

**Beiträge zur Steuerung und Analyse
von technischen Bearbeitungssystemen
mit Methoden der Nichtlinearen
Zeitreihenanalyse**

Dissertation
zur Erlangung des Grades
„Doktor der Naturwissenschaften“

am Fachbereich Physik
der Johannes Gutenberg-Universität
in Mainz

Thilo Simon
aus Koblenz

Mainz, im September 1999

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 1.1 | Zeitreihenanalyse realer Systeme | 1 |
| 1.2 | Zielsetzung dieser Arbeit | 2 |
| 1.3 | Übersicht der nachfolgenden Kapitel | 3 |
| 2 | Theoretische Grundlagen | 5 |
| 2.1 | Nichtlineare dynamische Systeme | 6 |
| 2.1.1 | Der Zustandsraum | 6 |
| 2.1.2 | Attraktoren | 7 |
| 2.1.3 | Nichtlineare Kenngrößen | 7 |
| 2.2 | Nichtlineare Zeitreihenanalyse | 9 |
| 2.2.1 | Theorem von Takens - Sauer et al. | 10 |
| 2.2.2 | Bestimmung nichtlinearer Kenngrößen aus Zeitreihen | 10 |
| 2.3 | Grundbegriffe der Stochastik und Statistik | 12 |
| 2.3.1 | Stochastische Prozesse | 12 |
| 2.3.2 | Schätzer und das Testen von Hypothesen | 13 |
| 3 | Echtzeitprognose für reale dynamische Systeme | 15 |
| 3.1 | Zielsetzung | 15 |
| 3.2 | Brauchbarkeit und mathematische Konsistenz | 16 |
| 3.3 | Echtzeitfähigkeit der nichtlinearen Prädiktion | 17 |
| 3.3.1 | Echtzeitfähigkeit und Rechenaufwand | 17 |
| 3.3.2 | Linearisierung des Rechenaufwandes | 22 |
| 3.3.3 | Beispiele und Interpretation | 27 |
| 3.4 | Vorhersagegenauigkeit und Stabilität | 29 |
| 3.4.1 | Untersuchung des Vorhersagefehlers | 29 |
| 3.4.2 | Verhalten bei additivem Rauschen | 31 |
| 3.5 | Kurzes Fazit | 34 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 4 | Echzeitkompensation dynamischer Störungen | 37 |
| 4.1 | Problemstellung | 37 |
| 4.2 | Technische Umsetzung | 38 |
| 4.2.1 | Der Versuchsaufbau | 38 |
| 4.2.2 | Meßwerterfassung und Analyse | 39 |
| 4.3 | Prädiktion der Maschinenschwingungen | 42 |
| 4.4 | Resultate | 43 |
| 5 | Surrogatdaten bei nichtstationären Zeitreihen | 45 |
| 5.1 | Klassifikation und Nichtstationarität bei Zeitreihen | 46 |
| 5.1.1 | Das Klassifikationsproblem bei endlichen Zeitreihen | 46 |
| 5.1.2 | Der Begriff der Stationarität | 47 |
| 5.2 | Das Testen von Hypothesen mit Surrogatdaten | 48 |
| 5.2.1 | Die Methode der Surrogatdaten | 48 |
| 5.2.2 | Analytische Betrachtung der FT-Surrogat-Methode | 50 |
| 5.2.3 | Phasenrandomisierung mit Gleichverteilung | 54 |
| 5.3 | Die Methode der Surrogatdaten bei Nichtstationarität | 56 |
| 5.3.1 | Betrachtung der Nullhypothese | 56 |
| 5.3.2 | Mittelwertinstationäre lineare Prozesse | 57 |
| 5.3.3 | Varianzinstationäre lineare Prozesse | 60 |
| 5.3.4 | Allgemeine lineare Change Point-Prozesse | 63 |
| 5.4 | Change-Point Prozesse als Alternativhypothese | 65 |
| 5.4.1 | Geeignete Segmentierung von Zeitreihen | 66 |
| 5.4.2 | Bootstrap-Surrogate als Repräsentanten der Nullhypothese eines allgemeinen linearen Change Point-Prozesses | 67 |
| 5.4.3 | Numerisches Beispiel: Change Point-Surrogate | 69 |
| 5.5 | Zusammenfassung | 71 |
| 6 | Analyse von Körperschallsignalen | 73 |
| 6.1 | Problemstellung | 73 |
| 6.2 | Datenaufnahme und Analyse | 74 |
| 6.2.1 | Der Zerspanprozeß | 74 |
| 6.2.2 | Die Körperschallsignale | 76 |
| 6.2.3 | Analyse von Körperschallsignalen | 77 |
| 6.3 | Klassifikation der Körperschallsignale | 78 |
| 6.3.1 | Testen mit AAFT-Surrogaten | 80 |
| 6.3.2 | Testen mit CP-Surrogaten | 83 |
| 6.4 | Zusammenfassung | 86 |

| | |
|---|-----------|
| 7 Zusammenfassung | 87 |
| Anhang | 89 |
| A Das Programmpaket TSA 97 | 91 |
| A.1 Altes und Neues: Die Programme | 91 |
| A.2 Die Windows Benutzer-Oberfläche | 92 |
| B Datenverwaltung - TSAInfo | 93 |
| Literaturverzeichnis | 95 |

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Zeitreihenanalyse realer Systeme

Die Erforschung der Theorie der Nichtlinearen Dynamik und damit die Wiederentdeckung des deterministischen Chaos haben in den letzten zwanzig Jahren nicht geringen Einfluß auf die verschiedensten Gebiete der Naturwissenschaften ausgeübt. Es wurde die Erkenntnis gewonnen, daß bereits niedrigdimensionale nichtlineare Systeme ein sehr kompliziertes zeitliches Entwicklungsverhalten aufweisen können. Das hat zur Folge, daß die Zustände solcher chaotischen Systeme nur sehr kurzfristig vorhersagbar sind. Das Vorhandensein von deterministischem Chaos kann in vielen Anwendungsbereichen als gute Erklärung für ein unregelmäßig erscheinendes Systemverhalten dienen, das nicht rein stochastischer Natur ist.

Eine direkte Verknüpfung zwischen dem Gebiet der Nichtlinearen Dynamik und der realen Welt der Gegenstände stellt die Nichtlineare Zeitreihenanalyse dar. Bis zu Beginn der Neunzigerjahre ist die Untersuchung von Zeitreihen realer Systeme allein mit linearen Methoden betrieben worden. Durch das Verständnis nichtlinearer dynamischer Systeme haben sich in der Zeitreihentheorie eine Vielzahl neuer Untersuchungsmethoden und quantitativer Beschreibungsmöglichkeiten für Zeitreihen etabliert. Die Nichtlineare Zeitreihenanalyse als ein Teilgebiet der angewandten Nichtlinearen Dynamik umfaßt dabei insbesondere Verfahren zur Berechnung nichtlinearer Kenngrößen aus Zeitreihen, Tests auf chaotisches oder stochastisches Verhalten und spezielle Steuerungs- und Regelungsverfahren wie das sogenannte „Controlling Chaos“. Weiterhin existieren Verfahren zur nichtlinearen Systemidentifikation, d. h. zur Bestimmung von relevanten Variablen und Abhängigkeiten für eine nichtlineare Modellierung, sowie eine Vielzahl an nichtlinearen Vorhersagemodellen.

Die Nichtlineare Zeitreihenanalyse konnte im Rahmen von wohldefinierten Laborexperimenten bereits große Erfolge erzielen und experimentelle chaotische Systeme hervorragend quantitativ klassifizieren und einordnen. Dennoch mangelt es vielen dieser Laborexperimente an einem konkreten Praxisbezug und die Untersuchung dieser Systeme geschah oftmals rein unter dem Gesichtspunkt einer demonstrativen

Anwendbarkeit und Relevanz der Nichtlinearen Dynamik. Die Analyse von Zeitreihen realer Systeme, die nicht rein deterministisch sind und zudem Strukturen zeigen, die sich einem ausschließlichen Zugang mit klassischen linearen Methoden entziehen, führt zu ungleich größeren Schwierigkeiten als der Umgang mit wohlpräparierten Laborexperimenten, bzw. mit per Simulation erzeugten künstlichen Zeitreihen. Aus diesem Grund sind bisher nur sehr wenige Beispiele für einen tatsächlichen Praxiseinsatz der Nichtlinearen Dynamik publiziert. Die Anwendung der Nichtlinearen Dynamik zur Lösung realer konkreter Probleme stellt in hohem Maße *die* Herausforderung und Bewährungsprobe der Nichtlinearen Dynamik in den kommenden Jahren dar.

1.2 Zielsetzung dieser Arbeit

Ausgehend von der Maßgabe einer Anwendung nichtlinearer Verfahren auf die Zeitreihen real existierender Systeme, ist es das wesentliche Ziel dieser Arbeit, erste Schritte in Richtung einer Verknüpfung von Theorie und Praxis zu liefern. Den Ausgangspunkt bilden konkrete Probleme in zwei verwandten industriellen Anwendungen aus dem Bereich der spanenden Bearbeitung. Hier soll mit den Methoden der Nichtlinearen Dynamik eine Lösung der jeweiligen Probleme erreicht werden. So wird nicht der häufig beschrittene Weg gewählt, zu bereits existierenden physikalisch-wissenschaftlichen Resultaten eine Anwendung zu suchen, die mit diesen Mitteln verbessert werden kann. Stattdessen wird umgekehrt vorgegangen, d. h. die Problemstellung einer industriellen Anwendung dient als Ausgangspunkt einer zielgerichteten Suche nach einer pragmatischen Lösung mit Hilfe der Nichtlinearen Dynamik. Entscheidend ist dabei die tatsächliche Ausrichtung an den Anforderungen der Praxis und nicht am Vorverständnis der Physik. Thematisch gliedert sich diese Arbeit in zwei Schwerpunkte:

Der erste Teil befaßt sich mit der aktiven Kompensation von Störungen, die in Form von „hochdynamischen“¹ Schwingungen während der Hochpräzisions-Drehbearbeitung von Werkstücken auftreten. Diese Schwingungen beeinträchtigen nachhaltig die Oberflächenqualität der bearbeiteten Werkstücke, so daß die geforderten Fertigungstoleranzen oftmals nicht eingehalten werden können. Da diese Schwingungen keiner vollständigen Analyse mit linearen Verfahren zugänglich sind, werden sie hier mit Methoden der Nichtlinearen Dynamik untersucht. Unter Verwendung der nichtlinearen Prädiktion werden Prognosemodelle für die Systemschwingungen erstellt, auf deren Basis eine Kompensation der Störsignale an der Werkzeugmaschine in Echtzeit vorgenommen werden kann. Zu diesem Zweck muß der Algorithmus der nichtlinearen Prädiktion an den Einsatz in einer solchen Echtzeitanwendung angepaßt werden, d. h. es wird eine Reduzierung des Rechenaufwandes des Verfahrens angestrebt und das Verhalten des adaptierten Algorithmus bei Meßrauschen untersucht.

¹Im ingenieurtechnischen Sprachgebrauch werden mit dem Begriff hochdynamisch zumeist Schwingungen oberhalb von 100 Hz bezeichnet.

Im zweiten Teil dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt auf der Klassifikation von Körperschallsignalen, wie sie oftmals zur Systemüberwachung und Prognose bei Zerspanvorgängen eingesetzt werden. Bevor die Entwicklung eines adaptiven Modells möglich wird, das zur Erhöhung der Prozeßsicherheit und der Werkzeugstandzeit benutzt werden kann, stellt sich die Frage ob sich die hochgradig nichtstationären Körperschallsignale auf lineare oder nichtlineare Zusammenhänge zurückführen lassen. Das üblicherweise in der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse eingesetzte Verfahren zum Testen auf Nichtlinearität [TEL+92] mit der Hilfe von Surrogatdaten versagt jedoch bei nichtstationären Zeitreihen. Zu diesem Zweck werden in dieser Arbeit neue Methoden zur Generierung von Surrogatdaten entwickelt, mit deren Hilfe auf statistischer Basis die Entscheidung getroffen werden kann, ob die Körperschallsignale von einem linearen nichtstationären Prozeß herrühren oder nicht.

Diese Untersuchungen entstanden im Rahmen von interdisziplinären Forschungsprojekten des Volkswagen-Schwerpunkts „Untersuchung nichtlinear-dynamischer Effekte in produktionstechnischen Systemen“.

1.3 Übersicht der nachfolgenden Kapitel

Die Gliederung der nachfolgenden Kapitel orientiert sich an den bereits diskutierten inhaltlichen Schwerpunkten. In Kapitel 2 werden zunächst die im Kontext dieser Arbeit benötigten theoretischen Grundlagen aus den Bereichen Nichtlineare Dynamik, Nichtlineare Zeitreihenanalyse, Stochastik und Statistik eingeführt.

Kapitel 3 und Kapitel 4 enthalten die Untersuchung zur Echtzeitkompensation von dynamischen Störungen beim Hochpräzisionsdrehen. Dabei wird im Kapitel 3 zunächst die zugehörige Theorie diskutiert. Die dort angestellten Vorüberlegungen und Untersuchungen zum Echtzeiteinsatz von nichtlinearen Vorhersagealgorithmen orientieren sich zwar bereits stark an der Zielsetzung einer praktischen Anwendung, werden jedoch zum Zweck der größeren Allgemeingültigkeit losgelöst von der konkreten Problemstellung der spanenden Bearbeitung präsentiert. Die Darstellung der funktionierenden Problemlösung, die auf diesen theoretischen Überlegungen aufbaut, folgt dann in Kapitel 4.

Die Unterteilung in ein theoretisches und ein Anwendungskapitel ist ebenfalls in den Kapiteln 5 und 6 realisiert. In Kapitel 5 wird zunächst das Vorgehen beim Testen von Hypothesen mit Hilfe von Surrogatdaten bei nichtstationären Zeitreihen erläutert. Dies geschieht auch hier unabhängig von der Fragestellung im Rahmen der industriellen Anwendung, um die Allgemeingültigkeit der erarbeiteten Resultate herauszustreichen. Die Lösung des Problems der Klassifikation von Körperschallsignalen bei Zerspanprozessen ist dann in Kapitel 6 dargestellt.

Anhang A und B enthalten kurze Beschreibungen der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und optimierten Programme aus dem Programmpaket TSA 97, einer Windows-Benutzeroberfläche und einer Datenbank zur Verwaltung der in großen Mengen anfallenden Datensätzen, die die Basis der durchgeführten Arbeiten bilden.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

*„No roote, no fruite.“
Jeremiah Dyke, 1640*

Gegenstand dieser Arbeit ist eine Anwendung der Nichtlinearen Dynamik, insbesondere der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse auf real existierende dynamische Systeme. Die hierbei verwendeten Methoden basieren größtenteils auf der Theorie der Nichtlinearen Dynamik, einer Theorie der zeitlichen Entwicklung von nichtlinearen dynamischen Systemen in einem Phasenraum. Da solche nichtlinearen Systeme oftmals deterministisches Chaos zeigen, stellen sie einen sinnvollen Ausgangspunkt dar, um irregulär erscheinende Zeitreihen zu untersuchen und zu beschreiben. Da Rauschen ein integraler Bestandteil von Zeitreihen realer Systeme ist, scheint eine Erweiterung der Beschreibung durch die mathematische Stochastik sinnvoll zu sein, wobei angenommen wird, daß die stochastische Komponente lediglich eine kleine Störung des nichtlinearen Systems darstellt und die nichtlinearen Zusammenhänge des Systems nicht grundlegend verändert.

Da im Rahmen dieser Arbeit verschiedene Theorien eine Rolle spielen, werden in den folgenden Abschnitten wesentliche Begriffe der Nichtlinearen Dynamik, der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse sowie der Stochastik und Statistik eingeführt, die für ein Verständnis dieser Arbeit benötigt werden. Obwohl auf eine mathematisch einwandfreie Darstellung geachtet wird, werden nicht alle Begriffe und Konzepte explizit definiert und erklärt, sondern es wird oftmals auf die entsprechende Literatur verwiesen.

Hervorragende Einführungen in die theoretischen Grundlagen der Nichtlinearen Dynamik findet man z. B. in Ott [Ott93], Jackson [Jac89], [Jac91] und auch in Beckmann [Bec96a]. Für eine ausführliche Darstellung der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse sei auf Kantz und Schreiber [KS97], Abarbanel [Aba96], Buzug [Buz94] und auf Beckmann [Bec96b] verwiesen. Als gute Übersichtsartikel sind in erster Linie [ABS+93] und [GSS91] zu empfehlen. Im Buch von Argyris [AFH95] werden sowohl Aspekte der theoretischen Grundlagen als auch der Zeitreihenanalyse in verständlicher Art und Weise dargestellt. Für eine reine Einführung in die Stochastik

und Statistik ist Krengel [Kre91], für eine sehr praxisnahe Darstellung angewandter Statistik Stahel [Sta95] zu nennen. Als Lehrbücher für Verfahren der linearen stochastischen Zeitreihenanalyse sind in erster Linie Priestley [Pri81] und Schlittgen und Streitberg [SS94] zu erwähnen. Für neuere und insbesondere auch nichtlineare Verfahren aus dem Bereich der klassischen stochastischen Zeitreihenanalyse sei auf Tong [Ton90] verwiesen.

2.1 Nichtlineare dynamische Systeme

2.1.1 Der Zustandsraum

In der theoretischen Physik werden dynamische Systeme sowohl in endlich- als auch in unendlichdimensionalen Räumen beschrieben. Wird sich auf Systeme mit einer endlichen Anzahl von Freiheitsgraden beschränkt, so läßt sich der Zustandsraum M i. a. durch eine m -dimensionale glatte Mannigfaltigkeit M , die in den \mathbb{R}^{2m+1} eingebettet ist, beschreiben. Physikalisch kann diese Mannigfaltigkeit als die Menge aller Zustände interpretiert werden, in denen sich das System befinden kann. Dadurch ist es möglich den Zustandsraum analog zum Phasenraum der klassischen Mechanik zu interpretieren. Ein Systemzustand wird durch den Zustandsvektor $\mathbf{x} \in M$ beschrieben und die Zustände werden als Funktion der Zeit unter der jeweiligen Dynamik betrachtet. Die Dynamik läßt sich entweder durch eine m -dimensionale Abbildung oder durch ein System von m Differentialgleichungen erster Ordnung beschreiben, d. h. im ersten Fall handelt es sich um ein zeitdiskretes System, dessen Systemzustände zur diskreten Zeit n auf solche zur Zeit $n + 1$ durch

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_n), \quad n \in \mathbb{Z} \quad (2.1)$$

abgebildet werden. Im Fall zeitkontinuierlicher Systeme ist die zeitliche Entwicklung der Zustände durch

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}), \quad t \in \mathbb{R} \quad (2.2)$$

gegeben. Dabei heißt $\mathbf{f}(t, \mathbf{x})$ das Vektorfeld. Ist \mathbf{f} nicht explizit von der Zeit abhängig, so heißt die Differentialgleichung (2.2) autonom. Sowohl im zeitdiskreten (2.1) als auch im zeitkontinuierlichen Fall (2.2) wird das Paar $S = (M, \mathbf{F})$ bzw. $S = (M, \mathbf{f})$ als ein dynamisches System bezeichnet. Spezielle Lösungen des jeweiligen dynamischen Systems werden im Fall (2.1) als Orbit, bzw. im Fall (2.2) als Trajektorie $\varphi(t, \mathbf{x}(0))$ mit dem Anfangszustand \mathbf{x}_0 bzw. $\mathbf{x}(0)$ bezeichnet. Die Menge aller Anfangszustände, die zum gleichen asymptotischen Langzeitverhalten der Trajektorien führt, wird Einzugsgebiet oder auch Bassin genannt. Die mathematische Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen sichert die Existenz und Eindeutigkeit der Trajektorien $\varphi(t)$ unter speziellen Voraussetzungen, siehe dazu [Arn92].

2.1.2 Attraktoren

Das Hauptinteresse der Nichtlinearen Dynamik gilt in erster Linie Systemen, deren Trajektorien nicht nur in einem beschränkten Teilgebiet des Zustandsraums verweilen, sondern die zusätzlich noch dissipativ sind. Dissipativ bedeutet, daß ein beliebiges Teilvolumen des Phasenraums durch die Dynamik des Systems im Langzeitmittel kontrahiert wird. Es gilt somit $|\det D\mathbf{F}| < 1$ bzw. $\operatorname{div} \mathbf{f} < 0$, d. h. das Langzeitverhalten dieser Systeme wird typischerweise durch invariante abgeschlossene Mengen, die Attraktoren des Systems, charakterisiert. Einfache Beispiele für nichtchaotische Attraktoren sind z. B. Fixpunkte (nach Abklingen eines transienten Anfangszustandes strebt das System gegen einen stationären Zustand) und Grenzzyklen (das System nähert sich einer periodischen Bewegung). Für beschränkte autonome zeitkontinuierliche Systeme mit lediglich zwei Freiheitsgraden sind dies die einzigen Möglichkeiten für ein Langzeitverhalten. Für höherdimensionale Systeme können jedoch Attraktoren auftreten, die durch Streck- und Faltmechanismen ein sehr kompliziertes zeitliches Verhalten aufweisen und Chaos produzieren, d. h. der Verlauf der Bewegungen auf einem solchen chaotischen Attraktor ist extrem empfindlich gegenüber infinitesimalen Änderungen der Anfangsbedingungen¹. Gleichzeitig sind solche chaotischen Attraktoren zumeist auch geometrisch komplizierte Objekte mit fraktaler Struktur [Man87] und werden in dieser Hinsicht oftmals als seltsame Attraktoren bezeichnet. Diese Begriffe werden im folgenden noch genauer spezifiziert werden. In der Literatur existiert trotz stellenweise großer Übereinstimmung in den Konzepten keine einheitliche Definition des Attraktorbegriffs, siehe auch die Diskussion in [Sch99].

2.1.3 Nichtlineare Kenngrößen

Ein Attraktor A spiegelt ein globales Bild des Langzeitverhaltens eines dynamischen Systems wider. Das invariante Wahrscheinlichkeitsmaß ρ auf A beschreibt nun, wie oft verschiedene Teile von A im Verlauf der zeitlichen Entwicklung aufgesucht werden. ρ ist als Zeitmittel von Diracschen Deltafunktionen an den Orten $\mathbf{x}(t)$ von A definiert und invariant unter dem dynamischen System S [ER85]. Ist ρ außerdem ergodisch, so kann das Zeitmittel durch ein gewichtetes Phasenraummittel ersetzt werden. Eine konstruktive Definition für das natürliche Maß ρ und eine beliebige stetige Funktion θ , z. B. eine Eigenschaftsfunktion auf A , ist möglich durch

$$\rho(\theta) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \theta[\varphi(t, \mathbf{x}(0))] dt, \quad (2.3)$$

für fast alle Startwerte $\mathbf{x}(0)$ von A .

Weitere relevante Kenngrößen eines dynamischen Systems sind z. B. fraktale Dimensionen bzw. Skalenexponenten und auch Lyapunov-Exponenten. Diese Größen sind charakteristisch für das jeweilige dynamische System und ändern sich nicht unter

¹Es wird vom sog. Schmetterlingseffekt gesprochen.

glatten Koordinatentransformationen. Die Dimensionen stehen dabei im Verständnis von Grebogi et al. [GOP+84] in einem engen Zusammenhang mit dem Begriff des seltsamen Attraktors, während die Lyapunov-Exponenten eng mit dem Begriff des chaotischen Attraktors verknüpft sind.

Als erste dieser invarianten Kenngrößen werden im folgenden die Lyapunov-Exponenten besprochen, die zur quantitativen Beschreibung von chaotischen Bewegungen ein zentrales Mittel sind. Die Lyapunov-Exponenten geben die mittlere Expansions- bzw. Kontraktionsrate von Störungen in den unterschiedlichen Richtungen der lokalen Dynamik wieder. Sie sind damit ein Maß für die exponentielle Divergenz benachbarter Zustände im Phasenraum. Da eng benachbarte Punkte nahezu identische Zustände beschreiben können, deren Unterschied nicht mehr im Bereich unseres Auflösungsvermögens zu liegen braucht, die sich jedoch unter einer chaotischen Dynamik exponentiell voneinander entfernen, ist die Vorhersagbarkeit späterer Systemzustände offensichtlich beschränkt. Dabei wird das Prinzip der starken Kausalität verletzt, das besagt, daß ähnliche Ursachen auch ähnliche Wirkungen zur Folge haben. Die sogenannte schwache Kausalität, d. h. gleiche Ursachen haben gleiche Wirkung, ist natürlich in deterministischen Systemen niemals verletzt, wodurch sich der Begriff des „deterministischen Chaos“ erklärt.

Eine anschauliche Definition der Lyapunov-Exponenten läßt die Interpretation als Wachstumsraten infinitesimaler Volumenelemente zu. Dazu wird beispielsweise zur Zeit $t = 0$ eine n -dimensionale Kugel mit Radius $\epsilon(0)$ betrachtet, die einen Referenzpunkt einer beliebigen Trajektorie umgibt. Durch die Dynamik verformt sich die Kugel im Laufe der Zeit zu einem n -dimensionalen Ellipsoid. Die Lyapunov-Exponenten λ_k sind durch die Expansionsraten der jeweiligen Hauptachsen ϵ_k , $k = 1, \dots, n$ bestimmt:

$$\lambda_k = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \log \frac{\epsilon_k(\tau)}{\epsilon(0)}. \quad (2.4)$$

Für ergodische Wahrscheinlichkeitsmaße ρ läßt sich mit Hilfe einer allgemeineren Definition zeigen, daß der Grenzwert in (2.4) tatsächlich bis auf Nullmengen des Phasenraumes existiert (siehe [Ose68]).

Die Lyapunov-Exponenten charakterisieren das Systemverhalten insofern, als z. B. für chaotische Attraktoren gefordert wird, daß mindestens einer der λ_k größer als Null ist. Benachbarte Trajektorien² divergieren dann im Mittel typischerweise mit der Rate $\exp(\lambda_k t)$, werden durch die räumliche Beschränktheit des Attraktors jedoch bereits nach zumeist kurzer Zeit wieder zurückgefaltet, was dem für Chaos typischen Mechanismus des Streckens und Faltens entspricht. In einem dissipativen dynamischen System gilt $\sum \lambda_k < 0$. Für eine vollständigere Darstellung der Theorie der Lyapunov-Exponenten sei auf [BGS76] verwiesen.

Im folgenden soll noch kurz auf die geometrische Struktur von Attraktoren eingegangen werden. Seltsame Attraktoren nichtlinearer dynamischer Systeme zeigen

²Eine Eigenschaft chaotischer Attraktoren ist es, daß diese nicht aus einer einzigen Trajektorie bestehen müssen.

i. a. eine selbstähnliche Struktur, das heißt, bestimmte Formen ähneln sich auf allen Größenskalen. Die quantitative Ermittlung der Skalierungseigenschaften solcher Attraktoren ist in zweierlei Hinsicht von Interesse. Einerseits können Einblicke in den geometrischen Aufbau komplexer Attraktoren gewonnen werden und andererseits liefert die fraktale Dimension ein quantifiziertes Maß für die Anzahl der relevanten Freiheitsgrade des dynamischen Systems. Hier ist zu erwähnen, daß gegenüber dem üblichen Verständnis von Dimension die fraktale Dimension D_q einer solchen fraktalen Menge nicht ganzzahlig zu sein braucht, sondern eine beliebige positive reelle Zahl sein kann.

Für die Bestimmung der generalisierten Dimension nach Hentschel und Procaccia [HP83] wird der Phasenraum in Boxen der Größe R^d unterteilt. Diese Boxen seien mit V_i bezeichnet und von $i = 1, \dots, N(R)$ durchnummeriert. Die Wahrscheinlichkeit, einen Attraktorpunkt in V_i zu finden, sei ρ_i . Dabei ist ρ_i das Maß von V_i bezüglich des invarianten Wahrscheinlichkeitsmaßes ρ . Dann ist die generalisierte Dimension D_q wie folgt definiert:

$$D_q = -\frac{1}{1-q} \lim_{R \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(R)} \rho_i^q}{\ln R}, \quad \text{mit } q = 0, 1, \dots \quad (2.5)$$

D_0 heißt die Hausdorff-Dimension oder Kapazität und $q = 1$ liefert die sogenannte Informationsdimension. Mit $q = 2$ wird der gebräuchlichste Formalismus zur Abschätzung fraktaler Dimensionen, die Korrelationsdimension, erhalten. Diese wird häufig anders, d. h. nicht durch eine Überdeckung mit Boxen eingeführt, sondern über ein Skalenverhalten. Eine Übersicht der vielen Dimensionsbegriffe findet sich bei [LKP89].

Es soll noch einmal angemerkt werden, daß diese Darstellung der theoretischen Grundlagen der Nichtlinearen Dynamik nicht den Anspruch auf Vollständigkeit erhebt und nur für diese Arbeit relevante Aspekte einführend erläutern will. Im folgenden wird sich nun in ähnlicher Art und Weise dem Gebiet der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse zugewandt.

2.2 Nichtlineare Zeitreihenanalyse

Wie sich gezeigt hat, ist das Konzept des Phasenraums für das Studium deterministischer dynamischer Systeme sehr hilfreich. Sollen die Konzepte der Nichtlinearen Dynamik nun auch auf die Untersuchung von Zeitreihen angewendet werden, so besteht die Schwierigkeit darin, daß es oftmals nicht möglich ist alle Observablen des vorliegenden dynamischen Systems gleichzeitig zu messen, um somit den gesamten Zustand zu erhalten. In der Regel wird nur eine einzige skalare Größe als Funktion der Zeit gemessen. Durch geeignete Wahl dieser Observablen ist es jedoch fast immer möglich, die gesamte Dynamik aus der skalaren Zeitreihe zu rekonstruieren, d. h. topologisch-dynamisch relevante Informationen zu extrahieren. Gelöst wird dieses Problem u. a. durch die Methode der Phasenraumrekonstruktion mit zeitversetzten Meßwerten als Koordinaten nach Takens [Tak80] und Sauer et al. [SYC91].

2.2.1 Theorem von Takens - Sauer et al.

Üblicherweise besteht eine Zeitreihe aus einer Folge von skalaren Meßwerten x_i eines Zustands \mathbf{y} des zugrundeliegenden dynamischen Systems zu jeweils festen Zeitpunkten:

$$x_i = x(t_i) = h(\mathbf{y}(i\Delta t)) + \epsilon_i. \quad (2.6)$$

Das bedeutet, das System wird durch eine Meßfunktion h mit additivem Meßrauschen ϵ_i und der Abtastzeit Δt betrachtet. Eine solche Zeitreihe wird i. a. am besten durch Gleichung (2.1) beschrieben. Die Schreibweise \mathbf{x} für eine Zeitreihe mit N Meßwerten bezeichnet im folgenden immer den Vektor $\mathbf{x} = \mathbf{x}_N = \{x_1, \dots, x_N\}$, wobei x_i , $i \in \{1, \dots, N\}$ stets für eine konkrete reelle Zahl, d. h. eine einzelne Meßgröße steht. Das Verfahren der Zeitversatzkoordinaten nach Takens und Sauer et al. erlaubt nun die Rekonstruktion des Phasenraumes mit einer Einbettungsdimension d_E durch die Konstruktion

$$\mathbf{s}_N = \{s_{(d_E-1)\tau+1}, \dots, s_N\}, \quad (2.7)$$

die sich zusammensetzt aus d_E -dimensionalen Vektoren s_n der Form

$$s_n = (x_{n-(d_E-1)\tau}, \dots, x_{n-\tau}, x_n), \quad n \in \{(d_E-1)\tau+1, \dots, N\}, \quad (2.8)$$

wobei τ der Zeitversatz und d_E die Einbettungsdimension ist. Im Fall unendlich-langer rauschfreier Zeitreihen und beliebiger Meßgenauigkeit geben u. a. die Theoreme von Takens [Tak80] und Sauer et al. [SYC91] Antworten auf die Frage, in welcher Beziehung das geometrische Gebilde das durch die Vektoren s_n rekonstruiert wird, zu dem tatsächlichen Attraktor steht. Hier bleibt festzuhalten, daß der rekonstruierte Attraktor in fast allen Fällen zum tatsächlichen Attraktor topologisch äquivalent ist, wenn die Einbettungsdimension d_E hinreichend groß gewählt ist. Wie die Einbettungsparameter d_E und τ optimal aus der gegebenen Zeitreihe \mathbf{x} bestimmt werden können, kann u. a. in [FS86], [LPS91], [BP92] und in [KBA92] nachgelesen werden. Um ein Verständnis für den Einfluß der konkreten Wahl dieser Parameter zu gewinnen, sei besonders auf die Arbeit von Maier [Mai98] verwiesen.

2.2.2 Bestimmung nichtlinearer Kenngrößen aus Zeitreihen

Aus einer in den Phasenraum eingebetteten Zeitreihe lassen sich insbesondere die oben angesprochenen nichtlinearen Kenngrößen, wie z. B. die Dimensionen D_q und die Lyapunov-Exponenten λ_k des zugrunde liegenden dynamischen Systems berechnen, da das skizzierte Verfahren der Einbettung bei deterministischer Dynamik lediglich eine Koordinatentransformation darstellt, bezüglich der die oben genannten Kenngrößen topologisch invariant sind.

Um z. B. die Lyapunov-Exponenten aus einer skalaren Zeitreihe zu ermitteln, sind im wesentlichen zwei Verfahren gebräuchlich. Zur Bestimmung lediglich des größten Lyapunov-Exponenten λ_1 haben Wolf et al. [WSS+85] vorgeschlagen, einen willkürlichen Punkt auf einer Referenztrajektorie des Attraktors als Startpunkt auszuwählen und den nächsten Nachbarn dieses Punktes im Phasenraum zu ermitteln. Nun wird die zeitliche Entwicklung des Abstandes der beiden Punkte verfolgt um den größten Lyapunov-Exponenten mit einem Verfahren, das auf einer ähnlichen Gleichung wie (2.4) beruht, zu bestimmen. Entfernen sich die beiden Punkte zu weit voneinander, so wird ein neuer nächster Nachbar gesucht.

Das zweite und vorwiegend verwendete Verfahren beruht auf der Approximation der lokalen linearen Flußabbildung nach Eckmann et al. [EKR+86] mit dem es im Idealfall möglich ist, das Gesamtspektrum der Lyapunov-Exponenten λ_k , $k = 1, \dots, n$, niedrigdimensionaler Systeme zu berechnen. Dazu ist es nötig, die zeitliche Entwicklung einer ganzen Punktvolke um einen Referenzpunkt herum zu verfolgen. Die Bestimmung negativer Lyapunov-Exponenten ist jedoch oftmals sehr schwierig, da der zugehörige Tangentialraum durch die starke Kontraktion in diesen Richtungen oftmals nicht richtig aufgespannt wird.

Auch zur Bestimmung der fraktalen Dimensionen D_q existieren eine Vielzahl unterschiedlicher numerischer Verfahren. Das populärste zur Abschätzung der Dimension verwendete Verfahren ist die Berechnung der Korrelationsdimension. Diese wird für $q = 2$ nach Grassberger und Procaccia [GP83a], [GP83b] erhalten. Dann ist

$$D_2 = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{\ln C(R)}{\ln R}, \quad (2.9)$$

mit der praktischen Realisierung der Korrelationssumme

$$C(R) = \frac{1}{N_{\text{Ref}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{Ref}}} \frac{1}{N} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \Theta(R - \|s_i - s_j\|), \quad (2.10)$$

wobei Θ die Heaviside-Funktion ist, d. h. $\Theta(x) = 0$ für $x \leq 0$ und $\Theta(x) = 1$ für $x > 0$. N_{Ref} ist die Anzahl der zur Berechnung verwendeten Referenzpunkte, wobei alle Diagonalelemente der Summation $i = j$ und alle Punkte die eine zu starke zeitliche Korrelation mit dem jeweiligen Referenzpunkt aufweisen [The86] von der Berechnung ausgeschlossen werden. Dennoch ist in der Interpretation der Resultate stets zur Vorsicht geraten, da z. B. systematische Fehler durch geometrische Effekte des rekonstruierten Attraktors oder auch durch die Digitalisierung der Zeitreihe auftreten können. Viele Größen, so auch die Korrelationsdimension, existieren in einem Limes $R \rightarrow 0$, so daß digitalisierte Daten höchstens eine Approximation liefern können.

Generell ist zu beachten, daß die Bestimmung der sehr empfindlich von Rauschen abhängigen Skalenexponenten D_q sowie der Lyapunov-Exponenten λ_k in vielen Fällen äußerst problematisch sein kann, was hier aber nicht im Detail besprochen werden

soll. Zusätzlich führt die oftmals unzureichende Datenanzahl zu weiteren, in der Literatur (z. B. [GSS91], [ABS+93]) bereits eingehend diskutierten Problemen bei der Bestimmung dieser Kenngrößen. Die gemessene Zeitreihe muß zudem nicht nur lang genug sein, sondern den Attraktor auch häufig genug durchqueren. Auch systeminhärente Eigenschaften wie etwa dynamisches Rauschen oder nichtstationäres Systemverhalten können zu erheblichen Schwierigkeiten bei der Zeitreihenanalyse führen.

2.3 Grundbegriffe der Stochastik und Statistik

Zu Beginn dieses Kapitels und auch im Abschnitt über die Berechnung von nichtlinearen Kenngrößen aus Zeitreihen wurde bereits angemerkt, daß Rauschen, ob dynamisch oder statisch additiv, eine entscheidende Rolle in der Zeitreihenanalyse realer existierender Systeme spielt. Wird in der Nichtlinearen Dynamik bzw. in der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse der Standpunkt bezogen, daß diese stochastischen Terme lediglich Störungen der eigentlichen deterministischen Struktur der Zeitreihen sind und möglichst gering gehalten werden müssen, so bezieht die klassische lineare Zeitreihenanalyse (siehe [Pri81], [SS94]) einen gänzlich anderen Standpunkt. Sie versteht Zeitreihen systematisch als Realisierung stochastischer Prozesse, d. h. dynamischer Vorgänge mit inhärentem Zufallscharakter, die den Großteil des Systemverhaltens ausmachen.

Auch die folgenden Ausführungen zu diesem Thema bewegen sich in einem bewußt heuristisch gehaltenen, eingeschränkten Rahmen. Für eine mathematische, rigorose Einführung sei auf die entsprechende Literatur (s. o.) verwiesen.

2.3.1 Stochastische Prozesse

Bevor die Definition eines stochastischen Prozesses angegeben wird, sei daran erinnert, daß eine reelle Zufallsvariable X als meßbare Abbildung definiert wird, die den Resultaten ω eines Zufallsexperimentes jeweils reelle Zahlen $X(\omega)$ zuordnet. Im folgenden wird ein stochastischer Prozeß als nichts anderes als eine Folge solcher Zufallsvariablen verstanden, die aus Gründen der Unterscheidbarkeit im folgenden mit großen Buchstaben X_i bezeichnet werden sollen. Ein stochastischer Prozeß \mathbf{X} ist also eine Folge, wobei jedem Zeitpunkt $i \in \mathbb{Z}$ eine Zufallsvariable X_i zugeordnet ist. Die Bezeichnung für den gesamte Prozeß sei hier $\mathbf{X} = \{\dots, X_i, X_{i+1}, \dots\}$. Ein solcher stochastischer Prozeß hat i. a. eine Vielzahl von möglichen Realisationen. Realisiert sich ein Ereignis ω , so nimmt jede Zufallsvariable X_i einen konkreten Wert $X_i(\omega)$ an und man erhält eine Folge von konkreten Werten, d. h. eine Zeitreihe $\mathbf{x} = \mathbf{x}_N = \{x_1, \dots, x_N\}$ als eine mögliche Realisation mit einer Ausschnittslänge N . Es ist möglich, einen solchen stochastischer Prozeß \mathbf{X} auf zwei verschiedene Weisen zu interpretieren:

- Als ein Ensemble von Zeitreihen $\{X_i(\omega)\} = \{x_i\}$, aus dem eine durch einen Zufallsvorgang ausgewählt wird.

- Als Folge von Zufallsvariablen, wobei jedem Zeitpunkt i eine Zufallsvariable zugeordnet ist.

In den meisten zeitreihenanalytischen Anwendungen wird es sehr schwierig sein, den zugrundeliegenden Zufallsprozeß genau zu spezifizieren. Ein stochastischer Prozeß ist dann lediglich eine Modellvorstellung, in die theoretische Annahmen über den Mechanismus eingehen, der die beobachtete Zeitreihe produziert hat.

In den Anwendungen der klassischen Zeitreihenanalyse haben die linearen stochastischen Prozesse und dort insbesondere die ARMA-Prozesse besondere Bedeutung erlangt. Ein stochastischer Prozeß $\{X_i\}$ heißt Autoregressiver-Moving-Average-Prozeß der Ordnung $[p, q]$, kurz ARMA $[p, q]$ -Prozeß, wenn für ihn gilt

$$X_i = \sum_{k=1}^p a_k X_{i-k} + \sum_{l=0}^q b_l \epsilon_{i-l}. \quad (2.11)$$

Dabei ist $\{\epsilon_i\}$ eine Folge von identisch verteilten und unabhängigen (*iid*) Zufallsvariablen. Die Struktur der Abhängigkeiten wird hierbei durch lineare Verknüpfungen der meßbaren Zufallsvariablen X_i und durch Rauschen modelliert. Dieser Ansatz führt auf leicht handhabbare und flexible Modelle, durch die sich trotz der einfachen linearen Struktur viele reale Zeitreihen sehr gut approximieren lassen.

Dennoch hat sich in den letzten Jahren auch in der stochastischen Zeitreihenanalyse das Interesse mehr und mehr auf die Erfassung nichtlinearer Strukturen gerichtet. Das geht einher mit der Erkenntnis, daß eine Verletzung der Linearität durch eine Vielzahl von Phänomenen möglich und eher die Regel als die Ausnahme sein sollte. Insofern sind auch die Vorschläge für nichtlineare Zeitreihenmodelle zahlreich, der konkrete Einsatz aufgrund einer teilweise sehr anspruchsvollen Theorie jedoch eher selten und äußerst schwierig. Hierzu sei auf das entsprechende Kapitel in [Ton90] verwiesen.

2.3.2 Schätzer und das Testen von Hypothesen

Auch statistische Methoden haben in der näheren Vergangenheit starken Einfluß auf die Nichtlineare Zeitreihenanalyse gewonnen. Eine typische Aufgabe der Statistik besteht u. a. darin, aus beobachteten Daten³ $\{x_i\}$ Rückschlüsse auf die dem Experiment zugrundeliegende Strukturen, bzw. Parameter θ , wie z. B. den Momenten einer Verteilung etc., zu ziehen, d. h. den Daten einen sogenannten Schätzwert $\hat{\theta} = T(x_1, \dots, x_n)$ zuzuordnen. Ein solches $T(X_1, \dots, X_n)$ wird auch als Schätzer des wahren Wertes eines unbekanntes Parameters θ bezeichnet.

Bei vielen realen Problemen aus der Wissenschaft und Technik geht es jedoch oftmals weniger um möglichst genaue Schätzwerte, als vielmehr um die Frage ob - oder

³Es kann sich dabei z. B. um Zeitreihen handeln. Eine zeitliche Abfolge der Meßwerte ist jedoch für viele statistische Verfahren keine notwendige Voraussetzung.

ob nicht - eine zuvor formulierte Hypothese \mathcal{H}_0 korrekt ist. Die zugehörige statistische Prozedur, die mit Hilfe der gegebenen Daten zu der einen oder der anderen Entscheidung führt, heißt ein Test der Hypothese \mathcal{H}_0 . Im Rahmen der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse lassen sich an eine gegebene Zeitreihe \mathbf{x} eine Reihe von Fragen stellen, auf die in Kapitel 5 noch detailliert eingegangen werden wird.

Im wesentlichen läßt sich das Vorgehen beim Testen von Hypothesen mathematisch wie folgt beschreiben. Die Daten $\{x_1, \dots, x_n\}$ werden als Realisationen von Zufallsvariablen aufgefaßt und es wird zunächst eine Nullhypothese \mathcal{H}_0 formuliert, die in der Regel widerlegt werden soll. Insofern werden auch Alternativen \mathcal{H}_A in Betracht gezogen. Als nächstes wird eine Teststatistik T ausgesucht. Häufig läuft die Problemstellung darauf hinaus, zu testen ob ein Parameter θ einen bestimmten Wert θ_0 haben kann. In solch einem Fall ist auch eine Schätzung dieses Parameters eine geeignete Teststatistik. Nun muß die Verteilung von T unter \mathcal{H}_0 und der Verwerfungsbereich bestimmt werden. Dieser ergibt sich eben aus der Verteilung von T und der gewünschten Irrtums-Wahrscheinlichkeit α . Erst jetzt wird der Wert t der Teststatistik aus den vorliegenden Beobachtungen berechnet. Je nach Resultat fällt nun die Entscheidung: Falls der Wert im Verwerfungsbereich liegt, wird die Nullhypothese verworfen und ist damit statistisch signifikant widerlegt auf dem zuvor gewählten Niveau α . Andernfalls darf \mathcal{H}_0 beibehalten werden und kann richtig oder falsch sein.

Dieser Test soll eine Regel festlegen, wann ein bestimmtes Modell mit „plausibel“ anzunehmen bzw. mit „unplausibel“ abzulehnen ist. Dabei wird eine Art Widerspruchsbeweis benutzt. Es wird von der Annahme ausgegangen, daß eine beobachtete Größe dem Modell der Nullhypothese entspricht. Wenn ein beobachteter Wert dann im Bereich der unplausiblen Werte, d. h. im Verwerfungsbereich liegt, so wird das als Widerspruch bzw. als statistischer Beweis betrachtet, daß die Nullhypothese nicht gilt. Für eine tiefergehende Einführung in die Theorie des Testens von Hypothesen seien u. a. [Kre91] und [Sta95] empfohlen.

Kapitel 3

Echtzeitprognose für reale dynamische Systeme

3.1 Zielsetzung

In den letzten Jahren haben in vielen Bereichen der Wissenschaft und Technik, sogenannte Echtzeitanwendungen immer mehr an Bedeutung gewonnen. Das können Anwendungen aus dem Bereich der Medizin sein, in denen es z. B. darum geht, einen bevorstehenden epileptischen Anfall aus dem Elektroenzephalogramm (EEG)¹ eines Patienten vorherzusagen, um diesen Anfall durch präventiven Einsatz von Medikamenten abwenden zu können. Das langfristige Ziel dabei ist, Patienten in Zukunft mit einem System ähnlich einem Herzschrittmacher ausrüsten zu können, das nur zu den medizinisch notwendigen Zeitpunkten medikamentös eingreift, um somit z. B. Nebenwirkungen auf Patienten möglichst gering zu halten. Man vergleiche dazu die Arbeiten von Lehnertz und Elger [LE95], [LE98].

Weitere Anwendungen sind in Finanzbereichen von Banken zu finden, wo z. B. oftmals versucht wird, aus den großen Mengen sich ständig aktualisierender Finanzzeitreihen Vorhersagen über die Entwicklung der jeweiligen Märkte in den nächsten Minuten, Stunden oder auch Tagen zu machen.

Ein weiteres Beispiel für eine Anwendung in einem eher technisch orientierten Umfeld ist z. B. die Herstellung optisch glänzender Oberflächen durch Präzisionsdrehbearbeitung. Üblicherweise treten dabei Schwingungsprobleme auf, die sich auf die Oberflächenqualität negativ auswirken und diese nachhaltig beeinträchtigen können [BHM+97]. Auf Basis nichtlinearer Prädiktionsalgorithmen ist es jedoch möglich, eine Echtzeitkompensation für diese hochdynamischen Störungen zu konstruieren, was u. a. im Anwendungsbeispiel in Kapitel 4 behandelt wird und in Kurzform auch in [BHM+99] dargestellt ist.

All diese Anwendungen haben gemeinsam, daß sie Anforderungen an eine maximale Rechendauer des verwendeten Algorithmus stellen. Es ist offensichtlich von geringem

¹Das EEG ermöglicht eine Beurteilung des jeweils aktuellen Zustandes der Hirnfunktion.

Nutzen, einen epileptischen Anfall aus einem EEG mit hoher Sicherheit vorhersagen zu können, aber aufgrund eines zu hohen Rechenaufwandes leider erst einige Zeit nachdem der Anfall aufgetreten ist. Ähnlich verhält es sich mit dem bereits angesprochenen Fall aus dem Bereich des Maschinenbaus, wenn man algorithmisch wohl in der Lage ist, die Schwingungskompensation bei der Präzisionsdrehbearbeitung vorzunehmen, aber eben nicht in den sehr kurzen Zeiten, die bei dieser Art der spanenden Bearbeitung gefordert werden.

Die Frage, ob und wann ein Algorithmus echtzeitfähig ist, läßt sich offensichtlich nicht grundsätzlich und pauschal beantworten, sondern hängt von den jeweiligen problemspezifischen Fragestellungen und den relevanten Zeitskalen ab. Ist es zur Lösung eines Problems erforderlich, aus Daten, die in Bruchteilen von Sekunden aktualisiert werden, mit der gleichen Rate die erforderlichen numerischen Berechnungen durchzuführen, so bereiten insbesondere Verfahren aus der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse, die z. B. zur Berechnung nichtlinearer Kenngrößen eingesetzt werden, Schwierigkeiten grundsätzlicher Art.

Die meisten Verfahren, die ursprünglich dem Gebiet der Nichtlinearen Dynamik entstammen, operieren mit Zeitreihen, die zuvor mit Hilfe der Methode der Zeitversatzkoordinaten (vgl. Abschnitt 2.2) in einen rekonstruierten Phasenraum eingebettet wurden. Sind die Daten nun in dieser allgemeinen Form aufbereitet, so liegt der große Vorteil dieses Vorgehens darin, daß sich nun eine Vielzahl von Verfahren, wie z. B. die Berechnung von Skalenexponenten oder Lyapunov-Exponenten auf eine einfache Art und Weise durchführen lassen. Auch ist es möglich, nichtlineare Vorhersageverfahren, auf die im folgenden noch detailliert eingegangen wird und die in einem solchen rekonstruierten Phasenraum arbeiten, einsetzen zu können. Der Nachteil dieses allgemeinen Ansatzes über den Umweg der Zustandsraumrekonstruktion liegt jedoch bei einem vergleichsweise hohen Rechenaufwand, was in Abschnitt 3.3.1 gezeigt werden wird.

Ist es dennoch unerläßlich, ein Vorhersageverfahren auf einer nichtlinearen Basis, z. B. in einer Echtzeitanwendung mit typischerweise sehr kurzen Zeitskalen, zu verwenden - etwa weil dieses Verfahren im vorliegenden Problem die optimale Prognose liefert - so muß der Rechenaufwand des eingesetzten Verfahrens deutlich reduziert werden. Wie und unter welchen Voraussetzungen das realisiert werden kann, soll am folgenden Beispiel der nichtlinearen Prädiktion demonstriert werden.

3.2 Brauchbarkeit und mathematische Konsistenz

Orientiert man sich, wie in den nachfolgenden Abschnitten dieses Kapitels, nicht ausschließlich an grundsätzlichen mathematischen oder physikalischen Fragestellungen, sondern auch an für die Anwendung der Nichtlinearen Dynamik auf reale Systeme relevanten Aspekten, wie z. B. der Echtzeitfähigkeit des nichtlinearen Prognoseverfahrens, so ist es notwendig, sich zunächst einigen Fragen zuzuwenden, die in diesem Zusammenhang wichtig sein können.

Die physikalische Grundlagenforschung tendiert traditionell dazu, möglichst allgemeine Modelle der Welt zu entwickeln. Dieser Prozeß der Modellbildung beinhaltet

stets Vereinfachung, Weglassen und Reduktion auf das in der jeweiligen Theorie als wesentlich Erachtete. Eine Modellierung, auch im Rahmen eines weitgehend formalisierten Schemas, wie dem der Physik, ist somit nicht ohne Auswahl und Entscheidungsvorgänge möglich, wodurch die physikalischen Theorien jedoch an Allgemeinheit gewinnen. Sollen nun Methoden, wie z. B. das Verfahren der nichtlinearen Prädiktion, die in einem ganz speziellen Kontext, wie der Nichtlinearen Dynamik, abgeleitet wurden, auch in anderen Zusammenhängen zum Einsatz gebracht werden, so ist es oftmals nötig, sich auch an anderen Zielen als in der traditionellen wissenschaftlichen Grundlagenforschung üblich, zu orientieren. Spielt dort in der Regel die Genauigkeit der Resultate eine übergeordnete Rolle, so steht in der betrieblichen Praxis oftmals der Verbrauch von Ressourcen, wie Zeit, Geld und Umwelt oder auch schlichtweg die pragmatische Umsetzung, bzw. die Brauchbarkeit des eingesetzten Verfahrens im Vordergrund.

Es sollte also jeweils hinterfragt werden, welche Aspekte für einen Einsatz in der Praxis wirklich relevant sind. Dies sollte jedoch nicht auf einem ausschließlich theoretischen Niveau geschehen, da eine geringfügige Verbesserung eines Resultates, die in einem wissenschaftlichen Umfeld unter Umständen als unwesentlich erachtet wird, in der Praxis, z. B. durch Einsparung von extrem teuren Ressourcen, einen großen Erfolg bedeuten kann.

Zum Beispiel hat sich gezeigt, daß die Berechnung der Korrelationsdimension aus EEG-Zeitreihen zur Vorhersage epileptischer Anfälle von großem Nutzen ist. Darüber hinaus sollte jedoch auch beachtet werden, daß aus Gründen der mathematischen Konsistenz besser davon abgesehen werden sollte, die berechnete Größe weiterhin mit dem Begriff und dem Verständnis einer Dimension zu verbinden, da die hierfür notwendigen mathematischen Voraussetzungen oftmals nicht erfüllt sind. Dennoch ist die Brauchbarkeit des Konzeptes in diesem Zusammenhang unbestritten.

3.3 Betrachtungen zur Echtzeitfähigkeit der nichtlinearen Prädiktion

3.3.1 Echtzeitfähigkeit und Rechenaufwand

Bevor näher auf die Problematik der Echtzeitfähigkeit bzw. der Reduzierung des Rechenaufwandes des nichtlinearen Prognoseverfahrens eingegangen werden kann, sind zunächst einige Erläuterungen und Definitionen im Zusammenhang mit den beiden Begriffen Echtzeitfähigkeit und Rechenaufwand unerlässlich. Offensichtlich sind beide Größen aufs engste miteinander verknüpft. Die relevante Größe für einen Einsatz in einer praktischen Anwendung mit eventuell sehr kurzen Zeitskalen ist jedoch die Anzahl der notwendigen Rechenoperationen, die der verwendete Algorithmus von Vorhersage-Schritt zu Schritt durchführen muß, um die benötigte Prognose erstellen zu können. Wird in der Aufwandsbetrachtung eines Algorithmus in der Regel der Verlauf des Gesamtrechenaufwandes in Abhängigkeit der zur Berechnung verwendeten Daten betrachtet, so ist für einen Echtzeiteinsatz gerade die Anzahl der

Berechnungen für den nächsten Schritt, also die Steigung der Kurve des Rechenaufwandes, die relevante Größe.

Zahl der Fließkomma-Operationen

Der Rechenaufwand der im folgenden untersuchten Algorithmen wird an der Anzahl der während der Berechnung durchgeführten Fließkomma-Operationen (Flops) gemessen. Es handelt sich hierbei um ein in der numerischen Mathematik häufig verwendetes Maß zur Abschätzung des Gesamtrechenaufwandes.

Additionen und Subtraktionen werden jeweils als eine Fließkomma-Operation gezählt, falls es sich um reellwertige Argumente handelt und als zwei Flops bei komplexen Argumenten. Multiplikationen und Divisionen zählen auch jeweils einen Flop bei reellen und sechs Flops bei komplexen Argumenten.

Beispiel: Seien A und B reelle $n \times n$ Matrizen. In der folgenden Tabelle sind einige Rechenoperationen mit diesen Matrizen und der jeweils zugehörige Rechenaufwand aufgeführt:

| Operation | Anzahl Flops |
|-------------|-----------------|
| $A + B$ | n^2 |
| $A \cdot B$ | $2n^3$ |
| A^{100} | $99 \cdot 2n^3$ |
| $LU(A)$ | $(2/3)n^3$ |

Tabelle 3.1: Anzahl der Fließkomma-Operationen (Flops) bei einfachen Berechnungen als Maß für den Rechenaufwand.

Der LMS-Algorithmus

Wie bereits in der Einleitung zu diesem Kapitel geschildert, wird der Schwerpunkt dieses Kapitels auf der Reduzierung des Rechenaufwandes der nichtlinearen Prädiktion liegen. Unter Prädiktion wird im folgenden stets die Prognose zukünftiger Ereignisse auf Grund von Informationen über die Vergangenheit verstanden, die im vorliegenden Fall in Form von Zeitreihen vorhanden sind. Diese Vorhersage unterscheidet sich von schlichter Wahrsagerei durch die Aufstellung eines linearen oder nichtlinearen Modells für den beobachteten Prozeß. Um vergleichende Aussagen über die Brauchbarkeit des untersuchten Algorithmus überhaupt zu ermöglichen, ist es unerlässlich, zusätzlich zum nichtlinearen Algorithmus, der im nächsten Abschnitt detailliert vorgestellt wird, einen repräsentatives lineares Prognoseverfahren zum Vergleich zu verwenden. Dazu wurde aus einer Reihe verschiedener Verfahren der allgemeinen linearen Prädiktionstheorie eine adaptive Variante des Wiener-Filters, nämlich der „least mean square“-Algorithmus (LMS) ausgewählt. Warum die Wahl

aus den verschiedenen Prognoseverfahren gerade auf den LMS-Algorithmus gefallen ist, soll das nachfolgende Zitat von Priestley [Pri79] verdeutlichen:

„There is no such thing as a forecasting method; there is no such thing as an ARMA (or Box-Jenkins) forecasting method. There is something called a 'least-squares' forecasting method, and this, in fact, provides the basis for virtually all theoretical studies. . . . All these methods are simply different computational procedures for calculating the same quantity, namely, the least-squares forecast of a future value from linear combinations of the past data.“

Um das Vorgehen des LMS-Algorithmus kurz skizzieren zu können, zunächst einige wenige Grundlagen aus der allgemeinen Prädiktionstheorie:

Die Zeitreihe $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_N\}$ wird hier als ein Ausschnitt aus einer Realisierung des stochastischen Prozesses $\{X_i\}$, $i \in \mathbb{N}$, betrachtet. Eine h -Schritt Prognose in die Zukunft ist dann eine auf \mathbf{x} basierende Schätzung \hat{x}_{N+h} des Wertes x_{N+h} der Zufallsvariablen X_{N+h} , die zur selben Realisierung des Prozesses gehört.

Die Güte einer Prognose wird im Mittel über alle Realisierungen beurteilt, d. h. die Prognose wird als Realisierung \hat{x}_{N+h} einer Prognosefunktion $\hat{X}_{N+h} = P(X_1, \dots, X_N)$ aufgefaßt. Als Gütemaß, bzw. als Maß des Vorhersagefehlers, wird üblicherweise die Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung (root mean square) verwendet und wird im folgenden einfach mit e bezeichnet:

$$e(N+h) := \text{RMS}[\hat{X}_{N+h}] = \sqrt{E[(X_{N+h} - \hat{X}_{N+h})^2]}. \quad (3.1)$$

Optimal ist nun eine Prognosefunktion, die (3.1) minimiert.

Im Fall des LMS-Algorithmus wird nun, analog zum Vorgehen beim Wiener-Filter, für die optimale lineare Prognose

$$\hat{X}_{i+h} = \sum_{u=0}^{p-1} w_u X_{i-u}, \quad (3.2)$$

ein zunächst optimaler Koeffizientensatz \hat{w}_u berechnet. Dies geschieht mit Hilfe der Yule-Walker-Gleichungen der Ordnung p

$$\begin{pmatrix} \hat{w}_0 \\ \vdots \\ \hat{w}_{p-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_0 & \dots & R_{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{p-1} & \dots & R_0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_p \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

über die Kovarianzfunktionen R_l , $l = 0, \dots, p$, z. B. mit dem Verfahren der Levinson-Durbin-Rekursion, siehe [Pri81]. Da es sich beim LMS-Algorithmus um ein adaptives Verfahren handelt, werden die Koeffizienten $\mathbf{w} = \{w_0, \dots, w_{p-1}\}$ für jeden Zeitschritt gemäß

$$\mathbf{w}(i) = \mathbf{w}(i-1) + \mu e(i-1) \begin{pmatrix} X_{i-1} \\ \vdots \\ X_{i-p} \end{pmatrix}, \quad \text{mit } \mathbf{w}(0) = \hat{\mathbf{w}} \quad (3.4)$$

aktualisiert. Der Konvergenzfaktor μ stellt hierbei das Gedächtnis des Algorithmus dar und gibt an, wie schnell sich der Koeffizientenvektor \mathbf{w} ändert.

Von großem Vorteil für einen geringen Rechenaufwand dieses Verfahrens ist die einfache Berechnungsvorschrift für die Korrektur der Koeffizienten \mathbf{w} . Wird nun der Verlauf des Rechenaufwandes, der im folgenden mit A bezeichnet wird, in Abhängigkeit der Anzahl der zur Berechnung der Prognose zur Verfügung stehenden Daten n betrachtet, so läßt sich ein linearer Zusammenhang

$$A(n) = c_1 \cdot n, \quad c_1 = c_1(h, p, \dots) \quad (3.5)$$

erkennen (siehe Abbildung 3.1). Die Steigung c_1 hängt u. a. von der Wahl des Prognosehorizontes h und der Ordnung p des Koeffizientensatzes (3.3) bzw. (3.4) ab. In einer Echtzeitanwendung müßte der Algorithmus von Schritt zu Schritt also gerade

$$\frac{dA(n)}{dn} = c_1 = \text{const.} \quad (3.6)$$

Rechenoperationen durchführen. Besonders für einen Einsatz in einem technischen System wie im Anwendungsbeispiel in Kapitel 4, bei dem die Daten zu festen Zeitpunkten aktualisiert werden, ist dies von großem Vorteil, da es sich bei c_1 um eine konstante Größe handelt, mit der die zum Echtzeiteinsatz benötigte Hardware exakt kalkuliert und geplant werden kann.

Nichtlineare Prädiktion

Die Vorgehensweise bei der nichtlinearen Prädiktion nach Casdagli [Cas89] beruht auf einem gänzlich anderen Prinzip als beim LMS-Algorithmus und gilt mittlerweile als Standardverfahren der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse, siehe [Aba96] und [KS97]. Zu einem festen Zeitpunkt N sei wiederum eine Zeitreihe $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_N\}$ gegeben. Diese wird jedoch nicht als Realisierung eines stochastischen Prozesses interpretiert, sondern es wird angenommen, die Zeitreihe resultiert aus einem zugrundeliegenden deterministischen dynamischen System.

Ein solcher deterministischer Datensatz, gemessen zu diskreten Zeitpunkten $t_i = i\Delta t$, $i = 1, \dots, N$, läßt sich am besten durch Gleichung (2.1) beschreiben, falls die diskrete Abbildung \mathbf{F} bekannt ist, was im allgemeinen jedoch nicht vorausgesetzt werden kann. Wird nun angenommen, daß es sich bei \mathbf{F} um eine stetige Abbildung handelt, so läßt sich ein einfaches Vorhersageverfahren konstruieren.

Um den zukünftigen Wert x_{N+h} der Zeitreihe aus den gegebenen Werten $\{x_1, \dots, x_N\}$ zu prognostizieren, wird zunächst eine Phasenraumrekonstruktion durchgeführt. So ergibt sich mit den Gleichungen (2.7) und (2.8) der Zeitversatzvektor \mathbf{s}_N . Nun werden diese bisher vom System angenommenen Zustände s_n im Phasenraum nach einem Zustand s_{n_0} durchsucht, der sehr nahe² beim aktuellen Zustand s_N liegt.

²bezüglich der verwendeten Norm.

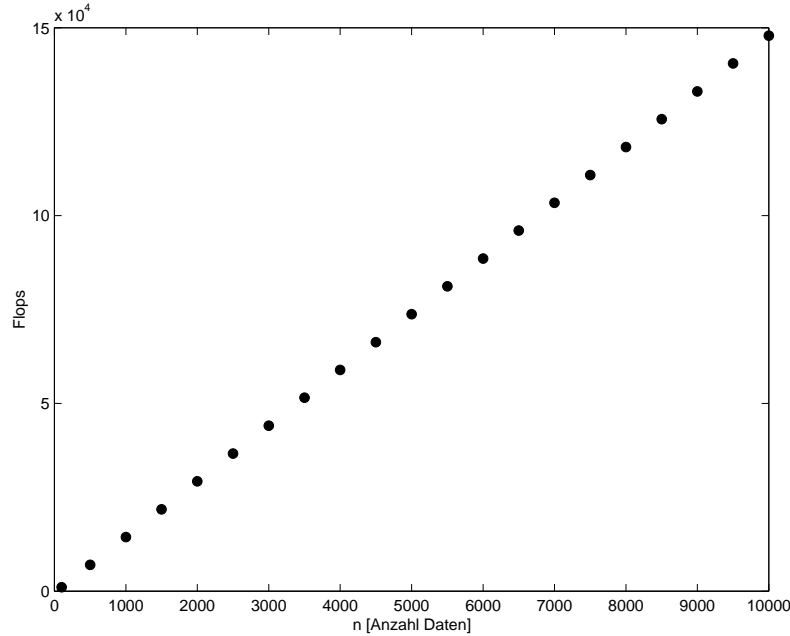


ABBILDUNG 3.1: Rechenaufwand des adaptiven linearen LMS-Algorithmus in Abhängigkeit der Anzahl der zur Berechnung einer Vorhersage verwendeten Daten n .

Dieser Zustand zum Zeitpunkt n_0 ist im Phasenraum benachbart und somit dann dem aktuellen Zustand sehr ähnlich. Für $h = 1$ garantiert die Stetigkeit von \mathbf{F} , daß auch x_{n_0+h} sehr nahe bei x_{N+h} liegt [Lor69], [KS97]. Wenn nur hinreichend viele Meßwerte x_i zur Verfügung stehen, d. h. N hinreichend groß ist, dann existieren auch Zustände, die beliebig nah beim aktuellen Zustand liegen und somit ist auch die geschätzte Vorhersage $\hat{x}_{N+h} = x_{n_0+h}$ hinreichend nahe am tatsächlichen Wert x_{N+h} . Auf diesem Prinzip basiert der Prognosealgorithmus in der Theorie. Die besondere Struktur der eingebetteten Vektoren s_n ermöglicht dabei eine Prädiktion in einem d_E -dimensionalen Raum durch Schätzung von lediglich einer Komponente des zugehörigen Zustandes, nämlich von x_{N+h} .

In der Praxis werden zu einem gegebenen Zustand s_N alle Nachbarn $s_n \in U_\epsilon(s_N)$ in einer ϵ -Umgebung $U_\epsilon(s_N)$, bzw. deren h -Nachfolger in der Zeitreihe, x_{n+h} , zur Berechnung der Prädiktion benutzt werden und zwar mit Hilfe folgender Gleichung:

$$\hat{x}_{N+h} = \frac{1}{|U_\epsilon(s_N)|} \sum_{s_n \in U_\epsilon(s_N)} x_{n+h}, \quad (3.7)$$

wobei $|U_\epsilon(s_N)|$ die Anzahl der Zustände in der Umgebung $U_\epsilon(s_N)$ bezeichnet. Falls sich nicht genügend Zustände in der ϵ -Umgebung befinden, wird der Abstand ϵ im allgemeinen soweit vergrößert, bis hinreichend viele Zustände in der Umgebung liegen.

Dieses Verfahren benutzt offensichtlich eine Näherung nullter Ordnung für die zugrundeliegende Systemdynamik, d. h. eine lokal-konstante Prädiktion. In der Originalarbeit von Casdagli [Cas89] wird zunächst eine lokal-lineare Näherung für die Dynamik vorgeschlagen, die hier jedoch aus Gründen des höheren Rechenaufwandes keine Anwendung findet.

Der verwendete Algorithmus benutzt das schnelle Nächste-Nachbar-Such-Verfahren zum Finden der Nachbarn im Phasenraum nach Schreiber [Sch95], jedoch ist der Gesamtrechenaufwand verglichen mit dem linearen LMS-Prognoseverfahren trotzdem deutlich höher. Der Rechenaufwand $A(n)$ ist hier eine quadratische Funktion (siehe Abbildung 3.2) der zur Berechnung der Vorhersage verwendeten Datenanzahl n

$$A(n) = c_2 \cdot n^2, \quad c_2 = c_2(d_E, \epsilon, \dots). \quad (3.8)$$

Die Konstante c_2 hängt u. a. von der Einbettungsdimension d_E und der Größe der ϵ -Umgebung, d. h. von der Anzahl der Nachbarn die gefunden werden müssen, ab. Relevant für die Untersuchung der möglichen Echtzeitfähigkeit des Algorithmus ist jedoch lediglich die Anzahl der Rechenoperationen, die der nichtlineare Prädiktionsalgorithmus von Schritt zu Schritt durchführen muß, nämlich im schlechtesten Fall genau

$$\frac{dA(n)}{dn} = 2c_2 \cdot n \quad (3.9)$$

Fließkomma-Operationen, d. h. je größer N , also je mehr Daten zur Verfügung stehen, um so aufwendiger wird die Berechnung der Prognose bzw. das Suchen nach Nachbarn zum aktuellen Zustand im Phasenraum. Auch der Vergleich der Größenordnung der jeweils benötigten Fließkomma-Operationen zeigt, daß der nichtlineare Algorithmus, im Bereich bis zu $N = 10000$ Meßwerten, um eine Größenordnung aufwendiger ist als das lineare Verfahren.

Dies ist ein deutlicher Nachteil gegenüber dem LMS-Verfahren. Ist es jedoch unerlässlich, einen Vorhersagealgorithmus auf nichtlinearer Basis zu verwenden, weil z. B. der Prädiktionsfehler deutlich geringer als beim linearen Verfahren ist (siehe z. B. Anwendungsbeispiel in Kapitel 4), so muß versucht werden, den Rechenaufwand des nichtlinearen Verfahrens deutlich zu reduzieren.

3.3.2 Linearisierung des Rechenaufwandes

Im folgenden soll nun gezeigt werden, daß nicht nur eine Reduzierung des Rechenaufwandes bezüglich der Größenordnung der zur Berechnung der Prognose benötigten Fließkomma-Operationen möglich ist, sondern daß sich der Rechenaufwand sogar linearisieren läßt. Diese deutliche Reduzierung des Rechenaufwandes wird ermöglicht, indem einerseits der rechenzeitaufwendige Weg über den allgemeinen Ansatz der Phasenraumrekonstruktion nur indirekt beschränkt wird und andererseits nicht für jede Prognose die gesamte Zeitreihe erneut nach Nachbarn des aktuellen Zustandes

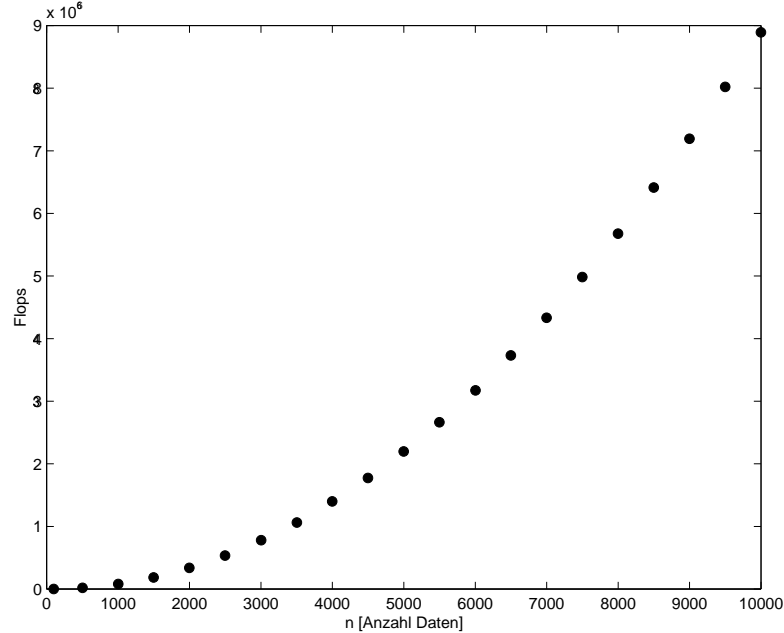


ABBILDUNG 3.2: Rechenaufwand der nichtlinearen, bzw. lokal-konstanten Prädiktion in Abhängigkeit der Anzahl der zur Prognose verwendeten Daten n .

durchsucht werden muß. Stattdessen wird die benötigte Prognose für feste Umgebungen, bzw. Segmente des Phasenraums für jede Messung x_i direkt berechnet und dadurch muß im folgenden lediglich noch auf Lage im entsprechenden Segment getestet werden. Das Vorgehen läßt sich ist einzelnen wie folgt beschreiben:

Den Ausgangspunkt der Betrachtungen bildet wiederum eine bis zu einem festen Zeitpunkt N gemessene Zeitreihe

$$\mathbf{x}_N = \{x_1, \dots, x_N\}. \quad (3.10)$$

Aus einer vorangegangenen Datenanalyse seien die für die Rekonstruktion des Phasenraumes der Dynamik notwendigen Parameter, die Einbettungsdimension d_E und der Zeitversatz τ , bekannt. Aus problemspezifischen Gründen (siehe z. B. Kapitel 4, die Totzeit des Meß-Aktor-Systems) sei nach jeder Messung eine Prognose um h Zeitschritte in die Zukunft vorzunehmen.

Wie im Originalverfahren der nichtlinearen Prädiktion auch, wird zunächst eine Rekonstruktion nach Takens und Sauer et al.

$$\mathbf{s}_N = \{s_{(d_E-1)\tau+1}, \dots, s_N\} \quad (3.11)$$

mit

$$s_n = (x_{n-(d_E-1)\tau}, \dots, x_{n-\tau}, x_n), \quad n \in \{(d_E-1)\tau+1, \dots, N\} \quad (3.12)$$

vorgenommen, die aber im weiteren nur implizit benutzt wird. Für die s_n gilt $s_n \in S \subseteq \mathbb{R}^{d_E}$, wobei S in alle d_E -Raumrichtungen beschränkt ist durch das Minimum $\alpha := \min(\mathbf{x}_N)$ bzw. das Maximum $\beta := \max(\mathbf{x}_N)$ der Zeitreihe \mathbf{x}_N , d. h. $S \in [\alpha, \beta]^{d_E}$.

Als nächstes wird eine Partitionierung³ des Phasenraums durchgeführt. Zu diesem Zweck wird S mit einer Anzahl von L^{d_E} Quadern, d. h. L Segmenten, bzw. Intervallen in jeder der d_E Raumrichtungen überdeckt. Diese Intervalle werden für jede Richtung wie folgt definiert:

$$K_j := ((\beta - \alpha)/L) \cdot [j - 1, j[, \quad j = 1, \dots, L. \quad (3.13)$$

Jeder Punkt s_n der rekonstruierten Zeitreihe liegt demnach in einem der L^{d_E} Quader, was durch folgende Schreibweise ausgedrückt wird:

$$s_n \in (K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}}), \quad (3.14)$$

wobei $(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}}) := K_{n_1} \times \dots \times K_{n_{d_E}}$, mit $n_k \in \{1, \dots, L\}$, $k = 1, \dots, d_E$. Werden nun anstelle der Rekonstruktion s_n wieder die ursprünglichen Werte der Zeitreihe betrachtet, so ist die obige Schreibweise gleichbedeutend mit

$$x_{n-(d_E-1)\tau} \in K_{n_1}, \dots, x_n \in K_{n_{d_E}}. \quad (3.15)$$

Ähnlich wie in Gleichung (3.7) wird nun für jedes Segment $(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})$, $n_k \in \{1, \dots, L\}$, $k = 1, \dots, d_E$ der Mittelwert aller h -Nachfolger für alle Werte in diesem Segment, anstelle der Werte in der Umgebungen $U_\epsilon(s_n)$ jedes Punktes s_n berechnet, d. h.

$$P(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}}) = \frac{1}{|(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})|} \sum_{s_n \in (K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})} x_{n+h}, \quad (3.16)$$

wobei $|(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})|$ die Anzahl der Zustände s_n im Segment bezeichnet. Um deutlich zu machen, über wieviele Zustände der Mittelwert in jedem Segment gebildet wurde, wird $P(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})$ im folgenden mit

$$P^{(N')}(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}}) := P(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}}) \quad (3.17)$$

bezeichnet, wobei $N' := |(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})|$ ist.

Nun soll, ausgehend von dem aktuellen Wert der Zeitreihe x_N , der Wert x_{N+h} prognostiziert werden. Zum Wert x_N wird zu diesem Zweck mit Hilfe der Zeitreihenwerte $x_{N-\tau}, \dots, x_{N-(d_E-1)\tau}$ der zugehörige d_E -dimensionale Vektor im rekonstruierten Phasenraum

$$s_n = (x_{N-(d_E-1)\tau}, \dots, x_{N-\tau}, x_N) \quad (3.18)$$

³Die Zeitreihe ist bereits durch die endliche Auflösung der Meßapparatur segmentiert. Gemeint ist aber eine nochmals gröbere Partitionierung.

gebildet. Der rekonstruierte aktuelle Zustand s_n liege o. B. d. A. in $(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})$. Dann wird der Mittelwert der h -Nachfolger aller N' ebenfalls in $(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})$ liegenden Werte zur Prädiktion des Wertes x_{N+h} verwendet:

$$\hat{x}_{N+h} = P^{(N')}(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}}). \quad (3.19)$$

Diese Vorgehensweise hat den unmittelbaren Vorteil, daß nun nicht mehr für jeden aktuellen Zustand in der gesamten Zeitreihe nach nächsten Nachbarn im Phasenraum gesucht werden muß. Es wird lediglich eine Takens-Rekonstruktion für den aktuellen Wert durchgeführt, auf Lage im Segment getestet und der für dieses Segment bereits berechnete Mittelwert als Vorhersagewert genutzt. Das ist eine schlichte, aber wie im folgenden gezeigt werden wird, sehr wirkungsvolle Idee zur Reduzierung des Rechenaufwandes.

Von besonderem Interesse für den Anwender ist es häufig, daß der Prädiktionsalgorithmus in der Lage sein sollte, als rekursives Verfahren zu arbeiten, wie das z. B. mit dem linearen LMS-Algorithmus der Fall ist. Es muß dem Verfahren also möglich sein, für neu hinzukommende Daten x_i , die Prädiktionsmatrix, d. h. die jeweilige Vorhersage des zugehörigen Segmentes $P^{(N')}(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})$ zu aktualisieren. Das kann aufgrund von Nichtstationaritäten bei der gemessenen Zeitreihe von großer Bedeutung für eine stets optimale Prognose sein. Sei der Mittelwert $P^{(N')}(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})$ des Segmentes $(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})$ gegeben und die N' Zustände in diesem Segment seien o. B. d. A. mit $n = 1, \dots, N'$ durchnummeriert. Soll nun ein $N' + 1$ -ter Wert hinzugefügt werden, so kann das folgendermaßen geschehen:

$$\begin{aligned} P^{(N'+1)}(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}}) &= \frac{1}{N'+1} \sum_{n=1}^{N'+1} x_{n+h} \\ &= \frac{1}{N'+1} \frac{N'}{N'} \left(\sum_{n=1}^{N'} x_{n+h} + x_{(N'+1)+h} \right) \\ &= \frac{N'}{N'+1} P^{(N')}(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}}) + \frac{1}{N'+1} x_{(N'+1)+h}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Der neue Wert des Segmentes $P^{(N'+1)}(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})$ kann demnach durch den alten Wert $P^{(N')}(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})$ und den neu hinzukommenden h -Nachfolger $x_{(N'+1)+h}$ ausgedrückt werden, ohne das auf alle zuvor zur Berechnung verwendeten h -Nachfolger zurückgegriffen werden muß. Das bedeutet es muß zusätzlich zu den L^{d_E} Segmenten, lediglich noch die Anzahl der Werte gespeichert werden über welche die Mittelwerte gebildet wurden. Im Vergleich zum Standardverfahren der nichtlinearen Prädiktion kann dies im Fall großer Zeitreihen eine deutliche Speicherplatzersparnis bedeuten.

Es ist noch anzumerken, daß es sich als sinnvoll erwiesen hat, Segmente ohne Werte, d. h. mit $P^{(N=0)}$, mit dem Mittelwert der gemessenen Zeitreihe zu besetzen, so daß auch für Werte, die als erste in ein Segment eingeordnet werden, eine Prognose

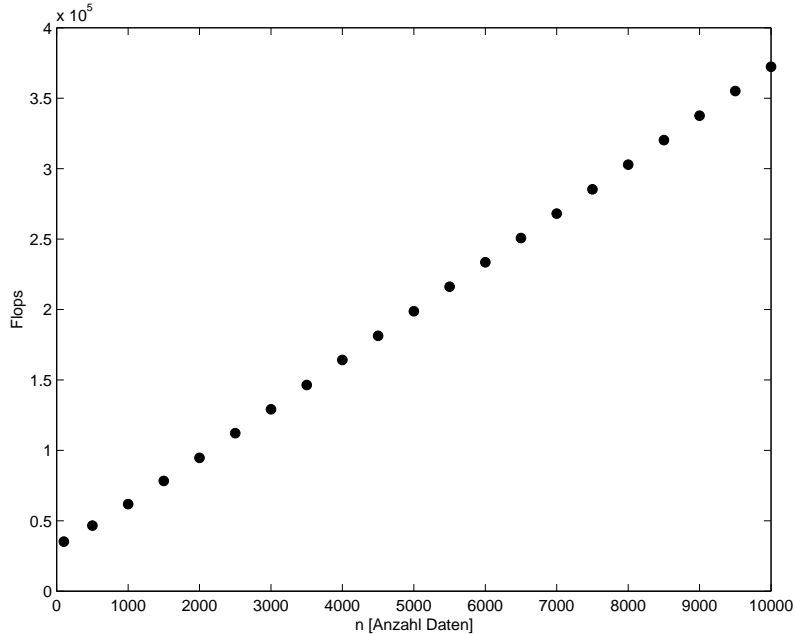


ABBILDUNG 3.3: Rechenaufwand des neuen nichtlinearen Prädiktionsalgorithmus in Abhängigkeit der Anzahl der zur Berechnung der Prognose verwendeten Daten n .

möglich ist. Weiterhin kann es sinnvoll sein die Segmentierung in Bereichen des Phasenraumes zu verfeinern, bei denen, wie bei chaotischen Systemen oftmals der Fall, eine Separation der Trajektorien auftritt⁴.

Eine Betrachtung des Rechenaufwandes des veränderten Prognoseverfahrens auf Basis der Prädiktionsmatrix läßt erkennen (siehe Abbildung 3.3), daß der Rechenaufwand $A(n)$ von einer quadratischen Funktion (vgl. Gleichung (3.9)) nun auf eine lineare Funktion

$$A(n) = c_0 \cdot n, \quad c_0 = c_0(d_E, L, \dots) \quad (3.21)$$

der zur Berechnung der Prognose verwendeten Datenanzahl n reduziert wurde. Im Fall einer Echtzeitanwendung, bedeutet dies, daß der Algorithmus im Gegensatz zur ursprünglichen nichtlinearen Prädiktion von Schritt zu Schritt statt $2c_2 \cdot n$ Fließkomma-Operationen lediglich noch

$$\frac{dA(n)}{dn} = c_0 = \text{const.} \quad (3.22)$$

Rechenoperationen durchführen muß. Auch eine Betrachtung der Größenordnung des Rechenaufwandes zeigt, daß nicht nur eine Linearisierung des Rechenaufwandes

⁴vgl. Kapitel 2, chaotischer Streck- und Faltmechanismus.

erreicht wurde, sondern daß die Anzahl der Fließkomma-Operationen eine Größenordnung geringer ist als beim ursprünglichen unveränderten Algorithmus.

3.3.3 Beispiele und Interpretation

Um die Funktionsweise des Algorithmus anhand eines praktischen Beispiels darzustellen, wurde mit 32k Daten des Rössler-Attraktors [Roe79] eine Phasenraumrekonstruktion mit Einbettungsdimension $d_E = 2$ und Zeitversatz $\tau = 7$ durchgeführt. Die Einbettungsdimension wurde aus Gründen der Darstellung mit $d_E = 2$ absichtlich zu klein gewählt. Der so rekonstruierte Zustandsraum wurde in 1024 Segmente unterteilt, das entspricht einer Zerteilung in $L = 32$ Intervalle in beiden Raumrichtungen, d. h. es wurde eine Partitionierung mit 5 Bit vorgenommen. Die Intervalle K_j , $j = 1, \dots, L$ wurden hier mit den zugehörigen Indizes benannt. Zum Zwecke der besseren Visualisierung wurden die Inhalte jedes Segments, d. h. die Mittelwerte $P^{(N)}(K_{n_1}, \dots, K_{n_{d_E}})$ in der Abbildung 3.4 ebenfalls in L Graustufen dargestellt.

Soll nun eine h -Schritt Vorhersage \hat{x}_{n+h} zu einem Wert x_n durchgeführt werden, so wird wie üblich der zugehörige Zustand im Phasenraum rekonstruiert und festgestellt in welchem Segment der Prädiktionsmatrix dieser Zustand liegt. Sei dieser Zustand z. B. aus Segment $(25, 22)$, dann dient zur Prognose des Nachfolgers für diesen Zu-

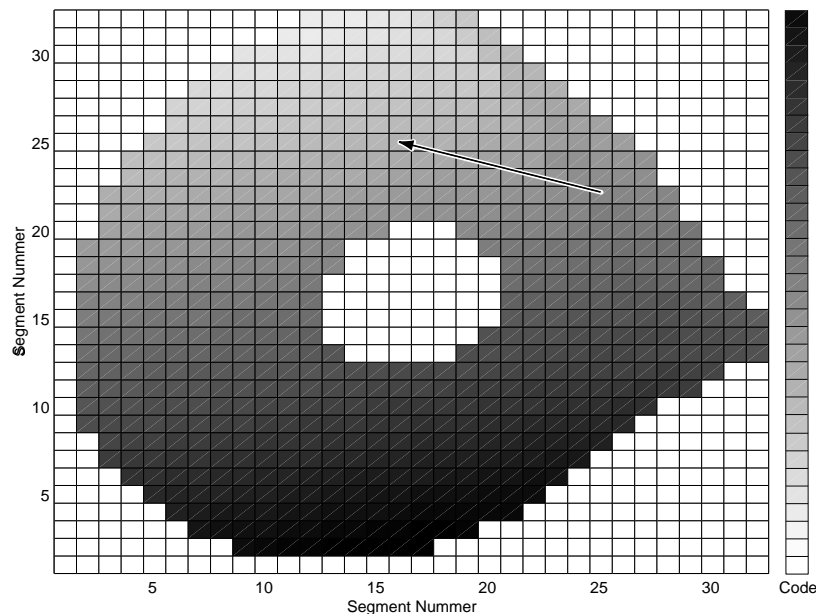


ABBILDUNG 3.4: Partitionierung des zweidimensionalen Phasenraums eines rekonstruierten Rössler-Attraktors in 5 Bit, d. h. in 32^2 Segmente und Einteilung der zugehörigen Prognosen in ebenfalls 32 Graustufen. Dabei bleibt die grobe Dynamik des Systems erhalten (Die Zustände im Segment $(25,22)$ bewegen sich im Mittel zu Segment $(16,25)$, siehe Pfeil).

stand der Mittelwert aller Nachfolger der ebenfalls in diesem Segment liegenden Zustände. Die Graukodierung des Mittelwertes (entspricht im Fall des Segmentes (25,22) ungefähr der Graustufe 16) deutet darauf hin, daß sich alle Zustände aus diesem Segment im Mittel unter der Dynamik zu Segment (16,25) bewegen (siehe Abbildung 3.4). Dies wird nun als Prognose für den tatsächlichen Zustand verwendet.

Dieses Vorhersageverfahren im Phasenraum läßt sich im Zeitbereich wie folgt interpretieren: Sei eine Zeitreihe, wie in Abbildung 3.5 gegeben. Zum Zeitpunkt 0 besteht diese Zeitreihe aus n Meßwerten und aus problemspezifischen Gründen ist eine Prognose des Wertes x_{n+4} erforderlich. Aus einer vorangegangenen Zeitreihenanalyse sei bekannt, daß die Parameter für eine Zustandsraumrekonstruktion mit $d_E = 3$ und $\tau = 4$ optimal gewählt sind. Aus den Zeitreihenwerten x_n, x_{n-4} und x_{n-8} wird nun der zugehörige aktuelle Zustand im Phasenraum gebildet und somit kann nach ähnlichen Trajektorienstücken in der Zeitreihe gesucht werden. *Ähnlich* bedeutet bei dem Prädiktionsmatrix-Verfahren eine Lage im jeweils gleichen Segment. Wie in Abbildung 3.5 zu sehen ist, wird ein ähnliches Trajektorienstück bei den Zeitpunkten $n', n' - 4$ und $n' - 8$ gefunden. Nun wird der $h = 4$ Zeitschritte auf dieses Trajektorienstück nachfolgende Wert als Prognose des gesuchten Wertes x_{n+4} verwendet.

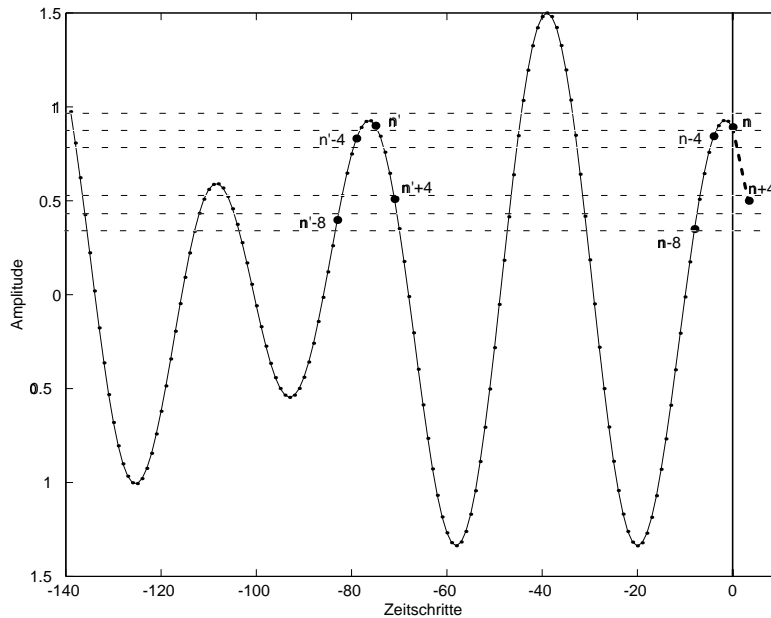


ABBILDUNG 3.5: Im Zeitbereich läßt sich das Prognoseverfahren als eine Suche nach ähnlichen Trajektorienstücken in der Vergangenheit interpretieren um die dort schon bekannten Zukünfte zur Prognose zu nutzen.

3.4 Vorhersagegenauigkeit und Stabilität des Algorithmus

3.4.1 Untersuchung des Vorhersagefehlers

Nachdem es gelungen ist, den Rechenaufwand von einem ursprünglich quadratischen Zusammenhang beim Standardverfahren der nichtlinearen Prädiktion auf einen linearen Zusammenhang beim Verfahren auf Basis der Prädiktionsmatrix zurückzuführen, stellt sich die Frage, ob sich die vorgenommenen Änderungen, wie z. B. die grobe Segmentierung des Zustandsraumes, auf die Güte der Vorhersage auswirken. Es wäre wenig sinnvoll, den Rechenaufwand des Algorithmus auf Kosten einer deutlichen Einbuße an Vorhersagegenauigkeit zu reduzieren.

Um dies zu überprüfen wird im folgenden die Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung, d. h. der RMS-Vorhersagefehler, als Maß für die Güte der Prognose untersucht. Für diese Untersuchung stehen folgende Signaltypen zur Verfügung:

Rauschen: Weißes standardnormalverteiltes Rauschen, also mit Mittelwert $\mu = 0$ und Standardabweichung $\sigma = 1$, d. h. $x_i \in \mathcal{N}\langle 0, 1 \rangle$, $i = 1, \dots, N$.

Autoregressiver Prozeß: Ein AR[1]-Prozeß mit starker linearer Korrelation,

$$x_i = 0.99x_{i-1} + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \in \mathcal{N}\langle 0, 1 \rangle, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.23)$$

Der Rauschanteil ϵ ist normalverteilt mit Mittelwert $\mu = 0$ und Standardabweichung $\sigma = 1$.

Periodisches Signal: Eine einfache Überlagerung zwischen einem Sinus- und einem Cosinussignal mit verschiedenen Frequenzen $f_1 = 0.2$ Hz und $f_2 = 0.1$ Hz und unterschiedlichen Amplituden:

$$x_i = \sin(2\pi f_1 t_i) + 0.5 \cos(2\pi f_2 t_i), \quad t_i = i\Delta t, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.24)$$

Die Abtastzeit beträgt $\Delta t = 0.2$ sec, d. h. $\Delta f = 5$ Hz.

Quasiperiodisches Signal: Die gleiche Überlagerung wie beim periodischen Signal, jedoch nun mit den Frequenzen $f_1 = 0.1\sqrt{2}$ Hz und $f_2 = 0.1$ Hz. Die Abtastfrequenz beträgt hier ebenfalls $\Delta f = 5$ Hz.

Chaos: Die x -Komponente eines Rössler-System [Roe79] im chaotischen Bereich, die auch für Abbildung 3.4 verwendet wurde. Die zugehörigen Differentialgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -(y + z) \\ \dot{y} &= x + 0.15y \\ \dot{z} &= z(x - 10) + 0.2 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Diese Zeitreihe wurde ebenfalls mit der Abtastfrequenz $\Delta f = 5$ Hz diskretisiert.

Alle Datensätze bestehen aus $N = 32768$ Werten und sind auf Standardabweichung 1 normiert, um die berechneten Vorhersagefehler vergleichbar zu machen. Dem Prognoseverfahren wurden die ersten 16k Daten zum ausschließlichen Lernen zur Verfügung gestellt. Die eigentliche Prädiktion wurde dann im folgenden an den verbleibenden 16384 Daten, als sogenannte „out-of-sample“ Vorhersage vorgenommen. Dadurch wird vermieden, daß der Algorithmus an Daten getestet wird, an denen die Vorhersagefähigkeit erlernt wurde und zugleich werden somit realitätsnahe Verhältnisse simuliert, wie sie auch oftmals in einer praktischen Anwendung vorgefunden werden.

Der RMS-Prädiktionsfehler e berechnet sich nun ausgehend von Gleichung (3.1) folgendermaßen:

$$e := e\left(\frac{N}{2} + 1, \dots, N\right) = \sqrt{\frac{2}{N} \sum_{j=\frac{N}{2}+1-h}^{N-h} (x_{j+h} - \hat{x}_{j+h})^2}. \quad (3.26)$$

Die Resultate des so berechneten RMS-Vorhersagefehlers für die jeweiligen Signaltypen sind in Abbildung 3.6, bzw. in der entsprechenden Ausschnittsvergrößerung in Abbildung 3.7 dargestellt. Aufgetragen ist der Fehler der Vorhersage in Abhängigkeit vom jeweils verwendeten Vorhersagehorizont h .

Da die Definition der RMS-Variabilität bis auf Normierungen mit der Standardabweichung vergleichbar ist, wäre z. B. für die Vorhersage des reinen normalverteilten Rauschens einen Fehler in der Größe der Standardabweichung zu erwarten, die $\sigma = 1$ gewählt war. Weiterhin sollte der Fehler unabhängig von der Wahl des Prognosehorizontes sein, da die Zufallszahlen unabhängig voneinander gezogen werden. Diese Überlegungen zum Vorhersagefehler für weißes Rauschen werden durch die numerischen Resultate in Abbildung 3.6 bestätigt.

Für den autoregressiven Prozeß ist der Vorhersagefehler bereits deutlich kleiner, da die x_i nicht mehr unabhängig, sondern in diesem Fall stark linear korreliert sind. Aufgrund des additiven Rauschterms, der in jedem Schritt hinzukommen, wird die Prognose, wie erwartet, mit zunehmendem Prognosehorizont h immer ungenauer.

Für die drei weiteren, rein deterministischen Signaltypen zeigt sich ein wesentlich geringerer RMS-Prädiktionsfehler. Der Algorithmus scheint also, trotz der vorgenommenen Änderungen in der Lage zu sein, die dem System jeweils zugrundeliegende Dynamik lernen zu können und über den hier getesteten Vorhersagezeitraum hinweg mit lediglich kleinen Abweichungen zu prognostizieren. Der Verlauf des Vorhersagefehlers für diese drei Signale ist in einer Ausschnittsvergrößerung in Abbildung 3.7 dargestellt.

Das periodische Signal kann durch den Algorithmus sogar für bis zu 10 Zeitschritte in die Zukunft fast perfekt vorhergesagt werden, d. h. der Fehler ist zu klein um in den Abbildungen 3.6 und 3.7 dargestellt zu werden. Der Fehler, der bei der Vorhersage des chaotischen Signals entsteht, ist aufgrund der Anfangswertsensitivität und

der damit einhergehenden schlechten Vorhersehbarkeit chaotischer Systeme etwas größer und nimmt mit dem Vorhersagezeitraum erwartungsgemäß noch zu. Für das quasiperiodische Signal verläuft der Fehler zwischen den beiden anderen Signaltypen.

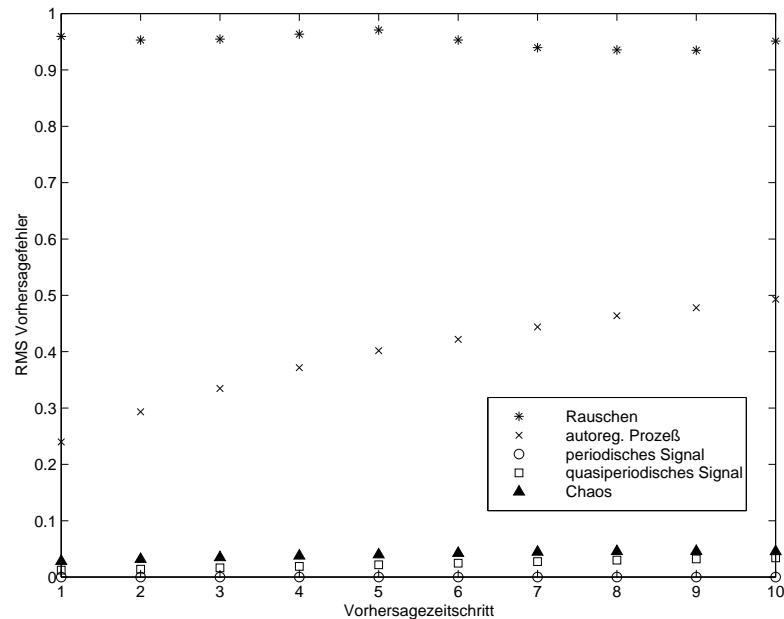


ABBILDUNG 3.6: Verlauf des Vorhersagefehlers, normiert auf die RMS-Variabilität des jeweiligen Datensatzes, in Abhängigkeit des Vorhersagezeitschrittes h für verschiedene Signaltypen.

Es bleibt zunächst festzuhalten, daß das Verfahren der nichtlinearen Prädiktion auf Basis der Prädiktionsmatrix in der Lage ist, deterministische Strukturen in den untersuchten Zeitreihen zum Zweck der Vorhersage zu benutzen. Im Vergleich zu reinem Rauschen lassen sich sogar chaotische Zeitreihen bei einem Fehler von 3-4% der Standardabweichung, bis zu einem Prognosehorizont von $h = 10$ Zeitschritten gut vorhersagen. Ein Vergleich mit dem ursprünglichen nichtlinearen Prädiktionsverfahren wird im nächsten Abschnitt durchgeführt, in dem hauptsächlich das Verhalten des Verfahrens bei stark verrauschten Zeitserien untersucht werden wird.

3.4.2 Verhalten bei additivem Rauschen

Da dieses Kapitel in erster Linie durch den Einsatz der nichtlinearen Prädiktion bei realen Systemen motiviert ist und gemessene Zeitreihen prinzipiell mit Rauschen beaufschlagt sind, ist eine Untersuchung des Prädiktionsfehlers bei verrauschten Zeitreihen unerlässlich. Zu diesem Zweck wird zu allen Signaltypen, die bereits im vorhergehenden Abschnitt zur Untersuchung des Vorhersagefehlers in Abhängigkeit

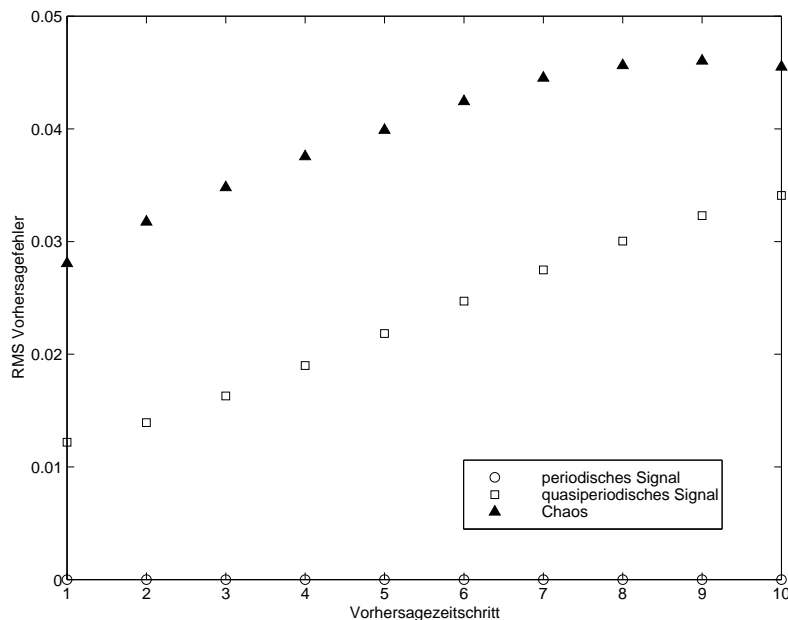


ABBILDUNG 3.7: Ausschnitt aus Abbildung 3.6. Hier ist der Verlauf nur für das periodische, das quasiperiodische und das chaotische Signal dargestellt.

des Prognosehorizontes verwendet wurden, normalverteiltes Rauschen addiert. Dies geschieht in 2.5%-Schritten der maximalen Amplitude der jeweiligen Zeitreihe bis zu einem maximalen Rauschpegel von 20%, d. h.

$$x_i^* = x_i + 0.025(\beta - \alpha)\epsilon_i, \quad \epsilon_i \in \mathcal{N}\langle 0, 1 \rangle, \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.27)$$

mit $\alpha := \min(\mathbf{x}_N)$ und $\beta := \max(\mathbf{x}_N)$.

Das Resultat dieser numerischen Untersuchung, d. h. der Verlauf des RMS-Vorhersagefehlers in Abhängigkeit des Rausch-Signalverhältnisses, ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Wie aus dieser Abbildung ersichtlich ist, bleibt der Fehler in der Vorhersage reinen Rauschens auf einem ungefähr konstanten Niveau, was zu erwarten war. Die geringen Schwankungen lassen sich auf die veränderte Standardabweichung durch das Verrauschen, das hier Addition zweier Normalverteilung bedeutet, zurückführen⁵.

Bei den vier weiteren Zeitreihen zeigt sich ein typischerweise erwartetes Resultat. Der Prädiktionsfehler steigt mit Zunahme des Rauschanteils deutlich an, unterscheidet sich jedoch für die drei ehemals rein deterministischen Signale, selbst bei einem hohen Rauschanteil von 20%, noch deutlich vom Fehler in der Vorhersage reinen

⁵Gegeben seien zwei Normalverteilungen $\epsilon_i \in \mathcal{N}\langle \mu_1, \sigma_1 \rangle$ und $\eta_i \in \mathcal{N}\langle \mu_2, \sigma_2 \rangle$

$$\implies E[\epsilon_i + \eta_i] = \mu_1 + \mu_2, \quad Var[\epsilon_i + \eta_i] = \sigma_1^2 + \sigma_2^2.$$

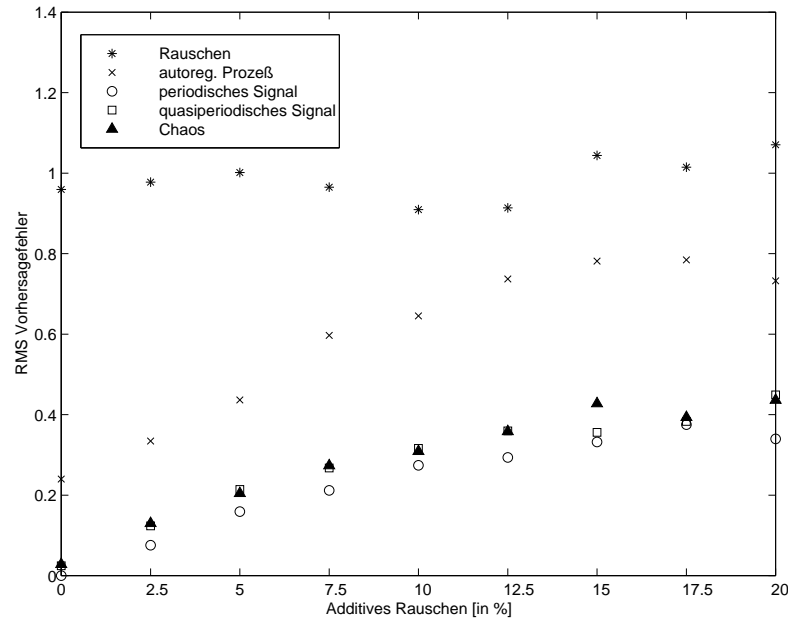


ABBILDUNG 3.8: Verlauf des Vorhersagefehlers, normiert auf die RMS-Variabilität der jeweiligen Zeitreihe, in Abhängigkeit von additivem Rauschen bzw. dem Rausch-Signalverhältnis für verschiedene Signaltypen.

Rauschens. Offensichtlich ist das Prognoseverfahren auch bei hohen Rauschanteilen im Signal noch in der Lage die dem Zeitsignal zugrundeliegende deterministische Struktur zum Zwecke einer Vorhersage auszunutzen.

Ein Vergleich des hier verwendeten Algorithmus auf Basis der Prädiktionsmatrix mit dem ursprünglichen Originalverfahren der nichtlinearen Prädiktion zeigt außerdem (siehe Abbildung 3.9), daß das veränderte aufwandsreduzierte Verfahren eine deutlich höhere Stabilität gegenüber additivem Rauschen zu besitzen scheint. In Abbildung 3.9 ist wiederum der Verlauf des RMS-Vorhersagefehlers in Abhängigkeit des Rauschanteils, jedoch nur für das chaotische Zeitsignal dargestellt. Dafür ist hier der Prädiktionsfehler sowohl für das Prädiktionsmatrixverfahren als auch für das Originalverfahren vergleichsweise gegenübergestellt.

Für das gänzlich unverrauschte Zeitsignal zeigt sich, daß der Standardalgorithmus ($e = 0.017$) besser als das veränderte Verfahren ($e = 0.028$) in der Lage ist, Vorhersagen über den Verlauf des chaotischen Signals zu machen. Das ist nicht verwunderlich, da das Originalverfahren für die Prognosen, die vollständige Zeitreihe in der gesamten, ihr eigenen Genauigkeit zur Verfügung hat, während das weniger aufwendige Verfahren auf eine grobe Segmentierung des Phasenraumes zurückgreifen muß. Wird die chaotische Zeitreihe jedoch mit Rauschen beaufschlagt, so zeigt sich, daß das Verfahren auf Basis der Prädiktionsmatrix bereits ab 5% Rauschanteil die genaueren Prognosen liefert. Bei einem additivem Rauschen von 20% beträgt der Fehler in der Vorhersage für das aufwandsreduzierte Verfahren $e = 0.436$, wohingegen für das Standardverfahren der Vorhersagefehler $e = 0.692$ beträgt.

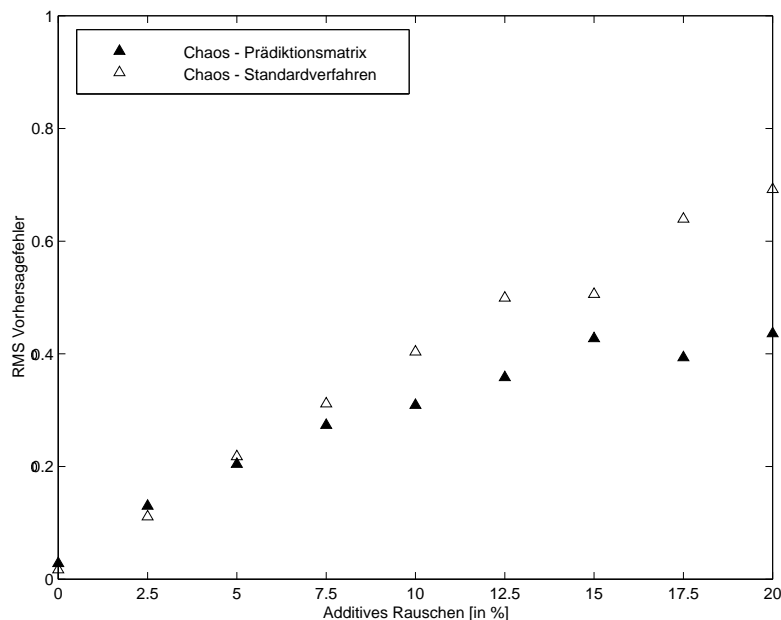


ABBILDUNG 3.9: Verlauf des Vorhersagefehlers in Abhängigkeit von additivem Rauschen für den nichtlinearen Standard- und den neu entwickelten Algorithmus.

Aufgrund der groben Segmentierung des Phasenraumes wird somit als Nebeneffekt zur Linearisierung des Rechenaufwandes eine erhebliche Verbesserung des Prädiktionsfehlers gegenüber additivem Rauschen erzielt, da in Abhängigkeit des Rauschpegels nur Randbereiche des jeweiligen Segments betroffen sind. Gerade im Hinblick auf einen Einsatz in der Praxis kann dieses Resultat von nicht zu unterschätzender Bedeutung sein.

3.5 Kurzes Fazit

Da eine gänzlich abschließende Betrachtung und Zusammenfassung der erzielten Resultate erst in Kapitel 7 am Ende dieser Arbeit erfolgen soll, werden hier lediglich die wichtigsten Ergebnisse dieses Kapitels kurz zusammengefaßt.

Um einen Einsatz des Verfahrens der nichtlinearen Prädiktion in Echtzeitanwendungen möglich zu machen, war es notwendig den Rechenaufwand des Vorhersagealgorithmus von einem quadratischen auf einen linearen Zusammenhang mit der Datenanzahl zu reduzieren. Dies wurde möglich durch eine lediglich implizite Verwendung der Phasenraumdarstellung, d. h. indem zielorientiert direkt mit den Daten operiert und somit der Umweg über den allgemeinen Ansatz der Phasenraumrekonstruktion umgangen wurde. Anstelle der Genauigkeit der gesamten Zeitreihe wurden zu diesem Zweck lediglich die Mittelwerte über Segmente des Phasenraumes zur Vorhersage benutzt.

Durch diese grobe Partitionierung des Phasenraumes gewinnt das aufwandsreduzier-

te Verfahren der nichtlinearen Prädiktion erheblich an Stabilität gegenüber additivem Rauschen, wie etwa Meßrauschen, das bei realen gemessenen Zeitreihen stets vorhanden ist. Dieses Resultat ist ein wichtiger Nebeneffekt, der für den Einsatz des Algorithmus bei realen Systemen von großem Nutzen sein kann.

Kapitel 4

Anwendungen auf reale technische Bearbeitungssysteme, Teil I: Kompensation dynamischer Störungen in Präzisionsmaschinen

4.1 Problemstellung

Daten eines realen Prozesses besitzen prinzipiell eine andere Qualität als synthetisch erzeugte Zeitreihen. Insofern erfordert die Anwendung der mathematisch abstrakten Theorie der Nichtlinearen Dynamik und insbesondere auch der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse auf Daten eines solchen realen Prozesses eine besonders aufmerksame Vorgehensweise, da viele mathematisch notwendige Voraussetzungen, wie z. B. unendlich lange Zeitreihen und eine exakte Meßgenauigkeit, in der Praxis nie erfüllt sind. Dennoch können die Konzepte der Nichtlinearen Dynamik, wie bereits in Abschnitt 3.2 diskutiert, in Praxisanwendungen sehr nützlich sein. Die Entwicklung von Verfahren, die den Erfordernissen der praktischen Zeitreihenanalyse entsprechen, wie z. B. geometrische nichtlineare Entrauschalgorithmen [KSH+93] oder die Bestimmung optimaler Einbettungsparameter nach Buzug et al. [BRP90], ist weiterhin Gegenstand der Forschung und wird in der Fachliteratur eingehend diskutiert, siehe [ABS+93] und [KS97]. Beispiele für einen erfolgreichen Einsatz nichtlinearer Verfahren an realen Systemen sind u. a. magnetoelektrische Schwinger [DRS90], NMR-Laser [RFB+93], getriebene Pendel [HDH+94] sowie schwingende Bronze-

blatffedern [HDM+94].

Allerdings mangelt es solchen Beispielen oftmals an einem konkreten Praxisbezug, d. h. die Auswahl dieser Systeme geschah weniger unter dem Blickwinkel der Untersuchung bzw. der Lösung eines gegebenen Problems aus der Praxis, sondern vielmehr hinsichtlich der generellen Anwendbarkeit der Nichtlinearen Dynamik. Beispiele für einen tatsächlich praxisnahen Einsatz der Nichtlinearen Dynamik bei realen Problemen, z. B. des Maschinenbaus, sind bisher kaum publiziert. Dies weist darauf hin, daß die notwendige Verknüpfung von Theorie und Praxis in diesem Bereich teilweise noch entwickelt werden muß. Ein erster Schritt in diese Richtung wurde mit den in Kapitel 3 durchgeführten Überlegung zum Einsatz der nichtlinearen Prädiktion in Echtzeitanwendungen unternommen. Die dazugehörige Anwendung des Vorhersagealgorithmus auf eine reales Problem aus dem Maschinenbau, die Ausgangspunkt der in Kapitel 3 angestellten Untersuchungen war, soll nun im folgenden vorgestellt werden.

Ein wichtiges Teilgebiet der Hochpräzisionstechnik ist die Herstellung optisch glänzender Oberflächen mit Hilfe der spanenden Bearbeitung. Für die Oberflächenqualität spielen die Betriebseigenschaften der verwendeten Bearbeitungsmaschinen eine herausragende Rolle. Dabei bestimmen dynamische Störungen in diesen Präzisionsmaschinen, d. h. Verlagerungen und Verformungen des bearbeiteten Werkstücks, oftmals die Grenze der Bearbeitungsgenauigkeit. Bei Zerspanmaschinen für die Fertigung solcher hochgenauer Werkstücke, die nur sehr geringe Fertigungstoleranzen im Sub-Mikrometerbereich aufweisen dürfen, kommt es entscheidend darauf an, daß die Bearbeitungsbahnen des Werkzeugs relativ zum Werkstück im Rahmen der geforderten Genauigkeit eingehalten werden. Da die Anforderungen an die Oberflächenqualität und somit an die eingesetzten Maschinen stetig ansteigen, kann auf eine Berücksichtigung nichtlinearer Effekte nicht mehr verzichtet werden.

Im Rahmen der am Fraunhofer Institut für Produktionstechnologie in Aachen (IPT) und in der Wissenschaftlichen Arbeitsgruppe Nichtlineare Dynamik in Mainz (WANLD) durchgeführten Forschungsarbeiten wurde das Verfahren der nichtlinearen Prädiktion genutzt, um die bei der Präzisionsbearbeitung auftretenden dynamischen Störungen in Echtzeit zu kompensieren. Am Fraunhofer IPT durchgeführte Bearbeitungstests belegen die Möglichkeiten der Oberflächenverbesserung durch den nichtlinearen Vorhersagealgorithmus. Diese Arbeiten wurden von der Volkswagen-Stiftung gefördert.

4.2 Technische Umsetzung

4.2.1 Der Versuchsaufbau

Für die Echtzeitkompensation der während der Bearbeitung auftretenden hochdynamischen Störungen, d. h. der Relativverlagerungen zwischen Werkzeug und Werkstück, wurde der in Abbildung 4.1 dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Beim Außenlängsdrehen nach DIN 8589 (siehe dazu z. B. [Toe95]) wird dabei von einem

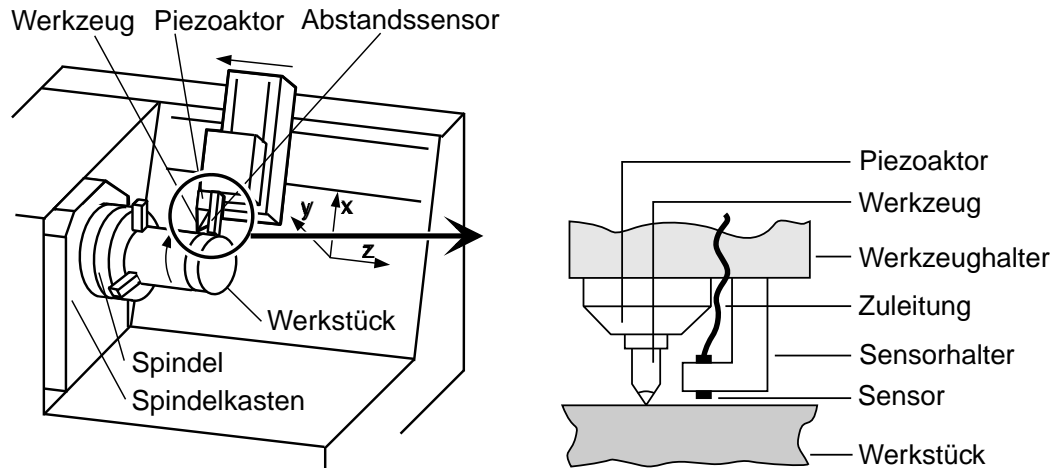


ABBILDUNG 4.1: Meß- und Regelaufbau zur aktiven Kompensation der Maschinenschwingungen, d. h. der Relativbewegung zwischen Werkzeug und Werkstück beim Außenlängsdrehprozeß (aus [BHM+97]).

Werkstück durch eine Schneide eines Werkzeugs Stoffteile in Form von Spänen mechanisch getrennt. Zu diesem Zweck ist das Werkstück in ein Spindelsystem eingespannt, das mit variabel einstellbarer Umdrehungszahl rotiert. Das zur Bearbeitung benutzte Werkzeug befindet sich auf einem in alle drei Raumrichtungen frei verfahrbaren Werkzeughalter. Über einen neben dem Werkzeug angebrachten Wegsensor wird der Abstand zwischen Werkzeug und Werkstück hochfrequent gemessen. Um eine Kompensation der auftretenden dynamischen Verlagerungen zwischen Werkzeug und Werkstück vornehmen zu können, ist es notwendig, eine zusätzliche hochpräzise Werkzeugzustellung in die Präzisionsdrehmaschine einzubringen. Zu diesem Zweck wurden speziell am IPT entwickelte sogenannte Fast-Tool Piezoaktoren verwendet, die es ermöglichen das Werkzeug in x-Richtung (siehe Abbildung 4.1) hinreichend schnell und hochgenau zu verfahren. Diese Zustellung erfolgt in Richtung der auftretenden hochdynamischen Störungen und erlaubt somit die Kompensation der Verlagerung in Echtzeit auf der Basis einer Prognose die mit Hilfe des nichtlinearen Prädiktionsmatrixalgorithmus erstellt wird.

4.2.2 Meßwerterfassung und Analyse

Die zur Messung der Relativverlagerung eingesetzten Wegsensoren müssen meßtechnische Anforderungen erfüllen, die sich aus den Eigenschaften der zu kompensierenden dynamischen Störungen ergeben. So ist es notwendig, den Abstand zwischen Werkzeug und Werkstück hochfrequent und möglichst verzögerungsfrei zu vermessen. Die relevanten Schwingungen liegen typischerweise in einem Frequenzbereich mit einer Frequenzobergrenze bei 1000 Hz. Bei höheren Frequenzen führen, nach Erfahrungswerten der vor Ort tätigen Maschinenführer, die relevanten Maschinenkom-

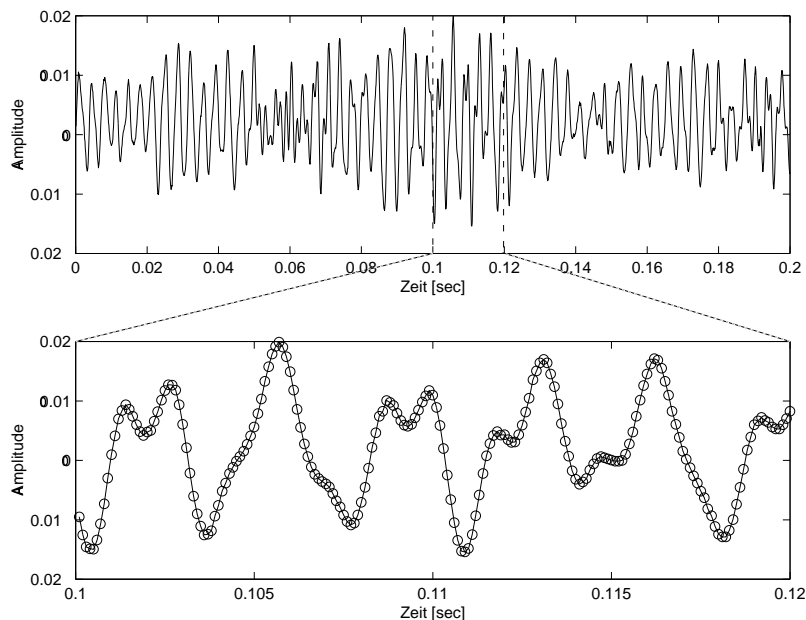


ABBILDUNG 4.2: Typischer Ausschnitt aus einem Zeitsignal, das die Relativverlagerung zwischen Werkzeug und Werkstück zeigt. In der unteren Bildhälfte ist eine Vergrößerung des Signals zwischen 0.1 sec und 0.12 sec mit den zugehörigen einzelnen Meßwerten dargestellt.

ponenten keine Bewegungen mehr aus, die sich nachteilig auf die Oberflächenqualität des Werkstücks auswirken. Bei den durchgeführten Versuchen hat sich für Kompensationszwecke eine Abtastrate von 10 kHz, d. h. eine Nyquist-Frequenz von 5 kHz als optimal¹ erwiesen. Weiterhin hat sich gezeigt, daß eine Auflösung des Analog-Digital-Wandlers von 12 Bit ausreichend ist, um die Verlagerungssignale hinreichend präzise zu erfassen, d. h. es lassen sich Wegauflösungen von unter $0.1 \mu\text{m}$ realisieren. Da die Werkstückoberfläche nicht beschädigt werden darf, werden berührungslose kapazitive Wegsensoren eingesetzt, die aufgrund des relevanten Frequenzbereichs einen linearen Frequenzgang bis 1 kHz aufweisen.

In Abbildung 4.2 ist ein typischer Ausschnitt aus einem während der Bearbeitung gemessenen Zeitsignal dargestellt. Aufgetragen ist das Zeitsignal der Relativverlagerung über eine Zeitspanne von 0.2 sec. Das entspricht bei einer Abtastrate von 10 kHz exakt 2000 Meßwerten. In der unteren Bildhälfte ist eine Ausschnittsvergrößerung des Bereichs von 0.1 sec bis 0.12 sec dargestellt. Hier sind zusätzlich zum interpolierten Kurvenverlauf auch die zugehörigen Meßwerte einzeln aufgetragen. Der in Abbildung 4.2 gezeigte Ausschnitt entstammt einem Zeitsignal, das über eine Dauer von ca. 52 sec während des Bearbeitungsvorganges aufgenommen wurde. Die gesamte Zeitreihe besteht aus exakt $524288 = 2^{19}$ Meßwerten. Das zugehörige Leistungsspektrum, bzw. das zugehörige Periodogramm als Schätzer des

¹Optimal im Sinne eines minimalen Prädiktionsfehlers.

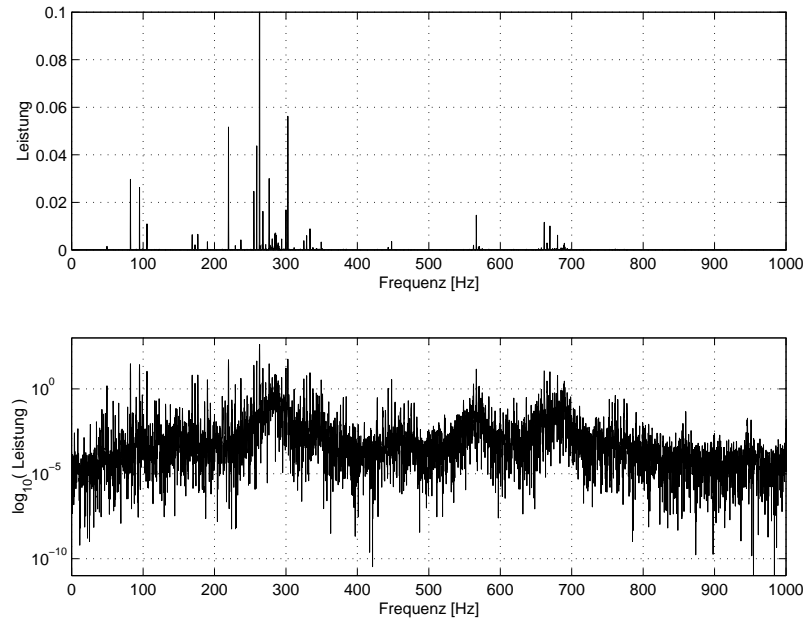


ABBILDUNG 4.3: Periodogramm des Zeitsignals einer Relativverlagerung zwischen Werkzeug und Werkstück während der Bearbeitung über eine Dauer von ca. 52 sec. In der unteren Bildhälfte ist das Periodogramm in halblogarithmischer Darstellung aufgetragen.

Leistungsspektrums der Zeitreihe kann in Abbildung 4.3 betrachtet werden. Zur Berechnung des Periodogramms wurde über 8 Segmente mit jeweils 65536 Meßwerten ohne Überlapp gemittelt. Die einzelnen Segmente sind jeweils mit einem Hanning-Fenster gefaltet. Der Mittelwert des Zeitsignals wurde vor der Berechnung abgezogen. Es zeigt sich, daß die wesentlichen Frequenzen, die für die dynamischen Verlagerungen ursächlich sind, bei 100 Hz und in einem Bereich zwischen 200 Hz und 300 Hz liegen. Beiträge mit kleinerer Leistung sind noch jeweils knapp unterhalb von 600 Hz und 700 Hz zu finden. In der halblogarithmischen Darstellung ist zu erkennen, daß das Signal, unabhängig von den Frequenzen mit hoher Leistung, über einen breiten Rauschuntergrund verfügt.

Untersucht man das Signal im Hinblick auf die Wahl der Zeitversatzkoordinaten, so scheint eine Rekonstruktion des Phasenraumes mit einer Einbettungsdimension $d_E = 3$ und einem Zeitversatz von $\tau = 12$ am besten geeignet zu sein, um die hochdynamischen Störungen vorauszusagen. Aufgrund der Totzeit des Meß-Aktor-Systems von $700 \mu\text{sec}$, muß das gemessene Zeitsignal bei einer Abtastrate von 10 kHz auf $h = 7$ Zeitschritte à $100 \mu\text{sec}$ in die Zukunft prognostiziert werden. Bei einer pragmatischen Vorgehensweise, d. h. bei einer Ausrichtung an einem optimalen Ergebnis in bezug auf eine Minimierung des Vorhersagefehlers, erscheint eine Segmentierung des Phasenraums mit einer Auflösung von 4 Bit ($L = 16$) am geeignetsten zu sein.

4.3 Prädiktion der Maschinenschwingungen

Auf der Basis des in Kapitel 3 vorgestellten Prädiktionsmatrix-Algorithmus und des in Abschnitt 4.2 diskutierten Versuchsaufbaus, wurden am Fraunhofer-Institut für Produktionstechnologie in Aachen praktische Bearbeitungsversuche durchgeführt. Der optimierte Algorithmus und das Piezoaktor-System wurden dazu genutzt, das Werkzeug so zuzustellen, daß die verbleibende Relativverlagerung, also die Störung, minimiert wird. Als Versuchsprozeß wurde zu diesem Zweck das Außenlängsdrehen von Messingzylindern mit einem Durchmesser von 55 mm gewählt. Der Vorschub des Werkzeugs lag bei $20 \mu\text{m}/\text{Umdr.}$, die Drehzahl wurde auf 500 Umdr./min und die Schnitttiefe auf $20 \mu\text{m}$ festgelegt. Das eingesetzte Diamant-Werkzeug hatte einen Schneidenradius von 0.2 mm .

Um auch hier Aussagen über die Leistungsfähigkeit des Algorithmus auf Basis der Prädiktionsmatrix (PM) machen zu können, wurde zum Vergleich der in Abschnitt 3.3.1 beschriebene LMS-Algorithmus eingesetzt. Mit beiden Algorithmen ist eine deutliche Verbesserung der Oberflächengüte möglich, jedoch erzielt der PM-Algorithmus ein um 34% besseres Resultat als der LMS-Algorithmus. Anhand von typischen Schwingungssignalen wurde dazu der RMS-Vorhersagefehler für beide Algorithmen berechnet und in folgender Tabelle zusammengefaßt:

| | LMS | PM |
|----------------|--------|--------|
| RMS-Fehler e | 0.5146 | 0.3420 |
| σ_e | 0.0121 | 0.0098 |

Zusätzlich ist in Abbildung 4.4 zu einem Ausschnitt aus einem Zeitsignal der Relativverlagerung zwischen Werkzeug und Werkstück bei der Bearbeitung der jeweilige Fehler aufgetragen, der bei beiden Prädiktions-Algorithmen in der Vorhersage auf $h = 7$ Zeitschritte in die Zukunft aufgetreten ist. Auch hier läßt sich deutlich erkennen, daß der PM-Algorithmus einen wesentlich geringeren mittleren Fehler in der Vorhersage macht als der zum Vergleich verwendete repräsentative lineare LMS-Algorithmus. Wie in [BHM+99] erläutert, zeigen sich folgende Resultate für eine Verbesserung der Oberflächenqualität:

| Prädiktion | aus | ein |
|------------------------------|-------|-------|
| $R_a [\mu\text{m}]$ | 0.307 | 0.243 |
| $\sigma_{R_a} [\mu\text{m}]$ | 0.030 | 0.009 |
| $R_y [\mu\text{m}]$ | 2.278 | 1.636 |
| $\sigma_{R_y} [\mu\text{m}]$ | 0.272 | 0.177 |

Dabei bezeichnet R_a den sogenannten Mittenrauhwert und R_y die maximale Rauhtiefe, als übliche Maße für die erzielte Oberflächengüte. Es wurde jeweils über 10 Versuche gemittelt. Die prozentualen Verbesserungen beider Größen liegen bei

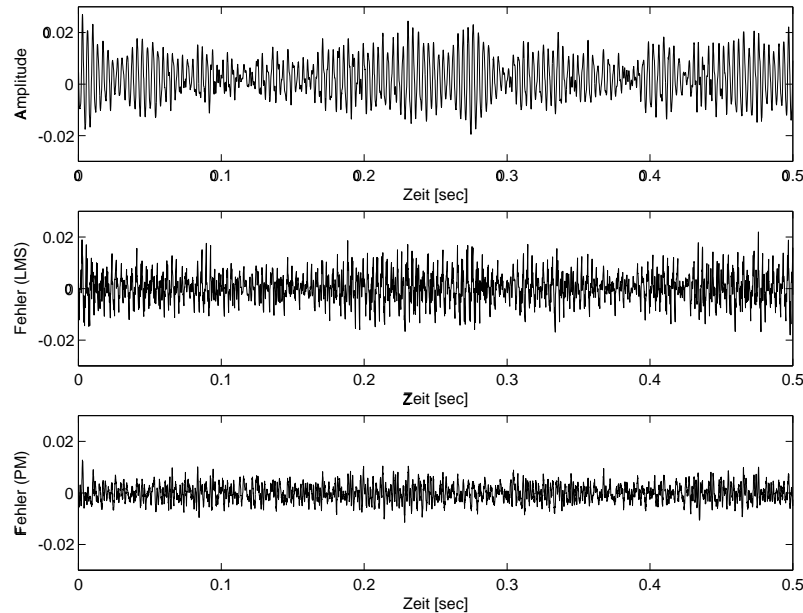


ABBILDUNG 4.4: Ausschnitt aus dem Original-Schwingungssignal über 0.5 sec (oben) und der Fehler der bei der Vorhersage zum Zweck der aktiven Kompensation der Schwingungen durch den jeweiligen Algorithmus auftritt.

ca. 20-30%. Die geringe Standardabweichung σ deutet laut IPT darauf hin, daß die Oberflächenverbesserungen sogar mit hoher Reproduzierbarkeit erreicht werden können. Dieses Resultat, d. h. die erreichte Oberflächenverbesserung ist in Abbildung 4.5 deutlich zu erkennen. Im nichtpräziierten Bereich (links im Bild) lassen sich Bereiche unterschiedlicher Helligkeit erkennen. Zudem sind dort schräg zu den Bearbeitungsbahnen verlaufende Marken, die eine zusätzliche Beeinträchtigung der Oberflächenqualität darstellen. Im präziierten Bereich (rechts im Bild), d. h. im Bereich mit einer aktiven Kompensation der Relativverlagerungen, ist eine wesentlich homogenere Oberflächenstruktur ohne die beschriebenen störenden Effekte zu erkennen. Dies macht sich auch in der unterschiedlichen Lichtbandbreite (DIN 6151, bzw. [Rin52]) in der nichtpräziierten und der präziierten Hälfte des Werkstückes bemerkbar, die unter parallelem Licht als Maß für unterschiedliche Geschwindigkeitssamplituden dienen kann. Die rechte Seite der Werkstückoberfläche ist wesentlich dunkler als die linke, nichtpräziierte Seite, die eine rauhere und damit hellere Oberfläche aufweist.

4.4 Resultate

In diesem Kapitel wurde zunächst gezeigt, daß es grundsätzlich möglich ist, wissenschaftlich bereits etablierte Methoden aus dem Bereich der Nichtlinearen Dynamik auch in praktischen Anwendungen zum Einsatz zu bringen. Durch eine Vor-

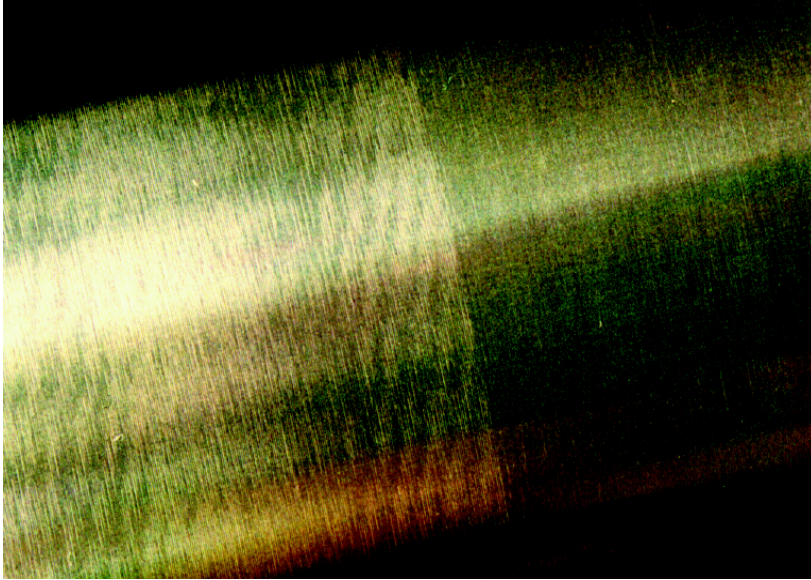


ABBILDUNG 4.5: Nichtprädizierte (links) und prädizierte Oberfläche (rechts) beim Außenlängsdrehen von Messing mit dem Prädiktionsmatrix-Algorithmus.

gehensweise, die leistungsfähige Verfahren einsetzt und zugleich eine mathematische Modellierung nur soweit detailliert, wie wirklich notwendig ist, können Methoden wie die nichtlineare Prädiktion sogar in Echtzeitanwendungen mit sehr kurzen Zeitskalen zur Anwendung gebracht werden. Die dazu notwendigen zielgerichteten Vorüberlegungen und Maßnahmen wurden in Kapitel 3 herausgearbeitet. Der Einsatz nichtlinearer Verfahren kann, wie in der diskutierten Anwendung der aktiven Schwingungskompensation bei Werkzeugmaschinen, von großem Nutzen sein, da herkömmliche, oftmals in den Ingenieurwissenschaften eingesetzte lineare Verfahren häufig nicht zu einer hinreichend befriedigenden Problemlösung führen.

Weiterhin wurde bei der Lösung des geschilderten Problems, im Gegensatz zu vielen beispielhaften Anwendungen der Nichtlinearen Dynamik, eine konkrete Problematik aus der Praxis bearbeitet und eine tatsächlich funktionierende Lösung erreicht. Oftmals handelt es sich bei Anwendungsbeispielen um wohldefinierte, leicht zu handhabende Laborexperimente unter stets ähnlichen Rahmenbedingungen, die lediglich aufzeigen sollen, daß die Menge der Anwendungen der Nichtlinearen Dynamik nicht leer ist. Mit der hier durchgeführten Optimierung der Hochpräzisionsdrehmaschine unter Einsatz der nichtlinearen Prädiktion, wurde hingegen eine tatsächliche Verbesserung des in der Praxis relevanten Verfahrens der Oberflächendrehbearbeitung erzielt, ohne den traditionellen Weg über direkte konstruktive bzw. mechanische Veränderungen der Bearbeitungsmaschine zu beschreiten. Stattdessen wurde mit Hilfe der nichtlinearen Prädiktion eine elektronische Regelung für die Bearbeitungsvorgänge konstruiert und somit die Oberflächengüte der bearbeiteten Werkstücke entscheidend erhöht.

Kapitel 5

Die Methode der Surrogatdaten bei nichtstationären Zeitreihen

*„Nonstationarity is a
psychological problem.“
Danny Kaplan, Dresden 1998*

Die Nichtlineare Zeitreihenanalyse als ein Teilgebiet der angewandten Nichtlinearen Dynamik hat, ausgehend von der Idee, daß zufällig erscheinende Zeitreihen unter Umständen auch durch niedrigdimensionale deterministische Systeme generiert sein können, eine Vielzahl von Verfahren entwickelt, um für chaotische Systeme charakteristische nichtlineare Kenngrößen aus den untersuchten Zeitreihen zu berechnen. Dabei handelt es sich im wesentlichen um die bereits in Kapitel 2 diskutierten Verfahren zur Berechnung von Lyapunov-Exponenten [WSS+85], [EKR+86] und zur Berechnung der Korrelationsdimension [GP83a], [GP83b].

Die Entwicklung dieser Verfahren ging einher mit der Hoffnung, neue und tiefere Einsichten in komplizierte Systeme aus den Bereichen Technik, Biologie, Medizin usw. zu erhalten. Gerade in der Frühphase der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse fehlte es jedoch im Umgang mit kurzen, realen und häufig stark verrauschten Zeitreihen an der heute allgemein als notwendig erachteten Sorgfalt. In vielen damals veröffentlichten Resultaten wurde niedrigdimensionales deterministisches Chaos bei Zeitreihen diagnostiziert, wo effektiv ein stochastisches oder zumindest ein hochdimensionales deterministisches System vorhanden war, vgl. dazu [OKP+86], [GK93], [OP89] und die darin angegebene Literatur.

Aus diesem Grund wurden in der Statistik bereits wohletablierte Verfahren, wie Monte Carlo- und andere sogenannte Resampling-Methoden [ET93], [Efr79] in die Nichtlineare Zeitreihenanalyse übernommen. In diesem Kontext wird auf diese Verfahren zumeist unter dem Namen „Methode der Surrogatdaten“ [TEL+92] Bezug genommen. Bei Surrogatdaten handelt es sich um künstlich generierte Zeitreihen, die als Repräsentanten einer Nullhypothese beim statistischen Testen eingesetzt werden. Zumeist handelt es sich dabei um Surrogate auf der Basis allgemeiner linearer

stochastischer Prozesse. Wenn nun die aus der zu klassifizierenden Originalzeitreihe berechnete Kenngröße bzw. Teststatistik signifikant von den entsprechenden Resultaten für die Surrogate abweicht, so kann dies als Indiz dafür gewertet werden, daß die Zeitreihe z. B. nicht auf einen linearen stochastischen Prozeß zurückgeführt werden kann. Dies führt jedoch oftmals fälschlicherweise zu der Schlußfolgerung, daß die Zeitreihe dann von einem nichtlinearen deterministischen System generiert wird und somit die Voraussetzung für die Existenz von deterministischem Chaos erfüllt ist, siehe dazu auch [Tim98]. Als Alternativen kommen jedoch auch nichtlineare stochastische Prozesse und natürlich auch nichtstationäre lineare stochastische Prozesse in Frage.

In diesem Kapitel werden zunächst die Schwierigkeiten aufgezeigt, die beim Testen mit Surrogatdaten nach dem Verfahren von Theiler et al. [TEL+92] auftreten, wenn die Voraussetzung der Stationarität verletzt wird. Darauf aufbauend werden alternative Modelle zur Erzeugung von Surrogatdaten auf Basis sogenannter Change Point-Prozesse konstruiert, die im Unterschied zu den etablierten Verfahren in der Lage sind, zwischen nichtlinearen bzw. chaotischen Zeitreihen einerseits und linearen, aber nichtstationären, Zeitreihen andererseits zu unterscheiden. Gerade in Anwendungen aus der Praxis ist es oftmals sehr schwierig, aber stellenweise unerlässlich, zwischen beiden Phänomenen genau zu differenzieren. Das Problem der Nichtstationarität bzw. alternative Verfahren zur Generierung von Surrogatdaten sind Gegenstand aktueller Forschung, siehe beispielsweise [Tim98], [Sch98] und [DWS+99].

5.1 Klassifikation und Nichtstationarität bei Zeitreihen

5.1.1 Das Klassifikationsproblem bei endlichen Zeitreihen

Die Methode der Surrogatdaten ist eines der möglichen Verfahren zur Klassifikation von Zeitreihen. Dabei wird auf Basis eines statistischen Tests ein Entscheidungsschema konstruiert, um zwischen linear-stochastischen und anderen Zeitreihen zu unterscheiden. Bevor dieses Verfahren im nächsten Abschnitt detailliert vorgestellt wird, sollen zunächst einige allgemeine Probleme bei der Klassifikation von Zeitreihen aufgezeigt werden.

Die meisten Verfahren, sowohl aus dem Bereich der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse als auch der klassischen Zeitreihenanalyse, basieren auf der theoretischen Annahme unendlich langer Zeitreihen bzw. beliebig vieler Realisationen desselben Prozesses. Da diese Annahmen in der Praxis offensichtlich nicht realisierbar sind, kann nicht ausgeschlossen werden, daß für eine Zeitreihe fälschlicherweise ein Determinismus erkannt wird, obwohl sie in Wirklichkeit einem Zufallsprozeß folgt. Die Wahrscheinlichkeit, daß auf der Grundlage eines Zufallsprozesses Zeitreihenwerte generiert werden, die auch nur im Rahmen einer geringen Genauigkeit z. B. der Zeitreihe eines Lorenz-Attraktors gleichen, ist offensichtlich sehr gering. Dennoch verdeutlicht dieses Beispiel die Problematik der Klassifikation von endlichen Zeitreihen. Um robuste

Aussagen über beliebige Zeitreihen zu erhalten und Fehlinterpretationen auszuschließen, kann die Betrachtung von weiteren Realisationen des gleichen Prozesses oder von längeren Zeitreihen oft unerlässlich sein.

Selbst im Fall sehr langer Zeitreihen, die nichtlinear-chaotisches Verhalten zeigen, besteht jedoch stets die Möglichkeit, ein lineares Modell anzupassen. Das kann etwa durch eine sogenannte Überanpassung von Parametern (engl. Overfitting) erreicht werden. Im ungünstigsten Fall kann jedoch für jeden Wert der Zeitreihe ein Modellparameter erforderlich sein. Zweifel an der Gültigkeit eines solchen Modells treten dann stets auf, wenn sich die Parameter bei einer Modell- oder Zeitreihenerweiterung deutlich verändern, bzw. wenn neu hinzukommende Parameter signifikant von Null verschieden sind. In diesen Fällen enthält die untersuchte Zeitreihe möglicherweise Nichtlinearitäten, die durch das angepasste lineare Modell nicht abgebildet werden können.

5.1.2 Der Begriff der Stationarität

Bei der tatsächlichen Anwendung der Zeitreihenanalyse liegt i. a. nur ein Ausschnitt $\{x_1, \dots, x_N\}$ der Länge N einer einzigen Realisierung eines stochastischen Prozesses $\{X_i\}$ vor. Alternativ kann es sich auch um eine Zeitreihe eines deterministischen System ebenfalls mit der Länge N handeln, die auch mit $\{x_1, \dots, x_N\}$ bezeichnet werden soll. Selbst wenn sich die Analyse lediglich auf die Berechnung von statistischen Größen wie Erwartungswerten, Varianzen oder Kovarianzen beschränkt, ist klar, daß eine akzeptable Schätzung dieser Größen aus nur N Daten problematisch sein kann. Durch die Forderung, daß für die untersuchten stochastischen Prozesse bzw. die deterministischen Zeitreihen einige der stochastischen und dynamischen Kenngrößen invariant gegen Zeitverschiebungen bleiben, kann dieses Problem weitgehend umgangen werden. Für stochastische Prozesse bedeutet dies, daß Mittelwert- und Varianzfunktionen über die Zeit konstant sind und die Kovarianzen nur vom relativen Abstand der Zeitpunkte abhängen. Solche Prozesse bezeichnet man als stationär [Ton90]:

Ein stochastischer Prozeß $\{X_i\}$ heißt stationär, wenn die gemeinsame Verteilungsfunktion jeder endlichen Folge von Zufallsvariablen $\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}\}$ des Prozesses identisch ist mit der gemeinsamen Verteilungsfunktion des um s verschobenen Systems $\{X_{t_1+s}, X_{t_2+s}, \dots, X_{t_n+s}\}$.

Da in den praktischen Anwendungen der klassischen Zeitreihenanalyse vorwiegend die Momente erster und zweiter Ordnung (also Mittelwerte, Varianzen und Kovarianzen) interessieren, wird sich im allgemeinen mit der Zeitunabhängigkeit dieser Werte zufriedengegeben.

In ähnlicher Weise läßt sich eine Stationaritätsbedingung für deterministische Zeitreihen formulieren. Ergänzend zu den oben geforderten Invarianzen der statistischen Momente wird hier oftmals noch die Zeitunabhängigkeit von charakteristischen Kenngrößen wie Lyapunov-Exponenten, Dimensionen oder auch der Vorhersagbarkeit der Zeitreihe verlangt.

Zeitreihen, die diese Voraussetzungen nicht erfüllen, werden im folgenden als nichtstationäre Zeitreihen bezeichnet, wobei eine genaue Spezifikation der Arten der Nichtstationarität, die Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit sind, noch vorgenommen wird. Handelt es sich bei den Nichtstationaritäten lediglich um Trends oder Zyklen, so wird oftmals versucht diese Zeitreihe durch Anwendung geeigneter Filter in eine stationäre Zeitreihe zu überführen, siehe z. B. [Mor77]. Für die meisten Fälle wird der Umgang mit nichtstationäre Zeitreihen jedoch durch den Mangel an theoretischen Untersuchungen und Theorien auf diesem Gebiet erschwert.

5.2 Das Testen von Hypothesen mit Surrogatdaten

5.2.1 Die Methode der Surrogatdaten

In diesem Abschnitt wird zunächst das Testen von Hypothesen mit der Methode der Surrogatdaten nach dem Verfahren von Theiler et al. [TEL+92] erläutert. Darauf aufbauend kann dann im Abschnitt 5.3 die Problematik der Nichtstationarität von Zeitreihen in diesem Kontext aufgezeigt werden. Das im folgenden geschilderte Vorgehen basiert auf dem allgemeinen statistischen Verfahren des Testens von Hypothesen, wie es auch in Abschnitt 2.3.2 diskutiert wurde, orientiert sich aber bereits an den speziellen Anforderungen der Methode der Surrogatdaten.

Vorgehensweise bei der Methode der Surrogatdaten

1. Aufstellen des zu prüfenden Modells, d. h. Formulierung der Nullhypothese \mathcal{H}_0 . Diese Hypothese kann beispielsweise lauten: Die Werte der untersuchten Zeitreihe stammen von einem linearen stochastischen Prozeß mit normalverteiltem Rauschen. Andere Nullhypothesen werden im folgenden diskutiert.
2. Wahl eines Signifikanzniveaus α . Das Signifikanzniveau bzw. die Irrtumswahrscheinlichkeit ist die durch Konvention festgelegte Wahrscheinlichkeit, ein Ergebnis im Verwerfungsbereich zu erhalten und wird meistens zu $\alpha = 0.05$ gewählt. Das ist gleichbedeutend mit der Aussage, daß die maximale Wahrscheinlichkeit für einen Fehler erster Art gerade α beträgt.
3. Erzeugen von $k = 2/\alpha - 1$ Surrogatdatensätze als Repräsentanten der Nullhypothese \mathcal{H}_0 gemäß Punkt 1.
4. Auswahl der Teststatistik λ . Hier werden in der Regel nichtlineare Kenngrößen, wie Lyapunov-Exponenten, Dimensionen oder auch der nichtlineare Vorhersagefehler (vgl. Kapitel 3), als Teststatistik verwendet. Berechnung der Teststatistik λ_0 für die Original-Zeitreihe und der λ_i , $i = 1, \dots, k$ für die k Surrogatdatensätze.

5. Auswertung und Interpretation der Ergebnisse. Sind die λ_i normalverteilt¹, so werden $\bar{\lambda}, \sigma_{\bar{\lambda}}$ berechnet. Aus der Wahl des Signifikanzniveaus $\alpha = 0.05$ folgt nach [KS97] für den Annahmebereich $|\lambda_0 - \bar{\lambda}| < 2\sigma_{\bar{\lambda}}$. Ist der Abstand von λ_0 und $\bar{\lambda}$ größer als $2\sigma_{\bar{\lambda}}$, so wird die Nullhypothese \mathcal{H}_0 verworfen. Dies kann als statistischer Beweis betrachtet werden, daß die Nullhypothese nicht gilt.

Im folgenden soll eine kurze Auswahl von in der Zeitreihenanalyse häufig verwendeten Nullhypothesen dargestellt werden.

Verschiedene Nullhypothesen

1. Testen auf *iid*-normalverteilte Zufallsvariablen. Diese Nullhypothese wird in der Regel verwendet, um zu testen, ob der Zeitreihe überhaupt eine deterministische Dynamik zugrunde liegen kann.
2. Testen auf *iid*-Zufallsvariablen mit gleicher Amplitudenverteilung wie die Originaldaten. Dies entspricht im wesentlichen der Nullhypothese in Ziffer 1, jedoch wird die Annahme der Normalverteilung der Daten zugunsten beliebiger Verteilungsfunktionen aufgegeben.
3. Testen auf einen allgemeinen linearen stochastischen Prozeß. Hier finden zu meist zwei Verfahren Verwendung:
 - (a) ARMA-Surrogate: Die Zeitreihe ist ein allgemeiner linearer stochastischer Prozeß, d. h. die Zeitreihenwerte x_i können durch ein ARMA-Modell

$$x_i = \sum_{j=1}^p a_j x_{i-j} + \sum_{k=0}^q b_k \epsilon_{i-k}$$

beschrieben werden (vgl. Abschnitt 2.3.1). Die Koeffizienten a_j und b_k werden aus der Zeitreihe geschätzt und die Surrogatdaten nachfolgend durch Iteration und den Zufallsprozeß ϵ_{i-k} erzeugt, vgl. dazu z. B. [TP96].

- (b) FT-Surrogate²: Die Zeitreihe ist ein allgemeiner linearer stochastischer Prozeß. Zur Berechnung wird im Unterschied zu den ARMA-Surrogaten die Tatsache ausgenutzt, daß ein linearer stochastischer Prozeß vollständig durch den Mittelwert und das Leistungsspektrum beschrieben wird (siehe dazu auch Abschnitt 5.3.1). Zur Erzeugung der Surrogatdaten wird deshalb die diskrete Fourier-Transformierte der Zeitreihe $\{x_i\}$ berechnet und die komplexen Amplituden mit einer gleichförmig verteilten Phase $e^{i\theta}$, mit $\theta \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{U}[0, 2\pi[$ verrauscht. Die inverse Fourier-Transformation liefert dann die Surrogate mit einem zur Original-Zeitreihe identischem Leistungsspektrum.

Da dieses Verfahren die Basis vieler Untersuchungen und auch die Grundlage der nachfolgend beschriebenen AAF-T-Surrogate bildet, wird darauf im folgenden Abschnitt nochmals ausführlicher eingegangen werden.

¹Ansonsten müssen Rangsummen-basierte Tests verwendet werden.

²Fourier transform.

4. Testen auf einen linearen stochastischen Prozeß mit nichtlinearer Meßfunktion. Diese Nullhypothese stellt lediglich eine Erweiterung des Tests mit FT-Surrogaten um eine möglicherweise vorhandene nichtlineare Meßfunktion dar. Das Vorgehen in diesem Fall ist:
 - (a) AAFT-Surrogate³: Die Zeitreihe ist ein allgemeiner linearer stochastischer Prozeß mit einer invertierbaren nichtlinearen Meßfunktion. Hier wird ein Datensatz *iid*-normalverteilter Zufallswerte $\{\epsilon_i\}$ erzeugt, der dann in der gleichen Rangreihenfolge wie die Zeitreihe $\{x_i\}$ angeordnet wird. Auf $\{\epsilon_i\}$ wird dann das FT-Surrogat Verfahren angewendet. Das eigentliche Surrogat erhält man nun durch Anpassen der Rangreihenfolge von $\{x_i\}$ an das Hilfssurrogat von $\{\epsilon_i\}$.

Durch Verwendung der Fast Fourier-Transformation (FFT) treten in einigen Fällen numerische Artefakte auf, die in seltenen Fällen zu einer fälschlichen Ablehnung der Nullhypothese führen können. Einen Ausweg bietet ein iteratives Verfahren zur Generierung der Surrogatdaten von Schreiber und Schmitz [SS96], auf das hier aber nicht näher eingegangen werden soll.

5.2.2 Analytische Betrachtung der FT-Surrogat-Methode

In der zeitreihenanalytischen Praxis haben sich zum Testen auf Nichtlinearität die Verfahren der FT- und der AAFT-Surrogate weitgehend etabliert und gelten mittlerweile als Standardverfahren der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse. Trotz der großem Akzeptanz der in Punkt 3(b) bzw. in Punkt 4(a) beschriebenen Verfahren zur Generierung von Surrogatdaten, erscheinen diese zunächst wenig durchsichtig. Zum besseren Verständnis dieser Vorgehensweisen und zur späteren Auseinandersetzung mit dem Problem der Nichtstationarität wird das Verfahren zur Generierung der FT-Surrogate im folgenden analytisch detailliert untersucht. Dazu wird zunächst kurz die Theorie der diskreten Fourier-Transformation besprochen, da diese die Basis des FT-Surrogat-Verfahrens bildet.

Ausgangspunkt der Untersuchungen bildet wiederum eine Zeitreihe \mathbf{x} der Länge N

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_N = \{x_1, \dots, x_N\}, \quad x_i = x(t_i) = x(i\Delta t), \quad i = 1, \dots, N. \quad (5.1)$$

Die Länge N sei im folgenden als geradzahlig vorausgesetzt. Für die nahezu analoge Theorie der diskreten Fourier-Transformationen bei ungeradem N sei auf [PTV+88] verwiesen.

Durch die Diskretisierung der Zeit t

$$t \longrightarrow t_k = k\Delta t, \quad k \in \mathbb{N}, \quad (5.2)$$

³amplitude adjusted Fourier transform.

mit der Abtastzeit Δt wird auch das zugehörige Frequenzspektrum⁴ diskretisiert. Damit ergibt sich für die Frequenz f :

$$f \longrightarrow f_k = \frac{k}{N \cdot \Delta t}, \quad k = -N/2, \dots, N/2, \quad (5.3)$$

wobei $\Delta f = 1/\Delta t$ die sogenannte Abtastfrequenz ist. Die kritische Nyquistfrequenz beträgt somit $f_c = \frac{N/2}{N \cdot \Delta t} = 1/2\Delta t$. Es ergibt sich also ein ebenfalls diskretes Frequenzspektrum \mathbf{F}

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{F}_{N+1} = \left\{ F_{-\frac{N}{2}}, F_{-\frac{N}{2}+1}, \dots, 0, \dots, F_{\frac{N}{2}-1}, F_{\frac{N}{2}} \right\}, \\ F_k &= F(f_k) = F\left(\frac{k}{N \cdot \Delta t}\right), \quad k = -N/2, \dots, N/2, \end{aligned} \quad (5.4)$$

mit $N + 1$ Spektralkomponenten zwischen $-f_c$ und f_c . Weiterhin gilt:

$$F_k \in \mathbb{C} \quad \text{mit} \quad F_k = F_{-k}^*. \quad (5.5)$$

Für diskrete Zeitreihen errechnet sich das zugehörige Frequenzspektrum mit Hilfe der diskreten Fourier-Transformation, wie hier in Anlehnung an [PTV+88] dargestellt wird.

Diskrete Fourier-Transformation

Die Fourier-Koeffizienten F_k werden gemäß

$$F_k \approx \sum_{l=1}^N x_l \exp(i2\pi f_k t_l) \cdot \Delta t \stackrel{(5.2),(5.3)}{=} \frac{\Delta t}{N} \cdot \sum_{l=1}^N x_l \exp\left(i2\pi \frac{kl}{N}\right), \quad (5.6)$$

approximiert, wobei $k = -N/2, \dots, N/2$. Laut Wiener-Khinchin Theorem (vgl. z. B. [Buz94], [PTV+88]) ergibt sich dabei für das zugehörige Leistungsspektrum

$$P(f) := N \cdot |F(f)|^2. \quad (5.7)$$

Als Schätzer für das Leistungsspektrums der Zeitreihe \mathbf{x} wird das sogenannte Periodogramm bestimmt.

⁴ $x(t)$ und $F(f)$ bilden ein sog. Fourier-Paar:

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} F(f) \exp(-i2\pi ft) df \\ &\stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} \\ F(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(i2\pi ft) dt \end{aligned}$$

Periodogramm

Per Konvention werden hier nur die Frequenzen f_k zwischen 0 und f_c betrachtet. Wie sich leicht zeigen läßt, kann das Periodogramm mit Hilfe der diskreten Fourier-Transformierten $\mathbf{F} = \{F_k\}$, $k = -N/2, \dots, N/2$ (siehe (5.8)) oder über die Berechnung der Kovarianzfunktion (5.9) gebildet werden. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 P(f_k) &= P_k = N \cdot \left\{ |F_k|^2 + |F_{-k}|^2 \right\} \stackrel{(5.5)}{=} 2N \cdot |F_k|^2 & (5.8) \\
 &= 2N \left[\frac{\Delta t}{N} \sum_{l=1}^N x_l \exp\left(i2\pi \frac{kl}{N}\right) \right] \cdot \left[\frac{\Delta t}{N} \sum_{m=1}^N x_m \exp\left(-i2\pi \frac{km}{N}\right) \right] \\
 &= 2 \frac{\Delta t}{N} \left[\sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N x_l x_m \cdot \exp\left(i2\pi \frac{k(l-m)}{N}\right) \right] \\
 &= 2\Delta t \left[\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N x_l x_l + 2 \sum_{m=1}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^{N-m} x_j x_{j+m} \right) \cdot \exp\left(i2\pi \frac{km}{N}\right) \right] \\
 &= 2\Delta t \sum_{l=-(N-1)}^{N-1} R_l \exp\left(i2\pi \frac{km}{N}\right), & (5.9)
 \end{aligned}$$

wobei

$$R_l = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N-l} x_j x_{j+l} \quad (5.10)$$

die nichtzentrierte Kovarianzfunktion ist.

Da $F_k \in \mathbf{C}$ ist, läßt sich F_k mit (5.8) auch in Polardarstellung

$$F_k = \frac{1}{\sqrt{2N}} \sqrt{P_{|k|}} \exp(i\theta_k), \quad k = -N/2, \dots, N/2, \quad (5.11)$$

in Abhängigkeit des Periodogramms P_k und der Phase $\theta_k = -\theta_{-k}$ schreiben. Soll nun aus einem gegebenen diskreten Fourier-Spektrum die zugrundeliegende Zeitreihe zurückgewonnen werden, so läßt sich dies durch die inverse diskrete Fourier-Transformation realisieren.

Inverse diskrete Fourier-Transformation

Die Berechnung der x_j mit Hilfe der F_k lautet

$$x_j \approx \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2} F_k \exp\left(-i2\pi \frac{jk}{N}\right) \frac{1}{\Delta t}, \quad j = 1, \dots, N, \quad (5.12)$$

wobei sich x_j , $j = 1, \dots, N$ mit Hilfe von (5.11) auch wie folgt darstellen läßt:

$$x_j = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \frac{1}{\sqrt{2N}} \sqrt{P_{|k|}} \exp\left(-i2\pi \frac{jk}{N} + i\theta_k\right) \frac{1}{\Delta t}. \quad (5.13)$$

Dies bedeutet also, daß die Elemente der Zeitreihe x_j und damit auch die gesamte Zeitreihe \mathbf{x} vollständig durch das Periodogramm P_k und die zugehörige Phase θ_k bestimmt sind.

Die gerade beschriebenen Theorie der Fourier-Transformation findet Anwendung in der Generierung von Surrogatdaten. Dabei soll die Vorgehensweise nochmals kurz zusammengefaßt werden. Soll für die Zeitreihe $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_N\}$ ein Surrogat, das im folgenden mit $\mathbf{Y} = \{Y_1, \dots, Y_N\}$ bezeichnet wird, generiert werden, so wird zunächst die Fourier-Transformierte der Zeitreihe \mathbf{x} berechnet. Anschließend werden die komplexen Phasen mit Hilfe einer Gleichverteilung auf dem Intervall $[0, 2\pi[$ verwechselt und die inverse diskrete Fourier-Transformation liefert dann das Surrogat $\mathbf{y} = \{y_1, \dots, y_N\}$ als Realisation von \mathbf{Y} . Das exakte Vorgehen bei diesem Verfahren läßt sich mathematisch wie folgt beschreiben.

Die Surrogatdaten

Gegeben sei ein Zeitreihe \mathbf{x} mit Mittelwert $\bar{\mathbf{x}}$ und dem zugehörigen Frequenzspektrum F_k nach Gleichung (5.11) und einer nun zufällig gewählten Phase $\theta_k \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{U}[0, 2\pi[$, statt $\theta_k = \arg(F_k)$. Dann gilt mit (5.13) für das Surrogat \mathbf{Y} :

$$\begin{aligned} Y_j &= \operatorname{Re} \left(\frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \frac{1}{\sqrt{2N}} \sqrt{P_{|k|}} \exp\left(-i2\pi \frac{jk}{N} + i\theta_k\right) \frac{1}{\Delta t} \right) \\ &= \bar{\mathbf{x}} + \frac{2}{N\Delta t} \sum_{k=1}^{N/2} \frac{1}{\sqrt{2N}} \sqrt{P_k} \cos\left(2\pi \frac{jk}{N} + \theta_k\right), \quad j = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (5.14)$$

wobei \mathbf{Y} , wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird, im Erwartungswert mit dem Mittelwert $\bar{\mathbf{x}}$ und dem Periodogramm mit der Zeitreihe \mathbf{x} und damit in allen linearen Charakteristika mit \mathbf{x} übereinstimmt. Somit ist

$$\mathbf{Y} = \bar{\mathbf{x}} + \frac{2}{N\Delta t} \sum_{k=1}^{N/2} \frac{1}{\sqrt{2N}} \sqrt{P_k} \mathbf{e}_k, \quad (5.15)$$

wobei $\mathbf{e}_k = (e_{1k}, e_{2k}, \dots, e_{Nk})^T$ mit $e_{jk} = \cos\left(2\pi \frac{jk}{N} + \theta_k\right)$. Das bedeutet, zur Generierung des Surrogates \mathbf{Y} wird für die Original-Zeitreihe lediglich ein neues Orthogonalsystem \mathbf{e}_k , mit $\theta_k \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{U}[0, 2\pi[$, $k = 1, \dots, N/2$ gebildet.

Damit ist ein handhabbarer Ausdruck für ein Surrogat \mathbf{Y} einer beliebigen Zeitreihe \mathbf{x} gefunden, der Gegenstand der weiteren Untersuchung der Problematik der Nichtstationarität bei der Methode der Surrogatdaten sein wird. Zunächst stellt sich jedoch noch die Frage, warum und ob die Phasenrandomisierung notwendigerweise mit einer Gleichverteilung vorgenommen werden muß.

5.2.3 Phasenrandomisierung mit Gleichverteilung

Es erscheint zunächst nicht zwingend, die Phasen der Fourier-Transformation der Zeitreihe \mathbf{x} mit der Gleichverteilung $\mathcal{U}[0, 2\pi[$ anstatt z. B. mit einer beliebigen Normalverteilung $\mathcal{N}\langle\mu, \sigma^2\rangle$ zu randomisieren. Diese Wahl erklärt sich jedoch, wenn der Erwartungswert des mit (5.14) erzeugten Surrogates näher betrachtet wird. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 E[Y_i] &= \bar{\mathbf{x}} + E \left[\frac{2}{N\Delta t} \sum_{k=1}^{N/2} \frac{1}{\sqrt{2N}} \sqrt{P_k} \cos \left(2\pi \frac{jk}{N} + \theta_k \right) \right] \\
 &= \bar{\mathbf{x}} + \frac{2}{N\Delta t} \sum_{k=1}^{N/2} \frac{1}{\sqrt{2N}} \sqrt{P_k} \cdot E \left[\cos \left(2\pi \frac{jk}{N} + \theta_k \right) \right] \\
 &= \bar{\mathbf{x}} + \frac{2}{N\Delta t} \sum_{k=1}^{N/2} \frac{1}{\sqrt{2N}} \sqrt{P_k} \cdot E \left[\cos \left(2\pi \frac{jk}{N} \right) \cos \theta_k + \right. \\
 &\quad \left. + \sin \left(2\pi \frac{jk}{N} \right) \sin \theta_k \right].
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

Entstammt die Phase θ_k nun, wie bei der Generierung der Surrogate gefordert, einer Gleichverteilung $\theta_k \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{U}[0, 2\pi[$, so ergibt sich $E[\cos \theta_k] = E[\sin \theta_k] = 0$ und damit folgt:

$$\implies E[Y_i] = \bar{\mathbf{x}}, \tag{5.17}$$

d. h. der Erwartungswert des Surrogats stimmt mit dem Mittelwert der Zeitreihe \mathbf{x} überein, was durch die Nullhypothese eines linearen stochastischen Prozesses gefordert wird.

Wird nun statt der Gleichverteilung z. B. eine Normalverteilung mit konkretem Mittelwert π und einer Varianz $\pi/4$ zur Randomisierung der Phasen eingesetzt, d. h. $\theta_k \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}\langle\pi, \sigma^2 = \pi/4\rangle$, dann ergibt sich für die Erwartungswerte folgendes:

$$E[\cos \theta_k] = -c \neq 0 \quad \text{und} \quad E[\sin \theta_k] = 0, \tag{5.18}$$

wobei $-c = \cos(\pi - \sigma^2) = -0.7071$ (siehe dazu auch Abbildung 5.1). Da der Sinus punktsymmetrisch zum Mittelwert π der Normalverteilung ist, ergibt sich hier ein Erwartungswert von Null. Der Cosinus hingegen ist achsensymmetrisch zu π , mittelt sich folglich also nicht zu Null, sondern ergibt den Erwartungswert $-c$.

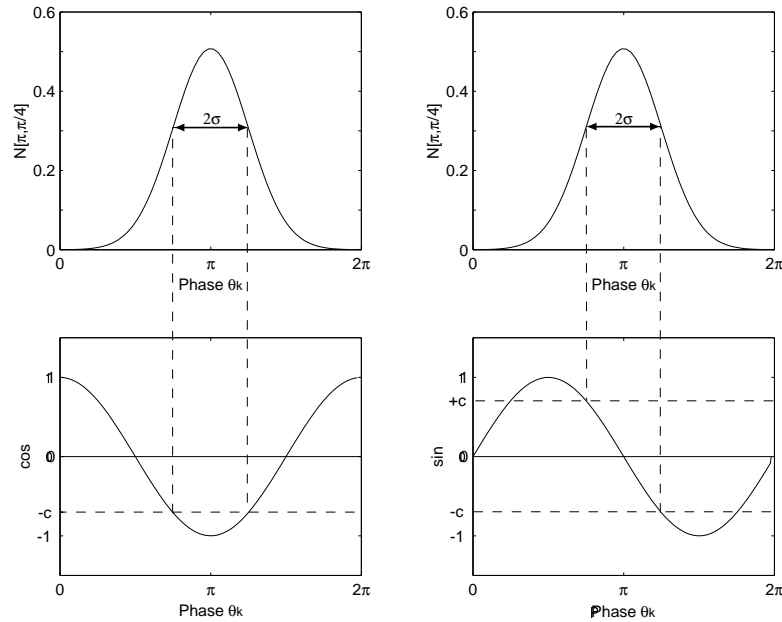


ABBILDUNG 5.1: Wird zur Randomisierung der Phase θ_k statt einer Gleichverteilung im Intervall $[0, 2\pi[$ eine Normalverteilung $\mathcal{N}\langle\pi, \pi/4\rangle$ verwendet (obere Bildhälfte), so wird der Erwartungswert von $\sin \theta_k$ zwar immer noch Null, der Erwartungswert von $\cos \theta_k$ ergibt sich jedoch zu $-c$ (untere Bildhälfte).

Das hat zur Folge, daß für Surrogate, deren Phasen mit $\theta \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}\langle\pi, \pi/4\rangle$ verrauscht werden, der Erwartungswert $E[Y_i]$ nicht mehr mit dem Mittelwert \bar{x} der Zeitreihe \mathbf{x} übereinstimmt und die Surrogate damit nicht länger die Nullhypothese eines allgemeinen linearen stochastischen Prozesses \mathbf{x} repräsentieren:

$$E[Y_i] = \bar{x} - \frac{2c}{N\Delta t} \sum_{k=1}^{N/2} \frac{1}{\sqrt{2N}} \sqrt{P_k} \cdot A_{jk} \neq \bar{x}, \quad (5.19)$$

mit

$$A_{jk} := \cos\left(2\pi \frac{jk}{N}\right).$$

Es bleibt jedoch festzuhalten, daß ein Verrauschen der Phasen zur Generierung der Surrogatdaten nicht zwangsläufig mit einer Gleichverteilung erfolgen muß. Prinzipiell ist ein Verrauschen mit beliebigen Verteilungen $\theta_k \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{X}\langle\dots\rangle$ möglich, die folgende Bedingung erfüllen: $E[\cos \theta_k] = E[\sin \theta_k] = 0$. Diese Voraussetzung ist bei der Normalverteilung offensichtlich verletzt. Bei Nichtgleichverteilung werden

generell einige Phasen um von der Verteilung bevorzugte Winkel verdreht. Hier bietet sich die Möglichkeit, eventuell vorhandenes Prozeßwissen in die Generierung der Surrogatdaten einzubringen.

5.3 Die Methode der Surrogatdaten bei Nichtstationarität

Die Beschreibung der mathematischen Vorgehensweise bei der Methode der Surrogatdaten ist nun Ausgangspunkt der Untersuchung des Testens von Hypothesen mit Surrogaten im Fall nichtstationärer Zeitreihen. Da sehr unterschiedliche Formen von Nichtstationarität vorstellbar sind, ist es notwendig, den Begriff für den Kontext dieser Arbeit etwas einzugrenzen. Gegenstand der folgenden Betrachtungen werden in erster Linie Prozesse sein, die bezüglich des Mittelwertes und der Varianz die in Abschnitt 5.1.2 geforderte Stationaritätsbedingung nicht erfüllen. Zunächst soll der Einfluß der Nichtstationarität an einem einfachen Beispiel eines autoregressiven Prozesses der Ordnung 1 (AR[1]-Prozeß) untersucht werden, dessen Momente erster Ordnung zeitabhängig sind. Die Zeitabhängigkeit beschränkt sich für die ersten zwei Beispiele auf jeweils einen festen Zeitpunkt, wird im folgenden jedoch auf beliebige Zeitpunkte erweitert werden. Es wird gezeigt werden, daß und warum Surrogatdaten, die Repräsentanten der Nullhypothese eines linearen stochastischen Prozesses sind, nicht in der Lage sind Nichtstationaritäten in dieser Form nachzubilden. Zunächst soll jedoch der Zusammenhang zwischen der Nullhypothese eines linearen stochastischen Prozesses und der äquivalenten Beschreibungweise durch Mittelwert und Leistungsspektrum am Beispiel eines AR[1]-Prozesses erklärt werden. Dieser Zusammenhang ist von großer Bedeutung, da er offensichtlich die Grundlage für die Generierung der Surrogate auf Basis der Fourier-Transformation bildet.

5.3.1 Betrachtung der Nullhypothese

Gegeben sei die folgende Nullhypothese: Die Zeitreihe \mathbf{X} ist ein allgemeiner linearer stochastischer Prozeß mit normalverteiltem Rauschen. Gegenstand der Betrachtung ist nun der Zusammenhang zwischen der Schreibweise des Prozesses in der Form (5.20) und der äquivalenten vollständigen Beschreibung durch den Erwartungswert $E[X_n]$ und das Leistungsspektrum (bzw. das Periodogramm) des Prozesses \mathbf{X} .

Dieser Zusammenhang kann anhand des folgenden Beispiels veranschaulicht werden und wird dann als Ausgangspunkt der folgenden Betrachtungen dienen.

Gegeben sei der AR[1]-Prozeß

$$X_n = a_1 X_{n-1} + \epsilon_n, \quad \epsilon_n \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(\mu, \sigma^2), \quad (5.20)$$

mit $n = 1, \dots, N$, wobei zur Erfüllung der Stationaritätsbedingung⁵ bei autoregres-

⁵Das ist nicht zu verwechseln mit der Stationarität als Untersuchungsgegenstand dieses Kapitels. Es handelt sich hierbei lediglich um eine Bedingung, die verhindert, daß der AR[1]-Prozeß divergiert.

siven Prozessen $a_1 \in]-1, 1[$ gelten muß. Der Erwartungswert und die Varianz dieses Prozesses lassen sich für $N \rightarrow \infty$ analytisch bestimmen und ergeben:

$$E[X_n] \stackrel{N \rightarrow \infty}{\approx} \frac{1}{1 - a_1} \mu \quad (5.21)$$

$$Var[X_n] \stackrel{N \rightarrow \infty}{\approx} \frac{1}{1 - a_1^2} \sigma^2. \quad (5.22)$$

Damit läßt sich die Autokovarianzfunktion bestimmen:

$$R_k = \frac{a_1^k}{1 - a_1^2} \sigma^2. \quad (5.23)$$

Mit Hilfe von Gleichung (5.9) ergibt sich somit das Periodogramm des autoregressiven Prozesses unter Verwendung der Autokovarianzfunktion (5.23)

$$P(f) = \frac{\sigma^2}{1 - a_1^2} \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} a_1^k \cdot \exp(i2\pi kf) \stackrel{N \rightarrow \infty}{\equiv} \frac{\sigma^2}{1 + a_1^2 - 2a_1 \cos(2\pi f)}, \quad (5.24)$$

woraus sofort ersichtlich wird, daß \mathbf{X} sowohl durch Gleichung (5.20), als auch durch $E[X_n]$ als Funktion von (μ, a_1) und durch das Periodogramm als Funktion von (a_1, σ^2) vollständig beschrieben werden kann.

5.3.2 Mittelwertinstationäre lineare Prozesse

Als erstes Beispiel für einen nichtstationären Prozeß wird zunächst ein autoregressiver Prozeß der Ordnung 1 gewählt, bei dem sich der Erwartungswert des normalverteilten Störterms, der den Rauschanteil des Prozesses bestimmt, nach der Hälfte des Prozesses ändert. Somit wird der mittelwertinstationäre AR[1]-Prozeß beschrieben durch

$$X_n = a_1 X_{n-1} + \epsilon_n, \quad \epsilon_n \stackrel{iid}{\sim} \begin{cases} \mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2) & , n = 1, \dots, N/2 \\ \mathcal{N}(\mu_2, \sigma^2) & , n = N/2 + 1, \dots, N \end{cases}, \quad (5.25)$$

mit $n = 1, \dots, N$ und $a_1 \in]-1, 1[$. Analog zur analytischen Berechnung der Momente (5.21) und (5.22) im vorhergehenden Abschnitt lassen sich der Erwartungswert und die Varianz berechnen:

$$E[X_n] \stackrel{N \rightarrow \infty}{\approx} \frac{\mu_1 + \mu_2}{2(1 - a_1)} \quad (5.26)$$

$$Var[X_n] \stackrel{N \rightarrow \infty}{\approx} \frac{1}{1 - a_1^2} \sigma^2. \quad (5.27)$$

Für die Autokovarianzfunktion ergibt sich dementsprechend:

$$R_k = \frac{a_1^k}{1 - a_1^2} \sigma^2. \quad (5.28)$$

Also ergibt sich für diesen mittelwertinstationären Prozeß das gleiche Periodogramm, wie für den AR[1]-Prozeß im vorangegangenen Beispiel in Abschnitt 5.3.1, nämlich

$$P(f) = \frac{\sigma^2}{1 - a_1^2} \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} a_1^k \cdot \exp(i2\pi kf) \stackrel{N \rightarrow \infty}{=} \frac{\sigma^2}{1 + a_1^2 - 2a_1 \cos(2\pi f)}. \quad (5.29)$$

Dies bedeutet, daß die beiden Prozesse nicht allein anhand des Periodogramms zu unterscheiden sind.

Wird nun ein Surrogatdatensatz $\mathbf{Y} = \{Y_1, \dots, Y_N\}$ nach der Berechnungsvorschrift (5.14) generiert, so ergibt sich

$$Y_j = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2(1 - a_1)} + \frac{2}{N\Delta t} \sum_{k=1}^{N/2} \frac{1}{\sqrt{2N}} \sqrt{P_k} \cos\left(2\pi \frac{jk}{N} + \theta_k\right), \quad j = 1, \dots, N \quad (5.30)$$

mit dem Erwartungswert

$$E[Y_j] = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2(1 - a_1)} = E[X_j]. \quad (5.31)$$

Demnach stimmt das Surrogat \mathbf{Y} in Erwartungswert und Periodogramm mit \mathbf{X} überein, bildet also alle linearen Charakteristika des mittelwertinstationären autoregressiven Prozesses \mathbf{X} nach und ist unter diesen Gesichtspunkten vom Prozeß \mathbf{X} ununterscheidbar.

Soll nun für diesen Prozeß die Hypothese eines allgemeinen linearen stochastischen Prozesses mit Hilfe der einfachen Teststatistik T

$$T(\mathbf{Z}, \kappa) := \frac{1}{\kappa} \sum_{i=N-\kappa+1}^N Z_i, \quad \kappa \leq N/2 \quad (5.32)$$

getestet werden, wobei \mathbf{Z} ein stochastischer Prozeß sei, so ergeben sich für die Berechnung der Teststatistik für den Original-Prozeß \mathbf{X} und für das Surrogat \mathbf{Y} mit $\kappa = N/2$ folgende Resultate:

$$T(\mathbf{X}, N/2) = \frac{\mu_2}{1 - a_1} \quad (5.33)$$

$$T(\mathbf{Y}, N/2) = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2(1 - a_1)}. \quad (5.34)$$

Das heißt, die Teststatistik T ist durch eine einfache Mittelwertbildung über die zweite Hälfte der Prozesse in der Lage, zwischen Original und Surrogat zu unterscheiden. Dies ist möglich, da die Surrogate die Nichtstationarität, d. h. den Sprung im Mittelwert bei $N/2$, nicht nachbilden können. Der Mittelwert des jeweiligen Abschnittes bleibt bei den Surrogaten nicht erhalten, stattdessen gilt der Erwartungswert (5.31) des gesamten Prozesses auch für die jeweiligen Segmente.

Die weitere Vorgehensweise im Rahmen der Methode der Surrogatdaten würde die Wahl des Signifikanzniveaus erfordern, also eine Festlegung des Verwerfungsbereichs. In einer numerischen Untersuchung, mit einer entsprechenden Anzahl an Realisationen der Surrogate (5.30), ergeben sich Streuungen zum Wert der Teststatistik $T(\mathbf{Y}, N/2)$ und in Abhängigkeit von der Wahl der Mittelwerte μ_1 und μ_2 kann die Nullhypothese entweder verworfen oder akzeptiert werden. Je nachdem ob $\mu_1 + \mu_2 \approx \mu_2$ ist, oder ob $\mu_1 + \mu_2$ im Rahmen des Tests signifikant von μ_2 verschieden ist, liegt $T(\mathbf{X}, N/2)$ innerhalb des Verwerfungsbereichs oder nicht.

Wenn eine solche Nichtstationarität in Realdaten auftritt und die nötige Sorgfalt in der Untersuchung fehlt, d. h. die Nichtstationarität nicht als solche erkannt wird, so kann in diesem Fall aufgrund der evtl. verworfenen Nullhypothese eines linearen stochastischen Prozesses fälschlicherweise ein nichtlineares Verhalten der untersuchten Zeitreihe diagnostiziert werden, obwohl es sich tatsächlich um ein lineares, aber nichtstationäres Systemverhalten handelt.

Diese Problematik tritt nicht nur bei konstruierten Teststatistiken und Beispielen auf, sondern spielt auch in der Berechnung nichtlinearer Kenngrößen eine Rolle. Dies demonstriert das folgende numerische Beispiel.

Numerisches Beispiel: Nichtstationarität des Mittelwertes

Als Prozeßparameter für den AR[1]-Prozeß wird $a_1 = 0.55$ gewählt. Die Verteilung wird durch die Parameter $\sigma^2 = 1$ und die beiden Mittelwerte $\mu_1 = 0$ für die erste Hälfte und $\mu_2 = 5$ für die zweite Hälfte des Prozesses bestimmt. Ausgehend vom Startwert $x_1 = 0$ wurde eine Realisation \mathbf{x} des stochastischen Prozesses \mathbf{X} mit $N = 32768$ Werte generiert.

Getestet wird die Hypothese eines stationären linearen stochastischen Prozesses. Aus Gründen der größeren Allgemeinheit wird zusätzlich noch eine beliebige invertierbare nichtlineare Meßfunktion zugelassen. Als Signifikanzniveau wird $\alpha = 0.05$ gewählt und somit $k = 2/\alpha - 1 = 39$ AAF-T-Surrogatdatensätze mit gleichem Mittelwert, Periodogramm und identischer Amplitudenverteilung wie $\mathbf{x}_{N=32768}$ erzeugt. Als Teststatistik wurde der RMS-Vorhersagefehler der nichtlinearen Prädiktion ausgewählt. Sowohl für den nichtstationären Prozeß als auch für die Surrogate wurde zu diesem Zweck die Dynamik an 16384 Werten des jeweiligen Datensatzes trainiert und damit die folgenden 16384 Werte „out-of-sample“ vorhergesagt.

Die zugehörigen Resultate des Vorhersagefehlers sind in Abbildung 5.2 dargestellt. Als RMS-Vorhersagefehler für den mittelwertinstationären AR[1]-Prozeß ergab sich $e_0 = 0.1919$ und für den Mittelwert des Prädiktionsfehler der Surrogate $\bar{e} = 0.1996$

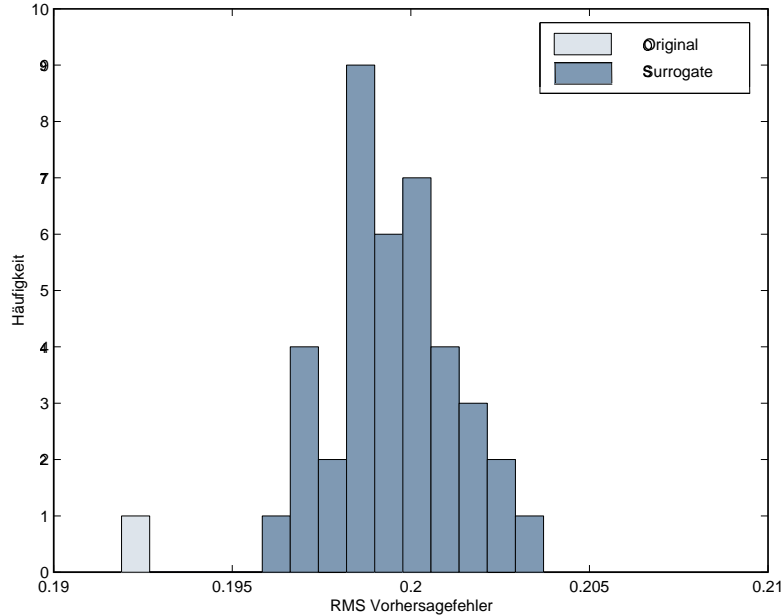


ABBILDUNG 5.2: Histogramm des Vorhersagefehlers für den mittelwertinstationären AR[1]-Prozeß und 39 AAFT-Surrogate.

mit einer Standardabweichung von $\sigma_{\bar{e}} = 0.0017$. Daraus folgt, daß mit

$$\frac{|e_0 - \bar{e}|}{\sigma_{\bar{e}}} \approx 4.5 > 2 \quad (5.35)$$

die Nullhypothese eines stationären linearen stochastischen Prozesses mit nichtlinearer Meßfunktion verworfen werden muß. Dies geschieht nicht aus dem Grund, daß sich der nichtlineare Prädiktionsalgorithmus nichtlinear-deterministische Signaturen des Signals zu nutze machen konnte, die in den linearen Surrogaten nicht vorhanden sind, sondern dadurch, daß die Surrogate auf Basis der Fourier-Transformation nicht in der Lage sind die vorhandene Nichtstationarität nachzubilden.

5.3.3 Varianzinstationäre lineare Prozesse

Anstelle eines mittelwertinstationären Prozesses soll nun ein ebenfalls autoregressiver Prozeß der Ordnung 1 betrachtet werden, der jedoch eine Nichtstationarität bezüglich der Varianz aufweist. Dieser wird analog zur vorangegangenen Betrachtung definiert. Es gilt:

$$X_n = a_1 X_{n-1} + \epsilon_n, \quad \epsilon_n \stackrel{iid}{\sim} \begin{cases} N[0, \sigma_1^2] & , n = 1, \dots, N/2 \\ N[0, \sigma_2^2] & , n = N/2 + 1, \dots, N \end{cases} \quad (5.36)$$

mit $n = 1, \dots, N$ und $a_1 \in]-1, 1[$. Die Berechnung des Erwartungswerts und der Varianz für diesen Prozeß liefert:

$$E[X_n] = 0 \tag{5.37}$$

$$Var[X_n] \stackrel{N \rightarrow \infty}{\approx} \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2(1 - a_1^2)}, \tag{5.38}$$

mit der zugehörigen Autokovarianzfunktion:

$$R_k = \frac{a_1^k \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{2(1 - a_1^2)}. \tag{5.39}$$

Die Autokovarianzfunktion hängt sowohl im Fall der Mittelwertinstationarität als auch im Fall der Varianzinstationarität vom Prozeßparameter a_1 und von der Standardabweichung der Normalverteilung ab. Im Gegensatz zur Autokovarianz in Gleichung (5.28) wird hier sofort deutlich, aus welchem Grund die Surrogatdaten in der Nachbildung der Nichtstationaritäten versagen müssen. Die Berechnung führt im Fall der Nichtstationarität der Varianz zu einer zeitabhängigen Autokovarianzfunktion $R_k(n)$ und somit auch zu einem zeitabhängigen bzw. abschnittswisen Periodogramm $P(f, n)$. Dies wird aber bei der Generierung der Surrogate nicht berücksichtigt. Stattdessen wird stets das zeitunabhängige Periodogramm des Gesamtprozesses verwendet, also:

$$P(f) \stackrel{N \rightarrow \infty}{=} \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2 + 2a_1^2 - 4a_1 \cos(2\pi f)}. \tag{5.40}$$

Die Generierung eines Surrogates $\mathbf{Y} = \{Y_1, \dots, Y_N\}$ erfolgt somit gemäß der Vorschrift:

$$Y_j = \frac{2}{N\Delta t} \sum_{k=1}^{N/2} \frac{1}{\sqrt{2N}} \sqrt{P_k} \cos\left(2\pi \frac{jk}{N} + \theta_k\right), \quad j = 1, \dots, N, \tag{5.41}$$

mit einem Erwartungswert von $E[Y_j] = 0$. Das Surrogat \mathbf{Y} stimmt also in Erwartungswert und Periodogramm mit dem varianzinstationären Prozeß \mathbf{X} überein.

Analog zur vorhergehenden Betrachtung wird wiederum eine Teststatistik T' mit

$$T'(\mathbf{Z}, \kappa) := \frac{1}{N-1} \sum_{i=N-\kappa+1}^N X_i^2, \quad \kappa \leq N/2, \tag{5.42}$$

gebildet, wobei \mathbf{Z} ein stochastischer Prozeß ist, die diesmal jedoch auf der Berechnung der Varianz über eines der beiden in sich stationären Teilstücke des Prozesses

beruht. Damit ergeben sich folgende Resultate:

$$T'(\mathbf{X}, N/2) = \frac{\sigma_2^2}{1 - a_1} \quad (5.43)$$

$$T'(\mathbf{Y}, N/2) = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2(1 - a_1)}. \quad (5.44)$$

Wie im Fall des mittelwertinstationären autoregressiven Prozesses ist es also möglich, zwischen Original und Surrogat mit Hilfe einer einfachen Teststatistik zu unterscheiden. Die Nichtstationarität kann durch die Surrogatdaten auf Basis der Fourier-Transformation, d. h. berechnet nach (5.41), nicht nachgebildet werden. Die Varianz der Surrogatdaten ergibt sich für den gesamten Prozeß als Mittel der beiden Varianzen des Originalprozesses. Die ursprüngliche Aufteilung in zwei Prozeßhälften mit unterschiedlichen Varianzen ist in den Surrogatdaten nicht mehr enthalten. Die Ursache hierfür liegt in der Vernachlässigung der Zeitabhängigkeit des Periodogramms.

Numerisches Beispiel: Nichtstationarität der Varianz

Als Prozeßparameter wird wie zuvor $a_1 = 0.55$ gewählt. Der Mittelwert der Verteilung des Rauschanteils bleibt in diesem Beispiel für den gesamten Prozeß mit $\mu = 0$ konstant. Die Varianzen betragen für die erste Hälfte des Prozesses $\sigma_1^2 = 1$ und für die zweite Hälfte des Prozesses $\sigma_2^2 = 5$. Ausgehend vom Startwert $x_1 = 0$ wurde wiederum eine Realisation \mathbf{x} des stochastischen Prozesses \mathbf{X} mit $N = 32768$ Werten generiert.

Wie im Beispiel der Nichtstationarität des Mittelwerts wird wiederum die Hypothese eines linearen stochastischen Prozeß mit einer invertierbaren nichtlinearen Meßfunktion getestet. Als Signifikanzniveau wird $\alpha = 0.05$ gewählt und somit $k = 2/\alpha - 1 = 39$ AAFT-Surrogatdatensätze erzeugt. Als Teststatistik wurde auch für dieses Beispiel der RMS-Vorhersagefehler der nichtlinearen Prädiktion ausgewählt. Sowohl für den nichtstationären Prozeß als auch für die Surrogate wurde zu diesem Zweck die Dynamik erneut 16384 Werten des jeweiligen Datensatzes trainiert und damit die folgenden 16384 Werte „out-of-sample“ vorhergesagt.

Daraus ergeben sich folgende Resultate (siehe auch Abbildung 5.3): Als RMS-Vorhersagefehler des varianzinstationären AR[1]-Prozesses ergab sich $e_0 = 0.6532$ und für den Mittelwert des Prädiktionsfehler der Surrogate $\bar{e} = 0.7663$ mit der Standardabweichung von $\sigma_{\bar{e}} = 0.0067$. Daraus folgt, daß mit

$$\implies \frac{|e_0 - \bar{e}|}{\sigma_{\bar{e}}} \approx 16.9 > 2 \quad (5.45)$$

auch in diesem Fall die Nullhypothese eines linearen stochastischen Prozesses mit nichtlinearer Meßfunktion signifikant verworfen wird. Wiederum liegt die Ursache nicht in der Nichtlinearität der zu testenden Zeitreihe, sondern in der Nichtstationarität des linearen Prozesses, die auf der Basis linearer Surrogate nicht nachgebildet werden kann.

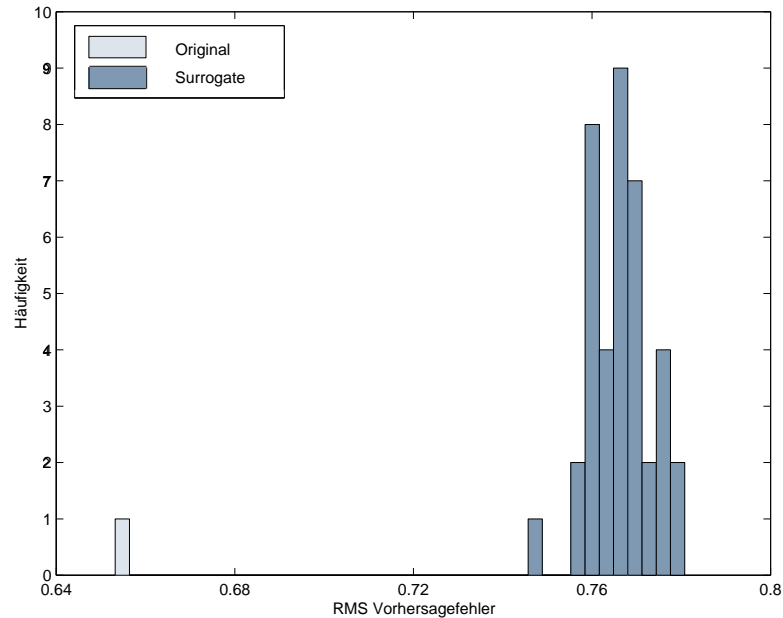


ABBILDUNG 5.3: Histogramm des Vorhersagefehlers für den varianzinstationären AR[1]-Prozeß und 39 AAF-T-Surrogate.

5.3.4 Allgemeine lineare Change Point-Prozesse

Die zwei diskutierten Fälle der Mittelwertinstationarität und der Varianzinstationarität bei linearen stochastischen Prozessen sind offensichtlich einfache Spezialfälle, bei denen sich die Dynamik zu einem festgelegten Zeitpunkt genau einmal ändert. Allgemeiner läßt sich eine nichtstationäre Zeitreihe $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_N\}$ in Abschnitte, z. B. $\{x_1, \dots, x_{\tau_1}\}, \{x_{\tau_1+1}, \dots, x_{\tau_2}\}, \dots, \{x_{\tau_q+1}, \dots, x_N\}$ zerlegen, in denen die zeitliche Entwicklung der x_i jeweils durch lediglich eine Dynamik beschrieben werden kann. Es handelt sich somit um eine Unterteilung in quasistationäre Segmente. Eine Änderung der Dynamik erfolgt dann jeweils zu den Zeitpunkten $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_q$, den sogenannten *Change Points*, siehe [KM88].

Die bereits in den bisherigen Beispielen betrachteten nichtstationären Prozesse lassen sich ebenfalls durch die Theorie der Change Points beschreiben. Es handelt sich dabei um Prozesse mit nur zwei Dynamiken, d. h. linearen stochastischen Prozessen mit zwei unterschiedlichen Erwartungswerten und/oder zwei unterschiedlichen Varianzen und einem Change Point zum Zeitpunkt $\tau = N/2$.

In der Realität treten Prozesse mit lediglich einem Change Point eher selten auf. Hier lassen sich in der Regel Prozesse beobachten, bei denen die Nichtstationarität durch einen mehrfachen Dynamikwechsel verursacht wird, etwa durch spontane Änderungen des Mittelwertes, der Varianz, der Prozeßordnung, etc., die zu beliebigen Zeitpunkten immer wieder auftreten (siehe dazu z. B. Kapitel 6). Diese Wechsel können deterministisch gesteuert oder aber auch zufällig verteilt sein, z. B. durch eine Normalverteilung $\mathcal{N}(m, s^2)$, wobei m die mittlere Auftrittshäufigkeit der

Änderung der Dynamik beschreibt.

Ein Prozeß, der z.B. abwechselnd den Dynamiken f_1 und f_2 gehorcht, wobei die Änderung der Dynamik durch eine Normalverteilung gesteuert wird, kann formal folgendermaßen beschrieben werden: Seien

$$\omega_i \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(m, s^2), \omega_i > 0, i \in \mathbb{N} \quad (5.46)$$

und

$$\tau_1 = \omega_1, \tau_2 = \tau_1 + \omega_2, \tau_3 = \tau_2 + \omega_3, \dots \quad (5.47)$$

die Change Points, dann ist der Prozeß definiert durch

$$X_n = \begin{cases} f_1(n, X_{n-1}, \dots) & , 0 < n \leq \tau_1 \\ f_2(n, X_{n-1}, \dots) & , \tau_1 < n \leq \tau_2 \\ f_1(n, X_{n-1}, \dots) & , \tau_2 < n \leq \tau_3 \\ \dots & , \dots \end{cases} \quad (5.48)$$

Bei der Generierung von Surrogatdaten treten wiederum die bereits beschriebenen Probleme auf. Das Standardverfahren zur Berechnung der Surrogate benutzt den Mittelwert und das Periodogramm des gesamten Prozesses, wodurch die Information über Mittelwerte und Periodogramme der einzelnen Segmente bzw. der beiden verschiedenen Dynamiken f_1 und f_2 verloren gehen. Somit stellen die Surrogate zwar gute Repräsentanten bzw. Realisationen der Nullhypothese eines allgemeinen linearen stochastischen Prozesses dar, sind aber keine gute Beschreibung für den untersuchten nichtstationären Prozess. Die Nullhypothese muß also zwangsläufig verworfen werden. Die Entscheidung, ob der untersuchten Zeitreihe eine nichtlineare Signatur im Sinne der Nichtlinearen Dynamik zugrundeliegt, kann also mit Hilfe von FT- und AAFT-Surrogaten im beschriebenen Fall nicht getroffen werden. Dies wird nochmals durch das folgende numerische Beispiel verdeutlicht:

Numerisches Beispiel: Change Point-Prozeß

Auf der Grundlage der beiden Dynamiken in Abschnitt 5.3.3 wurde ein Change Point-Prozeß mit $N = 32768$ Werten generiert. Betrachtet werden also zwei autoregressive Prozesse mit dem Parameter $a_1 = 0.55$ und dem Erwartungswert der Normalverteilung der Rauschanteils $\mu = 0$. Die Varianz der Verteilung für die erste Dynamik beträgt $\sigma_1^2 = 1$ und die Varianz der zweiten Dynamik beträgt $\sigma_2^2 = 5$. Die ω_i , durch welche die Change Points τ_i bestimmt sind, sind normalverteilt mit $\omega_i \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(m, s^2)$, $\omega_i > 0$ mit einem Mittelwert für die Wechselhäufigkeit der beiden

Dynamiken von $m = 2500$ und $s = 2000$.

Das Vorgehen beim Testen der Hypothese auf einen linearen stochastischen Prozeß mit einer invertierbaren nichtlinearen Meßfunktion verbleibt wie bereits in den beiden vorhergehenden Beispielen. Als Signifikanzniveau wird $\alpha = 0.05$ gewählt und dementsprechend $k = 2/\alpha - 1 = 39$ AAFT-Surrogatdatensätze erzeugt. Die Teststatistik ist wie gehabt der RMS-Vorhersagefehler der nichtlinearen Prädiktion, der „out-of-sample“ errechnet wird.

Die zugehörigen Resultate für die Berechnung des Vorhersagefehlers am Beispiel des nichtstationären Change Point-Prozesses und die 39 AAFT-Surrogate sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Als RMS-Vorhersagefehler für Change Point-Prozeß ergab sich $e_0 = 0.7136$ und für den Mittelwert des Prädiktionsfehler der Surrogate $\bar{e} = 0.7713$ mit einer Standardabweichung von $\sigma_{\bar{e}} = 0.0066$. Daraus folgt, daß mit

$$\implies \frac{|e_0 - \bar{e}|}{\sigma_{\bar{e}}} \approx 8.7 > 2 \quad (5.49)$$

auch hier die Nullhypothese eines linearen stochastischen Prozesses mit nichtlinearer Meßfunktion deutlich abgelehnt wird.

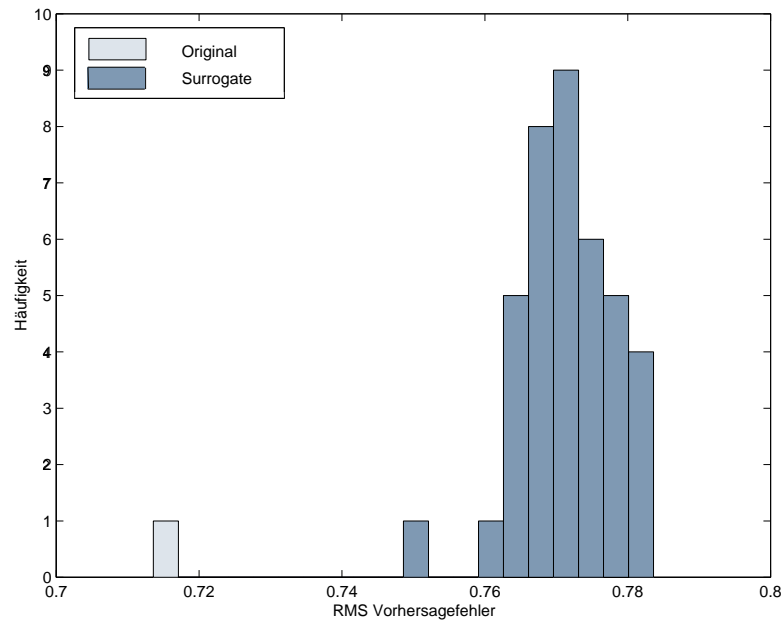


ABBILDUNG 5.4: Histogramm des Vorhersagefehlers für den linearen Change Point-Prozeß und 39 AAFT-Surrogate.

5.4 Change-Point Prozesse als Alternativhypothese

Im letzten Abschnitt wurden die Beispiele von mittelwert- und varianzstationären linearen stochastischen Prozessen besprochen. Wie sich gezeigt hat, stellen Sur-

rogate auf der Grundlage allgemeiner stationärer linearer stochastischer Prozesse offensichtlich keine guten Modelle für nichtstationäre Prozesse dar. Das bedeutet, daß diese üblicherweise zum Test auf nichtlinear-chaotisches Verhalten verwendeten Surrogate auf der Basis linearer stochastischer Prozesse keine geeignete Entscheidungsgrundlage bieten, falls die Möglichkeit der Nichtstationarität der Zeitreihe gegeben ist. Wird die Nullhypothese verworfen, so besteht in diesem Fall keine Klarheit, ob dies aufgrund tatsächlich vorhandener Nichtlinearität geschieht oder lediglich durch die Nichtstationarität der Zeitreihe.

Weiterhin wurde darauf hingewiesen, daß sich viele nichtstationäre Prozesse im Rahmen der Theorie der Change Points sehr gut beschreiben lassen. Diese Theorie stammt ursprünglich aus dem Bereich der statistischen Qualitätskontrolle. Dort wird beispielsweise versucht, Qualitätsmerkmale der hergestellten Produkte durch Zufallsprozesse zu beschreiben. Änderungen dieses Zufallsprozesses, d. h. Änderungen der Qualität sollen mit Hilfe der Theorie der Change Points angewandt auf die beobachteten Zeitreihen aufgefunden werden, siehe [CH88], [KM88].

Eine Erweiterung der Methode des Testens von Hypothesen mit Surrogatdaten um die Nullhypothese der Change Point-Prozesse erscheint sinnvoll. Damit sollte dann die Möglichkeit geschaffen werden, zwischen Nichtstationarität auf der einen Seite und Nichtlinearität im Sinne der Nichtlinearen Dynamik auf der anderen Seite zu unterscheiden.

Zunächst stellt sich jedoch die Frage des konkreten Auffindens solcher Change Points in beobachteten Zeitreihen als eine Grundvoraussetzung für eine mögliche Konstruktion solcher Surrogate.

5.4.1 Geeignete Segmentierung von Zeitreihen

Um Surrogate generieren zu können, die auf einem Change Point-Prozeß beruhen, müssen zunächst einige generelle Schwierigkeiten überwunden werden. Da die Surrogate gute Repräsentanten des Change Point-Prozesses darstellen sollen, müssen folgende Eigenschaften des Prozesses auf der Grundlage der beobachteten Zeitreihe untersucht werden:

1. Enthält die Zeitreihe überhaupt einen Change Point?
2. Wie viele Change Points enthält die Zeitreihe und wo liegen diese?
3. Wie ändert sich die Dynamik nach einem Change Point, d. h. beispielsweise wie groß ist die Änderung des Mittelwertes etc.?

In der mathematischen Literatur existieren eine Vielzahl von Ansätzen zum Auffinden von Change Points in Zeitreihen, siehe dazu z. B. [KM88]. Jedoch werden bei allen Vorgehensweisen Annahmen über die Gestalt des zugrundeliegenden Prozesses vorausgesetzt. Folgt die untersuchte Zeitreihe z. B. einem Poisson Prozeß, so können unter gewissen Voraussetzungen aus der beobachteten Zeitreihen die Change Points bestimmen werden [WO97]. Es ist jedoch nicht generell möglich die Change

Points einer beliebigen Zeitreihe zu bestimmen bzw. festzustellen, ob die beobachtete Dynamik, die der Zeitreihe zugrundeliegt, überhaupt auf einen Change-Point Prozeß zurückzuführen ist. Um eine nichtstationäre oder multistationäre Zeitreihe in Segmente gleicher Dynamik oder in quasistationäre Segmente zu zerlegen, ist stets Prozeßwissen gefordert. Dieses Wissen kann folgendermaßen charakterisiert werden:

- Fachliches bzw. formalisiertes Prozeßwissen. Darunter wird das fachliche Verständnis der untersuchten Vorgänge verstanden, wie z. B. in [WO97]. Damit sind z. B. auch Prozesse gemeint, bei denen eine physikalische Betrachtung oder ein physikalisches Vorverständnis der Vorgänge möglich ist. Daß diese Herangehensweise zur Identifikation von Change Points in der Praxis fruchtbar sein kann, wird im anschließenden praktischen Beispiel in Kapitel 6 gezeigt werden.
- Expertenwissen, nichtformalisiertes Wissen. Unter Umständen ist es möglich, daß Fachleute, die ein intuitives Verständnis für einen ihnen gut bekannten Prozeß entwickelt haben, Hinweise auf Änderungen in der Dynamik geben können. Wie solches Wissen unter Umständen in die Sprache der Nichtlinearen Dynamik übersetzt werden kann, wurde ansatzweise in [Ste97] untersucht.

In den folgenden Betrachtungen zur Generierung von Surrogatdaten als Repräsentanten der Nullhypothese eines Change Point-Prozesses wird zunächst davon ausgegangen, daß die Change-Points der jeweiligen Prozesse bekannt sind. Ein numerisches Beispiel, in dem auch die Change Points aus dem Prozeß selbst geschätzt werden findet sich im Anschluß an die theoretischen Betrachtungen.

5.4.2 Bootstrap-Surrogate als Repräsentanten der Nullhypothese eines allgemeinen linearen Change Point-Prozesses

Als Beispiele für nichtstationäre Prozesse wurden bisher mittelwert- und varianzstationäre Prozesse besprochen. Die Dynamik bzw. die statistischen Momente dieser Prozesse ändern sich zufällig auf der Basis einer vorgegebener Verteilungsfunktion, welche somit die Auftrittshäufigkeit der Change Points bestimmt. In diesem Fall können Surrogate generiert werden, die dieselbe Nichtstationarität an gleichermaßen zufälligen Stellen aufweisen und sich somit in dieser Beziehung nicht von der zu testenden Zeitreihe unterscheiden. Da diese Verteilung in den meisten Fällen jedoch unbekannt ist, ist es naheliegend, zunächst die Verteilung zu schätzen. Eine einfache, auf Computersimulation beruhende Idee zur Schätzung ist das sogenannte *Bootstrap*-Verfahren⁶ [Efr79], [ET93]. Hierbei wird aus ursprünglich n Beobachtungen zufällig n -mal mit Zurücklegen gezogen. So entsteht ein sogenanntes *Bootstrap resample* der Verteilungsfunktion.

Bei der Generierung der Surrogate wird nun folgendermaßen vorgegangen:

⁶wörtlich: Schnürsenkel. Man zieht sich - wie Münchhausen am eigenen Zopf - am eigenen Schnürsenkel aus dem Sumpf der Unwissenheit.

- Unterteile die gegebene Zeitreihe $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_N\}$ in quasistationäre Abschnitte, $\{x_1, \dots, x_{\tau_1}\}, \{x_{\tau_1+1}, \dots, x_{\tau_2}\}, \dots, \{x_{\tau_q+1}, \dots, x_N\}$, mit den als bekannt vorausgesetzten Change-Points τ_i (siehe auch Abschnitt 5.3.4).
- Generiere ein Surrogat für jedes Segment. Dies kann auf verschiedene Arten erfolgen. Prinzipiell lassen sich für die quasistationären Segmente auch die Verfahren der FT- und AAFT-Surrogate anwenden. Diese beruhen jedoch auf der Fourier-Transformation, bzw. der FFT, was bei den üblicherweise kurzen Segmenten jedoch zu großen numerischen Fehlern bei der Schätzung des Leistungsspektrums führen kann. Aus diesem Grund werden die Surrogate durch die Iterierung eines angepaßten allgemeinen ARMA[p, q]-Prozesses

$$x_i = \sum_{k=1}^p a_k x_{i-k} + \sum_{l=0}^q b_l \epsilon_{i-l}. \quad (5.50)$$

erzeugt. Die unbekanntenen Störungen ϵ_{i-l} werden durch die entsprechenden Residuen approximiert, die sich bei der Anpassung eines AR-Prozesses hoher Ordnung an die Zeitreihe ergeben. Die Anpassung erfolgt durch ein praktisches Verfahren von Durbin [Dur60]. Das Verfahren gliedert sich in folgende Teilschritte:

1. Unterstelle einen AR[k]-Prozeß hoher Ordnung k und schätze die Parameter $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ z. B. mit Hilfe der Yule-Walker-Gleichungen, analog zu Gleichung (3.3).
2. Berechne die Modellresiduen

$$e_i = x_i - \hat{\alpha}_1 x_{i-1} - \dots - \hat{\alpha}_k x_{i-k}. \quad (5.51)$$

3. Schätze die Koeffizienten $a_1, \dots, a_p, b_1, \dots, b_q$ aus dem Kleinste-Quadrate-Ansatz

$$\sum_i [x_i - (a_1 x_{i-1} + \dots + a_p x_{i-p} - b_1 e_{i-1} - \dots - b_q e_{i-q})]^2 \stackrel{!}{=} \min.$$

4. Iteriere den angepaßten ARMA[p, q]-Prozeß um Surrogate $\{y_1, \dots, y_{\tau_1}\}, \{y_{\tau_1+1}, \dots, y_{\tau_2}\}, \dots$ für die einzelnen Segmente zu erhalten.
 5. Um dem Prinzip der Sparsamkeit nachzukommen, nach dem möglichst einfache Modelle ausgewählt werden sollen, empfiehlt es sich eine Straffunktion einzuführen, die Modelle mit vielen Parametern bestraft. Mögliche Kriterien sind das AIC-Kriterium nach Akaike oder das HQ-Kriterium nach Hanna-Quinn, siehe dazu [SS94].
- Generiere ein Surrogat \mathbf{y} als Bootstrap-Stichprobe dadurch, daß hinreichend viele Surrogat-Segmente mit Zurücklegen zu einer Zeitreihe der Länge N zusammengesetzt werden, z. B.

$$\mathbf{y} = \{\{y_{\tau_q+1}, \dots, y_N\}, \{y_{\tau_q+1}, \dots, y_N\}, \{y_{\tau_1+1}, \dots, y_{\tau_2}\}, \dots\}.$$

Gegebenenfalls muß das Surrogat bei Länge N abgeschnitten werden, da durch dieses Verfahren selten die exakte Länge erreicht wird.

Surrogate, die nach diesem Verfahren erzeugt werden, sollten in der Lage sein, Nichtstationaritäten in der beschriebenen Form nachzubilden. Auf dieser Basis ist es möglich, zwischen Nichtstationarität linearer Prozesse und Nichtlinearität zu unterscheiden, wie am folgenden Beispiel gezeigt wird.

5.4.3 Numerisches Beispiel: Change Point-Surrogate

In Abschnitt 5.3.4 wurde ein Test auf nichtlineares Verhalten für einen varianzinstationären Change Point-Prozeß durchgeführt. Die Nullhypothese eines allgemeinen stationären linearen stochastischen Prozesses mußte verworfen werden, da Surrogate auf Basis der Nullhypothese eines linearen stochastischen Prozesses keine gute Beschreibung für lineare Prozesse mit Nichtstationarität darstellen. Im Fall eines Prozesses, bei dem die zugrundeliegende Dynamik unbekannt ist, kann somit wie bereits erläutert keine Entscheidung über nichtlineares oder nichtstationäres Verhalten getroffen werden.

Wird der gleiche Test nun auf der Basis von Bootstrap- bzw. Change Point-Surrogaten (CP-Surrogaten) durchgeführt, so sind zunächst die Change Points des varianzinstationären Prozesses aus Beispiel 5.3.4 zu bestimmen. Die ungefähre Lage der Change Points wird mit Hilfe einer Varianzberechnung auf einem gleitendem Durchschnitt, d. h. über ein Fenster von 200 Zeitreihenwerten detektiert. Wächst oder fällt die Abweichung der Varianz der einzelnen Fenster untereinander um mehr als einen

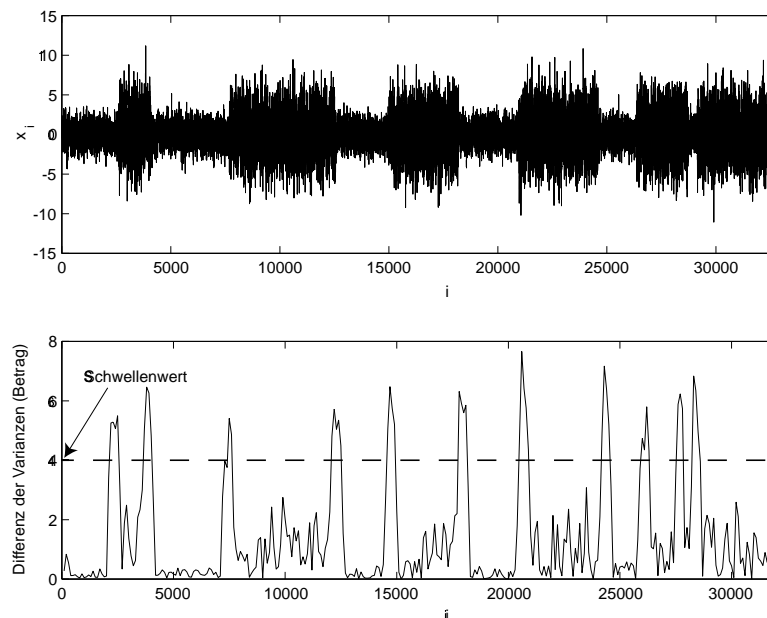


ABBILDUNG 5.5: Differenz der Varianzberechnung auf einem gleitenden Durchschnitt von 200 Zeitreihenwerten zur Bestimmung der ungefähren Lage der Change Points.

a priori festgelegten Schwellenwert, so kann auf das Vorhandensein eines Change Point innerhalb dieser Umgebung geschlossen werden (vgl. dazu Abbildung 5.5). Auf Basis der nun bekannten Change Points werden nach dem beschriebenen Verfahren $k = 2/\alpha - 1 = 39$ CP-Surrogate generiert. Das Signifikanzniveau bleibt $\alpha = 0.05$. Ansonsten wurde der Test aus Abschnitt 5.3.4 mit dem RMS-Prädiktionsfehler als Teststatistik durchgeführt. Der RMS-Prädiktionsfehler des varianzinstationären Change Point-Prozesses beträgt dementsprechend wieder $e_0 = 0.7136$. Der Mittelwert des Prädiktionsfehler der CP-Surrogate beträgt nun $\bar{e} = 0.7256$ mit einer Standardabweichung von $\sigma_{\bar{e}} = 0.0163$, siehe Abbildung 5.6. Daraus folgt, daß die Nullhypothese eines allgemeinen linearen Change Point-Prozesses mit

$$\implies \frac{|\lambda_0 - \bar{\lambda}|}{\sigma_{\bar{\lambda}}} \approx 0.74 < 2 \quad (5.52)$$

nicht abgelehnt wird. Es ist also möglich, auf Basis der CP-Surrogate zu entscheiden ob nichtlineares Verhalten im Sinne der Nichtlinearen Dynamik, oder nichtstationäres lineares Verhalten vorliegt. Die Surrogate auf Basis der Theorie der Change Points sind in der Lage, die Nichtstationarität des Prozesses nachzubilden. Dies wird auch in Abbildung 5.7 anschaulich verdeutlicht.

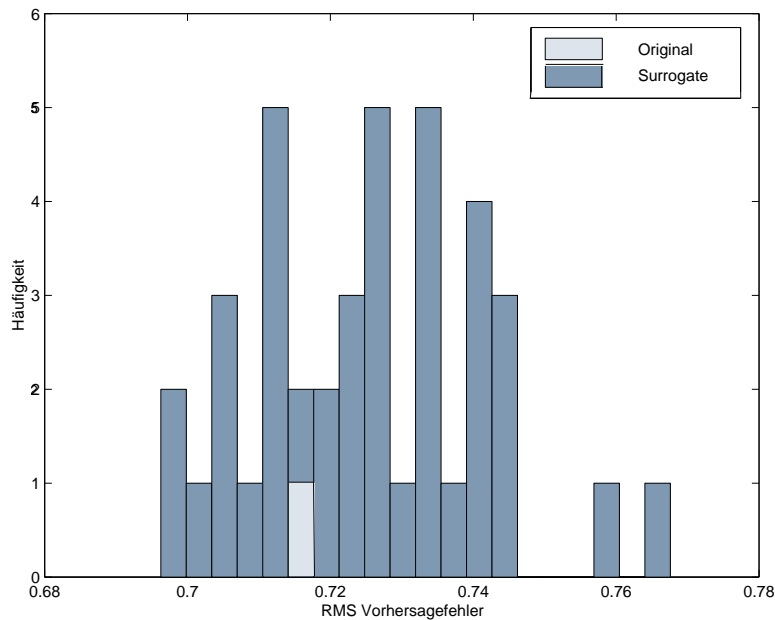


ABBILDUNG 5.6: Histogramm des Vorhersagefehlers für den mittelwertinstationären AR[1]-Prozeß aus Abschnitt 5.3.4 und 39 Bootstrap-Surrogate auf Basis eines Change-Point Prozesses.

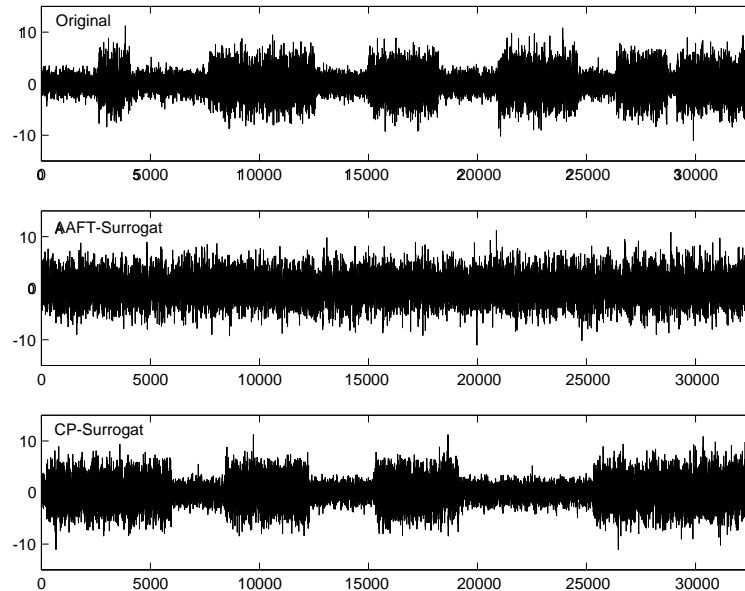


ABBILDUNG 5.7: Vergleich zwischen einem AAFT-Surrogat und einem CP-Surrogat für einen varianzinstationäre linearen Prozeß. Das Surrogat auf Basis des Change Point-Prozesses ist in der Lage die Nichtstationarität nachzubilden.

5.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden zunächst die Schwierigkeiten aufgezeigt, die beim Testen von Hypothesen mit Surrogatdaten entstehen, wenn die Zeitreihen Nichtstationaritäten enthalten. Die üblicherweise zum Testen auf Nichtlinearität verwendete Nullhypothese eines linearen stochastischen Prozesses muß dabei offensichtlich verworfen werden. Dadurch ist jedoch keine Entscheidung mehr möglich, ob es sich bei der untersuchten Zeitreihe tatsächlich um nichtlinear-chaotisches Verhalten handelt oder ob die Ursache für die Ablehnung der Nullhypothese lediglich in der Nichtstationarität eines ansonsten linearen Prozesses begründet liegt. Auf der Grundlage

| Prozeß | FT-, AAFT-Surrogate | CP-Surrogate |
|------------------------|----------------------------|----------------------------|
| linear, stationär | \mathcal{H}_0 akzeptiert | \mathcal{H}_0 akzeptiert |
| linear, nichtstationär | \mathcal{H}_0 verworfen | \mathcal{H}_0 akzeptiert |
| nichtlinear | \mathcal{H}_0 verworfen | \mathcal{H}_0 verworfen |

Tabelle 5.1: Bei einem linearen, aber nichtstationären Prozeß kann mit Hilfe der FT- und AAFT-Surrogate nicht zwischen nichtstationärem und nichtlinearem Verhalten unterschieden werden. Auf Basis der Change Point-Surrogate ist eine solche Unterscheidung jedoch möglich.

der neu entwickelten Surrogatdaten als Repräsentanten der Nullhypothese eines allgemeinen linearen Change Point-Prozesses, wird eine solche Unterscheidung erneut möglich. Dieses Resultat ist nochmals in der Tabelle 5.1 kurz zusammengefaßt.

Kapitel 6

Anwendungen auf reale technische Bearbeitungssysteme, Teil II: Erhöhung der Prozeßsicherheit beim Feindreihen durch die Analyse von Körperschallsignalen

6.1 Problemstellung

In diesem Kapitel geht es, wie auch bereits in Kapitel 4, um die Untersuchung und Lösung eines konkreten Problems aus der industriellen Praxis. Es handelt sich hierbei wiederum um eine Fragestellung aus dem Bereich der spanenden Bearbeitung. In Kapitel 4 wurde bereits die Frage der Erhöhung der Genauigkeit in der Herstellung von Oberflächen diskutiert und eine Lösung vorgestellt. Ein weiteres Ziel aktueller Forschung im Bereich der Zerspantechnik ist die Reduktion der Bearbeitungszeit bei gleichzeitiger Erhöhung der Standzeit des Werkzeugs [BKM+97], [KBW98]. Um eine Erhöhung der Prozeßsicherheit zu erreichen, sind neue Verfahren zur Überwachung von Zerspanvorgängen notwendig. Die Vorgänge bei der Spanbildung führen zu Schwingungen, die als Körperschall meßtechnisch erfaßt werden können. Diese bilden damit einen Ansatzpunkt zur Untersuchung der Zerspanvorgänge. Bisher wurde oftmals versucht, eine Systemüberwachung auf der Basis gemessener Körperschallsignale mit Hilfe Neuronaler Netze durchzuführen [Gra94], [Mue96].

Diese Verfahren haben jedoch den Nachteil, daß sie für jede mögliche Kombination von Prozeßparametern neu trainiert werden müssen. Im Rahmen eines interdisziplinären Forschungsprojektes zwischen der Wissenschaftlichen Arbeitsgruppe Nichtlineare Dynamik in Mainz (WA NLD) und dem Lehrstuhl für Fertigungstechnik und Betriebsorganisation in Kaiserslautern (FBK) soll deshalb ein physikalisches Modell mit freien Parametern entwickelt werden. Durch Anpassung der Parameter an die gemessenen Körperschallsignale soll das Modell auf die aktuellen Prozeßbedingungen abgestimmt und somit zur Überwachung und Prognose der Systemzustände eingesetzt werden.

Bevor ein solches Modell auf der Basis der Körperschallsignale konstruiert werden kann, muß darüber entschieden werden, ob die gemessenen Körperschallsignale Nichtlinearitäten in irgendeiner Form enthalten oder nicht. Oftmals zeigt sich, daß äußerst kompliziert erscheinende Signale letztenendes doch durch einen linearen stochastischen Prozeß beschrieben werden können. Die Zielsetzung dieses Kapitels ist nun, eine Klassifikation der während der Bearbeitungsvorgänge auftretenden Körperschallsignale vorzunehmen und somit eine Basis für eine anstehende Modellierung zu schaffen.

6.2 Datenaufnahme und Analyse

6.2.1 Der Zerspanprozeß

Der Zerspanprozeß ist laut DIN 8589 (siehe z. B. [Toe95]) ein Trennvorgang, bei dem von einem Werkstück mit Hilfe einer oder mehrerer Schneiden eines Werkzeugs Werkstoffschichten in Form von Spänen zur Änderung der Werkstückform oder Werkstückoberfläche mechanisch abgetrennt werden. Der Vorgang der Spanbildung läßt sich dabei nach Warnecke [War74] folgendermaßen beschreiben. Beim Zerspanvorgang dringt eine in ihrer Geometrie definierte Schneide infolge der Relativbewegung zwischen Werkzeug und Werkstück in die Randschicht des Werkstücks ein und verdrängt den in Schnittrichtung vor ihr liegenden Werkstoff. Der Werkstoff geht durch kontinuierliche oder periodische Scherung in den Span über (Abbildung 6.1). Zusätzlich zu diesen primären Scherzonen bilden sich im Werkstück durch Reibung sekundäre Scherzonen aus, in denen aufgrund hoher Spannungen und Temperaturen eine Plastifizierung des Werkstoffs auftritt. Die Schnittparameter, die den im folgenden untersuchten Zerspanprozessen zugrunde liegen, sind eine Schnitttiefe von $h = 1$ mm, einem Vorschub von 0.2 mm/Umdr. bei einer Schnittgeschwindigkeit von $v_c = 500$ m/min = 8.3 m/sec. Der Durchmesser der Welle schwankt dabei typischerweise zwischen 69-79 mm.

Aus den Reibungs-, Verformungs- und Trennvorgängen in den Wirkzonen resultieren die Schwingungssignale, die als Körperschall gemessen werden. Nach [BKM+97] besteht die begründete Hoffnung, daß die Körperschallsignale die meisten relevanten Informationen über den Zerspanprozeß enthalten und Änderungen im Prozeßverhalten durch Beobachtung der Schwingungen detektiert werden können. Der Körperschall breitet sich dabei im Werkzeug und im Werkzeughalter aus und wird

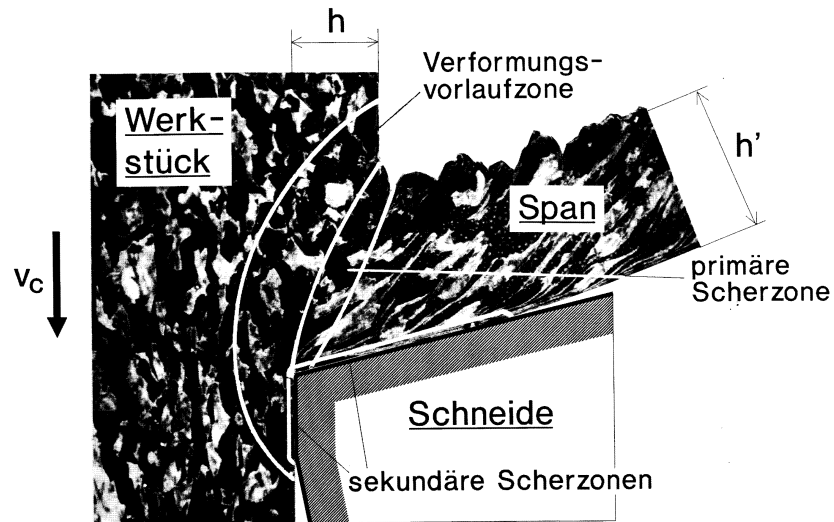


ABBILDUNG 6.1: Wirkzonen des Zerspanprozesses, aus [Bae94].

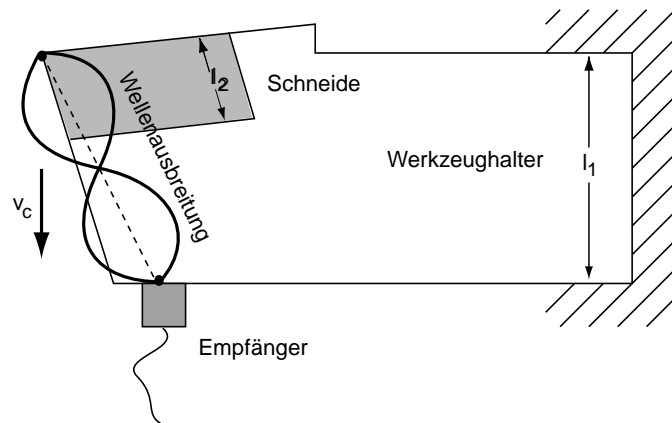


ABBILDUNG 6.2: Der Zerspanprozeß ist Signalquelle des Körperschalls, der sich ausgehend von der Schneide im Werkzeug ausbreitet. Der Beschleunigungssensor auf der Werkzeugunterseite dient als Empfänger der Körperschallsignale.

von einem Beschleunigungsaufnehmer an der Werkzeugunterseite gemessen. Siehe dazu Abbildung 6.2. Die Abtastfrequenz beträgt hier $\Delta f = 500$ kHz, d. h. die kritische Nyquistfrequenz ist gleich $f_c = 250$ kHz. Der Beschleunigungssensor besitzt eine Sensitivität bis 180 kHz, weshalb die gemessenen Signale mit ebenfalls 180 kHz Tiefpaß gefiltert werden. Die typische Länge der Späne, die beim Drehen mit diesen Schnittparametern entstehen, beträgt 3-4 mm.

6.2.2 Die Körperschallsignale

Die prozeßspezifischen Ursachen für die Entstehung von Körperschall sind in [Mor83] eingehend diskutiert. Dabei wird üblicherweise unterschieden zwischen den sprunghaften Zustandsänderungen, die sich in Form von impulsartigen Signalspitzen im Körperschallsignal, den sogenannten Bursts äußern (siehe Abbildung 6.3) und den dynamischen gleichförmigen Kräften als Ursache für die Anregung des kontinuierlichen Signalanteils. Dabei sind die typischen Anregungsmechanismen für die primäre Scherzone das Stauchen und Abgleiten des Werkstoffs und die damit einhergehende Verformung, also dynamische Kräfte. In der sekundären Scherzone spielt die auftretende Reibung die größte Rolle. Ein Wechsel der Reibbedingungen, also sogenannte slip-stick-Effekte [GBB95], [PS90] zwischen Werkzeug-Werkstück und Werkzeug-Span sind höchstwahrscheinlich die Hauptursachen für das Auftreten der Bursts. Weitere Schwingungsanregungen können vom Lager und Getriebe, sowie von Selbst-erregung durch Rückkoppeleffekte herrühren.

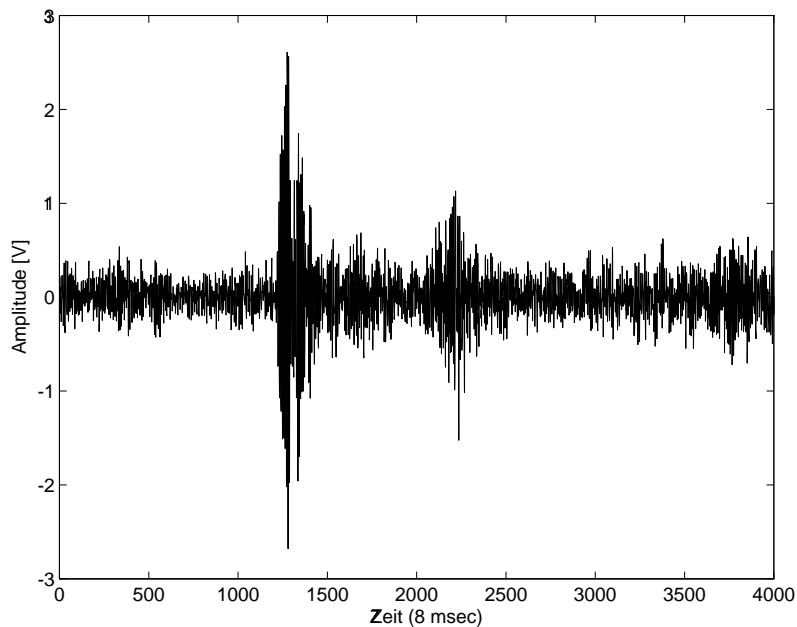


ABBILDUNG 6.3: Ausschnitt von 8 msec aus einem typischen Körperschallsignal mit impulsartigen Signalspitzen, den sogenannten Bursts.

Als Signale liegen Körperschalldaten für Anschnitte von kompletten Standzyklen jeweils eines Werkzeuges vor. Typischerweise handelt es sich bei einem Standzyklus um 15 Anschnitte. Jeder Anschnitt umfaßt eine Dauer von 15.6 sec, wobei als Körperschallsignale für die Analyse jeweils nur ein Ausschnitt von 0.327 sec vorliegt. Das entspricht bei einer Abtastrate von 500 kHz einer Länge der Zeitreihe von 163840 Werten.

6.2.3 Analyse von Körperschallsignalen

Werden die Zeitreihen der Körperschallsignale einer Analyse im Frequenz- und im Zeitbereich mit klassischen Methoden unterzogen, so lassen sich in erster Linie zwei Resultate festhalten:

Der Körperschall breitet sich im Werkstoff in Form von Kugelwellen aus und bildet stehende Transversal- und Longitudinalwellen im Werkzeughalter ($l_1 = 27$ mm), im Werkzeug ($l_2 = 5$ mm) und zwischen Werkzeughalter und Werkzeug ($l_1 - l_2 \approx 22$ mm). Vergleiche dazu auch Abbildung 6.2. Ausgehend von der Ausbreitungsgeschwindigkeit in Stahl für Longitudinalwellen $c_L = 5920$ m/sec und für Transversalwellen $c_T = 3250$ m/sec [Hue96] lassen sich die Frequenzen der stehenden Wellen berechnen. Einige der Frequenzen können im Leistungsspektrum der Körperschallsignale wiedergefunden werden. Die Frequenzen der stehenden Wellen im Werkzeug sind jedoch allesamt zu hochfrequent, um im Leistungsspektrum im Frequenzbereich bis 250 kHz aufzutreten. Im Werkzeughalter bildet sich u. a. eine stehende Transversalwelle mit einer Frequenz von 120.4 kHz und eine Longitudinalwelle mit 50.8 kHz aus. Zwischen Werkzeughalter und Werkzeug bildet sich eine Transversalwelle mit 73.9 kHz und eine Longitudinalwelle mit 134.5 kHz. Diese Frequenzen können im Leistungsspektrum als Spitzen mit hoher Leistung identifiziert werden. Zusätzlich ist die Spanlamellierungsfrequenz bei ungefähr 7 kHz zu beobachten. Das Leistungsspektrum in Abbildung 6.4 wurde zum Zweck der Veranschaulichung für den Anschnitt Nummer 7 eines Standzyklus mit den oben beschriebenen Prozeßparametern berechnet.

Die Untersuchung von Körperschallsignalen der jeweiligen Anschnitte des Standzyklus beschränkt sich im Zeitbereich auf die impulsartigen Signalspitzen, die auffälligsten Charakteristika der Signale. Diese treten in unterschiedlicher Stärke, d. h. mit unterschiedlich hoher Amplitude auf. Üblicherweise steigen diese Bursts linear an und fallen anschließend exponentiell ab (vgl. Abbildung 6.5 und gegebenenfalls auch Abbildung 6.3). Die Anregung γ_1 und die Dämpfung γ_2 der Bursts kann mit Hilfe von Funktionen der Gestalt

$$x(t) = \gamma_1 t \sin \omega t + \theta_0 \quad (6.1)$$

und

$$x(t) = A e^{-\gamma_2 t + \varphi_0} \sin \omega t + \theta_0 \quad (6.2)$$

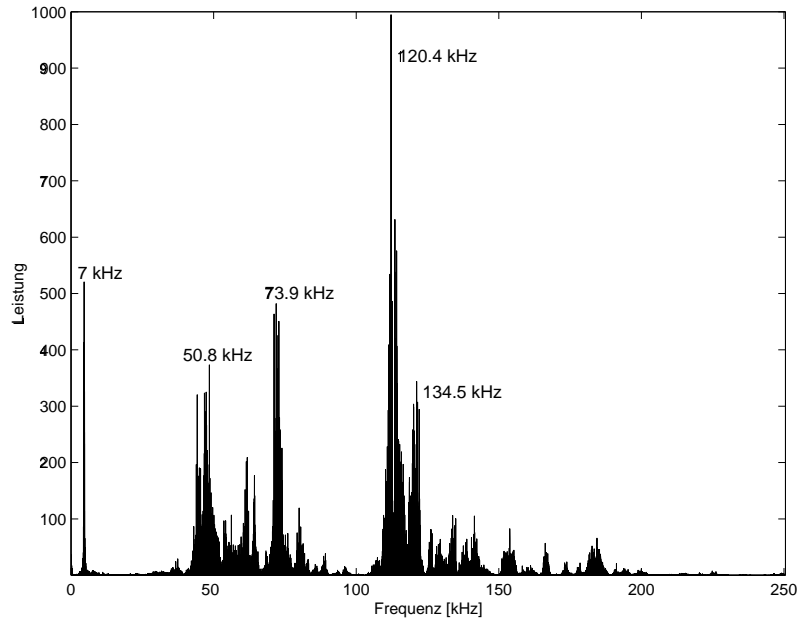


ABBILDUNG 6.4: Leistungsspektrum eines Körperschallsignals aus 163840 Meßwerten. Das Leistungsspektrum wurde gemittelt über 40 Einzelspektren mit jeweils 4097 Frequenzen und Welsh-Fenster. Die leistungsstärksten Frequenzen können durch stehende Wellen im Werkzeughalter erklärt werden.

bestimmt werden, indem diese Funktionen an die Daten der Bursts, z. B. über eine Monte Carlo-Simulation, gefittet werden.

Wird über alle Anstiegs- und Abfallskonstanten $\gamma_{1/2}$ für jeden Abschnitt gemittelt, so ergibt sich für 13 der 15 Abschnitte der gesamten Standzeit eines Werkzeugs der in Abbildung 6.6 dargestellte Verlauf. Für die Abschnitte Nummer 14 und 15 konnte keine klare Klassifikation der Bursts durchgeführt werden. Der Abfall bleibt bis auf den ersten Abschnitt über den gesamten Standzyklus weitgehend konstant. Die Anregungskonstante sinkt mit der Nummer des Abschnittes, was stark mit dem zunehmenden Werkzeugverschleiß korreliert ist. Weiterhin fällt auf, daß die Anzahl der Bursts pro Zeit mit zunehmendem Verschleiß ebenfalls anwächst.

6.3 Klassifikation der Körperschallsignale

Aus der vorangegangenen Analyse geht hervor, daß das Signal auf eine Vielzahl von Schwingungen zurückgeführt werden kann, die im Werkzeughalter angeregt werden. Es stellt sich nun die Frage, durch welchen Prozeß die Bursts generiert werden. Um zu testen, inwieweit sich die gemessenen Körperschallsignale auf einen allgemeinen linearen stochastischen Prozeß zurückführen lassen, wird zunächst das Verfahren der Surrogatdaten nach Theiler et al. [TEL+92] angewendet.

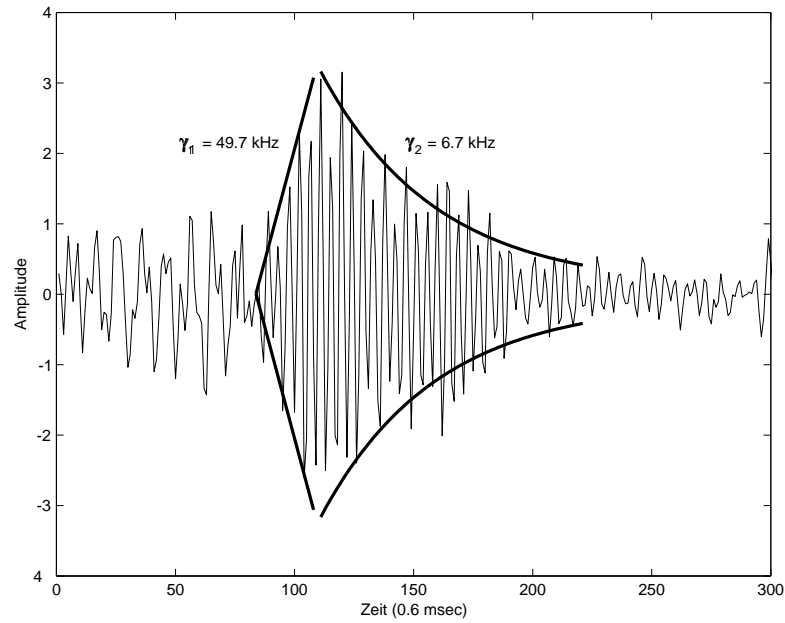


ABBILDUNG 6.5: Ein typischer Burst mit linearem Anstieg ($\gamma_1 = 49.7 \text{ kHz}$) und exponentiellem Abfall ($\gamma_2 = 6.7 \text{ kHz}$). Dabei entsprechen 300 Meßwerte exakt 0.6 msec.

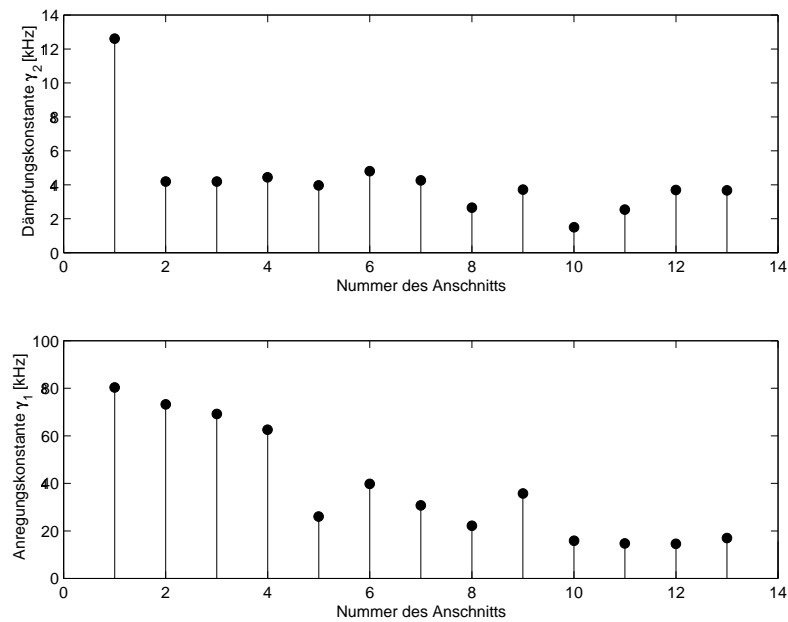


ABBILDUNG 6.6: Verlauf der Dämpfungs- und Anregungskonstante für die jeweiligen Anschnitte.

6.3.1 Testen mit AAFT-Surrogaten

Für jeden Standzyklus, bestehend aus 15 Anschnitten, wurde eine Surrogatanalyse mit AAFT-Surrogaten (vgl. Kapitel 5) vorgenommen. Dazu wurden von jedem Körperschallsignal eines Anschnitts 32k Daten analysiert. Als Teststatistik diente jeweils der Anstieg der Korrelationssumme $C_2(\epsilon)$ als Funktion des Punktabstandes ϵ in der Einbettungsdimension $d_E = 8$ und einem Zeitversatz von $\tau = 5$ Meßwerten, was einem effektiven Versatz von $10 \mu\text{sec}$ entspricht. Wenn den gemessenen Zeitreihen ein Attraktor eines nichtlinearen deterministischen Systems zugrundeliegt, dann entspricht im Fall langer Zeitreihen der Anstieg der Korrelationssumme der Korrelationsdimension. Als Signifikanzniveau wurde jeweils $\alpha = 0.05$ gewählt und die Original-Körperschallsignale mit jeweils 39 AAFT-Surrogaten mit gleichem Leistungsspektrum und identischer Amplitudenverteilung, also der Nullhypothese eines linearen stochastischen Prozesses, verglichen.

Der Test mit diesen Surrogatdaten führte zu folgenden Resultaten: Bei 14 der 15 Anschnitte des Standzyklus unterscheidet sich die verwendete Teststatistik für die Originalzeitreihe signifikant von den Surrogaten. Vergleiche dazu die Abbildungen 6.7 und 6.8. Als Anstieg der Korrelationssumme für das Originalsignal ergab sich konkret für den ersten Anschnitt $C_2(\epsilon) = 6.1357$ bei $\epsilon = 0.4118$ und für den Mittelwert der Anstiege der Surrogate $\overline{C_2}(\epsilon) = 6.6042$ mit einer Standardabweichung von $\sigma_{\overline{C_2}} = 0.1055$. Daraus folgt, daß die Nullhypothese eines allgemeinen linearen stochastischen Prozesses mit

$$\frac{|C_2 - \overline{C_2}|}{\sigma_{\overline{C_2}}} \approx 4.44 > 2 \quad (6.3)$$

verworfen werden muß. Das Verwerfen der Nullhypothese findet bei den anderen 13 Anschnitten mit ähnlicher Signifikanz statt. In den Zeitreihen dieser Körperschallsignale treten mehr oder weniger deutlich Bursts auf.

Lediglich bei einem Körperschallsignal läßt sich die Nullhypothese nicht verwerfen. Diese Zeitreihe ist dadurch ausgezeichnet, daß sie praktisch keine Bursts enthält. Diese Resultate sind in den Abbildungen 6.9 und 6.10 dargestellt. Als Anstieg der Korrelationssumme für das Originalsignal ergab sich hier $\overline{C_2}(\epsilon) = 7.5086$ bei $\epsilon = 0.4118$ und für den Mittelwert der Anstiege der Surrogate $\overline{C_2}(\epsilon) = 7.5677$ mit einer Standardabweichung von $\sigma_{\overline{C_2}} = 0.0532$. Daraus folgt, daß die Nullhypothese mit

$$\frac{|C_2 - \overline{C_2}|}{\sigma_{\overline{C_2}}} \approx 1.2 < 2 \quad (6.4)$$

nicht verworfen werden kann. Ein Signal ohne Bursts kann also durch einen linearen stochastischen Prozeß beschrieben werden.

Das Resultat überrascht nicht, da die Bursts statistisch gesehen einer vorübergehenden Änderung der Varianz entsprechen. Das führt zu einer Nichtstationarität der Körperschallsignale. Insofern ist es nicht verwunderlich, daß die Nullhypothese eines stationären linearen stochastischen Prozesses verworfen werden muß. Eine Entscheidung, ob die Körperschallsignale von einem nichtlinearen Prozeß herrühren, kann

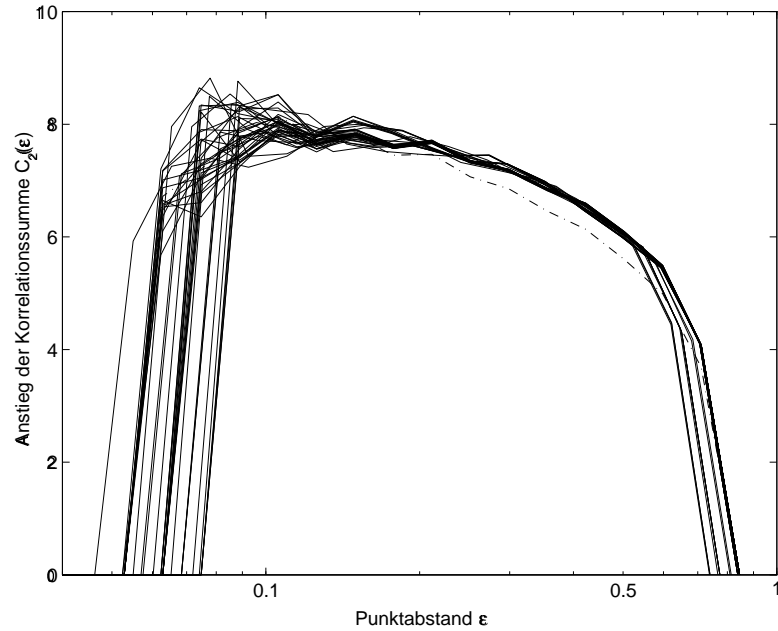


ABBILDUNG 6.7: Anstieg der Korrelationssumme $C_2(\epsilon)$ im Vergleich mit 39 AFT-Surrogaten für ein Körperschallsignal mit Burst.

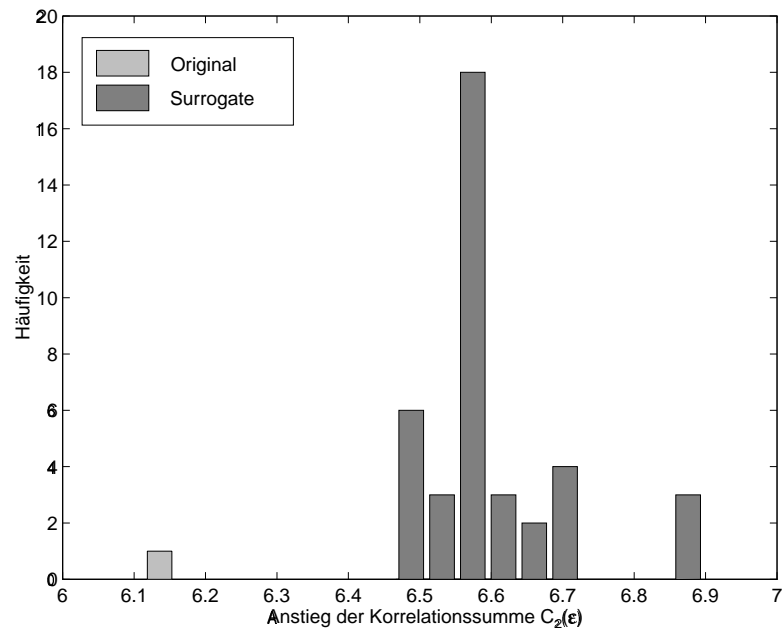


ABBILDUNG 6.8: Verteilung der Werte des Anstiegs der Korrelationssumme $C_2(\epsilon)$ bei $\epsilon = 0.4118$.

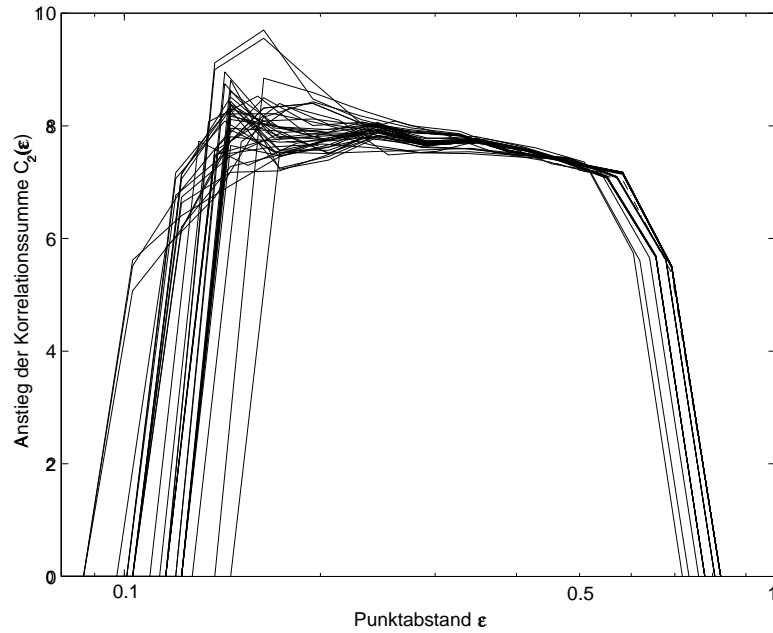


ABBILDUNG 6.9: Anstieg der Korrelationssumme $C_2(\epsilon)$ im Vergleich mit 39 AAFIT-Surrogaten für ein Körperschallsignal ohne Bursts.

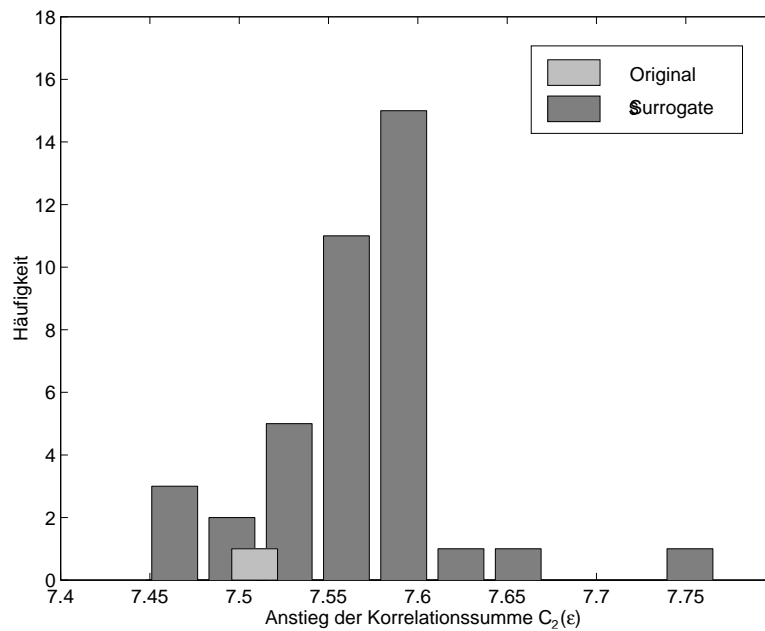


ABBILDUNG 6.10: Verteilung der Werte des Anstiegs der Korrelationssumme $C_2(\epsilon)$ bei $\epsilon = 0.4118$.

auf der Basis der Standardsurrogatverfahren jedoch nicht getroffen werden. Das Körperschallsignal könnte zeitweise durch chaotisch-deterministische Prozesse generiert werden, aber es besteht auch die Möglichkeit, daß sich lediglich lineare Prozesse überlagern.

6.3.2 Testen mit CP-Surrogaten

Um diese Klassifikation vornehmen zu können, werden die Körperschallsignale mit Hilfe der in Kapitel 5 entwickelten Change Point-Surrogate (CP-Surrogate) untersucht. Zu diesem Zweck müssen zunächst etwaige Change Points im Körperschallsignal detektiert werden.

Dies läßt sich mit Hilfe der Anregungs- und Dämpfungskonstanten $\gamma_{1/2}$ in Abbildung 6.6 realisieren. Für jeden Abschnitt des Standzyklus werden die lokalen Maxima und damit die ungefähre Position der Bursts im Signal ermittelt. Der Beginn und das Ende des Burst-Segments wird dann über die zum Abschnitt gehörigen Konstanten $\gamma_{1/2}$ bestimmt. Sowohl für den Anstieg, als auch für den Abfall wird ein ARMA-Prozeß angepaßt um dann im folgenden Surrogate auf der Basis eines Change Point-Prozesses nach dem in Abschnitt 5.4.2 beschriebenen Verfahren zu generieren.

Zunächst stellt sich jedoch die Frage, ob es generell möglich ist, eine gedämpfte harmonische Schwingung durch einen ARMA-Prozeß zu modellieren. Daß dafür sogar ein autoregressiver Prozeß zweiter Ordnung ausreicht, kann folgendermaßen bewiesen werden:

Gegeben sei ein AR[2]-Prozeß

$$X_t = aX_{t-1} - bX_{t-2}. \quad (6.5)$$

Wird als Anfangsbedingung dieses Prozesses

$$X_0 = A_0 \sin \varphi_0 \quad (6.6)$$

gewählt, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \implies X_t &= A_0 e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \\ \text{mit } a &= 2 e^{-\alpha} \cdot \cos \omega \\ b &= e^{-2\alpha}, \end{aligned} \quad (6.7)$$

d. h. X_t beschreibt eine gedämpfte harmonische Schwingung. Der Beweis erfolgt mit vollständiger Induktion.

Beweis: Im folgenden wird der Sinussatz benötigt:

$$\frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)] = \sin x \cdot \cos y \quad (6.8)$$

Induktionsanfang: Betrachte die Behauptung für $t = 2$:

$$\begin{aligned}
X_2 &= A_0 e^{-2\alpha} \cdot \sin(2\omega + \varphi_0) \\
&= A_0 e^{-2\alpha} \cdot 2 \frac{1}{2} \left[\sin(2\omega + \varphi_0) + \sin \varphi_0 \right] - A_0 e^{-2\alpha} \cdot \sin \varphi_0 \\
&\stackrel{(6.8)}{=} 2A_0 e^{-2\alpha} \cdot \sin(\omega + \varphi_0) \cdot \cos \omega - A_0 e^{-2\alpha} \cdot \sin \varphi_0 \\
&= \underbrace{2 e^{-\alpha} \cdot \cos \omega}_a \cdot A_0 e^{-\alpha} \cdot \sin(\omega + \varphi_0) - \underbrace{e^{-2\alpha}}_b \cdot A_0 \sin \varphi_0 \\
&= aX_1 - bX_0
\end{aligned}$$

Induktionsschritt: $t - 1 \rightarrow t$:

$$\begin{aligned}
X_t &= A_0 e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \\
&= A_0 e^{-\alpha t} \cdot 2 \frac{1}{2} \left[\sin(\omega t + \varphi_0) + \sin(\omega(t-2) + \varphi_0) \right] - \\
&\quad - A_0 e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega(t-2) + \varphi_0) \\
&\stackrel{(6.8)}{=} 2A_0 e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega(t-1) + \varphi_0) \cdot \cos \omega - A_0 e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega(t-2) + \varphi_0) \\
&= \underbrace{2 e^{-\alpha} \cdot \cos \omega}_a \cdot A_0 e^{-\alpha(t-1)} \cdot \sin(\omega(t-1) + \varphi_0) - \\
&\quad - \underbrace{e^{-2\alpha}}_b \cdot A_0 e^{-\alpha(t-2)} \cdot \sin(\omega(t-2) + \varphi_0) \\
&= aX_{t-1} - bX_{t-2}
\end{aligned}$$

q. e. d.

Auf der Basis dieses Ergebnisses können nun 39 CP-Surrogate generiert und der zuvor mit den AAFT-Surrogaten durchgeführte Test wiederholt werden. Es zeigt sich folgendes Resultat:

Die Abbildungen 6.11 und 6.12 zeigen die Testergebnisse des Tests für den gleichen Abschnitt der auch in Abbildung 6.7 betrachtet wurde. Der Wert der Originalzeitreihe ist unverändert $C_2(\epsilon) = 6.1357$ bei $\epsilon = 0.4118$. Für den Mittelwert der CP-Surrogate ergibt sich nun allerdings $\overline{C_2}(\epsilon) = 6.1945$ mit einer Standardabweichung von $\sigma_{\overline{C_2}} = 0.0349$. Daraus folgt, daß die Nullhypothese eines Change Point-Prozesses mit

$$\frac{|C_2 - \overline{C_2}|}{\sigma_{\overline{C_2}}} \approx 1.69 < 2 \tag{6.9}$$

nicht abgelehnt werden kann.

Damit ist statistisch belegt, daß es sich bei den Körperschallsignalen mit Bursts nicht um nichtlineare Zeitreihen handelt, die deterministisches Chaos zeigen können. Stattdessen lassen sich die Körperschallsignale durch Überlagerungen linearer Prozesse beschreiben. Die Bursts haben ihre Ursache somit wohl in zufällig angeregten gewöhnlichen harmonischen Schwingungen, welche für einen kurzen Zeitraum die Grundschwingungen überlagern und dann wieder abklingen.

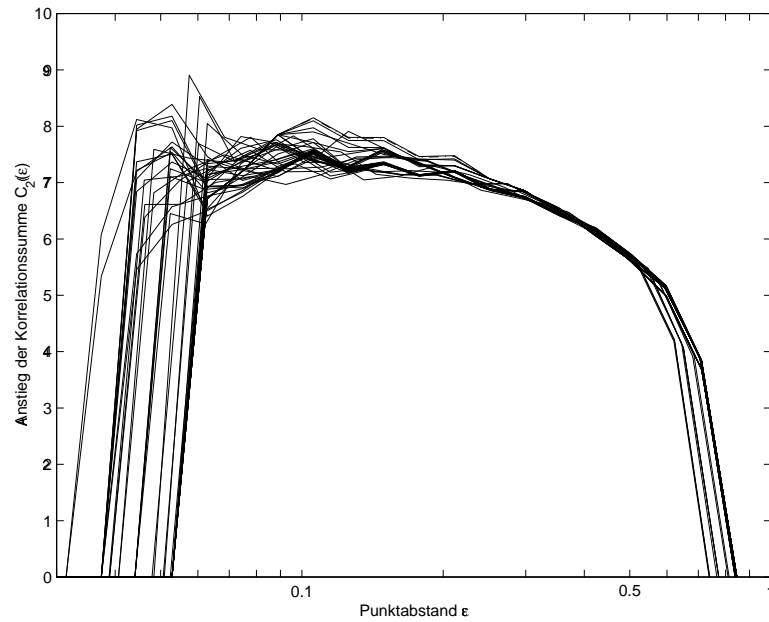


ABBILDUNG 6.11: Anstieg der Korrelationssumme $C_2(\epsilon)$ im Vergleich mit 39 CP-Surrogaten für das gleiche Körperschallsignal wie in Abbildung 6.7.

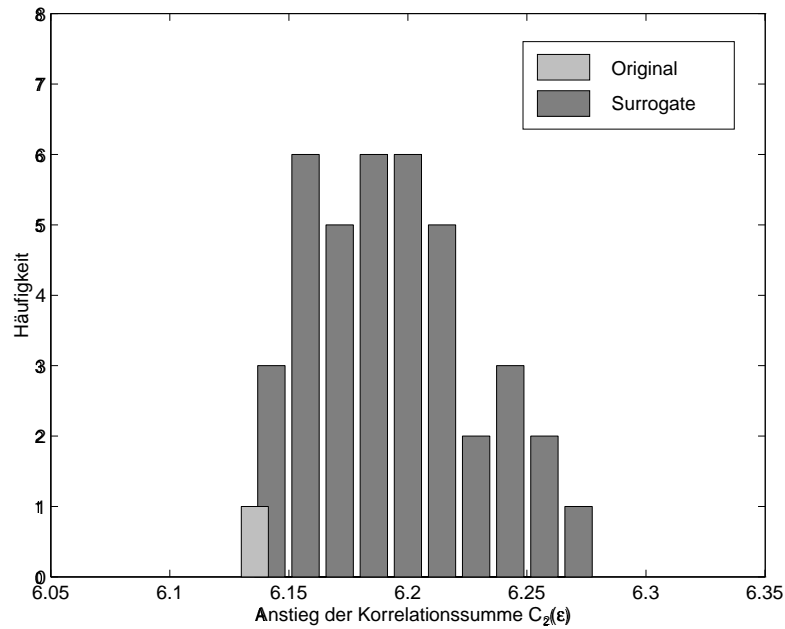


ABBILDUNG 6.12: Verteilung der Werte des Anstiegs der Korrelationssumme $C_2(\epsilon)$ bei $\epsilon = 0.4118$.

6.4 Zusammenfassung

Es hat sich gezeigt, daß viele der Schwingungen im Körperschallsignal auf Anregungen von stehenden Wellen im Werkzeughalter zurückgeführt werden können. Bei den impulsartigen Signalspitzen, den Bursts, handelt es sich ebenfalls um harmonische gedämpfte bzw. angeregte Schwingungen, die stückweise durch allgemeine lineare stochastische Prozesse beschrieben werden können. Somit können die gemessenen Körperschallsignale durch die Theorie der linearen Prozesse mit Change Points beschrieben werden, was mit Hilfe der in Kapitel 5 entwickelten Methode zu Testen von Hypothesen bei Nichtstationarität statistisch gezeigt werden konnte. Die Anregung eines Bursts hat Ursachen, die auf den Bearbeitungsprozeß zurückgehen und kann dem Bruch der Späne in Verbindung gebracht werden (vgl. [BMS+99]). Auf der Grundlage der beschriebenen Resultate ist es möglich, im Rahmen des weiteren Verlaufs des Projektes erste Schritte in Richtung einer konkreten Modellierung des Zerspanprozesses zu unternehmen, was teilweise in [BMS+99] bereits geschehen ist.

Kapitel 7

Zusammenfassung

Das wesentliche Ziel dieser Arbeit war die exemplarische Lösung von konkreten Fragestellungen der Praxis, insbesondere aus dem Bereich der spanenden Bearbeitung. Die dabei erarbeiteten Lösungen und neu entwickelten Verfahren basieren auf der Theorie der Nichtlinearen Dynamik. Dabei stand stets die Praktikabilität der entwickelten Verfahren im Vordergrund, d. h. es wurde versucht, ohne ein konkretes Vorverständnis, die für das jeweilige Problem optimale Lösung zu erreichen. Dabei wurde bewußt vermieden, dem jeweiligen Problem spezielle Methoden der Nichtlinearen Dynamik als Lösung aufzuzwingen. Dennoch hat sich gezeigt, daß die Nichtlineare Dynamik in den diskutierten Anwendungen ein hohes Anwendungspotential besitzt und mit ihren Methoden zu konkreten Problemlösungen beitragen kann.

In Kapitel 3 wurde konkret am Beispiel der nichtlinearen Prädiktion gezeigt, daß Verfahren der Nichtlinearen Zeitreihenanalyse auch in Anwendungen mit sehr kurzen Zeitskalen angewendet werden können. Dazu wurde nicht der übliche Weg über die allgemeine Form der Darstellung von Zeitreihen über eine Phasenraumrekonstruktion beschritten. Stattdessen wurde das Vorhersageverfahren durch die vorgenommenen Änderungen direkt auf die Zeitreihe angewandt, was zu einer erheblichen Reduktion des Rechenaufwandes führt. Zusätzlich wurde eine erheblich höhere Stabilität des Prädiktionsalgorithmus gegenüber additivem Meßrauschen erreicht. Gerade im Hinblick auf die Anwendung auf reale Systeme ist dieses Resultat von nicht zu unterschätzendem Wert.

Kapitel 4 befaßt sich mit der aktiven Störungskompensation bei der Hochpräzisionsdrehbearbeitung. Hier konnte gezeigt werden, daß der speziell zu diesem Zweck entwickelte nichtlineare Vorhersagealgorithmus dem zum Vergleich herangezogenen linearen Verfahren deutlich überlegen ist. Auf Basis der vom Algorithmus berechneten Vorhersage der störenden Schwingungen ist eine Kompensation möglich, so daß eine Verbesserung der Oberflächengüte des bearbeiteten Werkstücks um 20-30% erzielt werden konnte.

Die in Kapitel 5 neu entwickelte Methode zum Testen der Nullhypothese eines linearen nichtstationären Prozesses, d. h. eines linearen Change Point-Prozesses, ist im

Gegensatz zu den herkömmlichen Verfahren in der Lage, zwischen nichtlinearen und linearen nichtstationären Zeitreihen zu unterscheiden. Anhand einfacher Beispiele wurde zunächst die Problematik des Testens von Hypothesen bei nichtstationären Zeitreihen mit FT- und AAFT-Surrogaten aufgezeigt und darauf aufbauend die Alternativhypothese entwickelt und anhand numerischer Beispiele eingehend diskutiert.

Im zugehörigen Kapitel 6 wurde das Verfahren zum Testen auf Change Point-Prozesse eingesetzt, um eine Klassifikation der beim Zerspanprozeß gemessenen Körperschallsignale vornehmen zu können. Dazu wurden die Change Points mit Hilfe physikalischen Prozeßwissens identifiziert und zur Generierung der Surrogatdaten genutzt. Es konnte statistisch signifikant bewiesen werden, daß es sich bei den Körperschallsignalen nicht um lineare stochastische Prozesse und auch nicht um nichtlineare Zeitreihen im Sinne der Nichtlinearen Dynamik handelt. Stattdessen konnte die Hypothese einer Überlagerung linearer Prozesse, also eines Change Point-Prozesses, nicht verworfen werden.

Allen Kapiteln ist dabei gemeinsam, daß die geschilderten neuen Verfahren und mathematischen Theorien nicht anhand von abstrakten akademischen Problemen entwickelt wurden, sondern an konkreten Fragestellung der industriellen Praxis. Die Erkenntnis, daß auch die Betrachtung solcher Fragen zu interessanten theoretisch wissenschaftlichen Ergebnisse führen kann und die im Rahmen der interdisziplinär durchgeführten Projekte gewonnen Erfahrungen sind ein weiteres wesentliches Resultat dieser Arbeit.

Anhang

Anhang A

Das Programmpaket TSA 97

Das Programmpaket TSA (Time Series Analysis) ist eine Sammlung von Programmen zur Nichtlinearen Zeitreihenanalyse, die über die letzten 4 Jahre hinweg in der Arbeitsgruppe WA NLD an der Universität Mainz entwickelt wurden. Die Programme entstanden in der ursprünglichen Version in Zusammenarbeit von R. Stemler (siehe [Ste97]), P.E. Beckmann, M. Herber (siehe [Her98]) und dem Autor. Alle Programme sind in ANSI-C geschrieben und ermöglichen somit Erweiterungen und Modifikationen von Seiten der Anwender. Die ursprüngliche Version von R. Stemler ist plattformunabhängig. Portierungen auf unterschiedliche UNIX-Systeme sowie auf Windows 95 und NT wurden von M. Herber im Rahmen einer Diplomarbeit durchgeführt. Sämtliche Routinen machen Gebrauch von den *Numerical Recipes in C* [PTV+88].

A.1 Altes und Neues: Die Programme

Das Programmpaket TSA enthält unter anderem Routinen zur Berechnung der

- Grassberger-Procaccia Korrelationsdimension
- Lyapunov-Exponenten
- Autokorrelationsfunktion und Transinformation
- Falschen nächsten Nachbarn und der globalen Singulärwertzerlegung
- FFT- und AAFT-Surrogate
- Lokal-lineare Prädiktion

Im Rahmen dieser Arbeit sind neue Routinen zur Berechnung der

- Lokal-konstante Prädiktion mit optimiertem Rechenaufwand (siehe Kapitel 3)
- Korrelationsdimension für sogenannte gleitende Ausschnitte zur segmentweisen Berechnung dieser Kenngröße
- Prädiktionsfehler für gleitende Ausschnitte
- Change Point-Surrogate (im Moment nur für MATLAB)

hinzugekommen. Zu Fragen des *copyrights* sei auf die jeweilige Dokumentation verwiesen.

A.2 Die Windows Benutzer-Oberfläche

Im Rahmen dieser Arbeit wurde in Zusammenarbeit mit P. Beckmann eine auf diesem Programmpaket basierende benutzerfreundliche, den Anforderungen der zeitreihenanalytischen Praxis entsprechende Anwenderschnittstelle entwickelt. Sämtliche TSA-Routinen werden dabei über Skripte gesteuert, was insbesondere immer wiederkehrende Routineaufgaben erleichtert und beschleunigt. Eine graphische menügesteuerte Bedienoberfläche (TSA 97) wurde dabei für Windows 95 und NT entwickelt. Siehe dazu auch den zugehörigen Bildschirmschnappschuß in Abbildung A.1. Die zugehörige Dokumentation ist im Programmpaket als Textdatei enthalten.

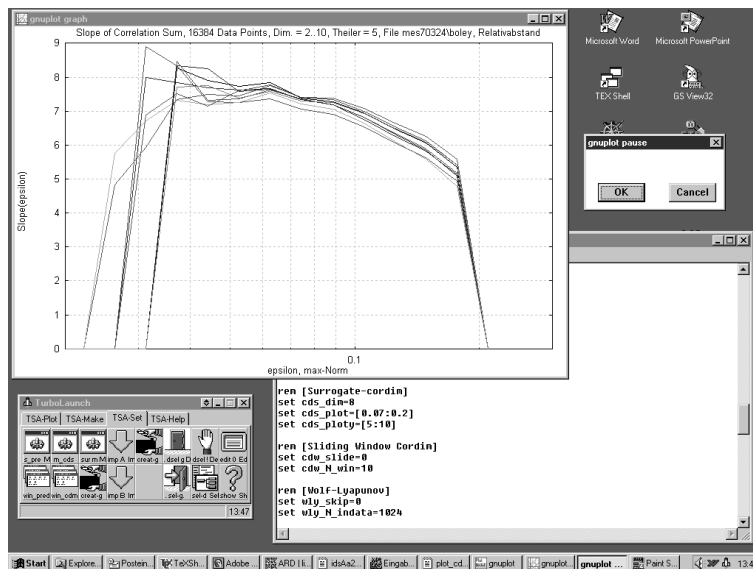


ABBILDUNG A.1: Bedienoberfläche des Programmpakets TSA 97.

Anhang B

Datenverwaltung - TSAInfo

Eine Erweiterung für das TSA-Programmpaket stellt auch die speziell zu diesem Zweck entwickelte Datenbank - TSAInfo - auf Basis von Microsoft MS-Access dar. Diese Datenbank ist in der Lage, die durchgeführten Analysen komfortabel zu verwalten und online zu dokumentieren. Die mit dem Programmpaket TSA 97 unter Windows durchgeführten Analysen werden automatisch in der Datenbank mit allen verwendeten Parametern dokumentiert. Dies kann insbesondere bei großen anfallenden Datenmengen ein nicht geringer Vorteil sein. Die Benutzeroberfläche von TSAInfo ist in Abbildung B.1 exemplarisch dargestellt. Eine Benutzerführung ist der Datenbank als Textdatei beigelegt.

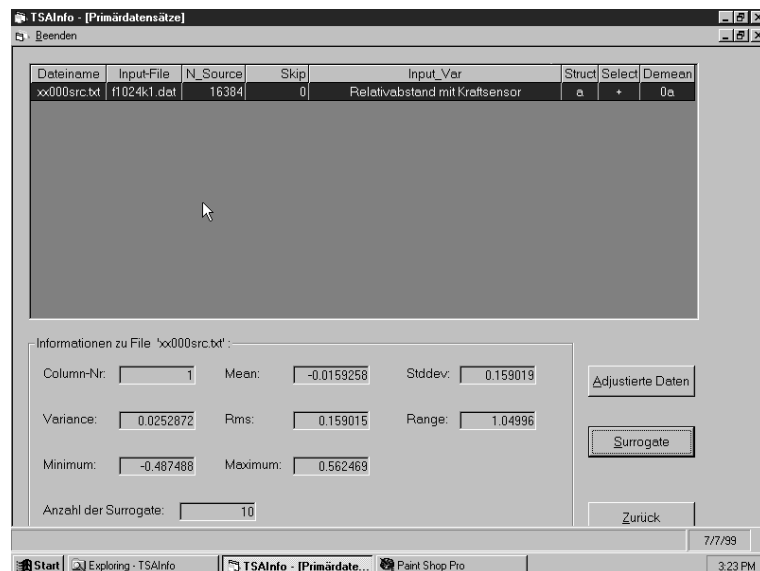


ABBILDUNG B.1: Bedienoberfläche der Datenbank TSAInfo.

Literaturverzeichnis

- [Aba96] Abarbanel, H.D.I. (1996). *Analysis of observed chaotic data*. Springer (New York), ISBN 0-387-94523-7.
- [ABS+93] Abarbanel, H.D.I., Brown, R., Sidorowich, J.J. und Tsimring, L.S. (1993). The analysis of observed chaotic data in physical systems. *Rev. Mod. Phys.*, 65(4):1331-1392.
- [AFH95] Argyris, J., Faust, G. und Haase, M. (1995). *Die Erforschung des Chaos*. Vieweg (Wiesbaden), ISBN 3-528-06685-7.
- [Arn92] Arnol'D, V.I. (1992). *Ordinary differential equations, (3rd edition)*. Springer (Berlin), ISBN 0-387-54813-0.
- [Bae94] Bähre, D. (1994). *Prozeßbegleitende Zerspanbarkeitsanalyse beim Drehen von Stahl*. Dissertation, FBK-Produktionstechnische Berichte, Band 14, Universität Kaiserslautern.
- [Bec96a] Beckmann, P.E. (1996). *Theoretische Grundlagen der Nichtlinearen Dynamik dissipativer Systeme*. Vorlesung SS 1996, Johannes Gutenberg-Universität Mainz.
- [Bec96b] Beckmann, P.E. (1996). *Datenanalyse nichtlinearer Systeme*. Vorlesung WS 1996/97, Johannes Gutenberg-Universität Mainz.
- [BGS76] Benettin, G., Galgani, L. und Strelcyn, J.M. (1976). Kolmogorov entropy and numerical experiments. *Phs. Rev. A*, 14:2338-2345.
- [BHM+97] Beckmann, P.E., Hilbing, R., Michel, C., Simon, T. und Weck, M. (1997). Analyse dynamischer Störungen in Präzisionsmaschinen auf Basis nichtlinearer Verfahren. *Proceedings of 1st int. symposium on investigation of nonlinear dynamic effects in production systems*.
- [BHM+99] Beckmann, P.E., Hilbing, R., Michel, C., Simon, T. und Weck, M. (1999). Analysis and compensation of vibrations between tool and workpiece with nonlinear methods. *Proceedings of 2nd int. symposium on investigation of nonlinear dynamic effects in production systems*.

- [BKM+97] Beckmann, P.E., Kluge, R., Michel, C., Schröter, C., Simon, T. und Warnecke, G. (1997). Erhöhung der Prozeßsicherheit beim Feindreuen durch nichtlineare Analyse von Körperschallsignalen. *Proceedings of 1st int. symposium on investigation of nonlinear dynamic effects in production systems*.
- [BMS+99] Beckmann, P.E., Maus, D., Simon, T. und Warnecke, G. (1999). Approaches in modelling the nonlinear dynamic system-behaviour in turning by acoustic emission. *Proceedings of 2nd int. symposium on investigation of nonlinear dynamic effects in production systems*.
- [BP92] Buzug, T. und Pfister, G. (1992). Comparison of algorithms calculating optimal parameters for delay time coordinates. *Physica D*, 58:127-135.
- [BRP90] Buzug, T., Reimers, T. und Pfister, G. (1990). Optimal reconstruction of strange attractors from purely geometrical arguments. *Europhys. Lett.*, 13(7):605-610.
- [Buz94] Buzug, T. (1994). *Analyse chaotischer Systeme*. BI-Wiss.-Verl. (Mannheim), ISBN 3-411-16681-9.
- [Cas89] Casdagli, M. (1989). Nonlinear prediction of chaotic time series. *Physica D*, 35:335-356.
- [CH88] Csörgö, M. und Horváth, L. (1988). Nonparametric methods for changepoint problems. *Handbook of Statistics*, 7:403-425.
- [DRS90] Ditto, W.L., Rauseo, S.N. und Spano, M.L. (1990). Experimental control of chaos. *Phys. Rev. Lett.*, 65:3211-3214.
- [Dur60] Durbin, J. (1960). The fitting of time-series models. *Revue Inst. Int. De Statist.*, 28:233-243.
- [DWS+99] Dolan, K., Witt, A., Spano, M.L., Neiman, A. und Moss, F. (1999). Surrogates for finding unstable periodic orbits in noisy data sets. *Phs. Rev. E*, 59:5235-5241.
- [Efr79] Efron, B. (1979). Computers and the theory of statistics: Thinking the unthinkable. *SIAM Rev.*, 21(4):460-480.
- [EKR+86] Eckmann, J.-P., Kamphorst, S.O., Ruelle, D. und Ciliberto, S. (1986). Lyapunov exponents from time series. *Phs. Rev. A*, 34(6):4971-4979.
- [ER85] Eckmann, J.-P. und Ruelle, D. (1985). Ergodic theory of chaos and strange attractors. *Rev. Mod. Phys.*, 57(3):617-656.
- [ET93] Efron, B. und Tibshirani, R.J. (1993). *An introduction to the bootstrap*. Chapman & Hall (New York), ISBN 0-412-04231-2.
- [FS86] Fraser, A.M. und Swinney, H.L. (1986). Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Phys. Rev. A*, 33(2):1134-1140.

- [GBB95] Galvanetto, U., Bishop, S.R. und Brisghella, L. (1995). Mechanical stick-slip vibrations. *Int. J. Bifurcations and Chaos in Appl. Sc. and Eng.*, 5(3):637-651.
- [GK93] Glass, L. und Kaplan, D. (1993). Time series analysis of complex dynamics in physiology and medicine. *Med. Prog. Technol.*, 19(3):115-128.
- [GOP+84] Grebogi, C., Ott, E., Pelikan, S. und Yorke, J.A. (1984). Strange attractors that are not chaotic. *Physica D*, 13:261-268.
- [GP83a] Grassberger, P. und Procaccia, I. (1983). Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D*, 9:189-208.
- [GP83b] Grassberger, P. und Procaccia, I. (1983). Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.*, 50(5):346-349.
- [Gra94] Grabec, I. (1994). Characterization of manufacturing processes based upon acoustic emission by Neural Networks. *Annals of the CIRP*, 43(1):77-80.
- [GSS91] Grassberger, P., Schreiber, T. und Schaffrath, C. (1991). Nonlinear time sequence analysis. *Int. J. Bifurcations and Chaos*, 1(3):521-547.
- [Her98] Herber, M. (1998). *TSA 98 - Ein Programmpaket zur Nichtlinearen Zeitreihenanalyse*. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz.
- [HDH+94] Hübinger, B., Doerner, R., Heng, H. und Martienssen, W. (1994). Approaching nonlinear dynamics by studying the motion of a pendulum. Predictability and control of chaotic motion. *Int. J. Bifurcations and Chaos*, 4(4):773-784.
- [HDM+94] Hübinger, B., Doerner, R., Martienssen, W., Herdering, M. und Dresler, U. (1994). Controlling chaos experimentally in systems exhibiting large effective Lyapunov exponents. *Phys. Rev. E*, 50(2), 932-948.
- [HP83] Hentschel, H.G.E. und Procaccia, I. (1983). The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D*, 8:435-444.
- [Hue96] Akademischer Verein Hütte e.V. (1996). *Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*. Springer (Berlin), ISBN 3-540-58740-3.
- [Jac89] Jackson, E.A. (1989). *Perspectives of nonlinear dynamics. Vol. 1*. Cambridge University Press (Cambridge), ISBN 0-521-34504-9.
- [Jac91] Jackson, E.A. (1991). *Perspectives of nonlinear dynamics. Vol. 2*. Cambridge University Press (Cambridge), ISBN 0-521-42633-2.
- [KBA92] Kennel, M.B., Brown, R. und Abarbanel, H.D.I. (1992). Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. *Phys. Rev. A*, 45:3403-3412.

- [KBW98] Kluge, R., Bähre, D. und Warnecke, G. (1998). Identification of basic mechanisms of chip formation in turning by analyzing acoustic emission signals. *Int. J. Manufac. Sc. and Prod.*, 219-226.
- [KM88] Krishnaiah, P.R. und Miao, B.Q. (1988). Review about estimation of change points. *Handbook of Statistics*, 7:375-402.
- [Kre91] Krengel, U. (1991). *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*. Vieweg (Wiesbaden), ISBN 3-528-37259-1.
- [KS97] Kantz, H. und Schreiber, T. (1997). *Nonlinear time series analysis*. Cambridge University Press (Cambridge), ISBN 0-521-55144-7.
- [KSH+93] Kantz, H., Schreiber, T., Hoffmann, I., Buzug, T., Pfister, G., Flepp, L.G., Simonet, J., Badii, R. und Brun, E. (1993). Nonlinear noise reduction: A case study on experimental data. *Phys. Rev. E*, 48(2):1529-1538.
- [LE95] Lehnertz, K. und Elger, C.E. (1995). Spatio-temporal dynamics of the primary epileptogenic area in temporal lobe epilepsy characterized by neuronal complexity loss. *Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol.*, 95:108-115.
- [LE98] Lehnertz, K. und Elger, C.E. (1998). Can epileptic seizures be predicted? Evidence from nonlinear time series analysis of brain electrical activity. *Phys. Rev. Lett.*, 80(22):5019-5022.
- [LKP89] Leven, R.W., Koch, B.P. und Pompe, B. (1989). *Chaos is dissipativen Systemen*. Akademie-Verlag (Berlin), ISBN 3-055-01641-6.
- [Lor69] Lorenz, E.N. (1969). Atmospheric predictability as revealed by naturally occurring analogues. *J. Atmos. Sci.*, 26:636-.
- [LPS91] Liebert, W., Pawelzik, K. und Schuster, H.G. (1991). Optimal embeddings of chaotic attractors from topological considerations. *Europhys. Lett.*, 14:521-529.
- [Mai98] Maier, T. (1998). *Datenanalyse durch Einbettung endlicher Datenreihen*. Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz.
- [Man87] Mandelbrot, B.B. (1987). *Die fraktale Geometrie der Natur*. Birkhäuser Verlag (Basel), ISBN 3-764-32646-8.
- [Mor77] Morris, M.J. (1977). Forecasting the sunspot cycle. *J. R. Statist. Soc. A*, 140:437-448.
- [Mor83] Moriwaki, T. (1983). Application of acoustic emission measurement to sensing of wear and breakage of cutting tool. *Bull. Jap. Soc. Prec. Eng.*, 17(3):154-160.
- [Mue96] Müller, M. (1996). *Prozeßidentifikation beim Drehen mit Hilfe künstlicher Neuronaler Netze*. Dissertation, FBK-Produktionstechnische Berichte, Band 22, Universität Kaiserslautern.

- [OKP+86] Osborne, A.R., Kirwan, A.D., Provenzale, A. und Bergamasco, L. (1986). A search for chaotic behavior in large and mesoscale motions in the pacific ocean. *Physica D*, 23:75-83.
- [OP89] Osborne, A.R. und Provenzale, A. (1989). Finite correlation dimension for stochastic systems with power-law spectra. *Physica D*, 35:357-381.
- [Ose68] Oseledec, V.I. (1968). A multiplicative ergodic theorem: Ljapunov characteristic numbers for dynamical systems. *Trans. Mosc. Math. Soc.*, 19:197-231.
- [Ott93] Ott, E. (1993). *Chaos in dynamical systems*. Cambridge University Press (Cambridge), ISBN 0-521-43799-7.
- [Pri79] Priestley, M.B. (1979). Comment on the paper of Makridakis, S. and Hibon, M. (1979). *J. R. Statist. Soc. A*, 142:127-139.
- [Pri81] Priestley, M.B. (1981). *Spectral analysis and time series*. Academic Press (London), ISBN 0-12-564922-3.
- [PS90] Popp, K. und Stelter, P. (1990). Stick-slip vibrations and chaos. *Phil. Trans. Roy. Soc. London A*, 332:89-105.
- [PTV+88] Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. und Flannery, B.P. (1988). *Numerical recipes in C: The art of scientific computing*. Cambridge University Press (New York), ISBN 0-521-43108-5.
- [RFB+93] Reyl, C., Flepp, L., Badii, R. und Brun, E. (1993). Control of NMR-Laser chaos in high-dimensional embedding space. *Phys. Rev. E*, 47(1):267-272.
- [Rin52] Rint, C. (1952). *Handbuch für Hochfrequenz- und Elektro-Technik*. Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik GmbH.
- [Roe79] Rössler, O.E. (1976). An equation for continuous chaos. *Phys. Lett. A*, 57:397-398.
- [Sch95] Schreiber, T. (1995). Efficient neighbor searching in nonlinear time series. *Int. J. Bifurcations and Chaos*, 10(11):236-245.
- [Sch98] Schreiber, T. (1998). Constrained randomization of time series data. *Phys. Rev. Lett.*, 80(10):2105-2108.
- [Sch99] Schmidt, J.C. (1999). *Aspekte mathematischer Strukturen bei der Modellierung dynamischer Systeme*. Dissertation, Johannes Gutenberg-Universität Mainz.
- [SS94] Schlittgen, R. und Streitberg, B.H.J. (1994). *Zeitreihenanalyse*. Oldenbourg (München), ISBN 3-486-22527-8.
- [SS96] Schreiber, T. und Schmitz, A. (1996). Improved surrogate data for nonlinearity tests. *Phys. Rev. Lett.*, 77(4):635-638.

- [Sta95] Stahel, W.A. (1995). *Statistische Datenanalyse*. Vieweg (Wiesbaden), ISBN 3-528-06653-9.
- [Ste97] Stemmler, R. (1997). *Beiträge zur Analyse und Modellierung nichtlinearer komplexer Systeme*. Dissertation, Johannes Gutenberg-Universität Mainz.
- [SYC91] Sauer, T., Yorke, J.A. und Casdagli, M. (1991). Embedology. *J. Stat. Phys.*, 65(3/4):579-616.
- [Tak80] Takens, F. (1980). *Detecting strange attractors in turbulence*. Springer Lecture Notes in Math. Vol. 898, Springer (New York).
- [TEL+92] Theiler, J., Eubank, S., Longtin, A., Galdrikian, B. und Farmer, J.D. (1992). Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data. *Physica D*, 58:77-94.
- [The86] Theiler, J. (1986). Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time series data. *Phs. Rev. A*, 34(3):2427-2432.
- [Tim98] Timmer, J. (1998). Power of surrogate data testing with respect to nonstationarity. *Phys. Rev. E*, 58(4):5153-5156.
- [Ton90] Tong, H. (1990). *Non-linear time series*. Oxford University Press (Oxford), ISBN 0-19-852300-9.
- [Toe95] Tönshoff, H.K. (1995). *Spanen*. Springer (Berlin), ISBN 3-540-58742-X.
- [TP96] Theiler, J. und Prichard, D. (1996). Constrained-realisation Monte-Carlo method for hypothesis testing. *Physica D*, 94:221-235.
- [War74] Warnecke, G. (1974). *Spanbildung bei metallischen Werkstoffen*. Technischer Verlag Resch (Gräfelfing).
- [WO97] West, R.W. und Ogden, R.T. (1997). Continuous time estimation of a change-point in a Poisson process. *J. Stat. Computation and Simulation*, 56:293-302.
- [WSS+85] Wolf, A., Swift, J.B., Swinney, H.L. und Vastano, J.A. (1985). Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D*, 16:285-317.

Danksagung

An erster Stelle möchte ich mich bei Prof. Dr. Peter Beckmann für die Betreuung der Arbeit und für die stets konstruktive Zusammenarbeit bedanken. Besonderen Dank schulde ich ihm dafür, daß er unser aller und insbesondere meinen Bilck weg von rein akademischen Fragestellungen und hin zu Anforderungen der industriellen Praxis gelenkt hat. Ich denke, daß dies für eine zukunftsorientierte Universitätsausbildung ein Schritt in die richtige Richtung darstellt und in den kommenden Jahren hoffentlich eher die Regel als die Ausnahme sein wird. Dafür nochmals vielen Dank.

Des weiteren bin ich der Volkswagen-Stifung für die finanzielle Unterstützung während der letzten zweieinhalb Jahre und der Möglichkeit zur Mitarbeit in den außerordentlich interessanten interdisziplinären Projekten zu Dank verpflichtet.

Mein Dank gilt auch allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe Nichtlineare Dynamik, die auf die eine oder andere Weise zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben. Das teilweise freundschaftliche Verhältnis und die gute Atmosphäre haben mich stets motiviert.

Für die Mühe, die sich Michaela Dreßler und Jan C. Schmidt mit dem Lesen und der Korrektur der Arbeit gemacht haben, danke ich ganz besonders.

Vielen Dank schulde ich auch meinen Eltern, Gisela und Wilfried Simon, die mich über Jahre hinweg unterstützten wo sie nur konnten. Dafür auch vielen Dank allen meinen Freunden und Bekannten, insbesondere Michaela Dreßler, die mir oftmals über Motivationsengpässe hinweggeholfen haben.

Thilo Simon, September 1999