

Doppelresonanzmessungen an in einer Penningfalle gespeicherten Europium-Ionen zur Bestimmung des Kern-g-Faktors

Dissertation

zur Erlangung des Grades
Doktor der Naturwissenschaften

am Fachbereich Physik
der Johannes Gutenberg-Universität
Mainz

vorgelegt von

Sascha Trapp
geb. in Rüdesheim am Rhein

Mainz, Oktober 2000

Tag der Prüfung: 20.04.2001

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	5
1 Das Element Europium	13
1.1 Die Feinstruktur von Eu^+	15
1.2 Die Hyperfeinstruktur von Eu^+	18
1.3 Detaillierte Betrachtung der Hyperfeinstruktur von Eu^+	20
1.3.1 Nichtrelativistische Hyperfeinstruktur	20
1.3.2 Relativistische Hyperfeinstruktur	23
1.3.3 Feinstrukturwellenfunktionen	27
1.4 Der Zeemaneffekt der Hyperfeinstruktur	28
2 Simulation von Eu^+ im Magnetfeld	31
2.1 Berechnung der Termschemata	32
2.2 Der $^9\text{S}_4$ -Zustand im Magnetfeld	34
2.3 Simulation optischer Spektren	40
2.4 Weitere Betrachtungen	44
3 Die Penningfalle	47
3.1 Klassische Beschreibung	47
3.2 Quantenmechanische Beschreibung	52
3.2.1 Anregung durch Dipol- und Quadrupolfeld	55
3.3 Quadrupolanregung klassisch	56
3.4 Quadrupolanregung mit Puffergas	59
3.5 Reale Falle und Speicherparameter	62
4 Meßverfahren	67
4.1 Magnetfeldbestimmung	67
4.2 Laser-Mikrowellen-Doppelresonanz Messungen	70
5 Aufbau des Experimentes	73
5.1 Die Penningfalle	74

5.2	Der supraleitende Magnet	77
5.3	Der elektronische Ionen- und Elektronennachweis	77
5.4	Der Laser	78
5.5	Der Fluoreszenznachweis	79
5.6	Die Mikrowellenanlage	80
5.7	Die Steuerung des Experimentes	82
5.8	Datenübersicht verwendeter Geräte	84
6	Messungen	87
6.1	Magnetfeldbestimmung	87
6.2	Speicherung von Ionen	91
6.3	Optische Messungen	91
6.4	Doppelresonanzmessungen	97
	Zusammenfassung und Ausblick	103
	Literaturverzeichnis	107
	Abbildungsverzeichnis	118
	Tabellenverzeichnis	119
A	Matrixelemente effektiver Hyperfeinoperatoren	121

Einleitung

Der Effekt der Wechselwirkung der elektrischen und magnetischen Kernmomente mit der Elektronenhülle wurde erstmals 1891 von A. Michelson beobachtet und wird als *Hyperfeinstruktur* bezeichnet. Untersuchungen der Hyperfeinstruktur haben in der Vergangenheit entscheidende Beiträge zur Kernphysik geleistet. Durch Bestimmung der Anzahl der Hyperfeinstruktur-niveaus und deren Aufspaltungsenergie konnten Kernspins, elektrische und magnetische Kernmomente stabiler und instabiler Isotope vieler Elemente bestimmt werden. Tab. 1 gibt eine Übersicht über die bis zur Ordnung $k = 3$ auftretenden Wechselwirkungen mit den dazugehörigen Wechselwirkungs-Konstanten und Kernmomenten. Aus Symmetrie- und Paritätsgründen treten elektrische Multipolmomente nur für gerade k und magnetische Multipolmomente nur für ungerade k auf.

Ordnung	I, J	WW-Konstante Kernmoment	Bezeichnung
E0	≥ 0	- $\langle r^2 \rangle eZ$	elektrische Monopol-WW
M1	$\geq 1/2$	A μ_I	magnetische Dipol-WW
E2	≥ 1	B Q	elektrische Quadrupol-WW
M3	$\geq 3/2$	C Ω	magnetische Oktupol-WW

Tabelle 1: Hyperfeinstruktur-Konstanten und Kernmomente

Die Untersuchung der Isotopieverschiebung, die zur Verschiebung von Linienschwerpunkten zwischen Isotopen führt, ermöglicht die Bestimmung des mittleren quadratischen Kernladungsradius'. So spiegelt die Untersuchung

der Isotopieverschiebung an einer langen Isotopenkette Kerneigenschaften wie z. B. Deformations-Effekte oder Schalenabschlüsse wieder.

Analog zu den Isotopie-Effekten der elektrischen Monopol-Wechselwirkung zeigt auch die magnetische Dipol-Wechselwirkung eine kleine Isotopie-Abhängigkeit, die als *Hyperfeinanomalie* bezeichnet wird. Entsprechend der Änderung der Verteilung der elektrischen Verteilung der Ladung über den Kern von Isotop zu Isotop, die zum Effekt der Isotopieverschiebung führt, bedingt die unterschiedliche Verteilung der Magnetisierung über das Kernvolumen von zwei Isotopen die Hyperfeinanomalie.

Die zusätzliche Energie durch die magnetische Dipolwechselwirkung ist für einen punktförmigen Kern das Produkt aus magnetischem Moment des Kernes $\vec{\mu}_I$ und magnetischem Hüllfeld am Ort des Kernes $\vec{B}_0$:

$$H_{\text{HFS}} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_0 \quad (1)$$

$\vec{B}_0$ kann als

$$\vec{B}_0 = \overline{B}_0 \cdot \frac{\vec{J}}{\hbar J} \quad (2)$$

geschrieben werden, und $\vec{\mu}_I$ steht in Richtung des Kernspins $\vec{I}$

$$\vec{\mu}_I = -\mu_I \cdot \frac{\vec{I}}{\hbar I} = -g_I \cdot \mu_N \cdot \frac{\vec{I}}{\hbar}, \quad (3)$$

sodaß sich für die Wechselwirkungsenergie

$$H_{\text{HFS}} = -\frac{g_I \mu_N \overline{B}_0}{\hbar^2 I J} (\vec{I} \cdot \vec{J}) \quad (4)$$

ergibt. Berechnet man den Erwartungswert von Gl. 4, so erhält man

$$\Delta E_{\text{HFS}} = \frac{A}{2} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)] \quad (5)$$

$$\text{mit } A = -g_I \cdot \frac{\mu_N \overline{B}_0}{J}$$

Für einen punktförmigen Kern ist also die Aufspaltungsenergie der magnetischen Dipolwechselwirkung A immer proportional zum magnetischen Moment des Kernes bzw. zu dessen Proportionalitätskonstante g_I .

Für reale Kerne ergibt sich jedoch eine Abweichung von A gegenüber dem punktförmigen Modell, die als *Hyperfeinanomalie* bezeichnet wird:

$$A = A_{\text{Punkt}}(1 + \epsilon) \quad (6)$$

Dabei ist ϵ , die Abweichung vom punktförmigen Kern, abhängig vom Isotop. Da punktförmige Kerne nicht existieren und somit die Abweichung ϵ vom punktförmigen Kern nicht experimentell bestimmt werden kann, wird die Änderung der Hyperfeinanomale von Isotop zu Isotop bestimmt. Die sogenannte *differentielle Hyperfeinanomale* kann durch Messung von A- und g_1 -Faktoren bestimmt werden:

$$^1\Delta^2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{g_2}{g_1} - 1 \approx \epsilon_1 - \epsilon_2 \quad (7)$$

Dabei beziehen sich die Indices 1 und 2 auf zwei unterschiedliche Isotope.

Die oben beschriebene, isopenabhängige Verteilung der Kernmagnetisierung und die daraus resultierende Hyperfeinanomale ist auch unter dem Namen *Bohr-Weisskopf-Effekt* bekannt. In ihrer Arbeit [Bohr50] entwickelten Bohr und Weisskopf erstmals eine theoretische Beschreibung der Hyperfeinanomale, indem sie die magnetische Wechselwirkung zwischen Kern und Hülle durch einen Elektronenstrom in einem vom Kern hervorgerufenen Vektorpotential beschreiben.

Fujita und Arima benutzen den Ansatz eine Nukleonenstroms $j_N(r)$ in einem von der Hülle hervorgerufenen Vektorpotential $A(r)$, um die magnetische Wechselwirkung zwischen Kern und Hülle zu beschreiben ([Fuji75]):

$$H_{mag} = \frac{1}{c} \int j_N(r) \cdot A(r) d^3r \quad (8)$$

Sie entwickelten eine Ausdruck für die Hyperfeinanomale, in dem die radialabhängigen Teile der Wechselwirkung durch Erwartungswerte des Valenznukleons dargestellt werden. Diese können wiederum in dem jeweils benutzten Kernmodell berechnet werden, sodaß verschiedene Kernmodelle bei diesem Ansatz leichter in die Hyperfeinanomale einfließen können als in dem Ansatz von Bohr und Weisskopf.

Ein weiterer, im allgemeinen vernachlässigter, Beitrag zur Hyperfeinanomale ist der *Breit-Rosenthal-Effekt* ([Brei32]). Dabei führen die unterschiedlichen Ladungsverteilungen der Kerne verschiedener Isotope zu verschiedenen Wellenfunktionen der Elektronen und damit auch zu unterschiedlichen von den Elektronen am Kernort hervorgerufenen Magnetfeldern. Obwohl der Beitrag des Breit-Rosenthal-Effektes unter Annahme einer gleichmäßigen Ladungsverteilung insbesondere für schwere Elemente recht groß werden kann (für $Z = 90 \approx 20\%$), so ist der differentielle Effekt zwischen zwei Isotopen um zwei bis drei Größenordnungen kleiner als der differentielle Bohr-Weisskopf-Effekt, sodaß eine Vernachlässigung des Breit-Rosenthal-Effektes gerechtfertigt erscheint ([Bütt84]).

Aus bisherigen Messungen an Isotopenpaaren ist bekannt, daß die differentielle Hyperfeinanomale etwa $10^{-1} \sim 10^{-3}$ beträgt. Um die differentielle Hyperfeinanomale $^1\Delta^2$ mit einem relativen Fehler von höchstens 1% zu bestimmen, müssen die A- und g_I -Faktoren mit einem relativen Fehler von $1 \cdot 10^{-3} \sim 1 \cdot 10^{-5}$ bestimmt werden. Gelingt dies, so bietet sich die experimentelle Bestimmung der differentiellen Hyperfeinanomale als geeignetes Mittel an, um verschiedene Kernmodelle zu testen.

Das Element Europium ist zur Untersuchung der differentiellen Hyperfeinanomale aus folgenden Gründen gut geeignet:

- Europium besitzt neun Isotope, deren Halbwertszeit länger als eine Woche ist, was die Untersuchung mit Meßmethoden ermöglicht, die nicht am Ort der Erzeugung durchgeführt werden. Dadurch kann die differentielle Hyperfeinanomale an einer langen Isotopenkette untersucht werden, was die Interpretation der gewonnenen Daten hinsichtlich verschiedener Kernmodelle gegenüber Isotopenketten mit weniger Isotopen verbessert.
- Alle Isotope ungerader Massenzahl haben den Kernspin $I = \frac{5}{2}$. Dies vereinfacht eine theoretische Interpretation der experimentell bestimmten Hyperfeinanomale.
- Innerhalb der Isotopenkette besitzt das Isotop ^{145}Eu eine abgeschlossene Neutronenschale mit der magischen Neutronenzahl $N = 82$.
- Die Isotopieverschiebung der Isotopenkette des Europiums ist bereits gemessen ([Ahma85]), wodurch experimentelle Daten über den mittleren quadratischen Ladungsradius vorliegen, sodaß der Einfluß des Breit-Rosenthal-Effektes abgeschätzt werden kann. Die Messungen zeigen außerdem zwischen den stabilen Isotopen ^{151}Eu und ^{153}Eu eine sprunghafte Veränderung der Kernform, was das Interesse an einer Untersuchung der differentiellen Hyperfeinanomale von Europium bestätigt.
- Aus spektroskopischer Sicht ist Europium ein bereits vielfach untersuchtes Objekt, sodaß eine Reihe verschiedener experimenteller Daten vorliegt, die die Planung eines Experimentes und Auswertung von Meßdaten erleichtern.

Bei Untersuchungen der Hyperfeinanomale an Quecksilber wurde von Moskowitz und Lombardi eine empirische Regel gefunden, die einen einfachen Zusammenhang zwischen Hyperfeinanomale ϵ und dem magnetischen Kernmoment μ_I herstellt ([Mosk73]):

$$\epsilon = \frac{\alpha}{\mu_I} \quad (9)$$

Dabei ist α eine experimentell zu bestimmende und vom Element abhängige Konstante. Im Falle des Quecksilbers liefern, neben der Moskowitz-Lombardi-Gleichung, auch die Berechnung der Hyperfeinanomalie mit dem Schalenmodell sowohl bis zur Ordnung $\Delta l = 0$ als auch bis zur Ordnung $\Delta l = 2$ gute Übereinstimmung untereinander und mit den experimentellen Daten.

Neuere Berechnungen der Hyperfeinanomalie für Europium nach der Moskowitz-Lombardi-Gleichung und dem Schalenmodell mit $\Delta l = 0$ und $\Delta l = 2$ zeigen jedoch, anders als beim Quecksilber, ein völlig widersprüchliches Verhalten für Europium ([Fuji97]). In Abb. 1 sind die Ergebnisse der drei Berechnungen aufgetragen. Gerade aus diesem Grund ist die experimentelle

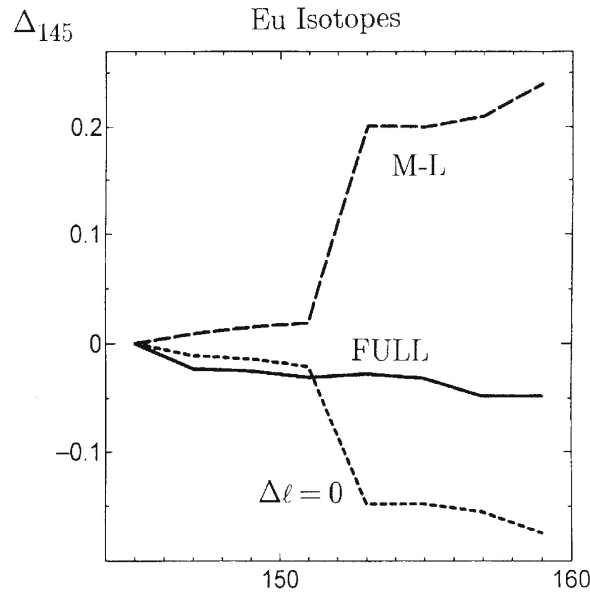


Abbildung 1: Berechnete Hyperfeinanomalie von Europium. Die nach Moskowitz-Lombardi, Schalenmodell $\Delta l = 0$ und Schalenmodell $\Delta l = 2$ berechneten Hyperfeinanomalien zeigen im Gegensatz zu denen von Quecksilber keine Übereinstimmung (aus [Fuji97]). (*Full* bedeutet die Berechnung der Hyperfeinanomalie nach dem Schalenmodell mit $\Delta l = 2$.)

Bestimmung der differentiellen Hyperfeinanomalie für die Weiterentwicklung von Kernmodellen von Bedeutung, da so ermittelt werden kann, welche Beschreibung der Hyperfeinanomalie von Europium den wirklichen Verhältnissen am nächsten kommt.

Mit der Bestimmung von A-Faktoren der Isotope $^{148,149,150,151,153}\text{Eu}^+$ durch Messung von Hyperfeinübergangsfrequenzen in unserer Arbeitsgruppe wurde bereits ein Schritt zur Bestimmung der differentiellen Hyperfein-

anomalie getan ([Ende92], [Beck93], [Beck94], [Marx94], [Ende95], [Zölc96], [Ende96], [Ende97] und andere). Die erreichte relative Ungenauigkeit der A-Faktoren beträgt höchstens $10^{-8} \sim 10^{-9}$, also mehrere Größenordnungen besser, als für eine Bestimmung der differentiellen Hyperfeinanomalie nötig wäre. Die Hyperfeinübergangsfrequenzen wurden durch *Laser-Mikrowellen-Doppelresonanz-Messungen* an in einer Paul-Falle gespeicherten Eu^+ -Ionen bestimmt. Dieses Meßverfahren wurde erstmals 1973 an $^{199}\text{Hg}^+$ -Ionen in einer Ionenfalle angewandt ([Majo73]). Die Speicherung von Ionen in einer Falle bietet den Vorteil, daß im Idealfall nahezu unbegrenzte Speicherzeiten und damit auch Wechselwirkungszeiten erreicht werden können. Damit entfällt die bei Rabi-Apparaturen übliche Flugzeitverbreiterung, wenn die Aufenthaltsdauer im Wechselwirkungsbereich kürzer ist, als die Lebensdauer des Zustandes ([Engl74], [Rams89]). Durch die Speicherung von Ionen in einer Ionenfalle wird die Bewegungsamplitude der gespeicherten Teilchen begrenzt. Üblicherweise sind die Bewegungsamplituden der Ionen kleiner als Wellenlängen der verwendeten Mikrowellen. Dadurch wird das *Dicke-Kriterium* erfüllt, sodaß die Mikrowellenspektren von in einer Ionenfalle gespeicherten Teilchen in erster Ordnung dopplerrfrei sind ([Dick52]).

Zur Bestimmung der differentiellen Hyperfeinanomalie ist die Bestimmung der Kern- g_I -Faktoren mit der erforderlichen Präzision notwendig. Während die Übergänge zur Ermittlung der A-Faktoren bei möglichst kleinem Magnetfeld gemessen wurden, müssen die Übergänge zur Bestimmung der g_I -Faktoren bei großem Magnetfeld durchgeführt werden. Gleichzeitig muß auch das Magnetfeld mit hoher Präzision bestimmt werden. Daher werden Eu^+ -Ionen in einer Penningfalle gespeichert, um an ihnen Doppelresonanzmessungen durchzuführen. Desweiteren muß, wie bei den Doppelresonanzmessungen in der Paulfalle, Puffergas eingesetzt werden, um optisches Pumpen in metastabile Zustände durch Stoßrelaxation zu verhindern. Eine Speicherung von Ionen unter Puffergas in einer Penningfalle ist zunächst nicht ohne weiteres möglich, da Stöße mit dem Puffergas die Teilchenbahnen aufweiten und sie dadurch verloren gehen. Der Einsatz einer zusätzlichen Technik, die ursprünglich für Massenmessungen entwickelt wurde, erlaubt jedoch lange Speicherzeiten auch unter Puffergas bei gleichzeitiger Zentrierung der Ionenwolke in der Falle.

Messungen dieser Art wurden bereits an Ba^+ -Ionen in unserer Arbeitsgruppe zur Bestimmung von g_J - und g_I -Faktoren erfolgreich durchgeführt ([Knöl95], [Marx98]). Im Gegensatz zu Ba^+ weist das Eu^+ wesentlich höhere Kern- und Hüllenspins auf, sodaß insbesondere das Spektrum von Eu^+ im Magnetfeld deutlich komplexer als das von Ba^+ sein wird.

Ziel dieser Arbeit ist es, zunächst die erforderlichen theoretischen Betrachtungen hinsichtlich der Termschemata und Spektren anzustellen, um

ein vollständig neues Experiment aufzubauen und die an Ba^+ -Ionen erfolgreich eingesetzten Methoden auf Eu^+ zu übertragen. Damit soll überprüft werden, ob eine Bestimmung von g_{I} -Faktoren von Europium-Isotopen mit der angestrebten Präzision möglich ist.

Kapitel 1

Das Element Europium

Das Element Europium gehört zur Elementgruppe der 'Seltenen Erden' oder 'Lanthanoiden', die sich über die Kernladungszahlen von 58 bis 71 erstreckt. Charakteristisch für die Lanthanoiden ist die erstmalige Besetzung der 4f-Schale. Europium hat innerhalb der Lanthanoiden eine halbgefüllte 4f-Schale, was zu einem großen Hüllenspin für den elektronischen Grundzustand führt. In der Natur kommt Europium in geringen Mengen als Salz oder Oxid in Lanthanoid-Kristallen vor. Als Metall ist es weich und hat eine geringe Dichte. Weitere physikalische Eigenschaften können Tabelle 1.1 entnommen werden (aus [Holl85]).

Kernladungszahl	63
Atomgewicht (nat. Gemisch)	151,96 amu
Dichte	5,245 g/cm ³
Schmelzpunkt	826 °C
Siedepunkt	1439 °C
1. Ionisierungsenergie	5,674045(3) eV
2. Ionisierungsenergie	11.241(6) eV
Elektronenkonfiguration	[Xe] 4f ⁷ 5d ⁰ 6s ²

Tabelle 1.1: Physikalische Eigenschaften von Europium

Die beiden stabilen Isotope des Europium kommen in der Natur als Gemisch vor, welches aus 47,82 % ¹⁵¹Eu und 52,18 % ¹⁵³Eu besteht. Instabile Isotope können am ISOLDE-Laboratorium (**I**sotope **S**eparation **o**n **l**ine **D**etection) des CERN durch Spallation hergestellt und massensepariert werden. Insgesamt gibt es außer den stabilen Isotopen sieben Isotope, deren Halbwertszeit groß genug ist ($\tau > 24\text{d}$), um die Messungen im Labor der Universität Mainz durchführen zu können (siehe Tab. 1.2).

Isotop	Kernspin	Halbwertszeit
^{145}Eu	5/2	5d
^{146}Eu	4	4,6d
^{147}Eu	5/2	24d
^{148}Eu	5	54d
^{149}Eu	5/2	93d
^{150}Eu	5	36a
^{151}Eu	5/2	stabil
^{152}Eu	3	13a
^{153}Eu	5/2	stabil
^{154}Eu	3	8,8a
^{155}Eu	5/2	5a
^{156}Eu	0	15,2d
^{157}Eu	5/2	15h
^{158}Eu	1	0,77h
^{159}Eu	5/2	0,31h

Tabelle 1.2: Isotope des Europium. Bei den instabilen Isotopen der Massen 147, 148, 149, 150, 152, 154, 155 ist die Halbwertszeit groß genug, um die Messungen im Labor der Universität Mainz durchführen zu können. ([Ahma85], [Radz85])

Aus spektroskopischer Sicht ist Europium ein klassisches Objekt. Mitte der 30er Jahre beobachteten Schüller und Schmidt bei Hyperfeinstrukturuntersuchungen am natürlichen Isotopengemisch $^{151,153}\text{Eu}$ erstmals ein Abweichen der Hyperfeinenergien von der Intervallregel ([Schü35]). Sie leiteten daraus das Vorhandensein elektrischer Quadrupolmomente ab, welche Casimir aus Ihren Meßdaten berechnete ([Casi35]).

Alle Isotope ungerader Massenzahl weisen den gleichen Kernspin $I = \frac{5}{2}$ auf, was mit dem *Einteilchen-Schalenmodell* erklärt werden kann. Entsprechend der Elektronenhülle führt man eine Spin-Bahn-Kopplung der Nukleonen ein. In einem Kernpotential (z. B. Woods-Saxon-Potential) ergeben sich Energieniveaus, die von Nukleonen sukzessive aufgefüllt werden. Aufgrund von Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung koppeln die Neutronen paarweise zu einem Drehimpuls identisch Null, sodaß die Neutronen nicht zum Gesamtkernspin beitragen. Bei den Protonen sind die Unterschalen bis auf die $2d_{\frac{5}{2}}$ -Schale vollständig gefüllt. Die $2d_{\frac{5}{2}}$ -Schale wird bis auf ein Proton vollständig aufgefüllt. Das verbleibende Loch verhält sich wie ein Leuchtproton und bestimmt den Gesamtkernspin der Isotope ungerader Massenzahl zu $I = \frac{5}{2}$.

1.1 Die Feinstruktur von Eu^+

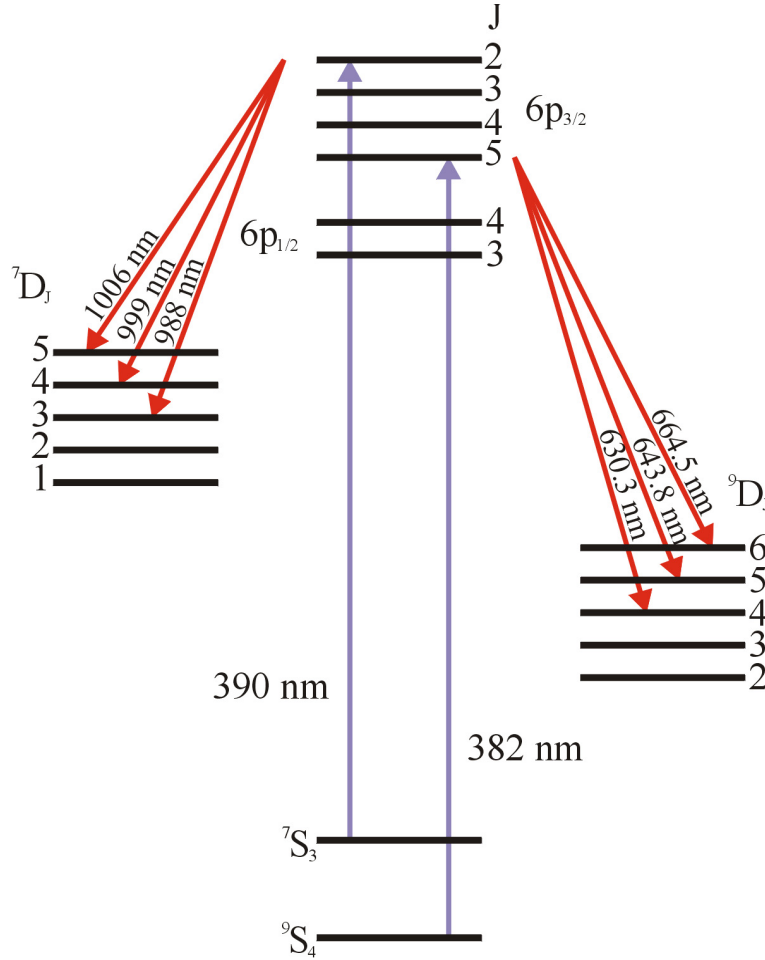


Abbildung 1.1: Feinstruktur des einfach ionisierten Europium. Die Energieabstände sind nicht maßstäblich. Eingezeichnet sind die beiden Pumpschemata für den $^9\text{S}_4$ - und den $^7\text{S}_3$ -Zustand ohne optisches Pumpen ins jeweils andere System. In diesem Experiment wird der $^9\text{S}_4$ -Zustand untersucht.

Ähnlich dem Heliumatom sind die elektronischen Zustände des einfach ionisierten Europiums von der Kopplung zweier Spins geprägt. In der Grundzustandskonfiguration

$$\text{Eu}^+ : [\text{Xe}] 4f^7 5d^0 6s \quad (1.1)$$

besitzt das Europiumion ein 6s-Leuchtelektron mit Spin $\mathbf{S}_1 = \frac{1}{2}$. Die sieben Spins der f-Elektronen koppeln nach Hund'scher Regel alle parallel zu $\mathbf{S}_2 = \frac{7}{2}$;

der Bahndrehimpuls ist $\mathbf{L}_2 = 0$. Grund- und angeregter D-Zustand werden durch reine LS-Kopplung beschrieben. Im Grundzustand koppeln die beiden Spins $\mathbf{S}_1$ und $\mathbf{S}_2$ zu einem Gesamtspin $\mathbf{S} = 3$ (Septett) oder $\mathbf{S} = 4$ (Nonett), sodaß man zwei Zustände erhält:

$$\begin{aligned} |\mathbf{S} = 4, \mathbf{L} = 0; \mathbf{J} = 4\rangle &\Rightarrow {}^9\text{S}_4 \\ |\mathbf{S} = 3, \mathbf{L} = 0; \mathbf{J} = 3\rangle &\Rightarrow {}^7\text{S}_3 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Aufgrund des unterschiedlichen Symmetriecharakters der Ortswellenfunktion unter Teilchenaustausch haben diese beiden Zustände unterschiedliche Energie und es kommt zu einer Aufspaltung von 0.2eV (1669.21cm^{-1}) im Grundzustand. Diese Energie ist z. B. im D-Zustand um den Faktor 15 größer als die Feinstrukturaufspaltung durch Spin-Bahn-Wechselwirkung. Daher addieren sich die Spins zunächst unabhängig zum Gesamtspin; jedes Niveau spaltet in ein deutlich voneinander getrenntes Nonett und Septett auf. Die schwächere Spin-Bahn-Kopplung bewirkt dann eine Kopplung des jeweiligen Gesamtspins mit dem Gesamtbahndrehimpuls zur Feinstrukturaufspaltung $\mathbf{J}$. Für $\mathbf{L}_1 = 2$ erhält man demnach zwei Gruppen mit jeweils fünf D-Zuständen:

$$\begin{aligned} |\mathbf{S} = 4, \mathbf{L} = 2; \mathbf{J} = 6\rangle &\Rightarrow {}^9\text{D}_6 & |\mathbf{S} = 3, \mathbf{L} = 2; \mathbf{J} = 5\rangle &\Rightarrow {}^7\text{D}_5 \\ |\mathbf{S} = 4, \mathbf{L} = 2; \mathbf{J} = 5\rangle &\Rightarrow {}^9\text{D}_5 & |\mathbf{S} = 3, \mathbf{L} = 2; \mathbf{J} = 4\rangle &\Rightarrow {}^7\text{D}_4 \\ |\mathbf{S} = 4, \mathbf{L} = 2; \mathbf{J} = 4\rangle &\Rightarrow {}^9\text{D}_4 & |\mathbf{S} = 3, \mathbf{L} = 2; \mathbf{J} = 3\rangle &\Rightarrow {}^7\text{D}_3 \\ |\mathbf{S} = 4, \mathbf{L} = 2; \mathbf{J} = 3\rangle &\Rightarrow {}^9\text{D}_3 & |\mathbf{S} = 3, \mathbf{L} = 2; \mathbf{J} = 2\rangle &\Rightarrow {}^7\text{D}_2 \\ |\mathbf{S} = 4, \mathbf{L} = 2; \mathbf{J} = 2\rangle &\Rightarrow {}^9\text{D}_2 & |\mathbf{S} = 3, \mathbf{L} = 2; \mathbf{J} = 1\rangle &\Rightarrow {}^7\text{D}_1 \end{aligned} \quad (1.3)$$

In den S- und D-Niveaus sind demnach $\mathbf{L}$, $\mathbf{S}$ und $\mathbf{J}$ gute Quantenzahlen. Es gelten die Auswahlregeln für Multipolstrahlung. Für elektrische Dipolstrahlung ($\Delta\mathbf{L} = \pm 1, \Delta\mathbf{S} = 0$) besteht ein Interkombinationsverbot zwischen Nonett- und Septettsystem. Bei Laseranregung einer der beiden Grundzustände findet also kein optisches Pumpen ins jeweils andere System statt.

Im angeregten P-Zustand erreichen die nach LS-Kopplung verbotenen Interkombinationslinien zwischen P- und Grundzustand ähnliche Intensitäten wie erlaubte Übergänge, was für eine Beschreibung durch JJ-Kopplung spricht ([Drap73]). Der Spin $\mathbf{S}_1$ des Leuchtelektrons koppelt zunächst mit dem Bahndrehimpuls $\mathbf{L}_1 = 1$ zu $\mathbf{J}_1 = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$; die Entartung dieser beiden Zustände wird durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung aufgehoben. Durch Kopplung mit dem Spin der 4f Elektronen $\mathbf{S}_2 = \mathbf{J}_2 = \frac{7}{2}$ spalten beide Terme dann durch JJ-Kopplung in die Niveaus

$$\begin{aligned}
& |6p_{\frac{3}{2}}; J_1 = \frac{3}{2}, J_2 = \frac{7}{2}; J = 5 \rangle & (1.4) \\
|6p_{\frac{1}{2}}; J_1 = \frac{1}{2}, J_2 = \frac{7}{2}; J = 4 \rangle & |6p_{\frac{3}{2}}; J_1 = \frac{3}{2}, J_2 = \frac{7}{2}; J = 4 \rangle \\
|6p_{\frac{1}{2}}; J_1 = \frac{1}{2}, J_2 = \frac{7}{2}; J = 3 \rangle & |6p_{\frac{3}{2}}; J_1 = \frac{3}{2}, J_2 = \frac{7}{2}; J = 3 \rangle \\
& |6p_{\frac{3}{2}}; J_1 = \frac{3}{2}, J_2 = \frac{7}{2}; J = 2 \rangle
\end{aligned}$$

auf. Stellt man die obigen 6p-Zustände in einer Basis aus reinen LS-Zuständen dar, so zeigt sich, daß der Zustand mit $J=5$ als reiner Nonett-Zustand 9P_5 und der Zustand mit $J=2$ als reiner Septett-Zustand 7P_2 dargestellt werden können, da hier der Gesamtspin eine gute Quantenzahl ist ([Guth68]). Der $6p_{\frac{3}{2}}, J = 5$ -Zustand (im weiteren als 9P_5 bezeichnet) ist der gestreckte Zustand mit parallelem $\mathbf{S}_1$, $\mathbf{L}_1$ und $\mathbf{S}_2$. Aufgrund der Auswahlregeln für elektrische Dipolstrahlung ist vom 9P_5 -Zustand nur ein Zerfall ins Nonettsystem möglich, wodurch bei Anregung vom 9S_4 in den 9P_5 -Zustand optisches Pumpen ins Septettsystem ausgeschlossen ist. Dies ist auch der in diesem Experiment verwendete Übergang zur Anregung der Ionen mit einem Laser.

Abb. 1.1 zeigt die Lage der einzelnen Zustände nicht maßstabsgetreu, jedoch in richtiger energetischer Reihenfolge mit den Übergangswellenlängen beider möglicher Pumpschemata ohne optisches Pumpen ins jeweils andere System ([NBS71], [Sen87]). Die optische Anregung erfolgt in diesem Expe-

Übergang 9P_5 nach	Übergangsrate [10^7 s^{-1}]	relative Intensität
9S_4	12.7(8)	100
9D_6	0.22(1)	9.9
9D_5	0.78(1)	3.6
9D_4	0.22(1)	1.04

Tabelle 1.3: Abregungskanäle des 9P_5 - Zustandes ([Karn81])

riment vom 9S_4 - in den 9P_5 -Zustand mit einem Laser bei $\approx 382 \text{ nm}$. Von dort ist eine Abregung in den 9S_4 -Grundzustand oder in die ${}^9D_{6,5,4}$ -Zustände möglich. Da der Übergang ins 9D_6 -Niveau die höchste relative Intensität der Übergänge in die D-Zustände hat (siehe Tab. 1.3) und es aus technischen Gründen sehr schwierig sein wird, auf dem Anregungsübergang nachzuweisen, verwenden wir diesen als Nachweisübergang. Bei diesem Pumpschema erhält man jedoch optisches Pumpen in die D-Zustände, da es sich von den D-Zuständen in den Grundzustand um verbotene Übergänge handelt. Dies wurde bislang bei den Messungen zur Hyperfeinstruktur durch den Einsatz von Stickstoff als Puffergas bei Drücken von $\approx 10^{-4} \text{ mbar}$, wodurch die Ionen

strahlungslos per Stoßrelaxation aus den D-Zuständen in den Grundzustand zurückkehren, verhindert ([Beck90], [Zölc96], [Ende96], [Beck94], [Ende97], [Beck93] und weitere). Auch in diesem Experiment wird Puffergas bei ähnlichen Drücken zur Entvölkerung der D-Zustände verwendet.

1.2 Die Hyperfeinstruktur von Eu^+

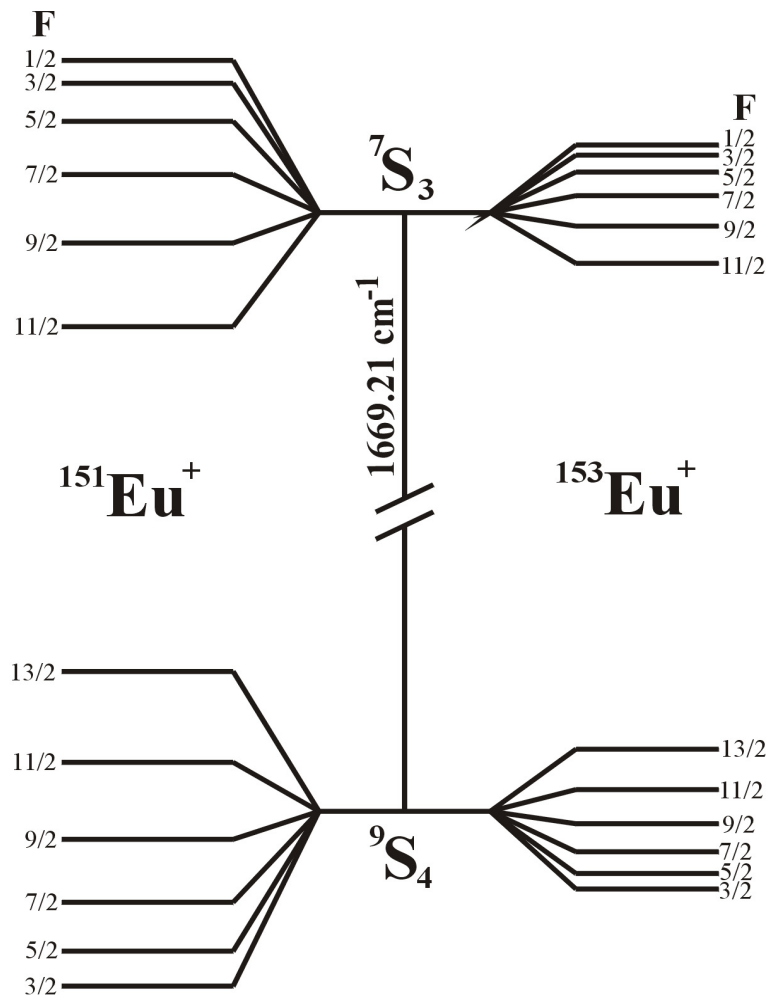


Abbildung 1.2: Hyperfeinstruktur der beiden Grundzustände $^9\text{S}_4$ und $^7\text{S}_3$ für die beiden stabilen Isotope $^{151}\text{Eu}^+$ und $^{153}\text{Eu}^+$. Der Abstand zwischen den Feinstruktur-niveaus ist nicht maßstäblich.

Die Effekte der Hyperfeinstruktur bestehen aus einer Aufspaltung der Spektrallinien und einer Frequenzverschiebung des Linienschwerpunktes der

einzelnen optischen Feinstrukturübergänge. Die Verschiebung des Linienschwerpunktes wird als *Isotopieverschiebung* (IS) bezeichnet und ist so klein, daß nur Differenzen zwischen benachbarten Isotopen nachweisbar sind. Sie wird auf unterschiedliche Kernmassen und Kernvolumina der Isotope zurückgeführt.

Die Hyperfeinstrukturaufspaltung (HFS) ist das Resultat der Wechselwirkung des magnetischen Dipolmomentes des Kernes μ_I mit dem von den Hüllenelektronen am Kernort erzeugten mittleren Magnetfeld $\langle H_{JJ}(0) \rangle$, sowie durch die Wechselwirkung des elektrischen Quadrupolmomentes Q_s des Kernes mit dem von den Hüllenelektronen am Kernort erzeugten mittleren elektrischen Feldgradienten $\langle \Phi_{JJ}(0) \rangle$. Die Feinstrukturniveaus $E_{FS}(J)$ spalten in Hyperfein-Multipletts auf, was durch die Quantenzahl F , die aus der Kopplung von Hüllenspin J und Kernspin I hervorgeht, beschrieben wird.

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}, \quad |\mathbf{I} - \mathbf{J}| \leq \mathbf{F} \leq \mathbf{I} + \mathbf{J} \quad (1.5)$$

Zwischen der Energie eines Hyperfeinniveaus mit dem Gesamtspin F und den Quantenzahlen J , I und F gibt es folgenden Zusammenhang ([Bran83]):

$$E_{HFS} = E_{FS} + \frac{C}{2} \cdot A + \frac{3}{4} \cdot \frac{C(C+1) - I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)J(2J-1)} \cdot B \quad (1.6)$$

$$\text{mit } C = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$$

$$\text{und } A = \frac{\mu_I \langle JJ | H(0) | JJ \rangle}{IJ} \equiv \frac{1}{IJ} \mu_I \langle H_{JJ}(0) \rangle,$$

$$B = eQ_s \langle JJ | \Phi_{zz}(0) | JJ \rangle \equiv eQ_s \langle \Phi_{JJ}(0) \rangle$$

Der zweite Term in Gl. 1.6 mit dem *Intervallfaktor* A beschreibt die magnetische Dipolwechselwirkung zwischen Kern und Hülle; der dritte Term mit der *Quadrupolkopplungskonstanten* B berücksichtigt die elektrische Quadrupolwechselwirkung. A heißt Intervallfaktor, weil sich bei rein magnetischer Wechselwirkung die Energiedifferenz zweier benachbarter Hyperfeinniveaus durch

$$E_{HFS}(F) - E_{HFS} = A \cdot F \quad (1.7)$$

beschreiben läßt. Weiter gilt für ein Hyperfeinstruktur-Multiplett bei rein magnetischer Wechselwirkung zwischen Kern und Hülle die Schwerpunkregel:

$$\sum_{F=F_{\min}}^{F=F_{\max}} = (2F+1) \cdot \Delta E_{HFS}(F) = 0 \quad (1.8)$$

Sie besagt, daß der Schwerpunkt der Hyperfeinstrukturterme gleich der Lage des Feinstrukturtermes ist.

Die beiden stabilen Isotope $^{151,153}\text{Eu}^+$ haben beide einen Kernspin von $I = \frac{5}{2}$, sodaß $^9\text{S}_4$ - und $^7\text{S}_3$ -Zustand in jeweils sechs Hyperfeinzustände aufspalten und sich für den $^9\text{S}_4$ - und $^7\text{S}_3$ -Zustand die Term Lage in Abb. 1.2 ergibt ([Beck93]).

1.3 Detaillierte Betrachtung der Hyperfeinstruktur von Eu^+

Bei vorangegangenen Messungen am Europium-Ion zur Bestimmung der Konstanten der Hyperfeinwechselwirkung in unserer Arbeitsgruppe zeigte sich, daß Gl. 1.6 nicht ausreichend ist, um aus den sehr präzise gemessenen Übergangsfrequenzen die Konstanten der Hyperfeinwechselwirkung zu gewinnen. Es müssen sowohl Effekte zweiter Ordnung Störungsrechnung, als auch relativistische Effekt berücksichtigt werden. Da ein Verständnis dieser Zusammenhänge auch für Betrachtungen des Eu^+ im starken Magnetfeld von Bedeutung ist, werden diese im folgenden kurz dargestellt; eine detaillierte Beschreibung findet sich in [Ende96].

1.3.1 Nichtrelativistische Hyperfeinstruktur

C. Schwarz beschreibt in [Schw55] die Hyperfeinwechselwirkung als Summe der einzelnen Multipolwechselwirkungen:

$$H_{\text{HFS}} = \sum_{k \geq 1} T^k(n) \cdot T^k(e) \quad (1.9)$$

Die Wechselwirkung der Ordnung $k = 0$ entspricht den Effekten der Isotopieverschiebung und wird hier nicht weiter berücksichtigt. Die Ordnung $k = 1$ beschreibt die Wechselwirkung des magnetischen Dipolmomentes des Kernes mit dem von den Elektronen am Ort des Kernes erzeugten magnetischen Feld, $k = 2$ die Wechselwirkung des elektrischen Kernquadrupolmomentes mit dem Gradienten des elektrischen Feldes der Hüllenelektronen am Kernort. Die Ordnungen $k = 3, 4$ entsprechen der magnetischen Oktupol- und der elektrischen Hexadecapolwechselwirkung. Sie sind meist einige Größenordnungen kleiner und können vernachlässigt werden.

Für die Energieverschiebung der Hyperfeinniveaus erhält man in Störungsrechnung erster Ordnung:

1.3. DETAILLIERTE BETRACHTUNG DER HYPERFEINSTRUKTUR VON EU^{+21}

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{HFS}} &= \langle \mathbf{J} \mathbf{I} \mathbf{F} | \mathbf{H}_{\text{HFS}} | \mathbf{J} \mathbf{I} \mathbf{F} \rangle \\ &= \sum_{k \geq 1} \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbf{J} & \mathbf{I} & \mathbf{F} \\ \mathbf{I} & \mathbf{J} & k \end{array} \right\} \langle \mathbf{J} || T^k(n) || \mathbf{J} \rangle \langle \mathbf{I} || T^k(e) || \mathbf{I} \rangle\end{aligned}\quad (1.10)$$

Mithilfe der Eigenschaften des 6j-Symbols und unter Beachtung der Dreiecksregel ergibt sich die maximale Multipolordnung der Hyperfeinwechselwirkung bei gegebenen $\mathbf{I}$ und $\mathbf{J}$ zu ([Edmo64]):

$$k_{\max} = 2 \min\{\mathbf{I}, \mathbf{J}\} \quad (1.11)$$

Durch Einführung sogenannter generalisierter Hyperfeinwechselwirkungskonstanten ([Schw55])

$$A_k(\mathbf{J}) = \langle \mathbf{I} || T_0^k(n) || \mathbf{I} \rangle \langle \mathbf{J} || T_0^k(e) || \mathbf{J} \rangle \quad (1.12)$$

kann Gl. 1.10 umgeformt werden in:

$$\Delta E_{\text{HFS}} = \sum_{k=1}^{k_{\max}} (-1)^{\mathbf{J}+\mathbf{I}+\mathbf{F}} \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbf{J} & \mathbf{I} & \mathbf{F} \\ \mathbf{I} & \mathbf{J} & k \end{array} \right\} \frac{A_k(\mathbf{J})}{\begin{pmatrix} \mathbf{J} & k & \mathbf{J} \\ -\mathbf{J} & 0 & \mathbf{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & k & \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & 0 & \mathbf{I} \end{pmatrix}} \quad (1.13)$$

Der Zusammenhang zwischen den generalisierten Hyperfeinwechselwirkungskonstanten ist:

$$\begin{aligned}A_1(\mathbf{J}) &= \mathbf{I} \mathbf{J} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{J}) \quad , \quad A_2(\mathbf{J}) = \frac{1}{4} \mathbf{B}(\mathbf{J}) \\ A_3(\mathbf{J}) &= \mathbf{C}(\mathbf{J}) \quad , \quad A_4(\mathbf{J}) = \mathbf{D}(\mathbf{J})\end{aligned}\quad (1.14)$$

Explizite Berechnung der 3j- und 6j-Symbole in Gl. 1.13 führt dann mit Gl. 1.14 zur bekannten Gleichung für die Hyperfeinwechselwirkung (Gl. 1.6).

Betrachtet man den Hamiltonoperator der Hyperfeinstruktur (Gl. 1.9) in Störungsrechnung zweiter Ordnung in Abhängigkeit einer beliebigen Quantenzahl Q ,

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{HFS}} &= \langle Q | \mathbf{H}_{\text{HFS}} | Q \rangle + \sum_{Q \neq Q'} \frac{|\langle Q | \mathbf{H}_{\text{HFS}} | Q' \rangle|^2}{E_Q - E_{Q'}} \\ \text{mit } Q, Q' &= \mathbf{J}, \mathbf{I}, \mathbf{F}\end{aligned}\quad (1.15)$$

so erkennt man, daß die Beiträge in Störungsrechnung zweiter Ordnung umso größer sind, je kleiner die Energieabstände $E_Q - E_{Q'}$ sind. Bisher wurden $\mathbf{J}$, $\mathbf{I}$ und $\mathbf{F}$ als gute Quantenzahl betrachtet. Ob die Beiträge in Störungsrechnung

vernachlässigt werden können, hängt natürlich auch von der erreichten Meßgenauigkeit ab. Im Fall des Europiums kann der Kernspin $\mathbf{I}$ auch weiterhin als gute Quantenzahl betrachtet werden, da die Energiedifferenzen benachbarter Kernniveaus sehr groß sind (im Bereich MeV). Für den Hüllenspin $\mathbf{J}$ müssen auch Beiträge in Störungsrechnung zweiter Ordnung berücksichtigt werden. Die Energiabstände benachbarter Feinstruktur-niveaus sind teilweise sehr klein ($< 1\text{eV}$) und führen zu erheblichen Beiträgen als Nichtdiagonalelemente. $\mathbf{J}$ ist also keine gute Quantenzahl mehr.

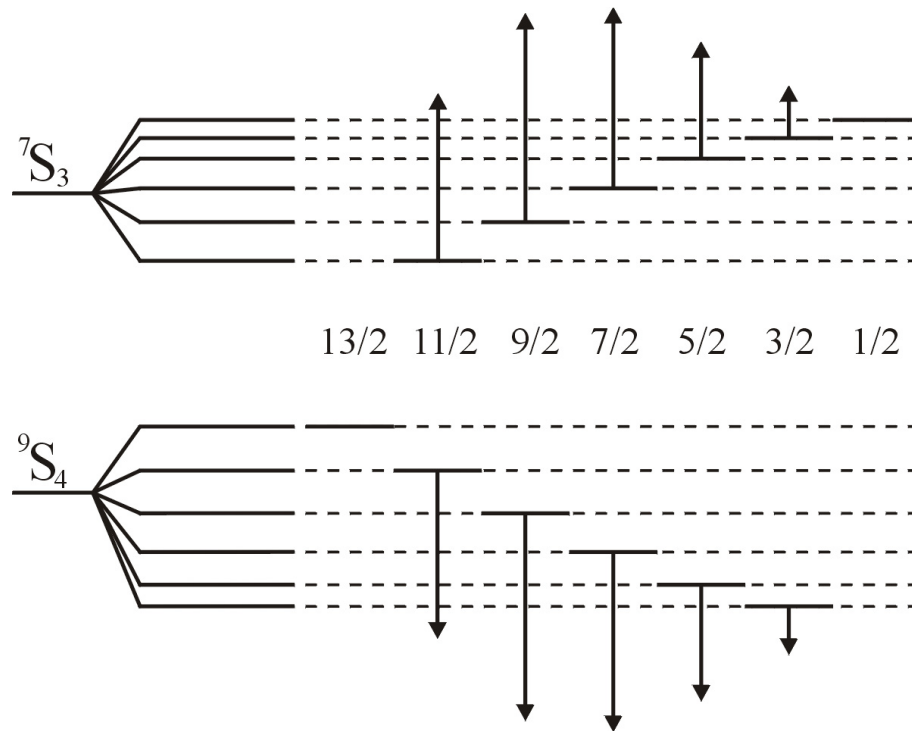


Abbildung 1.3: Abstoßung von Hyperfeinniveaus im ${}^9\text{S}_4$ - Zustand durch Hyperfeinniveaus im ${}^7\text{S}_3$ -Zustand. Nur Hyperfeinniveaus gleicher $\mathbf{F}$ - Quantenzahl stoßen sich ab. Die Verschiebung ist für beide Niveaus gleicher $\mathbf{F}$ -Quantenzahl gleich groß, jedoch die Richtung ist entgegengesetzt. Die Längenverhältnisse der Pfeile repräsentieren die Verschiebungsverhältnisse.

Betrachtet man Gl. 1.10 in einer etwas allgemeineren Form, so läßt sich ermitteln, welche Nichtdiagonalelemente in Störungsrechnung zweiter Ordnung beitragen ([Lind74]):

1.3. DETAILLIERTE BETRACHTUNG DER HYPERFEINSTRUKTUR VON Eu^{+23}

$$\begin{aligned}
 \langle \mathbf{J} \mathbf{I} | \mathbf{H}_{\text{HFS}} | \mathbf{J} \mathbf{I} \rangle &\rightarrow \langle \gamma \mathbf{J} \mathbf{I} \mathbf{F} \mathbf{m}_{\mathbf{F}} | \mathbf{H}_{\text{HFS}} | \gamma' \mathbf{J}' \mathbf{I}' \mathbf{F}' \mathbf{m}'_{\mathbf{F}} \rangle = \\
 &\sum_{k \geq 1} \delta(\mathbf{m}_{\mathbf{F}}, \mathbf{m}'_{\mathbf{F}}) \delta(\mathbf{F}, \mathbf{F}') (-1)^{J'+I+\mathbf{F}} \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbf{J}' & \mathbf{I}' & \mathbf{F} \\ \mathbf{I} & \mathbf{J} & k \end{array} \right\} \cdot \quad (1.16) \\
 &\sum_{\gamma''} \langle \gamma \mathbf{J} || T^k(n) || \gamma'' \mathbf{J}' \rangle \langle \gamma'' \mathbf{I} || T^k(e) || \gamma' \mathbf{I}' \rangle
 \end{aligned}$$

$\mathbf{F}$ und $\mathbf{m}_{\mathbf{F}}$ sind demnach gute Quantenzahlen, während man in $\mathbf{J}$ Nichtdiagonalelemente für

$$\mathbf{J} - \mathbf{J}' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm k \quad (1.17)$$

erhält. Beim Eu^{+} müssen vor allem die beiden Grundzustände $^9\text{S}_4$ und $^7\text{S}_3$ berücksichtigt werden, da ihre Energiedifferenz nur 0.2 eV beträgt. Für diese beiden Zustände führen Nichtdiagonalelemente in $\mathbf{J}$ zu einer Abstoßung von Hyperfeinniveaus mit gleichem $\mathbf{F}$ aber unterschiedlichem $\mathbf{J}$ (Abb. 1.3).

1.3.2 Relativistische Hyperfeinstruktur

In einer *strengen* Betrachtung der Hyperfeinstruktur ist die Berücksichtigung des relativistischen Hamiltonoperators und der relativistischen Feinstruktur-Wellenfunktionen unabdingbar. Die relativistischen Effekte der Hyperfeinstruktur lassen sich aber auch durch sogenannte *effektive Operatoren* beschreiben, die auf nichtrelativistische LS-Zustände wirken und zu gleichen Erwartungswerten führen, wie der relativistische Hyperfein-Hamiltonoperator, der auf relativistische jj-Zustände wirkt ([Sand65]):

$$\langle \Phi | \mathbf{H}_{\text{HFS}}^{\text{rel}} | \Phi' \rangle = \langle \Psi | \mathbf{H}_{\text{HFS}}^{\text{eff}} | \Psi' \rangle \quad (1.18)$$

Als Ansatz für einen effektiven Hyperfeinstruktur-Hamiltonoperator unter Berücksichtigung der Multipolentwicklung von Gl. 1.12 findet man in [Sand65]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_{\text{HFS}}^{\text{eff}} &= \sum_{k \geq 1} T^k(n) \cdot T_{\text{eff}}^k(e) \quad (1.19) \\
 \text{mit } T_{\text{eff}}^k(e) &= \sum_{k_s, k_l} P^{(k_s k_l)k} U^{(k_s k_l)k}
 \end{aligned}$$

$U^{(k_s k_l)k}$ ist ein Doppeltensoroperator vom Rang k_s im Spinraum, vom Rang k_l im Drehimpulsraum und vom Rang k im kombinierten Raum. Die $P^{(k_s k_l)k}$ sind Konstanten des durch $U^{(k_s k_l)k}$ bestimmten Raumes.

Die möglichen Werte von k_s , k_l und k sind vollständig durch die Eigenschaften des Doppeltensoroperators und der Kopplung zu k festgelegt ([Chil72])

$$\begin{aligned} k_s &= 0, 1 & 0 \leq k_l \leq 2l \\ k_s + k_l + k &= \text{gerade} & 0 \leq k \leq 2l + 1 \end{aligned} \quad (1.20)$$

wobei l der Drehimpuls der offenen Schale ist. Für jede Multipolordnung hat der effektive Operator also drei Beiträge proportional zu:

$$U^{(0\ k)k}, U^{(1\ k-1)k} \text{ und } U^{(1\ k+1)k} \quad (1.21)$$

Um aber die relativistischen Hyperfeinstruktureffekte berechnen zu können, müssen auch die Konstanten $P^{(k_s k_l)k}$ bekannt sein. Der Beitrag von Sanders und Beck ([Sand65]) liegt in der expliziten Angabe der $P^{(k_s k_l)k}$ in Form von relativistischen Radialintegralen, welche den Erwartungswert $\langle r^{-3} \rangle_{nl}^{k_s k_l}$ bezüglich relativistischer Wellenfunktionen berechnen. In den ersten beiden Multipolordnungen $k = 1, 2$ treten nach Gl. 1.21 insgesamt sechs dieser Erwartungswerte auf ([Bütt82], [Lind74]):

$$\begin{aligned} \langle r^{-3} \rangle_{nl}^{01} &= -\frac{e}{\mu_B} \frac{1}{(2l+1)^2} [-(l+1)P_{++} + P_{+-} + lP_{--}] \\ \langle r^{-3} \rangle_{nl}^{12} &= -\frac{e}{\mu_B} \frac{1}{3(2l+1)^2} [2(l+1)(2l-1)P_{++} - (2l-1)(2l+3)P_{+-} - 2l(2l+3)P_{--}] \\ \langle r^{-3} \rangle_{nl}^{10} &= \frac{e}{\mu_B} \frac{2}{3(2l+1)^2} [(l+1)^2 P_{++} + 2l(l+1)P_{+-} + l^2 P_{--}] \\ \langle r^{-3} \rangle_{nl}^{02} &= \frac{1}{(2l+1)^2} [(l+2)(2l-1)T_{++} + 6T_{+-} + (2l+3)(l-1)T_{--}] \\ \langle r^{-3} \rangle_{nl}^{13} &= -\frac{1}{2l+1} \sqrt{\frac{2l(l+2)(l-1)l(l+1)}{5(2l+3)(2l+1)(2l-1)}} [(2l-1)T_{++} + 4T_{+-} - (2l+3)T_{--}] \\ \langle r^{-3} \rangle_{nl}^{11} &= -\frac{1}{2l+1} \sqrt{\frac{6l(l+1)}{5(2l+1)}} [-(l+2)T_{++} + 3T_{+-} + (l-1)T_{--}] \end{aligned} \quad (1.22)$$

Die relativistischen Radialintegrale P, T sind wiederum durch

$$\begin{aligned} P_{jj'} &= \int_0^\infty \frac{F_{nlj} G_{nlj'} + G_{nlj} F_{nlj'}}{r^2} dr \\ T_{jj'} &= \int_0^\infty \frac{F_{nlj} F_{nlj'} + G_{nlj} G_{nlj'}}{r^3} dr \end{aligned} \quad (1.23)$$

1.3. DETAILLIERTE BETRACHTUNG DER HYPERFEINSTRUKTUR VON Eu^{+25}

gegeben, wobei die F_{nlj} und G_{nlj} der großen und der kleinen Komponente der Diracgleichung entsprechen und die beiden Indices $\pm$ in Gl. 1.22 für die beiden Fälle $j = l + \frac{1}{2}$ und $j = l - \frac{1}{2}$ stehen.

Mithilfe der in Gl. 1.22 angegebenen Erwartungswerte können die sogenannten *relativistischen Radialparameter der Hyperfeinstruktur* definiert werden ([Bütt82]):

$$a_{nl}^{k_s k_l} = \frac{2\mu_B \mu_I}{hI} \langle r^{-3} \rangle_{nl}^{k_s k_l} \quad \text{magnetische Dipolwechselwirkung} \quad (1.24)$$

$$b_{nl}^{k_s k_l} = \frac{e^2 Q}{h} \langle r^3 \rangle_{nl}^{k_s k_l} \quad \text{elektrische Quadrupolwechselwirkung}$$

Mit diesen wiederum kann der effektive Operator der magnetischen Dipolwechselwirkung als

$$H^{\text{eff}}(\text{M1}) = \frac{hIT^1(n)}{\mu_I} \sum_i \left(a_{nl}^{01} \vec{l}_i - \sqrt{10} a_{nl}^{12} (\vec{s}_i C_i^2)^l + a_{nl}^{10} \vec{s}_i \right) \quad (1.25)$$

und der effektive Operator der elektrischen Quadrupolwechselwirkung als

$$H^{\text{eff}}(\text{E2}) = \frac{hT^2(n)}{eQ} \sum_i \left(-b_{nl}^{02} C_i^2 + \sqrt{\frac{3}{10}} b_{nl}^{13} U_i^{(13)2} + \sqrt{\frac{3}{10}} b_{nl}^{11} U_i^{(11)2} \right) \quad (1.26)$$

dargestellt werden. Der Operator C^2 in Gl. 1.25 und 1.26 ist ein Tensoroperator vom Rang zwei; der Wert von C_q^2 ist proportional zum sphärisch harmonischen Operator Y^{2q} ([Chil72]). Die Tensoroperatoren des Kernanteils sind ([Schw55]):

$$\begin{aligned} \langle \text{II} | T_0^1(n) | \text{II} \rangle &= \mu_I \\ \langle \text{II} | T_0^2(n) | \text{II} \rangle &= \frac{1}{2} eQ \end{aligned} \quad (1.27)$$

Das Eu^{+} verfügt in beiden Zuständen $^9\text{S}_4$ und $^7\text{S}_3$ über zwei offene Schalen, die zur Hyperfeinstruktur beitragen:

$$\begin{aligned} 6s\text{-Schale} &\Rightarrow l = 0 \\ 4f\text{-Schale} &\Rightarrow l = 3 \end{aligned} \quad (1.28)$$

Daraus ergeben sich mit Gl. 1.21 die in Tab. 1.4 aufgelisteten Radialparameter, die beim Europium zur Hyperfeinstruktur beitragen. Die Matrixelemente der effektiven Operatoren von Gl. 1.25 und 1.26 können mit Racah-Algebra

Multipolordnung	6s-Schale	4f-Schale
$k = 1$	a_{6s}^{10}	$a_{4f}^{01}, a_{4f}^{12}, a_{4f}^{10}$
$k = 2$	–	$b_{4f}^{02}, b_{4f}^{13}, b_{4f}^{11}$
$k = 3$	–	$c_{4f}^{03}, c_{4f}^{14}, a_{4f}^{12}$
$k = 4$	–	$d_{4f}^{04}, d_{4f}^{15}, d_{4f}^{13}$

Tabelle 1.4: Radialparameter bis zur Multipolordnung $k = 4$, die zur Hyperfeinstruktur des einfach ionisierten Europium beitragen

und Anwendung des Wigner-Eckart-Theorems berechnet werden. Ein detaillierte Herleitung findet sich in [Chil73]; eine explizite Angabe der Matrixelemente von Gl. 1.25 und 1.26 für eine offene Schale in [Chil72]. Die Matrixelemente für den für Eu^+ relevanten Fall von zwei offenen Schalen der Konfiguration $l^N l'$ finden sich in [Chil70] und sind wegen der Länge der Ausdrücke im Anhang (Gl. A.1 und A.2) angegeben. Die Matrixelemente von Gl. A.1 und Gl. A.2 lassen sich mit entsprechendem Aufwand bis auf die Radialparameter berechnen; die vorkommenden 9j-Symbole können durch 6j-Symbole dargestellt werden, eine Definition der reduzierten Matrixelemente $V^{(12)}$, $V^{(11)}$ und $V^{(13)}$ findet sich in [Wybo65]. Die reduzierten Matrixelemente könne auch Tabellen in [Raca43], [Niel63] und [Yuts67] entnommen werden.

Die größte Schwierigkeit bereitet jedoch die Berechnung der relativistischen Radialintegrale (Gl. 1.22). Dazu bieten sich zwei Möglichkeiten:

- **Theoretische Berechnung**

Dabei werden zuerst die relativistischen Wellenfunktionen in selbstkonsistenten Näherungsverfahren berechnet, um anschließend mit den Wellenfunktionen die Radialintegrale zu berechnen. Ein Überblick über die relativistischen Näherungsverfahren kann in [Gran70], [Lind74] und [Desc80] nachgelesen werden.

- **Anpassung an experimentelle Daten**

Dieses Verfahren wurde zur Auswertung in unserer Arbeitsgruppe gemessener Übergangsfrequenzen von Eu^+ zur Berechnung der Konstanten der Hyperfeinwechselwirkung angewandt. Die Konstanten und Radialparameter der Hyperfeinwechselwirkung werden in mehreren Iterationsschritten angepaßt, bis deren Änderung von Iterationsschritt zu

1.3. DETAILLIERTE BETRACHTUNG DER HYPERFEINSTRUKTUR VON Eu^{+27}

Iterationsschritt kleiner als eine bestimmte Grenze wird (Konvergenzkriterium). Da hier auch Störungsrechnung zweiter Ordnung mitberücksichtigt wird und dafür schon Radialparameter als Startwert benötigt werden, werden diese zunächst theoretisch bestimmt. Eine detaillierte Beschreibung dieses Verfahrens kann in [Ende96] nachgelesen werden. Die aus den Messungen ermittelten Radialparameter der stabilen Isotope $^{151,153}\text{Eu}^{+}$ sind in [Beck93] aufgeführt.

1.3.3 Feinstrukturwellenfunktionen

Sowohl zur Berechnung der Störungsrechnung zweiter Ordnung, als auch der relativistischen Beiträge zur Hyperfeinstruktur ist die Kenntnis der Feinstrukturwellenfunktionen der beiden Grundzustände $^9\text{S}_4$ und $^7\text{S}_3$ unabdingbar. Wegen der Anwendung von *effektiven Operatoren* ist die Kenntnis der nichtrelativistischen Feinstrukturwellenfunktionen ausreichend. Zur Feinstruktur tragen hauptsächlich die Coulomb- und die Spin-Orbit-Wechselwirkung und in geringerem Maße die Spin-Spin-, Orbit-Orbit und Spin-other-Orbit-Wechselwirkung bei.

Auch hier bietet sich wieder die Möglichkeit der rein theoretischen Berechnung der Feinstrukturwellenfunktionen. Das wohl bekannteste Verfahren dazu ist das *selbstkonsistente Hartree-Fock Näherungsverfahren*, welches in [Froe77] detailliert beschrieben wird. Dieses Verfahren liefert bei einem einfachen System zwar gute Übereinstimmung mit dem Experiment, führt aber bei komplexen Systemen wie dem Eu^{+} zu unverhältnismäßig hohem Rechenaufwand, der auch mit heutiger Rechnerleistung nicht zu bewältigen ist.

Ein guter Vergleich von theoretischen Feinstrukturwellenfunktionen mit experimentellen Daten ist mit dem g_J -Faktor möglich. Der g_J -Faktor in reiner LS-Kopplung ist durch die *Landé-Gleichung* gegeben:

$$g_J(|\text{LS}\rangle) = 1 + (g_s - 1) \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (1.29)$$

mit $g_s =$ g-Faktor des Elektronenspins

Stellt man die angepaßte Wellenfunktion des realen Zustands Ψ als Linearkombination von reinen LS-Basiszuständen

$$\Psi = \sum_{i=1}^n \alpha_i |\text{LS}\rangle_i \quad (1.30)$$

mit $\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1$

dar, so ergibt sich der theoretische g_J -Faktor des realen Zustandes zu:

$$g_J(\Psi) = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 g_J(|LS\rangle_i) \quad (1.31)$$

Durch Vergleich von Gl. 1.31 mit experimentell bestimmten g_J -Faktoren erhält man Aufschluß über die Qualität der Anpassung.

Die Wellenfunktionen der beiden relevanten Zustände wurden von J. Dembczyński in einem semi-empirischen Verfahren angepaßt und lauten für den 9S_4 -Zustand

$$\begin{aligned} |4f^7(^8S)6s; ^9S_4\rangle = & \quad (1.32) \\ & +0.984145 \cdot |4f^7(^8S)6s; ^9S_4\rangle + 0.175147 \cdot |4f^7(^6P)6s; ^7P_4\rangle \\ & -0.003930 \cdot |4f^7(^6D)6s; ^5D_4\rangle - 0.014394 \cdot |4f^7(^6D)6s; ^7D_4\rangle \\ & +0.000559 \cdot |4f^7(^6F)6s; ^5F_4\rangle + 0.001220 \cdot |4f^7(^6F)6s; ^7F_4\rangle + \dots \end{aligned}$$

und für den 7S_3 -Zustand

$$\begin{aligned} |4f^7(^8S)6s; ^7S_3\rangle = & \quad (1.33) \\ & +0.983607 \cdot |4f^7(^8S)6s; ^7S_3\rangle + 0.173356 \cdot |4f^7(^6P)6s; ^5P_3\rangle \\ & -0.040536 \cdot |4f^7(^6P)6s; ^7P_3\rangle - 0.014195 \cdot |4f^7(^6D)6s; ^5D_3\rangle \\ & +0.006175 \cdot |4f^7(^6D)6s; ^7D_3\rangle + 0.001178 \cdot |4f^7(^7F)6s; ^5F_3\rangle \\ & -0.000797 \cdot |4f^7(^6F)6s; ^7F_3\rangle + \dots \end{aligned}$$

Dabei ist $\mathbf{J}$ weiterhin eine gute Quantenzahl, während natürlich $\mathbf{L}$ und $\mathbf{S}$ keine guten Quantenzahlen mehr sind.

1.4 Der Zeemaneffekt der Hyperfeinstruktur

Bislang blieben Magnetfelder bei den Ausführungen zu den Effekten der Hyperfeinstruktur noch unberücksichtigt. In diesem Experiment sollen jedoch spektroskopische Untersuchungen an Eu^+ -Ionen durchgeführt werden, die einem Magnetfeld ausgesetzt werden.

Ein äußeres Magnetfeld führt dazu, daß die Entartung bezüglich der Magnetquantenzahl $\mathbf{m}_F$ aufgehoben wird und jedes Hyperfeinniveau in $2F + 1$ Zeemanzustände aufspaltet. Der Hamiltonoperator des Zeeman-Effektes mit einem äußeren Magnetfeld in z -Richtung lautet:

$$H_{\text{Zee}} = (g_J J_z + g_I' I_z) \mu_B B = g_J \mu_B B (J_z + \gamma I_z) \quad (1.34)$$

$$\text{mit } g'_I = g_I \cdot \frac{\mu_K}{\mu_B}, \gamma = \frac{g_I}{g_J} \cdot \frac{\mu_K}{\mu_B}$$

sowie $J_z, I_z =$ Projektionen von $\mathbf{J}, \mathbf{I}$ auf Richtung des äußeren Magnetfeldes

Der Hamiltonoperator ist diagonal in $\mathbf{I}$ und $\mathbf{J}$; das Matrixelement des Zeemanoperators bezüglich zweier Hyperfeinstruktur-Zustände ist ([Chil73]):

$$\begin{aligned} < JIFm_F | H_{Zee} | JIF'm_F > = \\ & \mu_B B (-1)^{F-m_F+I+J+1} \sqrt{(2F+1)(2F'+1)} \begin{pmatrix} F & 1 & F' \\ -m_F & 0 & m_F \end{pmatrix} \times \\ & \left[g_J (-1)^{F'} \sqrt{J(J+1)(2J+1)} \begin{Bmatrix} F & F' & 1 \\ J & J & I \end{Bmatrix} \right. \\ & \left. + g'_I (-1)^F \sqrt{I(I+1)(2I+1)} \begin{Bmatrix} F & F' & 1 \\ I & I & J \end{Bmatrix} \right] \end{aligned} \quad (1.35)$$

Aus den Eigenschaften der 3j- und 6j-Symbole und der Dreiecksbeziehung erkennt man sofort, daß in Gl. 1.35 neben den Diagonalelementen mit $F = F'$ nur Nichtdiagonalelemente mit $F' = F \pm 1$ auftreten, wobei die Gesamtmatrix symmetrisch ist. Durch explizite Berechnung der 3j- und 6j-Symbole erhält man für die Diagonalelemente

$$< JIFm_F | H_{Zee} | JIFm_F > = \mu_B g_F B \cdot m_F \quad (1.36)$$

$$\text{mit } g_F = \left[g_J \frac{J(J+1) + F(F+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} + g'_I \frac{I(I+1) + F(F+1) - J(J+1)}{2F(F+1)} \right]$$

und für die Nichtdiagonalelemente

$$\begin{aligned} < JIFm_F | H_{Zee} | JIF + 1m_F > = \mu_B B (g_J - g'_I) \sqrt{(F+1)^2 - m_F^2} \times \\ & \frac{\sqrt{(I+J+F+2)(J+F-I+1)(I+F-J+1)(I+J-F)}}{2(F+1)\sqrt{(2F+1)(2F+3)}}. \end{aligned} \quad (1.37)$$

Das Auftreten der Nichtdiagonalelemente führt in einem äußeren Magnetfeld zum Mischen benachbarter Hyperfeinniveaus mit gleicher Magnetquantenzahl m_F . F ist im äußeren Magnetfeld also keine gute Quantenzahl mehr. Für sehr kleine Magnetfelder können die Nichtdiagonalelemente vernachlässigt werden, sodaß man nur den *linearen Zeemaneffekt* erhält.

In diesem Abschnitt soll nicht weiter auf die Termschemata von Eu^+ im starken Magnetfeld eingegangen werden, da sich Kap. 2 intensiv mit der Berechnung der Termschemata und Spektren befaßt.

Kapitel 2

Simulation von Eu^+ im Magnetfeld

Beim einfach ionisierten Europium handelt es sich, wie in Kap. 1 gezeigt, um ein komplexes atomares System. Es weist wegen der hohen Drehimpulse viele Feinstruktur- und Hyperfeinstrukturzustände auf. Die Entartung der Hyperfeinzustände bezüglich der Magnetquantenzahl $\mathbf{m_F}$ wird durch die Anwesenheit eines äußeren Magnetfeldes aufgehoben, wodurch sich die Anzahl der Zustände weiter erhöht. Dadurch ergeben sich auch sehr viele Möglichkeiten für optische Übergänge bei Anregung mit einem Laser. Erschwerend kommt hinzu, daß im Rahmen dieser Arbeit mit dem natürlichen Isotopengemisch von $^{151,153}\text{Eu}^+$ gearbeitet wurde, wodurch sich natürlich die Spektren beider Isotope überlagern.

Mit der Berechnung der Termschemata und Spektren von Eu^+ sollte eine Grundlage geschaffen werden, um experimentelle Rahmenparameter festzulegen. Gleichzeitig sollten die Spektren der Identifikation von Übergängen bei laserspektroskopischen Untersuchungen dienen. Anhand der Termschemata sollten Übergangsfrequenzen für Doppelresonanzübergänge bestimmt werden, um den Bereich der Mikrowellenverstimmung einzugrenzen und um festzulegen, welche Mikrowellenquellen benutzt oder beschafft werden müssen. Außerdem sollte abgeschätzt werden, wie groß die Unsicherheit der gemessenen Doppelresonanzübergänge höchstens sein darf, um die angestrebte Genauigkeit bei der Bestimmung des g_{I} -Faktors zu erreichen.

Die Genauigkeit der berechneten Termschemata und Spektren sollte im Promille-Bereich liegen. Auf der anderen Seite sollten natürlich auch Überlegungen angestellt werden, welche Beiträge berücksichtigt werden müssen, um höhere Präzision zu erreichen, da diese Informationen zur Bestimmung des g_{I} -Faktors aus gemessenen Übergangsfrequenzen unverzichtbar sind.

2.1 Berechnung der Termschemata

Zur Berechnung der Termschemata von Eu^+ im Magnetfeld bezogen auf einen Feinstrukturterm müssen sowohl die Hyperfeinstrukturaufspaltung als auch der Zeemaneffekt der Hyperfeinstruktur berücksichtigt werden.

Werden an die Genauigkeit der Berechnungen nur geringe Anforderungen gestellt, so ist eine Berechnung nach Gl. 1.6 ausreichend; bei höheren Anforderungen (besser als 10^{-5} relativer Genauigkeit) müssen die Matrixelemente der effektiven Hyperfeinoperatoren von Gl. A.1 und A.2 berechnet werden. Auch wenn die relativistischen Radialparameter sowie A- und B-Faktoren der Hyperfeinstruktur der stabilen Isotope aus früheren Messungen bekannt sind ([Beck93]), so gestaltet sich die Berechnung von Gl. A.1 und A.2 wegen der 6j- und 9j-Symbole sowie der reduzierten Matrixelemente doch sehr aufwendig. Um den Aufwand bei gleichzeitig höchstmöglicher Präzision gering zu halten, wurden die aus den eben zitierten Messungen ebenfalls bekannten Übergangsfrequenzen zwischen zwei Hyperfeinstrukturzuständen verwendet, um die Hyperfeintermlage bezüglich dem $^9\text{S}_4$ -Feinstrukturterm zu berechnen. Dazu wurde anhand der A- und B-Faktoren die Lage des $F = \frac{13}{2}$ Zustandes berechnet und durch sukzessive Subtraktion der Übergangsfrequenzen die Lage der anderen Hyperfeinzustände ermittelt. Tab. 2.1 zeigt die Ergebnisse für den $^9\text{S}_4$ -Zustand für die beiden stabilen Isotope. Zur Lage der Hyperfein-

Zustand	$^{151}\text{Eu}^+$		$^{153}\text{Eu}^+$	
	$E_{\text{HFS}}[\text{kHz}]$	$\Delta E_{\text{HFS}}[\text{kHz}]$	$E_{\text{HFS}}[\text{kHz}]$	$\Delta E_{\text{HFS}}[\text{kHz}]$
$^9\text{S}_4 \ F = \frac{13}{2}$	15402780.639		6.845217.324	
$^9\text{S}_4 \ F = \frac{11}{2}$	5385337.811	10017442.828	2395241.218	4449976.106
$^9\text{S}_4 \ F = \frac{9}{2}$	-3087806.310	8473144.121	-1370074.241	3765315.459
$^9\text{S}_4 \ F = \frac{7}{2}$	-10018230.989	6930424.679	-4450753.687	3080679.446
$^9\text{S}_4 \ F = \frac{5}{2}$	-15407226.710	5388995.721	-6846817.428	2396063.741
$^9\text{S}_4 \ F = \frac{3}{2}$	-1925594.728	3848568.018	-8558280.738	1711463.310

Tabelle 2.1: Lage der Hyperfeinterme und Übergangsfrequenzen im $^9\text{S}_4$ -Zustand der beiden stabilen Isotope $^{151,153}\text{Eu}^+$

zustände wird die Energieverschiebung durch den Zeemaneffekt (Gl. 1.35) addiert, wobei auch die Nichtdiagonalelemente berücksichtigt werden müs-

sen. Aus diesem Grund muß die Matrix, die die Hyperfeinzustände und die Energieverschiebung durch den Zeemaneffekt enthält, diagonalisiert werden. Insgesamt erhält man für ein System mit gegebenem $\mathbf{J}$ und $\mathbf{I}$

$$\sum_{F=|J-I|}^{J+I} 2F + 1 \quad (2.1)$$

Zeemanzustände. Für die Isotope von Europium mit $I = \frac{5}{2}$ erhält man für den $^9\text{S}_4$ -Zustand 54 Zeemanzustände, was bedeutet, daß die zu diagonalisierende Matrix 54×54 Elemente groß sein wird. Die Anordnung der Elemente hat keinen Einfluß auf das Ergebnis; der Übersichtlichkeit halber wurde aber folgende gewählt:

$$\begin{pmatrix} m_F & \frac{13}{2} & \frac{11}{2} & \frac{11}{2} & \frac{9}{2} & \frac{9}{2} & \dots & \frac{-13}{2} \\ & F & \frac{13}{2} & \frac{11}{2} & \frac{11}{2} & \frac{9}{2} & \dots & \frac{13}{2} \\ \frac{13}{2} & \frac{13}{2} & D & N & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{11}{2} & \frac{11}{2} & N & D & N & 0 & \dots & 0 \\ \frac{11}{2} & \frac{11}{2} & 0 & N & D & N & \dots & 0 \\ \frac{9}{2} & \frac{13}{2} & 0 & 0 & N & D & \dots & 0 \\ \frac{9}{2} & \frac{11}{2} & 0 & 0 & 0 & N & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & N \\ \frac{-13}{2} & \frac{13}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & N & D \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

In dieser Matrix sind die Diagonalelemente D die Summe aus den Frequenzen der Hyperfeinzustände nach Tab. 2.1 und den Diagonalelementen des Zeemaneffektes von Gl. 1.36. Die Nichtdiagonalelemente N der obigen Matrix sind die Nichtdiagonalelemente 1.37 des Zeemaneffektes. Weitere Nichtdiagonalelemente treten nicht auf, da für die Matrixelemente des Zeemaneffektes (Gl. 1.35) $\Delta F = 0, \pm 1$ gilt.

Zur Berechnung der Termschemata wird ein selbsterstelltes Programm verwendet, das die Lage der Zeemanzustände über einen Magnetfeldbereich berechnet. Die numerische Diagonalisierung basiert auf einem Algorithmus aus [Nume93]. Bei diesem Algorithmus gibt es keinen Zusammenhang zwischen der Reihenfolge der zurückgelieferten Eigenwerte und den Quantenzahlen in Gl. 2.2. Betrachtet man nur einen Magnetfeldbereich, in dem sich Terme noch nicht kreuzen, stellt dies auch kein Problem dar: Die Eigenwerte können den Quantenzahlen durch Sortierung zugeordnet werden. Will man jedoch das Termschema über den Bereich von schwachem Feld hinaus berechnen, so muß ein anderer Weg zur Identifizierung beschritten werden. Eine Möglichkeit, die auch anfangs für das Europium angewandt wurde, wird in [Chil73] beschrieben. Dabei wird berücksichtigt, daß im Bereich eines starken Magnetfeldes $\mathbf{I}$ und $\mathbf{J}$ vollständig entkoppelt sind. Im starken Magnetfeld

ist $\mathbf{F}$ keine gute Quantenzahl mehr. Die Lage der Terme ist dann, wenn nur die magnetische Dipolwechselwirkung der Hyperfeinstruktur berücksichtigt wird

$$\begin{aligned}\Delta E &= A m_I m_J + g_J \mu_B B m_J - g_I \mu_K B m_I \\ \text{mit } m_F &= m_J + m_I.\end{aligned}\tag{2.3}$$

Berechnet man die Terme im starken und im schwachen Feld, so kann man bei der Identifikation wie folgt vorgehen:

1. Man startet mit dem höchstliegenden Schwachfeldniveau und verbindet dieses mit dem höchstliegenden Starkfeldniveau mit gleichem $\mathbf{m_F}$.
2. Das Schwachfeldniveau mit der nächsthöchsten Energie wird mit dem höchstliegenden Niveau mit gleichem $\mathbf{m_F}$ verbunden.
3. Der zweite Schritt wird solange wiederholt, bis alle Zeemanzustände zugeordnet wurden.

Da diese Vorgehensweise bei vielen Zeemanzuständen sehr zeitaufwendig ist wurde später dem Programm noch ein Algorithmus hinzugefügt, der den obigen Vorgang automatisiert. Dabei wird insbesondere an den Stellen, an denen sich Zeemanzustände kreuzen, die Eigenschaft ausgenutzt, daß der Verlauf der Energie eines Zeemanzustandes in Abhängigkeit des Magnetfeldes stetig und differenzierbar sein muß.

2.2 Der $^9\text{S}_4$ -Zustand im Magnetfeld

Zur Berechnung der Termschemata des $^9\text{S}_4$ -Zustandes von $^{151,153}\text{Eu}^+$ mit dem obenerwähnten Programm werden noch weitere Daten benötigt, die in Tab. 2.2 mit ihrer Herkunft aufgeführt sind. Abb. 2.1 und 2.2 zeigen die Zee-

Bezeichnung	$^{151}\text{Eu}^+$	$^{153}\text{Eu}^+$	Quelle
g_J	1.99116951	1.99116951	berechnet mit Gl. 1.32 und 1.31
g_I	1.3886(3)	0.6152(3)	aus [Ahma85] und [Lede78]

Tabelle 2.2: Daten und ihre Herkunft, die zur Berechnung der Termschemata des $^9\text{S}_4$ -Zustandes von $^{151,153}\text{Eu}^+$ benötigt werden.

manaufspaltung der Hyperfeinstruktur des einfach ionisierten Europium bei der stabiler Isotope. Diese Termschemata wurden mit der in Abschnitt 2.1 beschriebenen Software berechnet. Bei beiden Isotopen ordnen sich die Terme in neun Gruppen nach m_J an. Die Gruppen enthalten wiederum sechs

Terme. Die Zuordnung von Werten von m_I und den entsprechenden Termen erhält man durch

$$m_F = m_J + m_I. \quad (2.4)$$

m_F bleibt im Magnetfeld eine gute Quantenzahl und kann den Termen im schwachen Feld eindeutig zugeordnet werden. Durch Verfolgen eines Termes vom schwachen zum starken Magnetfeld kann ermittelt werden, welcher Wert von m_F einem Term im starken Magnetfeld zugeordnet ist. Mit m_J und m_F kann durch Gl. 2.4 m_I berechnet werden.

Wegen der Vielzahl der Terme ist es schwierig, die Werte von m_I und m_F in Abb. 2.1 und 2.2 aufzutragen. Sie werden in Tab. 2.3 aufgeführt.

m_J	m_F	m_I
+4	$\frac{13}{2}, \frac{11}{2}, \frac{9}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$
+3	$\frac{11}{2}, \frac{9}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$
+2	$\frac{9}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$
+1	$\frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$
0	$-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$	$-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$
-1	$-\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$
-2	$-\frac{9}{2}, -\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	$-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$
-3	$-\frac{11}{2}, -\frac{9}{2}, -\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$	$-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$
-4	$-\frac{13}{2}, -\frac{11}{2}, -\frac{9}{2}, -\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$

Tabelle 2.3: m_F und m_I innerhalb der m_J -Gruppen beider stabiler Isotope $^{151,153}\text{Eu}^+$ bei 1.5 T. Die erste Quantenzahl einer m_J -Gruppe entspricht dem Term höchster Energie.

Bei diesem Experiment sollen Frequenzen von Übergängen in Abb. 2.1 und 2.2 mit der Doppelresonanzmethode mit hoher Präzision gemessen werden (die Doppelresonanzmethode wird ausführlich in Abschnitt 4.2 erklärt). Dazu wird ein Zustand mit einem schmalbandigen Laser angeregt und ein weiterer Zustand durch Einstrahlen von Mikrowelle an diesen angekoppelt.

Entspricht die Mikrowellenfrequenz der Übergangsfrequenz, so ist die detektierte Fluoreszenz maximal. Auf diese Weise lassen sich Übergangsfrequenzen im Mikrowellenbereich sehr genau messen. Die per Mikrowelle im $^9\text{S}_4$ -Zustand induzierten Übergänge sind magnetische Dipolübergänge. Die dafür geltenden Auswahlregeln sind:

$$\begin{aligned} \Delta m_J = 0 \quad , \quad \Delta m_I = \pm 1 \\ \Delta m_J = \pm 1 \quad , \quad \Delta m_I = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Dadurch ergibt sich eine große Anzahl meßbarer Übergänge in den Termschemata von $^{151,153}\text{Eu}^+$. An dieser Stelle ist es sinnvoll, zunächst abzuschätzen, wie Meßungenauigkeit und Unsicherheit bei den aus den Messungen bestimmten g_J - und g_I -Faktoren zusammenhängen. Zwischen den g_J - und g_I -Faktoren kann jedoch wegen der Diagonalisierung der Matrix kein analytischer Zusammenhang angegeben werden, sodaß ein Rückschluß von der relativen Meßungenauigkeit auf die bei g_J - und g_I -Faktoren erreichbare Genauigkeit nicht ohne größeren Aufwand möglich ist. Aus diesem Grund wird hier ein anderer Weg beschritten. Durch Variation von g_J und g_I um einen Wert ϵ kann für eine Übergangsfrequenz ein $\delta\nu$ berechnet werden, um die sie variiert. Betrachtet man ϵ als relative Unsicherheit von g_I oder g_J , so entspricht $\delta\nu$ der maximalen relativen Meßunsicherheit, die nötig ist, um g_J oder g_I mit der Unsicherheit von ϵ zu bestimmen.

Da die absolute Meßunsicherheit bei der Messung der Übergangsfrequenzen nur geringfügig vom gewählten Übergang abhängig ist, sollten zur Bestimmung der g -Faktoren Übergänge mit möglichst großer Übergangsfrequenz herangezogen werden. Dadurch kann die relative Unsicherheit minimiert werden. Zur Abschätzung des Zusammenhanges zwischen Unsicherheit der g_J - und g_I -Faktoren und der Meßunsicherheit wurden daher die Übergänge

$$m_J = 3, m_I = \frac{5}{2} \rightarrow m_J = 4, m_I = \frac{5}{2} \quad (\Delta m_J = +1) \quad (2.6)$$

und

$$m_J = 4, m_I = \frac{3}{2} \rightarrow m_J = 4, m_I = \frac{5}{2} \quad (\Delta m_I = +1) \quad (2.7)$$

ausgesucht. Tab. 2.4 zeigt die berechneten Resultate. An den Werten von Tab. 2.4 erkennt man deutlich, daß Kern- und Hüllenspin bei einem Magnetfeld von 1.5 T noch gekoppelt sind. Eine Variation von g_J verändert nicht die Frequenz des $\Delta m_J = +1$ Überganges sondern auch die des $\Delta m_I = +1$ Überganges. Entsprechendes gilt auch für die Variation des g_I -Faktors. Daher ist die Starkfeldnäherung von Gl. 2.3, die von vollständig entkoppelten Kern- und Hüllenspin ausgeht, keine gute Beschreibung für den $^9\text{S}_4$ -Zustand von Eu^+ im Magnetfeld.

$^{151}\text{Eu}^+$			
ϵ_{g_J}	ϵ_{g_I}	$\delta\nu/\nu(\Delta m_J = +1)$	$\delta\nu/\nu(\Delta m_I = +1)$
$\pm 1 \cdot 10^{-7}$	-	$\pm 5 \cdot 10^{-8}$	$\pm 6 \cdot 10^{-9}$
$\pm 1 \cdot 10^{-8}$	-	$\pm 5 \cdot 10^{-9}$	$\pm 7 \cdot 10^{-10}$
-	$\pm 1 \cdot 10^{-4}$	$\pm 5 \cdot 10^{-9}$	$\pm 6 \cdot 10^{-7}$
-	$\pm 1 \cdot 10^{-5}$	$\pm 7 \cdot 10^{-10}$	$\pm 7 \cdot 10^{-8}$
$^{151}\text{Eu}^+$			
ϵ_{g_J}	ϵ_{g_I}	$\delta\nu/\nu(\Delta m_J = +1)$	$\delta\nu/\nu(\Delta m_I = +1)$
$\pm 1 \cdot 10^{-7}$	-	$\pm 5 \cdot 10^{-8}$	$\pm 3 \cdot 10^{-9}$
$\pm 1 \cdot 10^{-8}$	-	$\pm 5 \cdot 10^{-9}$	$\pm 4 \cdot 10^{-10}$
-	$\pm 1 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2 \cdot 10^{-8}$	$\pm 6 \cdot 10^{-7}$
-	$\pm 1 \cdot 10^{-5}$	$\pm 3 \cdot 10^{-9}$	$\pm 6 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 2.4: Abschätzung der benötigten experimentellen Genauigkeit für ein Magnetfeld von 1.5 T. Die ersten beiden Spalten geben an, um wieviel g_I - und g_J -Faktor jeweils variiert wurden. Die letzten beiden Spalten enthalten die daraus resultierende Unsicherheit der in 2.6 und 2.7 benannten Übergänge. Diese Berechnungen wurden auch für andere Übergänge durchgeführt und führen zu ähnlichen Ergebnissen.

Gleichwohl kann man den Werten von Tab. 2.4 entnehmen, daß es für eine Bestimmung des g_J -Faktors günstiger ist, Frequenzen von $\Delta m_J = \pm 1$ Übergängen und für eine Bestimmung g_I -Faktors Frequenzen von $\Delta m_I = \pm 1$ Übergängen zu messen. So ist eine im Schnitt um eine Größenordnung geringere Meßgenauigkeit ausreichend, als bei Bestimmung von g_J durch $\Delta m_I = \pm 1$ Übergänge und von g_I durch $\Delta m_J = \pm 1$ Übergänge, um die gleiche Präzision in den g-Faktoren zu erreichen. Trotzdem stellt die zur Bestimmung von g_I mit einer relativen Genauigkeit von $1 \cdot 10^{-4}$ benötigte Meßgenauigkeit von $1 \cdot 10^{-7}$ eine große experimentelle Herausforderung dar.

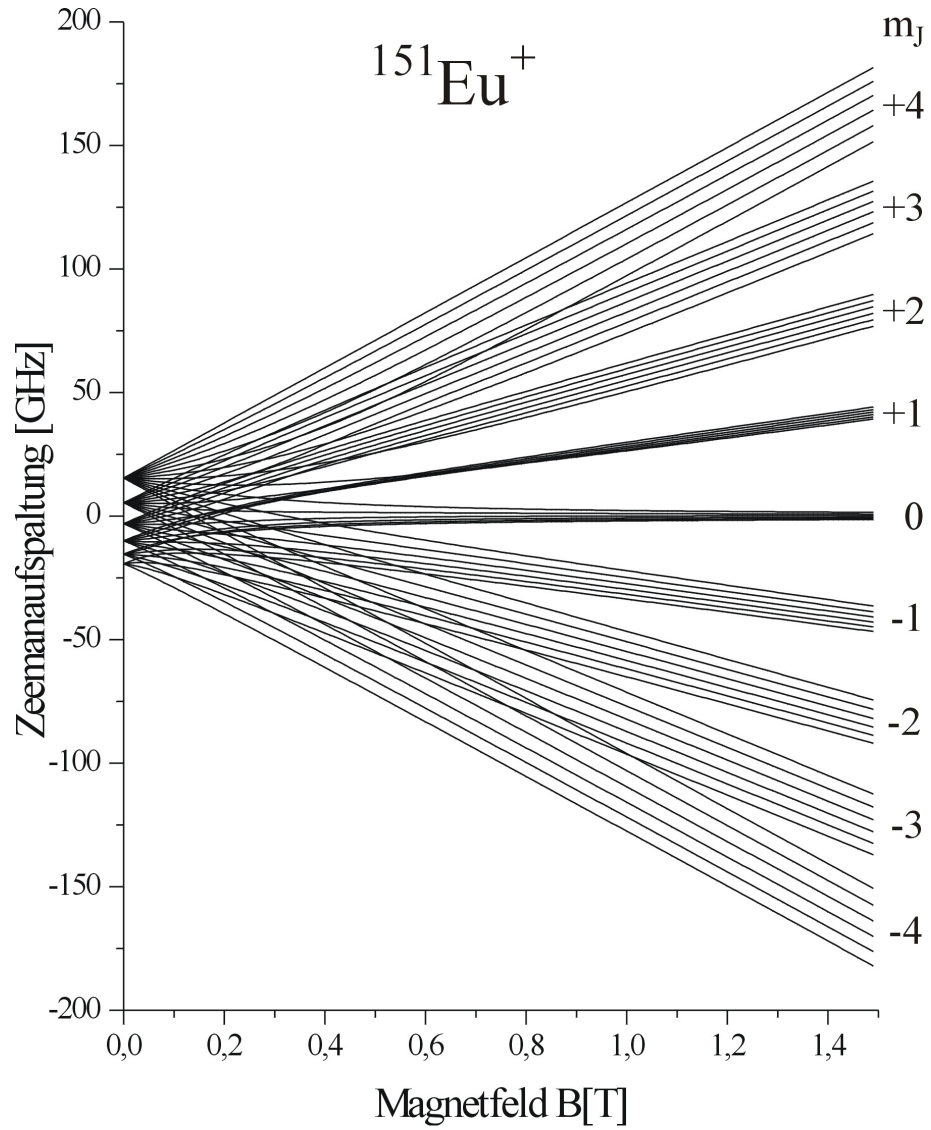


Abbildung 2.1: Termschema des $^9\text{S}_4$ -Zustandes von $^{151}\text{Eu}^+$ im Magnetfeld von 0 bis 1.5 T. Die Terme ordnen sich in Gruppen nach m_J an. Wegen der Vielzahl von Termen können die Werte von m_J in dieser Darstellung nicht gezeigt werden.

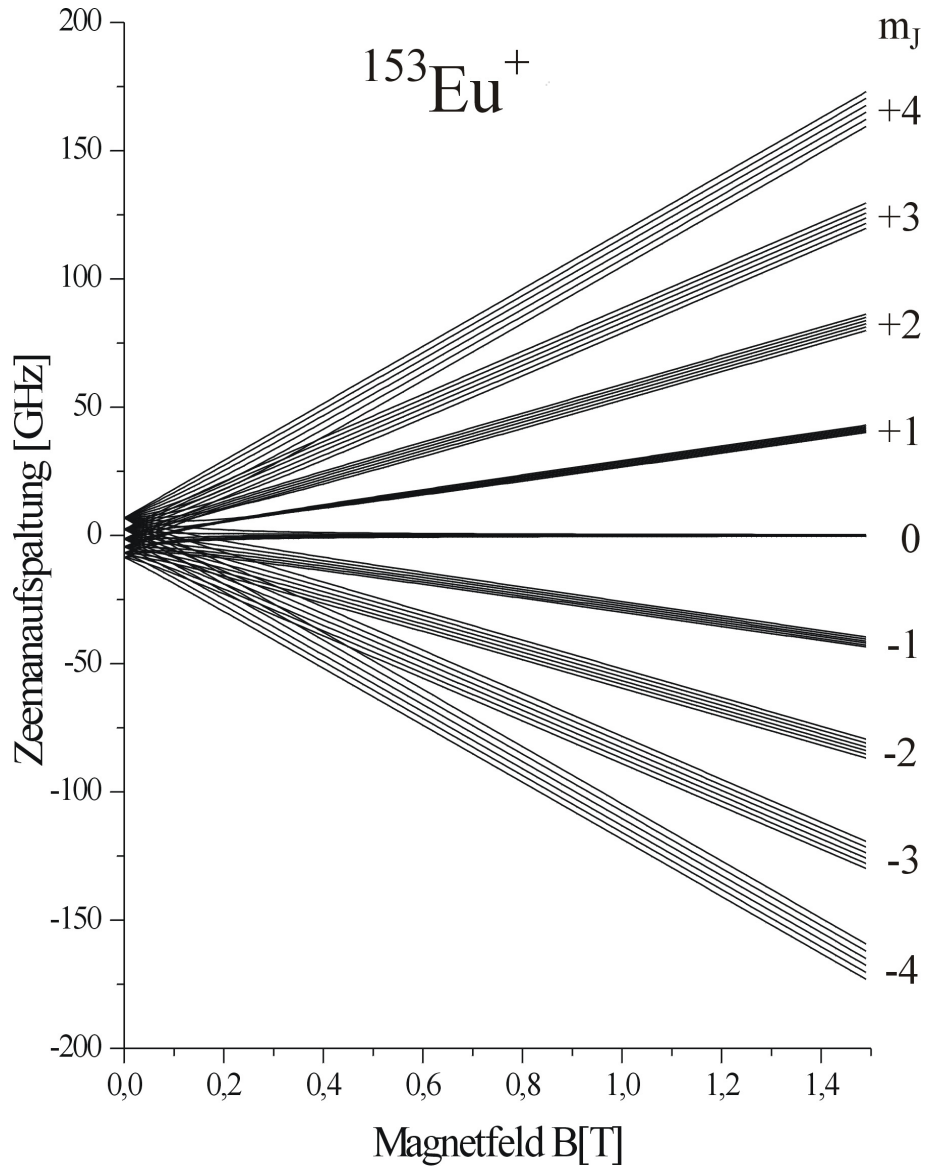


Abbildung 2.2: Termschema des 9S_4 -Zustandes von $^{153}\text{Eu}^+$ im Magnetfeld von 0 bis 1.5 T. Die Terme ordnen sich in Gruppen nach m_J an. Wegen der Vielzahl von Termen können die Werte von m_I in dieser Darstellung nicht gezeigt werden.

2.3 Simulation optischer Spektren

Für die Simulation der optischen Spektren werden sowohl das Termschema des $^9\text{S}_4$ -Zustandes, als auch des $^9\text{P}_5$ -Zustandes im Magnetfeld benötigt. Die Berechnung des $^9\text{S}_4$ -Zustandes wurde bereits geleistet und im vorangegangenen Abschnitt beschrieben. Für die Berechnung des $^9\text{P}_5$ -Zustandes werden ebenfalls experimentelle Daten benötigt, die zusammen mit ihrer Quelle in Tab. 2.5 aufgeführt werden. In Tab. 2.5 finden sich mehrere Werte für die

Wert	$^{151}\text{Eu}^+$	$^{153}\text{Eu}^+$	Quelle
g_J	1.8	1.8	berechnet nach Gl. 1.29
g_I	1.3886(3)	0.6152(3)	aus [Ahma85] und [Lede78]
A[MHz]	144.8(2)	64.5(5)	aus [Vill92]
	140(7)	-	aus [Kreb60]
	140(3)	61(3)	aus [Guth68]
B[MHz]	465(6)	1197(14)	aus [Vill92]
	482(355)	827(397)	aus [Kreb60]
	547(14)	1295(28)	aus [Guth68]

Tabelle 2.5: Experimentelle Daten des $^9\text{P}_5$ -Zustandes der beiden stabilen Isotope, die zur Berechnung der Termschemata im Magnetfeld benötigt werden.

Konstanten A und B der Hyperfeinwechselwirkung aus verschiedenen Messungen. Zur Berechnung des Termschemas des $^9\text{P}_5$ -Zustandes im Magnetfeld wurden die aus den Messungen von [Vill92] herangezogen, da diese bis auf den A-Faktor von $^{153}\text{Eu}^+$ die kleinste Meßunsicherheit haben. Für den g_J -Faktor im $^9\text{P}_5$ -Zustand liegen keine experimentellen Daten vor, sodaß dieser nach der Landé-Gleichung berechnet wird.

Das Termschema des $^9\text{P}_5$ -Zustandes im Magnetfeld wird mit einem Computerprogramm berechnet, das von dem zur Berechnung des $^9\text{S}_4$ -Zustandes abgeleitet wurde. Das Prinzip der Berechnung (siehe Abs. 2.2) entspricht dem der Berechnung des $^9\text{S}_4$ -Zustandes. Die Lage der Hyperfeinniveaus wird jedoch nicht aus gemessenen Übergangsfrequenzen gewonnen, sondern aus den Konstanten A und B der Hyperfeinwechselwirkung berechnet. Die Termschemata des $^9\text{P}_5$ -Zustandes der beiden stabilen Isotope werden hier nicht abgebildet, da eine detaillierte Betrachtung mit Quantenzahlen aufgrund der Abbildungsgröße nicht möglich ist. Die Zuordnung der Quantenzahl geschieht nach dem gleichen Prinzip, welches für den $^9\text{S}_4$ -Zustand angewandt wurde. Für die Anregung des $^9\text{S}_4$ -Zustandes in den $^9\text{P}_5$ -Zustand mit einem Laser

gelten die Auswahlregeln elektrischer Dipolstrahlung. In unserem Fall ist

$$\begin{aligned}\Delta L &= +1 \\ \Delta J &= +1\end{aligned}\tag{2.8}$$

wobei

$$\Delta m_J = 0, \pm 1 \text{ und } \Delta m_I = 0\tag{2.9}$$

sein darf. Übergänge mit $\Delta m_J = 0$ werden im allgemeinen als π -Übergänge und mit $\Delta m_J = \pm 1$ als $\sigma^\pm$ -Übergänge bezeichnet. Die Anregung von π -Übergängen geschieht durch linear polarisiertes Licht, während $\sigma^\pm$ -Übergänge durch rechts- beziehungsweise linkszirkular polarisiertes Licht induziert werden. Dabei ist zu beachten, daß π -Übergänge bei Anregung in Magnetfeldrichtung nicht auftreten und natürlich auch π -Zerfälle in Magnetfeldrichtung nicht beobachtet werden.

Man erhält anhand der Auswahlregeln insgesamt 162 elektrische Dipolübergänge, davon jeweils 54 π -, σ^+ - und σ^- -Übergänge. Die Energieverschiebung eines solchen Überganges gegenüber der Energie des Feinstrukturüberganges $^9S_4 \rightarrow ^9P_5$ ist:

$$\begin{aligned}\Delta E(^9S_4, m_J, m_I \rightarrow ^9P_5, m'_J, m_I) &= \\ \Delta E_{\text{HFS}+\text{Zeeman}}^{^9P_5}(m'_J, m_I) - \Delta E_{\text{HFS}+\text{Zeeman}}^{^9S_4}(m_J, m_I) \\ \text{mit } m'_J = m_J \text{ oder } m'_J = m_J \pm 1\end{aligned}\tag{2.10}$$

Zur graphischen Darstellung des Spektrums wird ein weiteres selbsterstelltes Programm verwendet, das als Parameter die Übergangsfrequenzen, relative Intensitäten der Übergänge und Halbwertsbreiten erhält. Dieses Programm überlagert dann anhand der Daten Gaußkurven, deren Mitten, Höhen und Halbwertsbreiten den Übergangsfrequenzen, relativen Intensitäten und Halbwertsbreiten der Übergänge entsprechen und gibt das Resultat in Form einer Wertetabelle aus. Im vorliegenden Fall wurden die relativen Intensitäten für alle Übergänge gleich 1 gewählt. Bei Anregung mit einem schmalbandigen Laser entspricht die Halbwertsbreite der Dopplerverbreiterung durch die Ionenbewegung in der Falle. Für die Dopplerverbreiterung wird ein Wert von 2 GHz angenommen, der den Erfahrungen anderer Fallenexperimente in unserer Arbeitsgruppe in etwa entspricht. Desweiteren werden für die Simulation der optischen Spektren folgende vereinfachende Annahmen getroffen:

- Der Zerfall in metastabile D-Zustände wird nicht berücksichtigt (siehe Abs. 1.1).
- Durchmischung der einzelnen Zeemanzustände durch Stöße der Ionen mit dem Puffergas bleibt unberücksichtigt.

- Unterschiedliche Besetzungszahlen der Zustände aufgrund optischen Pumpens werden nicht berücksichtigt

Abb. 2.3 zeigt das auf der Grundlage der vorgenannten Überlegungen berechnete Spektrum von $^{151}\text{Eu}^+$, Abb. 2.4 das von $^{153}\text{Eu}^+$. Man erkennt drei Gruppen, die jeweils von den σ^- -, π - und den σ^+ -Übergängen gebildet werden. Bis auf wenige Ausnahmen sind die einzelnen Übergänge nicht voneinander getrennt, sodaß bei optischen Messungen Schwierigkeiten bei der Identifikation der Übergänge zu erwarten sind. Der geringe Abstand der einzelnen Übergänge ist vor allem darauf zurückzuführen, daß der g_J -Faktor des angeregten $^9\text{P}_5$ -Zustandes fast so groß ist wie der des $^9\text{S}_4$ -Zustandes. Wäre der g_J -Faktor im $^9\text{P}_5$ -Zustand klein gegen den des $^9\text{S}_4$ -Zustandes, so wären Übergänge aus benachbarten m_J -Gruppen im $^9\text{S}_4$ -Zustand stärker voneinander separiert.

Da im Experiment zunächst mit dem leicht erhältlichen, natürlichen Isotopengemisch, das beide stabilen Isotope zu fast gleichen Teilen enthält, gearbeitet wird, muß auch das Spektrum beider Isotope zusammen betrachtet werden. Hierbei muß natürlich auch die Isotopieverschiebung zwischen beiden Isotopen berücksichtigt werden, die der Arbeit [Ahma85] entnommen wurde. Abb. 2.5 zeigt das optische Spektrum beider Isotope zusammen.

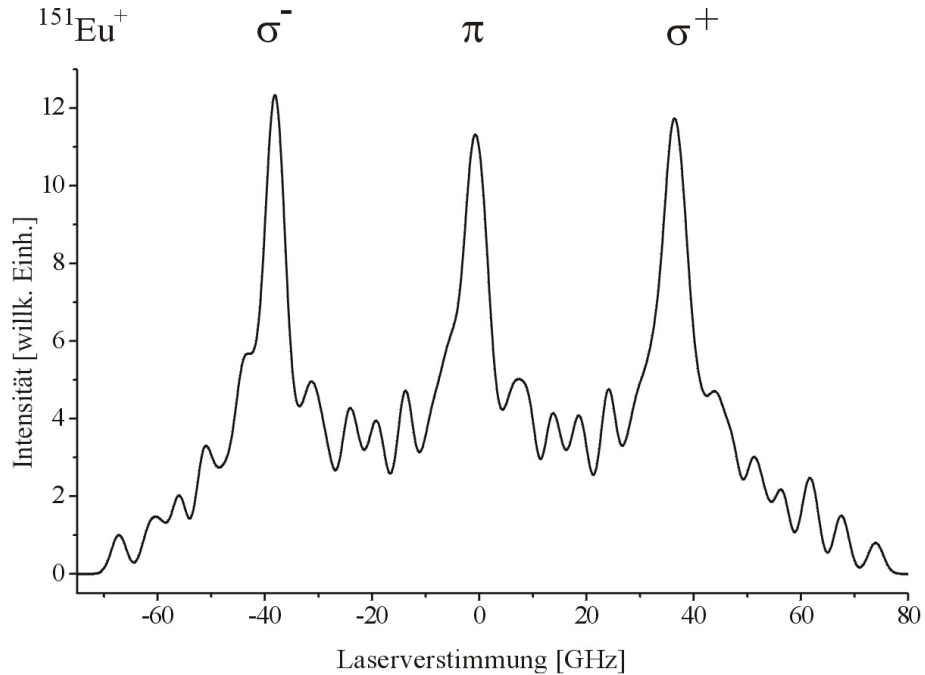


Abbildung 2.3: Simuliertes optisches Spektrum von $^{151}\text{Eu}^+$. Die drei Gruppen von σ^- -, π - und σ^+ -Übergängen sind zu erkennen.

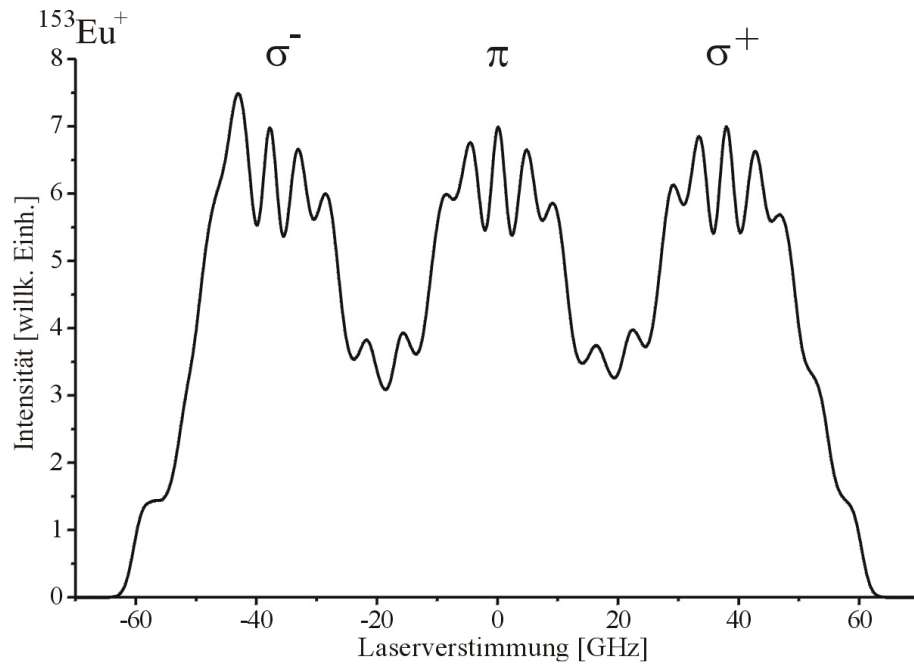


Abbildung 2.4: Simuliertes optisches Spektrum von $^{153}\text{Eu}^+$. Die drei Gruppen von σ^- , π - und σ^+ -Übergängen sind zu erkennen.

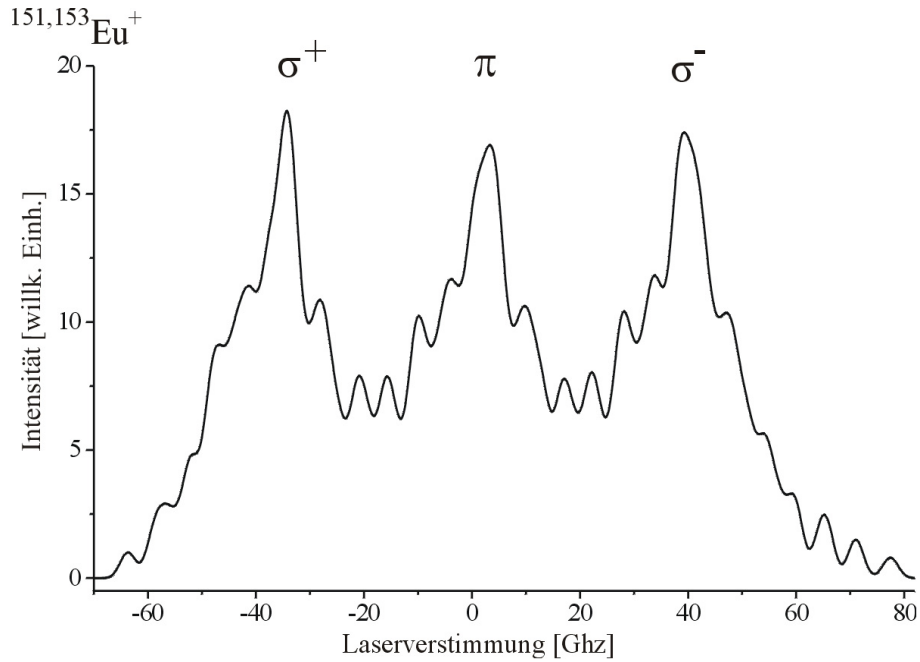


Abbildung 2.5: Simuliertes optisches Spektrum von $^{151}\text{Eu}^+$ und $^{153}\text{Eu}^+$. Die drei Gruppen von σ^- , π - und σ^+ -Übergängen sind zu erkennen.

Alle Spektren wurden bei einem Magnetfeld von 1.5 T berechnet. Die Simulation der optischen Spektren wurde ebenso für andere Magnetfeldstärken durchgeführt. Höhere Magnetfeldstärken führen zu einer stärkeren Aufspaltung der Spektren. Dadurch wird die maximal erreichbare Fluoreszenz geringer. Bei höherer Magnetfeldstärke jedoch wird die Kopplung zwischen Kern- und Hüllenspin geringer, sodaß bei gleicher Meßungenauigkeit eine höhere Genauigkeit bei der Bestimmung von g_I erreicht werden kann. Aus diesem Grund mußte ein Kompromiß bei der Wahl der Magnetfeldstärke von 1.5 T eingegangen werden, um einerseits im Spektrum genügend hohe Fluoreszenzlichtraten erwarten zu können, was das Auffinden der Resonanzen zu Beginn des Experimentes vereinfacht und um andererseits mit der zu erwartenden Meßunsicherheit g_I mit ausreichend kleiner Unsicherheit bestimmen zu können.

2.4 Weitere Betrachtungen

Zur Berechnung der Termschemata und Spektren von Eu^+ im Magnetfeld wurde bisher angenommen, daß $\mathbf{S}$, $\mathbf{L}$ und $\mathbf{J}$ gute Quantenzahlen sind, was für den Gesamtspin $\mathbf{J}$ dadurch zum Ausdruck kommt, daß gemessene Übergangsfrequenzen zur Berechnung der Lage der Hyperfeinterme herangezogen wurden.

Wie schon in Abschnitt 1.3 beschrieben, ist $\mathbf{J}$ durch die Hyperfeinwechselwirkung keine gute Quantenzahl mehr. Die Effekte sind vor allem auf den geringen Energieabstand zwischen $^9\text{S}_4$ - und $^7\text{S}_3$ -Zustand zurückzuführen. Dabei stoßen sich in beiden Feinstrukturzuständen Hyperfeinzustände mit gleichem $\mathbf{F}$ ab, wobei das Maß der Abstoßung von $\mathbf{F}$ abhängig ist (siehe Abb. 1.3). Daher stellen die Übergangsfrequenzen das *Ergebnis* einer Diagonalisierung der Energiematrix mit Nichtdiagonalelementen der Hyperfeinwechselwirkung in $\mathbf{J}$ dar. $\mathbf{F}$ weiterhin eine gute Quantenzahl, während die Basis bezüglich $\mathbf{J}$ intermediär ist. Will man dies berücksichtigen, so kann man einen realen Hyperfeinzustand als Linearkombination von zwei Hyperfeinzuständen von $^9\text{S}_4$ - und $^7\text{S}_3$ -Zustand darstellen:

$$|^9\text{S}_4, \text{JFm}_F\rangle_{\text{real}} = \quad (2.11)$$

$$\alpha_{1F} |^9\text{S}_4, \text{JFm}_F\rangle + \alpha_{2F} |^7\text{S}_3, \text{JFm}_F\rangle$$

$$|^7\text{S}_3, \text{JFm}_F\rangle_{\text{real}} = \quad (2.12)$$

$$\alpha_{2F}|^9S_4, JFm_F\rangle + \alpha_{1F}|^7S_3, JFm_F\rangle >$$

$$\text{mit } \alpha_{1F}^2 + \alpha_{2F}^2 = 1$$

α_{1F} und α_{2F} können aus den Auswertungen der Messungen zur Bestimmung des A-Faktors an Europium berechnet werden.

Desweiteren sind auch $\mathbf{L}$ und $\mathbf{S}$ aufgrund von Feinstruktureffekten keine guten Quantenzahlen. Die Feinstrukturzustände werden in einem semi-empirischen Verfahren an experimentelle Daten angepaßt und können in der Form

$$|4f^7(^8S)6s; ^9S_4, Fm_F\rangle = \sum_i \beta_i |^{2S_i+1}L_4^i\rangle \quad (2.13)$$

für den 9S_4 -Zustand und

$$|4f^7(^8S)6s; ^7S_3, Fm_F\rangle = \sum_i \gamma_i |^{2S_i+1}L_3^i\rangle \quad (2.14)$$

für den 7S_3 -Zustand dargestellt werden (siehe auch Abs. 1.3.3). Setzt man Gl. 2.13 und 2.14 in Gl. 2.11 und 2.12 ein, so erhält man für die realen Zustände:

$$|^9S_4, Fm_F\rangle_{\text{real}} = \quad (2.15)$$

$$\alpha_{1F} \sum_i \beta_i |^{2S_i+1}L_4^i, Fm_F\rangle + \alpha_{2F} \sum_i \gamma_i |^{2S_i+1}L_3^i, Fm_F\rangle$$

$$|^7S_3, Fm_F\rangle_{\text{real}} = \quad (2.16)$$

$$\alpha_{2F} \sum_i \beta_i |^{2S_i+1}L_4^i, Fm_F\rangle + \alpha_{1F} \sum_i \gamma_i |^{2S_i+1}L_3^i, Fm_F\rangle$$

Als erste Verbesserung der in den vorhergehenden Abschnitten beschriebenen Berechnungen von Termschemata und Spektren können die Beiträge des Zeemaneffektes von Gl. 1.36 und 1.37 in dieser Basis berechnet werden. Dabei werden aber wie zuvor nur Nichtdiagonalelemente des Zeemaneffektes in $\mathbf{F}$ berücksichtigt.

Aufgrund des geringen Energieabstandes zwischen 9S_4 - und 7S_3 -Zustand müssen je nach angestrebter Genauigkeit auch Nichtdiagonalelemente des Zeemaneffektes in $\mathbf{J}$ berücksichtigt werden. Das Matrixelement des Zeemaneffektes hierfür lautet ([Szaw97]):

$$\langle \alpha(SL)JIFm_F | H_{\text{Zeeman}} | \alpha'(S'L')J'IF'm'_F \rangle \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned}
&= (-1)^{F-m_F} \begin{pmatrix} F & 1 & F' \\ -m_F & 0 & m'_F \end{pmatrix} \sqrt{3(2F+1)(2F'+1)(2I+1)(2J+1)} \\
&\quad \times \delta(m_F, m'_F) \delta(\alpha, \alpha') \delta(L, L') \delta(S, S') \\
&\quad \times \left\{ (-1)^{3I+2(J'+F)+J+F'+1} \frac{\sqrt{(2J'+1)(2S+1)(2L+1)}}{\sqrt{2I+1}} \begin{Bmatrix} J & F & I \\ F' & J' & 1 \end{Bmatrix} \right\} \mu_B \\
&\quad \times \left[\sqrt{L(L+1)} (-1)^{J+L'+S+1} \frac{1}{\sqrt{3(2S+1)}} \begin{Bmatrix} L & J & S \\ J' & L' & 1 \end{Bmatrix} \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{S(S+1)} (-1)^{2(S'+L+J)+S+L'+J'+1} \frac{1}{\sqrt{3(2L+1)}} \begin{Bmatrix} S & J & L \\ J' & S' & 1 \end{Bmatrix} g_S \right] \\
&\quad + \delta(J, J') (-1)^{F+I+J} \frac{1}{\sqrt{3(2J+1)}} \begin{Bmatrix} I & F & J \\ F' & I & 1 \end{Bmatrix} g_I \mu_N \Big\} \cdot B_z
\end{aligned}$$

mit $H_{\text{Zeeman}} = \mu_B(L_z + g_S S_z) B_z - g_I I_z B_z$

Berechnet man Gl. 2.17 für $J = J'$, so erhält man natürlich die gleichen Matrixelemente Gl. 1.36 und Gl. 1.37. Eine Berechnung des Termschemas des 9S_4 -Zustandes von Eu^+ im Magnetfeld unter zusätzlicher Berücksichtigung der Nichtdiagonalelemente des Zeemaneffektes in $\mathbf{J}$ in der Basis von Gl. 2.15 und Gl. 2.16 gestaltet sich wesentlich aufwendiger, als die bisherigen Berechnungen und ist nach Abschätzung von G. Szawiola [Szaw97] nur für eine Auswertung von präzise gemessenen Übergangsfrequenzen notwendig.

Kapitel 3

Die Penningfalle

Aufgabe einer Falle ist es, die Bewegung eines Teilchens auf ein definiertes Raumgebiet einzuschränken. Die Penningfalle realisiert dies für geladene Teilchen durch ein statisches elektrisches und ein statisches magnetisches Feld.

3.1 Klassische Beschreibung

Ausgehend von der Forderung, daß ein geladenes Teilchen harmonisch an das Fallenzentrum gebunden sein soll, gelangt man zu einem in alle drei Raumrichtungen parabolisch ansteigenden Potential. Bei Radialsymmetrie zur Magnetfeldachse (Magnetfeld in z -Richtung) erhält man

$$\Phi = a(x^2 + y^2) + bz^2 + c \quad (3.1)$$

Unter Vernachlässigung der Ladung der gespeicherten Teilchen führt die Laplacegleichung $\Delta\Phi = 0$ zu folgender Bedingung an die Koeffizienten a und b :

$$b = -2a \quad (3.2)$$

Das Potential läßt sich schreiben als

$$\Phi = \Phi_0(x^2 + y^2 - 2z^2) = \Phi_0(r^2 - 2z^2). \quad (3.3)$$

Die Äquipotentialflächen sind Rotationshyperboloide der Form

$$\frac{r^2}{r_0^2} - \frac{z^2}{z_0^2} = \pm 1. \quad (3.4)$$

Um dieses Speicherfeld zu realisieren, formt man die felderzeugenden Flächen den Äquipotentialflächen nach. Für das positive Vorzeichen in 3.4 erhält man den sogenannten *Ring* (einschaliger Rotationshyperboloid), für das negative


$$r_0 = \sqrt{2}z_0 \quad (3.5)$$
$$\Phi = \frac{U_0}{2r_0^2}(x^2 + y^2 - 2z^2) + \frac{U_0}{2} \quad (3.6)$$
$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi = -\frac{U_0}{r_0^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2z \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

An 3.7 erkennt man, daß es nicht möglich ist, sowohl in axialer als auch in radialer Richtung eine rücktreibende Kraft auf geladene Teilchen auszuüben. Vielmehr wird eine Richtung immer defokussiert. Dem wirkt man bei

der Paulfalle entgegen, indem man statt der Gleichspannung U_0 ein hochfrequentes Wechselfeld verwendet [Paul58]. Für die Penningfalle wählt man die Polarität von U_0 so, daß die zu speichernden Teilchen in radialer Richtung defokussiert werden und wirkt dem durch ein in axialer Richtung überlagertes Magnetfeld entgegen. Die Bewegungsgleichung für ein geladenes Teilchen der Masse m und der Ladung q ist dann

$$m\ddot{\vec{r}} = q(\vec{E} + \dot{\vec{r}} \times \vec{B}) \quad \text{mit} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

und in kartesischen Koordinaten

$$\ddot{x} = -\frac{qU_0}{mr_0^2} + \frac{qB}{m}\dot{y} \quad (3.9)$$

$$\ddot{y} = -\frac{qU_0}{mr_0^2} - \frac{qB}{m}\dot{x} \quad (3.10)$$

$$\ddot{z} = \frac{2qU_0}{mr_0^2}z. \quad (3.11)$$

Die Bewegung in z -Richtung ist eine von der Bewegung in der xy -Ebene entkoppelte harmonische Schwingung mit der Eigenfrequenz

$$\omega_z = \sqrt{-\frac{2qU_0}{mr_0^2}}. \quad (3.12)$$

Um die beiden Differentialgleichungen in der xy -Ebene zu entkoppeln, wird ein Geschwindigkeitsvektor

$$\begin{aligned} \vec{V}^\pm &= \dot{\vec{r}} + \omega_\mp z \times \vec{r} \\ \text{mit } \omega_\pm &= \frac{\omega_c}{2} \pm \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} - \frac{\omega_z^2}{2}} \quad \text{und} \quad \omega_c = \frac{qB}{m} \end{aligned} \quad (3.13)$$

eingeführt. Aus den Gleichungen 3.9 und 3.10 erhält man zusammen mit 3.14 zwei entkoppelte Differentialgleichungen

$$\dot{\vec{V}}^\pm = -\omega_\pm z \times \vec{V}^\pm \quad (3.14)$$

mit den Komponenten

$$\dot{V}_x^\pm = \omega_\pm V_y^\pm \quad (3.15)$$

$$\dot{V}_y^\pm = -\omega_\pm V_x^\pm. \quad (3.16)$$

Als Lösungen findet man:

$$V_x^\pm = A^\pm \cos(\omega_\pm t + \phi_\pm) \quad (3.17)$$

$$V_y^\pm = -A^\pm \sin(\omega_\pm t + \phi_\pm) \quad (3.18)$$

Mit

$$z \times \frac{\vec{V}^+ - \vec{V}^-}{\omega_+ - \omega_-} = \vec{r} \quad (3.19)$$

gelangt man wieder zu den Ortskoordinaten der Bewegung

$$x = -\frac{V_y^+ - V_y^-}{\omega_+ - \omega_-} \quad (3.20)$$

$$y = \frac{V_x^+ - V_x^-}{\omega_+ - \omega_-}. \quad (3.21)$$

Durch Einsetzen von 3.17 und 3.18 in 3.20 und 3.21 erhält man

$$x(t) = -\rho_- \sin(\omega_- t + \phi_-) + \rho_+ \sin(\omega_+ t + \phi_+) \quad (3.22)$$

$$y(t) = -\rho_- \cos(\omega_- t + \phi_-) + \rho_+ \cos(\omega_+ t + \phi_+) \quad (3.23)$$

mit den Radien

$$\rho_\pm = \frac{A^\pm}{\omega_+ - \omega_-}. \quad (3.24)$$

Anhand 3.22 und 3.23 wird die Form der radialen Bewegung deutlich. Sie besteht aus der Überlagerung zweier kreisförmiger Bewegungen mit gleichem Drehsinn: Der *Zyklotronbewegung* mit Frequenz ω_+ und Radius ρ_+ , deren Zentrum mit der Frequenz ω_- im Abstand ρ_- um die Symmetrieachse dreht (*Magnetronbewegung*). Die gesamte Bewegung entsteht aus der Überlagerung dieser radialen Bewegung mit der axialen Schwingung mit der Frequenz ω_z . Abb. 3.2 zeigt dies schematisch für ein positiv geladenes Ion.

Für die Frequenzen ω_+ , ω_- und ω_z lassen sich aus 3.12 und 3.14 folgende Beziehungen herleiten:

$$\begin{aligned} \omega_+ + \omega_- &= \omega_c \\ \omega_+^2 + \omega_-^2 + \omega_z^2 &= \omega_c^2 \\ \omega_+ \omega_- &= \frac{\omega_z^2}{2} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Weiterhin gilt die Hierarchie

$$\omega_- < \omega_z < \omega_+. \quad (3.26)$$

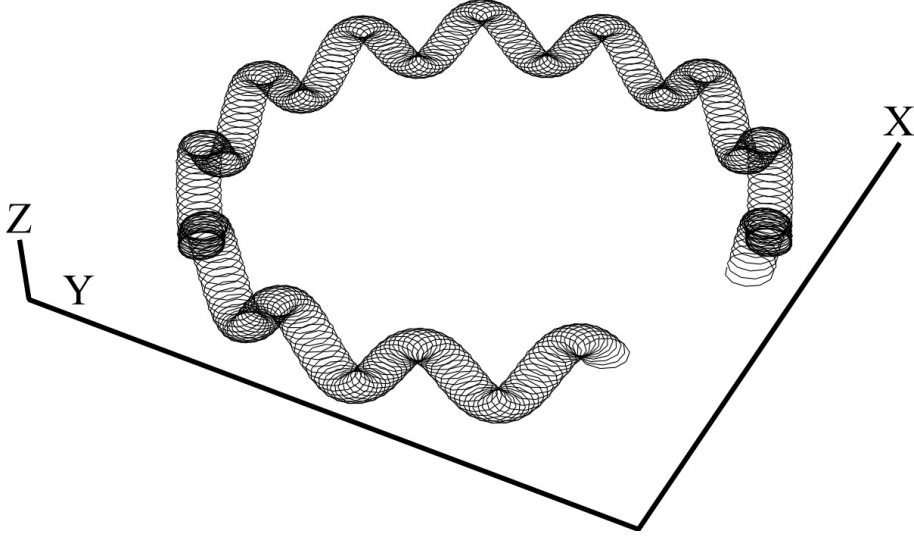


Abbildung 3.2: Bewegung eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle

Die Gesamtenergie der Radialbewegung setzt sich zusammen aus der kinetischen Energie und der repulsiven elektrostatischen potentiellen Energie:

$$H_r = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 - \frac{w_z^2}{2}r^2) \quad (3.27)$$

Durch Differenzieren von 3.19 und Einsetzen von 3.14 erhält man:

$$\dot{r} = \frac{\omega_+ \vec{V}^+ - \omega_- \vec{V}^-}{\omega_+ - \omega_-} \quad (3.28)$$

Unter Verwendung von 3.28 und 3.19 kann man 3.27 schreiben als

$$H_r = \frac{m}{2} \frac{\omega_+ \vec{V}^{+2} - \omega_- \vec{V}^{-2}}{\omega_+ - \omega_-} \quad (3.29)$$

und mit 3.17, 3.18 und mit 3.24 als

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{m}{2} (\rho_+^2 (\omega_+^2 - \omega_+ \omega_-) + \rho_-^2 (\omega_-^2 - \omega_+ \omega_-)) \\ &= (E_+^{kin} + E_+^{pot}) + (E_-^{kin} + E_-^{pot}) \end{aligned} \quad (3.30)$$

wodurch die Separation des Systems in zwei entkoppelte Bewegungen deutlich wird. Die Magnetronbewegung liefert hierbei einen negativen Beitrag zur Radialenergie, da sie instabil ist. Eine dissipative Verringerung der Magnetronenergie, beispielsweise durch Stöße mit Restgasatomen, führt also zur

Vergrößerung des Magnetronradius. Um möglichst lange zu speichern, sollten Stöße der gespeicherten Teilchen mit Restgasatomen vermieden werden. Daher ist Ultrahochvakuum zum Betrieb der Penningfalle unabdingbar. An 3.31 sieht man auch, daß die Zyklotronenergie in erster Linie kinetische Energie und die Magnetronenergie hauptsächlich potentielle Energie ist, weil ω_+ größer als ω_- ist.

Da es jedoch für das Europium-Experiment notwendig ist, Ionen unter Puffergas zu speichern, soll im folgenden eine Möglichkeit aufgezeigt werden, Ionen auch bei höherem Druck als Ultrahochvakuum in einer Penningfalle zu speichern. Dieses Verfahren wurde von Bollen et al. [Boll89], [Boll90], [Sava91], [Schw92], [Schw93], [Shen93] für Massmessungen vorgestellt und erstmals von [Li96] in der Spektroskopie an gespeicherten Ionen angewandt.

Bei dieser Technik wird die Summenfrequenz $\omega_+ + \omega_-$ als Quadrupolfeld in xy -Ebene eingestrahlt.

Zum besseren Verständnis dieser Methode ist es wichtig, zunächst die Bewegung eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle quantenmechanisch zu beschreiben.

3.2 Quantenmechanische Beschreibung

Ein in der Penningfalle gespeichertes Teilchen kann wie ein atomares System betrachtet werden. Das Teilchen bewegt sich jedoch nicht wie ein Elektron im bindenden Potential des Kerns, sondern beschreibt durch das von außen angelegte elektrische und magnetische Feld Bahnen, die ebenfalls der Quantenmechanik gehorchen. H. G. Dehmelt nennt dieses quasiaatomare System *Geonium*, weil das bindende Potential von einem auf der Erde stehenden Apparat erzeugt wird [Brow86].

Zunächst soll die Axialbewegung betrachtet werden. Diese kann als eindimensionaler, harmonischer Oszillator mit dem Hamiltonoperator

$$H_z = \frac{\hat{p}_z^2}{2m} + \frac{m\omega_z^2 \hat{z}^2}{2} \quad (3.31)$$

beschrieben werden. Detaillierte Beschreibungen des harmonischen Oszillators finden sich in vielen Lehrbüchern, eine besonders elegante in [Saku85]. Üblicherweise führt man zwei nicht hermitesche Operatoren

$$a_z = \sqrt{\frac{m\omega_z}{2\hbar}} \left(\hat{z} + \frac{i\hat{p}}{m\omega_z} \right) \quad \text{sowie} \quad a_z^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega_z}{2\hbar}} \left(\hat{z} - \frac{i\hat{p}}{m\omega_z} \right) \quad (3.32)$$

die, wie später noch deutlich wird, als *Erzeugungs-* und *Vernichtungsoperator* bezeichnet werden. Sie erfüllen die Vertauschungsrelation

$$[a_z, a_z^\dagger] = 1. \quad (3.33)$$

Desweiteren führt man einen Operator

$$N_z = a_z^\dagger a_z \quad (3.34)$$

ein; 3.31 läßt sich dann schreiben als:

$$H_z = \hbar\omega_z \left(N + \frac{1}{2} \right) \quad (3.35)$$

Wie man sieht, können H_z und N_z gleichzeitig diagonalisiert werden. Benennt man die Energieeigenzustände

$$N_z |n\rangle = n |n\rangle \quad (3.36)$$

so erhält man

$$H_z |n\rangle = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_z |n\rangle, \quad (3.37)$$

was bedeutet, daß die Energieeigenwerte des Hamiltonoperators

$$E_n = \hbar\omega_z \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (3.38)$$

sind. Mit

$$\begin{aligned} [N_z, a_z^\dagger] &= a_z^\dagger \\ [N_z, a_z] &= -a_z \\ N a_z^\dagger |n\rangle &= (n+1) a_z^\dagger |n\rangle \\ N a_z |n\rangle &= (n-1) a_z |n\rangle \end{aligned} \quad (3.39)$$

sieht man, daß $a_z |n\rangle$ und $a_z^\dagger |n\rangle$ ebenfalls Eigenzustände von N_z mit jeweils um 1 verringertem bzw. erhöhtem Eigenwert sind. Aus

$$a_z |n\rangle = c |n-1\rangle \quad \text{und} \quad (3.40)$$

$$\langle n | a_z^\dagger a_z | n \rangle = |c|^2 = \langle n | N | n \rangle = n \quad (3.41)$$

erhält man

$$a_z |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle. \quad (3.42)$$

Entsprechend ist

$$a_z^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle, \quad (3.43)$$

sodaß alle Zustände $|n\rangle$ mit dem Erzeugungsoperator $a_z^\dagger$ generiert werden können:

$$|n\rangle = \left(\frac{(a_z^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} \right) |0\rangle \quad (3.44)$$

In entsprechender Weise verfährt man für die Radialbewegung. Man führt die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren

$$a_{\pm}^{\dagger} = \sqrt{\frac{m}{2\hbar(\omega_+ - \omega_-)}} (V_x^{\pm} \mp iV_y^{\pm}) \quad (3.45)$$

$$a_{\pm} = \sqrt{\frac{m}{2\hbar(\omega_+ - \omega_-)}} (V_x^{\pm} \pm iV_y^{\pm}) \quad (3.46)$$

ein, mit welchen sich der Hamiltonoperator 3.29 als

$$H_r = \hbar\omega_+ \left(a_+^{\dagger} a_+ + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega_- \left(a_-^{\dagger} a_- + \frac{1}{2} \right) \quad (3.47)$$

ausdrücken läßt. Die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren 3.45 und 3.46 wirken auf Energieeigenzustände in folgender Weise

$$\begin{aligned} a_+^{\dagger} |l_+, l_- > &= \sqrt{l_+ + 1} |l_+ + 1, l_- > \\ a_+ |l_+, l_- > &= \sqrt{l_+} |l_+ - 1, l_- > \\ a_-^{\dagger} |l_+, l_- > &= \sqrt{l_- + 1} |l_+, l_- + 1 > \\ a_- |l_+, l_- > &= \sqrt{l_-} |l_+, l_- - 1 >, \end{aligned} \quad (3.48)$$

sodaß man für die Energieeigenwerte

$$E_r = E_+ + E_- = \hbar\omega_+ \left(l_+ + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega_- \left(l_- + \frac{1}{2} \right) \quad (3.49)$$

erhält. Ein Vergleich der quantenmechanischen Darstellung der Energie 3.49 mit dem klassischen Resultat 3.31 liefert den Zusammenhang zwischen den Quantenzahlen l_+, l_- mit den Erwartungswerten der Bewegung ρ_+, ρ_- :

$$\rho_+^2 = \frac{2\hbar \left(l_+ + \frac{1}{2} \right)}{m(\omega_+ - \omega_-)} \quad (3.50)$$

$$\rho_-^2 = \frac{2\hbar \left(l_- + \frac{1}{2} \right)}{m(\omega_+ - \omega_-)} \quad (3.51)$$

Man erkennt, daß eine Vergrößerung von l_+, l_- eine Vergrößerung von ρ_+, ρ_- und E_+ bewirkt, während E_- verringert wird. Um geladene Teilchen trotz Restgasstößen zu speichern, ist es also nötig, die Magnetronbewegung anzu-
regen.

3.2.1 Anregung durch Dipol- und Quadrupolfeld

Wie schon erwähnt, wird eine Verkleinerung der Magnetronradien durch Einstrahlen eines Quadrupolfeldes in xy -Ebene erreicht. Der Vollständigkeit halber wird hier aber auch die Wirkung eines elektrischen Dipolfeldes auf die gespeicherten Teilchen beschrieben. Ein Dipolpotential in der xy -Ebene kann in der Form $V_{dip} = \alpha x$ ausgedrückt werden.

Stellt man x beziehungsweise y durch die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren 3.45 und 3.46 dar

$$x = i\sqrt{\frac{\hbar}{2m(\omega_+ - \omega_-)}} \left((a_+ - a_+^\dagger) + (a_- - a_-^\dagger) \right) \quad (3.52)$$

$$y = \sqrt{\frac{\hbar}{2m(\omega_+ - \omega_-)}} \left((a_+ + a_+^\dagger) - (a_- + a_-^\dagger) \right), \quad (3.53)$$

so kann man die Matrixelemente

$$\langle l_+, l_- | x | l'_+, l'_- \rangle \quad (3.54)$$

berechnen und erhält daraus die Auswahlregeln und die relativen Übergangswahrscheinlichkeiten. Tabelle 3.1 enthält die Auswahlregeln und Übergangs-

ω	Δl_+	Δl_-	P	ΔE
ω_+	+1	0	$l_+ + 1$	+
ω_+	-1	0	l_+	-
ω_-	0	+1	$l_- + 1$	-
ω_-	0	-1	l_-	+

Tabelle 3.1: Auswahlregeln und relative Übergangswahrscheinlichkeiten für Anregung mit einem Dipolpotential der Frequenzen ω_+ und ω_- . Die letzte Spalte gibt an, ob ein Photon absorbiert (+) oder emittiert (-) wird.

wahrscheinlichkeiten für Anregung mit einem Dipolpotential. Danach ist die Emission eines Photons bei Anregung mit ω_- wahrscheinlicher als die Absorption. Dies bedeutet, daß es nicht möglich ist, mit einem Dipolpotential der Frequenz ω_- den Magnetronradius zu verringern.

Deshalb wird im folgenden die Wirkung eines Quadrupolpotentials auf ein gespeichertes Teilchen untersucht. Dies kann man darstellen als $V_{quad} = \beta x \cdot y$. Mit 3.52 und 3.53 erhält man

$$x \cdot y = i \left(\frac{\hbar}{2m(\omega_+ - \omega_-)} \right) (a_+ a_+ - a_+^\dagger a_+^\dagger - a_- a_- + a_-^\dagger a_-^\dagger - 2a_+ a_-^\dagger + 2a_- a_+^\dagger) \quad (3.55)$$

Die Auswahlregeln und relativen Übergangswahrscheinlichkeiten für Anregung mit einem Quadrupolpotential sind in Tabelle 3.2 aufgeführt. Das Verhalten bei Anregung mit $2\omega_+$ und $2\omega_-$ entspricht dem der Dipolübergänge bei ω_+ und ω_- , außer daß sich l_+ und l_- um ± 2 ändern. Regt man jedoch

ω	Δl_+	Δl_-	P	ΔE
$2\omega_+$	+2	0	$(l_+ + 2)(l_+ + 1)$	+
$2\omega_+$	-2	0	$(l_+ + 1)l_+$	-
$2\omega_-$	0	+2	$(l_- + 2)(l_- + 1)$	-
$2\omega_-$	0	-2	$(l_- + 1)l_-$	+
$\omega_+ + \omega_-$	+1	-1	$(l_+ + 1)l_-$	+
$\omega_+ + \omega_-$	-1	+1	$(l_- + 1)l_+$	-

Tabelle 3.2: Auswahlregeln und relative Übergangswahrscheinlichkeiten für Anregung mit einem Quadrupolpotential der Frequenzen ω_+ und ω_- . Die letzte Spalte gibt an, ob ein Photon absorbiert (+) oder emittiert (-) wird.

mit der Zyklotronfrequenz $\omega_+ + \omega_- = \omega_c$ an, so führt dies zu einer gleichzeitigen Änderung von l_+ und l_- . Für den Fall des *Zyklotronüberganges* ist das Verhältnis von Absorptions- zu Emissionswahrscheinlichkeit nicht eindeutig. Abhängig davon, welche der beiden Quantenzahlen l_+ , l_- größer ist, überwiegen Absorption oder Emission. Überträgt man dieses Resultat auf die durch 3.50 und 3.51 mit den Quantenzahlen verknüpften Radien ρ_+ und ρ_- , so kann man dies auch dergestalt ausdrücken, daß bei Anregung mit der Zyklotronfrequenz der größere der beiden Radien solange kleiner und der kleinere der beiden um den gleichen Betrag größer wird, bis beide gleich groß sind.

3.3 Quadrupolanregung klassisch

Einen Zugang zur klassischen Betrachtung der Anregung der radialen Bewegung erhält man durch Erweiterung der Bewegungsgleichungen der Geschwindigkeitsvektoren $\vec{V}^+$ und $\vec{V}^-$ 3.14 um die aufgrund des elektrischen Wechselfeldes $\vec{E}$ wirkenden Kräfte:

$$\dot{V}_x^\pm = \omega_\pm V_y^\pm + \frac{q}{m} E_x \quad (3.56)$$

$$\dot{V}_y^\pm = -\omega_\pm V_x^\pm + \frac{q}{m} E_y \quad (3.57)$$

Für ein elektrisches Quadrupolfeld der Frequenz ω sind dann

$$E_x = y \cdot a_0 \cdot \cos(\omega t) \quad (3.58)$$

$$E_y = x \cdot a_0 \cdot \cos(\omega t). \quad (3.59)$$

Stellt man x und y durch 3.20 und 3.21 dar, so erhält man für die Bewegungsgleichungen 3.56 und 3.57:

$$\dot{V}_x^\pm = \omega_\pm V_y^\pm + k(V_x^+ - V_x^-) \quad (3.60)$$

$$\dot{V}_y^\pm = -\omega_\pm V_x^\pm - k(V_y^+ - V_y^-) \quad (3.61)$$

$$\text{mit } k = k_0 \cos(\omega t) \text{ und } k_0 = \frac{qa_0}{m(\omega_+ - \omega_-)}$$

Um die Differentialgleichungen näherungsweise zu lösen, wird der Ansatz

$$\vec{V}^\pm = \vec{A}^\pm e^{\pm i\omega_\pm t} \quad (3.62)$$

$$\text{mit } \cos(\omega t) = \frac{1}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$$

verwendet. Einsetzen in Gl. 3.60 und 3.61 ergibt:

$$\dot{A}_x^\pm \pm i\omega_\pm A_x^\pm = \quad (3.63)$$

$$\omega_\pm A_y^\pm \pm \frac{k_0}{2} (A_x^\pm (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) - A_x^\mp (e^{i(\omega-\omega_c)t} + e^{-i(\omega-\omega_c)t}))$$

$$\dot{A}_y^\pm \pm i\omega_\pm A_y^\pm = \quad (3.64)$$

$$-\omega_\pm A_x^\pm \mp \frac{k_0}{2} (A_y^\pm (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) - A_y^\mp (e^{i(\omega-\omega_c)t} + e^{-i(\omega-\omega_c)t}))$$

Für $\omega \approx \omega_c$ und $k_0 \ll \omega_-$ erhält man eine langsame Änderung der Amplituden A^+ und A^- mit einer hochfrequenten Modulation $\omega + \omega_c$. Man kann dann 3.63 und 3.64 unter Vernachlässigung der hochfrequenten Anteile schreiben als:

$$\dot{A}_x^\pm = \mp i\omega_\pm A_x^\pm + \omega_\pm A_y^\pm \mp \frac{k_0}{2} A_x^\mp e^{\pm i(\omega-\omega_c)t} \quad (3.65)$$

$$\dot{A}_y^\pm = \mp i\omega_\pm A_y^\pm - \omega_\pm A_x^\pm \pm \frac{k_0}{2} A_y^\mp e^{\pm i(\omega-\omega_c)t} \quad (3.66)$$

Unter Annahme kreisförmiger Bahnen und unter Berücksichtigung des negativen Drehsinns von $\vec{V}^-$ folgt

$$iA^+ = A_y^+ = iA_x^+ \text{ und } iA^- = A_y^- = -iA_x^-, \quad (3.67)$$

sodaß

$$\dot{A}^+ = -\frac{k_0}{2} A^- e^{i(\omega-\omega_c)t} \quad (3.68)$$

$$\dot{A}^- = \frac{k_0}{2} A^+ e^{-i(\omega-\omega_c)t}. \quad (3.69)$$

Für den Fall, daß $\omega = \omega_c$ erhält man die Lösungen

$$A^+(t) = A_0^+ \cos\left(\frac{k_0}{2}t\right) - A_0^- \sin\left(\frac{k_0}{2}t\right) \quad (3.70)$$

$$A^-(t) = A_0^- \cos\left(\frac{k_0}{2}t\right) + A_0^+ \sin\left(\frac{k_0}{2}t\right) \quad (3.71)$$

und mit 3.24

$$\rho^+(t) = \rho_0^+ \cos\left(\frac{k_0}{2}t\right) - \rho_0^- \sin\left(\frac{k_0}{2}t\right) \quad (3.72)$$

$$\rho^-(t) = \rho_0^- \cos\left(\frac{k_0}{2}t\right) + \rho_0^+ \sin\left(\frac{k_0}{2}t\right) \quad (3.73)$$

für das zeitliche Verhalten der Radien. Für den Fall, daß $\rho^+(0) = 0$ und

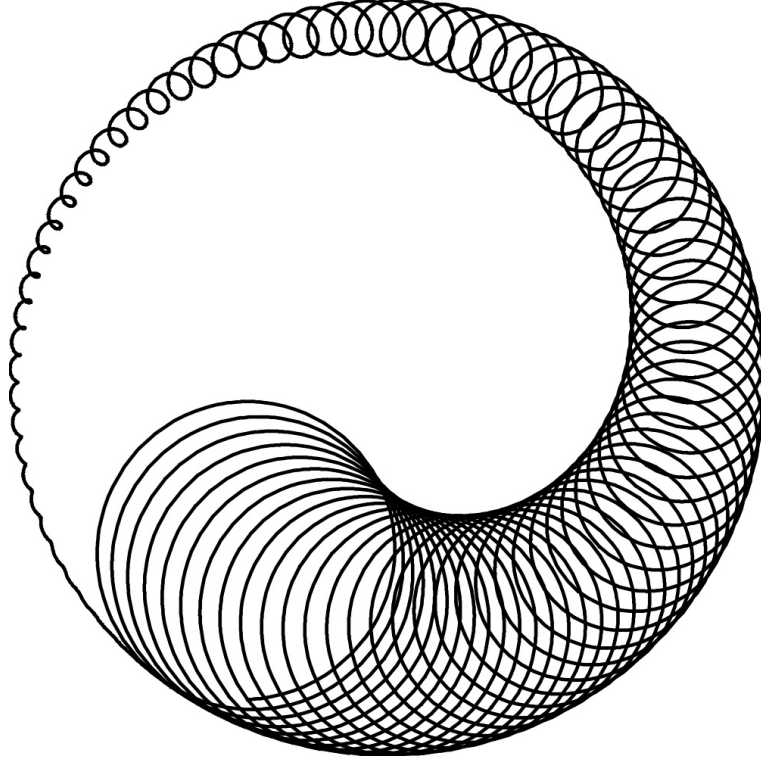


Abbildung 3.3: Bewegung eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle, das mit einem Quadrupolfeld der Frequenz ω_c angeregt wird. Man erkennt, daß sich der Zyklotronradius vergrößert, während sich der Magnetronradius verkleinert

$\rho^- \neq 0$ findet eine vollständige, periodische Konversion von der Magnetronbewegung in die reduzierte Zyklotronbewegung und zurück statt (Abb 3.3).

Dabei ist $T_K = \frac{\pi}{k_0}$ die Zeit für einen Konversionsprozeß. Ist sowohl $\rho^+(0) \neq 0$ als auch $\rho^-(0) \neq 0$, findet nur eine unvollständige Konversion zwischen einem minimalen Radius und einem maximalen Radius statt. Eine nichtresonante Anregung mit $\omega \neq \omega_c$ führt ebenfalls zu einer nichtvollständigen Konversion [Boll90].

3.4 Quadrupolanregung mit Puffergas

Die Wechselwirkung von Ionen mit einem Gas läßt sich nicht hauptsächlich auf elastische Stöße zurückführen. Sie entspringt vielmehr einer Wechselwirkung der Ionen mit den durch sie in den Atomen oder Molekülen induzierten Dipolmomenten [Dani73]. Die resultierende attraktive Kraft ist für Atome proportional r^{-4} , für homonukleare Moleküle proportional r^{-3} und für heteronukleare Moleküle sogar proportional r^{-2} . Sie ist damit viel weitreichender als die repulsiven Kräfte von elastischen Stößen. Ein Ion wechselwirkt also ständig mit vielen verschiedenen Puffergasatomen, sodaß dessen Bewegung als solche in einem viskosen Medium beschrieben werden kann. Die Dämpfungskonstante dieser Bewegung ist gegeben durch

$$\delta = \frac{|q|}{d_0} p_n \quad \text{mit} \quad p_n = \frac{p}{p_{norm}}, \quad (3.74)$$

wobei d_0 die sogenannte Ionenmobilität ist, die beispielsweise in [Elli76] tabelliert ist.

Um die durch Puffergas gedämpfte Bewegung der Ionen in der Penningfalle unter gleichzeitiger Anregung durch ein Quadrupolfeld zu berücksichtigen, fügt man zu 3.60 und 3.61 noch einen Reibungsterm hinzu:

$$\dot{V}_x^\pm = \omega_\pm V_y^\pm + k(V_x^+ - V_x^-) - \gamma(\omega_+ V_x^+ - \omega_- V_x^-) \quad (3.75)$$

$$\dot{V}_y^\pm = -\omega_\pm V_x^\pm - k(V_y^+ - V_y^-) - \gamma(\omega_+ V_y^+ - \omega_- V_y^-) \quad (3.76)$$

$$\text{mit } k = k_0 \cos(\omega t), \quad k_0 = \frac{qa_0}{m(\omega_+ - \omega_-)} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{\delta}{\omega_+ - \omega_-}$$

Zur näherungsweisen Lösung von 3.75 und 3.76 verfährt man in gleicher Weise wie bei 3.60 und 3.61 und erhält für das zeitliche Verhalten der Amplituden

$$\dot{A}^+ = -\frac{k_0}{2} A^- - \gamma \omega_+ A^+ \quad (3.77)$$

$$\dot{A}^- = \frac{k_0}{2} A^+ + \gamma \omega_- A^-. \quad (3.78)$$

Durch Laplacetransformation können die Gleichungen gelöst werden:

$$e^{-\frac{\gamma}{2}(\omega_+ - \omega_-)t} \left(\frac{A_0^+}{2} (e^{\Delta t} + e^{-\Delta t}) - \frac{\gamma\omega_c A_0^+ + k_0 A_0^-}{4\Delta} (e^{\Delta t} - e^{-\Delta t}) \right) \quad (3.79)$$

$$e^{-\frac{\gamma}{2}(\omega_+ - \omega_-)t} \left(\frac{A_0^-}{2} (e^{\Delta t} + e^{-\Delta t}) - \frac{\gamma\omega_c A_0^- + k_0 A_0^+}{4\Delta} (e^{\Delta t} - e^{-\Delta t}) \right) \quad (3.80)$$

$$\text{mit } \Delta = \frac{1}{2} \sqrt{\gamma^2 \omega_c^2 - k_0^2} \quad (3.81)$$

Für den Fall $k_0 \leq \gamma\omega_c$ wird Δ real, und es findet keine Konversion zwischen den beiden Bewegungen statt, der Magnetronradius vergrößert sich, solange, bis die Ionen verloren gehen. Damit ist also keine Verringerung des Magnetronradius' möglich. Ausführlich wird dies in [Köni91] behandelt. Ist jedoch $k_0 > \gamma\omega_c$, wird die Frequenz Δ imaginär und man kann die Lösung als Überlagerung einer periodischen Konversion von der Zyklotron- in die Magnetronbewegung mit einer Dämpfung mit der Zeitkonstanten $\frac{\gamma}{2}(\omega_+ - \omega_-)$ schreiben.

$$A^+(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}(\omega_+ - \omega_-)t} \left(\frac{A_0^+}{2} \cos(\Delta t) - \frac{\gamma\omega_c A_0^+ + k_0 A_0^-}{4\Delta} \sin(\Delta t) \right) \quad (3.82)$$

$$A^-(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}(\omega_+ - \omega_-)t} \left(\frac{A_0^-}{2} \cos(\Delta t) - \frac{\gamma\omega_c A_0^- + k_0 A_0^+}{4\Delta} \sin(\Delta t) \right) \quad (3.83)$$

Diese Gleichungen beschreiben den Kühlvorgang. Mit 3.22, 3.23 und 3.24 gelangt man wieder zu kartesischen Koordinaten. Man erhält Trajektorien in der xy -Ebene wie in Abb. 3.4. Der Kühlvorgang läßt sich als zwei miteinander konkurrierende Prozesse beschreiben. Zum einen führt die Wechselwirkung dazu, daß beiden Bewegungen Energie entzogen, der Zyklotronradius also verkleinert und der Magnetronradius vergrößert wird, zum anderen führt die Anregung mit ω_c den Bewegungen wieder Energie zu, was, wenn der Zyklotronradius kleiner als der Magnetronradius ist ($l_+ < l_-$, siehe Abschnitt 3.2.1) zu einer Verringerung des Magnetronradius und zu einer Vergrößerung des Zyklotronradius führt. Ist nun die Anregungsamplitude groß genug, so ziehen sich die Magnetronradien trotz der Stöße mit den Puffergasatomen zusammen. Das Aufweiten der Zyklotronradien durch Zunahme an kinetischer Energie wird durch Stöße gedämpft. Der Kühlprozeß besteht also hauptsächlich aus dem Schrumpfen der Magnetronradien. Dieser Vorgang setzt sich so lange fort, bis aufgrund der Quantenzahlen l_+, l_- die Emission bevorzugt wird, oder bis sich die Ionen im thermischen Gleichgewicht befinden.

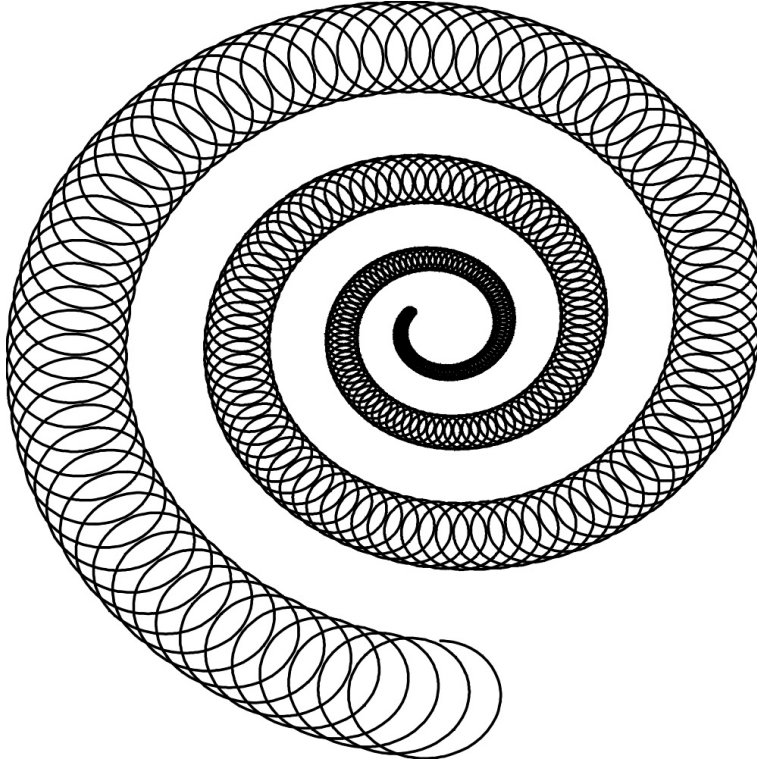


Abbildung 3.4: Bewegung eines geladenen Teilchens in einer Penningfalle, das unter Puffergas mit einem Quadrupolfeld der Frequenz ω_c angeregt wird. Sowohl Zyklotron- als auch Magnetronradius verkleinern sich mit der Zeit.

Im Hinblick auf das Speicherverhalten sind bei Anregung mit ω_c drei Fälle von Bedeutung [Köni91]:

1.

$$a_0 \cdot q < \sqrt{2}\omega_z \cdot \delta \quad (3.84)$$

In diesem Fall ist die Dämpfung größer als die Kopplung beider Bewegungsmoden. Die Magnetronbahnen weiten sich also auf, was zum Verlust der Ionen führt.

2.

$$\sqrt{2}\omega_z \cdot \delta < a_0 \cdot q < \omega_c \cdot \delta \quad (3.85)$$

In diesem Fall schrumpfen die Magnetronradien. Die Zeitkonstante der Kühlung ist aber noch von der Anregungsamplitude a_0 abhängig.

3.

$$a_0 \cdot q > \omega_c \delta \quad (3.86)$$

Hier schrumpfen die Magnetronradien ebenfalls. Die Zeitkonstante der Kühlung ist jedoch nicht mehr von der Anregungsamplitude a_0 abhängig.

3.5 Reale Falle und Speicherparameter

Die vorangegangenen Ausführungen gelten, streng genommen, nur für eine ideale Penningfalle. Dabei wurden einige Vereinfachungen getroffen, die sich in der Realität nicht erfüllen lassen. In der Realität hat man folgende Abweichungen:

- Verschiebung des Potentials durch die Ladung der gespeicherten Ionenwolke
- Verschiebung des Potentials durch endliche Ausdehnung von Ring und Kalotten, nicht perfekt hyperbolische Form, sowie Öffnungen in Ring und Kalotten, die zur Durchführung des Experimentes nötig sind.
- Verkipfung der Fallenachse zur Magnetfeldrichtung
- Inhomogenität des realen Magnetfeldes, sowie Erhöhung der Inhomogenität durch Suszeptibilität des Materials, aus dem die Falle gefertigt wurde.

Diese Abweichungen führen zu Verschiebungen der Eigenfrequenzen gespeicherter Ionen und spielen bei Massenmessungen in Penningfallen eine große Rolle. Aus diesem Grund wurden diese Eigenfrequenzverschiebungen beispielsweise in [Brow86], [Gerz90], [Boll90] und [Kret90] eingehend untersucht.

Die Abweichungen des realen Potentials vom idealen Quadrupolpotential kann wegen der Rotationssymmetrie des Potentials durch eine Multipolentwicklung beschrieben werden

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{2} \sum_{k=0}^{\infty} C_k \left(\frac{r}{r_0} \right)^k P_k(\cos(\Theta)), \quad (3.87)$$

wobei die P_k die Legendrepolynome k -ter Ordnung sind. Terme ungerader Ordnung k erscheinen wegen der Rotationssymmetrie des Potentials nicht. Setzt man obiges Potential bis zur Ordnung $k = 4$ anstelle von 3.6 in 3.7 ein, so erhält man

$$m\ddot{x} = eB\dot{y} - \frac{qU}{r_0^2} \left(x + \frac{C_4}{r_0^2} (3x^3 + 3xy^2 - 12xz^2) \right) \quad (3.88)$$

$$m\ddot{y} = -eB\dot{x} - \frac{qU}{r_0^2} \left(y + \frac{C_4}{r_0^2} (3y^3 + 3x^2y - 12yz^2) \right) \quad (3.89)$$

$$m\ddot{z} = \frac{qU}{r_0^2} \left(2z + \frac{C_4}{r_0^2} (12x^2z + 12y^2z - 8z^3) \right) \quad (3.90)$$

als Bewegungsgleichungen. Man erkennt sofort, daß ein nichtverschwindender Koeffizient C_4 Kopplungen zwischen den Bewegungsmoden ergibt. Dies führt, außer zu den bereits erwähnten Frequenzverschiebungen, zu einem weiteren interessanten Effekt, nämlich zum Energieübertrag zwischen den Bewegungsmoden. Dieser Energieübertrag findet zwischen zwei Bewegungsmoden statt, wenn eine der Bewegungsfrequenzen ein ganzzahliges Vielfaches der anderen ist. Von besonderem Interesse sind die Fälle, wenn ω_z oder ω_+ ganzzahlige Vielfache von ω_- sind, da dann der Energieübetrag zum Aufweiten des Magnetronradius' und damit zum Ionenverlust führt. Abb. 3.5 zeigt simulierte Trajektorien in der Radialebene für $p = \frac{\omega_+}{\omega_-} = 8,7$ und $p = \frac{\omega_+}{\omega_-} = 9$. Anzeichen für diesen Effekt wurden erstmals von [Yu89] gesehen; erstmals direkt beobachtet wurde er von [Schw95].

Diese sogenannten *Nichtlinearen Resonanzen* spielen auch für die Speicherung von Europium eine bedeutende Rolle. Bei festem Fallenparameter r_0 und Magnetfeld B muß die Speicherspannung so gewählt werden, daß

$$\frac{\omega_c^2}{4} - \frac{\omega_z^2}{2} > 0, \quad (3.91)$$

damit sowohl ω_+ als auch ω_- (3.14) reell bleiben. Daraus ergibt sich eine Bedingung an die Speicherspannung, damit Speicherung überhaupt möglich ist:

$$U_g > -\frac{qb^2r_0^2}{4m} \text{ für } q > 0 \quad (3.92)$$

$$U_g < -\frac{qb^2r_0^2}{4m} \text{ für } q < 0 \quad (3.93)$$

Für das Auftreten von *Nichtlinearen Resonanzen* gilt

$$\frac{\omega_z}{\omega_-} = s \text{ mit } s = 1, 2, 3, \dots \quad (3.94)$$

$$\frac{\omega_+}{\omega_-} = p \text{ mit } p = 1, 2, 3, \dots \quad (3.95)$$

woraus man mit 3.12 und 3.14 für die Speicherspannung erhält:

$$U_s = -\frac{qr_0^2}{2m} \left(\frac{2s}{s^2 + 2} \right)^2 B^2 \quad (3.96)$$

$$U_p = -\frac{qr_0^2}{m} \frac{p}{(p+1)^2} B^2 \quad (3.97)$$

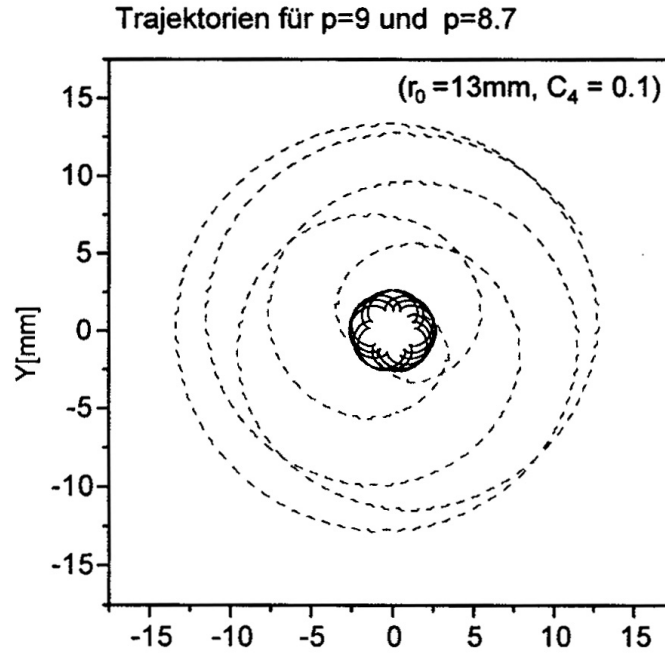


Abbildung 3.5: Die gestrichelte Linie zeigt die Trajektorie für $p = 9$. Der Magnetronradius weitet sich solange auf, bis die Ionen die Elektroden berühren und damit verloren gehen. Bei ansonsten gleichen Startbedingungen und $p = 9$ bleibt die Ionenbewegung begrenzt (durchgezogene Linie) (aus [Marx98])

Wie bereits gezeigt, führen die *Nichtlinearen Resonanzen* zum Ionenverlust bei der Speicherung. Dabei ist aber die *Geschwindigkeit* des Ionenverlustes von deren Ordnung s und p abhängig. Niedrigere Ordnungen s und p haben einen schnelleren Ionenverlust zur Folge als höhere Ordnungen. Bislang kann hierüber aber noch kein quantitativer Zusammenhang angegeben werden.

Trägt man den Verlauf der Spannungen der Speichergrenze und der *Nichtlinearen Resonanzen* bei festem q, B, r_0 in Abhängigkeit der Masse m auf (Abb. 3.6), so sieht man, daß für große Massen die Speicherung schwieriger wird, da der Speicherbereich kleiner wird, und die *Nichtlinearen Resonanzen* niedriger Ordnungen in die Nähe üblicher Speicherspannungen rücken. Da die *Nichtlinearen Resonanzen* auch eine endliche Breite aufweisen, machen auch die mit zunehmender Masse immer kleiner werdenden Abstände der Resonanzen untereinander die Speicherung schwieriger.

Es war daher nicht möglich, Europium in der Nähe der Speichergrenze ($U_g \approx -57\text{V}$) zu speichern. Erst bei $U_0 \approx -20\text{V}$ gelang es, Europium über

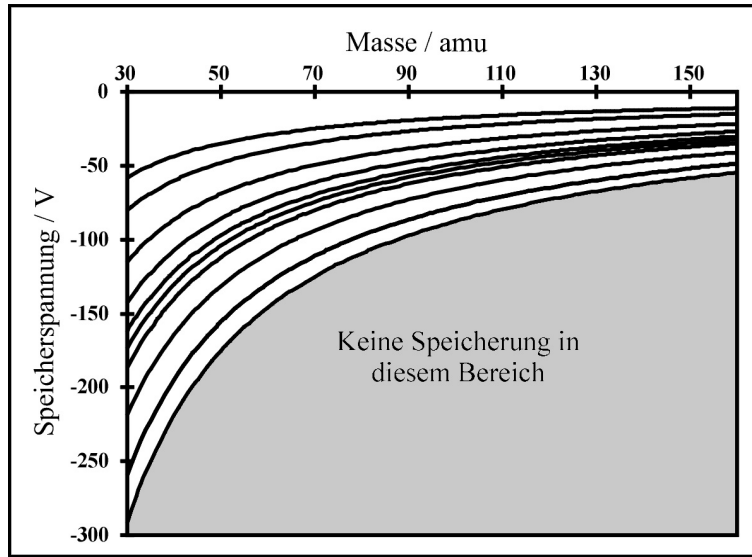


Abbildung 3.6: Die Grafik zeigt den Verlauf der Speichergrenze und der *Nichtlinearen Resonanzen* der Ordnungen $s, p = 1 - 6$ in Abhängigkeit der Masse bei festgehaltenem $B = 1.5 \text{ T}$, $r_0 = 13 \text{ mm}$ für ein einfach positiv geladenes Teilchen. Man sieht, daß mit zunehmender Masse der Speicherbereich kleiner wird und die *Nichtlinearen Resonanzen* immer dichter zusammenrücken. Damit wird die Speicherung für höhere Massen schwieriger.

längere Zeit zu speichern. Tabelle 3.3 enthält noch einmal alle Parameter und Frequenzen der Bewegung für $^{151}\text{Eu}^+$, $^{153}\text{Eu}^+$ und Elektronen.

	$^{151}\text{Eu}^+$	$^{153}\text{Eu}^+$	e^-
$B[\text{Tesla}]$	1,5	1,5	1,5
$\omega_c/2\pi[\text{kHz}]$	152,526	150,532	41983431,444
$\omega_z/2\pi[\text{kHz}]$	63,352	62,936	5255,326
$\omega_+/2\pi[\text{kHz}]$	137,983	135,966	41983431,115
$\omega_-/2\pi[\text{kHz}]$	14,543	14,565	0,329

Tabelle 3.3: Speicherparameter für die im Experiment verwendete Falle.

Kapitel 4

Meßverfahren

Zur Bestimmung des g_I -Faktors von Europium-Ionen ist es nötig, die Übergangsfrequenzen einiger $\Delta m_I = \pm 1$ -Übergänge des im starken Magnetfeld aufgespaltenen $^9\text{S}_4$ -Grundzustandes zu bestimmen. Dies geschieht mittels der *Doppelresonanzmessung* [Demt91]. Wegen der räumlichen Inhomogenität und der zeitlichen Drift des Magnetfeldes muß zur verlässlichen Bestimmung des g_I -Faktors das Magnetfeld am Ort der Ionen und zum Zeitpunkt der Doppelresonanzmessung bekannt sein.

4.1 Magnetfeldbestimmung

Um das Magnetfeld am Ort der Ionen unter gleichen Bedingungen wie die Doppelresonanzmessungen zu messen, muß die gleiche Apparatur zur Bestimmung des Magnetfeldes benutzt werden. Es bietet sich daher an, die Eigenfrequenzen gespeicherter, geladener Teilchen heranzuziehen. Die Bewegung geladener Teilchen in einer idealen Penningfalle wurde bereits ausführlich in Abs. 3.1 beschrieben. Demnach sind zwei der drei Eigenfrequenzen von Gl. 3.12 und 3.14 magnetfeldabhängig, variieren aber auch mit der an der Falle angelegten Spannung. Einzig die freie Zyklotronfrequenz ω_c ist unabhängig von der Spannung, aber auch keine Eigenfrequenz der Bewegung.

Neben den Eu^+ -Ionen bieten sich außerdem noch Elektronen zur Magnetfeldbestimmung an, die auch in diesem Experiment verwendet werden. In [Hubr90] findet sich eine detaillierte Betrachtung der Vor- und Nachteile beider Teilchensorten. Demnach beträgt die bei Magnetfeldbestimmung mittels Ionen minimal erreichbare relative Meßungenauigkeit von ω_c wegen der großen Raumladungsverschiebung und Stoßverbreiterung gespeicherter Ionen $1 \cdot 10^{-5}$. Mit Elektronen kann unter gleichen Bedingungen, was Raumladungsverschiebung und Stoßverbreiterung betrifft, eine minimale relative

Meßungenauigkeit von $1 \cdot 10^{-8}$ erreicht werden. Außerdem stehen Elektronen wegen der einfachen Erzeugung mit einem glühenden Draht in beliebigen Mengen zur Verfügung, während dies insbesondere für Ionen von in geringen Mengen künstlich erzeugten instabilen Isotopen nicht der Fall ist.

Bei Elektronen muß jedoch dem Umstand Beachtung geschenkt werden, daß ihre Ruhemasse nur $511 \frac{\text{keV}}{c^2}$ beträgt, sodaß schon eine geringe kinetische Energie ausreicht, um nicht vernachlässigbare relativistische Effekte hervorzurufen. Mit der relativistischen Massenzunahme

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{E}{mc^2} \quad (4.1)$$

geht eine Verschiebung der Zyklotronfrequenz

$$\frac{\Delta \omega_c}{\omega_c} = -\frac{E}{mc^2} \quad (4.2)$$

einher. Schon eine kinetische Energie von 1 eV bewirkt eine Verschiebung $\frac{\Delta \omega_c}{\omega_c} = 2 \cdot 10^{-6}$. Während der Speicherung in einer Penningfalle kühlen Elektronen durch Synchrotronstrahlung ab. Da sich die Falle selbst auf Zimmertemperatur befindet, haben die Elektronen eine Energie von mindestens $\frac{1}{40}$ eV, was eine Verschiebung von ungefähr $\frac{\Delta \omega_c}{\omega_c} = 5 \cdot 10^{-8}$ bewirkt. Bei Anregung einer ihrer Eigenbewegungen zur Bestimmung des Magnetfeldes nehmen die Elektronen natürlich wieder Energie auf, sodaß ihre maximale Energie begrenzt werden muß. Am einfachsten kann die Begrenzung ihrer Energie durch die Ringspannung bewerkstelligt werden. Senkt man die Ringspannung auf 1 V ab, wodurch die Energie der Bewegung in z -Richtung begrenzt wird, so verlassen alle Elektronen mit mehr als 0.5 eV die Penningfalle. Da ω_z magnetfeldunabhängig ist und damit nicht das Magnetfeld bestimmt werden kann, spielt die Kopplung der Eigenbewegungen untereinander eine wichtige Rolle. Bei der idealen Falle sind die Eigenbewegungen natürlich vollständig entkoppelt.

Die oben angestellten Überlegungen zur minimal erreichbaren Meßungenauigkeit beziehen sich alle auf die freie Zyklotronfrequenz ω_c . Diese ist aber keine Eigenfrequenz der Bewegung und kann daher nicht direkt bestimmt werden. In Tab. 4.1 sind alle Eigenfrequenzen und ω_c für Elektronen in einer Penningfalle bei einem Magnetfeld von 1.5T und zwei verschiedenen Spannungen aufgeführt. Daraus ist zu ersehen, daß bei großem Magnetfeld und kleiner Spannung die Differenz zwischen ω_c und ω_+ sehr klein wird. Daher wird anstelle der freien Zyklotronfrequenz ω_c die reduzierte Zyklotronfrequenz ω_+ bestimmt. Der Fehler, der dabei gemacht wird, beträgt bei einer Fallenspannung von 5 V gerade $3 \cdot 10^{-8}$, was bei den Meßungenauigkeiten, die

$U_0[\text{V}]$	$\omega_z/2\pi[\text{Hz}]$	$\omega_-/2\pi[\text{Hz}]$	$\omega_+/2\pi[\text{Hz}]$	$\omega_c/2\pi[\text{Hz}]$	$\frac{\omega_c - \omega_+}{\omega_c}$
1	7 432 153	657	41 983 430 787	41 983 431 445	$1.5 \cdot 10^{-8}$
5	10 441 900	1298	41 983 430 146	41 983 431 445	$3 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 4.1: Eigenfrequenzen und Zyklotronfrequenz von Elektronen in einer Penningfalle

bei der Magnetfeldbestimmung mit Elektronen erreicht werden, vernachlässigt werden kann. Außerdem ist

$$\omega_+ + \omega_- = \omega_c, \quad (4.3)$$

sodaß ω_c als Seitenband von ω_+ im Abstand von ω_- betrachtet werden kann, welches sich dadurch auszeichnet, daß seine Position von der angelegten Fallenspannung unabhängig ist. Aufgrund des geringen Abstandes von ω_c zu ω_+ werden diese bei Messungen aber ohnehin nicht voneinander zu trennen sein.

Zur Bestimmung der reduzierten Zyklotronfrequenz ω_+ wird die Fallenspannung wie in Abb. 4.1 dargestellt zyklisch variiert. Als erstes werden Elek-

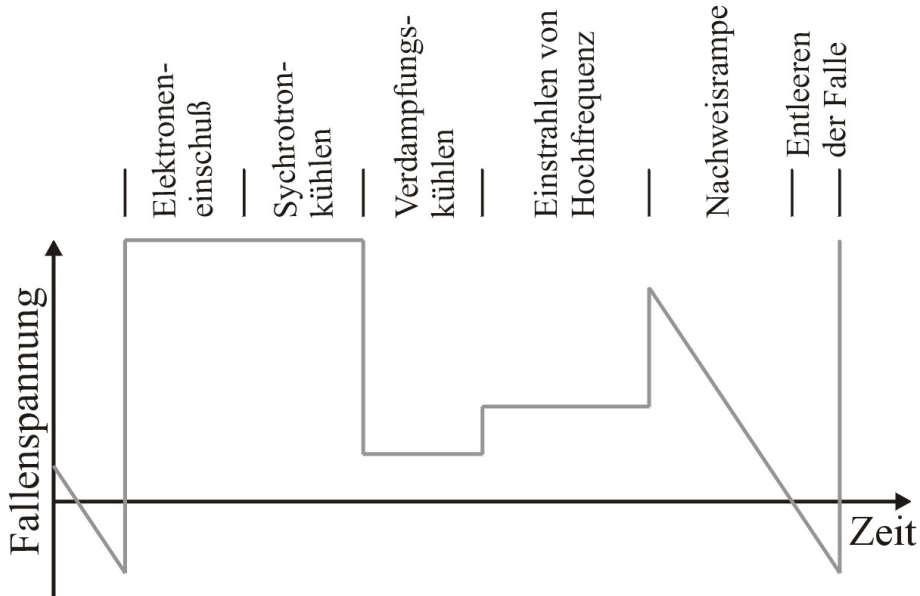


Abbildung 4.1: Fallenspannung während eines Elektronennachweiszyklus. Dieser Zyklus wird fortwährend wiederholt und dabei die Hochfrequenz verstimmt. Spannungen und Zeiten sind nicht maßstäblich.

tronen in das Fallenvolumen durch Anlegen einer Beschleunigungsspannung zwischen dem außerhalb der Falle liegenden Glühdraht und einer Kalotte

eingeschossen. Diese Elektronen erzeugen durch Restgasionisation *Sekundärelektronen*, die dann gespeichert werden. Danach folgt eine Pause bei gleicher Fallenspannung, damit die gespeicherten Elektronen durch Synchrotronstrahlung abkühlen. Im nächsten Schritt wird die Fallenspannung reduziert, um die Energie der gespeicherten Elektronen zu begrenzen. Dabei verlassen Elektronen mit hoher Energie die Falle. Aus diesem Grund wird dieser Schritt auch als *Verdampfungskühlen* bezeichnet. Anschließend wird Hochfrequenz im Bereich von ω_+ eingestrahlt. Sind die Elektronen in Resonanz mit der eingestrahlten Hochfrequenz, so nehmen sie Energie aus dem Hochfrequenzfeld auf und verlassen die Falle. Am Ende des Zyklus wird die Spannung wieder erhöht, um eine Spannungsrampe zu durchlaufen, an deren Ende die Falle umgepolt wird, sodaß die verbliebenen Elektronen die Falle verlassen. So werden immer gleiche Startbedingungen im Hinblick auf die Elektronenzahl für jeden Zyklus hergestellt. Durch die Veränderung der Fallenspannung wird die spannungsabhängige Eigenfrequenz ω_z in Resonanz mit einem äußeren Schwingkreis gebracht, womit ermittelt werden kann, wieviele Elektronen sich in der Falle befinden (siehe auch Abs. 5.3).

Wird die Hochfrequenz von Zyklus zu Zyklus durchgestimmt, so beschreibt die nach dem Einstrahlen der Hochfrequenz nachgewiesene Elektronenzahl eine Resonanzkurve, wobei in der Resonanz die geringste Elektronenzahl und außerhalb der Resonanz die höchste Elektronenzahl auftritt. Durch Auswertung dieser Resonanzkurve kann dann der Wert der Magnetfeldstärke bestimmt werden.

4.2 Laser-Mikrowellen-Doppelresonanz Messungen

Die Laser-Mikrowellen-Doppelresonanz Messungen dienen in diesem Experiment der Bestimmung von Übergangsfrequenzen innerhalb des $^9\text{S}_4$ -Zustandes. Dabei wird der Laser als Pumpe und die Mikrowelle zur Bestimmung der Übergangsfrequenz eingesetzt.

Die Messung einer Übergangsfrequenz mit Mikrowelle bietet zunächst den Vorteil, daß die Mikrowellenquelle sehr leicht phasenstarr an eine Referenz gekoppelt werden und dadurch die Mikrowellenfrequenz mit sehr kleiner Unsicherheit bestimmt werden kann. Weitaus wichtiger ist aber, daß die Amplitude der Bewegung von in einer Penningfalle gespeicherten Ionen kleiner als die Wellenlänge der verwendeten Mikrowellen ist. Damit ist das sogenannte *Dicke-Kriterium* erfüllt ([Dick52]), und die Mikrowellenspektren sind in erster Ordnung dopplernfrei, was überhaupt erst kleine Meßunsicherheiten

ermöglicht.

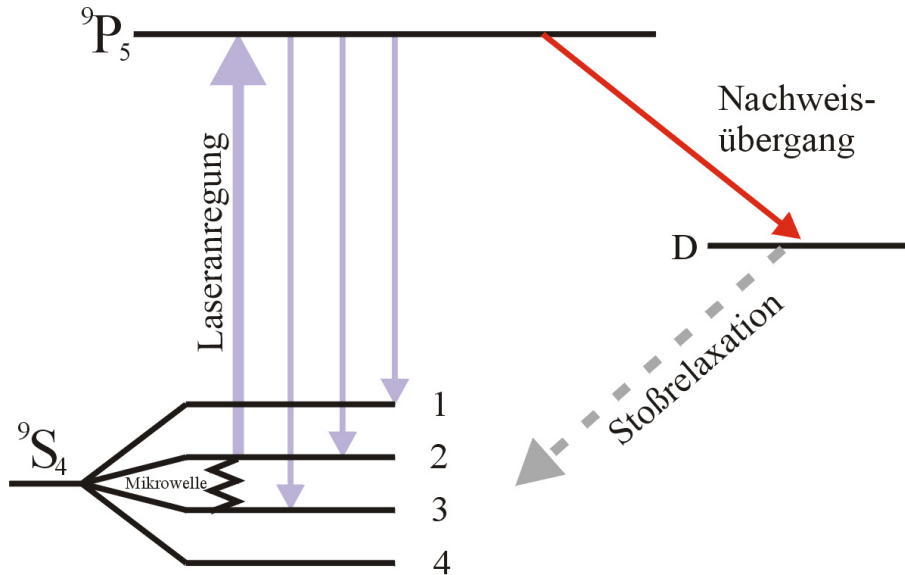


Abbildung 4.2: Optisches Pumpen und Laser-Mikrowellen Doppelresonanz für Eu^+ stark vereinfacht

Abb. 4.2 zeigt eine mögliche Situation für Doppelresonanzmessungen am Eu^+ . Der Einfachheit halber sind im $^9\text{S}_4$ -Zustand nur vier Zeemanzustände eingezeichnet. Im angeregten $^9\text{P}_5$ -Zustand und in den metastabilen D-Zuständen wurde vollständig auf die Zeemanzustände verzichtet. Die Laserfrequenz ist so eingestellt, daß der mit **2** bezeichnete Zustand angeregt wird. Die Ionen gelangen so in ein den Auswahlregeln entsprechendes Zeemanniiveau des $^9\text{P}_5$ -Zustandes, von dem sie in eine Reihe von Zeemanzuständen des $^9\text{S}_4$ -Zustandes oder der D-Zustände zerfallen können. Von den D-Zuständen kehren die Ionen strahlungslos durch Stoßrelaxation in den Grundzustand zurück. Nach kurzer Zeit ist **2** entvölkert. Nimmt man zunächst einmal an, daß die Zustände **1** und **4** nicht vorhanden wären, so befänden sich alle Ionen im Zustand **3**. Koppelt man diesen nun resonant per Mikrowelle an **2** an, so gelangen wieder Ionen in den lasergepumpten Zustand **2**, was durch einen Anstieg des Fluoreszenzlichtes detektiert wird. Verstimmt man die Mikrowellenfrequenz über den Übergang von **3** nach **2**, so beschreibt die detektierte Fluoreszenz in Abhängigkeit der Mikrowellenfrequenz eine Resonanzkurve.

Sind aber außer den Zuständen **2** und **3** noch weitere vorhanden (im Beispiel **1** und **4**), so führt die Kopplung von **3** an **2** zum optischen Pumpen in die Zustände **2** und **3**, sodaß nach kurzer Zeit keine Ionen mehr am Pump- und Nachweiszyklus teilnehmen, was die Messung unmöglich macht. Das zur Entvölkerung der metastabilen D-Zustände eingesetzte Puffergas hat aber

noch einen weiteren Effekt: Es führt zum Mischen von Zeemanzuständen. Dies verhindert, daß der optisch gepumpte und der mit Mikrowellen an diesen angekoppelte Zustand vollkommen entleert werden. Bei alleiniger Anregung eines Zeemanzustandes mit dem Laser stellt sich aufgrund des Mischens ein dynamisches Gleichgewicht ein und ergibt eine konstante Rate an Ionen, die in Zustand **2** gelangen. Diese konstante Rate äußert sich in einem konstanten Fluoreszenzlicht. Wird Zustand **3** an den lasergepumpten Zustand **2** durch Mikrowellen resonant angekoppelt, so erhöht sich die Rate von Ionen, die in Zustand **2** gelangen, was sich in einer Erhöhung des Fluoreszenzlichtes äußert. Auch bei dem durch Mikrowellen angekoppelten Zustand **3** verhindert das Mischen der Zeemanzustände eine völlige Entleerung.

Die Wahl des optimalen Druckes spielt bei Doppelresonanzmessungen am Eu^+ eine wichtige Rolle. Zu hoher Druck führt zu übermäßigem Mischen der Zeemanzustände, sodaß Ankopplung eines Zustandes an den lasergepumpten nicht mehr zur Erhöhung des Fluoreszenzlichtes führt, während zu niedriger Druck kein ausreichendes Mischen der Zeemanzustände im $^9\text{S}_4$ -Zustand und keine ausreichende Entvölkerung der D-Zustände durch Stoßrelaxation bewirkt, wodurch möglicherweise das Fluoreszenzlicht vollständig verschwindet.

Zur Simulation von Doppelresonanzmessungen stehen für das Eu^+ keine ausreichenden experimentellen Daten wie z. B. die Lebensdauer der D-Zustände oder die Raten des Mischens im Grundzustand in Abhängigkeit von Puffergasdruck und -sorte zur Verfügung. Von den Doppelresonanzmessungen zur Bestimmung der Konstanten der Hyperfeinwechselwirkung ist aber bekannt, daß Doppelresonanzmessungen in einem Druckbereich von 10^{-4} bis 10^{-5} mbar möglich waren.

Kapitel 5

Aufbau des Experimentes

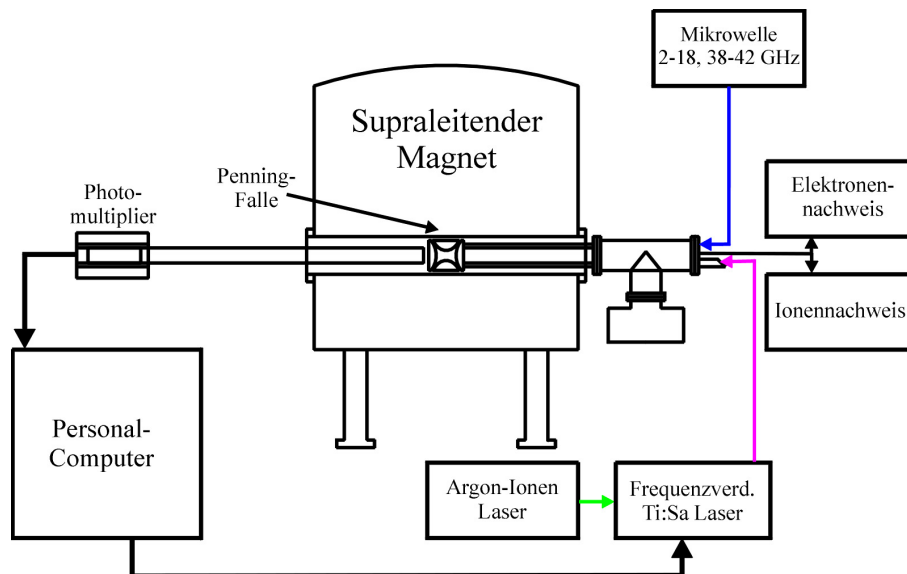


Abbildung 5.1: Übersicht über die im Experiment verwendeten Komponenten

Abbildung 5.1 zeigt eine Übersicht der für dieses Experiment verwendeten Komponenten. Mittelpunkt des Experimentes ist die Penningfalle. Sie befindet sich in einer Vakuumanlage. Dabei ragt der Teil der Vakuumanlage, der die Falle enthält, so in die Raumtemperaturbohrung eines supraleitenden Magneten hinein, daß sich das Zentrum der Falle an der Stelle des höchsten Magnetfeldes befindet. Ob Ionen gespeichert werden und welcher Masse diese sind, wird mit dem *Ionennachweisverstärker* bestimmt. Die gespeicherten Eu^+ Ionen werden mit einem frequenzverdoppelten Titan-Saphir-Laser angeregt. Die von den Ionen emittierte Fluoreszenz wird von ei-

nem Lichtleiter zu einem Photomultiplier geführt und von diesem registriert. Die Daten vom Photomultiplier werden von einem Personal-Computer mit eigens entwickelter Software verarbeitet, der auch gleichzeitig den Laser und die Mikrowellenanlage steuert. Die Mikrowellenanlage erzeugt die zur Magnetfeldbestimmung und zu Doppelresonanzmessungen benötigten Mikrowellen. Zum Nachweis gespeicherter Elektronen wird ein *Elektronennachweisverstärker* verwendet. Im folgenden werden die Komponenten noch detaillierter dargestellt.

5.1 Die Penningfalle

Die in diesem Experiment verwendete Penningfalle in einer Vakuumapparatur wurde völlig neu konstruiert. Zur Minimierung von Magnetfeldinhomogenitäten durch Fallenbauteile ist die Penningfalle aus sauerstofffreiem Kupfer OFHC gefertigt. Abb. 5.2 zeigt eine Explosionszeichnung der Falle.

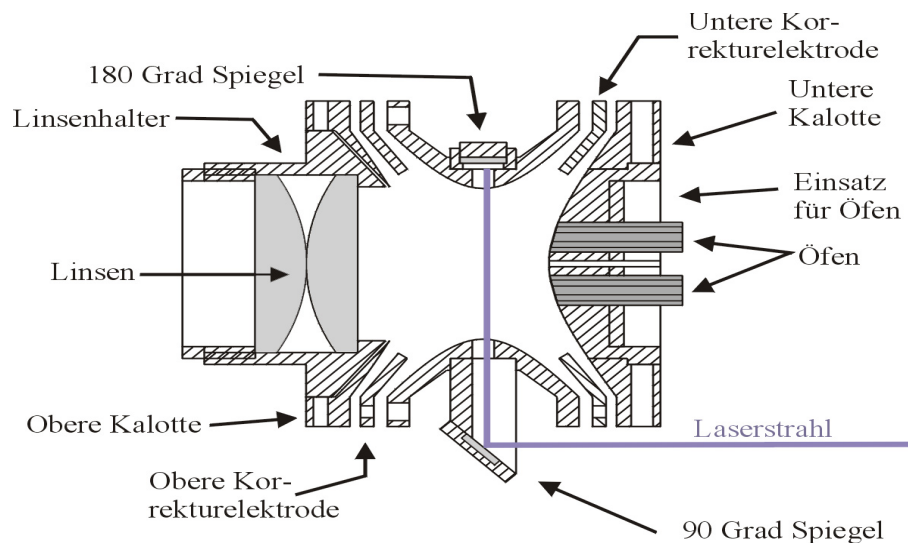


Abbildung 5.2: Schnittzeichnung durch die im Experiment verwendete Penningfalle

Die Falle besteht im wesentlichen aus zwei Kalotten, zwei Korrektur-elektroden und dem viergeteilten Ring. In der oberen Kalotte befindet sich ein Drahtgitter mit einer Transmission von ca. 72 % zur Beobachtung der Ionenfluoreszenz. Zwei Linsen in der oberen Kalotte mit einer Gesamtbrennweite von 23 mm bilden das Fallenzentrum in einer *Punkt-zu-Parallel* Abbildung ab.

In der unteren Kalotte befindet sich ein wechselbarer Einsatz, der die Öfen und die Elektronenkanone trägt. Die Elektronenkanone ist ca. 15 cm vom Fallenzentrum entfernt, um Feldinhomogenitäten durch das vom Strom beim Glühen des Wolframdrahtes erzeugte Magnetfeld möglichst klein zu halten.

Die Öfen bestehen aus Keramikstäben von 5 mm Durchmesser mit vier Bohrungen von 1 mm Durchmesser. Durch diese Bohrungen wird ein 0.15 mm starker Rheniumdraht geführt. In die Bohrungen werden dann Stücke metallischen Europiums gesteckt. Durch Glühen dieser Drähte werden zunächst neutrale Europiumatome abgedampft, die durch die ebenfalls aus dem Draht austretenden Elektronen ionisiert werden.

Die Korrektorelektroden dienen der Kompensation von Termen höherer Ordnung (insbesondere des Oktupolanteils) zum idealen Quadrupolpotential. Die Korrektorelektroden sind so angeordnet, daß die Fallenasymptoten mittig durch sie hindurchgehen. Das Verhältnis aus Abstand der Korrektorelektroden vom Fallenzentrum zu Dicke der Korrektorelektroden wurde so gewählt, daß ihre Form keinen Einfluß auf das elektrische Feld im Fallenzentrum hat ([Brow86]).

Die einzelnen Fallenteile werden durch 2 mm starke Kupfer-Beryllium Stangen zusammengehalten und durch kleine, sehr präzise gefertigte Macor-Abstandshalter im richtigen Abstand voneinander isoliert.

Die Falle befindet sich in einem einseitig verschlossenen Glasrohr, welches auf der anderen Seite an einem Vakuumtopf angeflanscht ist. Sie wird von einem Arm aus vier V2A-Stangen gehalten, die ebenfalls am Vakuumtopf befestigt sind. Dieser Arm trägt insgesamt vier Scheiben, die Bohrungen für den Laserstrahl enthalten und die elektrischen Zuführungen fixieren. Die elektrischen Zuführungen bestehen aus Kupfer-Beryllium Legierung und sind durch Oxid-Keramik voneinander isoliert. Auf der Seite der Falle werden Kupferdrähte verwendet, um die Verbindung zwischen elektrischer Zuführung und Fallenelektrode herzustellen. Auf der anderen Seite sind die Kupfer-Beryllium Stangen mit BNC-Vakuumdurchführungen verbunden. Diese ermöglichen es, direkt abgeschirmte BNC-Kabel an der Apparatur einzustecken und so eine sichere elektrische Verbindung herzustellen. Die Vakuumapparatur hat außerdem einen Ionisationsmeßkopf zur Druckmessung, ein Feinleckventil, um Puffergas kontrolliert einlassen zu können, eine Ionengetterpumpe, ein Brewsterfenster zur Einkopplung des Laserstrahles, sowie ein Eckventil zum Anschluß einer Turbomolekularpumpe.

Um gutes Vakuum zu erreichen, wird die Apparatur *ausgeheizt*. Dies bedeutet, daß die vollständige Apparatur unter gleichzeitiger Evakuierung mittels einer Turbomolekularpumpe für mehrere Tage auf etwa 200°C erhitzt wird. Höhere Temperaturen, die diesen Vorgang beschleunigen würden, füh-

ren leider zu bleibenden Verformungen der Kupfer-Beryllium Stangen. Danach wird die Apparatur wieder auf Umgebungstemperatur gebracht, das Eckventil geschlossen und mit der Ionengetterpumpe der endgültige Druck hergestellt. Die erreichten Drücke liegen im niedrigen 10^{-9} mbar-Bereich. Auch wenn es widersinnig erscheint, zuerst sehr gutes Vakuum herzustellen und dann doch bei etwa $5 \cdot 10^{-4}$ mbar zu experimentieren, so ist dieser Vorgang des *Ausheizens* sehr wichtig, da mit ihm die schweren Moleküle aus dem Hintergrundgas entfernt werden, was für lange Speicherzeiten besonders wichtig ist.

Das zur Spektroskopie benötigte Laserlicht wird durch Blenden im Vakuum auf einen 90° -Spiegel geführt, der das Licht durch eine Bohrung im Ring senkrecht zur Beobachtungsrichtung durchs Fallenzentrum schickt. Auf der gegenüberliegenden Seite befindet sich ebenfalls eine Bohrung im Ring mit einem 180° -Spiegel, der das Licht wieder zurück auf den 90° -Spiegel wirft. Der so zurückreflektierte Laserstrahl wird zur Justage des Laserstrahles verwendet. Die Bohrungen im Ring und die Spiegel haben einen nutzbaren Durchmesser von 3 mm. Bevor der Laserstrahl auf den ersten Spiegel trifft muß er einen Weg von ca. 1.3 m durch die Vakuumapparatur zurücklegen. Der Laserstrahl kann nur ca. 4 mm senkrecht zu seiner Ausbreitungsrichtung in der Vakuumapparatur verschoben werden. Aus diesem Grund müssen die beiden Spiegel an der Falle vor dem Verschließen der Vakuumapparatur sorgfältig justiert werden, da sie später nicht mehr zugänglich sind.

Zur Einkopplung der Mikrowellen wird ein *Semi-Rigid*-Mikrowellenkabel verwendet. Dieses eignet sich für einen Einsatz von 0-42 GHz. Ein Hohlleiter kommt hier nicht zum Einsatz, da seine Dimensionen für eine Frequenz von 40 GHz für die beengten Platzverhältnisse der Vakuumapparatur schon zu groß wären, ganz abgesehen von den Dimensionen eines Hohlleiters für einen Frequenzbereich von 2-6 GHz. Diese Kabel haben den Nachteil, daß sie zwar aus diamagnetischen Materialien hergestellt werden können, jedoch für den Einsatz im Ultrahochvakuum nicht geeignet sind und auch nicht ausgeheizt werden können. Aus diesem Grund ragt ein mit einer Mikrowellenvakuumdurchführung versehenes Rohr bis kurz vor die Falle in die Apparatur hinein. Im Vakuum werden dann die Mikrowellen mittels eines Ofendrahtes ins Falleninnere geführt. Das Mikrowellenkabel befindet sich so nicht im Vakuum und kann mit einer eigens angefertigten Vorrichtung zum Ausheizen der Vakuumapparatur entfernt werden.

5.2 Der supraleitende Magnet

Das Magnetfeld wird durch einen Solenoiden mit supraleitenden Spulen erzeugt. Diese befinden sich in einem Heliumbad, welches von einem Stickstoffmantel und einem Vakuummantel umgeben ist. Der Magnet verfügt über eine Raumtemperaturbohrung, in die der Teil der Apparatur eingeschoben wird, der die Falle enthält. Neben den Hauptspulen hat der Magnet noch weitere Korrekturspulen, mit denen die räumliche Inhomogenität vermindert werden kann. Die mit diesen Korrekturspulen erreichbare minimale Inhomogenität des Magneteten ist $< 1 \cdot 10^{-7}$ bei $\phi = 3\text{mm}$, $l = 10\text{mm}$ am Ort des höchsten Flusses.

Abgesehen von dieser räumlichen unterliegt der Magnet auch zeitlichen Veränderungen der Feldstärke. Einmal ist dies die Abnahme des Magnetfeldes mit der Zeit. Diese Abnahme beträgt ca. $10^{-10}/h$ und kann über längere Zeit experimentell bestimmt werden. Zum anderen schwankt das Magnetfeld kurzfristig ([Dyck91], [Jord93]). Diese Schwankungen betragen etwa 10^{-8} und führen damit natürlich auch zu einer Linienverbreiterung. Bei der erwarteten Meßgenauigkeit werden diese Schwankungen wahrscheinlich aber vernachlässigbar sein.

5.3 Der elektronische Ionen- und Elektronen-nachweis

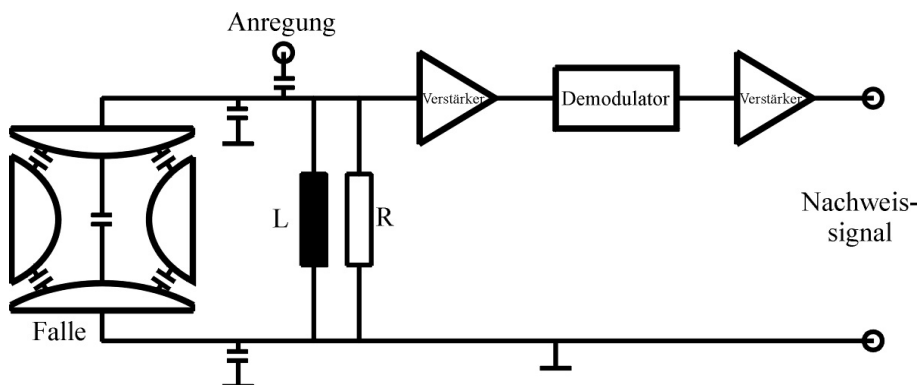


Abbildung 5.3: Elektronischer Nachweis von geladenen Teilchen in einer Penningfalle

Die elektronischen Nachweise dienen der Bestimmung von Masse und Anzahl der in der Penningfalle gespeicherten Teilchen. Zum Nachweis von Ionen

und Elektronen wird die z -Schwingung der Ionen verwendet. Die Eigenfrequenz der z -Schwingung läßt sich wegen ihrer Spannungsabhängigkeit leicht durch die Speicherspannung verändern. Zum Nachweis bildet man aus den Kapazitäten der Kalotten zueinander und zum Ring, sowie den Kabelkapazitäten zusammen mit einer externen Spule einen Schwingkreis, dessen Resonanzfrequenz ω_{LC} so gewählt wird, daß $\omega_{LC} \approx \omega_z$ ist (siehe Abb. 5.3). Zum Nachweis wird die Speicherspannung verändert. Im Resonanzfall $\omega_{LC} = \omega_z$ bilden die Kalotten für die geladenen Teilchen nur noch einen ohmschen Widerstand [Stah94] und vermindern so den Strom, der durch die Spule fließt. Dieser relativ kleine Stromeinbruch, mit dem ein Energieübertrag auf die geladenen Teilchen einhergeht, wird durch Verstärker und Demodulator sichtbar gemacht. Aus der Spannung, bei der die Resonanz auftritt, erhält man, einfach geladene Teilchen vorausgesetzt, die Masse und aus der Höhe des Stromeinbruchs ein Maß für die Anzahl der gespeicherten Teilchen. Für dieses Experiment ist jedoch die absolute Zahl der gespeicherten Teilchen nicht von Bedeutung, sondern nur die relative Änderung. Wegen des großen Massenunterschiedes zwischen Elektronen und Ionen kommen zwei verschiedene Nachweisverstärker zum Einsatz. Die Resonanzfrequenz des Ionennachweises beträgt $\nu_{Ion} \approx 60\text{kHz}$, die des Elektronennachweises $\nu_e \approx 12\text{MHz}$. Der Ionennachweisverstärker ist eine Entwicklung von S. Stahl ([Stah94]), während der Elektronennachweis neu konzipiert und gebaut wurde.

5.4 Der Laser

Das verwendete Lasersystem setzt sich aus einem frequenzverdoppelten Titan-Saphir-Ringlaser und einem Argon-Ionen-Laser als Pumplaser zusammen.

Der Argon-Ionen-Laser besteht im wesentlichen aus einer Gasentladungsröhre in einem optischen Resonator. Durch eine kontinuierliche Gasentladung entstehen in dieser Röhre hochangeregte Argon-Ionen, welche unter Aussendung von Licht in ihren Grundzustand zurückkehren. Mit verschiedenen Spiegelsätzen können im Resonator einzelne Spektralbereiche selektiert werden. Zum Pumpen des Titan-Saphir-Lasers wird ein Spiegelsatz für sichtbares Licht verwendet. Für unser Experiment wird die Pumpleistung auf 15 W stabilisiert.

Im Ringlaser findet ein Titan-Saphir-Kristall ($\text{Al}_2\text{O}_3 : \text{Ti}^{3+}$) als Lasermedium Verwendung, dessen Spektrum sich über den Bereich von 680–1100 nm erstreckt. Durch frequenzselektive Bauteile kann die Linienbreite des Laserlichts auf weniger als 1 MHz eingeschränkt werden. Für die Messungen am Europium wird der Ringlaser bei 764–780 nm betrieben. Im Strahlengang des

Ringlasers befindet sich ein optisch einachsiger, doppeltbrechender Lithium-Jodat-Kristall, der Laserlicht der doppelten Frequenz generiert. Beide Anteile werden aus dem Resonator ausgekoppelt. Dabei dienen das frequenzverdoppelte Licht der Anregung der Eu^+ und das unverdoppelte Licht der Wellenlängenbestimmung mittels Wavemeter. Die Leistung bei der doppelten Frequenz beträgt maximal 10 mW. Für ein eingehendes Studium der Frequenzverdopplung sei auf [Butc90] verwiesen.

5.5 Der Fluoreszenznachweis

Das von den gespeicherten Ionen emittierte Licht wird mit einem Photomultiplier mit Gallium-Arsenid-Photokathode detektiert. Um einzelne Photonen detektieren zu können, wird der Photomultiplier auf eine Temperatur von ca. -20°C gekühlt. Bei dieser Temperatur erhält man nur noch ca. 10 Dunkelimpulse pro Sekunde. Der Photomultiplier befindet sich dazu in einem Kühler (Abb. 5.4). Der Kühler besteht aus einem Kühlmantel und zwei Abschlüs-

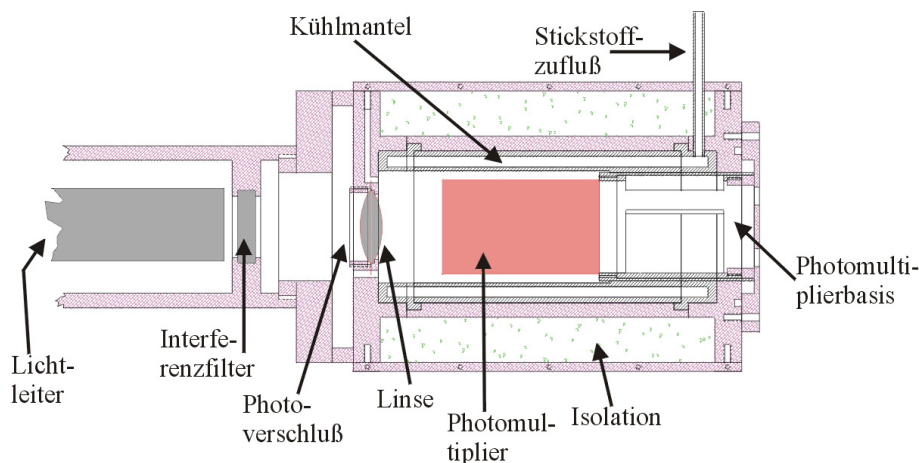


Abbildung 5.4: Aufbau des Fluoreszenznachweises

sen aus Kupfer. Durch die vertikalen Bohrungen des Kühlmantels wird kalter gasförmiger Stickstoff geleitet, der durch Verdampfung flüssigen Stickstoffs gewonnen wird. Auch die Spannungskaskade für die Dynoden befindet sich in einem abgeschlossenen Behälter innerhalb des Kühlmantels, um einer Erwärmung des Photomultipliers durch die Steckkontakte zu unterbinden. Desweiteren kann sich durch diese Anordnung kein Kondenswasser auf den hochspannungsführenden Kontakten bilden. Auf der lichtempfindlichen Seite des Photomultipliers befindet sich eine Linse, die einfallendes Licht auf die Photokathode bündelt. Auf der dem Photomultiplier abgewandten Seite ist

ein Verschluß angeordnet, der in geschlossenem Zustand verhindert, daß zuviel Licht auf den Photomultiplier fällt, wenn die Öfen zur Ionenerzeugung geglüht werden. Vor dem Verschluß befindet sich eine Wechselemöglichkeit für Interferenzfilter. Da der von uns verwendete Photomultiplier durch axiale Magnetfelder an Effizienz ([Trap97]) verliert, befindet sich im Kühlmantel eine magnetische Abschirmung um den Photomultiplier herum. Außerdem ist er im Betrieb ca. 1 m vom supraleitenden Magneten entfernt. Das Fluoreszenzlicht der Ionen, das durch die obere Kalotte aus der Falle austritt wird dazu durch einen Lichtleiter von der Falle zum Interferenzfilter geführt. Der Lichtleiter wiederum ist von einem Kunststoffrohr umgeben, um diesen vor Streulicht zu schützen.

Anfänglich wurde ein Plexiglasstab als Lichtleiter verwendet. Da dieser jedoch das UV-Licht des Lasers in längerwelliges Licht umwandelte, gelang es nicht das Laserlicht mit einem Interferenzfilter auszublenden. Aus diesem Grund wurde dann ein innen poliertes Aluminiumrohr als Lichtleiter verwendet.

5.6 Die Mikrowellenanlage

Für das Europium Experiment werden Mikrowellen in zwei Frequenzbereichen benötigt:

- 2 - 7 GHz zur Induktion von $\Delta m_I = \pm 1, \Delta m_J = 0$ Übergängen im Europium
- 38-42 GHz zur Bestimmung der reduzierten Zyklotronfrequenz gespeicherter Elektronen sowie zur Induktion von $\Delta m_I = 0, \Delta m_J = \pm 1$ Übergängen im Europium

Zur Bereitstellung des Frequenzbereiches von 2-7 GHz wird ein Synthesizer verwendet, der in einem Bereich von 2-18 GHz mit einer Schrittweite von 0,1 Hz durchgestimmt werden kann. Die -3 dB- Linienbreite liegt im Bereich weniger Hertz und die maximale Leistung beträgt 25 mW. Wird eine höhere Leistung benötigt, so steht ein Wanderwellenverstärker zur Verfügung, dessen Verstärkung und maximale Ausgangsleistung +30dB (1000) und +35 dBm (10W) betragen. Die Kurzzeitinstabilität des Synthesizers beträgt $\pm 5 \cdot 10^{-10}/d$. Zur Verringerung der Instabilität wird der Synthesizer phasenstarr an ein kurzzeitstabiles Rubidium-Kleinatom-Frequenznormal ($\pm 5 \cdot 10^{-11}/s$) angebunden. Zur Langzeitstabilisierung ist das Frequenznormal per Langwelle mit dem Cäsiumstandard der PTB Braunschweig verbunden. Im Experiment wird der Synthesizer per IEEE488 Schnittstelle von einem

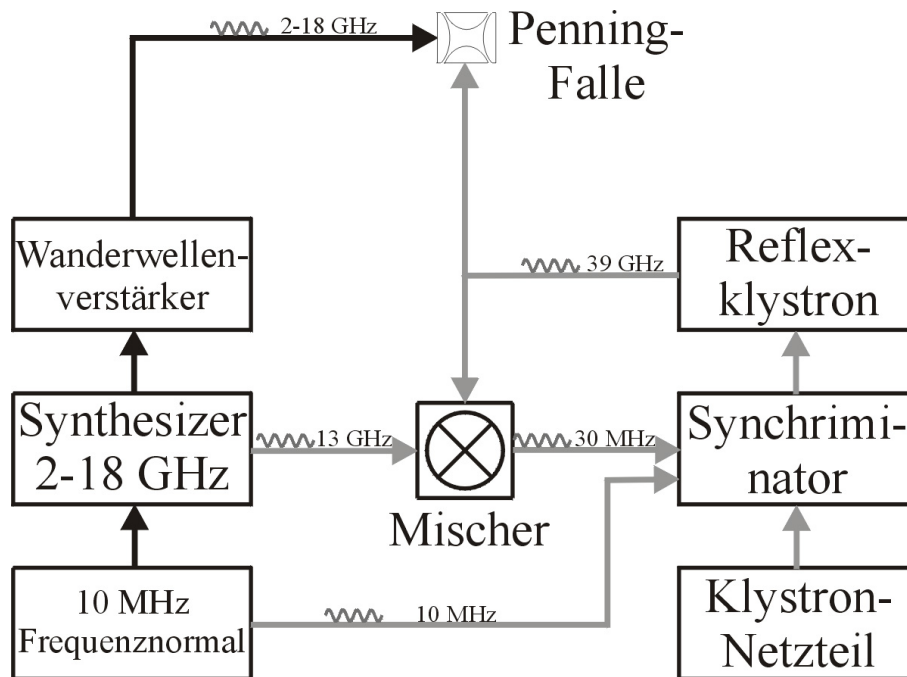


Abbildung 5.5: Übersicht über die Mikrowellenanlage. Die schwarzen Pfeile geben den Weg an, 2-18 GHz zu erzeugen, die grauen den für 38-42 GHz. Die gleichzeitige Erzeugung von Mikrowellen beider Bereiche ist nicht möglich

Computer gesteuert. Zur Erzeugung von Mikrowellen im Frequenzbereich von 38-42 GHz wird ein Reflexklystron mit einer maximalen Ausgangsleistung von 40 mW verwendet. Ein Teil der vom Reflexklystron erzeugten Mikrowellen wird durch einen Richtkoppler ausgekoppelt und einem Mischer zugeführt. Dort wird der ausgekoppelte Teil mit der dritten Oberwelle des oben beschriebenen Synthesizers verglichen und einem Synchrinator zugeführt. Dieser regelt eine Betriebsspannung des Reflexklystrons (im Falle dieses Experimentes die Reflektorspannung) dergestalt, daß die Differenz aus der dritten Oberwelle des Synthesizersignals und der Frequenz des Reflexklystrons 30 MHz beträgt (siehe Abb. 5.5). Dabei ist die Anbindung des Reflexklystrons an den Synthesizer phasenstarr. Durch Verstimmen des Synthesizers wird dann auch das Reflexklystron verstimmt. Beim Durchfahren von Frequenzbereichen > 5 MHz muß allerdings auch der Resonator des Reflexklystrons durch eine Einstellschraube per Hand verstimmt werden. Die spektrale Breite des Reflexklystrons ist typischerweise $< 10^{-9}$ ([Knöl95]).

5.7 Die Steuerung des Experimentes

Um größtmögliche Flexibilität bei der Steuerung der Messungen dieses Experimentes zu erreichen, wurden große Teile der Steuerung in einen handelsüblichen Personal-Computer verlagert. So können mit verhältnismäßig wenig Aufwand durch Änderungen an der Steuerungssoftware, Meßverfahren angepaßt und geändert werden, ohne Elektronikkomponenten ändern zu müssen. Die Steuerungssoftware wurde selbst erstellt.

Der im Experiment verwendete Personal-Computer ist mit einem *IEEE488*-Interface zur Steuerung von Frequenzgeneratoren, einer *Mehrfachzählerkarte* zur Aufnahme der Photonen Impulse sowie einer *Multi IO-Karte* zur Steuerung des Lasers und zur Steuerung und Datenaufnahme beim Elektronennachweiszyklus ausgestattet. Im folgenden soll nun dargestellt werden, wie die Steuerung der einzelnen Meßaufgaben realisiert wird:

- **Elektronen-Zyklotron-Resonanz (Magnetfeldbestimmung)**

Bei dieser Messung werden mit den digitalen Ausgängen der Multi IO-Karte die Elektronen in die Falle eingeschossen und die Ausgänge des Frequenzgenerators für die Anregung des Nachweisschwingkreises und der Mikrowellenquelle ein- und ausgeschaltet. Ein DA-Wandler dieser Karte steuert über einen nachgeschalteten Verstärker die am Ring anliegende Spannung, während ein weiterer Digitalausgang für den Start der Nachweisrampe benutzt wird. Ein AD-Wandler der Multi IO-Karte digitalisiert das Nachweissignal vom Elektronennachweisverstärker. Dies bietet die Möglichkeit, das Absorptions-/Dispersionssignal des Nachweisverstärkers auf verschiedene Arten durch die Software auszuwerten und so die geeignetste Methode zu finden. Gleichzeitig steuert die IEEE488-Schnittstelle die Verstimmung der Mikrowellenquelle.

- **Optische Spektren und Doppelresonanzspektren**

Das von uns verwendete Lasersystem muß mit einer Spannungsrampe verstimmt werden. Dazu wird ein DA-Wandler der Multi IO-Karte benutzt. Die Photonen-Impulse vom Photomultiplier werden von der Zählerkarte aufgenommen. Diese enthält mehrere 16-Bit-Zählerbausteine, die per Software kaskadiert und logisch miteinander verknüpft werden können. Zwei miteinander kaskadierte Zähler nehmen die Photonen-Impulse auf, während ein weiterer Zähler mit Startwert und fester Frequenz bestimmt, wie lange die beiden Zähler Photonen zählen dürfen. So wird auch ohne Vielkanalzählerkarte erreicht, daß bei verschiedenen Laserverstimmungen immer gleich lang gezählt wird. Im Falle der Doppelresonanzspektren werden anstelle des Lasers die Mikrowellenquelle

bei fest stehendem Laser verstimmt und gleichzeitig die Fluoreszenzimpulse aufgenommen.

5.8 Datenübersicht verwendeter Geräte

Penningfalle

Material der Elektroden	OFHC (sauerstofffreies Kupfer)
Montagestangen	Kupfer-Beryllium Legierung
Isolatormaterial	Macor
Abmessungen der Falle	$r_0 = 12.7 \text{ mm}$, $z_0 = 9 \text{ mm}$
Bohrungen für Laserstrahl	$\phi = 3 \text{ mm}$
Transmission der oberen Kalotte	72 %
Linsen in oberer Kalotte	Plankonvexlinsen aus BK7-Glas
	$\phi = 30 \text{ mm}$, $f = 23 \text{ mm}$

Lasersystem

Pumplaser	Coherent Innova 200
Laserart	Argon-Ionen Laser, cw
max. Pumplaserleistung	20 W
Laser	Coherent 899
Laserart	TiSa-Laser, cw
Verdopplungskristall	LiJO_3
max. Leistung (382 nm)	2 mW
spektrale Bandbreite	$< 1 \text{ MHz}$

Ionenquelle

Ofenmaterial	Oxidkeramik (Al_2O_3)
Ofendraht	Rheniumdraht $\phi = 0.15 \text{ mm}$
Strom zur Ionenerzeugung	$\approx 2.8 \text{ A}$, 10 sec

Elektronenquelle

Glühdraht	Thoriertes Wolfram $\phi = 0.1 \text{ mm}$
Heizstrom	$\approx 1.4 \text{ A}$

Ionen- und Elektronenspeicherung und -nachweis

Nachweisfrequenz für Elektronen	12.4 MHz
Nachweisfrequenz für Ionen	64.3 kHz
Generator für Nachweisfrequenz	Rhode & Schwarz SMY 01
Frequenzgenerator zum Quadrupolkühlen	DS340, Stanford Research
Frequenz zum Quadrupolkühlen	≈ 148 kHz
Nachweisspannung für Elektronen	≈ 6 V
Nachweisspannung für Ionen	≈ -20 V

Optischer Nachweis

Photomultiplier	Hamamatsu RA943-02
Photokathode	GaAs(Cs)
Quantenausbeute bei 382 nm	60%
Quantenausbeute bei 664 nm	70%
Photomultipliiervverstärkung	$\approx 2 \cdot 10^7$
Photomultiplierspannung	-1950 V
Interferenzfilter	664 nm, Transmission 82%
Erfasster Raumwinkel	8.8% von 4π
Abstand Photokathode / Fallenzentrum	≈ 1.6 m
Gesamteffizienz der opt. Abbildung	≈ 4.8 %

Mikrowellenanlage

Reflexklystron	OKI 40V10
Frequenzbereich	38-42 GHz
max. Leistung	20 mW
Synchrinator	DS-30, Schomandl
Mikrowellen-Synthesizer	1720B, Systron Donner
Frequenzbereich	2-18 GHz
kleinste Schrittweite	0.1 Hz
Mikrowellenverstärker	8010H, 3-8 GHz, Hughes 8010H, 8- 18 GHz, Hughes
Rubidium-Standard	FRK, Efratom
DCF77-Empfänger	EFR, Efratom

Supraleitender Magnet

Modell	Magnex Scientific
max. Flußdichte	6.99 T
Flußdichte im Experiment	≈ 1.5 T
Inhomogenität	$< 1 \cdot 10^{-7}$ bei $\phi = 3\text{mm}, l = 10\text{mm}$
zeitliche Drift	$< 10^{-10}/\text{h}$
Raumtemperaturbohrung	$\phi = 89\text{ mm}, l = 900\text{ mm}$
Kühlmittelverbrauch:	
flüssiger Stickstoff	ca. 80 l pro Woche
flüssiges Helium	ca. 8 l pro Woche

Kapitel 6

Messungen

6.1 Magnetfeldbestimmung

Die Bestimmung der Magnetfeldstärke geschieht, wie in Abs. 4.1 beschrieben, durch Messung der freien Zyklotronfrequenz gespeicherter Elektronen. Dabei wird der in Abb. 4.1 gezeigte Spannungsverlauf an den Ring angelegt und unter gleichzeitiger Verstimmung der eingestrahlten Hochfrequenz zyklisch wiederholt. Da die Kalotten durch den Nachweisschwingkreis geerdet sind, werden die Elektronen von dem außerhalb der Falle liegenden Glühdraht durch Anlegen einer negativen Spannung an den Glühdraht in die Falle beschleunigt. Damit Elektronen nur während der Einschußzeit in das Fallenvolumen gelangen können, wird außerhalb der Einschußzeit eine positive *Haltespannung* an den Glühdraht angelegt. Die Zeiten und Potentiale der einzelnen Phasen eines Nachweiszyklus' sind in Tab. 6.1 aufgeführt. Abb. 6.1

Phase	$U[\text{V}]$	$t[\text{ms}]$
Elektroneneinschuß	5	100
Synchrotronkühlen	5	2000
Verdampfungskühlen	0.5	1000
Einstrahlen von HF	5	8000

Tabelle 6.1: Spannungen und Zeiten der einzelnen Phasen eines Elektronennachweiszyklus. Die Steigung der hier nicht aufgeführten Spannungsrampe zum Nachweis der Elektronen beträgt $\approx 10 \frac{\text{V}}{\text{ms}}$.

zeigt eine Messung der freien Zyklotronfrequenz gespeicherter Elektronen, woraus die Magnetfeldstärke mit einer relativen Genauigkeit von $\approx 1.5 \cdot 10^{-7}$ bestimmt werden kann.

Da in der Penningfalle nicht Elektronen und positiv geladene Ionen gleich-

zeitig gespeichert werden können, kann auch die Messung zur Magnetfeldbestimmung nicht zeitgleich mit den Doppelresonanzmessungen durchgeführt werden. Daher wurde durch Wiederholung der Messung der freien Zyklotronfrequenz gespeicherter Elektronen ermittelt, wie stark sich das Magnetfeld mit der Zeit ändert. In Abb. 6.2 sind die Ergebnisse einer drei Tage dauernden Meßreihe gegen die Zeit aufgetragen. Man kann über einen Zeitraum von drei Tagen keine signifikanten Änderungen der Linienmitte, die größer als die Meßfehler sind, erkennen, was bedeutet, daß die Magnetfeldänderung über den Zeitraum von drei Tagen bei der erreichten Meßgenauigkeit vernachlässigt werden kann.

Zusätzlich zu den vorgenannten Messungen wurde die Zyklotronfrequenz in Abhängigkeit des Ortes der Falle in der Bohrung des supraleitenden Magneten gemessen (Abb. 6.3). Dazu wurde die Falle entlang der Magnetfeldrichtung verschoben. Eine Verschiebung in radialer Richtung ist aufgrund der beengten Platzverhältnisse nicht möglich. In einem Bereich von $\approx 8\text{mm}$ ändert sich die Zyklotronfrequenz nur statistisch innerhalb der Fehlergrenzen, um dann auf beiden Seiten abzufallen. Auch wenn die Bewegungsamplituden von gespeicherten Ionen deutlich größer sind als die gespeicherter Elektronen, so ist der Bereich *konstanten* Magnetfeldes ausreichend groß, um Messungen an Ionen und Elektronen bei gleichem Magnetfeld durchführen zu können.

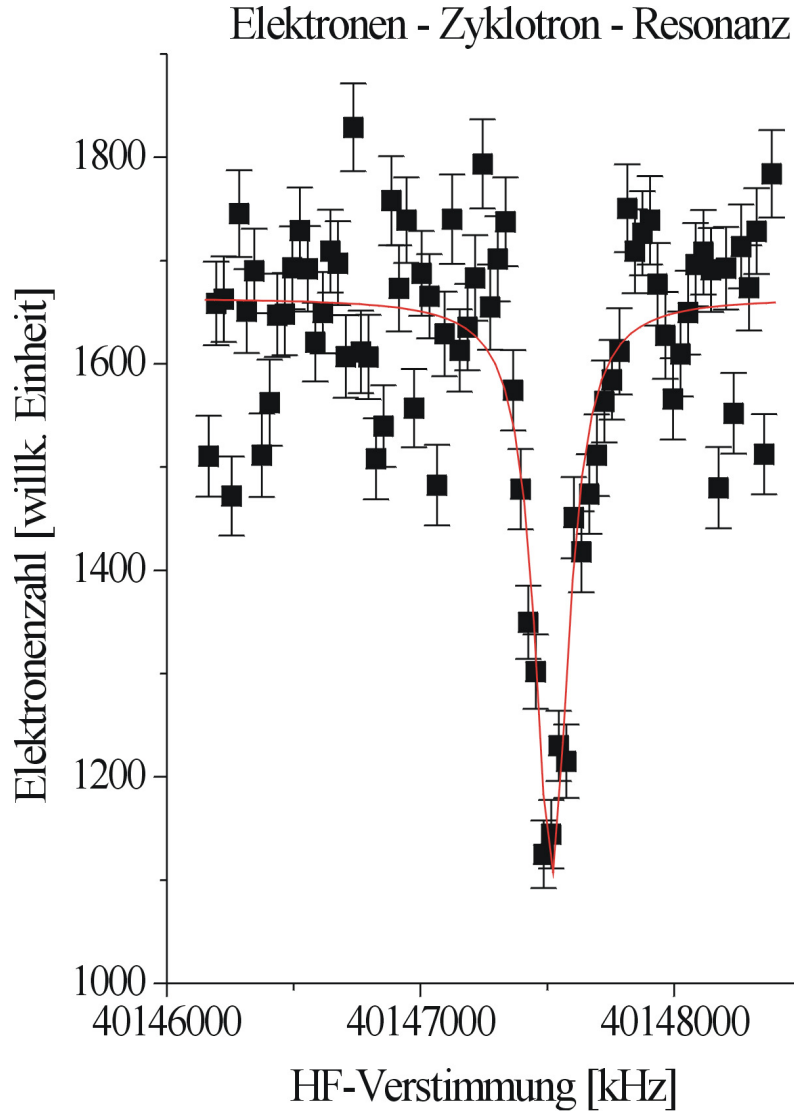


Abbildung 6.1: Elektronen-Zyklotron-Resonanz. An die experimentellen Daten wurde eine Lorentzfunktion angepaßt. Bei dieser Messung beträgt die erreichte Halbwertsbreite 134 kHz. Die Linienmitte ist bei 40 147 514.28 kHz, während die statistische Unsicherheit der Linienmitte 6.5 kHz beträgt. Dies ergibt einen relativen Fehler der Linienmitte von $\approx 1.5 \cdot 10^{-7}$. Aus dieser Messung konnte das Magnetfeld in der Fallenmitte zu $B = (1.4342383 \pm 2)\text{T}$ bestimmt werden.

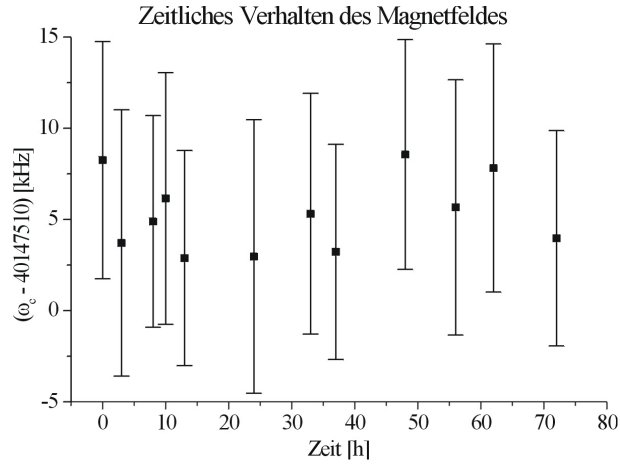


Abbildung 6.2: Messungen der freien Zyklotronfrequenz gespeicherter Elektronen gegen die Zeit. Die Veränderung der Linienmitte ist kleiner als die Fehler der Einzelmessungen. Daher kann die Änderung des Magnetfeldes in drei Tagen bei der derzeit erreichten Meßgenauigkeit vernachlässigt werden.

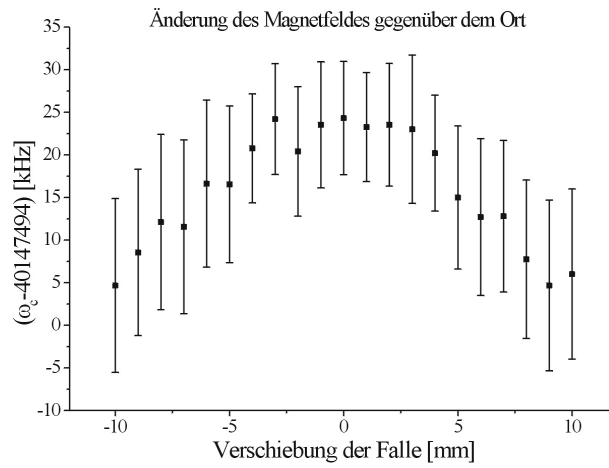


Abbildung 6.3: Zyklotronfrequenz in Abhängigkeit vom Ort der Falle. In der Mitte befindet sich ein Plateau, wo sich das Magnetfeld nur statistisch innerhalb der Fehlergrenzen ändert und als konstant betrachtet werden kann.

6.2 Speicherung von Ionen

Einerseits ist von den Messungen am Eu^+ in einer Paulfalle bekannt, daß ein Puffergasdruck von $\approx 10^{-4}$ mbar nötig ist, um eine ausreichende Entvölkerung der D-Zustände und ein ausreichendes Mischen der Zeemanzustände im Grundzustand zu gewährleisten, auf der anderen Seite konnten bei Experimenten an Ba^+ -Ionen in einer Penningfalle ([Marx98]) höchstens $\approx 10^{-6}$ mbar bei ausreichenden Speicherzeiten zugelassen werden. Insofern war, was den erreichbaren Puffergasdruck betrifft, fraglich, ob das Experiment in der beabsichtigten Weise hätte durchgeführt werden können.

Zur Speicherung von Eu^+ wurde N_2 als Puffergas verwendet. Um dem Ionenverlust durch Stöße mit dem Puffergas entgegenzuwirken, wurde, wie in Kap. 3.3 erläutert, die freie Zyklotronfrequenz der Ionen als Quadrupolfeld durch den aus vier Segmenten bestehenden Ring eingestrahlt. Die eingestrahlte Frequenz betrug bei dem Magnetfeld dieses Experimentes ≈ 150 kHz. Durch ausreichend hohe Leistung wurden beide stabilen Isotope gespeichert. Die gespeicherten Ionen wurden elektronisch nachgewiesen (siehe Abs. 5.3). Es wurde versucht, nur ein Isotop durch Verringerung der Anregungsamplitude und Anpassung der Anregungsfrequenz zu stabilisieren, was jedoch aufgrund der wahrscheinlich zu starken Kopplung der Ionen nicht gelang.

Der maximal erreichte Druck betrug $\approx 1 \cdot 10^{-3}$ mbar bei Speicherzeiten von 10-20 Minuten. Bei einem Druck von $5 \cdot 10^{-4}$ mbar waren bereits Speicherzeiten von mehreren Stunden möglich, während ein Dauerversuch bei einem Druck von $1 \cdot 10^{-4}$ mbar abgebrochen wurde, nachdem nach 10 Tagen immer noch $\approx \frac{1}{3}$ der ursprünglichen Ionenzahl gespeichert wurde. Die erreichten Speicherzeiten und Puffergasdrücke stellen also eine deutliche Verbesserung gegenüber früheren Experimenten dar.

In Abb. 6.4 sind vier Nachweissignale des elektronischen Ionennachweises bei unterschiedlichen Puffergasdrücken dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, daß das Absorptionssignal mit zunehmendem Druck immer breiter wird. Zunächst einmal bedeutet dies, daß der Spannungsbereich, in dem die Ionen mit dem Nachweisschwingkreis in Resonanz gelangen, mit zunehmendem Druck größer wird. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Ionenwolke bei höherem Druck größer ist und die Ionen in anharmonischere Bereiche des elektrischen Potentials der Falle gelangen.

6.3 Optische Messungen

Zur Messung der optischen Spektren werden Eu^+ -Ionen Laserlicht ausgesetzt. Dabei wird der Laser um den Feinstrukturübergang von $^9\text{S}_4$ nach $^9\text{P}_5$ ver-

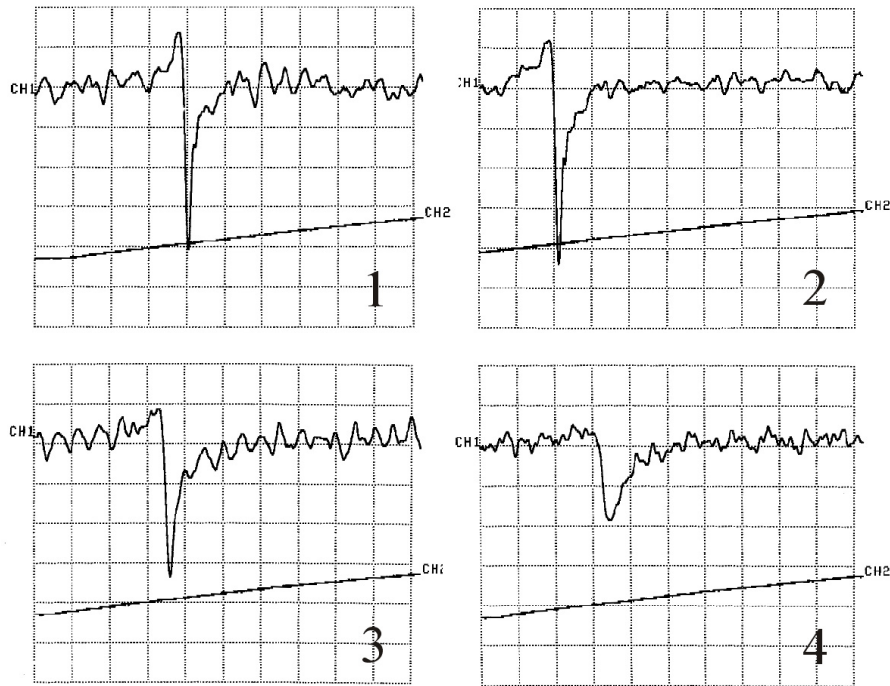


Abbildung 6.4: Nachweissignale von gespeicherten Eu^+ -Ionen bei unterschiedlichen Puffergasdrücken. Bei höheren Drücken ist die Ionenwolke größer, als bei niedrigeren Drücken, was an den Breite der Nachweissignale erkennbar ist. Bei (1) betrug der Druck $9 \cdot 10^{-5}$ mbar, bei (2) $1 \cdot 10^{-4}$ mbar, bei (3) $3 \cdot 10^{-4}$ mbar und bei (4) $7 \cdot 10^{-4}$ mbar

stimmt und die Fluoreszenz der Ionen in Abhängigkeit von der Laserverstimmung aufgenommen. Mit den ersten Messungen galt es, die Übergänge der beiden stabilen Isotope des Europium im Magnetfeld zu finden. Da sowohl die Wellenlängen der Hyperfeinübergänge, als auch der geeignete Puffergasdruck von den Messungen zur Bestimmung der Konstanten der Hyperfeinwechselwirkung in unserer Arbeitsgruppe bekannt waren, konnte der Bereich, in dem ionische Fluoreszenz auftritt, schnell gefunden werden. Erschwerend war hierbei jedoch, daß das simulierte optische Spektrum (siehe Abb. 2.5) deutlich größer ist, als der Bereich, um den der verwendete Laser in einem Durchgang verstimmt werden kann.

Abb. 6.5 zeigt drei solcher Messungen, bei denen der Laser ca. 30 GHz verstimmt wurde und die etwa die Hälfte des Bereiches überlappen. Zwischen den einzelnen Messungen liegt ein Zeitraum von ca. 30 Minuten, sodaß

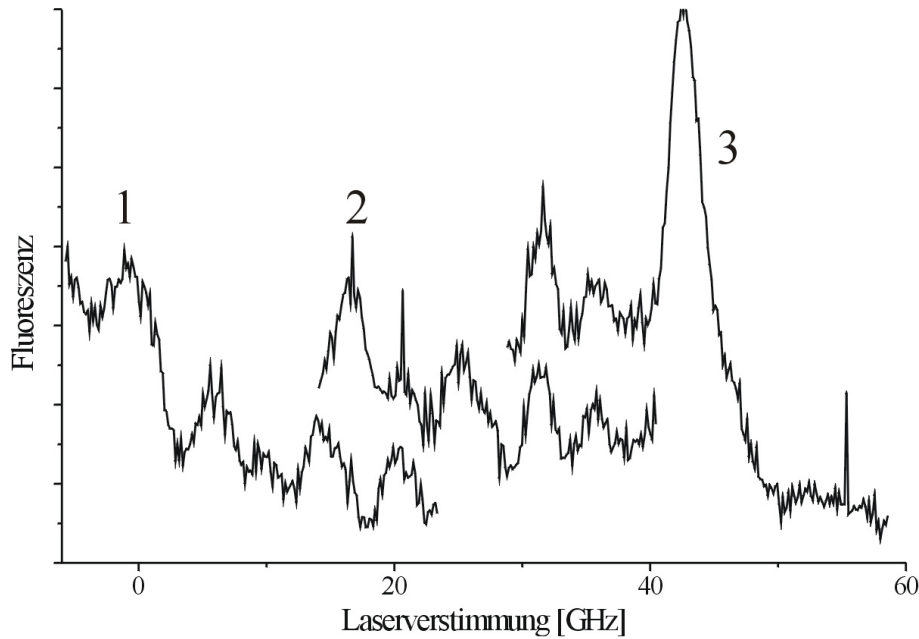


Abbildung 6.5: Teilweises optisches Spektrum von ${}^9\text{S}_4$ nach ${}^9\text{P}_5$ von ${}^{151,153}\text{Eu}^+$ im Magnetfeld. Insgesamt wurden drei Messungen aufgenommen. Die Fluoreszenz ist nicht maßstäblich. Zu kleineren Frequenzen hin konnte der Laser aus technischen Gründen nicht betrieben werden.

es nicht sicher ist, ob hinsichtlich der Laserstrahljustage und der Ionenzahl gleiche Bedingungen herrschten. Die fehlende Reproduzierbarkeit der Laserstrahljustage in der Falle ist vor allem auf den langen Weg, den der Laserstrahl in der Vakuumapparatur zurücklegen muß, zurückzuführen. Daraus ergeben sich immer unterschiedliche Verhältnisse von Signal zu Rauschen. Aus diesem Grund wurden die einzelnen Messungen in Abb. 6.5 nicht zusammengefügt, sondern übereinander angeordnet. Leider konnte der Laser aus technischen Gründen nicht bei kleineren Frequenzen betrieben werden. Der Bereich zu höheren Frequenzen hin wurde aber ebenfalls nach Fluoreszenz abgesucht. Da dort keine Fluoreszenz gefunden wurde, kann der Bereich der Messung, die mit 3 in Abb. 6.5 bezeichnet ist, als Gruppe der σ^+ -Übergänge identifiziert werden. Die mit 1 bezeichnete Messung kann aufgrund der Simulation als Teil der Gruppe der π -Übergänge identifiziert werden. Bei diesen Messungen wurde N_2 als Puffergas bei einem Druck von $\approx 5 \cdot 10^{-4}$ mbar verwendet. Die Laserleistung betrug $\approx 30\mu\text{W}$, wobei aber anzunehmen ist, daß aufgrund der Verluste am Lasereintrittsfenster und den Umlenkspiegeln in der Falle deutlich weniger Laserlicht die Ionen erreichte. Über die Laser-

leistung am Ort der Ionen kann keine Aussage getroffen werden, da sie dort wegen der beengten Platzverhältnisse nicht gemessen werden kann. Es konnten aber noch bei kaum meßbarer Laserleistung deutlich erkennbare optische Spektren gemessen werden. Um sowohl $\sigma^\pm$ - als auch π -Übergänge anregen zu können, wurde ein $\lambda/4$ -Plättchen verwendet, welches für eine Wellenlänge von 450 nm ausgelegt ist. Bei Durchgang von dem hier verwendeten Laserlicht von ≈ 382 nm Wellenlänge entsteht elliptisch polarisiertes Licht. Durch die Reflektion am 180° -Spiegel in der Falle erhält man rechtszirkular, linkszirkular und linear polarisierte Anteile, wodurch alle Übergänge angeregt werden können.

Da der Laser nicht über den vollen Bereich des Spektrums eingesetzt werden konnte, konzentrieren sich die folgenden Untersuchungen auf die Gruppe der σ^+ -Übergänge am höherfrequenten Ende des Spektrums von $^9\text{S}_4$ nach $^9\text{P}_5$. Am höherfrequenten Ende des Spektrums finden sich außerdem Übergänge des Isotopes $^{151}\text{Eu}^+$, die weder mit der π -Gruppe des gleichen Isotopes, noch mit Übergängen des Isotopes $^{153}\text{Eu}^+$ überlappen. Gleichzeitig aber stellen diese Übergänge höhere Anforderungen an das Verhältnis von Signal zu Rauschen, weil bei ihnen weniger Fluoreszenz zu erwarten ist als bei mehreren überlappenden Übergängen. Bei den Messungen in Abb. 6.5 kann man noch nichts derartiges auf der höherfrequenten Seite des Hauptpeaks von Messung 3 erkennen. Bei diesen Messungen war das Verhältnis vom Signal zum Rauschen noch zu klein. Dies ist vor allem auf einen zu hohen Anteil von Laserstreulicht trotz Interferenzfilter im Nachweis zurückzuführen. Durch den beengten Aufbau der Falle in der Bohrung des supraleitenden Magneten bleibt nur wenig Platz zur Führung des Laserstrahles in der Apparatur. Deswegen muß immer ein gewisses Maß an Laserstreulicht, was durch Streifen des Laserstrahles an Apparaturelementen entsteht, in Kauf genommen werden.

Um das Laserstreulicht zu verringern, wurde der Abstand des Lasers zur Falle von 8 m auf 4 m halbiert, wodurch die Strahlqualität nachhaltig verbessert wurde. Außerdem wurde die Vakuumapparatur durch zusätzlich Blenden in der Laserstrahlführung modifiziert, damit weniger Laserstreulicht in die Falle gelangt. Zusätzlich wurde ein sogenannter *Noise-Eater* eingesetzt, der das Leistungsrauschen des Laserlichtes um zwei bis drei Größenordnungen verringert. Zusammen mit weiteren Optimierungen im Nachweissystem und beim Puffergasdruck konnte eine deutliche Verbesserung der optischen Spektren erreicht werden. Hilfreich erweist sich bei der Auswertung der optischen Messungen eine Glättung der Fluoreszenzzählraten mit einem gleitenden Durchschnitt über zehn Meßpunkte. Um sicher zu sein, daß es sich auch wirklich um Übergänge handelt, wurde die Glättung auf mehrere Messungen angewandt. Dabei tauchten Fluoreszenzmaxima immer an der gleichen Stelle auf, sodaß es sich bei den Maxima mit Sicherheit um Übergänge

handelt. Bei den optischen Messungen stellte sich ein Puffergasdruck von $\approx 7 \cdot 10^{-4}$ mbar als am geeignetsten heraus. Abb. 6.6 zeigt eine geglättete Messung. Anhand der Daten der Simulation der optischen Spektren war es möglich, einige Übergänge zu identifizieren. Die in Abb. 6.6 markierten Übergänge gehören alle zum $^{151}\text{Eu}^+$. Übergänge von $^{153}\text{Eu}^+$ können bei gleichzeitiger Speicherung beider stabilen Isotope nicht bestimmt werden, da es beim $^{153}\text{Eu}^+$ keine Übergänge gibt, die nicht mit Übergängen anderer Gruppen oder des anderen Isotopes überlappen. Aus den gemessenen Übergängen

Nr.	Übergang
1	$^{151}\text{Eu}^+; {}^9\text{S}_4; m_J = -4, m_I = +\frac{5}{2} \rightarrow {}^9\text{P}_5; m_J = -3, m_I = +\frac{5}{2}$
2	$^{151}\text{Eu}^+; {}^9\text{S}_4; m_J = -4, m_I = +\frac{3}{2} \rightarrow {}^9\text{P}_5; m_J = -3, m_I = +\frac{3}{2}$
3	$^{151}\text{Eu}^+; {}^9\text{S}_4; m_J = -4, m_I = +\frac{1}{2} \rightarrow {}^9\text{P}_5; m_J = -3, m_I = +\frac{1}{2}$ $^{151}\text{Eu}^+; {}^9\text{S}_4; m_J = -3, m_I = +\frac{5}{2} \rightarrow {}^9\text{P}_5; m_J = -2, m_I = +\frac{5}{2}$
4	$^{151}\text{Eu}^+; {}^9\text{S}_4; m_J = -4, m_I = -\frac{1}{2} \rightarrow {}^9\text{P}_5; m_J = -3, m_I = -\frac{1}{2}$ $^{151}\text{Eu}^+; {}^9\text{S}_4; m_J = -3, m_I = +\frac{3}{2} \rightarrow {}^9\text{P}_5; m_J = -2, m_I = +\frac{3}{2}$
5	$^{151}\text{Eu}^+; {}^9\text{S}_4; m_J = -4, m_I = -\frac{3}{2} \rightarrow {}^9\text{P}_5; m_J = -3, m_I = -\frac{3}{2}$

Tabelle 6.2: Identifizierte Übergänge der σ^+ -Gruppe von ${}^9\text{S}_4$ nach ${}^9\text{P}_5$ von $^{151,153}\text{Eu}^+$ aus Abb. 6.6.

konnten Linienbreiten von 1.7 bis 2 GHz ermittelt werden, sodaß die bei den Simulationen angenommenen 2 GHz gut bestätigt wurden. Desweiteren kann daraus geschlossen werden, daß die in einer Penningfalle gespeicherten Eu^+ -Ionen besser gekühlt werden als die in einer Paulfalle gespeicherten, da dort bei Hyperfeinübergängen etwa 4 GHz erreicht wurden ([Ende96]). Dies ist vor allem auf das Aufheizen der Ionen durch das Hochfrequenz-Speicherfeld der Paulfalle zurückzuführen.

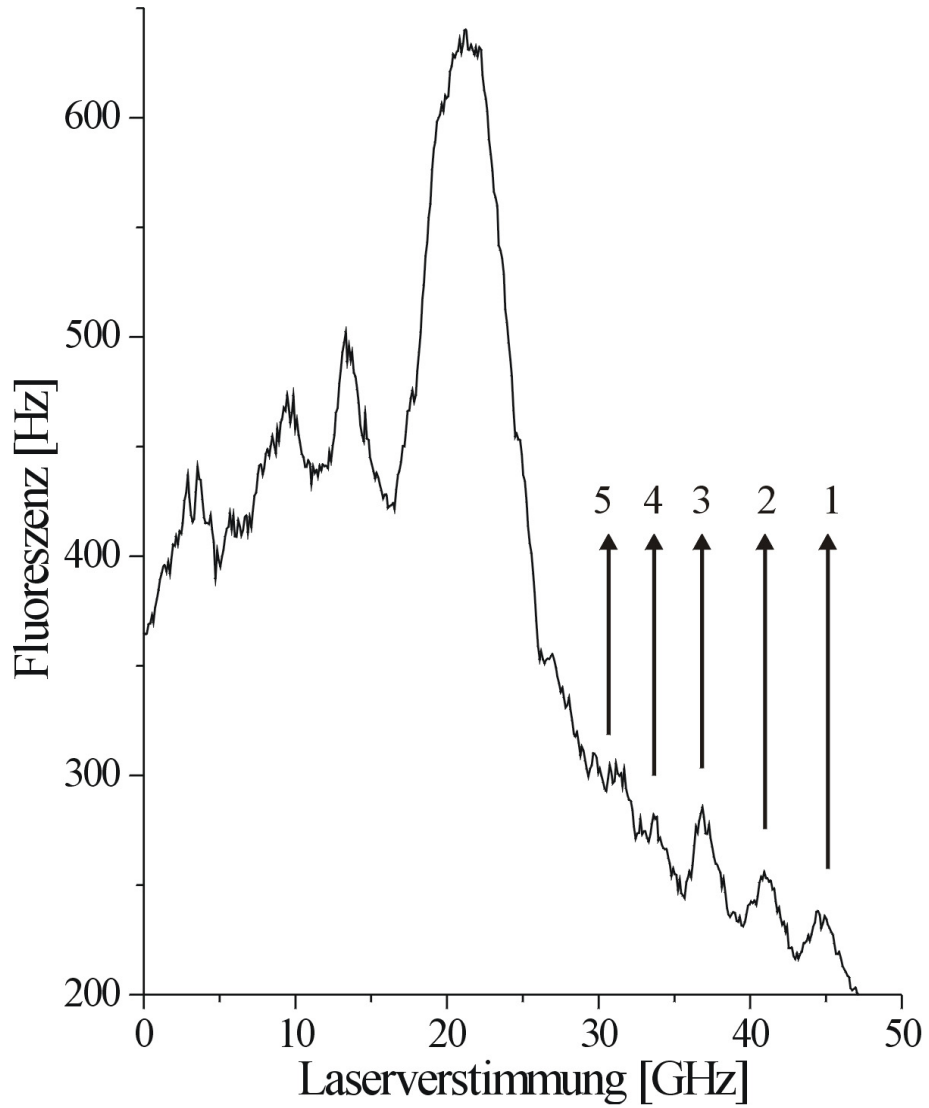


Abbildung 6.6: σ^+ -Gruppe von $^{151,153}\text{Eu}^+$ im Magnetfeld. Die Messung wurde mit einem gleitenden Durchschnitt über 10 Meßpunkte geglättet. Die markierten Übergänge sind in Tab. 6.2 aufgeführt.

6.4 Doppelresonanzmessungen

Anhand der im vorigen Abschnitt identifizierten optischen Übergängen wurden Doppelresonanzuntersuchungen durchgeführt. Dabei wird der Laser in die Mitte eines Überganges positioniert und gleichzeitig Mikrowellen eingestrahlt. Finden mikrowelleninduzierte Übergänge in den laserangeregten Zustand statt, so nehmen mehr Ionen am Fluoreszenzzyklus teil und die detektierte Fluoreszenz nimmt zu. Die resultierenden Mikrowellenspektren sind in erster Ordnung dopplernfrei (siehe Abs. 4.2).

Die Untersuchungen dieser Arbeit beschränken sich auf mikrowelleninduzierte $\Delta m_I = +1$ -Übergänge, da die benötigten Frequenzen sehr einfach nur mit einem Synthesizer erzeugt werden können und der g_I -Faktor einen größeren Einfluß auf $\Delta m_I = \pm 1$ -Übergänge als auf $\Delta m_J = \pm 1$ -Übergänge hat (siehe Tab. 2.4).

Zum Auffinden der Resonanzen wurden die berechneten Übergangsfrequenzen der Simulationen verwendet. Um sicher zu sein, die Resonanz zu finden wurde die Mikrowelle über einen Bereich von 20 MHz bei einer Schrittweite von 10 kHz und 2 s pro Meßpunkt verstimmt, was eine Meßzeit von etwa einer halben Stunde ergibt. Die Resonanzen waren wegen der nur geringen mikrowelleninduzierten Fluoreszenzerhöhung schwer zu erkennen, weshalb auch hier die Fluoreszenzdaten mittels eines gleitenden Durchschnitts über fünf Meßpunkte geglättet wurden. War die Resonanz erst einmal gefunden, so konnte durch längere Meßzeit über einen deutlich kleineren Frequenzbereich das Verhältnis von Signal zu Rauschen deutlich verbessert werden. Bei den Doppelresonanzmessungen über einen kleinen Frequenzbereich erwiesen sich eine Laserleistung von $\approx 100 \mu\text{W}$ und ein etwas verringerter Puffergasdruck von $\approx 4 \cdot 10^{-4}$ mbar als gute Parameter. Abb. 6.7 zeigt Doppelresonanzmessungen von zwei unterschiedlichen Übergängen. Insgesamt konnten die Übergangsfrequenzen von fünf $\Delta m_I = 1$ -Übergängen im $^9\text{S}_4$ -Zustand gemessen werden, die in Tab. 6.4 aufgelistet sind. Die Leistung der in die Falle geführten Mikrowelle betrug etwa 12 ~ 14 dBm, wobei aber unklar ist, wieviel davon am Ort der Ionen zur Verfügung steht, da die Mikrowellenleistung am Ort der Ionen nicht gemessen werden kann. Es ist anzunehmen, daß die mikrowelleninduzierten Übergänge noch leistungsverbreitert sind. An die gemessenen Übergänge wurden Lorentzkurven angepaßt, wie es der erwarteten Linienform von Resonanzübergängen entspricht. Die erreichten relativen Unsicherheiten der Linienmitten liegen fast alle im Bereich 10^{-7} , sodaß aufgrund der Abschätzung von Tab. 2.4 ein relativer Fehler des g_I -Faktors im Bereich 10^{-4} zu erwarten ist. Die Reduktion der Mikrowellenleistung brachte keine Verbesserung, da sich dadurch das Verhältnis von Signal zu Rauschen verringerte und deswegen die statistische Unsicherheit der Linienmitte nicht kleiner

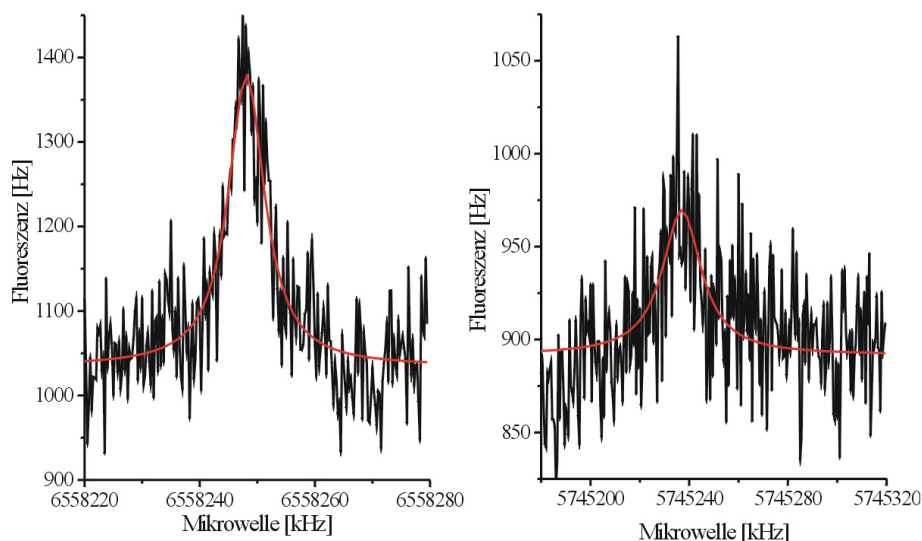


Abbildung 6.7: Zwei Doppelresonanzmessungen unterschiedlicher Übergänge

wurde.

Da für den Zusammenhang zwischen Übergangsfrequenz und g_I -Faktor kein analytischer Zusammenhang angegeben werden kann, wurde das in Kap. 2 beschriebene Programm zur Berechnung der Termschemata geändert, um aus den Messungen einen g_I -Faktor berechnen zu können. Das Programm erhält anstelle des g_I -Faktors die gemessene Übergangsfrequenz zusammen mit der Unsicherheit der gemessenen Linienmitte als Parameter. Durch Variation wird der Bereich ermittelt, in dem g_I liegen muß, damit die berechnete Übergangsfrequenz innerhalb der Fehlergrenzen der gemessenen ist. Innerhalb des Fehlers der Linienmitte kann der Zusammenhang zwischen g_I -Faktor und Übergangsfrequenz als linear betrachtet werden, sodaß die Mitte des Bereiches den g_I -Faktor und die Hälfte des Bereiches dessen Fehler ergibt. Dabei wird die in **S**, **L** und **J** intermediäre Basis (Gl. 2.15) mit den entsprechenden Koeffizienten zur Berechnung verwendet. Wie eine Abschätzung gezeigt hat, ist die Berücksichtigung der Nichtdiagonalelemente des Zeemaneffektes in **J** erst ab einer Meßunsicherheit im unteren 10^{-8} -Bereich nötig. Als Parameter für die Hyperfeinstrukturaufspaltung und den g_J -Faktor wurden die gleichen Werte wie zur Simulation der Termschemata aus Tab. 2.1 und 2.2 verwendet.

Übergang	ν [kHz]	$\Delta\nu$ [kHz]	FWHM[kHz]	$\frac{\Delta\nu}{\nu}$
$m_J = -4; m_I = +\frac{3}{2} \rightarrow +\frac{5}{2}$	6 558 248.1	0.37	7.68	$5.6 \cdot 10^{-8}$
$m_J = -4; m_I = +\frac{1}{2} \rightarrow +\frac{3}{2}$	6 241 411.5	1.02	11.02	$1.6 \cdot 10^{-7}$
$m_J = -4; m_I = -\frac{1}{2} \rightarrow +\frac{1}{2}$	5 975 525.7	0.84	11.94	$1.3 \cdot 10^{-7}$
$m_J = -4; m_I = -\frac{3}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}$	5 745 237.0	0.94	16.74	$1.5 \cdot 10^{-7}$
$m_J = -3; m_I = +\frac{3}{2} \rightarrow +\frac{5}{2}$	5 642 485.1	0.65	11.09	$1.2 \cdot 10^{-7}$

Tabelle 6.3: Alle im Rahmen dieser Arbeit mittels Doppelresonanzmethode im $^9\text{S}_4$ -Zustand des $^{151}\text{Eu}^+$ gemessene Übergänge mit $\Delta m_I = +1$

Aus den Einzelmessungen wurden so fünf g_I -Faktoren (Abb. 6.8), die innerhalb ihrer Unsicherheiten gut übereinstimmen, berechnet. Daraus wurde ein mittlerer g_I -Faktor berechnet, wobei die Einzelbeiträge mit den reziproken Meßfehlern gewichtet wurden:

$$\begin{aligned} {}^{151}g_I &= 1.37734(6) \\ \text{mit } g_J &= 1.99116951 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Durch das von außen angelegte Magnetfeld wird in der Elektronenhülle eine diamagnetische Stromdichte induziert, deren Feld am Kernort $H'(0)$ das äußere Feld verkleinert. Dabei ist ([Kopf56]):

$$H'(0) = \frac{e}{3mc^2} H_0 \phi(0) \quad (6.2)$$

Das resultierende Feld am Kernort ist dann

$$H_{Kern}(0) = H_0 - H'(0), \quad (6.3)$$

sodaß der durch Messungen ermittelte g_I -Faktor mit einem Faktor von

$$\frac{H_0}{H_{Kern}} = \frac{H_0}{H_0 - H'(0)} \quad (6.4)$$

multipliziert werden muß, um das am Kernort geringere Magnetfeld zu berücksichtigen. Nach Thomas-Fermi ist das elektrostatische Potential am

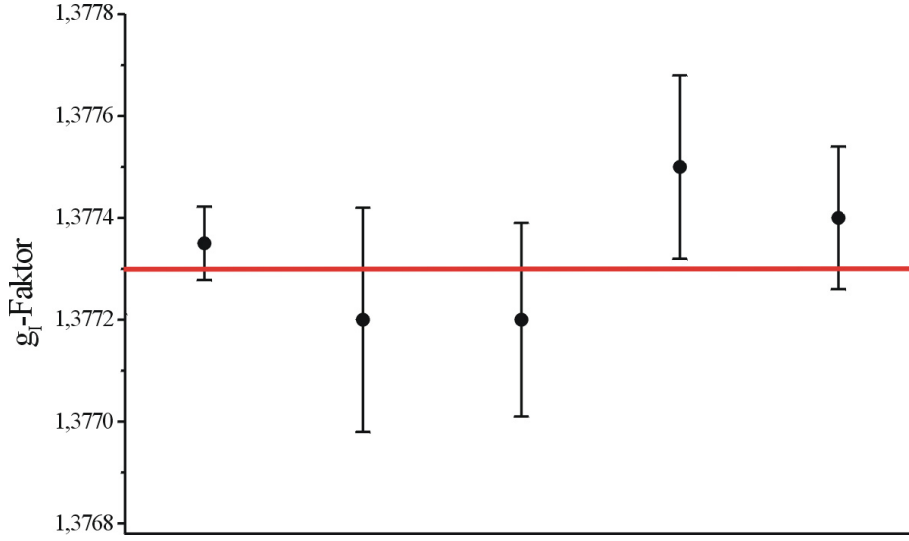


Abbildung 6.8: Die aus den Einzelmessungen ermittelten g -Faktoren. Die waagerechte Linie gibt den mit den reziproken Fehlern gewichteten Mittelwert an.

Kernort $\phi(0)$ proportional zu $Z^{\frac{4}{3}}$, womit man für $Z = 63$ die Korrektur von $\frac{H_0}{H_{Kern}} = 1.00806$ ([Kopf56]) erhält. Verwendet man für die Berechnung von $\phi(0)$ Hartree-Funktionen ergibt sich für die Korrektur $\frac{H_0}{H_{Kern}} = 1.006978$ ([Kopf56]).

Bei einem Vergleich des hier an $^{151}\text{Eu}^+$ gemessenen g -Faktors mit früheren Messungen ergeben sich Schwierigkeiten. In [Lede78] wird ein korrigiertes magnetisches Moment für $^{151}\text{Eu}^+$ angegeben und auf dessen Messung in [Evan65] verwiesen, wobei sich jedoch in [Evan65] ein anderer Wert für das korrigierte magnetische Moment findet, als in [Lede78] angegeben. In [Evan65] wird als diamagnetischer Korrekturfaktor $\frac{H_0}{H_{Kern}} = 1.006948$ angegeben, während in einer Tabelle in [Lede78] ohne Quellenangabe und Hinweis auf dessen Berechnung ein diamagnetischer Korrekturfaktor von $\frac{H_0}{H_{Kern}} = 1.009487$ für $Z = 63$ angegeben wird.

Wegen der Vielzahl zur Auswahl stehender diamagnetischer Korrekturen wird von einer Korrektur des Meßwertes abgesehen. Für eine Beurteilung der differentiellen Hyperfeinanomale von Gl. 7 ist der absolute Wert des magnetischen Momentes des Kernes ohnehin nicht wichtig, da in Gl. 7 nur das Verhältnis der Kernmomente zweier Isotope einfließt und sich so die Korrekturen gegeneinander wegekürzen.

In der Arbeit von Evans, Sandars und Woodgate [Evan65] findet sich auch der unkorrigierte Wert für das magnetische Moment von $^{151}\text{Eu}^+$, der nach dem Verfahren der *Atomic Beam Magnetic Resonance*, also am neutralen

Atom gemessen wurde. Da das neutrale Europium-Atom über 63 Elektronen verfügt und die Ionen, die in dieser Arbeit zu Messungen herangezogen wurden, 62 Elektronen aufwiesen, wird angenommen, daß die Differenz in der diamagnetischen Korrektur, die durch dieses eine Elektron verursacht wird, vernachlässigt werden kann. Berechnet man aus dem von [Evan65] angegebenen unkorrigierten magnetischen Moment von $^{151}\text{Eu}^+$ den g_I -Faktor, so erhält man $^{151}g_I = 1.3756(2)$. Dieser Wert stimmt innerhalb der Fehlergrenzen nicht mit dem in dieser Arbeit ermittelten Wert (Gl. 6.1) überein. Wie in Tab. 2.4 gezeigt, trägt wegen der nur teilweisen Entkopplung von Kern- und Hüllenspin der g_J -Faktor recht stark zu den $\Delta m_I = \pm 1$ -Übergängen bei. Will man bei der derzeitigen Meßunsicherheit ausschließen, daß der als Parameter zur Berechnung der g_I -Faktoren verwendete g_J -Faktor einen Einfluß auf das Resultat hat, so müßte der g_J -Faktor mit einer relativen Unsicherheit von höchstens $1 \cdot 10^{-5}$ bekannt sein. Der zur Simulation und Auswertung verwendete Wert wurde aus der Feinstruktur-Reihenentwicklung des $^9\text{S}_4$ -Zustandes (Gl. 1.32) nach Gl. 1.31 berechnet. Es gibt aber keine Informationen darüber, mit welcher Unsicherheit die Koeffizienten von Gl. 1.31 angegeben werden können. Desweiteren wurde bisher am Eu^+ noch kein g_J -Faktor im $^9\text{S}_4$ -Zustand mit ausreichend kleinem Fehler gemessen. Daher kann nicht ausgeschlossen werden, daß der zur Berechnung verwendete g_J -Faktor für die Diskrepanz von $^{151}g_I$ zwischen dieser Arbeit und [Evan65] verantwortlich ist.

Für eine weitere Beurteilung ist eine Messung des g_J -Faktors im $^9\text{S}_4$ -Zustand mit ausreichend kleiner Unsicherheit notwendig. Hierfür bietet sich das Isotop ^{156}Eu an, da es als einziges einen Kernspin von $I = 0$ aufweist. Es ist instabil und hat eine Halbwertszeit von 15.2 d (Tab. 1.2). Aufgrund von erfolgreichen Messungen in unserer Arbeitsgruppe an dem Isotop $^{131}\text{Ba}^+$ ($\tau = 10\text{d}$) ([Knab87]), bei denen ähnliche Methoden wie in dieser Arbeit zur Anwendung kamen, kann angenommen werden, daß eine Bestimmung des g_J -Faktors von ^{156}Eu erfolgreich durchgeführt werden kann, obwohl die Halbwertszeit für nicht am Erzeugungsort stattfindende Experimente sehr kurz ist.

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit sollte das Verfahren von Doppelresonanzmessungen an in einer Penningfalle unter Puffergas gespeicherten Ionen, welches bereits erfolgreich an Ba^+ -Ionen zur Bestimmung von g_J - und g_I -Faktoren eingesetzt wurde ([Marx98]), auf das wesentlich komplexere System von Europium-Ionen übertragen werden. Damit sollte überprüft werden, ob eine Bestimmung des g_I -Faktors eines Isotopes mit einer relativen Ungenauigkeit von höchstens 10^{-4} bis 10^{-5} möglich sein würde.

Mit dieser Arbeit konnte das Verfahren erfolgreich auf Eu^+ -Ionen übertragen werden. Der g_I -Faktor des Isotopes $^{151}\text{Eu}^+$ kann ohne diamagnetische Korrektur als

$$^{151}g_I = 1.37734(6) \quad \left(\frac{\Delta g_I}{g_I} = 4 \cdot 10^{-5}\right) \quad (6.5)$$

angegeben werden.

Zur Durchführung der Doppelresonanzmessungen an Eu^+ -Ionen ist der Einsatz von Puffergas zur Entvölkerung der metastabilen D-Zustände und zum Mischen der Zeemanzustände im Grundzustand unverzichtbar. Um überhaupt Ionen unter Puffergas in einer Penningfalle speichern zu können, wurde eine ursprünglich von G. Bollen et al. für Massenmessungen entwickelte Methode eingesetzt, um die puffergasbedingte Aufweitung der Ionentrajektorien und damit den Ionenverlust zu unterbinden. Gegenüber den oben zitierten Experimenten an Ba^+ -Ionen wurde der Puffergasdruck um etwa drei Größenordnungen erhöht, was zur ausreichenden Entvölkerung der D-Zustände und ausreichendem aber nicht zu starkem Mischen der Zeemanzustände des Grundzustandes führte. Dabei wurden Speicherzeiten von mehreren Tagen erreicht.

Die angestrebte Präzision wurde in etwa erreicht, obwohl eine Reihe von Eigenschaften Doppelresonanzuntersuchungen an Systemen wie dem Eu^+ beträchtlich erschweren:

- **Große Anzahl von Zeemanzuständen**

Durch die hohen Kern- und Hüllenspins spaltet das Eu^+ in sehr viele

Zeemanzustände auf. Bei gleicher Ionenzahl stehen so bei statistischer Besetzung der Zeemanzustände im einzelnen Zeemanzustand viel weniger Ionen zur Verfügung, als bei einem einfacheren System, bei dem sich alle Ionen auf sehr wenige Zeemanzustände verteilen. Dadurch ist bei optischer Anregung eines einzelnen Zeemanzustandes sehr wenig Fluoreszenz zu erwarten.

- **Geringes Verzweigungsverhältnis in den Nachweisübergang**

Durch das geringe Verzweigungsverhältnis in den Nachweisübergang erhält man nur $\approx 1/10$ der angeregten Ionenzahl als Fluoreszenzphotonen. Durch die Verluste im Nachweis erhält man in diesem Experiment bei optischer Anregung eines einzelnen Zeemanüberganges kaum mehr Photonen als das maximale Dunkelrauschen des Photomultipliers beträgt.

- **Großer g_J -Faktor im angeregten Zustand**

Durch den g_J -Faktor von ≈ 1.8 im angeregten Zustand gegenüber dem g_J -Faktor von ≈ 2 im 9S_4 -Zustand rücken optische Übergänge aus unterschiedlichen m_J -Gruppen des 9S_4 -Zustandes so nahe zusammen, daß sie innerhalb der üblichen Dopplerbreite überlappen. Einerseits wurde dadurch das Auffinden der optischen Resonanz erleichtert, da man an Stellen des Spektrums, an denen viele Übergänge zusammenfallen, auch mehr Fluoreszenz erhält, während auf der anderen Seite die Identifikation der einzelnen Übergänge erschwert wurde.

- **Zu starke Kopplung zwischen Kern- und Hüllenspin**

Beim gewählten Magnetfeld von ≈ 1.5 T sind Kern- und Hüllenspin noch zu stark gekoppelt (siehe Tab. 2.4). Dies führt dazu, daß der g_I -Faktor einen geringeren Einfluß auf $\Delta m_I = \pm 1$ -Übergänge hat, als in der vollständig entkoppelten Starkfeldnäherung. Aus diesem Grund muß der relative Fehler der gemessenen Übergänge etwa vier Größenordnungen kleiner sein, als der angestrebte Fehler im g_I -Faktor. Beim entsprechenden Experiment an Ba^+ -Ionen konnte dagegen mit einem relativen Meßfehler der Übergänge von $\approx 2 \cdot 10^{-8}$ ein relativer Fehler des g_I -Faktors von $\approx 3 \cdot 10^{-6}$ erreicht werden. Auch wenn dieses beim Eu^+ so schlechte Verhältnis zwischen Meßfehler und Fehler des g_I -Faktors schon vor Beginn des Aufbaus des Experimentes bekannt war, wurde dieses Magnetfeld so gewählt, um das optische Spektrum nicht zu weit aufzuspreizen, damit mehr Übergänge zusammenfallen und das Auffinden der optischen Resonanz vereinfacht würde.

- **Speicherung des natürlichen Isotopengemisches**

Durch Speicherung des natürlichen Isotopengemisches stehen in jedem Zeemanzustand nur etwa halb so viele Ionen als bei Speicherung nur eines Isotopes zur Verfügung. Außerdem ist die Identifikation von optischen Übergängen von $^{153}\text{Eu}^+$ durch die Anwesenheit von $^{151}\text{Eu}^+$ völlig unmöglich, da die π - und $\sigma^\pm$ -Gruppen von $^{151}\text{Eu}^+$ vollständig die von $^{153}\text{Eu}^+$ überlappen.

Trotz dieser Schwierigkeiten wurde eine Genauigkeit erreicht, die ausreicht, um bei Messungen an weiteren Isotopen die differentielle Hyperfein-anomalie von Isotopenpaaren mit einer Genauigkeit zu bestimmen, die eine Unterscheidung von Kernmodellen zuläßt (siehe Abb. 1). Es lassen sich aus den bei diesem Experiment gewonnenen Erfahrungen eine Reihe von Punkten angeben, bei deren Realisierung bei zukünftigen Messungen eine weitere Steigerung der Genauigkeit erwartet werden kann.

Um den relativen Fehler in g_I zu verringern, bieten sich mehrere Möglichkeiten, von denen die Erhöhung des Verhältnisses von Signal zu Rauschen die wichtigste ist. Bei einer Steigerung der Empfindlichkeit kann die Mikrowellenleistung verringert werden, sodaß die mikrowelleninduzierten Übergänge weniger leistungsverbreitet sind. Dazu muß sowohl das Signal angehoben, als auch das Rauschen gesenkt werden.

Eine Verdopplung des Fluoreszenzsignals ist durch Speicherung von nur einem Isotop möglich. Zur Erzeugung der Ionen wurde metallisches Europium in Öfen mit Reniumdrähten eingesetzt. Isotopenreine Proben der stabilen Isotope sind leider nur in Form von Europium-Oxid erhältlich, woraus durch Erhitzen im Ofen erfahrungsgemäß keine Europium-Ionen freigesetzt werden. Bei den Experimenten an Ba^+ -Ionen wurde BaCl_2 zur Ionenerzeugung eingesetzt. Auch beim Europium ist eine Umwandlung von EuO in EuCl_2 möglich, aber auch daraus lassen sich wegen der gegenüber dem BaCl_2 unterschiedlichen Bindungspotentiale keine Eu^+ -Ionen durch Glühen eines Drahtes erzeugen. Denkbar ist aber, metallisches Europium durch Elektrolyse an der Salzsäuremelze von EuCl_2 unter Sauerstoffausschluß abzuscheiden. Eine weitere Möglichkeit isotonenreines Europium zu Speichern ist die Destabilisierung eines Isotopes durch geeignete Wahl von Frequenz und Amplitude der Zyklotronanregung der Ionen. Obwohl dies an massenspektroskopischen Experimenten zur Trennung von Isobaren angewandt wurde, gelang es im Rahmen dieses Experimentes nicht, die stabilen Isotope zu trennen.

Durch Optimierung des Nachweissystemes können wahrscheinlich weitere Steigerungen des detektierten Fluoreszenzsignals erreicht werden, obgleich hier nur kleine Verbesserungen zu erwarten sind. Wegen der derzeitigen Fallenkonstruktion kann das Raumwinkelelement der Fluoreszenzbeobachtung

nicht vergrößert werden.

Ein großes Potential bietet sich in der Verringerung des Rauschens, welches hauptsächlich auf einen zu großen Anteil von Laserstreulicht, welches in den Nachweis gelangt, zurückzuführen ist. Eine Verbesserung der Strahlqualität führt hier sicherlich zu deutlich besseren Resultaten. Außerdem kann die Strahlführung und -umlenkung weiter hinsichtlich der Verringerung des Laserstreulichtes verbessert werden. Neuerdings sind vakuumtaugliche Lichtleiterstäbe aus Quarzglas auf dem Markt erhältlich, womit ggf. das Laserstreulicht reduziert werden kann, wenn sie zur Führung des Laserstrahls eingesetzt werden.

Wenn durch die oben beschriebenen Möglichkeiten das Verhältnis von Signal zu Rauschen deutlich erhöht, so kann das Magnetfeld erhöht werden. Bei höherem Magnetfeld entkoppeln Kern- und Hüllenspin weiter, sodaß bei gleichem relativen Meßfehler der Übergangsfrequenzen ein kleinerer relativer Fehler in g_I erreicht werden kann. Außerdem werden die zu messenden Übergangsfrequenzen größer, was bei einem Meßfehler in gleicher Größenordnung einen kleineren relativen Fehler mit sich bringt. Nachteilig jedoch wirkt sich eine Erhöhung des Magnetfeldes auf die optischen Spektren aus. Deren Frequenzbereich wird bei gleichzeitiger Abflachung des Spektrums größer, was das Auffinden der optischen Resonanz bei nicht optimiertem Experiment erschwert.

Problematisch bleibt aber der Vergleich des Resultates dieser Messung mit anderen Messungen, da nur berechnete *diamagnetische Korrekturen* vorliegen, die sich schon im Bereich 10^{-3} unterscheiden. Verschiedene Berechnungsverfahren, die in [Gust98] aufgeführt werden, führen zu unterschiedlichen Ergebnissen, sodaß die diamagnetischen Korrekturen durch Messungen verifiziert werden müssen. Dazu bietet sich der Vergleich von Messungen des magnetischen Kernmomentes eines Isotopes am neutralen Atom oder, wie im Fall dieser Arbeit, am einfach ionisierten Europium mit Messungen am hochgeladenen Ion an. Für die Untersuchung der differentiellen Hyperfeinanomalie reicht jedoch der unkorrigierte Wert des magnetischen Kernmomentes, da nur das Verhältnis der Momente zweier Isotope einfließt (siehe Gl. 7).

Bei weiterer, sorgfältiger Optimierung und Weiterentwicklung ist sicherlich eine Steigerung der Meßgenauigkeit um eins bis zwei Größenordnungen möglich. Dies würde ausreichen, die differentielle Hyperfeinanomalie auch bei solchen Isotopenpaaren zu bestimmen, bei denen sie im unteren Bereich der erwarteten Größenordnung liegt.

Literaturverzeichnis

- [Ahma85] **S. A. Ahmad, W. Klempt, C. Ekström, R. Neugart, K. Wendt**
Nuclear Spins, Moments and Changes of the Mean Square Radii of $^{140-153}\text{Eu}$
Z. Phys. A **321**, 35-45 (1985)
- [Beck90] **O. C. Becker**
Ein Doppelresonanzexperiment zur Bestimmung der Hyperfeinstruktur im Grundzustand von $^{151}\text{Eu}^+$
Diplomarbeit, Mainz (1990)
- [Beck93] **O. C. Becker**
Hyperfine structure measurements of the $^{151,153}\text{Eu}^+$ ground state
Phys. Rev. A **48** 5, 3546-3554 (1993)
- [Beck94] **O. C. Becker**
Die präzise Messung der Hyperfeinstruktur im Grundzustand der stabilen einfach-ionisierten Europium-Isotope
Dissertation, Mainz (1994)
- [Bohr50] **A. Bohr, V. F. Weisskopf**
The Influence of Nuclear Structure on the Hyperfine Structure of Heavy Elements
Phys. Rev. A **77** No. 1 (1950) 94
- [Boll89] **G. Bollen**
Erste Massenmessungen an instabilen Isotopen mit Hilfe einer Penningfalle
Dissertation, Mainz (1989)
- [Boll90] **G. Bollen, R. B. Moore, G. Savard, H. Stolzenberg**
The accuracy of heavy-ion mass measurements using time of flight-ion cyclotron resonance in a penning trap
J. Appl. Phys. **68** (9), 4355 (1990)

- [Bran83] **B. H. Brandson, C. J. Joachain**
The Physics of Atoms and Molecules
Longman Group Ltd., Harlow (1983)
- [Brei32] **G. Breit, E. Rosenthal**
The Isotope Shift in Hyperfine Structure
Phys. Rev. **41** (1932) 459
- [Brow86] **L. S. Brown, G. Gabrielse**
Geonium theory: Physics of a single electron or ion in a penning trap
Rev. of Mod. Phys. **58**, No. 1 (1986)
- [Butc90] **P. N. Butcher, D. Cotter**
The Elements of Nonlinear Optics
Cambridge University Press, Cambridge (1990)
- [Bütt82] **S. Büttgenbach**
Hyperfine Structure in 4d- and 5d-Shell Atoms
Vol. **96**, Springer-Verlag (1982)
- [Bütt84] **S. Büttgenbach**
Magnetic hyperfine anomalies
J. C. Baltzer AG Scientific Publishing Company, Basel (1984)
- [Casi35] **H. Casimir**
Physics **2** 719 (1935)
- [Chil70] **W. J. Childs**
Hyperfine Structure of Many Atomic Levels of ^{159}Tb and the ^{159}Tb Nuclear Electric Quadrupole Moment
Phys. Rev. **A 44** 2, 316 (1970)
- [Chil72] **W. J. Childs**
Case Studies in Atomic Physics
4, 215-304, (1972)
- [Chil73] **W. J. Childs**
Fine and hyperfine structure of free atoms
Vorlesung, Institut für angewandte Physik der Universität Bonn (1973)
- [Dani73] **E. W. McDaniel and E. A. Mason**
The Mobility and Diffusion of Ions in Gases
Wiley, New York, 1973

- [Demt91] **W. Demtröder**
Laserspektroskopie: Grundlagen und Techniken
Springer, Berlin (1991)
- [Desc80] **J. P. Desclaux**
Phys. Scr. **21**, 436 (1980)
- [Dick52] **R. H. Dicke**
The Effect of Collisions upon the Doppler Width of Spectral Lines
Phys. Rev. **89** (1953) 472
- [Drap73] **S. Drapatz**
Atomic and Molecular Properties of Metals from Artificial Cloud Experiments in the Upper Atmosphere
Z. Naturforschung **29a**, 411-418 (1974)
- [Dyck91] **R. S. van Dyck et al.**
Journal of Mod. Opt **39** , 243 (1991)
- [Edmo64] **A. R. Edmond**
Drehimpulse in der Quantenmechanik
Bibliographisches Institut Mannheim, Hochschulbücher-Verlag (1964)
- [Elli76] **H. W. Ellis, R. Y. Pai, E. W. McDaniel, E. A. Mason and L. A. Viehland**
Transport Properties of Gaseous Ions over a wide Energy Range
Atomic Data and Nuclear Data Tables **17**, 177-210 (1976)
- [Ende92] **K. Enders**
Präzisionsmessung der Grundzustands-Hyperfeinstruktur stabiler Europium-Ionen in einer Paulfalle
Diplomarbeit, Mainz (1992)
- [Ende95] **K. Enders, O. Becker, L. Brand, J. Dembczyński, G. Marx, G. Revalde, P. B. Rao, E. Stachowska, G. Werth**
Precise hyperfine structure measurements in the ground state of unstable $^{150}\text{Eu}^+$ ions
Phys. Rev. **A52** (1995) 4434
- [Ende96] **K. Enders**
Hochauflösende Hyperfeinstruktur-Spektroskopie an instabilen Isotopen des Europiums
Dissertation, Mainz (1996)

- [Ende97] **K. Enders, E. Stachowska, G. Marx, Ch. Zölch, U. Georg, J. Dembczyński, G. Werth**
Ground-state hyperfine-structure measurements of unstable Eu^+ isotopes in a Paul ion trap
 Phys. Rev. **A56** 1, 265-269 (1997)
- [Engl74] **T. C. English, J. C. Zorn**
Molecular Beam Spectroscopy; Methods of Experimental Physics
 D. Williams Academic Press vol. **3**, New York (1974)
- [Evan65] **L. Evans, P. G. H. Sandars, G. K. Woodgate**
Relativistic effects in many electron hyperfine structure III. Relativistic dipole and quadrupole interaction in europium and remeasurement of the nuclear magnetic dipole moments of ^{151}Eu and ^{153}Eu
 Proc. Roy. Soc **A289**, 114 (1965)
- [Froe77] **C. Froese Fischer**
 A Wiley-Interscience Publication, New York (1977)
- [Fuji75] **T. Fujita, A. Arima**
Magnetic Hyperfine Structure of Muonic and Electronic Atoms
 Nucl. Phys. **A254**, 513 (1975)
- [Fuji97] **T. Fujita, T. Asaga, K. Ito**
Hyperfine Structure Constants for Eu Isotopes: Is The Empirical Formula of HFS anomaly Universal
 Z. Phys. **A359** 237 (1997)
- [Gerz90] **Ch. Gerz, D. Wilsdorf, and G. Werth**
A high precision penning trap mass spectrometer
 Nucl. Instr. and Meth. In Phys. Res. **B47**, 453 (1990)
- [Gran70] **I. P. Grant**
 Adv. Phys. **19**, 747 (1970)
- [Gust98] **M. G. H. Gustavsson, A.-M. Mårtensson-Pendrill**
Need for remeasurement of nuclear magnetic dipole moments
 Phys. Rev. **A58** 5, 3611 (1998)
- [Guth68] **G. Guthörlein**
Bestimmung der Kernquadrupolmomente der beiden stabilen Europiumisotope aus dem EuII-Spektrum
 Z. Phys. **214**, 332-356 (1968)

- [Holl85] **A. F. Hollemann, N. Wiberg**
Lehrbuch der Anorganischen Chemie
Walter de Gruyter, Berlin (1985)
- [Hubr90] **M. Hubrich**
Präzise Bestimmung des Magnetfeldes im Penningkäfig
Diplomarbeit, Mainz (1990)
- [Jord93] **F. Jordan**
Diplomarbeit, Mainz (1993)
- [Karn81] **C. Karner, G. Meyer, F. Träger, G. zu Pultiz**
Absolute Transition Probabilities in the Spectra of EuI and EuII
Astron. Astrophys. **107**, 161-165 (1982)
- [Knab87] **H. Knab, M. Schupp, G. Werth**
Precise Spectroscopy on Trapped Radioactive Ions: Ground State Hyperfine Splittings of $^{133}\text{Ba}^+$ and $^{131}\text{Ba}^+$
Europhys. Lett. **4** 1361 (1987)
- [Knig83] **R. D. Knight**
The general form of the quadrupole ion trap potential
Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys. **51** (1983) 127
- [Knöl95] **K.-H. Knöll**
g-Faktor Messungen an Barium Ionen
Dissertation Mainz (1995)
- [Köni91] **M. König**
Diplomarbeit Mainz (1991)
- [Kopf56] **H. Kopfermann**
Kernmomente, 2. Aufl.
Akad. Verlagsgesellschaft Frankfurt am Main (1956)
- [Kreb60] **K. Krebs, R. Winkler**
Zur Hyperfeinstruktur des Eu-II
Z. Phys **160** (1960) 320
- [Kret90] **M. Kretzschmar**
A Theory of Anharmonic Perturbation in a Penning Trap
Z. Naturforsch. A, **45**, 965 (1990)

- [Lede78] **C. M. Lederer, V. S. Shirley**
Table of Isotopes
7th Edition, Wiley New York (1978)
- [Li96] **Guo-Zhong Li, Bryan A. Vining, Shengheng Guan, Alan G. Marshall**
Laser-induced Fluorescence of Ba^+ Ions Trapped and Mass-selected in a Fourier Transform Ion Cyclotron Resonance Mass Spectrometer
Rap. Com. in Mass Spectr. **10**, 1850-1854 (1996)
- [Lind74] **I. Lindgren, A. Rosen**
Case studies in Atomic Physics
3, 93-196 (1974) und **4**, 197-298 (1974)
- [Majo73] **F. G. Major, G. Werth**
High-resolution magnetic hyperfine resonance in harmonically bound ground-state ^{199}Hg ions
Phys. Rev. Lett **30** (1973) 1155
- [Marx94] **G. H. Marx**
Präzisionsmessung der Grundzustandshyperfeinstruktur am instabilen $^{150}Eu^+$ in einer Paulfalle
Diplomarbeit, Mainz (1994)
- [Marx98] **G. H. Marx**
g-Faktor Messungen an Barium-Ionen in einer Penningfalle
Dissertation, Mainz (1998)
- [Mosk73] **P. A. Moskowitz, M. Lombardi**
Distribution of Nuclear Magnetization in Mercury Isotopes
Phys. Lett. **46B** 334 (1973)
- [NBS71] **US Department of Commerce, National Bureau of Standards**
Atomic Energy Levels
Washington (1971)
- [Niel63] **C. W. Nielsen, G. F. Koster**
M.I.T. Press Cambridge Massachusetts (1963)
- [Nume93] **W. H. Press**
Numerical Recipes in C
Cambridge Education, Cambridge (1993)

- [Paul58] **W. Paul, O. Osberghaus, E. Fischer**
Ein Ionenkäfig
Forschungsbericht des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums
NRW Nr. **415** (1958)
- [Raca43] **G. Racah**
Theory of Complex Spectra III
Phys. Rev. **63**, 367 (1943)
- [Radz85] **A. A. Radzig, B. M. Smirnow**
Reference Data on Atoms, Molecules and Ions
Springer series in Chem. Phys., Berlin (1985)
- [Rams56] **N. F. Ramsey**
Molecular Beams
Oxford U. P. , New York (1956)
- [Rams89] **N. F. Ramsey**
Molecular Beams
2nd. Edn., Clarendon, Oxford (1989)
- [Saku85] **J. J. Sakurai**
Modern Quantum Mechanics
Addison-Wesley (1985)
- [Sand65] **P. G. H. Sandars, J. Beck**
Relativistic effects in many electron hyperfine structure; I. Theory
Proc. Roy. Soc. **A289**, 97 (1965)
- [Sava91] **G. Savard, S. Becker, G. Bollen, H. J. Kluge, R. B. Moore, T. Otto, L. Schweikhard, H. Stolzenberg, U. Wiess**
A new cooling technique for heavy ions in a penning trap
Phys. Lett. **A158**, 247 (1991)
- [Schü35] **H. Schüller, T. Schmidt**
Z. Phys. **94** 457 (1935)
- [Schw55] **C. Schwartz**
Theory of Hyperfine Structure
Phys. Rev. **97**, 380 (1955)
- [Schw92] **L. Schweikhard, Shengheng Guan, A. G. Marshall**
Int. J. Mass Spectrom. Ion Proc. **120**, 71-83 (1992)

- [Schw93] **L. Schweikhard, A. G. Marshall**
J. Amer. Soc. Mass Spectrom. 4, 433 (1993)
- [Schw95] **L. Schweikhard, J. Ziegler, H. Bopp and K. Lützenkirchen**
Int. J. Mass Spectrom. Ion Proc. 141, 77 (1995)
- [Sen87] **A. Sen, W. J. Childs**
Hyperfine structure of metastable levels in $^{151,153}\text{Eu}^+$ by collinear laser-rf-double-resonance spectroscopy
Phys Rev. A **36**, 1983-1993 (1987)
- [Shen93] **Shengheng Guan, A. G. Marshall**
Bloch equations applied to ion cyclotron resonance spectroscopy: Broadband interconversion between magnetron and cyclotron motion for ion axialisation
J. Chem. Phys. 98, 4486-4493 (1993)
- [Sobe79] **I. I. Sobelmann**
Atomic Spectra and Radiative Transitions
Springer Series in Chemical Physics, Berlin (1979)
- [Stah94] **Stefan Stahl**
Elektronischer und bolometrischer Ionen-Nachweis in einer Penningfalle
Diplomarbeit, Mainz (1994)
- [Szaw97] **G. Szawiola**
Persönliche Mitteilungen
- [Trap97] **Sascha Trapp**
Doppelresonanz-Messungen an gespeicherten Europium-Ionen zur Bestimmung des g_F -Faktors
Diplomarbeit, Mainz (1997)
- [Vill92] **P. Villemoes, A. Arnesen, F. Heijkskjöld, A. Kastberg, A. Wännström**
Hyperfine structure measurements of $^{151,153}\text{EuII}$ with fast ion beam-laser spectroscopy
Physics Letters A 162 (1992) 178-181
- [Wybo65] **B. G. Wybourne**
Spectroscopic Properties of Rare Earths
17-22, Interscience New York (1965)

- [Yu89] **N. Yu, M. Desaintfuscien and F. Plumelle**
Ion Density Limitation in a Penning Trap due to the Combined Effect of Asymmetry and Space Charge
Appl. Phys. B, 48, 51 (1989)
- [Yuts67] **A. P. Yutsis, R. I. Karaziya, Y. I. Visbaraite, Z. B. Rudizkas**
Akademiya Nauk Ssr, Vychislitel'nyi Tsentr. Moscow (1967)
- [Zölc96] **C. Zölch**
Doppelresonanzuntersuchungen der Hyperfeinaufspaltung im metastabilen 7S_3 -Zustand von $^{153,151,150,148}\text{Eu}^+$ in einer Paulfalle
Diplomarbeit, Mainz (1996)

Abbildungsverzeichnis

1	Berechnete Hyperfeinanomalie von Europium	9
1.1	Feinstruktur von Eu^+	15
1.2	Hyperfeinstruktur von Eu^+	18
1.3	Abstoßung von Hyperfeinniveaus benachbarter Feinniveaus . .	22
2.1	Termschema des $^9\text{S}_4$ -Zustandes von $^{151}\text{Eu}^+$ im Magnetfeld . .	38
2.2	Termschema des $^9\text{S}_4$ -Zustandes von $^{153}\text{Eu}^+$ im Magnetfeld . .	39
2.3	Simuliertes optisches Spektrum $^{151}\text{Eu}^+$	42
2.4	Simuliertes optisches Spektrum $^{153}\text{Eu}^+$	43
2.5	Simuliertes optisches Spektrum $^{151}\text{Eu}^+$ und $^{153}\text{Eu}^+$	43
3.1	Ring und Kalotten einer Penningfalle	48
3.2	Bewegung in einer Penningfalle	51
3.3	Anregung mit Quadrupolfeld	58
3.4	Anregung mit Puffergas und Quadrupolfeld	61
3.5	Nichtlineare Resonanz in einer Penningfalle	64
3.6	Verlauf von Nichtlinearen Resonanzen	65
4.1	Fallenspannung während Magnetfeldmessung	69
4.2	Optisches Pumpen und Doppelresonanz	71
5.1	Übersicht des Experimentes	73
5.2	Die Penningfalle	74
5.3	Elektronischer Nachweis geladener Teilchen	77
5.4	Aufbau des Fluoreszenznachweises	79
5.5	Die Mikrowellenanlage	81
6.1	Elektronen-Zyklotron-Resonanz	89
6.2	Zeitliche Veränderung des Magnetfeldes	90
6.3	Magnetfeld in Abhängigkeit vom Fallenort	90
6.4	Elektrische nachgewiesene Eu^+ -Ionen	92

6.5	Teilweises optisches Spektrum von $^9\text{S}_4$ nach $^9\text{P}_5$ von $^{151,153}\text{Eu}^+$ im Magnetfeld	93
6.6	σ^+ -Gruppe von $^{151,153}\text{Eu}^+$ im Magnetfeld	96
6.7	Doppelresonanzmessungen	98
6.8	Aus Messungen ermittelte g_{I} -Faktoren	100

Tabellenverzeichnis

1	Hyperfeinstruktur-Konstanten und Kernmomente	5
1.1	Physikalische Eigenschaften von Europium	13
1.2	Isotope des Europium	14
1.3	Abregungskanäle des $^9\text{P}_5$ -Zustandes	17
1.4	Radialparameter der Hyperfeinstruktur von Eu^+	26
2.1	Hyperfein-Termlage von $^{151,153}\text{Eu}^+$	32
2.2	Daten zur Berechnung der Termschemata	34
2.3	m_F und m_I innerhalb der m_J -Gruppen von $^{151,153}\text{Eu}^+$	35
2.4	Abschätzung der benötigten experimentellen Genauigkeit	37
2.5	Experimentelle Daten des $^9\text{P}_5$ -Zustandes	40
3.1	Auswahlregeln für Anregung mit Dipolfeld in Penningfalle	55
3.2	Auswahlregeln für Anregung mit Quadrupolfeld in Penningfalle	56
3.3	Speicherparameter	65
4.1	Eigenfrequenzen und Zyklotronfrequenz von Elektronen in einer Penningfalle	69
6.1	Zeiten und Potentiale beim Elektronennachweis	87
6.2	Identifizierte Übergänge	95
6.3	Gemessene Übergänge	99

Anhang A

Matrixelemente effektiver Hyperfeinoperatoren

$$\langle l^N \alpha_1 S_1 L_1, S_2 l'; \text{SLJIFM} | H_{\text{HFS}}^{\text{eff}}(\text{M1}) | l^N \alpha'_1 S'_1 L'_1, S_2 l'; S' L' J' \text{IFM} \rangle \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned}
&= \Gamma_1(\text{JJ'IF}) \left[\delta(\alpha_1 S_1 L_1, \alpha'_1 S'_1 L'_1) \delta(S, S') (-1)^{S+L'+J+L_1+l'} \sqrt{(2L+1)(2L'+1)} \right. \\
&\quad \times \left\{ \begin{matrix} J & J' & 1 \\ L' & L & S \end{matrix} \right\} \left(a_l^{01} \left\{ \begin{matrix} L & L' & 1 \\ L'_1 & L_1 & l' \end{matrix} \right\} (-1)^{L'} \sqrt{L_1(L_1+1)(2L_1+1)} \right. \\
&\quad \left. \left. + a_{l'}^{01} \left\{ \begin{matrix} L & L' & 1 \\ l' & l' & L_1 \end{matrix} \right\} (-1)^L \sqrt{l'(l'+1)(2l'+1)} \right) \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{30(2L+1)(2L'+1)(2S+1)(2S'+1)} \left\{ \begin{matrix} S & S' & 1 \\ L & L' & 2 \\ J & J' & 1 \end{matrix} \right\} (-1)^{S_1+L_1+S_2+l'+1} \right. \\
&\quad \times \left(a_l^{12} (-1)^{S'+L'} \left\{ \begin{matrix} S & S' & 1 \\ S'_1 & S_1 & S_2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L & L' & 2 \\ L'_1 & L_1 & l' \end{matrix} \right\} \sqrt{\frac{l(l+1)(2l+1)}{(2l-1)(2l+3)}} \right. \\
&\quad \times \langle l^N \alpha_1 S_1 L_1 || V^{(12)} || l^N \alpha'_1 S'_1 L'_1 \rangle + a_{l'}^{12} \delta(\alpha_1 S_1 L_1, \alpha'_1 S'_1 L'_1) (-1)^{S+L} \\
&\quad \times \left\{ \begin{matrix} S & S' & 1 \\ S_2 & S_2 & S_1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L & L' & 2 \\ l' & l' & L_1 \end{matrix} \right\} \sqrt{\frac{3l'(l'+1)(2l'+1)}{2(2l'-1)(2l'+3)}} \\
&\quad \left. + \delta(\alpha_1 S_1 L_1, \alpha'_1 S'_1 L'_1) \delta(L, L') (-1)^{S+J'+L+S_1+S_2} \sqrt{(2S+1)(2S'+1)} \right. \\
&\quad \left. \times \left\{ \begin{matrix} J & J' & 1 \\ S' & S & L \end{matrix} \right\} \left(a_l^{10} (-1)^{S'} \left\{ \begin{matrix} S & S' & 1 \\ S_1 & S_1 & S_2 \end{matrix} \right\} \sqrt{S_1(S_1+1)(2S_1+1)} \right.
\end{aligned}$$

$$+ a_{l'}^{10}(-1)^S \left\{ \begin{array}{ccc} S & S' & 1 \\ S_2 & S_2 & S_1 \end{array} \right\} \sqrt{\frac{3}{2}} \Bigg] \Bigg]$$

$$\text{mit } \Gamma_1(JJ'IF) = (-1)^{J'+I+F} \left\{ \begin{array}{ccc} J & J' & 1 \\ I & I & F \end{array} \right\} \sqrt{I(I+1)(2I+1)(2J+1)(2J'+1)}$$

$$\langle l^N \alpha_1 S_1 L_1, S_2 l'; SLJIFM | H_{\text{HFS}}^{\text{eff}}(E2) | l^N \alpha'_1 S'_1 L'_1, S_2 l'; S'L'J'IFM \rangle \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} &= \Gamma_2(JJ'IF) \left\{ \left\{ \begin{array}{ccc} J & J' & 2 \\ L' & L & S \end{array} \right\} \delta(S, S') \frac{(-1)^{s+L'+J+S'+2S_2+S_1+l'}}{\sqrt{10}(2S+1)} \right. \\ &\quad \times \left(\sqrt{\frac{2l(l+1)(2l+1)}{(2l-1)(2l+3)}} b_l^{02} (-1)^{L'+S'} \left\{ \begin{array}{ccc} L & L' & 2 \\ L'_1 & L_1 & l' \end{array} \right\} \delta(S_1, S'_1) \right. \\ &\quad \times \langle l^N \alpha_1 S_1 L_1 || U^{(2)} || l^N \alpha'_1 S'_1 L'_1 \rangle + b_{l'}^{02} \sqrt{\frac{2l'(l'+1)(2l'+1)}{(2l'-1)(2l'+3)}} \\ &\quad \times \delta(\alpha_1 S_1 L_1, \alpha'_1 S'_1 L'_1) (-1)^{L+S} \left\{ \begin{array}{ccc} L & L' & 2 \\ l' & l' & L_1 \end{array} \right\} \Bigg) + \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \begin{array}{ccc} S & S' & 1 \\ L & L' & 3 \\ J & J' & 2 \end{array} \right\} \\ &\quad \times \left[b_l^{13} (-1)^{S_2+S'+L'+l'} \left\{ \begin{array}{ccc} S & S' & 1 \\ S'_1 & S_1 & S_2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} L & L' & 3 \\ L'_1 & L_1 & l' \end{array} \right\} \langle l^N \alpha_1 S_1 L_1 || V^{(13)} || l^N \alpha'_1 S'_1 L'_1 \rangle \right. \\ &\quad \left. + b_{l'}^{13} \delta(\alpha_1 S_1 L_1, \alpha'_1 S'_1 L'_1) (-1)^{S_2+S+L+l'} \sqrt{\frac{3}{2}} \left\{ \begin{array}{ccc} S & S' & 1 \\ S_2 & S_2 & S_1 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} L & L' & 3 \\ l' & l' & L_1 \end{array} \right\} \right] \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \begin{array}{ccc} S & S' & 1 \\ L & L' & 1 \\ J & J' & 2 \end{array} \right\} \left[b_l^{11} \left\{ \begin{array}{ccc} S & S' & 1 \\ S'_1 & S_1 & S_2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} L & L' & 1 \\ L'_1 & L_1 & l' \end{array} \right\} (-1)^{S_2+S'+L'+l'} \right. \\ &\quad \times \langle l^N \alpha_1 S_1 L_1 || V^{(11)} || l^N \alpha'_1 S'_1 L'_1 \rangle + b_{l'}^{11} \delta(\alpha_1 S_1 L_1, \alpha'_1 S'_1 L'_1) (-1)^{S_2+S+L+l'} \left\{ \begin{array}{ccc} S & S' & 1 \\ S_2 & S_2 & S_1 \end{array} \right\} \\ &\quad \left. \times \left\{ \begin{array}{ccc} L & L' & 1 \\ l' & l' & L_1 \end{array} \right\} \sqrt{\frac{3}{2}} \right] \Bigg\} \end{aligned}$$

$$\text{mit } \Gamma_2(JJ'IF) = (-1)^{J'+I+F+S_1+L_1} \left\{ \begin{matrix} J & J' & 2 \\ I & I & F \end{matrix} \right\} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(2I+3)(I+1)(2I+1)}{I(2I-1)}}$$