracht (vgl. Abb. 7.6a). Beide Effekte sind etwa gleich groß. Alle anderen Beiträge zum systematischen Fehler verursachen stetige Änderungen der Dispersion und können daher die Schwankungen benachbarter Messpunkte nicht verursachen (vgl. Abb. 7.6 b bis e). Die Bewertung der experimentellen Ergebnisse im Vergleich mit der Literatur wird im folgenden Kap. 7.3 durchgeführt.

7.3. Vergleich mit der Literatur

In diesem Abschnitt werden die im Rahmen dieser Arbeit experimentell ermittelten Dispersionen δ_1 von Nickel mit der Literatur verglichen. Die im Bereich der K-Kante um $\hbar\omega = 8333$ eV gemessenen Daten können Rechnungen und darüber hinaus auch anderen interferometrische Messungen gegenüber gestellt werden, was die Beurteilung der Funktionstüchtigkeit des Interferometers erlaubt. Mit den bei $\hbar\omega \simeq 10$ keV, also rund 1.6 keV oberhalb der K-Absorptionskante aufgenommenen Daten kann weiterhin die Genauigkeit der Berechnungen der Dispersion von Henke et al. [Hen93] getestet werden.

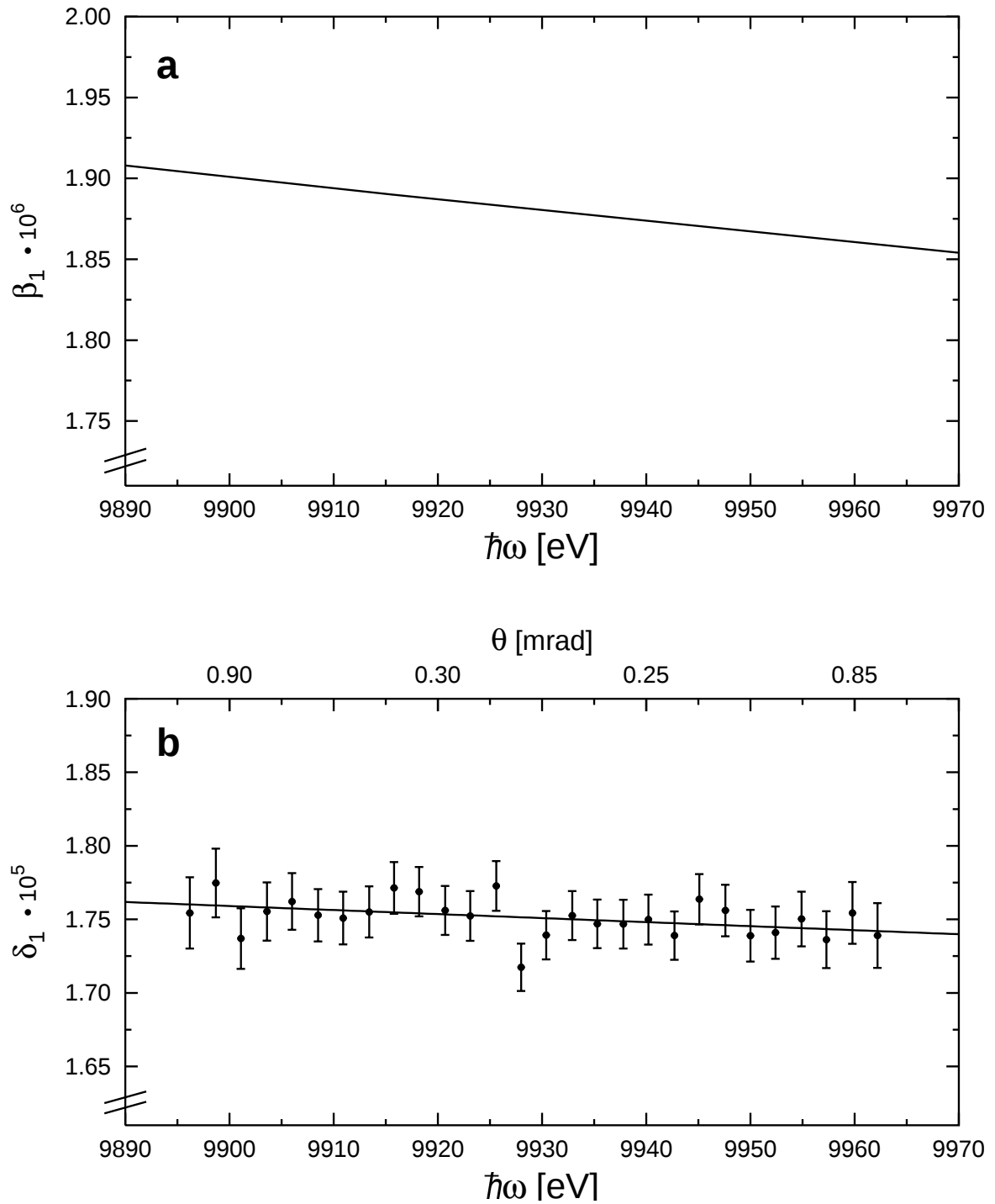


Abbildung 7.9.: Energieaufgelöste Ergebnisse aus Messserie 1 für die Dispersion δ_1 der Nickelprobe aus den Anpassungen an die Intensitätssoszillationen als Funktion des Folienabstandes.

(a) in die Anpassungen eingesetzte Absorption $\beta_1(\hbar\omega)$ [Hen93].

(b) Punkte: Resultate der Anpassungen; durchgezogene Linie: angepasste Gerade.

Die eingezeichneten Fehler setzen sich jeweils aus statistischen und systematischen Beiträgen zusammen.

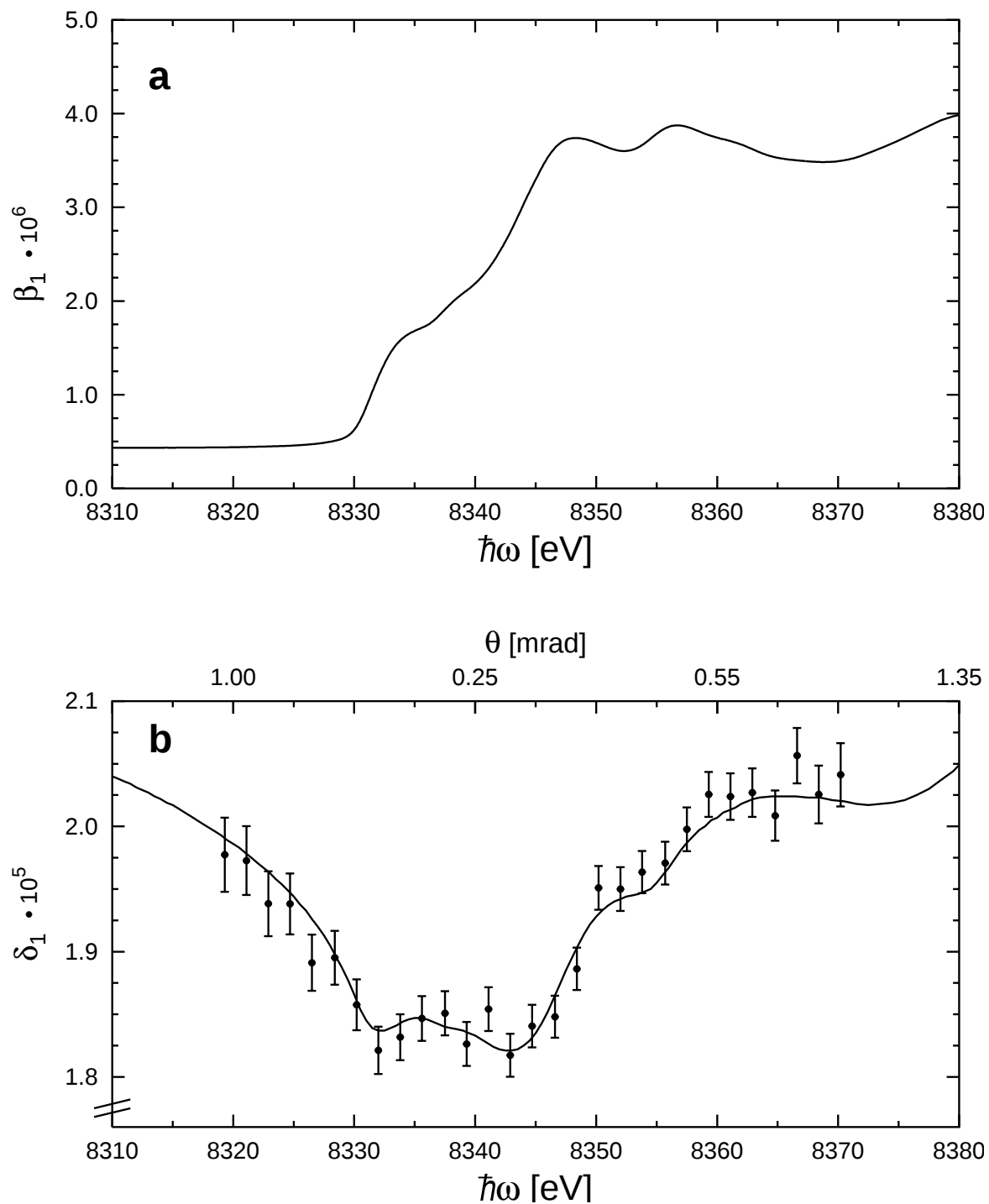


Abbildung 7.10.: Energieaufgelöste Ergebnisse aus Messserie 2 für die Dispersion δ_1 der Nickelprobe aus den Anpassungen an die Intensitätssoszillationen als Funktion des Folienabstandes.

(a) in die Anpassungen eingesetzte Absorption $\beta_1(\hbar\omega)$ [Hen93, Kra95].

(b) Punkte: Resultate aus Messserie 2; durchgezogene Linie: aus Absorptionsdaten [Hen93, Kra95, Sto70] berechnete Kramers–Kronig–Transformierte.

Die eingezeichneten Fehler setzen sich jeweils aus statistischen und systematischen Beiträgen zusammen.

Dagegen kann die Summenregel (2.15) leider nicht zur Beurteilung der Messungen herangezogen werden, da die Dispersion lediglich in zwei eng begrenzten Energieintervallen gemessen wurde, das Integral in Gl. (2.15) jedoch Informationen über das gesamte Frequenzspektrum von Null bis Unendlich erfordert.

7.3.1. Dispersion von Nickel im Bereich der K–Absorptionskante

Die Messungen der Dispersion $\delta_1(\hbar\omega)$ im Bereich der Nickel K–Kante bei 8333 eV sind in Abb. 7.11 zusammen mit Daten aus der Literatur dargestellt. Als Vergleichswerte eingezeichnet sind Messungen von Bonse und Materlik [Bon76] bzw. Bonse und Hartmann–Lotsch [Bon84]. Es handelt sich dabei um direkte Messungen der Dispersion $\delta_1(\hbar\omega)$, die mit einem Bonse–Hart–Interferometer [Bon65] durchgeführt wurden. Da in den Referenzen lediglich Werte für die anomale Dispersion f' angegeben sind, wurden die Daten mit Gl. (2.12) in die Dispersion δ_1 umgerechnet. Dabei wurde als Dichte der

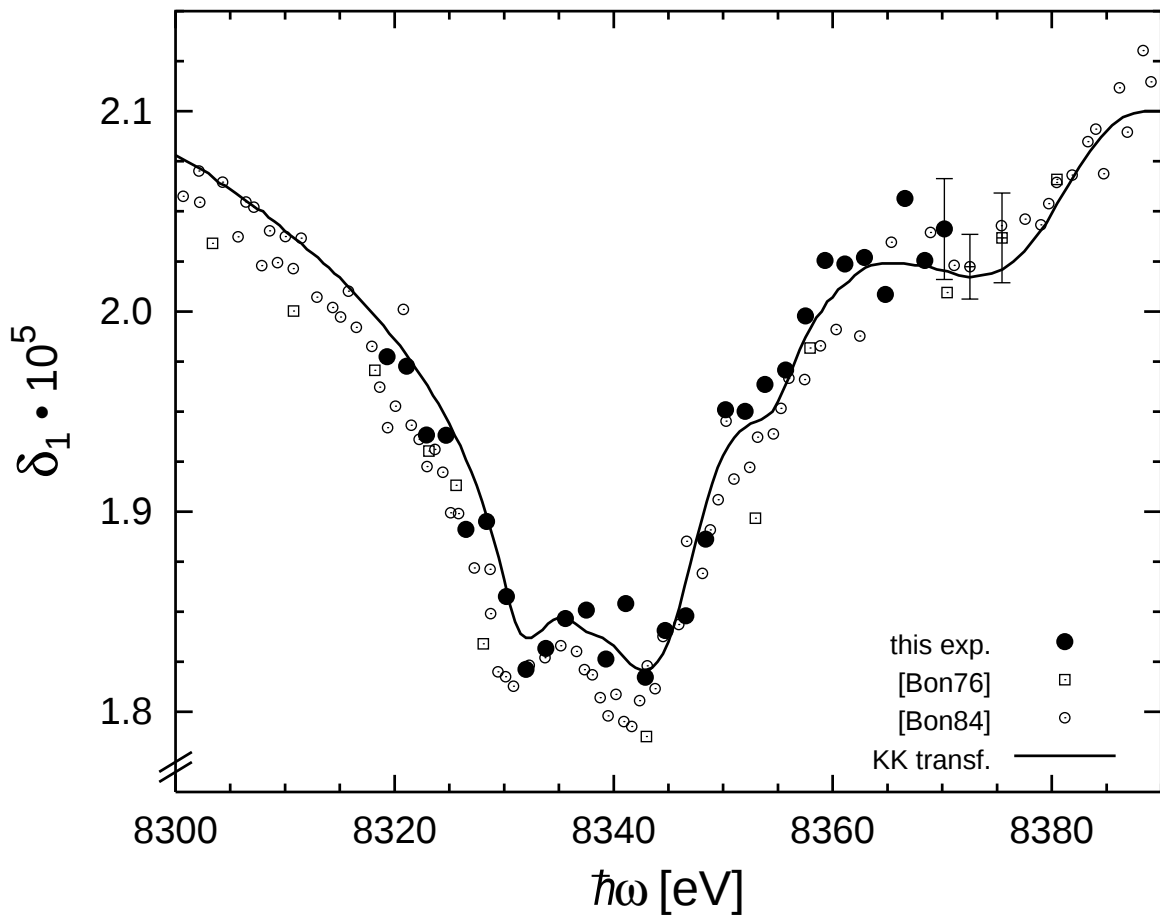


Abbildung 7.11.: Vergleich der gemessenen Dispersionen $\delta_1(\omega)$ aus Messserie 2 mit der Literatur. **Volle Punkte:** aus den Anpassungen der Abstandsz oscillationen ermittelte Dispersion δ_1 (*this exp.*, s. Abschn. 7.2); **offene Quadrate:** interferometrische Messungen von Bonse und Materlik [Bon76]; **offene Kreise:** interferometrische Messungen von Bonse und Hartmann–Lotsch [Bon84]; **durchgezogene Kurve:** mit Gl. (2.14) aus Absorptionsdaten [Hen93, Kra95, Sto70] berechnete Kramers–Kronig–Transformierte (*KK transf.*). Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die Fehlerbalken nur für jeweils einen Messpunkt bei $\hbar\omega \approx 8370$ eV eingezeichnet. Die Fehler sind über das gezeigte Energieintervall näherungsweise konstant.

Nickelprobe $\rho_{\text{Ni}} = 8.90 \text{ g/cm}^3$ und als molare Masse $M_m^{\text{Ni}} = 58.69 \text{ g/mol}$ eingesetzt. Weiterhin mussten die Daten von Bonse und Materlik [Bon76] um 15 eV zu kleineren Photonenenergien verschoben werden, damit die Lage des Dispersionsminimums mit der Messung von Bonse und Hartmann–Lotsch [Bon84] übereinstimmt. Ursache ist eine offensichtlich leicht fehlerhafte Energieeichung der Messung von Bonse und Materlik. Daneben ist in Abb. 7.11 als durchgezogene Linie die Kramers–Kronig–Transformierte eingezeichnet, die mit Gl (2.14) aus Absorptionsdaten berechnet wurde. Es wurden zwischen $\hbar\omega = 10 \text{ eV}$ und 30 keV Daten von Henke et al. [Hen93] verwendet, für Photonenenergien $30 \text{ keV} \leq \hbar\omega \leq 100 \text{ keV}$ gerechnete Absorptionsdaten von Storm und Israel [Sto70]. Beiträge bei noch höheren Photonenenergien sind vernachlässigbar. Um die Feinstruktur im Bereich der Absorptionskante korrekt wiederzugeben, wurden im Energiebereich $8133 \text{ eV} \leq \hbar\omega \leq 9129 \text{ eV}$ die Daten von Henke et al., die keine Feinstruktur aufweisen, durch energetisch hochaufgelöste Messdaten der Physikalisch–Technischen Bundesanstalt [Kra95] ersetzt. Da diese lediglich den relativen Kurvenverlauf wiedergeben, wurden die Daten so skaliert, dass sie an den Anschlusspunkten bei $\hbar\omega = 8133 \text{ eV}$ bzw. $\hbar\omega = 9129 \text{ eV}$ mit den Absolutwerten von Henke et al. übereinstimmen.

Der Verlauf aller drei in Abb. 7.11 dargestellten Messungen stimmen weitgehend mit dem Verlauf der Kramers–Kronig–Transformierten überein. Die im Rahmen dieser Arbeit interferometrisch gemessenen Datenpunkte streuen innerhalb ihrer experimentellen Fehler von $\Delta\delta_1/\delta_1 \leq 1.5\%$ im wesentlichen um die Kramers–Kronig–Transformierte. In diesem Fall stimmen also die mit der Kramers–Kronig–Transformation nach Gl. (2.14) indirekt aus der Absorption $\beta_1(\hbar\omega)$ berechnete Dispersion $\delta_1(\hbar\omega)$ und die mit dem Übergangstrahlungs–Interferometer direkt bestimmte Dispersion nicht nur im relativen Verlauf, sondern auch im Absolutbetrag überein. Dagegen liegen die ebenfalls interferometrisch bestimmten Daten von Bonse und Materlik [Bon76] im Mittel rund 1.8% und die Daten aus von Bonse und Hartmann–Lotsch [Bon84] im Mittel rund 1.5% unterhalb der Kramers–Kronig–Transformierten. Von Bonse und Materlik wird für die Messung von 1976 ein experimenteller Fehler bei der Bestimmung der anomalen Dispersion von $\Delta f'/f' = 2.3\%$ angegeben, der mit Gl. (2.12) in einen relativen Fehler der Dispersion von $\Delta\delta_1/\delta_1 = 1.1\%$ umgerechnet werden kann. Der experimentelle Fehler reicht demnach nicht aus, um die Abweichungen von der Kramers–Kronig–Transformierten vollständig zu erklären. Für die Messung von 1984 wird von den Autoren Bonse und Hartmann–Lotsch ein noch kleinerer Fehler für f' von $\Delta f' = 0.15$ Elektronen angegeben. Umgerechnet ergibt sich daraus ein relativer Fehler der Dispersion von $\Delta\delta_1/\delta_1 = 0.8\%$, so dass auch hier die systematischen Abweichungen der Messpunkte von der Kramers–Kronig–Transformierten außerhalb der 1σ –Fehler liegen. Als Hauptursache des experimentellen Fehlers geben Bonse und Hartmann–Lotsch die Unsicherheit in der Bestimmung der Dicke der Nickelprobe von $\Delta t/t = 0.1 \text{ } \mu\text{m}/12 \text{ } \mu\text{m} = 0.8\%$ an.

Die Foliendicke wurde bei dieser Messung durch Auswertung der Phasenverschiebung der zweiten Ordnung des Laue–Reflexes bei $\hbar\omega = 16.7 \text{ keV}$ bestimmt. Dabei wurden theoretisch bestimmte Werte der anomalen Dispersion von Cromer und Liberman [Cro70] verwendet. Abweichungen der von diesen Autoren angegebenen Dispersion von Nickel zu neueren Rechnungen [Hen93] deuten zwar in die richtige Richtung, liegen aber unter 1% und können daher die Abweichung nicht vollständig erklären³. Weitere systematische Fehler werden nicht in Betracht gezogen. Bonse und Hartmann–Lotsch führen stattdessen die Abweichung der interferometrisch bestimmten Dispersionskurve zur Kramers–Kronig–Transformierten auf die Unsicherheiten der simultan gemessenen Absorptionskur-

³Im Artikel von Cromer und Liberman [Cro70] sind Werte der anomalen Dispersion lediglich für ausgewählte Wellenlängen oft verwendeter charakteristischer Röntgenlinien angegeben. Für die K_α –Strahlung von Kupfer bei $\hbar\omega = 8048 \text{ eV}$ liefern neuere Rechnungen von Henke et al. [Hen93] um 0.4% höhere Dispersionswerte δ_1 . Bei $\hbar\omega = 17479 \text{ eV}$ (K_α –Strahlung von Molybdän) liegt die Dispersion von Henke et al. um 0.8% über dem Wert von Cromer und Liberman.

ve, d.h. auf systematische Fehler der Kramers–Kronig–Transformierten zurück. Die im Rahmen dieser Arbeit berechnete Kramers–Kronig–Transformierte verläuft aber praktisch deckungsgleich zur von Bonse und Hartmann–Lotsch berechneten Transformierten. Aus den gefundenen Abweichungen muss daher auf das Vorliegen systematischer Fehler in den Messungen der Dispersion in der Arbeit von Bonse und Hartmann–Lotsch geschlossen werden. Diese Folgerung wird gestützt von der Tatsache, dass die Messpunkte von Bonse und Hartmann–Lotsch untereinander nur wenig streuen, aber zum weit überwiegenden Teil unterhalb der Kramers–Kronig–Transformierten liegen. Möglicherweise wird der Fehler bei der Bestimmung der Foliendicke unterschätzt.

Auffällig ist weiterhin, dass im Energiebereich $\hbar\omega \leq 8350$ eV nahezu alle interferometrischen Messpunkte unterhalb der Kramers–Kronig–Transformierten liegen, während die Messpunkte für $\hbar\omega \geq 8350$ eV auf der Kramers–Kronig–Transformierten liegen oder sogar größer sind. Dies gilt sowohl für die Messungen mit Interferometern nach Bonse und Hart [Bon76, Bon84], als auch für die Messungen im Rahmen dieser Arbeit. Als Ursache kommen energieabhängige Fehler bei der Messung des Absorptionsverlaufs im Bereich der Kante in Betracht, die sich in die Kramers–Kronig–Transformierte fortpflanzen. Bei Absorptionsmessungen treten folgende dominierende systematische Fehler auf [Len94]:

1. Durch Laue–Streuung an Mikrokristalliten in den Probefolien oder durch Röntgenkleinwinkelstreuung an inhomogenen Proben wird im Experiment zusätzlich zur Photoabsorption die Transmission verringert.
2. Fehler in der Dichten– bzw. Dickenbestimmung der Proben pflanzen sich in die Berechnung des Absorptionskoeffizienten aus der gemessenen Transmission fort.
3. Oberflächenverschmutzung bzw. –rauigkeiten können das Messergebnis verfälschen.

Zur experimentellen Bestätigung der beobachteten Abweichung zwischen der direkten interferometrischen Bestimmung der Dispersion und der indirekten Bestimmung über die Kramers–Kronig–Transformation müssen allerdings die Fehler der interferometrischen Messungen verringert werden.

Bis auf diese sich andeutende Abweichung wird der relative Kurvenverlauf der Dispersion in Abhängigkeit von der Energie sowohl von direkten Messungen mit dem Interferometer nach Bonse und Hart [Bon65], als auch von Berechnungen mit der in Gl. (2.14) angegebenen Kramers–Kronig–Transformation mit guter Genauigkeit wiedergegeben. Abweichungen bestehen aber in der Absolutskalierung. Dies zeigen die in Tabelle 7.2 zusammengestellten Absolutwerte des Minimums der anomalen Dispersion f'_{min} bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 8342$ eV. Die im Rahmen dieser Arbeit ermittelten Messwerte für die Dispersion δ_1 wurden mit Gl. (2.12) in die anomale Dispersion f' umgerechnet. Zur Umrechnung wurde als Dichte der Nickelprobe $\rho_{Ni} = 8.90$ g/cm³ und als Atomgewicht $M_m^{Ni} = 58.69$ g/mol eingesetzt.

Die in Tab. 7.2 angegebenen Absolutwerte unterscheiden sich um bis zu 1.6 Elektronen, wobei allerdings der von Siddons und Hart [Sid83] angegebene Wert um über 1.0 Elektronen von allen anderen Werten abweicht. Die von Siddons und Hart vorgestellte Messung dient eher zur Demonstration der Möglichkeiten der Interferometrie nach Bonse und Hart, weniger zur präzisen Bestimmung von Absolutwerten der anomalen Dispersion. In der Arbeit wird kein experimenteller Fehler angegeben.

Dies gilt ebenso für die Kramers–Kronig–Transformierten, die von Kawamura und Fukamachi [Kaw78], von Dreier et al. [Dre84], und in der bereits erwähnten Arbeit von Bonse und Hartmann–Lotsch [Bon84] angegeben werden. Alle genannten Autoren verwenden im Bereich der Nickel K–

Tabelle 7.2.: Minimum der anomalen Dispersion f'_{min} von Nickel an der K-Absorptionskante. *BH-Interferometrie* steht für Interferometrie nach Bonse und Hart [Bon65], *KK-Transformation* für Rechnungen nach der Kramers-Kronig-Dispersionsrelation (2.14) und *TR-Interferometrie* für die in dieser Arbeit entwickelte interferometrische Methode mit Übergangsstrahlung (TR).

Referenz	Methode	f'_{min}	$\Delta f'_{min}$
[Bon76]	BH-Interferometrie	-8.1	0.19
[Kaw78]	KK-Transformation	-7.9	
[Sid83]	BH-Interferometrie	-9.2	
[Dre84]	KK-Transformation	-7.8	
[Bon84]	BH-Interferometrie	-8.1	0.15
[Bon84]	KK-Transformation	-7.7	
[Hoy84]	KK-Transformation	-7.6	0.2 bis 0.3
diese Arbeit	TR-Interferometrie	-7.83	0.15
diese Arbeit	KK-Transformation	-7.80	

Kante eigene Absorptionsmessungen und für die nicht gemessenen Energieintervalle theoretische Absorptionskurven. Hoyt et al. [Hoy84] führen systematische Untersuchungen zur Genauigkeit bei der Berechnung von Absolutwerten der anomalen Dispersion f' mit solchen Kramers-Kronig-Transformationen durch. Es werden zwei wesentliche Ursachen für Unsicherheiten ausgemacht: zum einen die Unsicherheit in der Absolutbestimmung der Absorption, die aus dem Fehler bei der Bestimmung der Probendicke resultiert; und zum anderen die unterschiedlichen Beträge der theoretisch berechneten Absorptionen abseits der Kanten. Der daraus resultierende Fehler im Absolutbetrag $\Delta f'$ wird von Hoyt et al. auf 0.2 bis 0.3 Elektronen abgeschätzt (vgl. Tab. 7.2). Ein Fehler dieser Größe muss demnach auch für alle anderen in Tabelle 7.2 aufgeführten Kramers-Kronig-Transformierten angenommen werden.

Das Mittel über alle Daten außer denen aus dieser Arbeit liegt mit $\overline{f'_{min}} = -8.06$ Elektronen zwar außerhalb des 1σ -Fehlerintervalls der im Rahmen dieser Arbeit interferometrisch bestimmten minimalen, anomalen Dispersion von $f'_{min,exp} = (-7.83 \pm 0.15)$ Elektronen. Bildet man den Mittelwert jedoch ohne den weit von allen anderen Werte abweichenden Datenpunkt von Siddons und Hart [Sid83], so erhält man $\overline{f'_{min}} = -7.87$ Elektronen in sehr guter Übereinstimmung mit dem Wert aus dieser Arbeit.

Das Interferometer hat somit bei der Messung im Bereich der Nickel K-Absorptionskante seine Funktionsfähigkeit unter Beweis gestellt. Die gemessene Dispersionskurve stimmt in Betrag und energieabhängigem Verlauf mit Transformationen nach der Kramers-Kronig-Relation (2.14) überein. Die systematischen Abweichungen zu anderen Messungen [Bon76, Bon84] wird auf Unsicherheiten bei der Bestimmung der Probendicke durch diese Autoren zurückgeführt. Für die energieaufgelöste Messung besitzen die Messwerte aus dieser Arbeit nur einen Fehler von $\Delta\delta_1/\delta_1 \leq 1.5\%$. Das Minimum der anomalen Dispersion f'_{min} konnte mit einer relativen Genauigkeit von $|\Delta f'_{min}/f'_{min}| = 1.9\%$ in guter Übereinstimmung mit Daten aus der Literatur bestimmt werden.

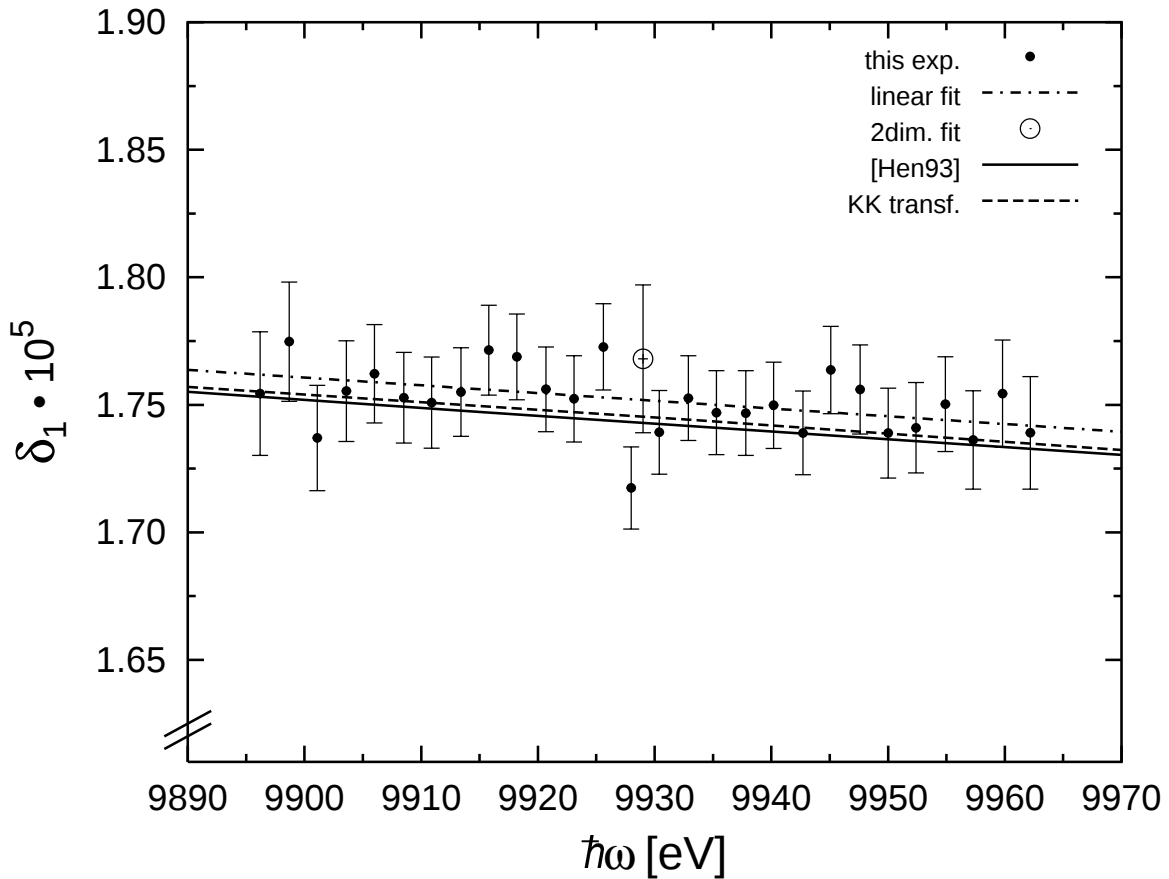


Abbildung 7.12.: In dieser Arbeit gemessene Dispersions $\delta_1(\omega)$ für Nickel im Vergleich mit Kramers–Kronig–Transformierten. **Volle Punkte:** aus den Anpassungen der Abstandssoszillationen ermittelte Dispersion δ_1 (*this exp.*, s. Abschn. 7.2); **strichpunktierte Kurve:** lineare Anpassung an diese Messpunkte (*linear fit*); **offener Punkt:** Datenpunkt aus Anpassungen der TR–Winkelverteilungen auf der pn–CCD (*2dim. fit*, s. Kap. 7.1.3); **durchgezogene Kurve:** Kramers–Kronig–Transformierte von Henke, Gullikson und Davis [Hen93]; **gestrichelte Kurve:** mit Gl. (2.14) aus Absorptionsdaten [Hen93, Kra95, Sto70] berechnete Kramers–Kronig–Transformierte (*KK transf.*).

7.3.2. Test der Rechnungen von Henke, Gullikson und Davis

In Abb. 7.12 sind die im Rahmen dieser Arbeit bei Photonenenergien $\hbar\omega$ von knapp 10 keV gemessenen Werte der Dispersion $\delta_1(\omega)$ der Nickelprobe dargestellt und mit Daten aus der Kramers–Kronig–Transformation verglichen. Die Messwerte liegen praktisch auf der von Henke, Gullikson und Davis berechneten Dispersionskurve [Hen93]. Auch der aus den direkten Anpassungen der Winkelverteilungen auf dem CCD–Detektor bestimmte Wert der Dispersion bei $\hbar\omega = 9929$ eV (*2dim. fit* in Abb. 7.12, s. Kap. 7.1.3) ist gut verträglich mit den Vergleichswerten. Die nach Gl. (2.14) berechnete Kramers–Kronig–Transformierte der Absorptionsdaten [Hen93, Kra95, Sto70] verläuft erwartungsgemäß praktisch deckungsgleich zur Dispersionskurve aus den Henke–Tabellen, die ebenfalls mit einer Kramers–Kronig–Transformation aus Absorptionsdaten berechnet wurde. Diese unterscheidet sich von der im Rahmen dieser Arbeit berechneten Transformierten nur dadurch, dass in der Arbeit von Henke et al. die Feinstruktur der Absorption im Bereich der K–Kante nicht berücksichtigt wurde. Der Einfluss der Feinstruktur ist ungefähr 1.6 keV oberhalb der Kante vernachlässigbar.

Die von Henke et al. berechnete Kurve weist eine Steigung von $\partial\delta/\partial\omega = -3.110 \cdot 10^{-9} \text{ eV}^{-1}$ auf. Diese Steigung wurde für die Anpassungen der Winkelverteilung fest vorgegeben (vgl. Kap. 6.2.1). Die Ergebnisse dieser Anpassungen gehen als Eingangsparameter in die energieaufgelöste Anpassung der Dispersion ein (vgl. Kap. 6.2.2). Daher handelt es sich bei der Bestimmung der Steigung aus den Anpassungen der Abstandssoszillationen nicht um eine unabhängige Messung. Allerdings ist die aus den Messpunkten ermittelte Steigung von $\partial\delta/\partial\omega = (-3.034 \pm 0.073) \cdot 10^{-9} \text{ eV}^{-1}$ konsistent mit dem von Henke et al. angegebenen Wert. In den Daten sind daher keine Hinweise auf energieabhängige, systematische Einflüsse zu finden.

Die Messpunkte sind im Mittel rund 0.5% größer als die Berechnungen, wie man dem Vergleich der an die gemessenen Punkte angepassten Geraden (*linear fit* in Abb. 7.12) mit der Dispersionskurve aus der Arbeit von Henke et al. erkenntlich ist. Allerdings ist diese Abweichung kleiner als die angegebenen experimentellen Fehler von $\Delta\delta_1/\delta_1 \leq 1.4\%$ (vgl. Kap. 7.2.2), wobei die Messpunkte im Zentrum des Energieintervalls experimentelle Fehler von nur $\Delta\delta_1/\delta_1 = 1.0\%$ aufweisen (vgl. Abb. 7.8b und Tab. 7.1). So könnte eine um $0.011 \text{ }\mu\text{m}$ größere Foliendicke t_1 der Nickelprobe bereits die gefundene Abweichung erklären (vgl. Abb. 7.6), wobei der Fehler bei der Bestimmung der Foliendicke mit $\Delta t_1 = 0.010$ nur unwesentlich kleiner ist (vgl. Kap. 5.1.1). Bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 9930 \text{ eV}$ wurde die Dispersion der Nickelprobefolie zu $\delta_{\text{Ni}} = (1.739 \pm 0.011_{\text{stat}} \pm 0.013_{\text{syst}}) \cdot 10^{-5}$ gemessen. Im Rahmen ihrer Fehler bestätigen die Messungen damit die Berechnungen der Dispersion von Nickel durch Henke, Gullikson und Davis [Hen93].

8. Ausblick

In diesem Kapitel werden zunächst mögliche Weiterentwicklungen des Interferometers beschrieben. Danach werden denkbare Anwendungen diskutiert, die über die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen der Dispersion im Bereich von Absorptionskanten hinausgehen.

8.1. Verbesserung der experimentellen Genauigkeit

Eine Verringerung der experimentellen Fehler erfordert an erster Stelle eine noch sorgfältigere Probenpräparation. Dies beinhaltet insbesondere die Verringerung der Fehler bei der Dickenbestimmung der Probefolie 1, sowie der Referenzfolie 2. Um die Unsicherheit unter die in diesem Experiment erreichten Werte von $\Delta t_1/t_1 = 0.5\%$ für die Nickelprobe bzw. $\Delta t_2/t_2 = 0.9\%$ für die Beryllium-Referenzfolie zu drücken, sollte die Dicke auch der im Interferometer verwendeten Folien durch Messungen der Röntgentransmission bestimmt werden. Wie in Kap. 5.1.1 gezeigt, lässt sich so gegenüber der in Kap. 5.1.2 dargestellten Messung des Energieverlusts von α -Teilchen eine deutlich höhere experimentelle Genauigkeit von etwa 0.1% erreichen. Allerdings ist diese experimentelle Genauigkeit dann ebenso wie bei den α -Energieverlustmessungen durch die Genauigkeit von tabellierten Absorptionsdaten limitiert. Bei der Messung muss auch geprüft werden, ob die Folien im Rahmen dieses kleineren Fehlers über die gesamte vom Elektronenstrahl durchstrahlte Fläche von etwa $1 \times 1 \text{ mm}^2$ eine homogene Dicke aufweisen und keine Mikroperforationen besitzen.

Ein weiterer Ansatzpunkt zur Verringerung der systematischen Fehler ist die genauere Bestimmung des absoluten Folienabstandes d zwischen Probefolie 1 und Interferometerfolie 2, die in diesem Experiment aus den Anpassungen der beobachteten Winkelinterferenzen mit einer Genauigkeit von $\Delta d = 0.21 \text{ }\mu\text{m}$ bestimmt werden konnte (vgl. Kap. 7.1.1). Möglicherweise kann durch alternative Methoden wie optische Interferometrie der Abstand genauer gemessen werden. Bei Längenmessungen werden Genauigkeiten von rund $\Delta d \simeq \lambda/10$ erreicht [Fra66, Hec89], so dass sich für sichtbares Licht mit $\lambda \simeq 0.5 \text{ }\mu\text{m}$ die Genauigkeit auf unter $\Delta d \leq 0.1 \text{ }\mu\text{m}$ drücken lassen sollte. Die gesteigerten Anforderungen setzen dann den Einsatz eines Verfahrtes mit einer Genauigkeit von unter $0.1 \text{ }\mu\text{m}$ voraus, was sich mit hochpräzisen, elektrischen Translationstischen erreichen lässt¹. Die Verbesserung der Messgenauigkeit des absoluten Folienabstandes erfordert darüber hinaus, dass beide Folien im Rahmen der angestrebten Fehler eben sind und parallel zueinander montiert werden, da ansonsten der tatsächliche Abstand d vom Ort abhängt, an dem der Elektronenstrahl die Folien durchtritt (vgl. die Fußnote auf S.86). Dieser Einfluss kann durch eine Lagestabilisierung des Elektronenstrahls abgemildert werden. Schwankungen der Position des Röntgenreflexes wurden in Kap. 6.1.2 auf kleine thermische und elektrische Instabilitäten der Netzgeräte zurückgeführt, die zur Versorgung der

¹Die bei der Ausrichtung von Lichtleitern meist verwendeten Piezotranslatoren erreichen zwar Auflösungen von unter 1 nm, sind allerdings auf Grund der zu geringen Stellwege von unter 1 mm, und der durch Hysterese bedingten unzureichenden Reproduzierbarkeit für die Interferometrie mit Übergangsstrahlungsfolien ungeeignet.

Magnete in der Strahlführung verwendet werden. Besonders aussichtsreich erscheint hier eine aktive Regelung der Lage des Elektronenstrahls: Misst man die genaue Lage des Elektronenstrahls an zwei Stellen vor und hinter den Interferometerfolien, so kann der Strahl durch kleine Stromänderungen in vor der Radiatorkammer eingebauten Dipolmagneten auf seine Solllage geregelt werden. Die Lage-messung kann mit den von Th. Doerk [Doe96] entwickelten Mikrowellenresonatoren durchgeführt werden. Möglicherweise kann durch diese Maßnahme auch die Ursache der beobachteten Schwankungen in den Abstandssoszillationen (vgl. Abb. 6.6) identifiziert und damit eliminiert werden.

Einen weiteren Beitrag zu den experimentellen Fehlern liefert der statistische Fehler der als Anpassungsfunktion verwendeten Monte Carlo-Simulation (s. Kap. 6.2.3 bzw. Abb. 7.6a). Unabhängig von der Durchführung des Experimentes kann der systematische Fehler daher durch die Minimierung des Simulationsfehlers verringert werden. Dies kann ohne weitere Änderung der Auswerteschritte durch die Erhöhung der bei der Simulation verwendeten Elektronenzahl von 1000 geschehen. Wünschenswert wäre hier eine Erhöhung um einen Faktor 100, um den Simulationsfehler um eine Größenordnung zu verringern und somit vernachlässigbar zu machen. Auf Grund der stürmischen Entwicklung der Computertechnik wird die dazu nötige Rechenleistung vermutlich bereits in einigen Jahren von handelsüblichen Arbeitsplatzrechnern zur Verfügung gestellt werden. Der Simulationsfehler kann ohne Erhöhung des nötigen Rechenaufwandes umgangen werden, wenn es gelingt, die Monte Carlo-Simulationen durch andere Berechnungen der von den beiden Folien emittierten Übergangsstrahlungsintensität zu ersetzen. Möglicherweise kann dies durch eine Erweiterung der im Anhang A.3 dargestellten analytischen Rechnungen erfolgen. Ansatzpunkte zur Verfeinerung der Rechnungen werden am Schluss des Anhangs A.3 genannt. Sollten die analytischen Rechnungen jedoch nicht mit der nötigen Genauigkeit durchgeführt werden können, so besteht eine andere Möglichkeit darin, die zur Beschreibung der Emittanz des Elektronenstrahls und der Streuung der Elektronen in den Folien notwendige Faltung der durch Gl. (3.3) gegebenen Intensität mit den entsprechenden Winkelverteilungsfunktionen numerisch durchzuführen. Ob allerdings die numerischen Faltungen weniger Rechenaufwand benötigen als die Monte Carlo-Simulationen, kann erst die Durchführung zeigen.

Weiterhin ist zu prüfen, ob nicht die Probefolie dicker gewählt werden kann. Gemäß Abb. 3.10 ist bei der gewählten Folienanordnung der Kohärenzverlust durch Streuung in der Probefolie nämlich wesentlich geringer als der Einfluss der Streuung in der Berylliumfolie. Bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 10$ keV und einem Beobachtungswinkel $\theta = 0.6$ mrad ergibt sich aus Gl. (2.23) für $m = 1$ eine optimale Dicke der Nickelfolie von $t_1^{opt} = 10.3 \mu\text{m}$. Da für eine derart dicke Nickelfolie jedoch die Transmission oberhalb der K-Kante auf nur noch 4% schrumpft, könnte abweichend von Gl. (2.23) eine Dicke $t_1 = 5 \mu\text{m}$ gewählt werden. Mit der so gegenüber der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Nickelfolie von $2 \mu\text{m}$ auf $5 \mu\text{m}$ vergrößerten Foliendicke lässt sich gemäß Gl. (3.10) der systematische Einfluss der Unsicherheit in der Kenntnis des absoluten Folienabstandes um einen Faktor 2.5 verringern. Hohe Kohärenz über den gesamten Winkelbereich lässt sich dann mit einer ebenfalls $5 \mu\text{m}$ dicken Berylliumfolie erreichen, wodurch sich gegenüber den im Rahmen dieser Arbeit mit einer $10 \mu\text{m}$ dicken Berylliumfolie gemachten Experimenten der Einfluss der Streuung in der Berylliumfolie deutlich minimieren lässt. Simulationsrechnungen bestätigen, dass für die genannte Folienkombination deutliche Intensitätssoszillationen beobachtbar sein sollten. Mit der höheren Dicke der Nickelprobe erhöht sich zudem an der Absorptionskante bei $\hbar\omega = 8.3$ keV der Absorptionskontrast $K = (T_+ - T_-)/T_+$, wo T_+ die Transmission unterhalb des Kantenanstiegs und T_- die Transmission oberhalb der Kante bezeichnet. Mit der $2 \mu\text{m}$ dicken Folie beträgt der Kontrast lediglich $K = 0.42$, während er für die $5 \mu\text{m}$ dicke Folie auf $K = 0.75$ ansteigt. Da zugleich mit der

Foliendicke auch der Phasenkontrast ansteigt, lassen sich für eine solche Folienkombination möglicherweise sogar gleichzeitig sowohl die Dispersion, als auch die Absorption aus den gemessenen Röntgeninterferenzen bestimmen.

Insgesamt scheint mit den angesprochenen Maßnahmen eine Halbierung der experimentellen Fehler realistisch zu sein. Damit läge der experimentelle Fehler im gesamten Winkelintervall $\theta \leq 1$ mrad mit ca. $\Delta\delta/\delta \simeq 0.8\%$ etwa auf dem gleichen Niveau, wie er für Messungen mit Bonse–Hart–Interferometern angegeben wird [Bon84]. Wegen der Winkelabhängigkeit der wesentlichen Beiträge zum Gesamtfehler (vgl. Abb. 7.6 und 7.8) wäre für die Punkte im Zentrum des angegebenen Winkelintervalls eine relative Unsicherheit von $\Delta\delta/\delta \leq 0.5\%$ erreichbar.

8.2. Optimierung der Detektorgeometrie

In einem weiteren Experiment sollte geprüft werden, ob sich mit einer anderen Experimentgeometrie möglicherweise eine einfachere und damit schnellere Datenaufnahme erreichen lässt: Wie in Kap. 7.1.3 beschrieben, konnte aus der Anpassung der Winkelspektren die Dispersion bereits mit recht hoher Genauigkeit von 1.6% bestimmt werden, ohne dass zur Aufnahme der Daten eine Variation der Folienabstandes zwingend erforderlich ist. Diese Anpassungen konnten nur für die Messungen im Energieintervall um $\hbar\omega = 9929$ eV durchgeführt werden, da bei der Messung im Bereich der Nickel K–Absorptionskante die Energiedispersion längs der pn–CCD keine simultane Aufnahme eines Winkelspektrums bei konstanter Energie erlaubt.

Die Messung eines Winkelspektrums bei konstanter Photonenenergie lässt sich jedoch erreichen, indem der CCD–Detektor um 90° um die Strahlachse gedreht wird, so dass sich der in Abb. 8.1 abgebildete Parameterraum ergibt. Die innerhalb einer der dann senkrecht stehenden Zeilen der pn–CCD aus 200 Einzel–Pixeln nachgewiesenen Photonen sind monochromatisch, da die Dispersionrichtung und die Längsrichtung der CCD senkrecht aufeinander stehen. Die derart senkrecht angeordnete pn–CCD deckt vertikal ein Winkelintervall von knapp 2.8 mrad ab. Durch Messung mit zwei vertikal versetzten Detektorpositionen kann bei etwas Überlapp die emittierte Winkelverteilung in einem Winkelintervall von rund 4 mrad Breite gemessen werden.

Mit steigendem Beobachtungswinkel sinkt gemäß den Ausführungen in Kap. 3.5 die Kohärenz ab, so dass die Messpunkte oberhalb einer Winkelgrenze nicht mehr zur Bestimmung der Dispersion δ verwendet werden können. Beim im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experiment lag die Obergrenze bei $\theta = 1.0$ mrad (vgl. Abschn. 7.2.2). Möglicherweise kann jedoch, insbesondere durch die in Abschnitt 8.1 vorgeschlagenen experimentellen Verbesserungen, diese Grenze nach oben geschoben werden. Da allerdings die Messpunkte im Zentrum der Winkelverteilung die geringsten experimentellen Fehler aufweisen (vgl. Abb. 7.8), muss hier ein Kompromiss zwischen angestrebter Genauigkeit und ausnutzbarem Winkelintervall gefunden werden. Die Bestimmung der Dispersion $\delta(\hbar\omega)$ erfolgt dann durch Anpassung des eindimensionalen Winkelspektrums der Zeile, in der das Zentrum der Strahlungsverteilung liegt. Die benachbarten Pixelreihen enthalten zwar jeweils nur Teilintervalle des Winkelbereichs (vgl. Abb. 8.1) allerdings sind die Teilintervalle groß genug, um auch in ihnen eine Anpassung der Winkelverteilung durchführen zu können.

Zum Ausgleich des durch die Drehung der pn–CCD verringerten Energieintervalls müsste allerdings bei einer solchen Messung die Spektrometerenergie durch feine Variationen des Bragg–Winkels durchgestimmt werden. Die Messung mit vertikal orientierte pn–CCD könnte darüber hinaus von der um einen Faktor 7 kleineren vertikalen Emittanz [Hag95] profitieren, so dass die Einflüsse der Emittanz auf die beobachtbare Kohärenz (vgl. Abschn. 3.5.1) verringert werden könnten.

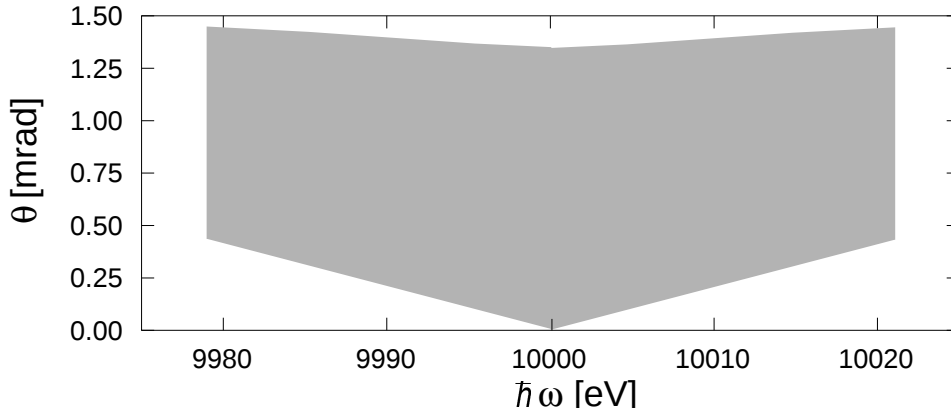


Abbildung 8.1.: Parameterraum bei dispersiver Abbildung und vertikal orientierter pn-CCD. Die simultan messbaren $(\hbar\omega, \theta)$ -Kombinationen bilden die grau eingefärbte Fläche. Folgende Parameter wurden für die Berechnung verwendet: Abstand Quelle—Detektor 11.0 m, mittlere Photonenenergie $\hbar\omega = 10$ keV, Reflexion an Silizium [111], $\theta_B = 11.40^\circ$, Detektorausdehnung 1 cm horizontal und 3 cm vertikal, Zentrum des Reflexes mittig auf dem Detektor. Gegenüber dem in Abb. 2.12 dargestellten Parameterraum der horizontal orientierten CCD wird ein kleineres Energieintervall abgebildet, für die beobachteten Energien aber jeweils ein großer Ausschnitt von rund 1 mrad Breite aus dem Winkelspektrum.

Wenn es gelingt, aus einer solchen Messung bei konstantem Folienabstand die Dispersion $\delta(\hbar\omega)$ mit der angestrebten Genauigkeit zu bestimmen, so kann auf die Variation des Folienabstandes völlig verzichtet werden. Eine Neukonstruktion des Interferometers könnte dann zu einer erheblichen Verringerung der Unsicherheit des absoluten Folienabstandes führen. Unter dem Verzicht auf die Möglichkeit der Abstandsvariation ist eine Folienhalterung denkbar, für die der feste Folienabstand bereits vor dem Einbau in die Vakuumkammer präzise gemessen werden kann. Für die Experimente von R. Zahn [Zah94] wurden, allerdings mit geringeren Genauigkeitsanforderungen, derartige Folienhalter konstruiert und verwendet. Die Folienanordnung mit festem Abstand würde auch die parallele Halterung der beiden Interferometerfolien deutlich erleichtern. Welche experimentelle Genauigkeit bei der Bestimmung der Dispersion δ mit dem genannten Konzept erreicht werden kann, muss durch ein Experiment ausgelotet werden.

8.3. Perspektiven bei der Erhöhung der Elektronenstrahlenergie

Mit dem unmittelbar bevorstehenden Aufbau der Beschleunigerstufe MAMI C am Mainzer Mikrotron wird sich die Endenergie der Elektronen von $E = 0.855$ GeV (MAMI B) auf $E = 1.5$ GeV nahezu verdoppeln. Für die Strahlungserzeugung von Übergangsstrahlung aus Folienstapeln ist diese Energieerhöhung aus folgenden Gründen vorteilhaft:

- Wegen des auf $\gamma = 2935$ ansteigenden Lorentz-Faktors wird Übergangsstrahlung in einen noch engeren Konus konzentriert, da der charakteristische Winkel auf $1/\gamma = 0.34$ mrad schrumpft. Die Winkelverteilungen sind in Abb. 8.2a für MAMI B und MAMI C dargestellt.
- Durch den höheren Lorentz-Faktor erhöht sich die kritische Energie $\hbar\omega_c = \gamma\hbar\omega_p$ und damit der mit Übergangsstrahlung zugängliche Energiebereich. Berechnungen der an einer Grenzfläche Beryllium–Vakuum erzeugten Übergangsstrahlung sind in Abb. 8.2b gezeigt.

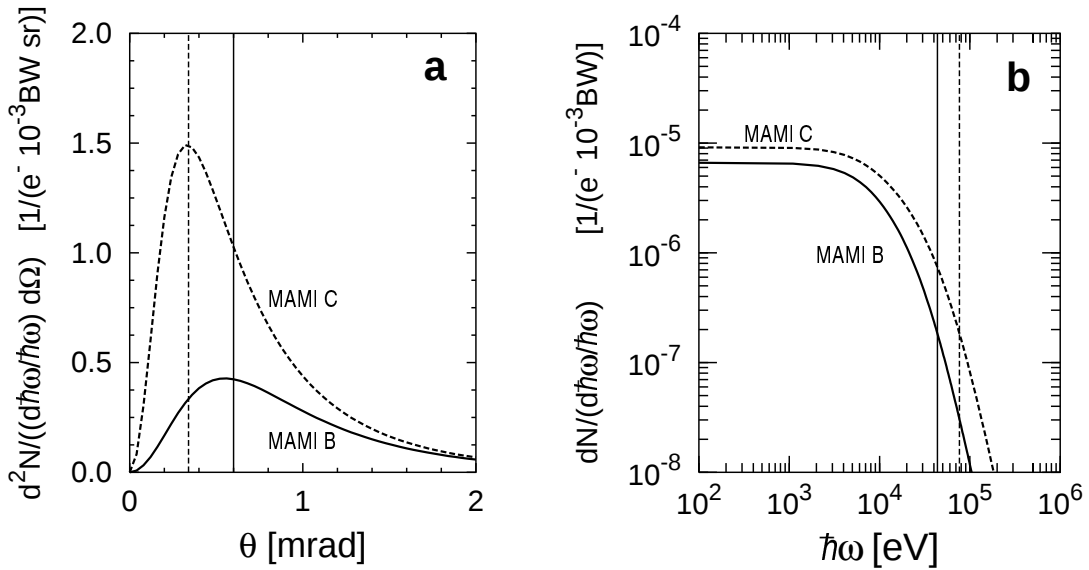


Abbildung 8.2.: Eigenschaften der Übergangsstrahlung am Beispiel des Durchtritts relativistischer Elektronen durch die Grenzfläche Beryllium–Vakuum für die Elektronenenergie $E = 0.855$ GeV (MAMI B, $\gamma = 1673$, durchgezogene Kurven) und $E = 1.5$ GeV (MAMI C, $\gamma = 2935$, gestrichelte Kurven). a) Winkelverteilung der Übergangsstrahlung eines Elektrons bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 10$ keV. Der Winkel $1/\gamma$, der näherungsweise beim Maximum der Winkelverteilung liegt, ist durch vertikale Linien bei $\theta = 0.60$ mrad (MAMI B) bzw. $\theta = 0.34$ mrad (MAMI C) markiert. b) Über den Raumwinkel integrierte Intensität als Funktion der Photonenenergie $\hbar\omega$ in doppeltlogarithmischer Darstellung. Die Grenzenenergie $\hbar\omega_c = \gamma\hbar\omega_p^{Be}$ ist jeweils durch eine vertikale Linie markiert. Die Grenzenenergien betragen mit der Plasmaenergie von Beryllium $\hbar\omega_p^{Be} = 26.1$ eV für MAMI B $\hbar\omega_c = 44$ keV und für MAMI C $\hbar\omega_c = 77$ keV.

- Nach Gl. (3.11) sinkt die sich aus einer vorgegebenen Messgenauigkeit des Folienabstandes Δd_0 ergebende Unsicherheit $\Delta\delta_1$ bei der Messung der Dispersion der Probefolie quadratisch mit dem Lorentz–Faktor. Gegenüber MAMI B ist daher bei MAMI C der Einfluss des Fehlers Δd_0 etwa um einen Faktor 3 geringer.
- Gemäß den Ausführungen im Anhang A.5 reduziert sich bei höheren Elektronenenergien der Einfluss der Kleinwinkelstreuung auf die Röntgeninterferenzen, da der durch Gl. (A.79) gegebene charakteristische Winkel θ_c umgekehrt proportional zum Elektronenimpuls p und damit auch umgekehrt proportional zum Lorentz–Faktor γ ist.

Den genannten Vorteilen steht allerdings der Nachteil gegenüber, dass mit der Erhöhung der Elektronenenergie die horizontale Emittanz ansteigt. Die Werte für die beiden Beschleunigerstufen sind in Tabelle 8.1 gegenübergestellt. Der Anstieg der Emittanz ϵ_x beträgt allerdings lediglich 30%, so

Tabelle 8.1.: Emittanz des Elektronenstrahls aus MAMI B und MAMI C. Es bezeichnen E die Elektronenenergie, ϵ_x die horizontale Emittanz und ϵ_y die vertikale Emittanz.

Beschleunigerstufe	E [GeV]	ϵ_x [π nm rad]	ϵ_y [π nm rad]	
MAMI B	0.855	7	1	[Hag95]
MAMI C	1.5	9	0.4	(geplant)

dass dieser Nachteil in den meisten praktischen Fällen allein schon durch die unter Punkt 4 genannte Reduzierung der Kleinwinkelstreuung ausgeglichen wird. Es sind daher von der bevorstehenden Erhöhung der Elektronenenergie insgesamt Vorteile für die Interferometrie mit Übergangsstrahlung zu erwarten.

8.4. Messung der relativistischen Korrekturen

Insbesondere für schwere Elemente spielen neben der anomalen Dispersion auch die relativistischen Korrekturen zur Dispersion eine Rolle (siehe Gl. (2.8) und (2.9)). Die aus den Korrekturen folgende Absenkung der Dispersion lässt sich anschaulich verstehen: Relativistische Elektronen besitzen eine höhere Masse und reagieren daher träger auf Anregungen durch einfallende elektromagnetische Wellen. Die genaue Größe dieser Korrekturen ist nicht mit hinreichender Genauigkeit bekannt. Ältere relativistische Dipolrechnungen [Cro70, Dre84] sagen einen Wert von

$$\Delta_{rel} = -\frac{5}{3} \frac{E_{tot}}{mc^2} \quad (8.1)$$

vorher. Hier bezeichnet E_{tot} die totale kinetische Energie der Elektronenhülle des betrachteten Atoms. In neueren Rechnungen [Smi87, Kis90], die höhere Multipolordnungen berücksichtigen, wird die relativistische Korrektur dagegen mit

$$\Delta_{rel} = -\frac{E_{tot}}{mc^2} \quad (8.2)$$

angegeben. Henke et al. [Hen93] geben eine durch eine Anpassung an tabellierte Daten [Kis90] empirisch ermittelte Näherungsformel für die relativistische Korrektur an:

$$\Delta_{rel} \simeq -\left(\frac{Z}{82.5}\right)^{2.37}. \quad (2.9)$$

In Abb. 8.3a sind die mit verschiedenen Verfahren berechneten relativistischen Korrekturen Δ_{rel} für Kernladungszahlen $Z = 1$ bis 100 aufgetragen [Smi87]. Man erkennt deutlich die Unterschiede der Resultate der verschiedenen Rechenverfahren. Unstrittig ist jedoch der starke Anstieg des Betrages der Korrektur mit wachsender Kernladungszahl. Für die hier an einer Nickelprobe mit $Z = 28$ durchgeführten interferometrischen Experimente liegt die relativistische Korrektur nach Cromer und Liberman [Cro70] bei $\Delta_{rel} = -0.135$, nach Kissel und Pratt [Kis90] dagegen bei $\Delta_{rel} = -0.078$. Für die Messung der Dispersion δ_1 bei $\hbar\omega = 9930$ eV betrug die experimentelle Genauigkeit einzelner Messpunkte $\Delta\delta/\delta = 1.0\%$ (vgl. Tab. 7.1). Die sich daraus für die Bestimmung einer relativistischen Korrektur ergebende Genauigkeit von $\Delta(\Delta_{rel}) = 0.20$ Elektronen reicht nicht aus, um für Nickel zwischen den Rechnungen entscheiden zu können. Bei der Wahl einer Probe mit höherer Kernladungszahl Z erhöht sich jedoch die relativistische Korrektur beträchtlich: ab $Z = 50$ übersteigt die Differenz zwischen der nach Gl. (2.9) berechneten Korrektur und dem von Cromer und Liberman angegebenen Wert die angegebene Genauigkeit von 0.20 Elektronen.

Um bei einer solchen Messung unabhängig von Einflüssen im Bereich der Absorptionskanten zu werden, sollten die Messungen oberhalb aller Kanten durchgeführt werden². In diesem Energiebe-

²So wurde an der ESRF 1997 ein Experiment mit einem Bonse–Hart–Interferometer zur Messung der relativistischen Korrektur an einer Silberprobe ($Z = 47$) bei Photonenenergien von $\hbar\omega = 135$ keV durchgeführt [Lie97]. Ergebnisse des Experimentes wurden bisher leider noch nicht publiziert.

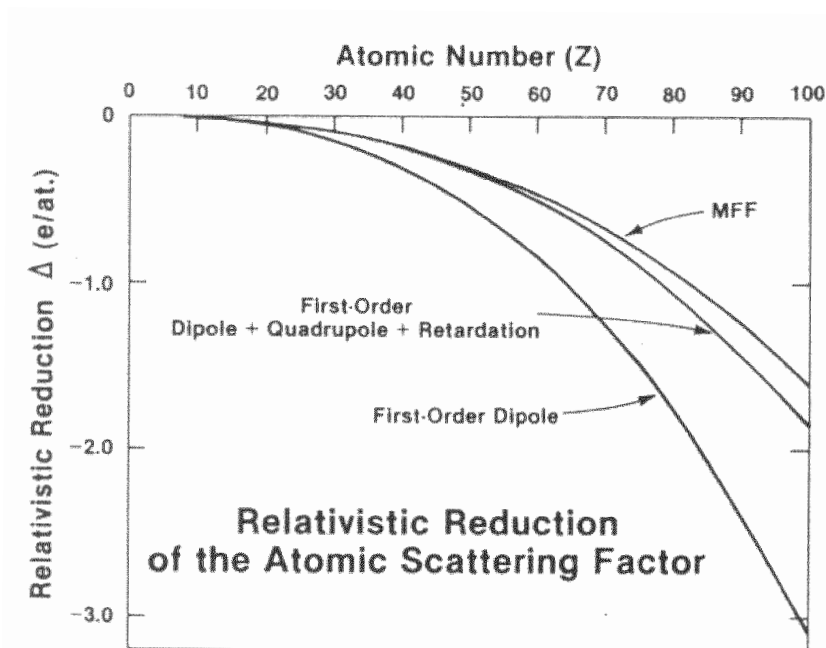


Abbildung 8.3.: Relativistische Korrekturen Δ_{rel} (Fig. 3 aus [Smi87]). Den unterschiedlichen Kurven liegen die in der Abbildung angegebenen Rechenverfahren zu Grunde; *MFF* steht für Rechnungen mit modifizierten Formfaktoren.

reich tragen die relativistischen K-Elektronen voll zum Absorptionswirkungsquerschnitt bei. Abbildung 8.4 zeigt die Lage der Absorptionskanten als Funktion der Kernladungszahl Z . Für $Z \approx 50$ liegen die K-Kanten bereits bei rund $\hbar\omega \approx 30$ keV.

Ein Einsatz des TR-Interferometers am Elektronenstrahl des Mainzer Mikrotrons bei derart hohen Photonenenergien scheint nicht ausgeschlossen (vgl. auch Abschn. 8.3), es müssen jedoch zahlreiche Probleme bewältigt werden:

- Wegen der höheren Energie sinkt die Formationslänge im Vakuum (s. Abb. 2.4) und damit die Oszillationsperiode der Abstandsozillationen, so dass höhere Anforderungen an die Genauigkeit des experimentellen Aufbaus gestellt werden. Dies betrifft insbesondere die genaue Kenntnis des Offsets des Folienabstandes d_0 (s. Abschnitt 3.2).
- Auf Grund der höheren Kernladungszahl zumindest der Probefolie wird der Elektronenstrahl stärker aufgestreut. Allerdings verursacht die Streuung in der Probefolie nur eine geringfügige Verminderung der Kohärenz (vgl. Abschn. 3.5.2), so dass auch bei der Wahl einer Probefolie mit höherer Kernladungszahl die TR-Interferometrie mit hoher Kohärenz möglich sein sollte.
- Bei einer Erhöhung der Photonenenergie von den bei den im Rahmen dieser Arbeit gewählten $\hbar\omega = 10$ keV auf 30 keV steigt die Formationslänge in Materie (vgl. Abb. 2.4). Daher müssen dickere Folien gewählt werden, um an den Folien intensive Übergangsstrahlung zu erzeugen (s. Gl. (2.23)). Die Vergrößerung der Dicke der Berylliumfolie führt jedoch gemäß Abschn. 3.5.2 zu einer Verringerung der Kohärenz. Möglicherweise darf daher die Dicke nicht angehoben werden, sondern es muss stattdessen die Intensitätseinbuße durch Abweichung von der durch Gl. (2.23) gegebenen optimalen Foliendicke in Kauf genommen werden.

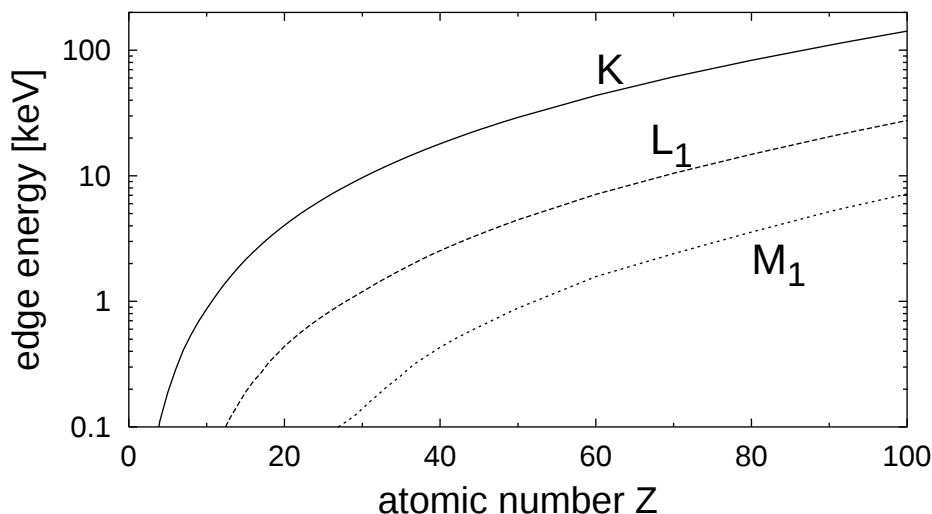


Abbildung 8.4.: Kantenenergien der K-, L₁- und M₁-Absorptionskanten in logarithmischer Darstellung.

- Mit wachsender Energie sinkt zudem nach Gl. (2.24) der Bragg-Winkel. Dadurch vergrößern geometrische Winkelbreiten, wie sie z.B. durch die Ausdehnung des Elektronenstrahls hervorgerufen werden, nach Gl. (2.30) die Energieauflösung des Einkristall-Spektrometers. Allerdings sind bei Messungen energetisch oberhalb aller Absorptionskanten die Anforderungen an die Energieauflösung gering (vgl. Abschn. 3.4), so dass eine schlechtere Auflösung des Spektrometers kein wesentliches Absinken der Kohärenz verursachen sollte. Durch die Wahl einer anderen Netzebene oder einer Reflexordnung $n > 1$ kann zudem der Bragg-Winkel θ_B auf praktikable Werte von $\theta_B \geq 10^\circ$ angehoben werden. Bei der Ausnutzung höherer Ordnungen können durch Transmissionsfilter die Photonen der niedrigeren Ordnungen ausgefiltert werden.

Es wurden zu Testzwecken bereits interferometrische Messungen bei höheren Energien durchgeführt, die in Abb. 8.5 dargestellt sind. Es handelt sich hier um Interferenzen der Übergangsstrahlung aus zwei $15\ \mu\text{m}$ dicken Berylliumfolien als Funktion des Folienabstandes, die mit einem Germanium-Halbleiterdetektor bei Photonenergien von $\hbar\omega = 21.2\ \text{keV}$ bzw. $\hbar\omega = 28.2\ \text{keV}$ und einem Beobachtungswinkel von $\theta = 0.05\ \text{mrad}$ aufgenommen wurden. Da die beiden Folien identisch waren, war eine hohe Kohärenz zu erwarten. Mehrere Oszillationsperioden sind deutlich erkennbar, auch wenn die Kohärenz der Daten unterhalb der Kohärenz bei den in Abb. 6.12 dargestellten Experimenten bei $10\ \text{keV}$ bleibt. Möglicherweise wurden die Messungen aber auch mit einem zu großen Abstands-Offset durchgeführt, so dass die ersten Oszillationen mit hoher Kohärenz gar nicht mehr beobachtet werden konnten.

8.5. Messung der Emittanz des Elektronenstrahls

Interferenzen der Übergangsstrahlung aus räumlich separierten, phasenkorrelierten Strahlungsquellen wurden im optischen Spektralbereich bereits von Wartski et al. [War75], von Fiorito und Rule [Rul84, Fio94] sowie in Zusammenarbeit mit diesen Autoren von Lumpkin et al. [Lum92] zur Messung der

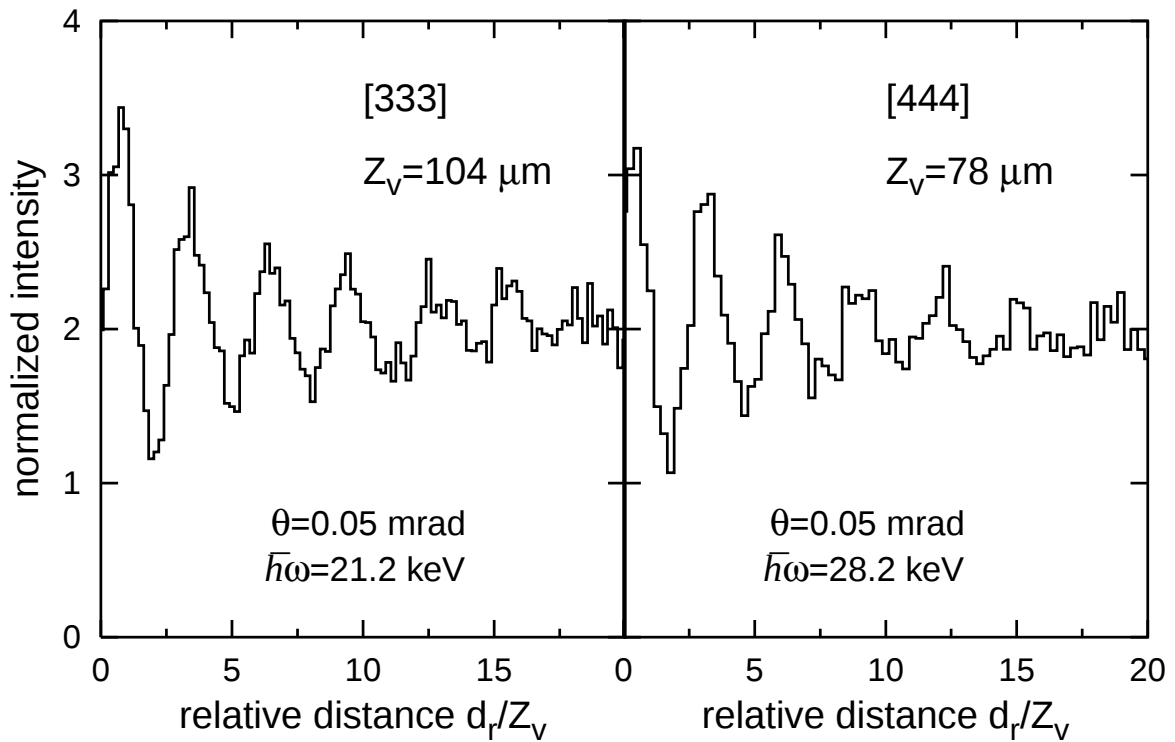


Abbildung 8.5.: Intensitätssoszillationen der Übergangsstrahlung zweier 15 μm dicker Berylliumfolien bei einem Beobachtungswinkel von $\theta = 0.05$ mrad und Photonenenergien von $\hbar\omega = 21.2$ keV (links) bzw. $\hbar\omega = 28.2$ keV (rechts). Der relative Abstand d_r ist jeweils auf die auf den Teilbildern angegebene Formationslänge des Vakuums Z_v normiert.

Divergenz von Elektronenstrahlen moderater Energie $10 \text{ MeV} \leq E \leq 100 \text{ MeV}$ verwendet. Als TR-Quellen dienen dünne metallische bzw. metallbeschichtete Folien oder Spiegel. Diese werden unter großen Winkeln von typisch 45° relativ zur Elektronenstrahlachse angeordnet, so dass senkrecht zur Strahlachse beobachtet werden kann.

Um Interferenzstrukturen beobachten zu können, muss der Abstand der Grenzflächen, an denen die Übergangsstrahlung erzeugt wird, von der gleichen Größenordnung wie die Formationslänge des Vakuums Z_v sein. Für die Beobachtung auf der Achse lässt sich Z_v gemäß Gl. (2.18) vereinfachen zu

$$Z_v = \frac{4c}{\omega} \gamma^2. \quad (8.3)$$

Die Vakuumformationslänge Z_v steigt demnach proportional zum Quadrat des Lorentz-Faktors γ . Für optische Photonen der Wellenlänge $\lambda = 500 \text{ nm}$, entsprechend einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 2.5 \text{ eV}$, und einer exemplarisch gewählten Elektronenstrahlenergie $E = 60 \text{ MeV}$, d.h. $\gamma = 117$ ergeben sich praktikable Grenzflächenabstände in der Größenordnung von $Z_v = 4.3 \text{ mm}$. Für höhere Strahlenergien ist die Verwendung optischer Photonen jedoch impraktikabel: Für die gleiche Photonenenergie von $\hbar\omega = 2.5 \text{ eV}$ ergibt sich am Mainzer Mikrotron ($E = 855 \text{ MeV}$, $\gamma = 1673$) eine Formationslänge von $Z_v = 0.88 \text{ m}$. Für derart hohe Strahlenergien ist daher wegen der großen Vakuumformationslänge der Einsatz von optischen TR-Interferometern nahezu ausgeschlossen. Da nach Gl. (8.3) aber Z_v umgekehrt proportional zur Photonenenergie $\hbar\omega$ ist, bietet sich als Ausweg die Interferometrie mit Übergangsstrahlung im Röntgenbereich an, wie sie im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde. So beträgt für $\gamma = 1673$ und $\hbar\omega = 5 \text{ keV}$ die Formationslänge lediglich $Z_v = 0.44 \text{ mm}$,

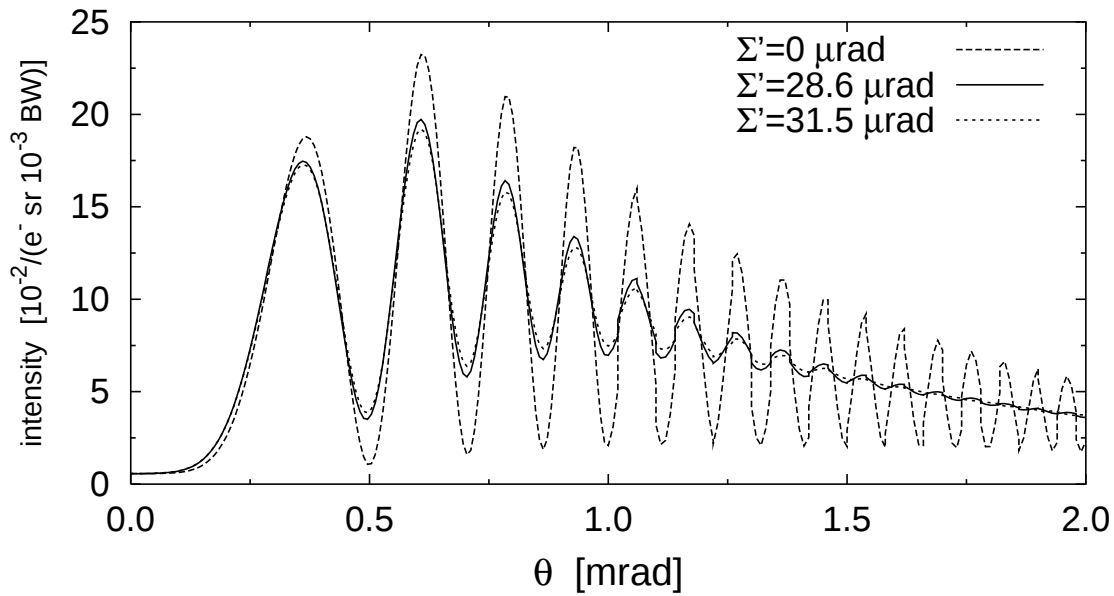


Abbildung 8.6.: Berechnetes Interferenzmuster der von zwei $1\ \mu\text{m}$ dicken Berylliumfolien unter dem Einfluss verschiedener Winkeldivergenzen Σ' emittierten Übergangsstrahlung. Parameter der Rechnung: Elektronenenergie $E = 855\ \text{MeV}$, Folienabstand $d = 1\ \text{mm}$, Photonenenergie $\hbar\omega = 5\ \text{keV}$, Kleinwinkelstreuung der Elektronen und Selbstabsorption der Strahlung in den Folien sind berücksichtigt. Die mittlere Stoßzahl in den Einzelfolien beträgt 1.3.

so dass der aus zwei dünnen Folien bestehende Radiator sehr kompakt gehalten werden kann. Im Röntgenbereich muss allerdings in Vorwärtsrichtung beobachtet werden, so dass der Elektronenstrahl nach der Folienanordnung durch einen Dipolmagneten abgelenkt werden muss (vgl. Abb. 4.1).

Wie in Abschn. 3.5.1 ausgeführt wurde, hängt die Kohärenz der Übergangsstrahlungsinterferenzen sehr empfindlich von der Winkeldivergenz ab, die durch die Emittanz des Elektronenstrahls verursacht wird. Dies wird, wie bereits in Kap. 7.1.2 beschrieben wurde, zur Messung der Winkeldivergenz ausgenutzt. Die Messung erfolgt durch die Aufnahme des räumlichen Interferenzmusters bei festem Folienabstand und fester Photonenenergie. Die räumliche Verteilung kann bei bekanntem Abstand zwischen Radiator und Detektor in eine Winkelverteilung umgerechnet werden. Die Bestimmung der Winkeldivergenz erfolgt durch die Anpassungen von Simulationsrechnungen an die gemessenen Winkelverteilungen. Aus der Winkeldivergenz folgt dann bei bekannter Strahlfleckgröße mit Gl. (3.18) die Emittanz des Elektronenstrahls.

Bei einer solchen Messung sollte der Elektronenstrahl möglichst wenig gestört werden. Daher empfiehlt sich der Einsatz von möglichst dünnen Interferometerfolien mit möglichst geringer Ordnungszahl, um die Kleinwinkelstreuung der Elektronen in den Folien klein zu halten (vgl. Kap. 3.5.2). Der so verringerte Kohärenzverlust erhöht zugleich die Sensitivität einer derartigen Messung, da dann die Emittanz des Elektronenstrahls die dominierende Ursache des Kohärenzverlustes darstellt. Allerdings ist bei Verwendung dünner Folien die Photonenausbeute gering, so dass eine geringe Photonenenergie gewählt (vgl. Abb. 2.5b) und der Elektronenstrahlstrom angepasst werden muss, um die Messzeit nicht unnötig ansteigen zu lassen.

Abbildung 8.6 zeigt das berechnete Interferenzmuster der Übergangsstrahlung aus zwei jeweils $1\ \mu\text{m}$ dicken Berylliumfolien bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 5\ \text{keV}$ und einer Elektronenenergie von

$E = 855$ MeV. Neben der idealen Winkelverteilung für verschwindende Divergenz wurden Winkelverteilungen für die experimentell gemessene Winkeldivergenz von $\Sigma' = 28.6 \mu\text{rad}$ (vgl. Kap. 7.1.2) und für die um 10% auf $\Sigma' = 31.5 \mu\text{rad}$ erhöhte Winkelbreite berechnet. Bereits mit bloßem Auge ist der Unterschied der Verteilungen insbesondere im Bereich $0.5 \text{ mrad} \leq \theta \leq 1.5 \text{ mrad}$ deutlich erkennbar. Die mit den im Kap. 7.1.2 beschriebenen Anpassungen bereits erreichte Genauigkeit von $\Delta\Sigma'/\Sigma' = 4.1\%$ für die Bestimmung der Divergenz lässt sich für ein solches Experiment mit dünneren Folien sicher unterbieten, insbesondere wenn der Folienabstand und die Dispersion der beiden Folien nicht mit angepasst werden müssen, sondern fest vorgegeben werden können.

A. Physikalische Anhänge

A.1. Alternative Folienanordnungen

Neben der in den Kap. 3 und 4 beschriebenen Anordnung wurden im Rahmen dieser Arbeit alternative Folienanordnungen zur interferometrischen Messung der Dispersion δ einer dünnen Probefolie mittels Übergangsstrahlung untersucht:

1. Messungen mit einer Einzelfolie

Der experimentell einfachste Aufbau besteht darin, lediglich die zu untersuchende Probefolie in den Strahlengang des relativistischen Elektronenstrahls einzubringen. Gemäß Gl. (2.22) tritt bei der Einzelfolie ein von der Dispersion δ des Probenmaterials abhängiger Interferenzterm auf. Die Bestimmung der Phasenlage der sich in Abhängigkeit vom Beobachtungswinkel bzw. als Funktion der Foliendicke ergebenden Interferenzoszillationen erlaubt daher prinzipiell die Bestimmung von δ . Folgende Gründe sprechen allerdings gegen eine solche Anordnung: Zur präzisen Bestimmung der Phasenlage im Winkelspektrum muss die Verteilung zumindest über zwei bis drei Oszillationsperioden ausgewertet werden, so dass durch die Messung ein recht großer Winkelbereich abgedeckt werden muss. So liegen z.B. für eine $10\text{ }\mu\text{m}$ dicke Nickelfolie bei einer Photonenenergie von $\hbar\omega = 10\text{ keV}$ die ersten Minima im Winkelspektrum bei 0.0 mrad , 3.9 mrad , 6.3 mrad und 8.0 mrad . Nach den Ausführungen in Kap. (3.5) sinkt jedoch bei derart großen Beobachtungswinkel die Kohärenz sehr stark ab. Mit der Wahl einer noch dickeren Nickelfolie liegen zwar die Minima bei kleineren Winkeln, allerdings wird dann der Elektronenstrahl durch die höhere Massenbelegung stärker aufgestreut, was ebenfalls zu einer Verminderung der Kohärenz führt. Die Beobachtung der Oszillationen als Funktion der Foliendicke ist ebenfalls kaum möglich, da die dazu notwendigen Massenbelegungen wiederum zu Kohärenzverlust durch Streuung führen. Zudem sind bei der quantitativen Auswertung solcher Oszillationen Schwierigkeiten zu erwarten, da sich die Streuung als Funktion der Foliendicke ändert.

2. Messungen mit einer Anordnung aus drei Folien

Diese Anordnung entspricht dem in Abb. 1.1 gezeigten Aufbau mit einer zwischen zwei Referenzfolien angeordneten Probefolie. Zwei der drei Folien müssen in Elektronenstrahlrichtung translatiert werden können. Insgesamt müssen drei Messschritte durchgeführt werden, um die relativen Phasen aller drei Folien zueinander messen zu können. In Schritt 1 wird die Messung der Interferenzen nur mit den beiden Referenzfolien durchgeführt. In Schritt 2 wird zusätzlich die Probe zwischen die beiden Referenzfolien eingebracht. Durch die nicht vernachlässigbare TR-Amplitude der Probefolie können die in den ersten beiden Messschritten ermittelten Phasen nicht direkt zur Bestimmung der Dispersion δ der Probefolie verwendet werden. In einem dritten Schritt wird daher eine der beiden Referenzfolien aus dem Strahlengang herausgefahren und lediglich die Interferenzoszillation der TR-Amplituden einer Referenzfolie und der Probefolie gemessen, um die relative Phasenlage zwischen diesen beiden Folien zu messen. Das Konzept

wurde experimentell durch Messungen mit zwei 15 μm dicken Beryllium–Referenzfolien und einer 4 μm dicken Titan–Probefolie bei Photonenergien um $\hbar\omega = 5 \text{ keV}$ untersucht, wobei auch in allen drei Schritten deutliche Intensitätsoszillationen nachgewiesen werden konnten. Allerdings waren die Oszillationen durch den durch die Kleinwinkelstreuung und die Divergenz des Elektronenstrahls verursachten Kohärenzverlust stark gedämpft, was die quantitative Auswertung der Messungen und damit die Bestimmung der Dispersion δ der Titan–Probefolie verhinderte. Nachteilig machte sich hier vor allem bemerkbar, dass der Elektronenstrahl in den drei Messschritten jeweils unterschiedliche Massenbelegungen durchquerte und daher die Streuung in allen drei Messschritten unterschiedlich war, was die relative Vergleichbarkeit der drei Messschritte verhinderte.

3. Messungen mit einer Probefolie zwischen zwei Folienstapeln

Prinzipiell scheint es denkbar, in Anordnung 2 die beiden Referenzfolien durch Folienstapel zu ersetzen. Durch entsprechend dimensionierte Stapel (vgl. z.B. [Bac94]) kann durch resonante Emission die TR–Amplitude der beiden Stapel so weit erhöht werden, dass demgegenüber die Amplitude der Probefolie vernachlässigbar wird. Das würde dann zu einem vereinfachten Messverfahren führen, das in nur zwei Schritten ablief: Schritt 1 mit den beiden Referenz–Folienstapeln und Schritt 2 mit der Probefolie zwischen den beiden Stapeln. Allerdings ist hierbei gegenüber dem Konzept 2 die vom Elektronenstrahl zu durchquerende Massenbelegung deutlich erhöht, was zu einer starken Verringerung der Kohärenz führt. Aus diesem Grunde wurde auch dieses Konzept nicht weiter verfolgt.

Aus den genannten Gründen führten die Untersuchungen mit den oben dargestellten Interferometerkonzepten nicht zum Erfolg. Durch die in den Kapiteln 3 und 4 beschriebene Anordnung aus nur einer Beryllium–Referenzfolie und einer Nickel–Probefolie konnten hingegen die Nachteile der in diesem Anhang beschriebenen alternativen Anordnungen vermieden oder zumindest soweit abgemildert werden, dass die Experimente erfolgreich durchgeführt und quantitativ ausgewertet werden konnten.

A.2. Herleitung der Gleichungen (3.3) und (3.4)

Zur Herleitung der Gleichungen (3.3) und (3.4) werden die in Abb. A.1 definierten Bezeichnungen verwendet. Aus Gl. (2.19) ergibt sich die an einer einzelnen Grenzfläche der Medien i und j emittierte TR–Amplitude zu [Che74]:

$$A_{ij} = \frac{\sqrt{\alpha} \theta \omega}{4\pi c} (Z_i - Z_j) , \quad (\text{A.1})$$

wobei α die Feinstrukturkonstante, θ den Beobachtungswinkel, ω die Frequenz der Strahlung, c die Lichtgeschwindigkeit und Z_i die Formationslänge des Mediums i nach Gl. (2.18) bezeichnen. Befindet sich zwischen zwei Emissionsorten die Medien k mit Dicken l_k , so beträgt die relative Phase der beiden Wellenzüge [Che74]:

$$\phi_{ij} = 2 \sum_{k=j}^i \frac{l_k}{Z_k} . \quad (\text{A.2})$$

Gegenüber Gl. (2.20) wurde hier lediglich auf den Fall mehrerer Medien zwischen den Quellorten

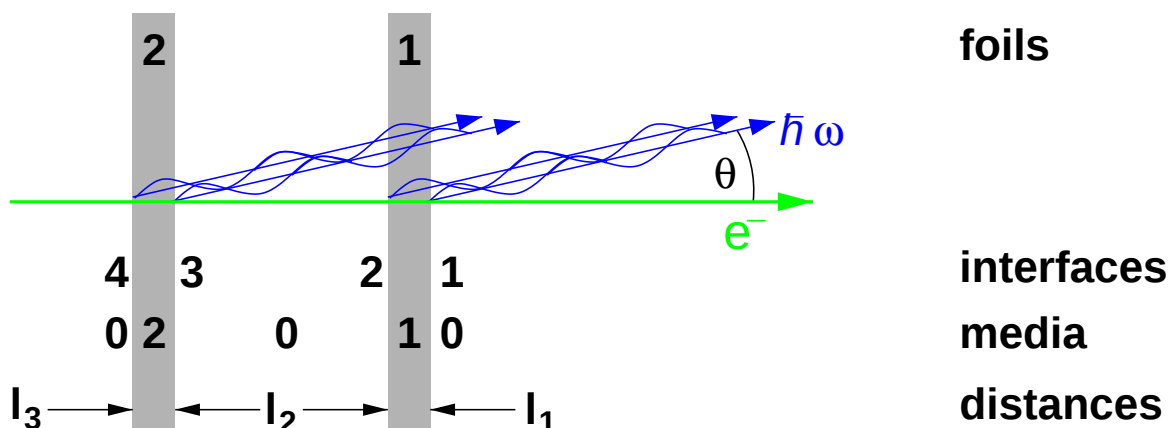


Abbildung A.1.: Skizze zur Berechnung der Intensitätsformel. Die Folien sind ebenso wie die Grenzflächen und die Foliendicken bzw. Abstände von rechts nach links aufsteigend durchnummeriert. Die Nummerierung der Medien entspricht der Nummerierung der Folien; es ist hier lediglich jeweils vor und hinter jeder Folie noch Vakuum als Medium Null mit berücksichtigt.

verallgemeinert. Die TR-Welle muss beim Weg von Grenzfläche i zur Grenzfläche j die Medien k mit Dicken l_k durchdringen und wird dabei um einen Faktor

$$\exp\left\{-\frac{\sigma_{ij}}{2}\right\} = \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{k=i}^i \sigma_k\right\} = \exp\left\{-\frac{\omega}{c}\sum_{k=i}^i \beta_k l_k\right\} \quad (\text{A.3})$$

abgeschwächt. Im zweiten Schritt wurde von Gl. (3.6) Gebrauch gemacht. Bezieht man o.B.d.A. die Phasen der vier im TR-Interferometer emittierten Wellenzüge auf die Grenzfläche 1, so ergibt sich daher folgende Gesamtamplitude:

$$A_{ges} = A_{10} + A_{01} e^{i\phi_{21} - \sigma_{21}/2} + A_{20} e^{i\phi_{31} - \sigma_{31}/2} + A_{02} e^{i\phi_{41} - \sigma_{41}/2} \quad . \quad (\text{A.4})$$

Nach Gl. (A.1) gilt $A_{ij} = -A_{ji}$. Da die Phasen φ_{ij} ebenso wie die Absorptionen σ_{ij} additiv zusammengesetzt sind (vgl. Gl. (A.2),(A.3)), lässt sich Gl. (A.4) umformen zu:

$$A_{ges} = + A_{10} - A_{10} e^{i\varphi_{21} - \sigma_{21}/2} + A_{20} e^{i(\varphi_{21} + \varphi_{32}) - (\sigma_{21} + \sigma_{32})/2} - A_{20} e^{i(\varphi_{21} + \varphi_{32} + \varphi_{43}) - (\sigma_{21} + \sigma_{32} + \sigma_{43})/2}. \quad (\text{A.5})$$

Da als Medium zwischen den Folien Vakuum verwendet wird, ist $\sigma_{32} = 0$. Es folgt daher

$$\begin{aligned}
A_{ges} &= +A_{10} - A_{10} e^{i\varphi_{21} - \sigma_{21}/2} \\
&\quad + A_{20} e^{i(\varphi_{21} + \varphi_{32}) - \sigma_{21}/2} - A_{20} e^{i(\varphi_{21} + \varphi_{32} + \varphi_{43}) - (\sigma_{21} + \sigma_{43})/2} \\
&= +A_{10} \left(1 - e^{i\varphi_{21} - \sigma_{21}/2}\right) + A_{20} \left(1 - e^{i\varphi_{43} - \sigma_{43}/2}\right) e^{i(\varphi_{21} + \varphi_{32}) - \sigma_{21}/2}
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Definiert man die Einzelamplituden der Folien i als A_i gemäß

$$A_1 = A_{10} \left(1 - e^{i\phi_{21} - \sigma_{21}/2} \right) \quad (\text{A.7})$$

$$\text{bzw.} \quad A_2 = A_{20} \left(1 - e^{i\phi_{43} - \sigma_{43}/2} \right), \quad (\text{A.8})$$

so lässt sich Gl. (A.6) weiter vereinfachen zu

$$A_{ges} = A_1 + A_2 e^{i(\varphi_{21} + \varphi_{32}) - \sigma_{21}/2} \quad . \quad (\text{A.9})$$

Die Intensität ergibt sich als das Amplitudenquadrat zu:

$$I_{ges} = |A_{ges}|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 e^{-\sigma_{21}} + 2 \Re \left\{ A_1 A_2^* e^{-i(\varphi_{21} + \varphi_{32}) - \sigma_{21}/2} \right\}. \quad (A.10)$$

Die Gesamtintensität ist demnach die inkohärente Summe der beiden Intensitäten der Einzelfolien mit einem Interferenzterm, der sich im Wesentlichen als Realteil des Produktes von A_1 mit dem komplex konjugierten A_2^* ergibt. Die Terme werden im Folgenden einzeln berechnet. Spaltet man die Einzelamplituden in Real- und Imaginärteil auf, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} A_1 &= \Re\{A_1\} + i \Im\{A_1\} \\ &= \sqrt{(\Re\{A_1\})^2 + (\Im\{A_1\})^2} e^{i \arctan\left(\frac{\Im\{A_1\}}{\Re\{A_1\}}\right)} \\ \Rightarrow A_1 &= |A_1| e^{i \arctan\left(\frac{\Im\{A_1\}}{\Re\{A_1\}}\right)} \end{aligned} \quad (A.11)$$

$$\text{und analog } A_2 = |A_2| e^{i \arctan\left(\frac{\Im\{A_2\}}{\Re\{A_2\}}\right)}. \quad (A.12)$$

Der Vergleich von Gl. (A.7) und Gl. (A.8) mit Gl. (A.11) und Gl. (A.12) liefert die Identitäten

$$\Re\{A_1\} = A_{10} \left(1 - e^{-\sigma_{21}/2} \cos \varphi_{21}\right) \quad (A.13)$$

$$\Im\{A_1\} = -A_{10} e^{-\sigma_{21}/2} \sin \varphi_{21} \quad (A.14)$$

$$\Re\{A_2\} = A_{20} \left(1 - e^{-\sigma_{43}/2} \cos \varphi_{43}\right) \quad (A.15)$$

$$\Im\{A_2\} = -A_{20} e^{-\sigma_{43}/2} \sin \varphi_{43}. \quad (A.16)$$

Es folgt daher

$$|A_1|^2 = A_1 A_1^* = A_{10}^2 \left(1 - e^{i\varphi_{21} - \sigma_{21}/2}\right) \left(1 - e^{-i\varphi_{21} - \sigma_{21}/2}\right) \quad (A.17)$$

$$\Rightarrow |A_1|^2 = A_{10}^2 \left(1 + e^{-\sigma_{21}} - 2 e^{-\sigma_{21}/2} \cos \varphi_{21}\right), \quad (A.18)$$

wobei im zweiten Schritt die Identität $\cos x = \frac{1}{2} (e^{ix} + e^{-ix})$ verwendet wurde. Analog ergibt sich:

$$|A_2|^2 = A_{20}^2 \left(1 + e^{-\sigma_{43}} - 2 e^{-\sigma_{43}/2} \cos \varphi_{43}\right). \quad (A.19)$$

Es bleibt also noch die Berechnung des Interferenzterms:

$$\begin{aligned} &2 \Re \left\{ A_1 A_2^* e^{-i(\varphi_{21} + \varphi_{32}) - \sigma_{21}/2} \right\} \\ &\stackrel{(A.11), (A.12)}{=} 2 |A_1| |A_2| e^{-\sigma_{21}/2} \Re \left\{ \exp \left[-i(\varphi_{21} + \varphi_{32}) + \arctan \left(\frac{\Im\{A_1\}}{\Re\{A_1\}} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \arctan \left(\frac{\Im\{A_2\}}{\Re\{A_2\}} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (A.20)$$

$$\begin{aligned} &\stackrel{(A.13)-(A.16)}{=} 2 |A_1| |A_2| e^{-\sigma_{21}/2} \cos \left\{ -\varphi_{21} - \varphi_{32} + \arctan \left(\frac{-A_{10} e^{-\sigma_{21}/2} \sin \varphi_{21}}{A_{10} (1 - e^{-\sigma_{21}/2} \cos \varphi_{21})} \right) \right. \\ &\quad \left. - \arctan \left(\frac{-A_{20} e^{-\sigma_{43}/2} \sin \varphi_{43}}{A_{20} (1 - e^{-\sigma_{43}/2} \cos \varphi_{43})} \right) \right\} \end{aligned} \quad (A.21)$$

$$\begin{aligned} &= 2 |A_1| |A_2| e^{-\sigma_{21}/2} \cos \left\{ +\varphi_{21} + \varphi_{32} + \arctan \left(\frac{e^{-\sigma_{21}/2} \sin \varphi_{21}}{1 - e^{-\sigma_{21}/2} \cos \varphi_{21}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \arctan \left(\frac{e^{-\sigma_{43}/2} \sin \varphi_{43}}{1 - e^{-\sigma_{43}/2} \cos \varphi_{43}} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (A.22)$$

Im letzten Schritt wurde aus dem Cosinus ein Minuszeichen ausgeklammert und verwendet, dass $\arctan(-x) = -\arctan(x)$ und $\cos(-x) = \cos(x)$. Die ersten beiden Terme in der Phase des Cosinus lassen sich umschreiben:

$$\varphi_{21} + \varphi_{32} \stackrel{(A.2)}{=} 2 \left(\frac{l_1}{Z_1} + \frac{l_2}{Z_0} \right) \quad (A.23)$$

$$\stackrel{(2.18)}{=} \frac{\omega}{2c} (l_1 (\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_1) + l_2 (\gamma^{-2} + \theta^2)) \quad (A.24)$$

$$\stackrel{(3.1),(3.5)}{=} \phi_1 + \frac{\omega}{c} \Delta' \quad , \quad (A.25)$$

wobei gegenüber den Gleichungen (3.1) und (3.5) die Längenbezeichnungen folgendermaßen “übersetzt” werden müssen: $l_1 = t_1$, $l_2 + l_3 = d$, $l_3 = t_2$ und damit $\Rightarrow l_2 = d - t_2$ (vgl. Abb. 3.1 und A.1). Aus den Gleichungen (A.10), (A.22) und (A.25) folgen die herzuleitenden Gleichungen:

$$I(\theta, d) = |A_1|^2 + |A_2|^2 e^{-\sigma_1} + 2|A_1||A_2| e^{-\sigma_1/2} \cos \Phi \quad (3.3)$$

$$\text{und} \quad \Phi = \frac{\omega}{c} \Delta'(\theta, d) + \phi_1 + \arctan \left(\frac{e^{-\sigma_1/2} \sin(\phi_1)}{1 - e^{-\sigma_1/2} \cos(\phi_1)} \right) - \arctan \left(\frac{e^{-\sigma_2/2} \sin(\phi_2)}{1 - e^{-\sigma_2/2} \cos(\phi_2)} \right) . \quad (3.4)$$

qed

A.3. Analytische Beschreibung der Kohärenz

In Gleichung (3.3) ist die durch die Emittanz des Elektronenstrahls verursachte Winkelmischung (vgl. Kap. 3.5.1) nicht berücksichtigt. Um diesen zur Kohärenzverminderung führenden Einfluss analytisch berücksichtigen zu können, muss in Analogie zur von Dambach et al. [Dam98a, Dam98b] beschriebenen Vorgehensweise die in den beiden Interferometerfolien emittierte Intensität mit der entsprechenden Winkelverteilungen gefaltet werden. Der von H. Backe [Bac99] entwickelte Gang der Rechnung ist Gegenstand dieses Abschnitts. Es werden die in Abb. A.1 beschriebenen Bezeichnungen verwendet.

Ohne Berücksichtigung der Winkelverbreiterungen addieren sich beim Beobachtungswinkel θ_0 die von den beiden Folien emittierten Strahlungsbeiträge zur Gesamtintensität $I(\theta_0)$:

$$\begin{aligned} I(\theta_0) &= |A(\theta_0)|^2 \\ &= A_{10}^2 \left(1 + e^{-\sigma_1} - 2e^{-\sigma_1/2} \cos \varphi_{21} \right) + A_{20}^2 e^{-\sigma_1} \left(1 + e^{-\sigma_2} - 2e^{-\sigma_2/2} \cos \varphi_{43} \right) \\ &\quad + 2 A_{10} A_{20} \left[e^{-\sigma_1} \cos(\varphi_{21} + \varphi_{32}) + e^{-\sigma_1 - \sigma_2/2} \cos(\varphi_{32} + \varphi_{43}) \right. \\ &\quad \left. - e^{-\sigma_1/2 - \sigma_2/2} \cos(\varphi_{21} + \varphi_{32} + \varphi_{43}) - e^{-\sigma_1} \cos \varphi_{32} \right] . \end{aligned} \quad (A.26)$$

Die in Gl. (A.26) auftretenden Amplituden A_{i0} sind die Amplituden der TR einer einzelnen Grenzfläche, die durch Gl. (A.1) gegeben sind. Der Winkel θ_0 , unter dem die Intensität beobachtet wird, ist im idealen Interferometer gegeben durch die Detektorposition relativ zur Strahlachse des Elektronenstrahls, siehe Abb. A.2a. Unter dem Einfluss einer Winkelmischung kann der Weg des Elektrons jedoch von der Sollbahn abweichen, so dass die Beobachtung bei gleicher Detektorposition unter dem

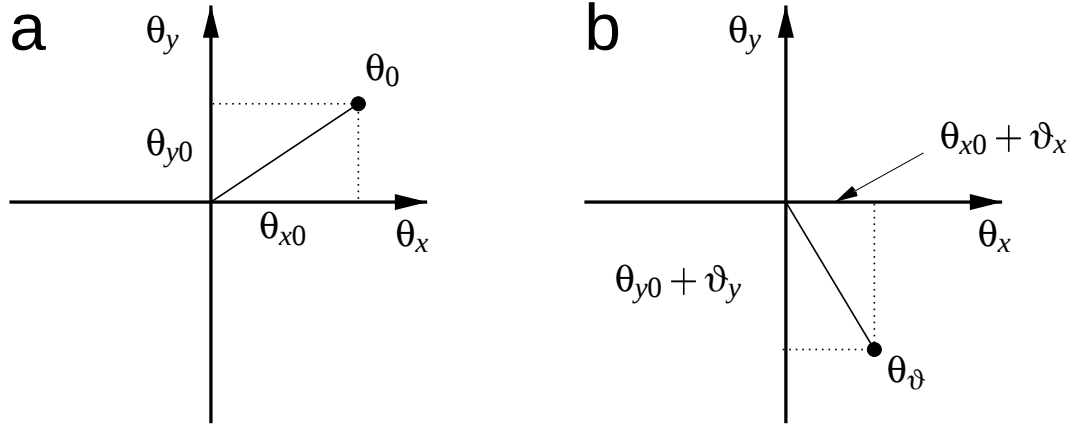


Abbildung A.2.: Definition der Beobachtungswinkel in der Detektorebene. a) Situation vor Winkeländerung; b) Situation nach Winkeländerungen ϑ_x und ϑ_y . Durch den Einfluss der Winkeländerungen ϑ_x und ϑ_y wird anstatt unter dem Soll-Beobachtungswinkel θ_0 unter dem effektiven Winkel θ_ϑ beobachtet. Die Elektronenbahn definiert in beiden Fällen die Lage des Koordinatenursprungs $\theta_x = \theta_y = 0$.

effektiven Winkel θ_ϑ stattfindet, siehe Abb. A.2b. Es gelten dabei nach Abb. A.2 folgende Beziehungen:

$$\vartheta_x = \theta_x - \theta_{x0}, \quad \vartheta_y = \theta_y - \theta_{y0} \quad (\text{A.27})$$

$$\theta_0^2 = \theta_{x0}^2 + \theta_{y0}^2 \quad (\text{A.28})$$

$$\theta_\vartheta^2 = (\theta_{x0} - \vartheta_x)^2 + (\theta_{y0} - \vartheta_y)^2 \quad (\text{A.29})$$

Die im idealen Interferometer beobachtete Intensität I (s. Gl. (A.26)) muss daher bezüglich der Winkelkoordinaten θ_x und θ_y mit Gauß-Verteilungen mit Breiten σ_{θ_x} und σ_{θ_y} zur im realen Interferometer beobachteten Intensität I' gefaltet werden:

$$\begin{aligned} I'(\theta_0) &= \langle |A(\theta_0)|^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\theta_x, \theta_y) \frac{1}{2\pi\sigma_{\theta_x}\sigma_{\theta_y}} e^{-\frac{(\theta_{x0}-\theta_x)^2}{2\sigma_{\theta_x}^2}} e^{-\frac{(\theta_{y0}-\theta_y)^2}{2\sigma_{\theta_y}^2}} d\theta_x d\theta_y \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\theta_{x0} + \vartheta_x, \theta_{y0} + \vartheta_y) \frac{1}{2\pi\sigma_{\theta_x}\sigma_{\theta_y}} e^{-\frac{\vartheta_x^2}{2\sigma_{\theta_x}^2}} e^{-\frac{\vartheta_y^2}{2\sigma_{\theta_y}^2}} d\vartheta_x d\vartheta_y \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Im zweiten Schritt wurde hierbei von der in Gl. (A.27) angegebenen Variablensubstitution Gebrauch gemacht. Die Faltung kann auf Grund der Winkelabhängigkeit der TR-Intensität I nicht analytisch durchgeführt werden. Um dennoch eine Näherungslösung zu erhalten, wird die Intensität durch eine Taylor-Entwicklung angenähert. Nach Gl. (A.26) setzt sich die Intensität I aus Produkten der Amplituden der Einzelgrenzflächen A_{i0} zusammen. Diese können allgemein ausgedrückt werden:

$$f^{(ij)}(\theta) = f^{(ij)}(\theta_x, \theta_y) = A_{i0}A_{j0}, \quad (\text{A.31})$$

$$\simeq \alpha_0^{(ij)} + \alpha_{1x}^{(ij)}\vartheta_x + \alpha_{1y}^{(ij)}\vartheta_y + \alpha_{2x}^{(ij)}\vartheta_x^2 + \alpha_{2y}^{(ij)}\vartheta_y^2 + \alpha_{2xy}^{(ij)}\vartheta_x\vartheta_y \quad (\text{A.32})$$

Beim Übergang von Gl. (A.31) zu Gl. (A.32) wurde die Taylor-Entwicklung der Funktion $f^{(ij)}(\theta)$ an der Stelle θ_0 bis zur zweiten Ordnung in θ durchgeführt (vgl. z.B. [Bro87]). Die Entwicklungskoeffi-

zienten $\alpha_k^{(ij)}$ sind durch folgende Ausdrücke gegeben:

$$\begin{aligned}
 \alpha_0^{(ij)} &= f^{(ij)}(\theta_0) \\
 \alpha_{1x}^{(ij)} &= \frac{\theta_{x0}}{\theta_0} f^{(ij)'}(\theta_0) \\
 \alpha_{1y}^{(ij)} &= \frac{\theta_{y0}}{\theta_0} f^{(ij)'}(\theta_0) \\
 \alpha_{2x}^{(ij)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_{x0}^2}{\theta_0^2} f^{(ij)''}(\theta_0) + \frac{\theta_{y0}^2}{\theta_0^3} f^{(ij)'}(\theta_0) \right) \\
 \alpha_{2y}^{(ij)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_{y0}^2}{\theta_0^2} f^{(ij)''}(\theta_0) + \frac{\theta_{x0}^2}{\theta_0^3} f^{(ij)'}(\theta_0) \right) \\
 \alpha_{2xy}^{(ij)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_{x0}\theta_{y0}}{\theta_0^2} f^{(ij)''}(\theta_0) - \frac{\theta_{x0}\theta_{y0}}{\theta_0^3} f^{(ij)'}(\theta_0) \right)
 \end{aligned} \tag{A.33}$$

Striche als obere Indices zeigen den Grad der Ableitung nach dem Beobachtungswinkel θ an. Die in Gl. (A.33) auftretenden Ableitungen von $f^{(ij)}$ ergeben sich aus den Ableitungen der Amplituden A_{i0} gemäß

$$f^{(ij)'}(\theta) = \frac{d f^{(ij)}(\theta)}{d\theta} = A'_{i0} A_{j0} + A_{i0} A'_{j0}, \tag{A.34}$$

$$f^{(ij)''}(\theta) = \frac{d^2 f^{(ij)}(\theta)}{d\theta^2} = A''_{i0} A_{j0} + 2A'_{i0} A'_{j0} + A_{i0} A''_{j0}. \tag{A.35}$$

Nach Gl. (A.1) und Gl. (2.18) sind die Amplituden der Einzelgrenzflächen A_{i0} gegeben durch

$$A_{i0} = \frac{\sqrt{\alpha}\theta}{\pi} \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_i} \right). \tag{A.36}$$

Daraus ergeben sich die folgenden Ableitungen:

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_{i0}}{d\theta} &= \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi} \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_i} \right) \\
 &\quad - \frac{2\sqrt{\alpha}\theta^2}{\pi} \left(\left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} \right)^2 - \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_i} \right)^2 \right),
 \end{aligned} \tag{A.37}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 A_{i0}}{d\theta^2} &= - \frac{6\sqrt{\alpha}\theta}{\pi} \left(\left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} \right)^2 - \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_i} \right)^2 \right) \\
 &\quad + \frac{8\sqrt{\alpha}\theta^3}{\pi} \left(\left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2} \right)^3 - \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + \theta^2 + 2\delta_i} \right)^3 \right).
 \end{aligned} \tag{A.38}$$

Die bis zur zweiten Ordnung durchgeführte Taylor-Entwicklung erlaubt es, die Faltung nach Gl. (A.32) analytisch durchzuführen. Die Lösungen der dabei auftretenden bestimmten Integrale sind im Abschnitt A.4 angegeben. Es ergibt sich folgendes Faltungsergebnis:

$$\begin{aligned}
 \langle |A(\theta_0)|^2 \rangle = & \\
 & (1 + e^{-\sigma_1}) \left[\alpha_0^{(11)} + \alpha_{2x}^{(11)} I_{2x} + \alpha_{2y}^{(11)} I_{2y} \right] \\
 & + e^{-\sigma_1} (1 + e^{-\sigma_2}) \left[\alpha_0^{(22)} + \alpha_{2x}^{(22)} I_{2x} + \alpha_{2y}^{(22)} I_{2y} \right] \\
 & - 2 e^{-\sigma_1/2} \left[\alpha_0^{(11)} I_0^{\cos}(D_{21}, T_{21}) + \alpha_{1x}^{(11)} I_{1x}^{\cos}(D_{21}, T_{21}) + \alpha_{1y}^{(11)} I_{1y}^{\cos}(D_{21}, T_{21}) \right. \\
 & \quad \left. + \alpha_{2x}^{(11)} I_{2x}^{\cos}(D_{21}, T_{21}) + \alpha_{2y}^{(11)} I_{2y}^{\cos}(D_{21}, T_{21}) + \alpha_{2xy}^{(11)} I_{2xy}^{\cos}(D_{21}, T_{21}) \right] \\
 & - 2 e^{-\sigma_1 - \sigma_2/2} \left[\alpha_0^{(22)} I_0^{\cos}(D_{43}, T_{43}) + \alpha_{1x}^{(22)} I_{1x}^{\cos}(D_{43}, T_{43}) + \alpha_{1y}^{(22)} I_{1y}^{\cos}(D_{43}, T_{43}) \right. \\
 & \quad \left. + \alpha_{2x}^{(22)} I_{2x}^{\cos}(D_{43}, T_{43}) + \alpha_{2y}^{(22)} I_{2y}^{\cos}(D_{43}, T_{43}) + \alpha_{2xy}^{(22)} I_{2xy}^{\cos}(D_{43}, T_{43}) \right] \\
 & + 2 \alpha_0^{(12)} \left[e^{-\sigma_1/2} I_0^{\cos}(D_{31}, T_{31}) + e^{-\sigma_1 - \sigma_2/2} I_0^{\cos}(D_{42}, T_{42}) \right. \\
 & \quad \left. - e^{-\sigma_1/2 - \sigma_2/2} I_0^{\cos}(D_{41}, T_{41}) - e^{-\sigma_1} I_0^{\cos}(D_{32}, T_{32}) \right] \\
 & + 2 \alpha_{1x}^{(12)} \left[e^{-\sigma_1/2} I_{1x}^{\cos}(D_{31}, T_{31}) + e^{-\sigma_1 - \sigma_2/2} I_{1x}^{\cos}(D_{42}, T_{42}) \right. \\
 & \quad \left. - e^{-\sigma_1/2 - \sigma_2/2} I_{1x}^{\cos}(D_{41}, T_{41}) - e^{-\sigma_1} I_{1x}^{\cos}(D_{32}, T_{32}) \right] \\
 & + 2 \alpha_{1y}^{(12)} \left[e^{-\sigma_1/2} I_{1y}^{\cos}(D_{31}, T_{31}) + e^{-\sigma_1 - \sigma_2/2} I_{1y}^{\cos}(D_{42}, T_{42}) \right. \\
 & \quad \left. - e^{-\sigma_1/2 - \sigma_2/2} I_{1y}^{\cos}(D_{41}, T_{41}) - e^{-\sigma_1} I_{1y}^{\cos}(D_{32}, T_{32}) \right] \\
 & + 2 \alpha_{2x}^{(12)} \left[e^{-\sigma_1/2} I_{2x}^{\cos}(D_{31}, T_{31}) + e^{-\sigma_1 - \sigma_2/2} I_{2x}^{\cos}(D_{42}, T_{42}) \right. \\
 & \quad \left. - e^{-\sigma_1/2 - \sigma_2/2} I_{2x}^{\cos}(D_{41}, T_{41}) - e^{-\sigma_1} I_{2x}^{\cos}(D_{32}, T_{32}) \right] \\
 & + 2 \alpha_{2y}^{(12)} \left[e^{-\sigma_1/2} I_{2y}^{\cos}(D_{31}, T_{31}) + e^{-\sigma_1 - \sigma_2/2} I_{2y}^{\cos}(D_{42}, T_{42}) \right. \\
 & \quad \left. - e^{-\sigma_1/2 - \sigma_2/2} I_{2y}^{\cos}(D_{41}, T_{41}) - e^{-\sigma_1} I_{2y}^{\cos}(D_{32}, T_{32}) \right] \\
 & + 2 \alpha_{2xy}^{(12)} \left[e^{-\sigma_1/2} I_{2xy}^{\cos}(D_{31}, T_{31}) + e^{-\sigma_1 - \sigma_2/2} I_{2xy}^{\cos}(D_{42}, T_{42}) \right. \\
 & \quad \left. - e^{-\sigma_1/2 - \sigma_2/2} I_{2xy}^{\cos}(D_{41}, T_{41}) - e^{-\sigma_1} I_{2xy}^{\cos}(D_{32}, T_{32}) \right] \tag{A.39}
 \end{aligned}$$

Dabei wurden folgende Abkürzungen verwendet:

$$D_{21} = \frac{l_1 \omega}{2c} (\gamma^{-2} + 2\delta_1) , \quad T_{21} = \frac{l_1 \omega}{2c} \tag{A.40}$$

$$D_{32} = \frac{l_2 \omega}{2c} \gamma^{-2} , \quad T_{32} = \frac{l_2 \omega}{2c} \tag{A.41}$$

$$D_{43} = \frac{l_3 \omega}{2c} (\gamma^{-2} + 2\delta_3) , \quad T_{43} = \frac{l_3 \omega}{2c} \tag{A.42}$$

$$D_{31} = \frac{(l_1 + l_2) \omega}{2c} \gamma^{-2} + \frac{l_1 \omega}{c} \delta_1 , \quad T_{31} = \frac{(l_1 + l_2) \omega}{2c} \tag{A.43}$$

$$D_{42} = \frac{(l_2 + l_3) \omega}{2c} \gamma^{-2} + \frac{l_3 \omega}{c} \delta_3 , \quad T_{42} = \frac{(l_2 + l_3) \omega}{2c} \tag{A.44}$$

$$D_{41} = \frac{(l_1 + l_2 + l_3) \omega}{2c} \gamma^{-2} + \frac{\omega}{c} (l_1 \delta_1 + l_3 \delta_3) , \quad T_{41} = \frac{(l_1 + l_2 + l_3) \omega}{2c} \tag{A.45}$$

$$I_{2x}(D_{ij}, T_{ij}) = \sigma_{\theta_x}^2 \quad (\text{A.46})$$

$$I_{2y}(D_{ij}, T_{ij}) = \sigma_{\theta_y}^2 \quad (\text{A.47})$$

$$\begin{aligned} I_0^{\cos}(D_{ij}, T_{ij}) &= \sqrt{a_x a_y} (a_x^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{1}{4}} (a_y^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{a_x T_{ij}^2 \theta_{x0}^2}{a_x^2 + T_{ij}^2}} e^{-\frac{a_y T_{ij}^2 \theta_{y0}^2}{a_y^2 + T_{ij}^2}} \times \\ &\times \cos \left(\frac{1}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_x} + \frac{1}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_y} + \theta_{x0}^2 \frac{a_x^2 T_{ij}}{a_x^2 + T_{ij}^2} + \theta_{y0}^2 \frac{a_y^2 T_{ij}}{a_y^2 + T_{ij}^2} + D_{ij} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

$$\begin{aligned} I_{1x}^{\cos}(D_{ij}, T_{ij}) &= -\sqrt{a_x a_y} T_{ij} \theta_{x0} (a_x^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{3}{4}} (a_y^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{a_x T_{ij}^2 \theta_{x0}^2}{a_x^2 + T_{ij}^2}} e^{-\frac{a_y T_{ij}^2 \theta_{y0}^2}{a_y^2 + T_{ij}^2}} \times \\ &\times \sin \left(\frac{3}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_x} + \frac{1}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_y} + \theta_{x0}^2 \frac{a_x^2 T_{ij}}{a_x^2 + T_{ij}^2} + \theta_{y0}^2 \frac{a_y^2 T_{ij}}{a_y^2 + T_{ij}^2} + D_{ij} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$

$$\begin{aligned} I_{1y}^{\cos}(D_{ij}, T_{ij}) &= -\sqrt{a_x a_y} T_{ij} \theta_{y0} (a_x^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{1}{4}} (a_y^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{3}{4}} e^{-\frac{a_x T_{ij}^2 \theta_{x0}^2}{a_x^2 + T_{ij}^2}} e^{-\frac{a_y T_{ij}^2 \theta_{y0}^2}{a_y^2 + T_{ij}^2}} \times \\ &\times \sin \left(\frac{1}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_x} + \frac{3}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_y} + \theta_{x0}^2 \frac{a_x^2 T_{ij}}{a_x^2 + T_{ij}^2} + \theta_{y0}^2 \frac{a_y^2 T_{ij}}{a_y^2 + T_{ij}^2} + D_{ij} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.50})$$

$$\begin{aligned} I_{2x}^{\cos}(D_{ij}, T_{ij}) &= \frac{\sqrt{a_x a_y}}{2} \sqrt{T_{ij}^2 + (a_x - 2T_{ij}^2 \theta_{x0}^2)^2} (a_x^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{5}{4}} (a_y^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{1}{4}} \times \\ &\times e^{-\frac{a_x T_{ij}^2 \theta_{x0}^2}{a_x^2 + T_{ij}^2}} e^{-\frac{a_y T_{ij}^2 \theta_{y0}^2}{a_y^2 + T_{ij}^2}} \cos \left(\frac{1}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_x} + \frac{1}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_y} \right. \\ &\quad \left. + \theta_{x0}^2 \frac{a_x^2 T_{ij}}{a_x^2 + T_{ij}^2} + \theta_{y0}^2 \frac{a_y^2 T_{ij}}{a_y^2 + T_{ij}^2} + D_{ij} - \arctan \frac{B_{2x}}{A_{2x}} \right) \\ \text{mit} \quad A_{2x} &= \frac{a_x}{2} + T_{ij}^2 \theta_{x0}^2 \left(\frac{T_{ij}^2 - a_x^2}{a_x^2 + T_{ij}^2} \right), \quad B_{2x} = -\frac{T_{ij}}{2} + \frac{2a_x T_{ij}^3 \theta_{x0}^2}{a_x^2 + T_{ij}^2} \end{aligned} \quad (\text{A.51})$$

$$\begin{aligned} I_{2y}^{\cos}(D_{ij}, T_{ij}) &= \frac{\sqrt{a_x a_y}}{2} \sqrt{T_{ij}^2 + (a_y - 2T_{ij}^2 \theta_{y0}^2)^2} (a_x^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{1}{4}} (a_y^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{5}{4}} \times \\ &\times e^{-\frac{a_x T_{ij}^2 \theta_{x0}^2}{a_x^2 + T_{ij}^2}} e^{-\frac{a_y T_{ij}^2 \theta_{y0}^2}{a_y^2 + T_{ij}^2}} \cos \left(\frac{1}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_x} + \frac{1}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_y} \right. \\ &\quad \left. + \theta_{x0}^2 \frac{a_x^2 T_{ij}}{a_x^2 + T_{ij}^2} + \theta_{y0}^2 \frac{a_y^2 T_{ij}}{a_y^2 + T_{ij}^2} + D_{ij} - \arctan \frac{B_{2y}}{A_{2y}} \right) \\ \text{mit} \quad A_{2y} &= \frac{a_y}{2} + T_{ij}^2 \theta_{y0}^2 \left(\frac{T_{ij}^2 - a_y^2}{a_y^2 + T_{ij}^2} \right), \quad B_{2y} = -\frac{T_{ij}}{2} + \frac{2a_y T_{ij}^3 \theta_{y0}^2}{a_y^2 + T_{ij}^2} \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

$$I_{2xy}^{\cos}(D_{ij}, T_{ij}) = -\sqrt{a_x a_y} T_{ij}^2 \theta_{x0} \theta_{y0} (a_x^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{3}{4}} (a_y^2 + T_{ij}^2)^{-\frac{3}{4}} e^{-\frac{a_x T_{ij}^2 \theta_{x0}^2}{a_x^2 + T_{ij}^2}} e^{-\frac{a_y T_{ij}^2 \theta_{y0}^2}{a_y^2 + T_{ij}^2}} \times \\ \times \cos \left(\frac{3}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_x} + \frac{3}{2} \arctan \frac{T_{ij}}{a_y} + \theta_{x0}^2 \frac{a_x^2 T_{ij}}{a_x^2 + T_{ij}^2} + \theta_{y0}^2 \frac{a_y^2 T_{ij}}{a_y^2 + T_{ij}^2} + D_{ij} \right) \quad (\text{A.53})$$

Die Größen a_x und a_y beschreiben die Breiten der horizontalen bzw. vertikalen Winkelverteilung. Sie sind gegeben durch:

$$a_x = \frac{1}{2\sigma_{\theta_x}^2}, \quad a_y = \frac{1}{2\sigma_{\theta_y}^2}. \quad (\text{A.54})$$

Da das in Gl. (A.39) angegebene Faltungsergebnis etwas unübersichtlich ist, werden zur Diskussion weitere Vereinfachungen gemacht. Insbesondere wird im Folgenden nicht mehr zwischen horizontaler Richtung x und vertikaler Richtung y unterschieden, so dass statt $a_{x,y}$ die Größe $a = 1/(2\sigma_\theta^2)$ verwendet wird. In Gl. (A.39) treten konstante und oszillierende Terme auf, wobei die oszillierenden Terme Exponentialfunktionen als gemeinsame Vorfaktoren besitzen. Die Gesamtintensität $\langle |A(\theta)|^2 \rangle$ lässt sich daher zu folgendem Ausdruck vereinfachen:

$$I'(\theta_0) = \langle |A(\theta_0)|^2 \rangle = K + K' \cdot e^{-\frac{aT^2\theta_0^2}{a^2+T^2}} \cos \Phi'. \quad (\text{A.55})$$

Hier bezeichnet K den konstanten Anteil der Intensität, K' den Betrag des oszillierenden Anteils, T steht stellvertretend für die in den Exponentialfunktionen auftretenden verschiedenen T_{ij} und Φ' für die Phasenlage der Oszillation, die gegenüber der Phasenlage Φ ohne Kohärenzverlust (vgl. Gl. (3.4)) um mehrere Beiträge modifiziert ist, wie anhand der verschiedenen Phasen in den Gl. (A.48) bis (A.53) ersichtlich ist.

Die in Gl. (A.55) vorgenommenen Vereinfachungen erlauben es, die Kohärenz C nach der Definition in Gl. (3.12) zu berechnen:

$$C = \frac{K'}{K} e^{-\xi} \quad (\text{A.56})$$

$$\text{mit } \xi = \frac{aT^2\theta_0^2}{a^2+T^2} \quad (\text{A.57})$$

Die nach Gl. (A.56) maximal mögliche Kohärenz beträgt $C_{\max} = K'/K$. Aus $K \geq K'$ folgt $C_{\max} \leq 1$. Den Maximalwert Eins kann die Kohärenz nur annehmen, wenn $K = K'$. Das ist genau dann der Fall, wenn die Übergangsstrahlung der beiden Einzelfolien des Interferometers für den betrachteten Beobachtungswinkel θ_0 und die betrachtete Photonenenergie $\hbar\omega$ exakt gleich sind, was sich im Allgemeinen nur näherungsweise erreichen lässt (siehe auch Abb. 3.5). In den gemäß Gl. (A.39) zu K' beitragenden, oszillierenden Integralen $I^{\cos}$ treten Vorfaktoren unterschiedlicher Struktur auf:

1. Die Terme $I_0^{\cos}$ enthalten Vorfaktoren der Form $a/\sqrt{a^2 + T_{ij}^2}$. Dabei ist a nach Gl. (A.54) gegeben durch $a = 1/(2\sigma_\theta^2)$, während T_{ij} in den Gl. (A.40) bis (A.45) definiert wurde. Für kleine Winkelbreiten $\sigma_\theta \approx 30 \mu\text{rad}$, wie sie in den Experimenten am Mainzer Mikrottron auftreten, gilt daher $a \gg T$, so dass der Vorfaktor nahezu Eins ist und daher vernachlässigt werden kann.

2. Demgegenüber enthalten die Integrale der ersten Ordnung $I_1^{\cos}$ Vorfaktoren der Form $-T_{ij}\theta_0/\sqrt{a^2 + T_{ij}^2}$. Dieser Vorfaktor kann ein Absinken der Kohärenz mit sinkendem Beobachtungswinkel θ_0 bewirken.
3. Die Terme der zweiten Ordnung $I_2^{\cos}$ besitzen gemeinsame Vorfaktoren der Form $(a^2 + T_{ij}^2)^{-3/2}$. Darüber hinaus treten auch winkelabhängige Vorfaktoren auf, die kaum noch in allgemeiner Form diskutiert werden können.

Neben dem Amplitudenverhältnis hat auch der Exponent ξ entscheidenden Einfluss auf die Kohärenz. Für die folgende Diskussion sei hier exemplarisch für T der in Gl. (A.41) angegebene Ausdruck $T_{32} = \frac{l_2\omega}{2c}$ verwendet. Es folgt:

$$\xi = \frac{a l_2^2 \omega^2 \theta_0^2}{4 a^2 c^2 + l_2^2 \omega^2} \quad , \quad (\text{A.58})$$

bzw. ausführlicher

$$\xi = \frac{\sigma_\theta^2 l_2^2 \omega^2 \theta_0^2}{2 c^2 + 2 \sigma_\theta^4 l_2^2 \omega^2} = \frac{\sigma_\theta^2 l_2^2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \theta_0^2}{2 \left(1 + \sigma_\theta^4 l_2^2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\right)} \quad , \quad (\text{A.59})$$

wobei nach Gl. (A.54) für horizontal und vertikal gleich breite Winkelverteilungen $a = 1/(2\sigma_\theta^2)$ gesetzt wurde. Nach Gl. (A.56) und dem durch Gl. (A.59) gegebenen Exponenten fällt die Kohärenz C demnach mit wachsender Winkelbreite σ_θ , mit wachsendem Folienabstand l_2 und mit wachsendem Beobachtungswinkel θ_0 , während bei Beobachtung auf der Achse (*on axis*), bei verschwindendem Folienabstand $l_2 = 0 \mu\text{m}$ und bei verschwindender Winkelbreite σ_θ kein Kohärenzverlust auftritt. In den Abbildungen A.3 und A.4 ist der Verlauf des exponentiellen Abfalls für einige Parametersätze dargestellt. Zur weiteren Diskussion der Gl. (A.59) lassen sich zwei Grenzfälle unterscheiden:

1. **“Kleine” Abstände**, d.h. $l_2 \ll c/(\omega\sigma_\theta^2)$.

Ein Zahlenbeispiel soll den Geltungsbereich dieser Näherung verdeutlichen: Mit $\hbar c = 197.33 \cdot 10^{-9} \text{ eVm}$, $\hbar\omega = 10 \text{ keV}$ und $\sigma_\theta = 50 \mu\text{rad}$ ergibt sich die Bedingung $l_2 \ll 8 \text{ mm}$, was für $l_2 \leq 1 \text{ mm}$ gut erfüllt ist. In diesem Fall lässt sich der Exponent weiter umrechnen und es folgt

$$\xi = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sigma_\theta^2 l_2^2 \theta_0^2 \quad . \quad (\text{A.60})$$

Demnach wächst der Exponent proportional zum Quadrat von σ_θ , l_2 und θ_0 . Ein Anwachsen jeder dieser Größen führt nach Gl. (A.56) zum exponentiellen Absinken der Kohärenz. Für die oben genannten Parameter sinkt bei Beobachtung unter $\theta_0 = 0.6 \text{ mrad}$ die Kohärenz bei $l_2 = 1550 \mu\text{m}$ unter das 0.5-fache ihres Ausgangswertes ab (s. Kurve C in Abb. A.3a).

2. **“Große” Abstände**, d.h. $l_2 \gg c/(\omega\sigma_\theta^2)$.

In diesem Fall ergibt sich aus Gl. (A.59) der Ausdruck

$$\xi = \frac{\theta_0^2}{2\sigma_\theta^2} \quad . \quad (\text{A.61})$$

Für diesen Fall ist der Exponent ξ und damit nach Gl. (A.56) auch die Kohärenz nicht mehr vom Folienabstand abhängig, so dass für alle Abstände ein Rest an Kohärenz bleibt. Ein Beispiel ist Kurve J in Abb. A.3b für $l_2 \geq 1000 \mu\text{m}$, wo die Kohärenz nicht weiter absinkt. Dagegen wächst

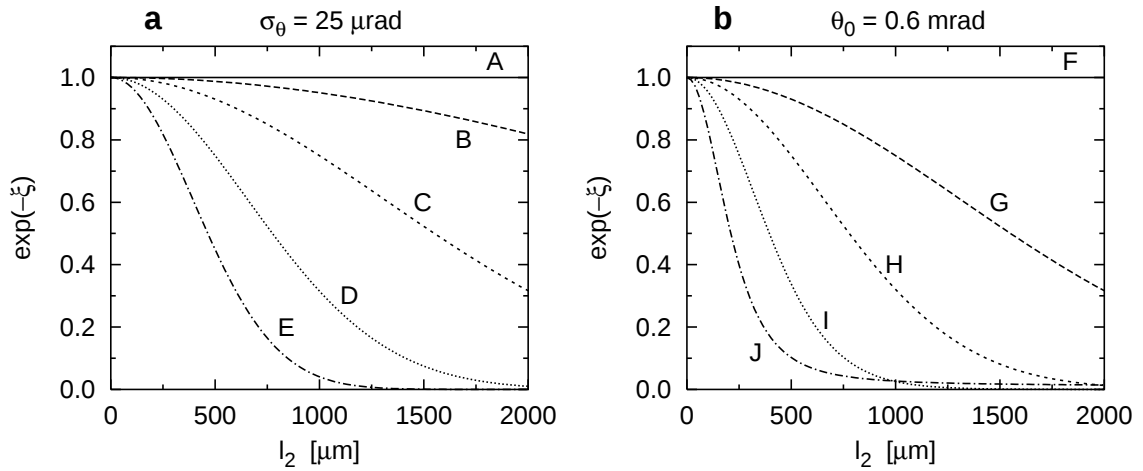


Abbildung A.3.: Exponentieller Abfall der Kohärenz nach Gl. (A.56) und (A.59) als Funktion des Folieneabstandes l_2 bei fester Photonenenergie $\hbar\omega = 10$ keV.

a) Abfall bei fester Winkelbreite $\sigma_\theta = 25 \mu\text{rad}$ mit den Kurven A) Beobachtungswinkel $\theta = 0.0$ mrad; B) $\theta_0 = 0.25$ mrad; C) $\theta_0 = 0.6$ mrad; D) $\theta_0 = 1.2$ mrad; E) $\theta_0 = 2.0$ mrad.
b) Abfall bei festem Beobachtungswinkel $\theta_0 = 0.6$ mrad mit den Kurven F) Winkelbreite $\sigma_\theta = 0 \mu\text{rad}$; G) $\sigma_\theta = 25 \mu\text{rad}$; H) $\sigma_\theta = 50 \mu\text{rad}$; I) $\sigma_\theta = 100 \mu\text{rad}$; J) $\sigma_\theta = 200 \mu\text{rad}$.

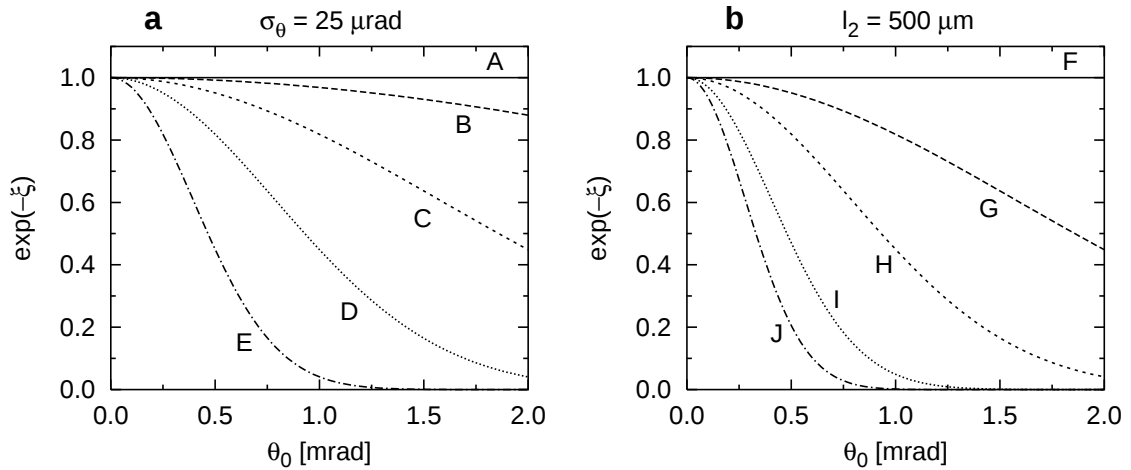


Abbildung A.4.: Exponentieller Abfall der Kohärenz nach Gl. (A.56) und (A.59) als Funktion des Beobachtungswinkels θ bei fester Photonenenergie $\hbar\omega = 10$ keV.

a) Abfall bei fester Winkelbreite $\sigma_\theta = 25 \mu\text{rad}$ mit den Kurven A) Folieneabstand $l_2 = 0 \mu\text{m}$; B) $l_2 = 200 \mu\text{m}$; C) $l_2 = 500 \mu\text{m}$; D) $l_2 = 1000 \mu\text{m}$; E) $l_2 = 2000 \mu\text{m}$.
b) Abfall bei festem Folieneabstand $l_2 = 500 \mu\text{m}$ mit den Kurven F) Winkelbreite $\sigma_\theta = 0 \mu\text{rad}$; G) $\sigma_\theta = 25 \mu\text{rad}$; H) $\sigma_\theta = 50 \mu\text{rad}$; I) $\sigma_\theta = 100 \mu\text{rad}$; J) $\sigma_\theta = 200 \mu\text{rad}$.

der Exponent wie im oben diskutierten Fall des “kleinen” Folienabstandes mit dem Quadrat des Beobachtungswinkels θ_0 . Erstaunlicherweise sinkt dagegen der Exponent mit dem Quadrat der Winkelbreite σ_θ^2 . Dies führt dazu, dass die Kohärenz mit wachsender Winkelbreite nicht abfällt, sondern anwächst, wie der Vergleich der Kurven I und J in Abb. A.3b für $l_2 \geq 1000 \mu\text{m}$ zeigt. Allerdings handelt es sich hier nur um ein Anwachsen der Kohärenz um einen kleinen Betrag, da für die angegebenen Parameter die Kohärenz bei $l_2 = 1000 \mu\text{m}$ bereits unter das 0.03-fache ihres Ausgangswertes abgesunken ist.

Der Vergleich der Abbildungen A.3 und A.4 mit Abbildung 3.12 zeigt, dass die analytischen Rechnungen zumindest qualitativ den Abfall der Kohärenz voraussagen können. Allerdings konnten die interferometrischen Messdaten nicht mit hinreichender Genauigkeit durch Anpassungen der durch Gl. (A.39) gegebenen Funktion wiedergegeben werden. Als mögliche Ursachen kommen in Betracht:

1. Die Berücksichtigung der komplizierten Winkelabhängigkeit der Übergangsstrahlung (vgl. Gl. (2.19) und Abb. 2.5) gelingt nur durch eine Taylor-Entwicklung bis zur zweiten Ordnung im Beobachtungswinkel (vgl. Gl. (A.32)). Möglicherweise müssen zur Herleitung von Gl. (A.39) höhere Terme berücksichtigt werden.
2. Die Streuung der Elektronen in den Folien bewirkt nach den Untersuchungen in Abschnitt 3.5 zwar qualitativ eine ähnliche Reduktion der Kohärenz wie die Winkelmischung auf Grund der Emittanz des Elektronenstrahls, so dass erwartet werden kann, dass sich der Einfluss der Streuung durch Vergrößerung der Winkelbreite σ_θ berücksichtigen lässt. Allerdings wird die Streuerverteilung der Elektronen in den Folien durch eine Gauß-Verteilung nur näherungsweise wiedergegeben (vgl. Abschnitt 3.5.2 und Anhang A.5). Zudem wird in den analytischen Rechnungen nicht berücksichtigt, dass auf Grund der Aufstreuung in den Folien die Divergenz des Elektronenstrahls nicht konstant ist, sondern von Grenzfläche zu Grenzfläche größer wird.

Alle Anpassungen im Rahmen dieser Arbeit (vgl. Kap. 6.2) wurden daher anstelle der analytischen Funktion nach Gl. (A.39) mit den im Anhang B.1 beschriebenen Monte Carlo-Simulationen durchgeführt.

A.4. Bestimmte Integrale

Für die Berechnungen in Abschnitt A.3 werden die folgenden bestimmte Integrale benötigt. Es sind dabei $x, a, p, q, r \in \mathbb{R}$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-ax^2} dx = 0 \quad (\text{A.62})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} a^{-\frac{3}{2}} \quad (\text{A.63})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} a^{-\frac{5}{2}} \quad (\text{A.64})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} \cos(px^2 + 2qx + r) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt[4]{a^2 + p^2}} e^{-\frac{aq^2}{a^2 + p^2}} \cos\left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r\right) \quad (\text{A.65})$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-ax^2} \cos(px^2 + 2qx + r) dx \\ = -\frac{\sqrt{\pi} q}{(a^2 + p^2)^{\frac{5}{4}}} e^{-\frac{aq^2}{a^2 + p^2}} \left[a \sin\left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r\right) \right. \\ \left. + p \cos\left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.66})$$

$$= -\frac{\sqrt{\pi} q}{(a^2 + p^2)^{\frac{5}{4}}} e^{-\frac{aq^2}{a^2 + p^2}} \sin\left(\frac{3}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r\right) \quad (\text{A.67})$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} \cos(px^2 + 2qx + r) dx \\ = \frac{\sqrt{\pi}}{(a^2 + p^2)^{\frac{5}{4}}} e^{-\frac{aq^2}{a^2 + p^2}} \left[\left(-\frac{p}{2} + \frac{2aq^2 p}{a^2 + p^2}\right) \sin\left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r\right) \right. \\ \left. + \left(\frac{a}{2} - q^2 + \frac{2p^2 q^2}{a^2 + p^2}\right) \cos\left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.68})$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\sqrt{p^2 + (a - 2q^2)^2}}{(a^2 + p^2)^{\frac{5}{4}}} e^{-\frac{aq^2}{a^2 + p^2}} \cos\left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r - \arctan \frac{B}{A}\right) \quad (\text{A.69})$$

$$\text{mit } A = -\frac{a}{2} - q^2 + \frac{2p^2 q^2}{a^2 + p^2} \quad \text{und} \quad B = -\frac{p}{2} + \frac{2apq^2}{a^2 + p^2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} \sin(px^2 + 2qx + r) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt[4]{a^2 + p^2}} e^{-\frac{aq^2}{a^2 + p^2}} \sin\left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r\right) \quad (\text{A.70})$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-ax^2} \sin(px^2 + 2qx + r) dx \\ = +\frac{\sqrt{\pi} q}{(a^2 + p^2)^{\frac{5}{4}}} e^{-\frac{aq^2}{a^2 + p^2}} \left[a \cos\left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r\right) \right. \\ \left. - p \sin\left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.71})$$

$$= +\frac{\sqrt{\pi} q}{(a^2 + p^2)^{\frac{5}{4}}} e^{-\frac{aq^2}{a^2 + p^2}} \cos\left(\frac{3}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r\right) \quad (\text{A.72})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} \sin(px^2 + 2qx + r) dx$$

$$= -\frac{\sqrt{\pi}}{(a^2 + p^2)^{\frac{5}{4}}} e^{-\frac{aq^2}{a^2 + p^2}} \left[\left(-\frac{p}{2} + \frac{2aq^2p}{a^2 + p^2} \right) \cos \left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r \right) - \left(\frac{a}{2} - q^2 + \frac{2p^2q^2}{a^2 + p^2} \right) \sin \left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r \right) \right] \quad (\text{A.73})$$

$$= -\frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\sqrt{p^2 + (a - 2q^2)^2}}{(a^2 + p^2)^{\frac{5}{4}}} e^{-\frac{aq^2}{a^2 + p^2}} \sin \left(\frac{1}{2} \arctan \frac{p}{a} - \frac{pq^2}{a^2 + p^2} + r - \arctan \frac{B}{A} \right) \quad (\text{A.74})$$

$$\text{mit } A = -\frac{a}{2} - q^2 + \frac{2p^2q^2}{a^2 + p^2} \quad \text{und} \quad B = -\frac{p}{2} + \frac{2apq^2}{a^2 + p^2}$$

Da der explizite Beweis jedes der aufgeführten Integrale zu umfangreich ist, wird hier jeweils nur die Idee der Herleitung angedeutet. Dafür werden die folgenden Formeln benötigt:

$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos \left(x - \arctan \frac{b}{a} \right) \quad (\text{A.75})$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \sin \left(x + \arctan \frac{a}{b} \right) \quad (\text{A.76})$$

- Integral (A.62)
folgt direkt, da x ungerade und e^{-ax^2} gerade und daher das Produkt $x \cdot e^{-ax^2}$ ungerade.
- Integral (A.63)
folgt aus Integral (A.68) mit $p = q = r = 0$.
- Integral (A.64)
folgt durch partielle Ableitung nach a des Integrals (A.63).
- Integral (A.65)
entspricht Nr. 3.923–2 in Integraltabelle [Gra65] mit $b = c = 0$.
- Integral (A.66)
Herleitung durch partielle Ableitung nach q von Nr. 3.923–1 aus Integraltabelle [Gra65] mit $b = c = 0$.
- Integral (A.67)
folgt aus Integral (A.66) mit Gl. (A.76).
- Integral (A.68)
Herleitung durch partielle Ableitung nach p von Nr. 3.923–1 aus Integraltabelle [Gra65] mit $b = c = 0$.
- Integral (A.69)
folgt aus Integral (A.68) mit Gl. (A.75).
- Integral (A.70)
folgt durch die Ersetzung in Gl. (A.65): $r \rightarrow r' = r + \frac{3}{2}\pi$.
- Integral (A.71)
folgt durch die Ersetzung in Gl. (A.66): $r \rightarrow r' = r + \frac{3}{2}\pi$.
- Integral (A.72)
folgt aus Integral (A.71) mit Gl. (A.75).

- Integral (A.73)
folgt durch die Ersetzung in Gl. (A.68): $r \rightarrow r' = r + \frac{3}{2}\pi$.
- Integral (A.72)
folgt aus Integral (A.71) mit Gl. (A.76).

A.5. Mehrfachstreuung geladener Teilchen in Materie

Beim Durchgang von geladenen Teilchen durch Materie kommt es auf Grund der Coulomb–Wechselwirkung zur Aufstreuung des Teilchenstrahls. Diese kann im Rahmen der 1947/1948 von Molière entwickelten Theorie [Mol47, Mol48] beschrieben werden. Angewendet auf den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Fall des Durchtritts relativistischer Elektronen durch dünne Folien kann die Beschreibung verkürzt werden, so dass hier nur die zur Berechnung der Streuverteilung an den Grenzflächen der Interferometerfolien verwendeten Gleichungen wiedergegeben werden.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt der Coulomb–Streuung einfach geladener Projektile der Energie E an einem durch die Hüllenelektronen abgeschirmten Atomkern mit Kernladungszahl Z kann für kleine Streuwinkel θ_{sc} durch

$$\frac{d\sigma}{2\pi\theta_{sc}d\theta_{sc}} = \left(\frac{2Z(Z+1)e^2}{p v} \right)^2 (\theta_{sc}^2 + \theta_{\alpha}^2)^{-2} \quad (\text{A.77})$$

beschrieben werden [Kei60]. Nach Bethe [Bet53] wurde hier die von Molière [Mol47] angegebene Z^2 –Abhängigkeit durch $Z(Z+1)$ ersetzt, um den Streubeitrag durch die Hüllenelektronen mit zu berücksichtigen. In Gl. (A.77) bezeichnet e die Elementarladung, p den Impuls des Elektronenstrahls und v seine Geschwindigkeit. Der Abschirmwinkel θ_{α} kann durch

$$\theta_{\alpha}^2 = 2.007 \cdot 10^{-5} \frac{Z^{\frac{2}{3}}}{p^2} \left[1 + 3.34 \left(\frac{\alpha Z}{\beta} \right)^2 \right] \quad (\text{A.78})$$

berechnet werden [Lyn91]. Der Impuls der Elektronen kann durch $p = \beta\gamma m_e c$ aus der reduzierten Geschwindigkeit β , dem Lorentz–Faktor γ und der Elektronenruhemasse m_e berechnet werden kann. Die Breite der Streuverteilung wird durch den charakteristischen Winkel θ_c beschrieben, der durch

$$\theta_c^2 = 0.157 \frac{Z(Z+1)t\rho}{Ap^2\beta^2} \quad (\text{A.79})$$

ausgedrückt werden kann [Lyn91]. Hier bezeichnen t die Dicke der streuenden Materieschicht, ρ ihre Dichte und A ihr Atomgewicht. Die mittlere Stoßzahl m der Elektronen in einer Materieschicht ergibt sich dann aus [Lyn91]

$$m = \left(\frac{\theta_c}{\theta_{\alpha}} \right)^2. \quad (\text{A.80})$$

Mittlere Stoßzahlen zwischen 1 und 20 definieren das Gebiet der Mehrfachstreuung, das auch bei den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Folien vorliegt: Für die Berylliumfolie einer Dicke von $10 \mu\text{m}$ liegt die mittlere Stoßzahl bei $m_{Be} = 12.7$, und bei der Nickelprobe mit einer Dicke von $2 \mu\text{m}$ bei

$m_{\text{Ni}} = 18.3$. Nach Keil et al. [Kei60] kann für den Fall der Mehrfachstreuung die Winkelverteilung für ganzzahlige Stoßzahlen durch folgende analytische Formel beschrieben werden:

$$F^*(m, \vartheta) \vartheta d\vartheta = \vartheta d\vartheta \sum_{\lambda=0}^m \sum_{\mu=0}^{m-\lambda} \binom{m}{\lambda} \binom{m-\lambda}{\mu} b_1^\lambda b_2^\mu (c_1\lambda + c_2\mu) [(c_1\lambda + c_2\mu)^2 + \vartheta^2]^{-\frac{3}{2}} e^{-m}. \quad (\text{A.81})$$

Hier bezeichnet ϑ den reduzierten Streuwinkel, der gemäß $\vartheta = \theta_{sc}/\theta_\alpha$ aus dem Streuwinkel θ_{sc} und dem Abschirmwinkel θ_α berechnet werden kann. In Gl. (A.81) muss der Summand mit der Indexkombination $\lambda = \mu = 0$ ausgeschlossen werden, da er für $\vartheta = 0$ einen undefinierten Beitrag und für $\vartheta \neq 0$ einen verschwindenden Beitrag ergibt. Dieser Term stellt den Anteil der ungestreuten Teilchen $e^{-m}\delta(\vartheta)$ dar, wobei δ hier die Dirac'sche Deltadistribution bezeichnet. Nach Keil et al. [Kei60] sind die Konstanten in Gl. (A.81) durch $b_1 = 2.10667$, $b_2 = -0.388388$, $c_1 = 0.935$ und $c_2 = 5.000$ gegeben. Durch Interpolation zwischen den benachbarten ganzzahligen Stoßzahlen kann aus Gleichung (A.81) auch für nicht ganzzahlige Stoßzahlen m die Streuverteilung berechnet werden.

A.6. Bremsstrahlung

Bei der Streuung der Elektronen an den Atomkernen kommt es zur Erzeugung von Bremsstrahlung. Für die Bremsstrahlung von Elektronen der Energie E an freien Atomen mit Kernladungszahl Z beträgt in Born'scher Näherung und unter den Bedingungen $\hbar\omega \ll E$ bzw. $E[\text{MeV}] \gg 100 \cdot Z^{-1/3}$ die Zahl der pro Elektron und relativer Bandbreite von $d\hbar\omega/\hbar\omega$ beim Durchtritt durch eine Massenbelegung $\rho_i l_i$ in das Raumwinkelement $d\Omega$ emittierte Photonenzahl [Jac83]:

$$\frac{d^3N}{(d\hbar\omega/\hbar\omega) d\Omega d(\rho_i l_i)} = \frac{N_A}{M_m} \frac{8\alpha}{\pi} Z^2 r_0^2 \gamma^2 \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) \frac{1 + \gamma^4 \theta^4}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^4}. \quad (\text{A.82})$$

Hier bezeichnet $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ die Avogadro-Konstante, M_m die molare Masse, r_0 den klassischen Elektronenradius, γ den Lorentz-Faktor des relativistischen Elektronenstrahls und θ den Beobachtungswinkel.

Findet die Streuung jedoch nicht am freien Atom, sondern in kondensierter Materie statt, so wird durch den Dichte-Effekt (*density effect*) sowohl die Intensität, als auch die Winkelverteilung der Bremsstrahlung drastisch verändert. Es ergibt sich [Ter72, Bac98]:

$$\frac{d^3N}{(d\hbar\omega/\hbar\omega) d\Omega d(\rho_i l_i)} = \frac{N_A}{M_m} \frac{8\alpha}{\pi} Z^2 r_0^2 \gamma'^2 \ln\left(\frac{183\gamma'}{Z^{1/3}}\right) \left(\frac{\gamma'}{\gamma}\right)^4 \frac{1 + \gamma'^4 \theta'^4}{(1 + \gamma'^2 \theta'^2)^4}, \quad (\text{A.83})$$

wobei sich der modifizierte Lorentz-Faktor γ' gemäß

$$\gamma' = \frac{\gamma}{\sqrt{1 + \left(\frac{\gamma\omega_p}{\omega}\right)^2}} \quad (\text{A.84})$$

aus dem Lorentz-Faktor γ und der in Gl. (2.16) definierten Plasmafrequenz berechnen lässt. Besonders für kleine Photonenenergien $\hbar\omega$ weicht demnach γ' von γ ab. Dagegen gilt für steigende Photonenenergien $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \gamma' = \gamma$, so dass Gl. (A.83) in Gl. (A.82) übergeht.

In Abb. A.5 sind mit und ohne Berücksichtigung des Dichte-Effekts berechnete Kurven verglichen. Man erkennt die starke Verbreiterung der Winkelverteilung und die deutliche Intensitätsverringernung bei Photonenenergien $\hbar\omega < \sqrt{\hbar\omega_p}$, wobei der starke Abfall unterhalb 5 keV auf die in der Rechnun-

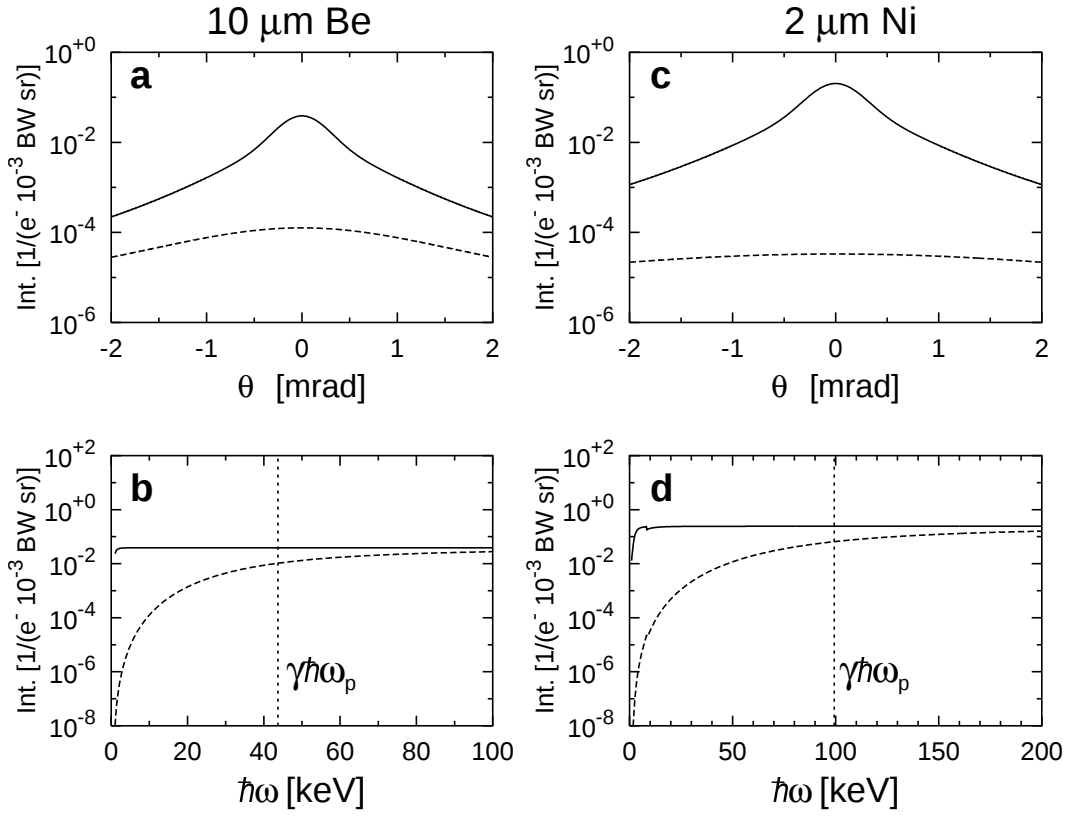


Abbildung A.5.: Von 855 MeV-Elektronen in den Interferometerfolien erzeugte Bremsstrahlung (BS). Durchgezogene Kurven: BS an freien Atomen nach Gl. (A.82); Gestrichelte Kurven: BS in kondensierter Materie mit Berücksichtigung des Dichte-Effekts nach Gl. (A.83). a) Winkelverteilung der BS aus 10 μm Beryllium bei $\hbar\omega = 10$ keV; b) Energiespektrum der BS aus 10 μm Beryllium bei $\theta = 0.0$ mrad; c) Winkelverteilung der BS aus 2 μm Nickel bei $\hbar\omega = 10$ keV; d) Energiespektrum der BS aus 2 μm Nickel bei $\theta = 0.0$ mrad. Die Plasmafrequenzen betragen für Beryllium $\hbar\omega_p = 26.1$ eV und für Nickel $\hbar\omega_p = 59.4$ eV. Die Dichten betragen $\rho_{Be} = 1.848$ g/cm³ bzw. $\rho_{Ni} = 8.90$ g/cm³. Die Selbstabsorption der Strahlung in den Folien ist in den Rechnungen berücksichtigt.

gen berücksichtigte Selbstabsorption der Strahlung in den Materieschichten zurückzuführen ist. Auf Grund der starken Unterdrückung bei den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Photonenenergien von unter 10 keV ist die Bremsstrahlung für die Interferometrieexperimente völlig vernachlässigbar.

B. Rechenprogramme

In diesem Anhang werden die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Rechenprogramme beschrieben. Dies umfasst neben den Programmen zur Simulation der Übergangsstrahlung, die Programme zur Auswertung der Rohdaten der pn-CCD und der Rohdaten, die mit dem Datenaufnahmeprogramm BAC [Bar91] gemessen wurden.

B.1. Simulation der Übergangstrahlung

In diesem Abschnitt wird zunächst der Ablauf der Simulationen zur Berechnung der Übergangsstrahlung zusammengefasst. Im Anschluss werden die Bestandteile des Programmpakets `tr_simul` beschrieben.

B.1.1. Prinzip der Simulation

Ziel der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Simulationen¹ ist die Berechnung der Übergangsstrahlung, die von relativistischen Elektronen beim Durchtritt durch dünne Folien emittiert wird. Im Experiment kann der Weg der Elektronen auf Grund der Emittanz des Elektronenstrahls und der Kleinwinkelstreuung der Elektronen in den Folien von der Sollbahn abweichen. Daher kommt es zu Mischungen der Beobachtungswinkel, wie in Abb. B.1 schematisch dargestellt. Die Simulationsrechnung verfolgt den Weg eines Ensembles von Elektronen durch die Folienanordnung, wobei an jeder Grenzfläche der Winkel der Elektronen relativ zur Sollbahn mit Hilfe der *Transformation Method* [Pre92] nachgebildet werden.

Die Änderung des Streuwinkels innerhalb der Formationslänge beim Eindringen in die Folie bzw. beim Austritt aus der Folie kann vernachlässigt werden, da die TR-Amplitude gemäß Gl. (A.1) wesentlich von der Vakuumformationslänge bestimmt wird. Weil die Formationslänge im Vakuum deutlich größer ist als die Formationslänge in Materie (vgl. Abb. 2.4), wird die Übergangsstrahlung hauptsächlich emittiert, wenn sich das Elektron im Vakuum befindet, wo keine Streueignisse stattfinden². Die sukzessive Aufweitung der Streuverteilung innerhalb der Folien muss daher nicht detailliert berechnet werden, sondern es genügt die Berechnung des Elektronenwinkels an den Grenzflächen.

Die Winkeldivergenz des Elektronenstrahls wird dabei als Gauß-Verteilung beschrieben, während der Streuwinkel nach Durchtritt durch jede Folie gemäß der in Gl. (A.81) angegebenen Winkelverteilung beschrieben wird. Nachdem in dieser Weise der Polarwinkel der Elektronen an jeder Grenz-

¹Die Simulationen folgen in wesentlichen Grundzügen dem Algorithmus, der in den Diplomarbeiten von H.-J. Hartmann [Har92] und S. Gampert [Gam93], sowie in der Dissertation von R. Zahn [Zah94] beschrieben wurde. Allerdings wurde der Code der Rechenprogramme vollkommen neu erstellt.

²Um diese Aussage zu stützen, wurden Simulationsrechnungen durchgeführt. Dabei wurde bei der Berechnung der Formationslänge im Medium beim Eintritt der Elektronen in die Folien die Streuung innerhalb der folgenden Materieschicht bereits mit berücksichtigt. Es konnten innerhalb der statistischen Streuungen der Simulationen keine Abweichungen festgestellt werden.

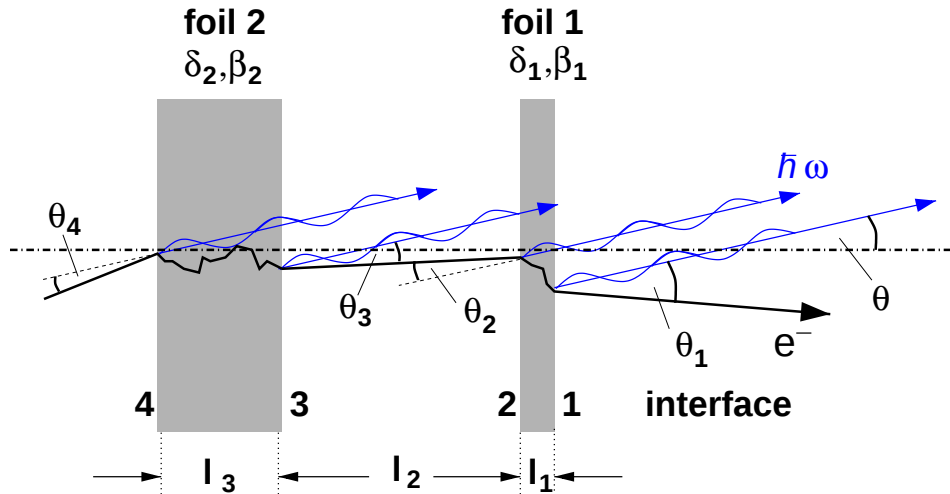


Abbildung B.1.: Prinzip der Monte Carlo-Simulation. Auf Grund der Divergenz des Elektronenstrahls und der Kleinwinkelstreuung in den Folien weicht der schematisch eingezeichnete Weg des Elektrons von der als strichpunktierte Linie dargestellten Sollbahn ab. Die Simulation berechnet die unter dem effektiven Beobachtungswinkel θ_i an jeder Grenzfläche i emittierte Übergangsstrahlung bei feststehender Detektorposition unter dem Sollwinkel θ relativ zur Sollbahn des Elektrons. Die auftretenden Streuwinkel, sowie die Emissionswinkel der Übergangsstrahlung θ_i sind aus Gründen der Darstellung stark vergrößert.

fläche festgelegt wurde, wird der Azimutwinkel der Elektronenbahn nach einer Gleichverteilung im Intervall $[0, 2\pi]$ gewürfelt. Die Polar- und Azimutwinkel an aufeinanderfolgenden Grenzflächen werden addiert, um die sukzessive Aufweitung des Elektronenstrahls beschreiben zu können. Der Winkel zwischen diesem für jedes Elektron an jeder Grenzfläche i bestimmten Richtungsvektor und der Beobachtungsrichtung stellt den Beobachtungswinkel θ_i dar, der in die Berechnung der emittierten Amplituden eingeht. Für jedes Elektron werden die an den vier Grenzflächen emittierten Übergangsstrahlungs-Amplituden nach Gl. (A.1) mit den durch Gl. (2.20) gegebenen Phasen und unter Berücksichtigung der radialen Polarisierung (vgl. Abb. 2.6) und der Selbstabsorption der Strahlung in den nachfolgenden Materieschichten (s. Gl. (2.5)) berechnet. Die zur Berechnung benötigten Eigenschaften der Folien mit Index k wie Dichte ρ_k , Kernladungszahl Z_k , Atomgewicht A_k , Dispersion δ_k und Absorption β_k werden aus separaten Dateien eingelesen.

Die als Funktion des Beobachtungswinkels θ , der Photonenenergie $\hbar\omega$ und des Folienabstandes l_2 an den einzelnen Grenzflächen erzeugten TR-Amplituden werden dann kohärent addiert und zur Intensität quadriert. Dabei muss wegen der Zylindersymmetrie der Übergangsstrahlung nicht zwischen horizontalen und vertikalen Winkelkoordinaten unterschieden werden, wodurch die benötigte Rechenzeit drastisch verringert wird. Durch Mittelung über alle Elektronen des Ensembles werden statistische Fluktuationen der Simulationsrechnung ausgeglichen. Eine Mittelung über 1000 Elektronen liefert in den meisten Fällen bereits befriedigende Ergebnisse.

B.1.2. Umrechnung der Einheiten

Die Gleichungen aus Kap. 2.2 erlauben die Berechnung der Intensität der Übergangsstrahlung, wobei als physikalische Einheit üblicherweise $1/(e^- 10^{-3} \text{BW sr})$ gewählt wird. Zur Umrechnung auf die in einer Einzelmessung in einem Pixel der pn-CCD erwartete (einheitenlose) Zahl von Photonen muss

die so berechnete Intensität mit der Größe A_F multipliziert werden, die die Einheit ($\text{e}^- 10^{-3} \text{BW sr}$) besitzt. In die Berechnung von A_F gehen die experimentellen Parameter ein, wie an einer Beispielrechnung für die Messserie 1 verdeutlicht werden soll:

$$A_F = \frac{I_e}{e} \cdot \frac{I_R}{\tan \theta_B} \cdot f \cdot \Omega \cdot \varepsilon \cdot t. \quad (\text{B.1})$$

Die einzelnen Größen bezeichnen:

I_e	$= 29.7 \text{ nA}$	:	Elektronenstrahlstrom, s. Tab. 5.3;
e	$= 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	:	Elementarladung;
I_R	$= 3.44 \cdot 10^{-5}$	:	integrale Reflektivität des [111]–Reflexes, s. Gl. (2.29);
θ_B	$= 11.49^\circ$	:	Bragg–Winkel bei $\hbar\omega = 9929 \text{ eV}$, s. Gl. (2.24);
f	$= 1.343$	:	Fokussierungsfaktor, s. Gl. (6.4);
Ω	$= 1.86 \cdot 10^{-10} \text{ sr}$	:	von einem Pixel abgedeckter Raumwinkel, s. Tab. 5.3;
ε	$= 0.88$	:	Nachweiswahrscheinlichkeit der pn–CCD, s. Tab. 5.3;
t	$= 20 \text{ s}$	:	Belichtungszeit pro Einzelmessung, s. Tab. 5.3.

Mit den angegebenen experimentellen Parametern der Messserie 1 ergibt sich ein erwarteter Wert von $A_F = 137.5 \text{ e}^- 10^{-3} \text{BW sr}$.

B.1.3. Programmpaket tr_simul

Die Simulationsprogramme zur Berechnung der Übergangsstrahlung und Bremsstrahlung aus dünnen Folien bilden gemeinsam mit einigen Hilfsprogrammen das Paket tr_simul, dessen Bestandteile im Folgenden kurz erläutert werden. Berücksichtigt werden bei den Rechnungen optional Polarisation, Elektronenstrahldivergenz, Selbstabsorption, anomale Dispersion und Streuung der Elektronen in den Folien. Die Parameter der Rechnung werden aus einer Parameterdatei eingelesen.

Alle Programme sind in der Sprache C geschrieben. Ziel war die möglichst gut strukturierte Programmierung, um Änderungen am Quellcode zu erleichtern. Zugleich sollte die Programm schnell sein — daher werden möglichst viele Rechenoperationen im Hauptspeicher des Rechners ohne Festplattenzugriffe durchgeführt. Das führte zur Notwendigkeit dynamischer Speicherverwaltung, die recht konsequent eingesetzt wird. Lauffähige Versionen des Pakets existieren für PCs unter dem Betriebssystem *LINUX* (Kernel 2.2), für *alpha workstations* unter dem Betriebssystem *digital UNIX V3.2C*, sowie für *SUN sparcstations* unter dem Betriebssystem *solaris 2.5*. Verwendet wurde jeweils der Compiler gcc in der Version 2.7.

Verzeichnisstruktur

Die Programme sind zur besseren Übersicht auf folgende Verzeichnissen verteilt:

Verzeichnis	Inhalt
bin	ausführbare Programme
include	Header–Dateien
lib	Bibliotheken
materials	Dateien mit Materialeigenschaften
par_files	Beispiel–Parameterdateien
src	C–Quellcode
test	Dateien zum Testen

In der zentralen Header-Datei `globals.h` werden alle allgemeinen Konstanten, globalen Variablen, sowie eigene Variablentypen definiert.

Bibliotheken

Die enthaltenen Bibliotheken in alphabetischer Reihenfolge:

`bs_calc`

dient zur Berechnung der Bremsstrahlungsintensität aus Folienstapeln mit oder ohne Berücksichtigung des Dichte-Effekts (s. Abschn. A.6).

`divers`

enthält diverse Funktionen zum Lesen und Schreiben der Dateien.

`integral`

stellt zwei verschiedenen Integrationsroutinen nach dem Gauß-Tschebyscheff- bzw. Simpson-Algorithmus zur Verfügung [Pre92].

`mat lese`

enthält Routinen zum Einlesen der Dateien mit Materialeigenschaften Dichte ρ , Kernladungszahl Z , Atomgewicht A , Streufaktor f_1 , Absorptionskoeffizient μ_a , die für zahlreiche Materialien in separaten Dateien eingetragen wurden.

`mathematics`

enthält mathematische Funktionen.

`par lese`

dient zum Lesen der Parameterdateien, in denen die Geometrie der Folienanordnung definiert wird.

`speicher`

stellt Routinen zur dynamischen Speicherverwaltung zur Verfügung.

`streuung`

berechnet die Streuung der Elektronen in den Folien gemäß Kap. A.5.

`tr_calc`

dient zur Berechnung der Übergangstrahlungs-Intensität aus Folienstapeln gemäß Kap. 2.2.

Hauptprogramme

Die Hauptprogramme des Pakets sind die Folgenden:

`tr_simul`

Berechnet die von einem Folienstapel emittierte Übergangstrahlung (TR) bzw. Bremsstrahlung (BS). Gerechnet wird die Abhängigkeit der Strahlung von der Photonenenergie und dem Beobachtungswinkel bei fester Folienanordnung. Mit `tr_simul` berechnete Kurven sind z.B. in den Abbildungen 3.2b und 3.5 dargestellt.

`optimize`

optimiert eine Folienanordnung bezüglich der maximalen Intensität. Es werden dabei jeweils zwei der drei Parameter Folienabstand, Folienzahl und Foliendicke variiert.

`intfero`

berechnet TR- oder BS-Intensität in Abhängigkeit des Folienabstandes. Mit `intfero` berechnete Kurven sind z.B. in Abb. 3.2a und 3.7a dargestellt.

intfero3d

Berechnet TR- oder BS-Intensität in Abhängigkeit des Folienabstandes einerseits und andererseits des Beobachtungswinkels oder der Photonenenergie.

Hilfsprogramme

Zur weiteren Bearbeitung der berechneten Spektren dienen die im folgenden in alphabetischer Reihenfolge aufgeführten Hilfsprogramme:

absorb

multipliziert eine TR-Datei mit der totaler Absorption in einer Materieschicht. Die Energieabhängigkeit der Absorption wird berücksichtigt. Dient zur Beschreibung der Absorption der Strahlung in Fenstern oder Luftschichten auf dem Weg zu Detektor.

add_spectra

summiert 2 TR-Dateien. Kann z.B. zur Addition der TR und BS einer Folienanordnung verwendet werden.

chg_unit

rechnet die Einheiten in einer TR-Datei um.

de_falt

faltet eine TR-Datei mit einer Energieverteilung, die entweder als Rechteckfunktion oder als Gauß-Verteilung angenommen werden kann. Typische Anwendung ist die Berücksichtigung der Energieakzeptanz des Nachweissystems, d.h. des Spektrometers oder des Detektors.

delta_2_f1

berechnet aus der Dispersion δ den Streufaktor f_1 (s. Gl. (2.10)).

delta_2_fstrich

berechnet aus der Dispersion δ den Streufaktor f' (s. Gl. (2.12)).

delta_exp

berechnet aus zwei TR-Dateien die Dispersion δ nach der Idee, das Experiment mit zwei Einzelfolien zu machen, die sich in der Dicke um einen Faktor 2 unterscheiden.

dw_falt

faltet eine TR-Datei mit Winkelverteilung, die entweder als Rechteckfunktion oder als Gauß-Verteilung angenommen werden kann. Anwendung ist die Berücksichtigung der Winkelakzeptanz des Nachweissystems, die z.B. durch eine Blende vor dem Detektor oder die Größe des Elektronenstrahlflecks definiert werden kann.

e_spektrum

projiziert aus einer TR-Datei das Energiespektrum bei einem Winkel heraus. Gegebenenfalls wird zwischen zwei Gitterpunkten interpoliert.

f1_2_delta

rechnet den Streufaktor f_1 in die Dispersion δ um (s. Gl. (2.10)).

f2_2_mue

rechnet den Streufaktor f_2 in den Photoabsorptionskoeffizienten μ_a um.

formation

berechnet die Formationslängen für alle Medien in Abhängigkeit von Energie und/oder Winkel (s. Gl. (2.18)).

`fstrich_2_delta`

berechnet aus dem Streufaktor f' die Dispersion δ (s. Gl. (2.12)).

`gnu2org`

konvertiert eine TR-Datei vom GNUPLOT-Format zum ORIGIN-Format, d.h. die Kommentarzeichen werden abgeändert und von jedem Tripel (Winkel/Energie/Intensität) wird nur die Intensität geschrieben, so dass die Datei als Matrix vom Graphikprogramm ORIGIN importiert werden kann.

`mal_faktor`

multipliziert eine TR-Datei mit einem konstantem Faktor.

`molek_mue`

berechnet aus den gegebenen Verbindungsanteilen den resultierenden Absorptionskoeffizienten μ_a einer Verbindung oder eines Gasgemisches. Berechnet wird sowohl der Koeffizient für Photoabsorption als auch der für Rayleigh-, Compton-Streuung und Paarerzeugung.

`mue_2_beta`

rechnet den Photoabsorptionskoeffizient μ_a in die Absorption β um.

`mue_2_f1`

berechnet aus dem Photoabsorptionskoeffizient μ_a über die Kramers-Kronig-Dispersionsrelation (s. Gl. (2.14)) den Streufaktor f_1 .

`muedel`

berechnet den Absorptionskoeffizienten μ_a und die Dispersion δ bei vorgegebener Energie.

`org2gnu`

konvertiert eine TR-Datei vom ORIGIN-Format zum GNUPLOT-Format. Umkehrung von `gnu2org`.

`rms_winkel`

berechnet für eine Materieschicht Werte zur Elektronenstreuung (vgl. Kap. A.5).

`show_stap`

“übersetzt” die Angaben zur Folienanordnung aus einem Parameterfile in eine Folge aus Materieschichten und zeigt diese an.

`si_bragg`

berechnet intrinsische Reflexionskurve für Bragg-Reflexion an symmetrisch geschnittenen Silizium-Kristallen nach Beaumont und Hart [Bea74].

`si_bragg2`

wie `si_bragg`, aber nach Caciuffo programmiert [Cac87].

`stap_opt`

berechnet die optimale Foliendicke, den optimalen Folienabstand und die optimale Folienzahl für ein gegebenes Material und Energie und für gegebenen akzeptierten Streuwinkel beim optimalen Beobachtungswinkel.

`stap_vgl`

vergleicht zwei aus unterschiedlichen Parameterdateien “übersetzte” Folienanordnungen. Das Programm dient nur zum Testen der Parameterdateien.

`transmiss`

berechnet die Transmission durch eine anzugebende Materieschicht, wobei separat der Wirkungsquerschnitt für Photoabsorption und der totale Wirkungsquerschnitt ausgewertet werden.

wi2dxdy

rechnet ein TR–Winkelspektrum in die räumliche Verteilung in den Pixeln der pn–CCD um.

wink_int

integriert eine TR–Winkelverteilung über ein anpassbares Winkelintervall.

wink_spiegel

spiegelt eine TR–Winkelverteilung, so dass die Beobachtungswinkel symmetrisch um $\theta = 0$ mrad liegen.

wink_sum

summiert eine TR–Winkelverteilung über ein anpassbares Winkelintervall; wenn das Punktgitter der Eingangsverteilung eng genug ist, ist das Ergebnis dasselbe wie bei der Integration mit *wink_int*, nur dass die Summation schneller und stabiler ist als die Integration.

wink_vert

projiziert aus einer TR–Verteilung die Winkelverteilung bei einer Energie heraus. Gegebenenfalls wird zwischen zwei Gitterpunkten interpoliert.

B.2. Analyse der Daten der pn–CCD

Inhalt dieses Abschnitts ist die Beschreibung der an den Rohdaten vorgenommenen Korrekturen, sowie die Beschreibung der zur Durchführung der Korrekturen und zur graphischen Analyse entwickelten Rechenprogramme.

B.2.1. Korrektur der Rohdaten

Zur Verbesserung der Energieauflösung der pn–CCD müssen mehrere Korrekturen an den Rohdaten vorgenommen werden, wie in Abb. B.2 schematisch dargestellt ist. Die einzelnen Schritte werden im Folgenden näher erläutert.

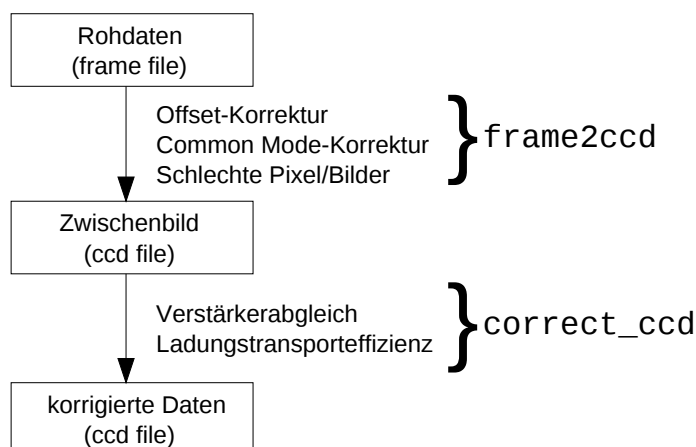


Abbildung B.2.: Schematische Darstellung der Schritte bei der Bearbeitung der Rohdaten. Die ersten Schritte werden von Programm *frame2ccd* geleistet, während die weiteren Korrekturen mit dem Programm *correct_ccd* durchgeführt werden.

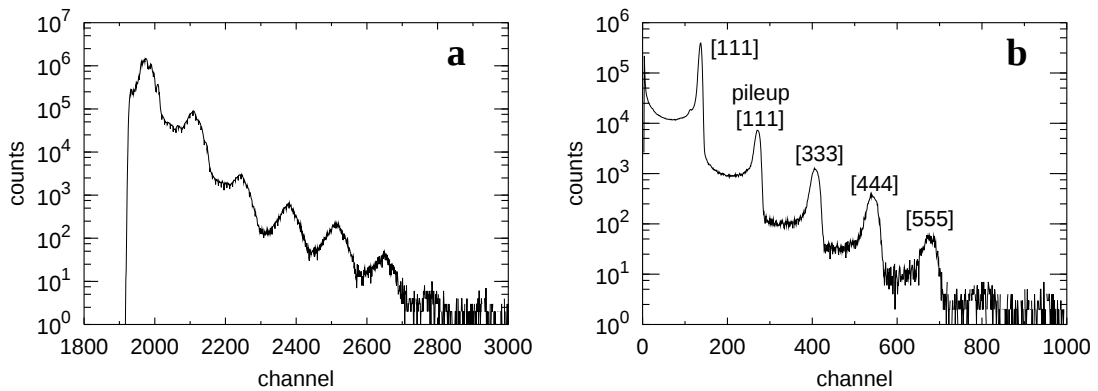


Abbildung B.3.: Impulshöhen-Spektren monochromatisierter Übergangsstrahlung einer Energie von 10 keV in logarithmischer Darstellung. Es wurde über alle 12800 Pixel der pn-CCD summiert. (a) Spektrum ohne Korrekturen; (b) Spektrum nach Offset- und Common-Mode-Korrektur. Die einzelnen Linien stellen die Reflexordnungen des Silizium-Einkristalls dar. Die Linie bei Kanal 270 wird durch Doppeltreffer des starken [111]-Reflexes verursacht; der [222]-Reflex ist auf Grund der Kristallstruktur verboten. Der niederenergetische Ausläufer der einzelnen Linien weist auf unvollständige Ladungsträgersammlung hin. Durch die Korrekturen wird die volle Halbwertsbreite des [111]-Reflexes bei 10 keV von rund 35 Kanälen auf 7.6 Kanäle (540 eV) verringert.

Offset-Korrektur

Der Schwerpunkt des Rauschens der einzelnen Pixel der pn-CCD liegt nicht bei Null, sondern bei Impulshöhen von etwa 1950 bis 2150 Kanälen. Ursache ist eine am Ausgang der Verstärker anliegende Offset-Spannung, die für jedes Pixel unterschiedlich ist. Sie lässt sich als Summe eines zeitunabhängigen und eines zeitabhängigen Beitrags beschreiben. Unmittelbar vor jeder Einzelmessung mit 2000 Bildern wurden 100 CCD-Bilder ohne Photonenstrahl aufgenommen (*calibration frames*). Durch einfache Mittelung der Rauschwerte jedes einzelnen Pixels über diese 100 Einzelbilder lässt sich der zeitunabhängige Beitrag ermitteln, und pixelweise von jedem Einzelbild der Rohdaten subtrahieren.

Common Mode-Korrektur

Zur Korrektur der zeitabhängigen Schwankung der Offset-Spannungen wird ausgenutzt, dass die in einer Spalte liegenden 64 Pixel parallel und damit zeitgleich ausgelesen werden. Sie weisen daher die gleichen zeitabhängigen Offset-Spannungen auf. Durch Mittelung über die unbelichteten Pixel einer Spalte werden die sog. *common modes* für jede Spalte jedes Einzelbildes separat bestimmt und von den ADC-Kanalzahlen subtrahiert. Bei diesem als Common Mode-Korrektur bezeichneten Schritt werden die von Photonen getroffenen Pixel durch ein einfaches Iterationsverfahren ausgefiltert, damit zum Mittelwert nur unbelichtete Pixel beitragen. Die Größe der Korrektur beträgt bei den hier bearbeiteten Daten maximal 20 Kanäle und ist damit klein gegen die im vorangehenden Abschnitt beschriebene Offset-Korrektur, die maximal 2150 Kanäle beträgt. Die drastische Verringerung der Linienbreite durch die Offset- und Common Mode-Korrektur ist in Abb. B.3 dargestellt.

Schlechte Pixel und Einzelbilder

Nach den oben angeführten Korrekturen ist das Rauschen jedes Pixels eine um den Kanal Null zentrierte Verteilung. Durch den Vergleich mit den jeweils anderen Pixeln können schlechte Pixel herausgefiltert werden. Als schlecht werden Pixel bezeichnet, deren Rauschverteilung schmäler als das 0.2-fache oder breiter als das 4-fache der mittleren Rauschbreite aller Pixel in derselben Spalte ist. Daneben treten auch Pixel auf, deren Impulshöhen unabhängig von der Belichtung immer bei Null oder immer im Überlaufkanal 4095 liegen und die ebenfalls als schlecht markiert wurden. Bei der hier verwendeten CCD wurden so typischerweise 0 bis 4 Pixel als schlecht herausgefiltert. Darüber hinaus mussten Randbereiche der pn-CCD von der weiteren Auswertung ausgeschlossen werden, da die Zählraten in diesen Bereichen systematisch niedriger lagen, als in Nachbarbereichen. Es handelt sich zum einen um die Pixel in den Zeilen $z = 62$ und $z = 63$, also die 2 obersten Zeilen der CCD, und zum zweiten um die Spalte $s = 199$, also die Spalte am rechten Rand der CCD. Ursache der gefundenen Zählratenverluste sind vermutlich Ladungsträgerverluste, durch die sich die Impulshöhe der Ereignisse verringert. Durch diese Verringerung können einige Ereignisse nicht mehr von Rauschen unterschieden werden, wodurch die nachgewiesene Zählrate in den betroffenen Bereichen der pn-CCD geringer wird.

Durch Fehler der bei der Datenaufnahme verwendeten Software-Prozesse kann es ferner dazu kommen, dass einzelne Impulshöhen außerhalb des Wertebereichs des 12 Bit-ADCs von 0 bis 4095 liegen. Enthält ein Einzelbild mehr als 10 solcher unsinniger Kanalzahlen, wird es aussortiert. Der Anteil der verworfenen Einzelbilder an den Rohdaten beträgt typischerweise $5 \cdot 10^{-4}$ und ist daher vernachlässigbar.

Das Programm frame2ccd

Die Offset- und Common Mode-Korrektur, sowie die Erkennung schlechter Einzelbilder und Pixel wird durch das Programm frame2ccd geleistet, dessen Algorithmus sich an den Algorithmus des IDL-Skripts preproc.pro [Zan98] anlehnt. Abbildung B.4 zeigt die graphische Benutzeroberfläche des Programms. Es werden die Rohdaten im sog. *frame*-Format gelesen, die Korrekturen durchgeführt und ausschließlich die Ereignisse im eigens entwickelten sog. *ccd*-Binärformat abgespeichert. Durch einstellbare Parameter kann die Konvertierung an Besonderheiten der Rohdaten angepasst werden.

Verstärkerabgleich

Die Pixelinhalte der 64 Zeilen der pn-CCD werden parallel über 64 einzelne Verstärker verarbeitet (vgl. Abb. 4.7). Da die 64 Verstärker nicht exakt gleiche Verstärkungen haben, muss nachträglich ein Abgleich vorgenommen werden. Dazu wird für alle 64 Zeilen der pn-CCD ein jeweils über alle 200 Spalten gemitteltes ADC-Spektrum erstellt. Durch Angleichung der Linienlagen einer monoenergetischen Linie in diesen 64 Spektren lassen sich die 64 Korrekturfaktoren bestimmen. Es wurde zur Korrektur jeweils die [111]-Linie bei 10 keV (Messserie 1) bzw. 8.3 keV (Messserie 2) verwendet. Typische Korrekturfaktoren liegen zwischen 0.98 und 1.02. Nach der Korrektur liegen die Linien-schwerpunkte auf ihrem gemeinsamen Mittelwert. Ein Beispiel ist in Abb. B.5 dargestellt.

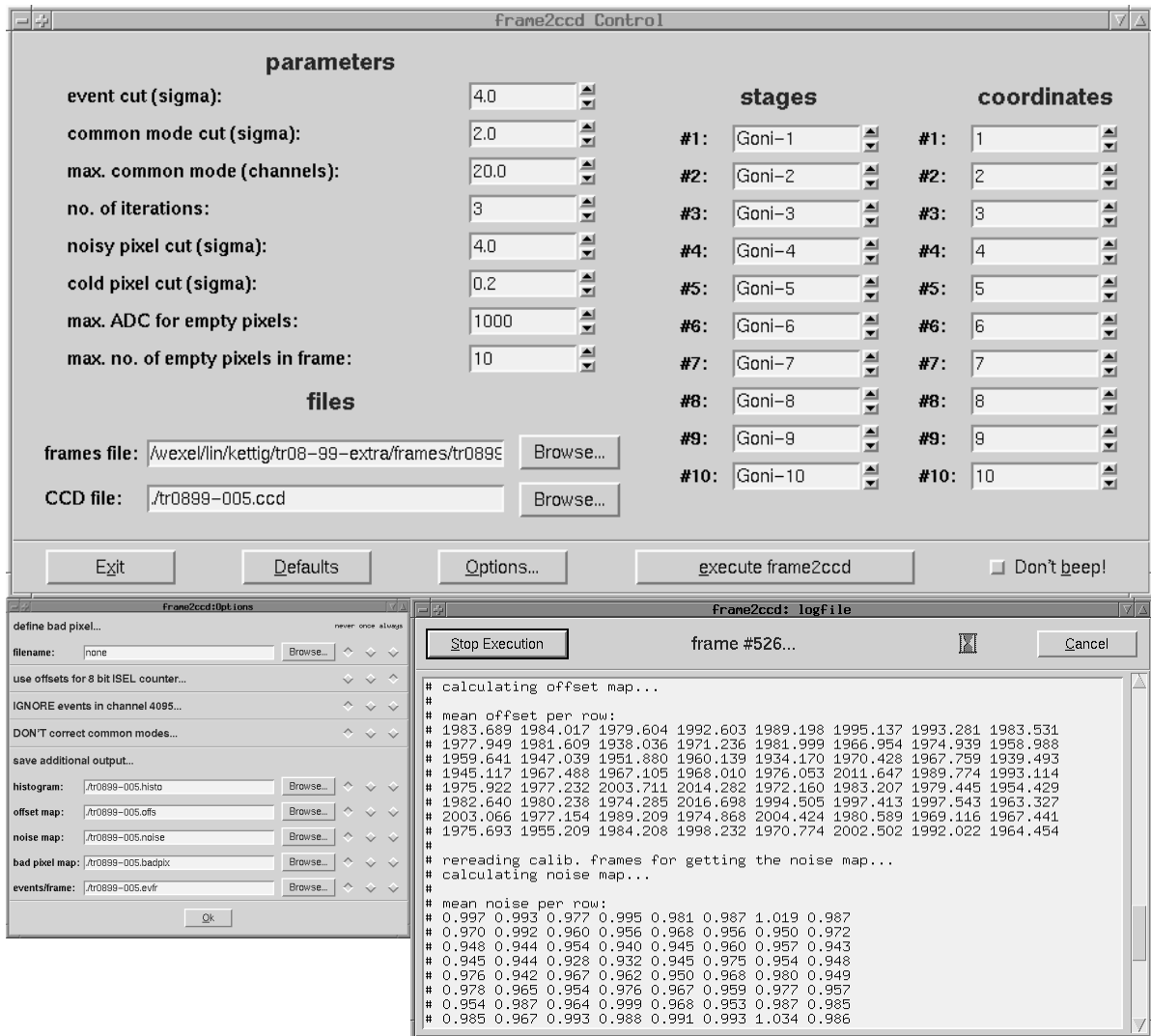


Abbildung B.4.: Benutzeroberfläche des Auswerteprogramms frame2ccd. Oben ist das Hauptfenster abgebildet, in dem die Parameter der Datenkonvertierung eingestellt werden können, links unten eine Eingabemaske zum Anlegen von weiteren Analysedateien und rechts das Statusfenster der laufenden Konvertierung.

Ladungstransporteffizienz

Zur Auslese werden in jeder Zeile die Ladungsinhalte der Pixel der pn-CCD zur Spalte 0 geschoben (vgl. Abb. 4.7). Der Anteil der Ladung, der beim Verschieben des Pixel-Inhalts um ein Pixel erhalten bleibt, wird als Ladungstransporteffizienz (*charge transfer efficiency*, kurz *CTE*) bezeichnet. Selbst ein vermeintlich kleiner Ladungsverlust sorgt für eine merkliche Linienverbreiterung, da die Pixel-Inhalte zur Auslese im Mittel über 100 Pixel weitergeschoben werden müssen. Die korrigierten ADC-Werte Q' ergeben sich aus den unkorrigierten ADC-Werten Q gemäß

$$Q' = Q \cdot CTE^{-s}, \quad (\text{B.2})$$

wo s die Spaltenkoordinate bezeichnet. Der von der Betriebstemperatur der pn-CCD abhängige *CTE*-Wert kann über den Abgleich der Linienlage einer monoenergetischen Linie im über die Zeilen gemittelten Impulshöhenspektrum verschiedener Spalten bestimmt, und dann in allen Messungen korrigiert werden. Ein Beispiel ist in Abb. B.6 gezeigt. Wie beim Verstärkerabgleich wurde hierzu jeweils die

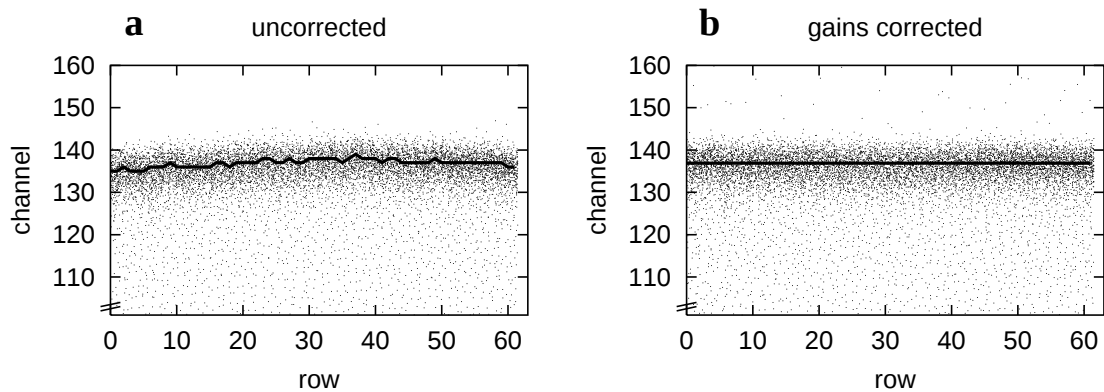


Abbildung B.5.: Streudarstellung der Impulshöhen des [111]-Reflexes gegen die Zeilennummer, (a) vor und (b) nach dem Abgleich der 64 Verstärker. Die Punktdichte ist ein Maß für die Intensität. Die Maxima der Verteilungen in den einzelnen Zeilen sind durch eine Linie verbunden. Nach der Korrektur liegen die Maxima in allen Zeilen auf dem gemeinsamen Mittelwert von 136.9 Kanälen.

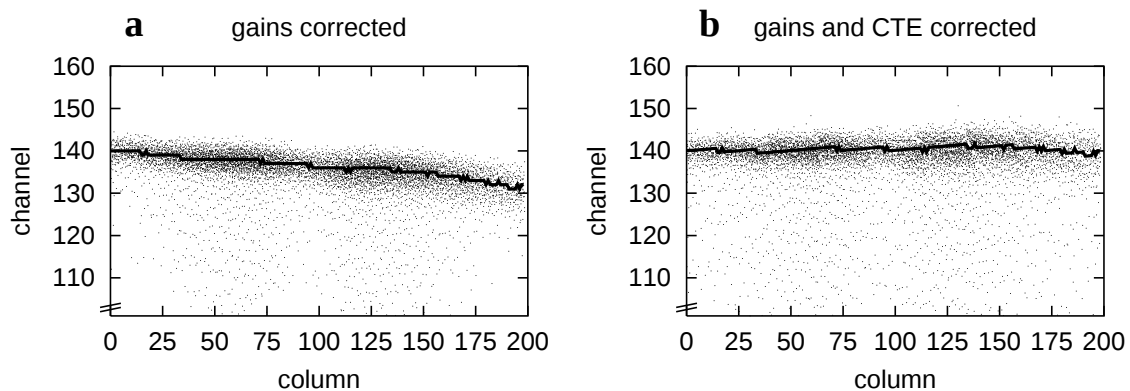


Abbildung B.6.: Streudarstellung der Impulshöhen im [111]-Reflex gegen die Spaltennummer (a) vor und (b) nach CTE-Korrektur ($CTE=0.9997$). Die Punktdichte ist ein Maß für die Intensität. Die Maxima der Verteilungen in den einzelnen Spalten sind durch eine Linie verbunden. Die mittlere Impulshöhe wird durch die Korrektur um 3.5 Kanäle auf 140.4 Kanäle erhöht.

[111]-Linie bei 10 keV (Messserie 1) bzw. 8.3 keV (Messserie 2) verwendet. Typische Werte des Korrekturfaktors betrugen für die hier vorgestellten Messungen $CTE=0.9996$ bis 0.9998 . Die Ladungsinhalte der Pixel wurde damit im Mittel um $(1 - 0.9997^{100}) = 3\%$ nach oben korrigiert. Wie in Abb. B.7 dargestellt, wird durch den Verstärkerabgleich und die Korrektur der Ladungstransporteffizienz die Energieauflösung der pn-CCD nochmals deutlich gesteigert.

Der Verstärkerabgleich und die Korrektur der Ladungstransporteffizienz werden durch das Programm `correct_ccd` durchgeführt. Es liest eine `ccd`-Datei und schreibt die korrigierten Daten in eine neue `ccd`-Datei, die mit dem im folgenden Unterabschnitt B.2.2 beschriebenen Programm `ccdanaly` untersucht werden kann.

B.2.2. Graphische Analyse

Zur graphischen Analyse der in `ccd`-Dateien gespeicherten Ereignisse wurde das Programm `ccdanaly` entwickelt, dessen Benutzeroberfläche in Abb. B.8 dargestellt ist. Durch das Programm werden die Ereignisse einer `ccd`-Datei in Histogramme im Speicher des Analyserechners einsortiert.

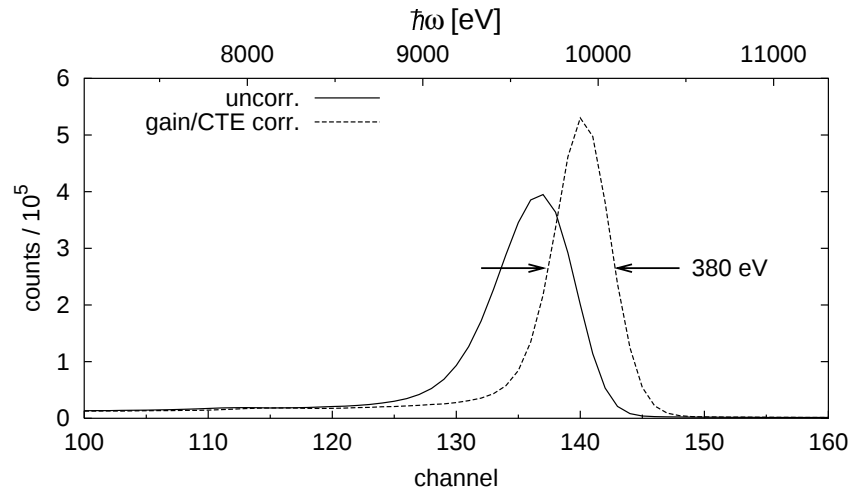


Abbildung B.7.: Einfluss von Verstärkerabgleich (*gain*) und Korrektur der Ladungstransporteffizienz (*CTE*) auf die Linienform. Gezeigt ist die Linie des [111]-Reflexes bei $\hbar\omega = 10$ keV vor der Korrektur (durchgezogen) und danach (gestrichelt). Dabei wurde über alle Pixel der pn-CCD summiert. Durch die CTE-Korrektur verschiebt sich die Linienlage (vgl. Abb. B.6). Die Halbwertsbreite der 10 keV-Linie verringert sich von 7.6 Kanälen (unkorrigiert) auf 5.4 Kanäle (korrigiert), was einer Energiebreite von 380 eV entspricht.

Dabei können durch Filterbedingungen u.a. Intervalle im Impulshöhenspektrum bzw. räumliche Bereiche auf der pn-CCD ausgewählt werden, wobei bis zu 5 Filter gleichzeitig definiert werden können. Im Anschluss an die Analyse können interaktiv graphische Darstellungen erzeugt werden. Folgende Darstellungen sind implementiert:

ADC Histogram:

Impulshöhenspektrum, also die eindimensionale Darstellung der Ereignisse gegen den ADC-Kanal.

X Scatter Plot:

Streudarstellung der Impulshöhe gegen die Zeilennummer.

Y Scatter Plot:

Streudarstellung der Impulshöhe gegen die Spaltennummer.

XY Histogram:

Falschfarbendarstellung der Zahl der Ereignisse gegen die Zeilen- und die Spaltennummer.

Event Display:

Falschfarbendarstellung der summierten Impulshöhen der Ereignisse gegen die Zeilen- und die Spaltennummer.

XGoni Scatter:

Streudarstellung der Goniometerposition gegen die Zeilennummer.

YGoni Scatter:

Streudarstellung der Goniometerposition gegen die Spaltennummer.

Goni Scan:

eindimensionale Darstellung der Ereignisse gegen die Goniometerposition.

X Projection:

Projektion aller Ereignisse auf die Zeilennummer.

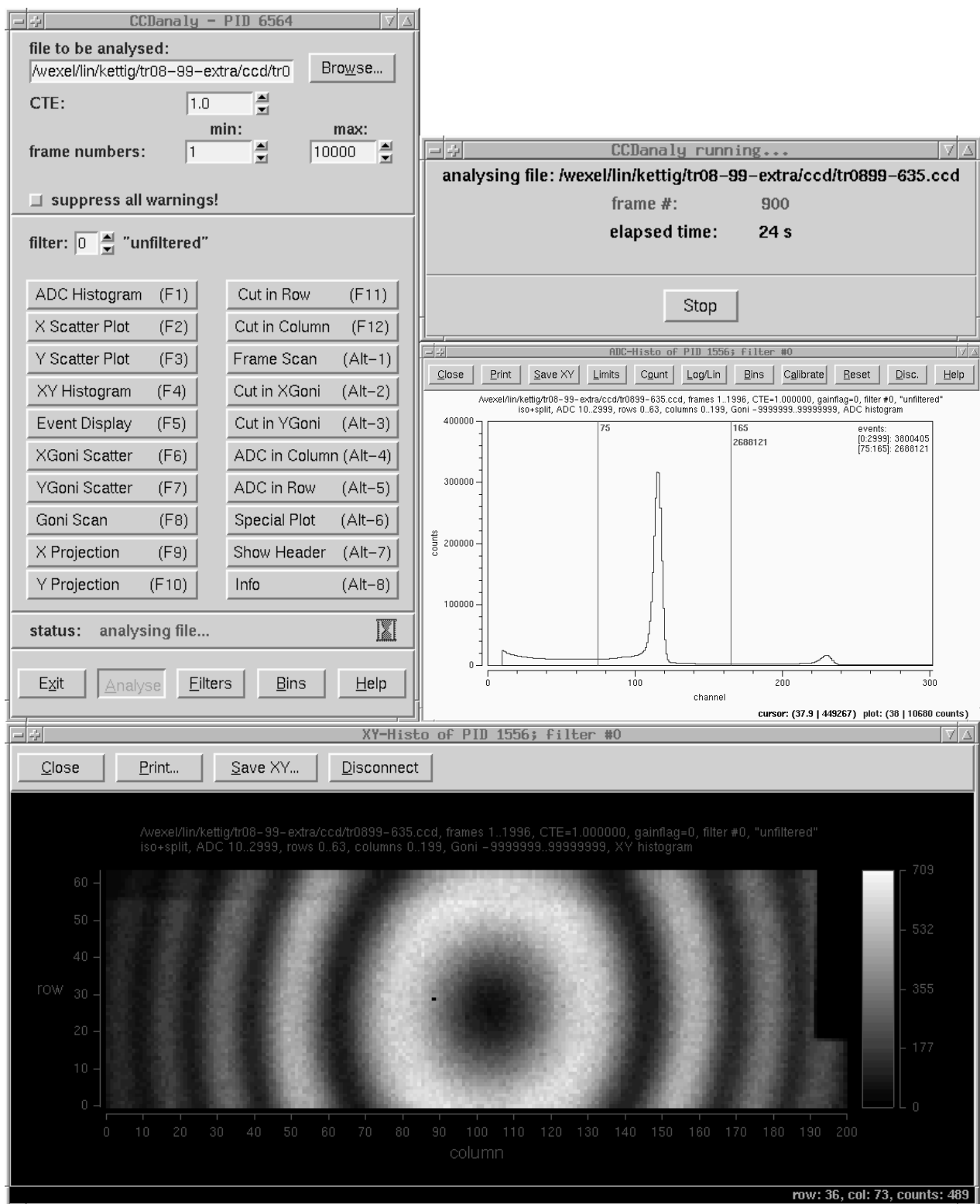


Abbildung B.8.: Benutzeroberfläche des Programms ccdanaly zur graphischen Datenanalyse. Links oben ist das Hauptfenster gezeigt, in dem Einstellungen zur Analyse vorgenommen werden können. Rechts oben ist das Statusfenster der gerade laufenden Datenanalyse gezeigt und darunter zwei der möglichen graphischen Darstellungen der analysierten Daten (ADC Histogram und XY Histogram).

Y Projection:

Projektion aller Ereignisse auf die Spaltennummer.

Cut in Row:

eindimensionale Darstellung der Ereignisse einer Zeile gegen die Spaltennummer.

Cut in Column:

eindimensionale Darstellung der Ereignisse einer Spalte gegen die Zeilennummer.

Frame Scan:

eindimensionale Darstellung der Ereignisse gegen die *frame*-Nummer. Da die pn-CCD periodisch ausgelesen wird, kann die *frame*-Nummer einer Zeit zugeordnet werden.

Cut in XGoni:

eindimensionale Darstellung der Ereignisse innerhalb eines einstellbaren Intervalls von Goniometerpositionen gegen die Zeilennummer.

Cut in YGoni:

eindimensionale Darstellung der Ereignisse innerhalb eines einstellbaren Intervalls von Goniometerpositionen gegen die Spaltennummer.

ADC in Column:

eindimensionale Darstellung der Impulshöhen der Ereignisse aus einer Spalte.

ADC in Row:

eindimensionale Darstellung der Impulshöhen der Ereignisse aus einer Zeile.

Special Plot:

frei konfigurierbare Streudarstellung. Folgende Größen können als X- bzw. Y-Achse ausgewählt werden: Impulshöhe, Spalte, Zeile, Goniometerposition, *frame*-Nummer, Zeit.

B.2.3. Programmpaket ccdprogs

In diesem Abschnitt werden die Einzelprogramme des Pakets ccdprogs beschrieben, die im Rahmen dieser Arbeit zur Bearbeitung der mit der pn-CCD aufgenommenen Daten entwickelt wurden.

Für die meisten Programme wurde die Programmiersprache C verwendet. Lediglich für die Bereitstellung von graphischen Benutzeroberflächen wurde zusätzlich auf die Skriptsprache Tcl/Tk³ (*tool command language/tool kit*) verwendet, die für alle geläufigen Betriebssysteme frei erhältlich ist und sich in einfacher Weise mit C-Quellcode verbinden lässt. Lauffähige Versionen des Pakets ccdprogs existieren für PCs unter dem Betriebssystem *LINUX* (Kernel 2.2), sowie für *SUN sparcstations* unter dem Betriebssystem *solaris* 2.5, so dass die Programme auf allen bei der Messung verwendeten Rechnern verwendet werden können (vgl. Abb. 4.8). Verwendet wurde jeweils der Compiler gcc in der Version 2.7. und Tcl/Tk in der Version 8.0 mit den Erweiterungen *tix* in Version 4.1 und *blt* in Version 2.4b.

Verzeichnisstruktur

Die Programme sind zur besseren Übersicht auf folgende Verzeichnissen verteilt:

³Entgegen der sich anbietenden Vermutung wird diese Abkürzung wie das englische “tickle-t-k” gesprochen.

Verzeichnis	Inhalt
bin	ausführbare Programme
data	(kleine) Dateien zum Testen
include	Header-Dateien
lib	eigene Bibliothek
lib/so	ausführbare Bibliotheken
lib/tcl	Skript-Bibliotheken
src	C-Quellcode
tcl	Tcl/Tk-Quellcode
tcl/bitmap	Bitmaps fuer ccdanaly

Bibliothek

`frames.h/frames.c`

enthält Routinen zum Lesen und Schreiben der Dateien. Außerdem werden hier globale Konstanten definiert.

Tcl/Tk-Skripte

`GUI_frame2ccd.tcl`

ist eine graphische Benutzeroberfläche zum eigenständigen Programm `frame2ccd` (s. Abschn. B.2.1).

`ccdanaly.tcl`

ist der graphische Teil von `ccdanaly` (s. Abschn. B.2.2), der nur in Verbindung mit dem C-Programm lauffähig ist.

`xy-histo.tcl`

plottet ein zweidimensionales Histogramm mit 64 Zeilen und 200 Spalten.

`2dplot.tcl`

plottet ein zweidimensionales Histogramm beliebiger Dimension.

`xy_plot.tcl`

ist ein Bestandteil des Programms `ccdanaly`, der eindimensionale Graphen zur Verfügung stellt.

`scatter.tcl`

ist ein Bestandteil des Programms `ccdanaly`, der Streudarstellungen zur Verfügung stellt.

`ev_displ.tcl`

ist ein Bestandteil des Programms `ccdanaly`, der zweidimensionale Falschfarben-Histogramme zur Verfügung stellt.

`specialplot.tcl`

ist ein Bestandteil des Programms `ccdanaly`, der eine variabel anpassbare Streudarstellung zur Verfügung stellt.

Ausführbare Programme

Beim Aufruf der Programme ohne Kommandozeilenschalter oder mit dem Schalter “-?” wird ein kurzer Hilfetext zur Benutzung auf dem Bildschirm ausgegeben, in dem insbesondere mitgeteilt wird,

welche Kommandozeilenparameter das Programm erwartet. Die im Paket `ccdprogs` enthaltenen Programme werden im Folgenden in alphabetischer Reihenfolge kurz beschrieben.

`asciiccd`

konvertiert ein Einzelbild aus einer `ccd`-Datei ohne jede weitere Bearbeitung ins ASCII-Format, das mit jedem Texteditor lesbar ist.

`asciiframe`

konvertiert ein Einzelbild aus einer `frame`-Datei ohne jede weitere Bearbeitung ins ASCII-Format.

`ccd2ascii`

konvertiert eine `ccd`-Datei komplett ins ASCII-Format.

`ccd2ccd`

liest und schreibt eine `ccd`-Datei; dient nur zum Testen der Schreib-/Leseroutinen.

`ccd2matrix`

sortiert die Ereignisse aus eine `ccd`-Datei in ein zweidimensionales Histogramm ein, wobei die Zeilen- und Spaltennummern der Ereignisse als Histogrammachsen verwendet werden.

`ccd_diff`

vergleicht zwei `ccd`-Dateien.

`ccd_extr`

extrahiert einzelne Bilder aus einer `ccd`-Datei.

`ccdanaly`

zur graphischen Analyse der `ccd`-Dateien. Das Programm wird im Abschnitt B.2.2 näher beschrieben.

`ccdcol`

erzeugt aus einer `ccd`-Datei die Impulshöhenverteilungen für einzelne Spalten.

`ccdconcat`

hängt zwei `ccd`-Dateien aneinander.

`ccdevnts`

zählt die Ereignisse in einer `ccd`-Datei.

`ccdevfr`

zählt die in jedem Einzelbild einer `ccd`-Datei enthaltenen Ereignisse.

`ccdfix`

passt die Angaben im Dateikopf einer `ccd`-Datei an den Inhalt der Datei an. Abweichungen zwischen Kopf und Inhalt ergeben sich beispielsweise beim Auftrennen bzw. Aneinanderhängen von Dateien mit `ccd_extract` bzw. `ccdconcat`.

`ccdhisto`

generiert ein Impulshöhenspektrum aus einer `ccd`-Datei.

`ccdpix`

erzeugt aus einer `ccd`-Datei die Impulshöhenverteilungen für einzelne Pixel.

`ccdrow`

erzeugt aus einer `ccd`-Datei die Impulshöhenverteilungen für einzelne Zeilen.

`ccdsplit`

teilt eine große `ccd`-Datei in mehrere kleine auf.

ccdstatus

zeigt wesentliche Informationen aus einer *ccd*-Datei an.

ccdwish

ist eine speziell für die Erfordernisse der graphischen Programme übersetzte “wish” (*window interactive shell*).

correct_ccd

führt die Korrektur der Ladungstransporteffizienz und den Verstärkerabgleich an einer *ccd*-Datei durch (vgl. Abschn. B.2.1).

frame2ccd

konvertiert eine *frame*-Datei in eine *ccd*-Datei. Das Programm wird im Abschnitt B.2.1 näher beschrieben.

frame2frame

liest und schreibt eine *frame*-Datei; dient nur zum Testen der Schreib-/Leseroutinen.

frame_extr

extrahiert Einzelbilder aus einer *frame*-Datei.

frameconcat

hängt *frame*-Dateien aneinander.

framehisto

generiert Impulshöhenspektrum aus einer *frame*-Datei, also ohne alle Korrekturen.

framestatus

zeigt wesentliche Informationen zu einer *frame*-Datei an.

maskbad

maskiert schlechte Zeilen, schlechte Spalten und schlechte Pixel in einem zweidimensionalen Histogramm, indem die Ereignisse in den betreffenden Pixel gelöscht werden.

matrixadd

addiert zwei zweidimensionale Histogramme.

matrixcut

schneidet die Verteilung in einer Spalte oder einer Zeile aus einem zweidimensionalen Histogramm heraus.

matrixmean

berechnet den Mittelwert aller Pixel in einem zweidimensionalen Histogramm.

matrixproj

projiziert das zweidimensionale Histogramm auf die Spalten- oder Zeilenkoordinate.

pixplot

projiziert die Impulshöhen in einer einzelnen Spalte, einer einzelnen Zeile oder in einem einzelnen Pixel aus einer *frame*-Datei heraus.

testccd

dient zum Erzeugen und Lesen von Test-Dateien im *ccd*-Format.

testframes

dient zum Erzeugen und Lesen von Test-Dateien im *frame*-Format.

xy-histo

stellt ein zweidimensionales Histogramm mit 64 Zeilen und 200 Spalten graphisch dar.

2dplot

stellt ein zweidimensionales Histogramm mit beliebiger Dimension graphisch dar.

GUI_frame2ccd

graphische Benutzeroberfläche des Programms frame2ccd (s. Abschn. B.2.1).

B.3. Verarbeitung der mit BAC aufgenommenen Daten

Neben der in Kap. 4.4 beschriebenen pn-CCD kommen bei anderen Experimenten innerhalb der X1-Kollaboration auch andere, nicht ortsauflösende Detektoren zum Einsatz. Dabei wird durchgängig das von H. Barth entwickelte Datenaufnahmeprogramm BAC [Bar91] unter dem Betriebssystem *MS-DOS* zum Einsatz. Zwar bietet BAC neben der Möglichkeit der Analyse direkt bei der Datenaufnahme auch die Möglichkeit, Daten nachträglich von Datenspeichern zu lesen und zu analysieren, allerdings ist man dabei wiederum an das Betriebssystem *MS-DOS* gebunden. Da die graphische Auswertung großer Datenmengen zudem sehr mühsam ist, wurden im Rahmen dieser Arbeit die im Paket *bac_utils* zusammen gefassten Programme entwickelt, um die mit BAC aufgenommenen Daten analysieren zu können. Verwendet werden können die Programme auf PCs unter dem Betriebssystem *LINUX* (Kernel 2.2), sowie auf *alpha workstations* unter dem Betriebssystem *digital UNIX V3.2C*.

Es können sowohl “ebe”-Dateien⁴ als auch “hgs”-Dateien⁵ ausgewertet werden. Die Dateien werden dabei ohne vorherige Konvertierung direkt im von BAC vorgegebenen Binärformat von Massenspeichern gelesen. Die Programme der *bac_utils* sind kommandozeilenorientiert, was den Aufruf aus *shell scripts* zur Verarbeitung mehrerer Dateien wesentlich vereinfacht. Alle Programme geben einen kleinen Hilfetext zum Zweck und zur Bedienung aus, wenn sie ohne Kommandozeilenparameter aufgerufen werden. Das Paket beinhaltet folgende Programme:

bac_head

schreibt den Dateikopf der *ebe*- oder *hgs*-Datei in die Standardausgabe STDOUT. Das Programm dient vornehmlich zur Orientierung über die angeschlossenen Module.

ebe2ana

konvertiert *ebe*-Datei in ASCII-Datei. Die Funktionalität entspricht weitgehend dem DOS-Programm *ebeanal* [Zah94].

ebe2hist

sortiert die Ereignisse aus einer *ebe*-Datei in ein Histogramm ein. Dabei können Filter gesetzt werden. Alternativ werden Ereignisse gezählt oder die Einträge eines anzugebenden Kanals aufaddiert.

filt_hgs

zählt die Ereignisse, die zwischen anzugebenden Filtergrenzen im Histogramm einer *hgs*-Datei liegen und schreibt das Ergebnis nach STDOUT. Bis zu 10 Filter können gleichzeitig angegeben und bearbeitet werden.

hgs2ana

konvertiert *hgs*-Datei in ASCII-Datei.

⁴Das Kürzel *ebe* steht für *event by event*. In *ebe*-Dateien ist jedes Ereignis einzeln abgespeichert.

⁵Das Dateisuffix *hgs* steht für *histograms*. In *hgs*-Dateien werden die Ereignisse nach einstellbaren Regeln bereits bei der Datenaufnahme in Histogramme einsortiert. Die Informationen über die Einzelereignisse gehen dabei verloren, dafür sind die Dateien deutlich kleiner als die *ebe*-Dateien.

Literaturverzeichnis

- [Ada79] D. Adams, *The hitch hikers guide to galaxy*, Pan Books LTD., London, 1979.
- [Bac94] H. Backe, S. Gampert, A. Grendel, H.J. Hartmann, W. Lauth, Ch. Weinheimer, R. Zahn, F.R. Buskirk, H. Euteneuer, K.H. Kaiser, G. Stephan, Th. Walcher, *Resonant transition radiation in the x-ray region from a low emittance 855 MeV electron beam*, Z. Phys. A **349** (1994) 87.
- [Bac96] H. Backe, K.H. Brenzinger, F. Buskirk, S. Dambach, Th. Doerk, N. Eftekhari, H. Euteneuer, F. Görgen, C. Herberg, F. Hagenbuck, K. Johann, K.H. Kaiser, O. Kettig, G. Knies, G. Kube, W. Lauth, B. Limburg, J. Lind, H. Schöpe, G. Stephan, Th. Walcher, Th. Tonn, R. Zahn, *Transition radiation in the x-ray region from a low emittance 855 MeV electron beam*, in R.L. Johnson, H. Schmidt-Böcking, B.F. Sonntag, editors, *X-ray and inner-shell processes: 17th international conference*, AIP conference proceedings 389, AIP Press, Woodbury, New York, 1996.
- [Bac98] H. Backe, persönliche Mitteilungen, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1998.
- [Bac99] H. Backe, persönliche Mitteilungen, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1999.
- [Bar91] H. Barth, *Aufbau des Datenaufnahmesystems für das Mainzer Neutrinomassenexperiment*, Diplomarbeit, Institut für Physik, Universität Mainz, 1991.
- [Bat64] B.W. Batterman, H. Cole, *Dynamical diffraction of x-rays by perfect crystals*, Rev. Mod. Phys. **36** (1964) 681.
- [Bea74] J.H. Beaumont, M. Hart, *Multiple Bragg reflection monochromators for synchrotron x-radiation*, J. Phys. E **7** (1974) 823.
- [Bet53] H.A. Bethe, *Molière's theory of multiple scattering*, Phys. Rev. **89** (1953) 1256.
- [Bev69] P.R. Bevington, *Data reduction and error analysis for the physical sciences*, McGraw-Hill, New York, 1969.
- [Bla92] H. Blank, B. Neff, St. Steil, J. Hormes, *A new energy dispersive x-ray monochromator for soft x-ray applications*, Rev. Sci. Instrum. **63**(1) (1992) 1334.
- [Bla94] R.L. Blake, J.C. Davis, D.E. Graessle, T.H. Burbine, E.M. Gullikson, *Optical constants and scattering factors from reflectivity measurements: 50 eV to 5 keV*, in G. Materlik, C.J. Sparks, K. Fischer, editors, *Resonant anomalous x-ray scattering*, North-Holland, Amsterdam, 1994.
- [Bon65] U. Bonse, M. Hart, *An x-ray interferometer*, Appl. Phys. Lett. **6** (1965) 155.

- [Bon76] U. Bonse, G. Materlik, *Precise interferometric measurement of the Ni K-edge forward scattering amplitude with synchrotron x-rays*, Z. Phys. **B 24** (1976) 189.
- [Bon80] U. Bonse, P. Spieker, J.-T. Hein, G. Materlik, *Measurement of K-edge dispersion anomalies with the new x-ray interferometer at DORIS*, Nucl. Instr. Meth. **172** (1980) 223.
- [Bon84] U. Bonse, I. Hartmann-Lotsch, *Kramers-Kronig correlation of measured $f'(E)$ and $f''(E)$ values*, Nucl. Instr. Meth. in Phys. Research **222** (1984) 185.
- [Bre96] K.H. Brenzinger, *Systematische Untersuchungen zur Parametrischen Röntgenstrahlung am Mainzer Mikrotron MAMI*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1996.
- [Bro87] I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, 23. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt/Main, 1987.
- [Bur91] E. Burkel, *Inelastic scattering of x-rays with very high energy resolution*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1991.
- [Bur93] R.E. Burge, *The interactions of x-rays*, in A.G. Michette, C.J. Buckley, editors, *X-ray science and technology*, Institute of Physics Publishing, Bristol, Philadelphia, 1993.
- [Cac87] R. Caciuffo, S. Melone, F. Rustichelli, *Monochromators for x-ray synchrotron radiation*, Phys. Rep. **152** (1987) 1.
- [Cha94] C.T. Chantler, *Towards improved form factor tables*, in G. Materlik, C.J. Sparks, K. Fischer, editors, *Resonant anomalous x-ray scattering*, Elsevier Science B.V., Amsterdam, 1994.
- [Cha99] C.T. Chantler, *Resolution of discrepancies of atomic form factors and attenuation coefficients in the near-edge soft x-ray regime*, Radiat. Phys. and Chem. **55** (1999) 231.
- [Che74] M.L. Cherry, G. Hartmann, D. Müller, T.A. Prince *Transition radiation from relativistic electrons in periodic radiators*, Phys. Rev. **D 10** (1974) 3594.
- [ClaXX] N. Clawiter, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, in Vorbereitung.
- [Com35] A.H. Compton, S.K. Allison, *X-rays in theory and experiment*, second edition, D. van Nostrand Company Inc., Princetown, New Jersey, 1935.
- [Cre90] D. Creagh, *Tables of x-ray absorption correction and dispersion correction: the new versus the old*, Nucl. Instr. Meth. in Phys. Research **A 295** (1990) 417.
- [Cro70] D.T. Cromer, D. Liberman, *Relativistic calculation of anomalous scattering factors for x-rays*, J. Chem. Phys. **53** (1970) 1891.
- [Dam98a] S. Dambach, H. Backe, Th. Doerk, N. Eftekhari, H. Euteneuer, F. Görgen, F. Hagenbuck, K.H. Kaiser, O. Kettig, G. Kube, W. Lauth, H. Schöpe, A. Steinhof, Th. Tonn, Th. Walcher, *Novel interferometer in the soft x-ray region*, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 5473.

- [Dam98b] S. Dambach, *Ein neuartiges Spektrometer im Spektralbereich weicher Röntgenstrahlung*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1998.
- [Deu84] M. Deutsch, M. Hart, *Noninterferometric measurements of the x-ray refractive index of beryllium*, Phys. Rev. **B 30** (1984) 643.
- [Doe96] Th. Doerk, *Entwurf und Erprobung einer Anordnung zur kontinuierlichen und hochauflösenden Messung der Endenergie des Mainzer Mikrotrons MAMI*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1996.
- [Dre84] P. Dreier, P. Rabe, W. Malzfeld, W. Niemann, *Anomalous x-ray scattering factors calculated from experimental absorption spectra*, J. Phys. **C 17** (1984) 3123.
- [Eld47] F.R. Elder, A.M. Gurewitsch, R.V. Langmuir, H.C. Pollock, *Radiation from electrons in a synchrotron*, Phys. Rev. **71** (1947) 829.
- [Fab75] C.W. Fabjan, W. Struczinski, *Coherent emission of transition radiation in periodic radiators*, Phys. Lett. **B 57** (1975) 483.
- [Fio94] R.B. Fiorito, D.W. Rule, *Optical transition radiation beam emittance diagnostics*, in R.E. Shafer, editor, *Accelerator instrumentation: fifth annual workshop*, AIP conference proceedings 319, AIP Press, Woodbury, New York, 1994.
- [Fra66] M. Françon, *Optical interferometry*, Academic Press, New York, London, 1966.
- [Gam93] A.S. Gampert, *Messung resonant erzeugter Übergangsstrahlung an der K-Absorptionskante von Titan*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1993.
- [Gin45] V.L. Ginzburg, I.M. Frank, *Radiation of a uniform moving electron due to its transition from one medium into another*, J. Phys. **9** (1945) 353.
- [Goe91] P. Goettkind, J.-M. Salomé, X. Atru, P. Dhez, M. Jablonka, N. Maene, F. Poortmans, L. Wartski, *Interference effects in x-ray transition radiation with a 500 MeV electron beam*, Nucl. Instr. Meth. in Phys. Research **B 56/57** (1991) 1060.
- [Gol59] P. Goldsmith, J.V. Jelley, *Optical transition radiation from protons entering metal surfaces*, Phil. Mag. **4** (1959) 836.
- [Gra65] I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik, *Table of integrals, series and products*, Academic Press, New York, London, 1965.
- [Hag95] F. Hagenbuck, *Entwurf eines Strahlführungssystems und strahloptische Messungen am Elektronenstrahl des Mainzer Mikrotrons*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1995.
- [Hag00] F. Hagenbuck, persönliche Mitteilungen, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 2000.
- [HagXX] F. Hagenbuck, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, in Vorbereitung.
- [Har92] H.-J. Hartmann, *Aufbau eines Detektorsystems zum Nachweis von Übergangsstrahlung*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1992.

- [Hec89] E. Hecht, *Optik*, zweite Auflage, Addison–Wesley, Bonn, Paris, Reading, Massachusetts, 1987.
- [Hen93] B.L. Henke, E.M. Gullikson, J.C. Davis, *X–ray interactions: photoabsorption, scattering, transmission and reflection at $E=50\text{--}30000$ eV, $Z=1\text{--}92$* , Atom. Data and Nucl. Data Tabl. **54** (1993) 181.
- [Her94] C. Herberg, *Untersuchungen zur parametrischen Röntgenstrahlung an einem Si–Kristall*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1994.
- [Hoy84] J.J. Hoyt, D. de Fontaine, W.K. Warburton, *Determination of anomalous scattering factors for Cu, Ni, Ti using the dispersion relation*, J. Appl. Cryst. **17** (1984) 344.
- [Jac83] J.D. Jackson, *Klassische Elektrodynamik*, zweite Auflage, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1983.
- [Jam62] R.W. James, *The optical principles of the diffraction of x–rays*, G. Bell and sons LTD., London, 1962.
- [Jam98] F. James, *MINUIT function minimization and error analysis*, CERN Program Library Long Writeup D506, <http://wwwinfo.cern.ch/asdoc/minuit>, Genf, 1998.
- [Joh95] K. Johann, *Aufbau eines Monochromators für 33 keV Röntgenstrahlung am 855 MeV Elektronenbeschleuniger MAMI*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1995.
- [Kap93] V.V. Kaplin, V.N. Zabaev, E.I. Rozum, S.R. Uglov, S.A. Vorobiev, *Resonance transition x–rays generated by 800–900 MeV electrons in a periodic mylar radiator*, Phys. Lett. A **174** (1993) 165.
- [Kat67] N. Kato, S. Tanemura, *Absolute measurement of structure factors with high precision*, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 22.
- [Kat85] H. Katoh, H. Shimakura, T. Ogawa, S. Hattori, Y. Kobayashi, K. Umezawa, T. Ishikawa, K. Ishida, *Measurement of the x–ray anomalous scattering of germanium K–edge with synchrotron x–rays*, J. of the Phys. Soc. of Jap. **54** (1985) 881.
- [Kaw78] T. Kawamura, T. Fukamachi, *Application of the dispersion relation to determine the anomalous scattering factor*, Jap. J. Appl. Phys. **17** (1978) Suppl. **17–2** 224.
- [Kei60] E. Keil, E. Zeitler, W. Zinn, *Zur Einfach– und Mehrfachstreuung geladener Teilchen*, Z. Naturforsch. **15 a** (1960) 1031.
- [Ker98] Th. Kerschner, *Entwicklung und Aufbau eines pn–CCD–Systems zum Einzelphotonennachweis im Bereich weicher Röntgenstrahlung*, Dissertation, Institut für Experimentalphysik I, Ruhr–Universität Bochum, 1998.
- [Ket00] O. Kettig, H. Backe, N. Clawiter, S. Dambach, Th. Doerk, N. Elbai, H. Euteneuer, F. Hagenbuck, P. Holl, H. Jacobs, K.H. Kaiser, J. Kemmer, Th. Kerschner, G. Kube, H. Koch, W. Lauth, H. Mannweiler, H. Matthäy, H. Schöpe, D. Schroff, M. Schüttrumpf, R. Stötter, L. Strüder, Th. Walcher, A. Wilms, C. v. Zanthier, M. Zemter, *A novel type of x–ray interferometer*, in R.W. Dunford, D.S. Gemmell, E.P. Kanter, B. Krässig, S.H. Southworth, L. Young, editors, *X–ray and inner–shell processes: 18th international conference*, AIP conference proceedings 506, AIP Press, Melville, New York, 2000.

- [Kis90] L. Kissel, R.H. Pratt, *Corrections to tabulated anomalous-scattering factors*, Acta Cryst. **A 46** (1990) 170.
- [Kra95] S. Kraft, persönliche Mitteilungen, Physikalisch-Technische Bundesanstalt PTB, Braunschweig, 1995.
- [Kub98] G. Kube, *Untersuchungen zur Smith-Purcell-Strahlung im optischen Spektralbereich mit einem 855 MeV Elektronenstrahl geringer Emittanz*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1998.
- [Kun98] C. Kunz, *Die brillianteste Röntgenquelle der Welt*, Phys. Bl. **54** (1998) 1029.
- [Led78] C.M. Lederer, V.S. Shirley, *Table of isotops*, 7th edition, J. Wiley and sons, New York, 1978.
- [Len94] B. Lengeler, *Experimental determination of the dispersion correction $f'(E)$ to the atomic scattering factor*, in G. Materlik, C.J. Sparks, K. Fischer, editors, *Resonant anomalous x-ray scattering*, Elsevier Science B.V., Amsterdam, 1994.
- [Lie97] U. Lienert, M. Hart, D. Laundry, K.-D. Kiss, *Atomic scattering factors measured by high-energy x-ray interferometry*, ESRF highlights 1996/1997, European Synchrotron Facility, Grenoble, France, 1997.
- [Lin97] J. Lind, *Aufbau eines Monochromators für Röntgenstrahlung mit gebogenem Silizium-Einkristall*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1997.
- [Lum92] A.H. Lumpkin, R.B. Feldmann, S.A. Apgar, D.W. Feldman, P.G. O'Shea, R.B. Fiorito, D.W. Rule, *Initial electron-beam characterisation for the Los Alamos APEX facility*, Nucl. Instr. Meth. in Phys. Research **A 318** (1992) 415.
- [Lyn91] G.R. Lynch, O.I. Dahl, *Approximations to multiple Coulomb scattering*, Nucl. Instr. Meth. in Phys. Research **B 58** (1991) 6.
- [Lyo77] K.G. Lyon, G.L. Salinger, C.A. Swenson, G.K. White, *Linear thermal expansion measurements on silicon from 6 to 340 K*, J. Appl. Phys. **48** (1977) 865.
- [Mar00] S. Marchesini, K. Fezzaa, M. Belakhovsky, R. Coïsson, *X-ray interferometry of surfaces with fresnel mirrors*, Appl. Opt. **39** (2000) 1633.
- [Mat94] G. Materlik, C.J. Sparks, K. Fischer, editors, *Resonant anomalous x-ray scattering*, North-Holland, Amsterdam, 1994.
- [Mat83] T. Matsushita, H. Hashizume, *X-ray monochromators*, in D.E. Eastman, Y. Farge, E.-E. Koch, editors, *Handbook on synchrotron radiation, volume 1a*, North-Holland Publishing, Amsterdam, New York, Oxford, 1983.
- [Mic93] A.G. Michette, *X-rays and their properties*, in A.G. Michette, C.J. Buckley, editors, *X-ray science and technology*, Institute of Physics Publishing, Bristol, Philadelphia, 1993.

-
- [Mol47] G. Molière, *Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen I*, Z. Naturforsch. **2a** (1947) 133.
- [Mol48] G. Molière, *Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen II*, Z. Naturforsch. **3a** (1948) 78.
- [Mor86] M.J. Moran, B.A. Dahling, P.J. Ebert, M.A. Piestrup, B.L. Bergman, J.O. Kephart, *Measurement of coherent transition x -rays*, Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 1223.
- [Nik97] A.Yu. Nikulin, *Unambiguous phase determination using a new x -ray interferometer on separated crystals*, Phys. Lett. **A 229** (1997) 387.
- [Nor70] L.C. Northcliffe, R.F. Schilling, *Range and stopping power tables for heavy ions*, Nucl. Data Tabl. **A7** (1970) 233.
- [Pie92] M.A. Piestrup, D.G. Boyers, C.I. Pincus, Qiang Li, G.D. Hallewell, M.J. Moran, D.M. Skopik, R.M. Silzer, X.K. Maruyama, D.D. Snyder, G.B. Rothbart, *Observation of soft- x -ray spatial coherence from resonant transition radiation*, Phys. Rev. **A 45** (1992) 1183.
- [Pin84] Z.G. Pinsker, *Dynamical scattering of x -rays in crystals*, Springer, Heidelberg, 1984.
- [Pol95] F. Polack, D. Joyeux, J. Svatos, D. Phalippou, *Applications of wavefront division interferometers in soft x -rays*, Rev. Sci. Instrum. **66** (1995) 2180.
- [Pre92] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, *Numerical recipes in C*, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge, New York, Port Chester, Melbourne, Sydney, 1992.
- [Ric95] G. Richter, G. Hasinger, P. Friedrich, K. Fritze, J. Trümper, H. Bräuninger, P. Predehl, R. Staubert, E. Kendziorra, *ABRIXAS, A BROAD-band Imaging X-ray All-sky Survey*, in L. Bassani and G. di Cocco, editors, *Imaging in High Energy Astronomy*, Kluwer academic Publishers, Dordrecht, 1995.
- [Rul84] D.W. Rule, R.B. Fiorito, *The use of transition radiation as a diagnostic for intense beams*, NSWC TR84-134, Naval Surface Weapons Center, Silver Spring, Maryland, 1984.
- [Scha00] N. Scharfel, M. Dahlem, *Europas Röntgenobservatorium XMM*, Phys. Bl. **56(2)** (2000), 37.
- [Schr00] D. Schroff, *Messung der Linienbreite und der Intensität von parametrischer Röntgenstrahlung am 855 MeV Elektronenstrahl des Mainzer Mikrotrons*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 2000.
- [Schu97] H. Schulte-Schrepping, persönliche Mitteilung, Deutsches Elektronen Synchrotron DESY, Hamburg, 1997.
- [Sid83] D.P. Siddons, M. Hart, *Simultaneous Measurement of the real and imaginary parts of the x -ray anomalous dispersion using x -ray interferometers*, in A. Bianconi, L. Incoccia, S. Stipcich, editors, *EXAFS and near edge structures*, Springer series in chemical physics no. 27, Springer, Berlin, 1983.

- [Smi87] D.Y. Smith, *Anomalous x-ray scattering: relativistic effects in x-ray dispersion analysis*, Phys. Rev. **A 35** (1987) 3381.
- [Sol96] H. Soltau, P. Holl, J. Kemmer, S. Krisch, C. v. Zanthier, D. Hauff, R. Richter, H. Bräuninger, R. Hartmann, G. Hartner, N. Krause, N. Meidinger, E. Pfeffermann, C. Reppin, G. Schwaab, L. Strüder, J. Trümper, E. Kendziorra, J. Krämer, *Performance of the pn-CCD x-ray detector system designed for the XMM satellite mission*, Nucl. Instr. Meth. in Phys. Research **A 377** (1996) 340.
- [Ste93] St. Steil, *Ein energiedispersiver Röntgenmonochromator mit der Möglichkeit von Messungen im weichen Röntgenbereich: Entwurf, Aufbau und erste Messungen*, Dissertation, Physikalisches Institut, Universität Bonn, 1993.
- [Sto70] E. Storm, H.I. Israel, *Photon cross sections from 1 keV to 100 MeV for elements Z=1 to Z=100*, Atom. Data and Nucl. Data Tabl. **A 7** (1970) 565.
- [Stö92] J. Stöhr, *NEXAFS Spectroscopy*, Springer series in surface science 25, Springer, Heidelberg, 1992.
- [Str96] L. Strüder, J. Kemmer, *Neuartige Röntgendetektoren für die Astrophysik*, Phys. Bl. **52(1)** (1996) 21.
- [Suo85] P. Suortti, J.B. Hastings, D.E. Cox, *Powder diffraction with synchrotron radiation. II. Dispersion factors of Ni*, Acta Cryst. **A 41** (1985) 417.
- [Sva93] J. Svatos, D. Joyeux, D. Phalippou, F. Polack, *Soft x-ray interferometry for measuring the refractive index of materials*, Opt. Lett. **18** (1993) 1367.
- [Tem80] D.H. Templeton, L.K. Templeton, *Anomalous scattering of x-rays by cesium and cobalt measured with synchrotron radiation*, Acta Cryst. **A 36** (1980) 436.
- [Tem85] L.K. Templeton, D.H. Templeton, *X-ray dichroism and anomalous scattering of potassium tetrachloroplatinate(II)*, Acta Cryst. **A 41** (1985) 365.
- [Ter72] M.L. Ter-Mikaelian, *High-energy electromagnetic processes in condensed media*, Wiley-Interscience, New York, London, Sydney, Toronto, 1972.
- [Tol56] J.S. Toll, *Causality and the dispersion relation: logical foundations*, Phys. Rev. **104** (1956), 1760.
- [Wac93] Wacker-Chemitronic GmbH, *Product description: monocrystalline silicon*, P.O. Box 1140, D-84479 Burghausen, 1993.
- [War75] L. Wartschi, S. Roland, J. Lasalle, M. Bolore, G. Filippi, *Interference phenomenon in optical transition radiation and its application to particle beam diagnostics and multiple scattering experiments*, J. Appl. Phys. **46** (1975) 3644.
- [War86] W.K. Warburton, K.F. Ludwig, *Absorption effects in the determination of anomalous scattering factors using x-ray refraction through a prism*, Phys. Rev. **B 33** (1986) 8424.
- [Wil97] A. Wilms, *Aufbau einer Apparatur zum Test von pn-CCDs*, Diplomarbeit, Institut für Experimentalphysik I, Ruhr-Universität Bochum, 1997.

- [Win97] H. Winick, *Synchrotron radiation sources: past, presence and future*, in A. Haase, G. Landwehr, E. Umbach, editors, *Röntgen centennial*, World Scientific, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, 1997.
- [Zac94] W.H. Zachariasen, *X-ray diffraction in crystals*, unaltered republication of the 1947 edition by Wiley and Sons Inc., Dover Publications Inc., Mineola, N.Y., 1994.
- [Zah94] R. Zahn, *Messung resonanter Übergangsstrahlung im Röntgenbereich mit einem 855 MeV Elektronenstrahl geringer Emittanz*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Universität Mainz, 1994.
- [Zan98] C. v. Zanthier, IDL-Skript preproc.pro, KETEK GmbH, Oberschleißheim, 1998.
- [Zem98] M. Zemter, *Untersuchungen zur Übergangsstrahlung und Parametrischen Strahlung unter Verwendung eines pn-CCD-Detektors*, Diplomarbeit, Institut für Experimentalphysik I, Ruhr-Universität Bochum, 1998.
- [Zie00] J. Ziegler, Programm SRIM2000, 2000,
<http://www.research.ibm.com/ionbeams/home.htm#SRIM>,
basierend auf A. Arnau, P. Bauer, J. Biersack, P. DeLuca, P. Echenique, W. Newhauser, D. Semrad, J. Ziegler, Editors, *The stopping and range of ions in matter*, in Vorbereitung.

Abbildungsverzeichnis

1.1. Funktionsprinzip des Interferometers (blackbox.eps)	3
2.1. Transmission durch Materie (welle.eps)	6
2.2. Absorption β und Dispersion δ von Nickel (nideltabeta.eps)	8
2.3. Entstehung der Übergangsstrahlung (tr-prinzip.eps)	10
2.4. Formationslänge Z_i (formplot.eps)	11
2.5. Eigenschaften der Übergangsstrahlung (bevak.eps)	11
2.6. Polarisation der Übergangsstrahlung (polarisation.eps,polar2.eps)	12
2.7. Übergangsstrahlung an mehreren Grenzflächen (multifoil.eps)	13
2.8. Bragg–Reflexion am Einkristall (bragg.eps)	14
2.9. Darwin–Prins–Kurve des Silizium (111)–Reflexes (rc.eps)	15
2.10. Geometrischer Beitrag zur Energieauflösung (geoaufloes.eps)	16
2.11. Dispersive Abbildung am ebenen Einkristall (disperabb.eps)	18
2.12. Parameterraum bei dispersiver Abbildung (disperpunkt.eps)	18
3.1. Prinzip des TR–Interferometers (fero-prinz.eps)	20
3.2. Idealisiertes interferometrisches Messsignal (int-ideal.eps)	21
3.3. Beiträge zur Gesamtphase (terme.eps)	23
3.4. Einfluss von Δd_0 auf die ermittelte Dispersion (d0errplot.eps)	25
3.5. Winkelspektrum der Einzelfolien (singlefoils.eps)	27
3.6. Emittanz des Elektronenstrahls (emittanz.eps)	30
3.7. Interferenzsignal mit Emittanz (int-emi.eps)	31
3.8. Winkelverteilung bei Mehrfachstreuung (streuehr.eps)	33
3.9. Interferenzsignal mit Mehrfachstreuung (int-streu.eps)	34
3.10. Interferenzsignal mit Mehrfachstreuung in Einzelfolien (int-streu2.eps)	35
3.11. Interferenzsignal bei Folientausch (int-streu3.eps)	36
3.12. Erreichbare Kohärenz (coherplot.eps)	37
4.1. Überblick über den Gesamtaufbau (expsetup.eps)	40
4.2. Zeichnung des Radiatoraufbaus (ferosetup.eps)	42
4.3. Fotografie des Radiatoraufbaus (ferofoto.eps)	43

4.4.	Aufbau des Spektrometers (monogoni.eps)	44
4.5.	Seitenansicht des Detektorwagens (side-det.eps)	46
4.6.	Aufbau der pn-CCD (ccdsetup.eps)	47
4.7.	Schematische Darstellung der pn-CCD (ccd.eps)	47
4.8.	Übersicht über die Elektronik (elektronik.eps)	49
4.9.	Triggierung bei der Datenaufnahme (trigger.eps)	50
5.1.	Rohdaten der Transmissionsmessung (tplot.eps)	52
5.2.	Anpassung der Transmissionskurve (transmiss.eps)	53
5.3.	α -Spektren mit und ohne Energieverlust (alpha.eps)	54
5.4.	Aufbau zur Bestimmung der Strahlfleckgröße (fleckmess.eps)	58
5.5.	Horizontales und vertikales Strahlprofil (fleckhor.eps, fleckvert.eps)	59
5.6.	Zeitlicher Verlauf des Elektronenstrahlstroms (strom.eps)	60
5.7.	Interferenzmessung bei 10 keV (100raw.eps, 126raw.eps, 146raw.eps)	63
5.8.	Interferenzmessung bei 8.33 keV (420raw.eps, 440raw.eps, 460raw.eps)	64
6.1.	Schritte bei der Bearbeitung der Rohdaten (korrektur1.eps)	66
6.2.	Impulshöhenverteilung (gaincte2.eps)	67
6.3.	Energieeichung der Messserie 2 (eeichkante.eps)	68
6.4.	Umrechnung der Pixel-Koordinaten (dxdyplot.eps)	69
6.5.	Energie- und Winkelselektion (histocut.eps)	71
6.6.	Abstandsoszillationen (distoszill.eps)	72
6.7.	Anpassung der Winkelverteilung der Berylliumfolie (003fit.eps)	76
6.8.	Anpassung der Winkelverteilung der Nickelfolie (005fit.eps)	77
6.9.	Anpassung der Winkelverteilung bei $d_r = 0 \mu\text{m}$ (100fit.eps)	79
6.10.	Anpassung der Winkelverteilung bei $d_r = 400 \mu\text{m}$ (146fit.eps)	80
6.11.	Anpassung der Abstandsoszillationen für Messserie 1 (scanfit1.eps)	82
6.12.	Anpassung der Abstandsoszillationen für Messserie 2 (scanfit2.eps)	83
7.1.	Anpassungsergebnisse für den Abstands-Offset d_0 (d0.eps)	86
7.2.	Anpassungsergebnisse für die Winkeldivergenz Σ' (sigmaplot.eps)	87
7.3.	Anpassungsergebnisse für die Dispersion δ_1 (deltaplot1.eps)	88
7.4.	Anpassungsergebnisse für die Amplitude A (ampplot.eps)	89
7.5.	Energieaufgelöste Dispersion δ_1 mit statistischen Fehlern (deltaplot2.eps)	90
7.6.	Beiträge zum systematischen Fehler der Dispersion δ_1 (systematics.eps)	92
7.7.	Systematischer Fehler der Dispersion δ_1 (systfehler.eps)	93
7.8.	Gesamtfehler der Dispersion δ_1 (gesfehler.eps)	94
7.9.	Energieaufgelöste Dispersion δ_1 für Messserie 1 (deltaplot5.eps)	95
7.10.	Energieaufgelöste Dispersion δ_1 für Messserie 2 (deltaplot6.eps)	96

7.11. Vergleich der Ergebnisse aus Messserie 2 mit der Literatur	(deltaplot4.eps)	97
7.12. Vergleich der Ergebnisse aus Messserie 1 mit der Literatur	(deltaplot3.eps)	101
8.1. Parameterraum bei vertikal angeordneter pn-CCD	(disperpunkt2.eps)	106
8.2. Übergangsstrahlung von 1.5 GeV-Elektronen	(bevak2.eps)	107
8.3. Relativistische Korrekturen Δ_{rel}	(smith3.eps)	109
8.4. Lage der Absorptionskanten	(kanten.eps)	110
8.5. Intensitätsoszillationen bei hohen Photonenenergien	(tr0198.eps)	111
8.6. Signal bei interferometrischer Emittanzmessung	(1muebe.eps)	112
A.1. Skizze zur Berechnung der Intensitätsformel	(interfacenum.eps)	116
A.2. Winkeldefinitionen	(sigmatheta.eps)	119
A.3. Kohärenzverminderung als Funktion des Folienabstandes	(analyt.eps)	125
A.4. Kohärenzverminderung als Funktion des Beobachtungswinkels	(analyt2.eps)	125
A.5. Bremsstrahlung	(brems.eps)	131
B.1. Prinzip der Monte Carlo-Simulation	(simul.eps)	133
B.2. Schritte bei der Bearbeitung der Rohdaten	(korrektur2.eps)	138
B.3. Einfluss der Offset- und Common Mode-Korrektur	(rohadc.eps,nocte.eps)	139
B.4. Benutzeroberfläche von frame2ccd	(frame2ccd1.eps,frame2ccd2.eps,frame2ccd3.eps)	141
B.5. Verstärkerabgleich	(gainkorr2.eps)	142
B.6. CTE-Korrektur	(ctekorr2.eps)	142
B.7. Einfluss von Verstärkerabgleich und CTE-Korrektur	(gaincte.eps)	143
B.8. Benutzeroberfläche von ccdanaly	(ccdanaly1.eps,ccdanaly2.eps,ccdanaly3.eps,ccdanaly4.eps)	144