

Messung der  $B_s$ -Oszillation  
mit dem semileptonischen Zerfall  
 $B_s^0 \rightarrow D_s^- (\phi \pi^-) \mu^+ \nu_\mu$   
mit dem DØ-Detektor

Dissertation  
zur Erlangung des Grades  
„Doktor der Naturwissenschaften“  
am Fachbereich Physik der  
Johannes Gutenberg-Universität in Mainz

**Cano Ay**

Mainz 2006

D77 (Diss. Universität Mainz)



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Theoretische Übersicht</b>	<b>3</b>
1.1 Das Standardmodell	3
1.1.1 Die starke Wechselwirkung	5
1.1.2 Die elektroschwache Wechselwirkung	6
1.1.3 Spontane Symmetriebrechung und das Higgs-Boson	7
1.2 Die schwache Wechselwirkung für Quarks	9
1.2.1 Kopplung leichter Quarks	9
1.2.2 Die CKM-Matrix	11
1.2.3 Das Unitaritätsdreieck	13
1.2.4 Ausmessung des Unitaritätsdreiecks	14
1.3 $B^0 - \bar{B}^0$ -Mischung	16
1.3.1 Die zeitliche Entwicklung neutraler $B$ -Mesonen	17
1.3.2 Die Massendifferenz $\Delta m_q$	18
1.4 Produktion von $B$ -Mesonen in Hadron-Hadron Kollisionen	22
1.4.1 Das Partonmodell	22
1.4.2 Produktion von $b\bar{b}$ -Paaren	22
1.4.3 $b$ -Quark Hadronisierung	23
<b>2 Meßprinzip</b>	<b>27</b>
2.1 Die Signalselektion	27
2.2 Berechnung der Zerfallseigenzeit	28
2.3 Markierung des Anfangszustandes	30
2.3.1 Same-Side Tagging (SST)	31
2.3.2 Opposite-Side Tagging (OST)	32
2.4 Bestimmung der Massendifferenz $\Delta m_q$	34
<b>3 Das <math>D\emptyset</math>-Experiment am Tevatron</b>	<b>37</b>
3.1 Das Tevatron	37
3.2 Der $D\emptyset$ -Detektor	40
3.2.1 Das Koordinatensystem	40

3.2.2	Der Silizium Spurdetektor . . . . .	42
3.2.3	Der zentrale Faserspurdetektor . . . . .	44
3.2.4	Der Solenoidmagnet . . . . .	44
3.2.5	Das Kalorimeter . . . . .	45
3.2.6	Das Myonensystem . . . . .	47
3.2.7	Die Toroidmagneten . . . . .	48
3.2.8	Trigger und Datenerfassung . . . . .	49
<b>4</b>	<b>Datenrekonstruktion und Monte Carlo Simulation</b>	<b>51</b>
4.1	Die Spur- und Vertexrekonstruktion . . . . .	51
4.1.1	Die Spurrekonstruktion . . . . .	51
4.1.2	Vertexrekonstruktion . . . . .	54
4.2	Myonrekonstruktion und -identifikation . . . . .	55
4.3	Elektronidentifikation . . . . .	57
4.4	Monte-Carlo-Simulation . . . . .	58
4.4.1	Physiksimulation . . . . .	59
4.4.2	Detektorsimulation . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Die Signalselektion für <math>B_s^0 \rightarrow D_s^-(\phi\pi^-)\mu^+X</math></b>	<b>61</b>
5.1	Vorselektion . . . . .	61
5.2	Likelihood-Selektion . . . . .	67
5.3	Das $KK\pi$ -Massenspektrum . . . . .	72
5.3.1	Signalzusammensetzung . . . . .	75
5.3.2	Signalanteil aus $c\bar{c}$ -Zerfällen . . . . .	77
<b>6</b>	<b>Messung der Zerfallseigenzeit</b>	<b>81</b>
6.1	K-Faktor-Verteilung . . . . .	81
6.2	Rekonstruktionseffizienz . . . . .	82
6.3	VPDL-Auflösungen . . . . .	83
6.4	Messung der $B_s^0$ -Lebensdauer . . . . .	86
<b>7</b>	<b>Kalibration der Markierungsmethoden</b>	<b>89</b>
7.1	Opposite Side Myon Tagging . . . . .	89
7.2	Opposite Side Electron Tagging . . . . .	91
7.3	Opposite Side Secondary Vertex Tagging . . . . .	91
7.4	Event Charge Tagging . . . . .	93
7.5	Kombination der Markierungsmethoden . . . . .	94
7.6	Tagging-Klassen . . . . .	95
7.7	Ereignisrekonstruktion $B \rightarrow \mu^+\nu_\mu\bar{D}^0X$ . . . . .	95
7.8	Messung der Markierungsleistung . . . . .	96
7.8.1	Markierter $B_s^0$ -Datensatz . . . . .	98



<b>8</b>	<b>Messung der Massendifferenz <math>\Delta m_s</math></b>	<b>101</b>
8.1	Meßmethode: Amplitudenanpassung . . . . .	101
8.1.1	Gewichtungsfunktion . . . . .	105
8.2	Eingangsparameter . . . . .	107
8.3	Messung von $\Delta m_d$ . . . . .	107
8.4	Systematische Unsicherheiten . . . . .	108
8.5	Messung von $\Delta m_s$ . . . . .	110
8.6	Ergebnis . . . . .	116
<b>9</b>	<b>Interpretation und Ausblick</b>	<b>117</b>
9.1	Zukünftige Verbesserungen . . . . .	118
	<b>Zusammenfassung</b>	<b>123</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>125</b>
A.1	Triggerliste . . . . .	125
A.2	Parametrisierung des $KK\pi$ -Massenspektrums . . . . .	127
A.3	Monte Carlo Datensätze . . . . .	133
A.3.1	$B_s \rightarrow D_s \mu \nu_\mu$ . . . . .	133
A.3.2	$B_s \rightarrow D_s D(\mu \nu_\mu)$ . . . . .	133
A.3.3	$B_s \rightarrow D_s D_s(\mu \nu_\mu)$ . . . . .	134
A.3.4	$B_s \rightarrow D_s \tau(\mu \nu_\mu)$ . . . . .	135
A.3.5	$B_d \rightarrow D_s D(\mu \nu_\mu)$ . . . . .	136
A.3.6	$B_u \rightarrow D_s D(\mu \nu_\mu)$ . . . . .	136
A.4	Parametrisierung der K-Faktor Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	138
A.5	Mathematische Beschreibung der VPDL-Verteilung . . . . .	148
A.6	Ergänzung: Systematische Unsicherheiten . . . . .	149
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>153</b>



# Einleitung

Das Standardmodell (SM) der Teilchenphysik stellt eine Zusammenstellung unseres derzeitigen Wissens über die Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen (WW) dar. Der theoretische Rahmen des Standardmodells hat alle derzeitigen Tests bestanden und theoretische Vorhersagen wurden mit einer sehr hohen Genauigkeit experimentell bestätigt [1].

Trotz dieses enormen Erfolgs kann es nicht als die ultimative Theorie der Elementarteilchen und ihrer WW angesehen werden, da es immer noch offene Fragen gibt, die zur Zeit nicht vom SM beantwortet werden können. Zum einen beinhaltet es nicht die Gravitation, welche in unserem täglichen Leben eine der wichtigsten WW ist. Ausserdem haben Messungen gezeigt, dass im Universum verschwindend wenig Antimaterie im Vergleich zu Materie existiert. Im SM gibt es jedoch keinen Prozess, aus dem in so großem Umfang bevorzugt Materie entsteht. Desweiteren wird im SM zwar die beobachtete elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung als spontane Symmetriebrechung der elektroschwachen Wechselwirkung beschrieben, jedoch gibt es im SM keine Motivation für die Art und Weise, wie und warum diese spontane Symmetriebrechung realisiert ist. Diese und weitere Fragen führen zu dem Schluß, dass es über das SM hinausgehende Physik geben muss. Das Messen von physikalischen Prozessen und der Vergleich mit den SM Vorhersagen wird dazu verhelfen diese weiterführenden Modelle zu verwerfen oder zu bestätigen.

Die Elementarteilchen des Standardmodells werden in drei Quark-Familien und drei Lepton-Familien eingeordnet, die mit mindestens einer der drei Wechselwirkungen — starke WW, schwache WW, elektromagnetische WW — miteinander interagieren. Die schwachen Eichbosonen, welche die Überträger der schwachen WW sind, sorgen für Übergänge zwischen Leptonen innerhalb einer Familie. Bei Quarks lässt die Kopplung der schwachen geladenen Eichbosonen den Übergang zwischen zwei Quarks auch aus verschiedenen Quarkfamilien zu und die komplexe Phase in dieser Kopplung führt zu einer Verletzung der Symmetrie bei Ladungskonjugation  $\mathcal{C}$  und Raumspiegelung  $\mathcal{P}$  ( $\mathcal{CP}$ -Verletzung).

Die schwachen geladenen Eichbosonen koppeln nur an die schwachen Eigenzustände der Quarks, welche durch eine Mischung der starken Eigenzustände konstruiert werden können. Im SM wird diese Mischung und die Kopplung zwischen *up*-type-Quarks und *down*-type-Quarks durch die CKM-Matrix (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix) beschrieben. Unter Berücksichtigung der Unitarität der CKM-Matrix können Unitaritäts-

dreiecke in der komplexen Ebene definiert werden. Falls das genaue Messen der Seiten und Winkel eines dieser Unitaritätsdreiecke zu einem nicht geschlossenen Dreieck führt, ist dies ein sicheres Zeichen für über das SM hinausgehende Physik.

Das Ziel dieser Dissertation ist die Messung der  $B$ -Oszillation, wodurch die am schlechtesten gemessene Seite des Unitaritätsdreiecks eingeschränkt wird. Der Begriff  $B$ -Oszillation bezeichnet den Vorgang, bei dem ein  $B$ - bzw.  $\bar{B}$ -Meson innerhalb seiner Lebensdauer in sein Antiteilchen übergeht.

Zu Beginn wird das SM kurz beschrieben und die theoretische Motivation für diese Analyse erläutert.

Im Anschluß wird die Analyseketten vorgestellt. Dazu gehört die Signalrekonstruktion sowie die Signalselektion. Durch die Rekonstruktion wird ausserdem der Quarkinhalt des  $B$ -Mesons zur Zeit des Zerfalls festgelegt. Zusätzlich wird die Zerfallszeit gemessen und der Quarkinhalt des  $B$ -Mesons zur Zeit der Produktion wird markiert. Je nachdem, ob sich der Quarkinhalt von der Produktion bis zum Zerfall des  $B$ -Mesons ändert, hat eine Oszillation stattgefunden oder nicht. Aus der Zerfallszeit der oszillierten bzw. nichtoszillierten Ereignisse wird schließlich die Oszillationsfrequenz bestimmt.

Die Daten dieser Analyse stammen von Proton-Antiproton-Kollisionen am Tevatron-Beschleuniger im Fermi National Accelerator Laboratory (Fermilab) und wurden mit dem DØ-Detektor in der Zeit zwischen 2002-2005 aufgezeichnet. Nachdem der Tevatron-Beschleuniger und der DØ-Detektor beschrieben wurden, wird die Datenaufbereitung beim DØ-Experiment erläutert.

Die Messung der Oszillationsfrequenz im  $B_s$ -System mit dem semileptonischen Kanal  $B_s^0 \rightarrow D_s^\pm(\phi\pi)\mu\nu_\mu$  durch die zuvor beschriebene Analyseketten schließt die Arbeit ab.

# 1 Theoretische Übersicht

Das Standardmodell der Elementarteilchen (SM) beschreibt den derzeitigen Wissensstand über die vorhandenen Wechselwirkungen und die fundamentalen Bausteine der Materie, nämlich den punktförmigen Fermionen (Spin 1/2) und den Eichbosonen (Spin 1). Im Rahmen des Standardmodells können derzeit die starke, die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung beschrieben werden, wohingegen sich die Gravitation nicht in dieses Modell einbeziehen lässt.

In diesem Kapitel wird zunächst das SM genauer beschrieben. Anschließend wird die CKM-Matrix (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix) und deren Bedeutung erläutert, mit deren Hilfe sich die Oszillation von einem Teilchen in sein Antiteilchen herleiten lässt.

Am Ende des Kapitels werden die Produktionsmechanismen von  $b$ -Quarks bzw.  $b$ -Hadronen beschrieben.

## 1.1 Das Standardmodell

Die fundamentalen Bausteine der Materie bestehen aus Fermionen und Bosonen. Die Fermionen werden als Materieteilchen bezeichnet und haben einen halbzahligen Spin. Die Bosonen vermitteln die Wechselwirkungen zwischen den Fermionen und werden daher auch Kraftteilchen genannt. Bei diesen Wechselwirkungen handelt es sich um die starke, die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung.

Das SM der Elementarteilchen ist eine Eichtheorie, weshalb die Invarianz von Teilchenfeldern unter lokalen Eichtransformationen und die zugrundeliegenden Symmetriegruppen eine wichtige Rolle spielen. Die zum SM gehörende Symmetriegruppe ist  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Die Symmetriegruppe  $SU(3)_C$  beschreibt die starke Wechselwirkung mit ihren Austauschpartikeln, den Gluonen, welche an die Farbladung  $C$  koppeln. An der elektroschwachen Skala wird die Symmetrie spontan zu  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  gebrochen, welche die elektroschwache Wechselwirkung beschreibt. Eine mögliche Beschreibung dieser Symmetriebrechung ist der sog. *Higgs-Mechanismus*. Die Austauschpartikel der elektroschwachen Wechselwirkung koppeln ausschließlich an linkshändige<sup>1</sup> Teilchen oder an Teilchen mit der Hyperladung  $Y$ .

---

<sup>1</sup>Für linkshändige Teilchen sind Spin und Impuls entgegengesetzt gerichtet. Für rechtshändige Teilchen zeigen Spin und Impuls in dieselbe Richtung.

Teilchen			Q/e	$ \vec{T} $	$T_3$	Y	
Leptonen	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1
	$e_R$	$\mu_R$	$\tau_R$	-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1
				0	0	0	-2
Quarks	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_R$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_R$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_R$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
				$\frac{2}{3}$	0	0	$\frac{4}{3}$
				$-\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{2}{3}$

**Tabelle 1.1:** Fermionen des Standardmodells mit zugehörigen Quantenzahlen für Ladung, schwachen Isospin und Hyperladung.

Die Fermionen des Standardmodells werden in zwei Klassen unterteilt, in Leptonen und in Quarks. Die elektrisch neutralen Leptonen werden Neutrinos genannt und wechselwirken ausschließlich schwach. Im Gegensatz zu den Leptonen tragen die Quarks zusätzlich eine Farbladung und nehmen an der starken Wechselwirkung teil. In Tabelle 1.1 sind alle Fermionen des Standardmodells mit den dazugehörigen Quantenzahlen für elektrische Ladung, Hyperladung und dem schwachen Isospin aufgelistet; die Bosonen sind in Tabelle 1.2 gezeigt. Zu jedem Fermion existiert ein so genanntes Antifermion mit der gleichen Masse aber negativen additiven Quantenzahlen wie elektrische Ladung, Leptonzahl, Baryonenzahl usw.

Die Existenz der Fermionen und Eichbosonen ist mittlerweile nachgewiesen, und die meisten ihrer Eigenschaften sind gut gemessen [2]. Als letztes Quark wurde im Jahr 1995 das top-Quark von den Experimenten CDF<sup>2</sup> und DØ<sup>3</sup> am Tevatron Proton-Antiproton Beschleuniger am Fermilab entdeckt [3, 4]. Ende der neunziger Jahre wurden Oszillationen<sup>4</sup> atmosphärischer Neutrinos mit dem Super-Kamiokande-Detektor beobachtet [5]. Bei solaren Neutrinos wurden sowohl Oszillationen von SNO<sup>5</sup>[6] als auch von Super-Kamiokande [7] nachgewiesen. Aufgrund dieser Entdeckungen gilt es als gesichert, dass Neutrinos eine Masse besitzen. Allerdings konnte keine direkte Messung der Masse durchgeführt werden, da Super-Kamiokande, SNO oder auch KamLAND[8] nur sensitiv auf Quadrate von Massendifferenzen sind. Versuche, die Massen der Neutrinos direkt zu messen, lieferten bislang nur obere Grenzen auf die Masse des Elektronenneutrinos  $\nu_e$ , die momentan bei 2,2 eV liegt [9]. Im Jahr 2000 wurde von der DONUT<sup>6</sup>-Kollaboration erste Evidenz für das bis dahin nicht beobachtete Fermion,

<sup>2</sup>Collider Detector at Fermilab.

<sup>3</sup>Der Name DØ stammt von der Bezeichnung der Halle am Tevatron Beschleuniger, in der sich der Detektor befindet.

<sup>4</sup>Von Neutrinooszillation spricht man, wenn sich Neutrinos einer Sorte in Neutrinos einer anderen Sorte umwandeln.

<sup>5</sup>Sudbury Neutrino Observatory.

<sup>6</sup>Direct Observation of Nu Tau.

Eich Boson	Feld	Wechselwirkung	Q/e	Spin	Masse ( $\frac{GeV}{c^2}$ )
Photon $\gamma$	$A_\mu$	elektromag.	0	1	0
Z-Boson $Z^0$	$Z_\mu$	schwach	0	1	91,2
W-Boson $W^\pm$	$W^\pm_\mu$	schwach	$\pm 1$	1	80,4
Gluon $g$	$G_\mu^a$	stark	0	1	0

**Tabelle 1.2:** Bosonen des Standardmodells mit zugehörigen Feldern, Ladungen, Spins und Massen.

das  $\tau$ -Neutrino  $\nu_\tau$ , gefunden [10].

In den folgenden Unterabschnitten werden die im SM beschriebenen Wechselwirkungen und der Higgs-Mechanismus näher erläutert.

### 1.1.1 Die starke Wechselwirkung

Der starken Wechselwirkung, welche auch als Quantenchromodynamik (QCD) bezeichnet wird, liegt die Symmetriegruppe  $SU(3)_C$  zugrunde, wobei der Index  $C$  die Farbladung bezeichnet. Die Lagrangedichte  $\mathcal{L}_{QCD}$  der starken Wechselwirkung hat die Form

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q}\gamma_\mu D^\mu q - G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \quad (1.1)$$

mit der kovarianten Ableitung

$$D_\mu = i\partial_\mu - g_s T^a \cdot G_\mu^a, \quad (1.2)$$

dem Gluonfeld  $G_\mu^a$  und der Feldstärke

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_s f_{abc} G_\mu^b G_\nu^c. \quad (1.3)$$

$g_s$  bezeichnet die Kopplungsstärke und  $f_{abc}$  ( $a, b, c = 1, 2, \dots, 8$ ) sind die Strukturkonstanten der starken Wechselwirkung. Die Farbladung tritt in Triplets auf und sowohl die Quarks als auch die Austauscheteilchen der starken Wechselwirkung, die Gluonen, tragen eine Farbladung. Die Gluonen bilden ein Farboctett und können mit sich selbst wechselwirken. Aufgrund dieser Selbstwechselwirkung nimmt die Kopplungskonstante bei großen Abständen zu, weswegen Quarks und Gluonen nicht frei beobachtet werden können (engl. *confinement*); sie treten nur in farbneutralen Zuständen, den Mesonen ( $q\bar{q}$ ) und Baryonen ( $qqq$ ), auf. Einige der für diese Analyse wichtigen Baryonen und Mesonen sind in Tabelle 1.3 aufgelistet. Wegen der Stärke der Kopplung bei kleinen Impulsüberträgen kann dieser Bereich nur durch phänomenologische Modelle oder effektive Theorien beschrieben werden. Da umgekehrt bei kleinen Abständen die Kopplungsstärke nahezu verschwindet (engl. *asymptotic freedom*), kann dort ein störungstheoretischer Ansatz zur Beschreibung verwendet werden.

Hadron	Quarkinhalt	Q/e	Masse ( $\frac{MeV}{c^2}$ )
Proton	$uud$	1	938
$B_s^0$	$\bar{b}s$	0	5370
$B^+$	$\bar{b}u$	1	5279
$B_d^0$	$\bar{b}d$	0	5279
$D_s^+$	$c\bar{s}$	1	1968
$D^+$	$c\bar{d}$	1	1869
$\phi$	$s\bar{s}$	0	1020
$K^+$	$u\bar{s}$	1	494
$\pi^+$	$u\bar{d}$	1	140

**Tabelle 1.3:** Einige Baryonen und Mesonen mit ihren Eigenschaften Quarkinhalt, elektrische Ladung und Masse.

### 1.1.2 Die elektroschwache Wechselwirkung

Die relevante Symmetriegruppe der elektroschwachen Wechselwirkung ist eine Kombination der speziellen unitären Gruppe  $SU(2)_L$  und der unitären Gruppe  $U(1)_Y$ .

Da nur linkshändige Fermionen an der schwachen Wechselwirkung teilnehmen, erhält die Gruppe den Index L. Linkshändige Fermionen lassen sich als Isospindublett mit dem schwachen Isospin  $|\vec{T}| = 1/2$  darstellen und können demnach in den Zuständen  $T_3 = \pm 1/2$  vorkommen. Im Gegensatz dazu sind die rechtshändigen Fermionen Singlettzustände mit dem schwachen Isospin  $|\vec{T}| = T_3 = 0$ .

Die Hyperladung Y ist der Generator der Gruppe  $U(1)_Y$ . Die Hyperladung kombiniert die elektrische Ladung mit der dritten Komponente des schwachen Isospins und lässt sich mit der Gell-Mann-Nishijima-Relation  $Q/e = T_3 + Y/2$  berechnen. Innerhalb eines Multipletts ist die Hyperladung für alle Teilchen identisch.

Da die Ladungsdichte  $\mathcal{L}_{EW}$  invariant unter Transformationen der Gruppe  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  sein muss, erhält man drei Vektorfelder  $W_\mu^i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), die ein Isotriplett bilden und mit der Kopplungsstärke  $g$  an den schwachen Isospin koppeln. Zusätzlich folgt ein einzelnes Vektorfeld  $B_\mu$ , das mit der Kopplungsstärke  $g'$  an die Hyperladung koppelt. Somit hat die Lagrangedichte die Form

$$\mathcal{L}_{EW} = \bar{\psi}\gamma_\mu D^\mu\psi - \frac{1}{4}[W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} + B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}] , \quad (1.4)$$

mit der kovariante Ableitung

$$D_\mu = i\partial_\mu - gT \cdot W_\mu + g'Y B_\mu \quad (1.5)$$

ist den Feldstärkentensoren

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu - gW_\mu \times W_\nu \quad \text{sowie} \quad (1.6)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu . \quad (1.7)$$



Die neutrale dritte Komponente  $W_\mu^3$  des  $SU(2)_L$ -Eichfeldes mischt dabei mit dem  $U(1)_Y$ -Eichfeld  $B_\mu$ , wodurch die physikalischen Felder

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_W + W_\mu^3 \sin \theta_W \quad \text{und} \quad (1.8)$$

$$Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_W + W_\mu^3 \cos \theta_W \quad (1.9)$$

gebildet werden, die mit dem Photon und dem  $Z^0$  identifiziert werden. Der hierbei auftretende Winkel  $\theta_W$ , 1961 von Glashow eingeführt, wird als schwacher Mischungswinkel bezeichnet<sup>7</sup>. Die experimentellen Messungen ergeben einen Weltmittelwert von  $\sin^2 \theta_W = 0,2228 \pm 0,0004$  [2]. Die beiden übrigen Felder  $W_\mu^1$  und  $W_\mu^2$  mischen ebenfalls und bilden die geladenen Eichbosonen:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp W_\mu^2) . \quad (1.10)$$

Die neutralen Masseneigenzustände  $A_\mu$  und  $Z_\mu$  koppeln sowohl an linkshändige als auch an rechtshändige Fermionen, wohingegen die geladenen Eichbosonen  $W_\mu^\pm$  nur an Teilchen mit nicht-verschwindendem Isospin  $|\vec{T}| \neq 0$  koppeln. Somit ist eine Kopplung an rechtshändige Fermionen nicht möglich. Für die bereits erwähnten Kopplungsstärken  $g$  und  $g'$  gilt die Relation

$$g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e , \quad (1.11)$$

wobei  $e$  die elektromagnetische Elementarladung ist. Gleichung 1.11 ergibt sich direkt aus der Forderung, dass das Photonfeld  $A_\mu$  mit der Stärke  $e$  der elektromagnetischen Wechselwirkung an die geladenen Leptonen koppelt. Die Kopplung des  $Z^0$ -Bosons hat die Form

$$-i \frac{g}{\cos \theta_W} \gamma^\mu \frac{1}{2} (c_V^f - c_A^f \gamma^5) , \quad (1.12)$$

wobei die Vektor- und Axialvektorkopplungen  $c_V^f$  bzw.  $c_A^f$  durch die dritte Komponente des schwachen Isospins,  $T_3^f$ , und durch die Ladung  $q_f$  eines Fermions  $f$  gegeben sind:

$$c_V^f = T_3^f - 2 \sin \theta_W q_f , \quad (1.13)$$

$$c_A^f = T_3^f . \quad (1.14)$$

### 1.1.3 Spontane Symmetriebrechung und das Higgs-Boson

Da sowohl die Eichbosonen  $Z^0$ ,  $W^+$  und  $W^-$ , die Leptonen, als auch die Quarks nicht masselos sind, können weder die elektroschwache noch die starke Eichtheorie exakt sein.

---

<sup>7</sup>Neben der Bezeichnung schwacher Mischungswinkel hat sich auch die Bezeichnung Weinberg-Winkel eingebürgert.

Um diesen Widerspruch aufzulösen, wurde der so genannte *Higgs-Mechanismus* eingeführt [11]. Dazu wird ein zusätzliches Potential, das Higgs-Potential, zur Lagrangedichte addiert, dessen charakteristische Eigenschaft ein entarteter<sup>8</sup> Grundzustand ist. Aufgrund dieser Entartung kommt es zur spontanen Symmetriebrechung. Die Lagrangedichte  $\mathcal{L}$  aus Gleichung 1.4 bleibt eichinvariant, wenn ein zusätzlicher Beitrag der Form

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi) \quad (1.15)$$

addiert wird. Dabei ist  $\Phi$  ein zweikomponentiges skalares Feld

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Phi_1 + i\Phi_2 \\ \Phi_3 + i\Phi_4 \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

und das Potential  $V(\Phi)$  ist gegeben durch

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2. \quad (1.17)$$

Wählt man  $\mu^2 < 0$  und  $\lambda > 0$ , erhält man ein Potential, dessen Grundzustand entartet ist. Eine mögliche Wahl für den Vakuumerwartungswert ist

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (1.18)$$

Entwickelt man nun diesen Vakuumerwartungswert, ergibt sich ein komplexes skalares Feld

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}. \quad (1.19)$$

Masseterme in der Lagrangedichte sind durch die Form  $\frac{1}{2} M^2 \psi^\dagger \psi$  repräsentiert. Um die Struktur der Lagrangedichte zu untersuchen, genügt es, den Vakuumerwartungswert aus Gleichung 1.18 in die Lagrangedichte einzusetzen. Die kovariante Ableitung  $D_\mu \Phi$  reduziert sich so zu

$$D_\mu \langle \Phi \rangle = - \left[ \frac{ig}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} + \frac{ig'}{2} B_\mu \right] \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (1.20)$$

Setzt man dies in die Lagrangedichte ein, so liefert  $(D_\mu \langle \Phi \rangle)^\dagger (D_\mu \langle \Phi \rangle)$  weitere Terme, die quadratisch in den Feldern sind. Daraus ergeben sich die Massen der Eichbosonen

$$M_W^2 = \frac{1}{4} v^2 g^2, \quad M_Z^2 = \frac{1}{4} v^2 (g^2 - g'^2), \quad M_\gamma^2 = 0. \quad (1.21)$$

Der Zusammenhang zwischen  $W$ - und  $Z$ -Massen wird durch die Relation

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos \theta_W \quad (1.22)$$

---

<sup>8</sup>Es existieren mehrere Zustände zur selben Energie.

angedrückt, was in guter Übereinstimmung zu den experimentellen Beobachtungen [2] steht.

Bis auf die Masse des Higgs-Bosons sind alle anderen Parameter in der Theorie festgelegt. Das Higgs-Boson konnte noch nicht experimentell beobachtet werden, jedoch kann eine untere Massengrenze für das Higgs-Boson mit  $M_H \geq 114,4 \text{ GeV}/c^2$  mit einem Vertrauensniveau von 95% angegeben werden [12].

Analog zu den Massen der schwachen Eichbosonen werden auch die Massen der Fermionen durch deren Wechselwirkung mit dem Higgs-Feld  $\Phi$  erzeugt. Dies wird durch eine eichinvariante Yukawa-Kopplung in der Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = \bar{\psi}'_L \Phi_i C_i \psi'_R + h.c. , \quad (1.23)$$

beschrieben. Dabei sind  $\psi'_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)\psi'$  die rechts-, bzw. die linkshändigen Fermionenfelder und  $C_i$  ist eine beliebige, komplexe Matrix mit den Komponenten des schwachen Isospins  $i = 1, 2$ . Die Massenterme der Fermionen ergeben sich daraus zu

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mass} = & -(\bar{u}', \bar{c}', \bar{t}')_R M_u \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L - (\bar{d}', \bar{s}', \bar{b}')_R M_d \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L \\ & -(\bar{e}', \bar{\mu}', \bar{\tau}')_R M_l \begin{pmatrix} e' \\ \mu' \\ \tau' \end{pmatrix}_L + h.c. , \end{aligned} \quad (1.24)$$

mit den Massenmatrizen  $M_u$ ,  $M_d$  und  $M_l$ , die aus den Matrizen  $C_i$  zusammengesetzt und proportional zum Vakuumerwartungswert  $\langle \Phi \rangle$  (Gleichung 1.18) des Higgs-Feldes sind.

Im SM haben Neutrinos keinen entsprechenden Term in  $\mathcal{L}_{mass}$ , da für sie keine rechtshändigen Felder existieren. Desweiteren ist wegen der Leptonzahlerhaltung die Massenmatrix  $M_l$  diagonal, was bedeutet, dass die (physikalischen) Masseneigenzustände  $l_{L,R}$  den schwachen Eigenzuständen  $l'_{L,R}$  entsprechen ( $l = e, \mu, \tau$ ).

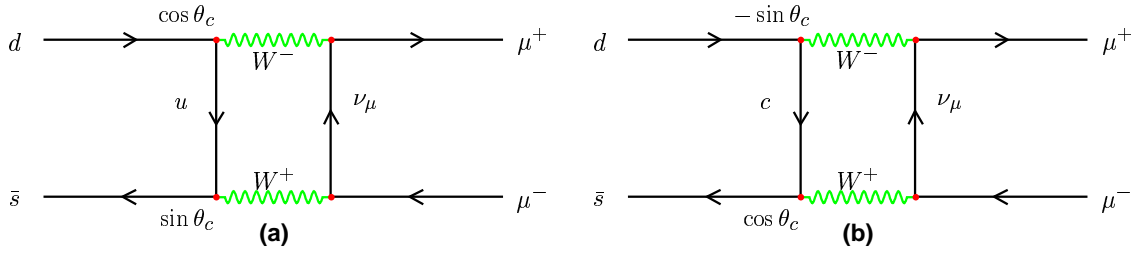
## 1.2 Die schwache Wechselwirkung für Quarks

Die Kopplung zwischen Quarks aus verschiedenen Familien kann aus der Yukawa-Kopplung der Quarks an das Higgs-Feld abgeleitet werden.

In den folgenden Unterabschnitten wird die theoretische Beschreibung der Kopplung der Quarks durch Cabibbo eingeführt und die historische Entwicklung der Theorie beschrieben.

### 1.2.1 Kopplung leichter Quarks

Beim Zerfall  $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e$  wird aus einem  $s$ -Quark unter Abstrahlung eines  $W^-$ -Bosons ein  $u$ -Quark. Jedoch ist dieser Übergang im Vergleich zum Übergang eines



**Abbildung 1.1:** (a) Das einzige Feynman Diagramm führender Ordnung für den Zerfall  $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ , bevor der GIM Mechanismus eingeführt wurde. (b) Durch den GIM Mechanismus kommt noch ein zweiter Graph hinzu.

$d$ -Quarks in ein  $u$ -Quark stark unterdrückt.

Diese Beobachtung konnte durch ein 1963 von Cabibbo [13] eingeführtes Modell beschrieben werden. Das Modell beschreibt die Kopplungen zwischen Quarks aus verschiedenen Generationen. Er schlug vor, beim  $d \rightarrow u + W^-$ -Vertex einen multiplikativen Faktor  $\cos \theta_c$  einzufügen und einen Faktor  $\sin \theta_c$  bei  $s \rightarrow u + W^-$ . Der zweite Faktor ist kleiner als der erste, woraus sich ein kleiner Winkel  $\theta_c$  ergibt. Dieser wurde experimentell zu  $\theta_c = 12,7^\circ$  bestimmt. Trotz der Einfachheit dieses Modells war es sehr erfolgreich, wobei es dennoch einige Schwächen aufweist. Der Zerfall  $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$  (siehe Abb. 1.1 (a)) ist nach dem Modell erlaubt und sollte eine Zerfallsbreite  $\Gamma(K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) \approx \sin \theta_c \cos \theta_c$  haben. Die experimentell ermittelte obere Grenze der Zerfallsbreite ist jedoch viel niedriger. Dieses Problem wurde 1970 von Glashow, Iliopoulos und Maiani durch die Einführung des GIM-Mechanismus [14] korrigiert. Dieser Mechanismus ist eine Erweiterung des Cabibbo-Modells und führt das *charme*-Quark ( $c$ -Quark<sup>9</sup>) ein, ein weiteres viertes Quark, das ein Dublett mit dem *strange*-Quark bildet. In diesem Modell erhält der  $d \rightarrow c + W^-$ -Vertex den Faktor  $-\sin \theta_c$  und der  $s \rightarrow c + W^-$ -Vertex den Faktor  $\cos \theta_c$  (siehe Abb. 1.1 (b)), so dass sich die beiden Feynman-Diagramme mit den virtuellen  $u$ - und  $c$ -Quarks gegenseitig aufheben. Daraus ergibt sich eine Lebensdauer von  $\Gamma(K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) \approx 0$ . Wenn die  $u$ - und  $c$ -Quarks genau dieselbe Masse hätten, würden sich die beiden Prozesse auslöschen. Da sich die Quarkmassen jedoch unterscheiden, stimmt die vorhergesagte Rate mit dem Experiment überein.

Generell schlägt der GIM-Mechanismus vor, dass man anstelle der starken Quarkeigenzustände  $d$  und  $s$  die Quarkeigenzustände  $d'$  und  $s'$  verwendet, welche schwach wechselwirken und durch

$$d' = (\cos \theta_c)d + (\sin \theta_c)s, \quad (1.25)$$

$$s' = (-\sin \theta_c)d + (\cos \theta_c)s \quad (1.26)$$

aus den starken Eigenzuständen berechnet werden können. Dieses Phänomen wird Quarkmischung genannt. Die Gleichungen 1.25 und 1.26 können umgeschrieben werden,

<sup>9</sup>Der Name kommt zustande, weil dieses Quark auf eine charmante Art und Weise das Cabibbo-Modell rettet.

indem man eine so genannte „Mischungs“-Matrix verwendet, was einer Drehung der Eigenzustände um den Cabibbo-Winkel  $\theta_c$  entspricht

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

Die geladenen  $W$ -Bosonen koppeln nur an die „Cabibbo-gedrehten“ Zustände

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}, \quad (1.28)$$

wobei Zerfälle, die den Faktor  $\sin \theta_c$  beinhalten, als „Cabibbo-unterdrückte“ Zerfälle bezeichnet werden.

Der GIM-Mechanismus wurde 1974 durch die Entdeckung der  $J/\psi$ -Resonanz [15],[16], die ein gebundener Zustand eines  $c$ -Quarks und seines Antiteilchens ist, bestätigt. Noch vor dieser Entdeckung haben Kobayashi und Maskawa den GIM-Mechanismus erweitert, indem sie eine dritte Generation von Quarks, das *bottom*- und das *top*-Quark, hinzugefügt haben.

### 1.2.2 Die CKM-Matrix

Über den Higgs-Mechanismus aus Abschnitt 1.1.3 und der daraus resultierenden Yukawa-Kopplung können die Massen der Fermionen erzeugt werden. Für die Quarks können in Gleichung 1.24 die physikalischen Masseneigenzustände  $\psi$  anstelle der Eich-eigenzustände  $\psi'$  verwendet werden. Dazu wird die Massenmatrix  $M_i$  durch eine bi-unitäre Transformation diagonalisiert ( $i = u, d$ )

$$\bar{\psi}'_{iL} M_i \psi'_{iR} = \bar{\psi}'_{iL} U_{iL}^* M_i^{diag} U_{iR} \psi'_{iR} = \bar{\psi}_{iL} M_i^{diag} \psi_{iR}, \quad (1.29)$$

mit den unitären Matrizen  $U_{iL}$ ,  $U_{iR}$  und den Masseneigenzuständen  $\psi_{iL,R} = U_{iR,L} \psi'_{iR,L}$ . Für den geladenen schwachen Strom als Funktion der physikalischen Quarkfelder ergibt sich dann

$$J_\mu^{CC} = (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})_L \gamma_\mu U_{uL}^* U_{dL} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L = (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})_L \gamma_\mu V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L, \quad (1.30)$$

mit der unitären Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix (CKM-Matrix)  $V_{CKM}$ , die folgendermaßen parametrisiert werden kann [17]

$$\begin{aligned} V_{CKM} &= \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_1 c_2 & s_1 c_2 & s_2 e^{i\delta} \\ -s_1 c_3 - c_1 s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_3 - s_1 s_2 s_3 e^{i\delta} & s_3 c_2 \\ s_1 s_3 - c_1 s_2 c_3 e^{i\delta} & -c_1 s_3 - s_1 s_2 c_3 e^{i\delta} & c_3 c_2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1.31)$$

Übergang	Messmethode
u,d	Kern $\beta$ -Zerfall
u,s	$\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e$
u,b	$B \rightarrow \pi l \bar{\nu}_l$
c,d	$D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$
c,s	$D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$
c,b	$B \rightarrow X_c l^- \nu_l$
t,d	$B_d^0 \leftrightarrow \bar{B}_d^0$ Mischung
t,s	$b \rightarrow s \gamma$
t,b	$t \rightarrow b W$

**Tabelle 1.4:** Liste der Quark-Quark Übergänge und einige Messmethoden. Die B-Mischung wird in Abschnitt 1.3 beschrieben.

mit  $s_i \equiv \sin \vartheta_i$  und  $c_i \equiv \cos \vartheta_i$ .

Eine beliebige komplexe unitäre ( $3 \times 3$ )-Matrix lässt sich durch drei Winkel und sechs Phasen darstellen. Da jedoch Phasendifferenzen zwischen Quarks die Physik nicht ändern, haben fünf der Phasen keine physikalische Bedeutung und können deswegen willkürlich gewählt werden. Es bleiben vier freie Parameter (drei Winkel  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$  und eine Phase  $\delta$ ) übrig. Da die Diagonalelemente nahe bei 1 liegen, ist es häufig nützlich, die Matrix näherungsweise durch die Wolfenstein-Parametrisierung [18] auszudrücken:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4), \quad (1.32)$$

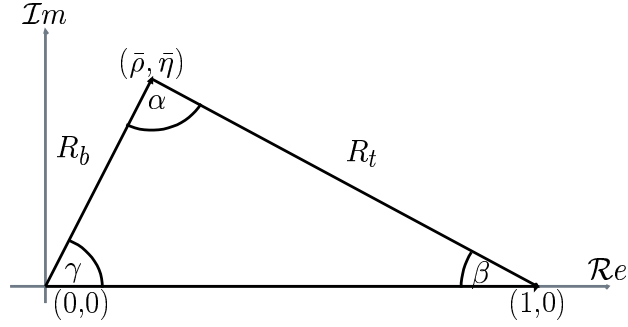
mit den drei reellen Parametern  $A, \lambda, \rho$  und der Phase  $\eta$ .

Über den geladenen Strom  $J_\mu^{CC}$  (Gleichung 1.30) gehen die CKM-Matrixelemente direkt in die Wirkungsquerschnitte von Quark-Quark-Übergängen ein. Wegen den nicht-verschwindenden Diagonalelementen kommen auch Übergänge zwischen verschiedenen Quarkfamilien vor. Setzt man die Gültigkeit des Standardmodells voraus und berücksichtigt man die Unitarität der Matrix, können die Beträge der einzelnen Matrixelemente über den schwachen Zerfall der jeweiligen Quarks bestimmt werden und man erhält [2]

$$|V_{CKM}| = \begin{pmatrix} 0,9739 - 0,9751 & 0,221 - 0,227 & 0,0029 - 0,0045 \\ 0,221 - 0,227 & 0,9730 - 0,9744 & 0,039 - 0,044 \\ 0,0048 - 0,014 & 0,037 - 0,043 & 0,9990 - 0,9992 \end{pmatrix}. \quad (1.33)$$

In Tabelle 1.4 sind einige mögliche Messmethoden aufgelistet.

Eine einfache Möglichkeit, alle Eigenschaften der CKM-Matrix darzustellen und die einzelnen Matrixelemente zu bestimmen, bietet das Unitaritätsdreieck, welches im nächsten Abschnitt beschrieben wird.



**Abbildung 1.2:** Das Unitaritätsdreieck stellt die Gleichung  $V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$  graphisch in der komplexen Ebene dar.

### 1.2.3 Das Unitaritätsdreieck

Aus der Unitarität der CKM-Matrix folgen diese sechs Gleichungen

$$V_{ud}V_{us}^* + V_{cd}V_{cs}^* + V_{td}V_{ts}^* = 0, \quad (1.34)$$

$$V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{ts}V_{tb}^* = 0, \quad (1.35)$$

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0, \quad (1.36)$$

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0, \quad (1.37)$$

$$V_{cd}V_{td}^* + V_{cs}V_{ts}^* + V_{cb}V_{tb}^* = 0, \quad (1.38)$$

$$V_{ud}V_{td}^* + V_{us}V_{ts}^* + V_{ub}V_{tb}^* = 0. \quad (1.39)$$

Die ersten drei Gleichungen drücken die Orthogonalität zweier Spalten und die letzten drei Gleichungen die Orthogonalität zweier Zeilen der CKM-Matrix aus. Unter Verwendung der Wolfenstein-Parametrisierung können diese Gleichungen in der komplexen Ebene als so genannte „Unitaritätsdreiecke“ dargestellt werden. Diese haben zwar unterschiedliche Formen, jedoch die gleiche Fläche, welche ein Maß für die Stärke der  $\mathcal{CP}$ -Verletzung im SM ist. Zwei dieser Dreiecke sind besonders ausgezeichnet (aus Gleichung 1.36, 1.39), da bei diesen Dreiecken die drei Winkel eine vergleichbare Größen haben.

Wenn man die Terme höherer Ordnungen (ab  $\mathcal{O}(\lambda^4)$ ) in der Wolfenstein-Parametrisierung vernachlässigt, ergeben sich für die zwei speziellen Dreiecke:

$$\underbrace{V_{ud}V_{ub}^*}_{(\rho+i\eta)A\lambda^3} + \underbrace{V_{cd}V_{cb}^*}_{-A\lambda^3} + \underbrace{V_{td}V_{tb}^*}_{(1-\rho-i\eta)A\lambda^3} = 0, \text{ sowie} \quad (1.40)$$

$$\underbrace{V_{ud}V_{td}^*}_{(1-\rho-i\eta)A\lambda^3} + \underbrace{V_{us}V_{ts}^*}_{-A\lambda^3} + \underbrace{V_{ub}V_{tb}^*}_{(\rho+i\eta)A\lambda^3} = 0 \quad (1.41)$$

Beide Gleichungen sind in Ordnungen von  $\lambda^3$  identisch und führen zu einer einzigen Gleichung

$$[(\rho + i\eta) + (-1) + (1 - \rho - i\eta)]A\lambda^3 = 0. \quad (1.42)$$

Durch diese Gleichung wird das so genannte „Unitaritätsdreieck“ (Abb. 1.2) konstruiert, mit folgenden drei Winkeln

$$\alpha = \arg \left[ -\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right], \quad \beta = \arg \left[ -\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right], \quad \gamma = \arg \left[ -\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right], \quad (1.43)$$

wobei nach Definition  $\alpha + \beta + \gamma = \pi$  gilt.

Zur besseren Darstellung wird das Dreieck mit  $V_{cd}V_{cb}^*$  skaliert. Üblicherweise wird die folgende Definition gewählt:

$$\bar{\rho} + i\bar{\eta} \equiv -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}, \quad (1.44)$$

mit

$$\bar{\rho} = \rho(1 - \lambda^2/2) \text{ und } \bar{\eta} = \eta(1 - \lambda^2/2), \quad (1.45)$$

wodurch die reelle Seite des Dreiecks auf 1 normiert ist. Die Eckpunkte ( $A$ ,  $B$  und  $C$ ) haben die Koordinaten

$$C = (0, 0), \quad B(1, 0), \quad C = (\bar{\rho}, \bar{\eta}). \quad (1.46)$$

Daraus ergeben sich die Winkel

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{\bar{\eta}}{\bar{\eta}^2 + \bar{\rho}(\bar{\rho} - 1)} \right), \quad \beta = \tan^{-1} \left( \frac{\bar{\eta}}{1 - \bar{\rho}} \right), \quad \gamma = \tan^{-1} \left( \frac{\bar{\eta}}{\bar{\rho}} \right) \quad (1.47)$$

und die Dreiecksseiten

$$R_b \equiv \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} = \frac{1 - \lambda^2/2}{\lambda} \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right|, \quad R_t \equiv \sqrt{(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2} = \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{td}}{V_{cb}} \right|. \quad (1.48)$$

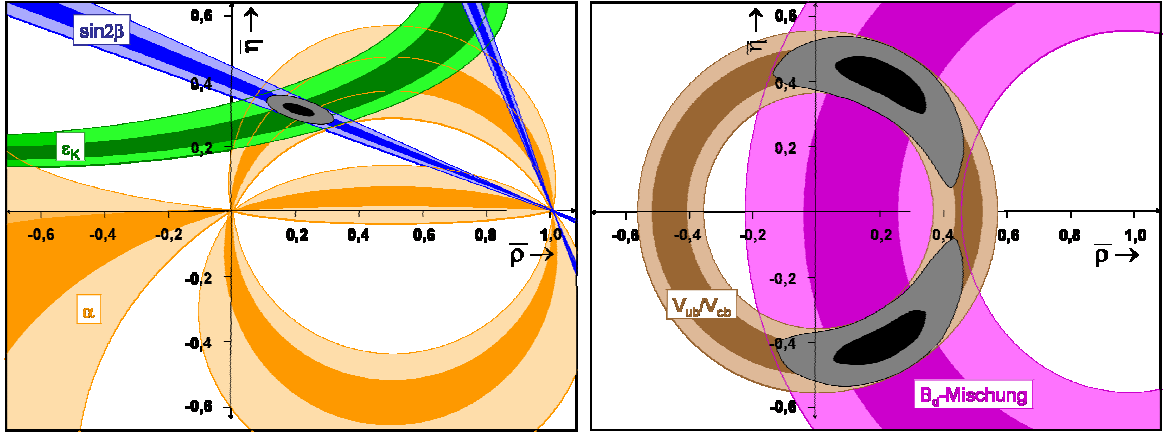
Misst man nun alle Seiten und alle Winkel separat und würden diese Messungen eventuell zu einem nicht geschlossenen Dreieck führen, würde man ein sicheres Zeichen für *neue Physik* über das SM hinaus entdeckt haben. Falls dies nicht der Fall sein sollte, bietet eine präzise Messung der CKM-Matrixelemente auch die Möglichkeit, derzeitige Modelle von *neuer Physik* einzugrenzen. Es liegt also ein sehr großes Interesse vor, die Seiten und Winkel des Unitaritätsdreiecks und somit die CKM-Matrixelemente genau zu messen.

#### 1.2.4 Ausmessung des Unitaritätsdreiecks

Bei der Ausmessung des Unitaritätsdreiecks unterscheidet man zwischen  $\mathcal{CP}$ -verletzenden und  $\mathcal{CP}$ -erhaltenden Prozessen. In Abbildung 1.3 sind die Messungen der Seitenlängen und Winkel des Unitaritätsdreiecks dargestellt.

Die Parameter  $\varepsilon_K$  und die Winkel des Unitaritätsdreiecks können nur über  $\mathcal{CP}$ -verletzende Prozesse gemessen werden. Aus der indirekten  $\mathcal{CP}$ -Verletzung im Kaon-System durch die Oszillation neutraler Kaonen kann der Aufpunkt des Unitaritätsdreiecks  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$  eingeschränkt werden.





**Abbildung 1.3:** Experimentelle Einschränkungen des Unitaritätsdreiecks in der komplexen Ebene durch Messung von  $CP$  verletzende Prozesse [19, 20] (links) und  $CP$  erhaltende Prozesse [19, 20] (rechts). Es sind jeweils die  $1\sigma$ -Bereiche (dunkel) und die  $2\sigma$ -Bereiche (hell) dargestellt. Der Überlapp ( $1\sigma$ : schwarze Ellipse,  $2\sigma$ : graue Ellipse) schränkt die mögliche Position des Aufpunktes  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$  ein.

- $\varepsilon_K$ :

Experimentell wird der Wert von  $\varepsilon_K$  aus dem Verhältnis der Amplituden [2] bestimmt

$$\varepsilon_K = \frac{\mathcal{A}(K_L \rightarrow (\pi\pi)_{I=0})}{\mathcal{A}(K_S \rightarrow (\pi\pi)_{I=0})} = (2,284 \pm 0,014) \times 10^{-3}, \quad (1.49)$$

wobei  $\mathcal{A}$  die Amplitude des jeweiligen Zerfalls darstellt. Die Koordinaten des Aufpunktes hängen folgendermaßen mit  $\varepsilon_K$  zusammen

$$|\varepsilon_K| = C(\mu) \hat{B}_K A^2 \lambda^6 \bar{\eta} [A^2 \lambda^4 (1 - \bar{\rho}) F_{tt} + F_{tc}] , \quad (1.50)$$

mit den Wilson-Koeffizienten<sup>10</sup>  $C(\mu)$  [23], den Wolfenstein Parametern  $A$  und  $\lambda$ , den beiden Faktoren  $F_{tt}$  und  $F_{tc}$  [22] und dem Bag-Parameter  $\hat{B}_K$ . Aus Gleichung 1.50 und der Variation des nicht genau bekannten Bag-Parameters [22] ergibt sich aus der Messung von  $\varepsilon_K$  ein einschränkender hyperbolischer Bereich in der komplexen  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ -Ebene (siehe Abbildung 1.3).

Im System der  $B$ -Mesonen bietet die Interferenz zwischen Mischung und einfacher, schwacher Zerfallsamplitude die Möglichkeit, die Winkel des Unitaritätsdreiecks zu messen.

- Der Winkel  $\alpha$ :

Für die Messung des Winkels  $\alpha$  werden die Zerfälle  $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow \rho\rho$  (BaBar [25]),  $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow \rho\pi$  (Belle [26]) und  $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow \pi\pi$  verwendet und ergeben zusammen

$$\alpha = (99_{-9}^{+12} [1\sigma]_{-16}^{+22} [2\sigma])^\circ . \quad (1.51)$$

<sup>10</sup>Die Wilson-Koeffizienten hängen von der Energieskala  $\mu$  ab.

- Der Winkel  $\beta$ :

Über den Zerfall  $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow J/\Psi K_s$  (BaBar [27], Belle [28]) wurde

$$\sin(2\beta) = 0,687 \pm 0,032 \quad (1.52)$$

gemessen.

Für die Messung der Seitenlängen  $R_b$  und  $R_t$  werden  $\mathcal{CP}$ -erhaltende Prozesse verwendet.

- Die Seitenlänge  $R_b$ :

Für die Seitenlänge  $R_b$  werden nach Definition aus Gleichung 1.48 die Matrixelemente  $|V_{ub}|$  und  $|V_{cb}|$  benötigt, welche über die Zerfälle  $b \rightarrow ul\bar{\nu}$  bzw.  $B \rightarrow D^*\ell\nu$  gemessen wurden [2]:

$$|V_{ub}| = (3,677 \pm 0,47) \times 10^{-3} \quad (1.53)$$

$$|V_{cb}| = (42,0 \pm 1,1_{exp} \pm 1,9_{theo}) \times 10^{-3} \quad (1.54)$$

- Die Seitenlänge  $R_t$ :

Das Verhältnis  $|V_{td}|/|V_{cb}|$  ist direkt proportional zur Seitenlänge  $R_t$ . Das Matrixelement  $V_{cb}$  ist relativ genau gemessen und das Matrixelement  $|V_{td}|$  kann über die  $B_d$ -Mischung gemessen werden. Bei der  $B$ -Mischung oszilliert ein ungeladenes  $B$ -Meson in sein Antiteilchen. Dabei ist die Oszillationsfrequenz direkt proportional zum Matrixelement  $|V_{td}|$  bzw.  $|V_{ts}|$ .

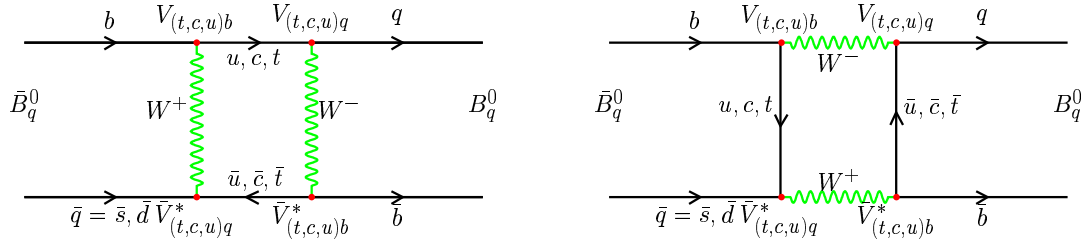
In Abbildung 1.3 ist die Einschränkung der Seitenlänge  $R_t$  durch die Messung der Oszillation im  $B_d$ -System<sup>11</sup>  $\Delta m_d = 0,502 \pm 0,007 \text{ ps}^{-1}$  [34] dargestellt. Wie man aus der Darstellung entnehmen kann, ist diese Seite am schlechtesten gemessen. Eine Verbesserung der Genauigkeit erzielt man durch die zusätzliche Messung der Oszillationsfrequenz im  $B_s$ -System. Eine detailliertere Beschreibung der  $B$ -Mischung und der weiteren Einschränkung von  $R_t$  durch Messung der Oszillationsfrequenz im  $B_s$ -System folgen im nächsten Abschnitt.

Das Ziel dieser Dissertation ist die Messung der Oszillationsfrequenz im  $B_s$ -System, oder die Verbesserung der derzeitigen Grenzen, wodurch diese am schlechtesten gemessene Seitenlänge  $R_t$  weiter eingeschränkt werden kann.

### 1.3 $B^0 - \bar{B}^0$ -Mischung

Der Begriff „Mischung“ beschreibt den Übergang eines neutralen Mesons in sein Antiteilchen. Diese Art von Oszillation wurde 1955 von Gell-Mann und Pais [29] für das

<sup>11</sup>Die Definition von  $\Delta m_d$  und der Zusammenhang zur Oszillationsfrequenz folgen im nächsten Abschnitt.



**Abbildung 1.4:** Die Box-Graphen beschreiben die Oszillation der neutralen  $B$ -Mesonen.

$K^0 - \bar{K}^0$ -System vorhergesagt. Zu dem 1956 von Lande [30] entdeckten, kurzlebigen Kaon  $K_S^0$  wurde ein langlebiger Partner vorhergesagt, das  $K_L^0$ . Die Mischung von  $B$ -Mesonen wurde erstmals von der UA1-Kollaboration [31] und der ARGUS-Kollaboration [32] beobachtet. Dieser Prozess findet in niedrigster Ordnung durch Austausch zweier  $W$ -Bosonen statt und wird über so genannte Box-Graphen beschrieben (Abb. 1.4).

In den nächsten Unterabschnitten wird die zeitliche Entwicklung der Mischung neutraler  $B$ -Mesonen und deren Mischungsfrequenz hergeleitet.

### 1.3.1 Die zeitliche Entwicklung neutraler $B$ -Mesonen

Die zeitliche Entwicklung des  $B^0 - \bar{B}^0$ -Systems wird durch die Schrödinger-Gleichung beschrieben

$$-i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} |B^0\rangle \\ |\bar{B}^0\rangle \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} |B^0\rangle \\ |\bar{B}^0\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} & M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* & M_{22} - \frac{i}{2}\Gamma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |B^0\rangle \\ |\bar{B}^0\rangle \end{pmatrix}, \quad (1.55)$$

mit den Zuständen  $|B^0\rangle = |\bar{b}q\rangle$  bzw.  $|\bar{B}^0\rangle = |b\bar{q}\rangle$ , der Hamiltonmatrix  $H$  und den zeitunabhängigen hermiteschen  $2 \times 2$ -Matrizen  $M$  und  $\Gamma$ . Aufgrund der  $\mathcal{CPT}$ -Invarianz der Theorie muss  $M_{11} = M_{22} = M$  und  $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} = \Gamma$  gelten, was lediglich bedeutet, dass ein  $B$ -Meson und sein Antiteilchen die gleiche Masse und Zerfallsbreite haben. Leicht ist zu erkennen, dass der Übergang eines  $B$ -Mesons zu seinem Antiteilchen durch die von Null verschiedenen Diagonalelemente von  $H$  verursacht wird. Das Element  $M_{12}$  ist dabei für den virtuellen und  $\Gamma_{12}$  für den reellen Übergang verantwortlich, d.h.  $B^0$  und  $\bar{B}^0$  zerfallen in den gleichen Endzustand z.B.  $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ .

Unter Vernachlässigung der  $\mathcal{CP}$ -Verletzung im  $B$ -System ( $M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* = M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}$ ) kann  $H$  diagonalisiert werden, woraus sich die Masseneigenzustände

$$|B_L\rangle = p|B^0\rangle + q|\bar{B}^0\rangle, \quad (1.56)$$

$$|B_H\rangle = p|B^0\rangle - q|\bar{B}^0\rangle \quad (1.57)$$

ergeben.  $B_L$  beschreibt dabei den leichten und  $B_H$  den schweren Masseneigenzustand beschreibt und  $p$  und  $q$  genügen der Normalisierung  $|p|^2 + |q|^2 = 1$ . Die zwei Eigenwerte

zu diesen Eigenzuständen ergeben sich demnach zu

$$\omega_H = M_H - \frac{1}{2}\Gamma_H \text{ und} \quad (1.58)$$

$$\omega_L = M_L - \frac{1}{2}\Gamma_L, \quad (1.59)$$

mit den Massen  $M_{H,L} = M \pm M_{12}$  und der Zerfallsbreite  $\Gamma_{H,L} = \Gamma \pm \Gamma_{12}$  der physikalischen Zustände  $B_H$  und  $B_L$ . Der Massenunterschied  $\Delta m$  und der Zerfallsbreitenunterschied  $\Delta\Gamma$  zwischen den neutralen  $B$ -Mesonen wird schließlich folgendermaßen definiert

$$\Delta\omega \equiv \omega_H - \omega_L = \Delta m - \frac{i}{2}\Delta\Gamma, \quad (1.60)$$

$$\Delta m \equiv M_H - M_L = \mathcal{R}e(\Delta\omega), \quad (1.61)$$

$$\Delta\Gamma \equiv \Gamma_H - \Gamma_L = \mathcal{I}m(\Delta\omega). \quad (1.62)$$

Die neutralen  $B$ -Mesonen zerfallen praktisch ausschließlich in Flavour-Eigenzustände (meistens in charm-beinhaltende Mesonen), da die  $B^0$ - und  $\bar{B}^0$ -Zerfälle in die gleichen Endzustände Cabibbo-unterdrückt sind. Folglich bedeutet dies auch für die Zerfallsbreiten  $\Gamma_{12} \ll \Gamma$  bzw.  $\Gamma_L \approx \Gamma_H$ . Mit dieser Näherung erhält man aus der Schrödingergleichung 1.55 für die zeitliche Entwicklung eines bei  $t = 0$  reinen  $|B^0\rangle$ -Zustandes

$$\begin{aligned} |B^0(t)\rangle &= \frac{1}{2} \left( e^{-(iM_H + \frac{1}{2}\Gamma)t/\hbar} + e^{-(iM_L + \frac{1}{2}\Gamma)t/\hbar} \right) |B^0\rangle \\ &+ \frac{1}{2} \left( e^{-(iM_H + \frac{1}{2}\Gamma)t/\hbar} - e^{-(iM_L + \frac{1}{2}\Gamma)t/\hbar} \right) |\bar{B}^0\rangle. \end{aligned} \quad (1.63)$$

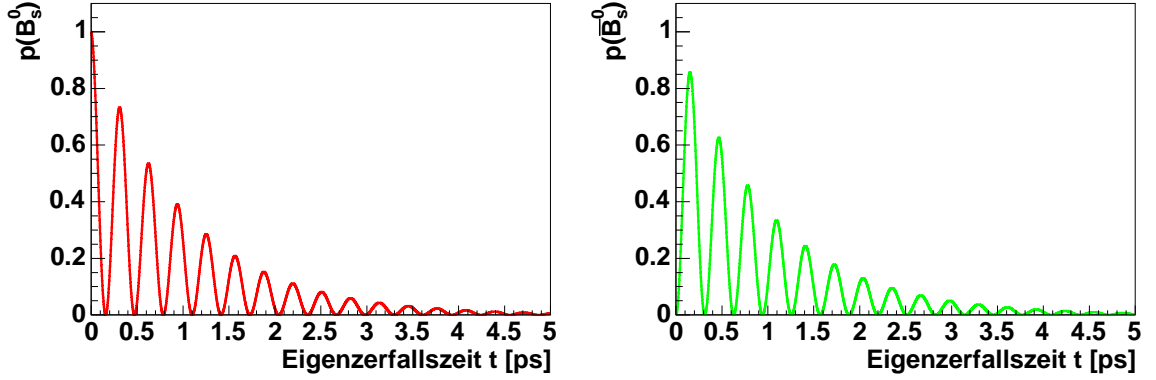
Zu einer Zeit  $t > 0$  liegt also im Allgemeinen kein reiner  $|B^0\rangle$ -Zustand mehr vor, sondern eine Mischung aus  $|B^0\rangle$  und  $|\bar{B}^0\rangle$ . Die zeitabhängigen Wahrscheinlichkeiten, dass ein bei  $t = 0$  erzeugtes  $B^0$ -Meson zur Zeit  $t$  als  $\bar{B}^0$ - bzw.  $B^0$ -Meson zerfällt, sind

$$\begin{aligned} P_{B^0 \rightarrow \bar{B}^0}(t) &= \frac{\Gamma}{2\hbar} e^{-\Gamma t/\hbar} (1 - \cos(\Delta m t/\hbar)) \\ P_{B^0 \rightarrow B^0}(t) &= \frac{\Gamma}{2\hbar} e^{-\Gamma t/\hbar} (1 + \cos(\Delta m t/\hbar)). \end{aligned} \quad (1.64)$$

Die Oszillationsfrequenz ist gegeben durch  $\Delta m/\hbar$ . Im Bezug auf die Massendifferenz wird  $\hbar = 1$  gesetzt, so dass  $\Delta m$  in den Einheiten  $ps^{-1}$  angegeben wird. Im Folgenden bezeichnet  $\Delta m_q$  entweder  $\Delta m_s$  im Falle der  $B_s^0$ -Oszillation, oder  $\Delta m_d$  für die  $B_d^0$ -Oszillation. Falls kein Index verwendet wird, werden beide Massendifferenzen bezeichnet.

### 1.3.2 Die Massendifferenz $\Delta m_q$

Die Massendifferenz  $\Delta m_q$  kann direkt aus den Box-Graphen in Abb. 1.4 berechnet werden. Durch das sehr nahe bei 1 liegende CKM Matrixelement  $V_{tb}$  brauchen nur die



**Abbildung 1.5:** Wahrscheinlichkeit, ein  $B_s^0$ -Meson (links) bzw. ein  $\bar{B}_s^0$ -Meson (rechts) zu finden, wenn zur Zeit  $t = 0$  ausschließlich  $B_s^0$ -Mesonen vorhanden waren. Für die Darstellung wurde  $\Gamma/\hbar = 1$  und  $\Delta m_s/\hbar = 20 \text{ ps}^{-1}$  gewählt.

Terme proportional zur *top*-Quarkmasse  $m_t$  zur Berechnung berücksichtigt zu werden (Abb. 1.4). Die Rechnung [33] ergibt ( $q = d, s$ )

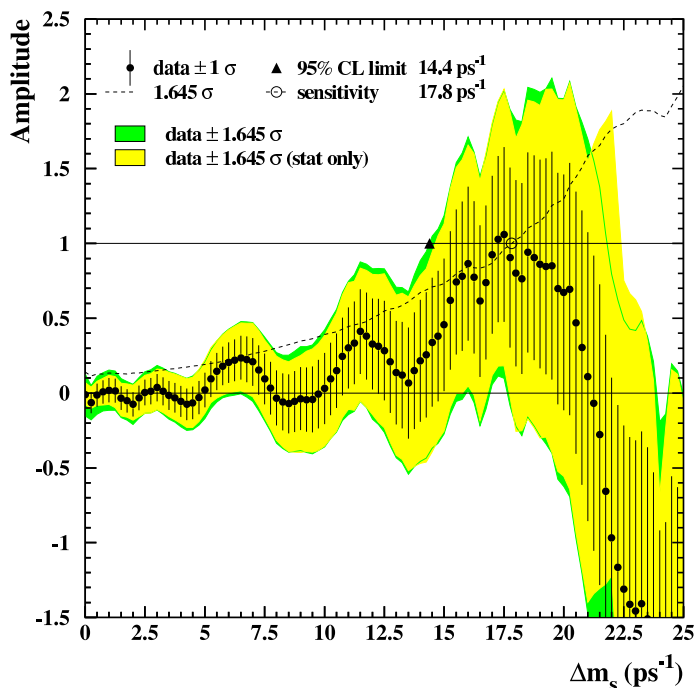
$$\Delta m_q = M_H - M_L \approx \frac{G_F^2}{6\pi^2} \eta_B M_{B_q^0} \mathcal{B}_{B_q^0} f_{B_q^0}^2 M_W^2 S \left( \frac{m_t^2}{M_W^2} \right) |V_{tb} V_{tq}^*|^2 \quad (1.65)$$

mit den folgenden Parametern:

- der Fermikonstanten  $G_F = \sqrt{2}g^2/8M_W^2$
- der Funktion  $S(m_t^2/M_W^2)$ , die sich aus der Berechnung der Box-Diagramme zu  $F(z) = z \left( \frac{1}{4} + \frac{9}{4(1-z)} - \frac{3}{2(1-z)^2} + \frac{3}{2} \frac{z^2 \ln z}{(1-z)^3} \right)$  mit  $z = \frac{m_t^2}{M_W^2}$  ergibt
- dem Produkt  $\mathcal{B}_{B_q} f_{B_q}^2$ , das die Wahrscheinlichkeit beschreibt, dass sich die Quarks in einem  $B_q$ -Meson so nahe kommen, dass ein  $W$ -Boson Austausch möglich ist. Dabei ist  $f_{B_q}$  die  $B$ -Zerfallskonstante und  $\mathcal{B}_{B_q}$  der so genannte „Bag-Parameter“
- der QCD-Korrektur-Faktor („*short distance factor*“)  $\eta_B$

Aus Gleichung 1.65 lässt sich das CKM-Matrixelement  $V_{td}$  aus der mittlerweile sehr gut gemessenen Massendifferenz  $\Delta m_d = 0,502 \pm 0,007 \text{ ps}^{-1}$  [34] direkt berechnen. Jedoch dominieren große theoretische Unsicherheiten in den Faktoren  $f_{B_q^0}$ ,  $\mathcal{B}_{B_q^0}$  und  $\eta_B$  die Berechnung des CKM-Matrixelements  $V_{td}$ . Derzeitige QCD-Gitterrechnungen sind nur auf 15 – 20% genau [34]. Das Problem lässt sich aber umgehen, indem man zusätzlich die Massendifferenz  $\Delta m_s$  misst. Das CKM-Matrixelement  $V_{td}$  lässt sich dann durch das Verhältnis der Oszillationsfrequenzen der  $B_s^0$ - und  $B_d^0$ -Mesonen ausdrücken

$$\frac{\Delta m_s}{\Delta m_d} = \frac{m_{B_s^0}}{m_{B_d^0}} \xi^2 \left| \frac{V_{ts}}{V_{td}} \right|^2, \quad (1.66)$$



**Abbildung 1.6:** Kombinierte Messung der  $B_s^0$ -Oszillationsamplitude in Abhängigkeit der Massendifferenz  $\Delta m_s$ . Die Messung beinhaltet alle bis November 2003 publizierten Messungen [2].

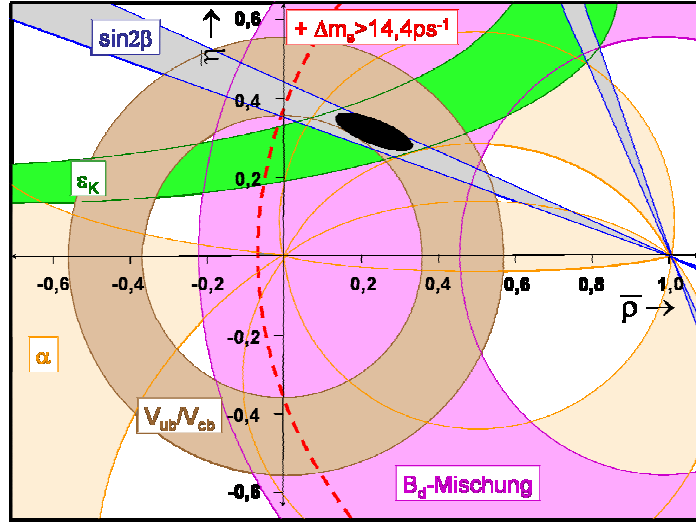
mit der  $B_s^0$ -Masse  $m_{B_s^0}$  sowie der  $B_d^0$ -Masse  $m_{B_d^0}$  und  $\xi^2 = \frac{B_{B_s^0} f_{B_s^0}^2}{B_{B_d^0} f_{B_d^0}^2}$ . Viele dieser Unsicherheiten kürzen sich durch die Bildung des Verhältnisses  $\Delta m_s / \Delta m_d$  heraus, wodurch  $\xi$  mit weniger Unsicherheiten behaftet ist. Aus QCD-Gitterrechnungen wurde der Wert für  $\xi$  bestimmt zu  $1,210^{+0,047}_{-0,035}$  [35], so dass das Verhältnis  $V_{ts}/V_{td}$  aus den Messungen von  $\Delta m_s$  und  $\Delta m_d$  mit einem relativ kleinen Fehler von etwa 4% bestimmt werden kann.

Außerdem lässt sich aus der Wolfenstein-Parametrisierung (Gleichung 1.32) erkennen, dass  $V_{ts} \sim V_{cb}$  gilt. Aus Gleichung 1.48 ist ersichtlich, dass das Verhältnis  $\Delta m_d / \Delta m_s$  direkt proportional zur rechten Seite des Unitaritätsdreiecks  $R_t$  ist. Aus diesem Grund versuchten und versuchen viele Experimente die  $B_s$ -Oszillation zu messen. Dennoch ist bis Ende 2005 noch keine statistisch signifikante Messung der Massendifferenz  $\Delta m_s$  durchgeführt worden. Alle bis November 2003 publizierten Messungen kombiniert, geben nur eine untere Grenze für die Massendifferenz von  $\Delta m_s > 14,4 \text{ ps}^{-1}$  bei einem 95%-igen Vertrauensniveau [36] ( $\text{CL}^{12}$ ). In Abbildung 1.6 ist die bisherige kombinierte Amplitudenmessung<sup>13</sup> der  $B_s^0$ -Oszillation dargestellt [2].

Auch wenn eine untere Grenze keine Messung ist, ist diese dennoch sehr nützlich, um

<sup>12</sup>Engl. Confidence Level

<sup>13</sup>Die Amplitudenmessung bzw. die Amplitudenmethode wird in Abschnitt 2.4 beschrieben.



**Abbildung 1.7:** Experimentelle Einschränkungen des Unitaritätsdreiecks in der komplexen Ebene. Es sind jeweils die  $2\sigma$ -Bänder für die  $CP$ -verletzenden und  $CP$ -erhaltenden Messungen dargestellt [20]. Die gestrichelte Kurve zeigt die zusätzlichen Einschränkungen durch eine untere Grenze der Massendifferenz von  $\Delta m_s < 14,4 \text{ ps}^{-1}$ .

eine obere Schranke für das CKM-Matrixelement  $V_{td}$  anzugeben, wie man aus Gleichung 1.66 erkennt. Nach der Umformung dieser Gleichung und unter Verwendung der Wolfenstein-Parametrisierung (Gleichung 1.32) erhält man folgenden Zusammenhang

$$\Delta m_s = \Delta m_d \xi^2 \frac{m_{B_s^0}}{m_{B_d^0}} \frac{1}{\lambda (1 - \bar{\rho}^2) + \bar{\eta}^2}. \quad (1.67)$$

Somit kann auch die Messung einer unteren Grenze zur Einschränkung des erlaubten Bereichs für den Aufpunkt  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$  verwendet werden, wie in Abbildung 1.7 im Detail dargestellt ist. Durch die Messung der unteren Grenze (Limit)  $\Delta m_s > 14,4 \text{ ps}^{-1}$  wird die Position des Aufpunktes durch die gestrichelte Kurve weiter eingeschränkt [20]. Die derzeitigen Anpassungen für die Seiten und Winkel des Unitaritätsdreiecks ergeben für die Koordinaten des Aufpunktes  $\bar{\rho} = 0,278^{+0,062}_{-0,149}$  und  $\bar{\eta} = 0,358^{+0,005}_{-0,092}$  [20]. Umgekehrt kann man natürlich auch aus den derzeitigen Einschränkungen, die aus den Messungen von  $|V_{ub}/V_{cb}|$ ,  $|\epsilon_K|$  und  $\Delta m_d$  gewonnen wurden, eine Vorhersage für den Wert von  $\Delta m_s$  im SM [21] ableiten. In Tabelle 1.5 ist die Vorhersage für  $\Delta m_s$  für verschiedene Vertrauensniveaus im SM aufgelistet. Aus diesen Vorhersagen ergibt sich somit, dass eine Messung der Massendifferenz von  $\Delta m_s > 34,2 \text{ ps}^{-1}$  mit einem Vertrauensniveau von 95% ein sehr starkes Indiz wäre für eine über das SM hinausgehende Physik<sup>14</sup>.

<sup>14</sup>Neue Physik, wie z.B. Supersymmetrie, Vier Quark Generationen, „flavour-changing-neutral-current“ Z-Boson Austausch usw.

Parameter	68% CL in $\text{ps}^{-1}$	95% CL $\text{ps}^{-1}$	99% CL $\text{ps}^{-1}$
$\Delta m_s$ (mit $\Delta m_s$ -Limit)	$17,8^{+6,7}_{-1,6}$	$17,8^{+15,2}_{-2,7}$	$17,8^{+22,1}_{-3,7}$
$\Delta m_s$ (ohne $\Delta m_s$ -Limit)	$16,5^{+10,5}_{-3,4}$	$16,5^{+17,7}_{-5,7}$	$16,5^{+23,9}_{-7,2}$

**Tabelle 1.5:** Zentralwert mit Fehler für die SM Vorhersage von  $\Delta m_s$  für verschiedene Vertrauensniveaus mit und ohne Berücksichtigung der ermittelten unteren Grenze vorhergegangener Experimente [21].

## 1.4 Produktion von $B$ -Mesonen in Hadron-Hadron Kollisionen

### 1.4.1 Das Partonmodell

Bei Kollisionen hochenergetischer Protonen und Anti-Protonen werden deren Bestandteile die Partonen – drei Valenz Quarks, virtuelle Gluonen und virtuelle Quark-Antiquark-Paare („Seequarks“) – näherungsweise als ungebundene Teilchen angenommen. Der Gesamtimpuls wird nicht gleichwertig auf alle Partonen aufgeteilt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Parton  $i$  (Quark oder Gluon) den  $x$ -ten Teil des Gesamtimpulses des Teilchens  $a$  (Proton oder Anti-Proton) trägt, wird durch Partonverteilungsfunktionen (Parton Distribution Function, PDF)  $f_i^a(x)$  ausgedrückt. Bei Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} = \mathcal{O}(\text{TeV})$  übernehmen Valenzquarks sowie Seequarks nur einen kleinen Teil des Gesamtimpulses. Der größte Teil wird von Gluonen getragen.

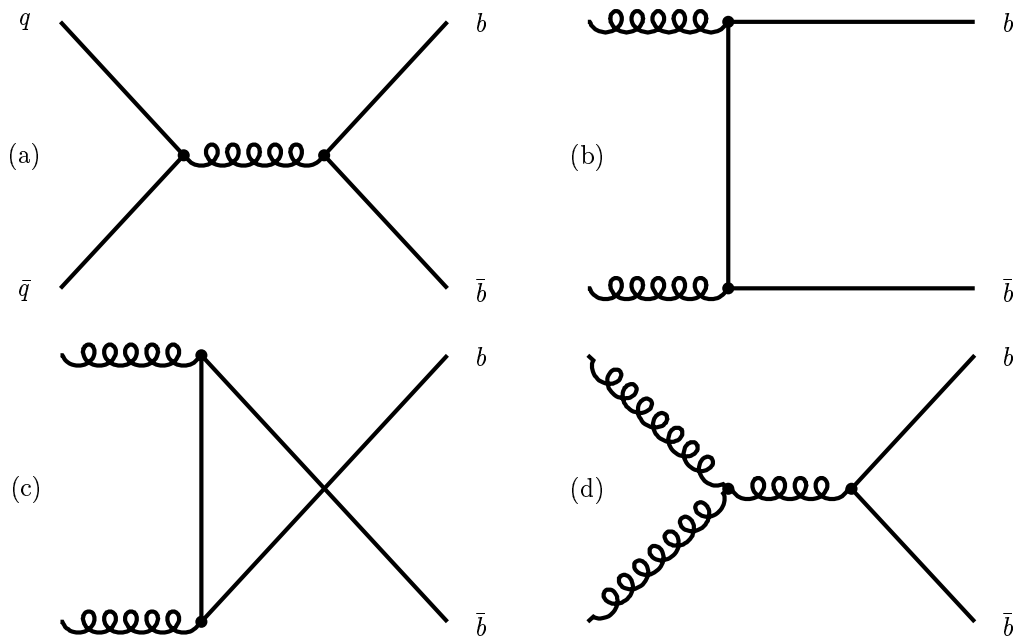
### 1.4.2 Produktion von $b\bar{b}$ -Paaren

In führender Ordnung werden schwere Quarks ausschließlich über Quark-Antiquark-Annihilation (Abb. 1.8a) und Gluon-Gluon-Fusion (Abb. 1.8b,c und d) erzeugt. Während  $t$ -Quarks am Tevatron primär über die Quark-Antiquark-Annihilation erzeugt werden, ist der dominante Produktionsmechanismus für  $b$ -Quarks die Gluon-Gluon-Fusion. Dabei werden die  $b$ - und  $\bar{b}$ -Quarks in entgegengesetzter Richtung produziert und bewegen sich im Laborsystem transversal zum  $p\bar{p}$ -Strahl mit gleichem Impuls<sup>15</sup>, aber entgegengesetzter Richtung voneinander weg.

Einen nicht unwesentlichen Beitrag zur Produktion von  $b$ -Quark-Paaren liefern auch Mechanismen höherer Ordnung, so genannte „next-to-leading-order“-Prozesse (NLO), welche die Abstrahlung von reellen bzw. virtuellen Gluonen und Quarks beinhalten.

<sup>15</sup>Dies geschieht im Idealfall. Im Allgemeinen sind die Impulse der beiden Quarks im Laborsystem durch die Bewegung der Partonen innerhalb der Protonen bei der Produktion nicht unbedingt betragsmäßig gleich und entgegengesetzt zueinander gerichtet.



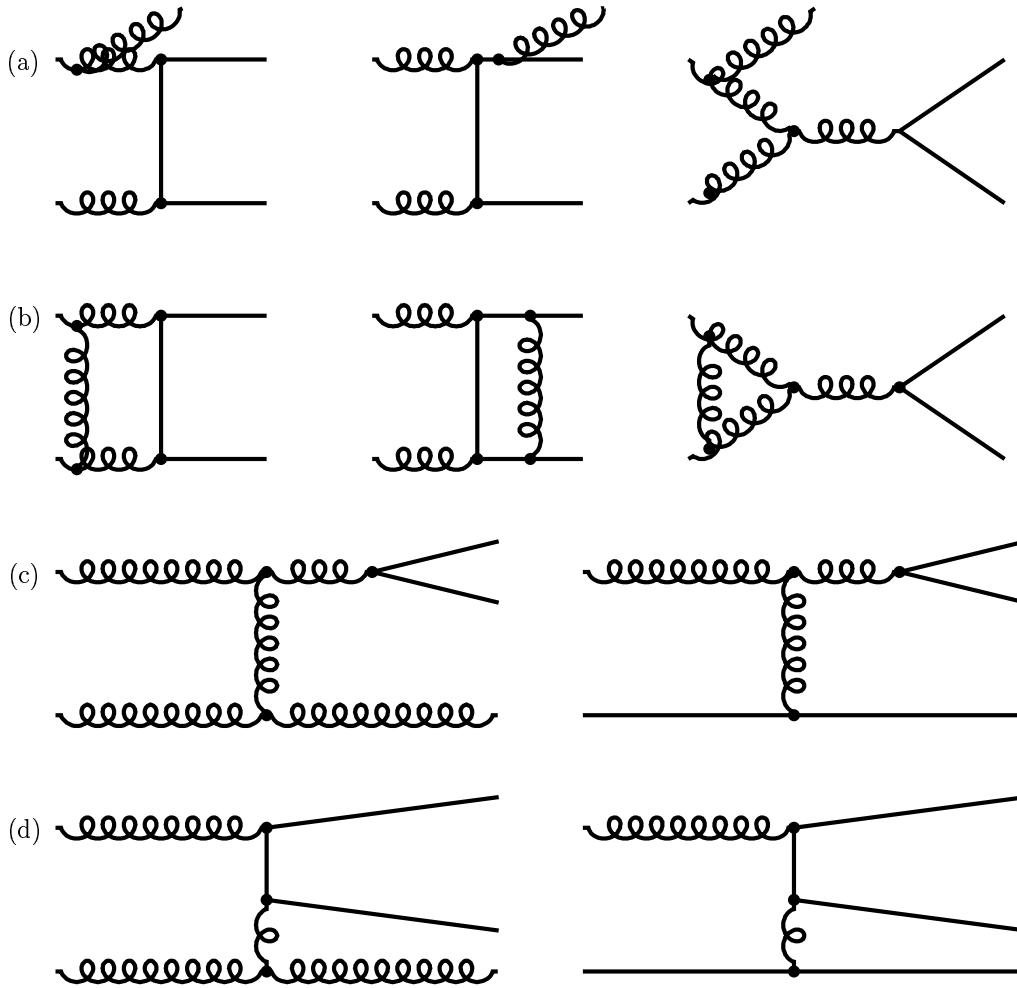


**Abbildung 1.8:** Diagramme führender Ordnung für  $b\bar{b}$ -Produktion über (a) Quark-Antiquark-Annihilation und (b)-(d) Gluon-Gluon-Fusion.

Das zusätzlich erzeugte Gluon in diesen Prozessen kann einen wesentlichen Teil der transversalen Energie übernehmen, so dass die beiden  $b$ -Quarks im Phasenraum sehr nah beieinander liegen können, was bei führenden Prozessen nicht der Fall ist.

### 1.4.3 $b$ -Quark Hadronisierung

Nachdem die  $b$ -Quarks durch die inelastische Streuung der Partonen im Proton und Antiproton erzeugt wurden (Abb. 1.10 I), entstehen aus dem nachfolgenden Prozess der Hadronisierung oder Fragmentation die  $b$ -Hadronen (Abb. 1.10 II). Zur Beschreibung dieses Prozesses werden phänomenologische Modelle verwendet, da dieser Prozess nicht störungstheoretisch beschrieben werden kann. Diese Modelle besitzen eine Reihe von freien Parametern, welche an experimentell gewonnene Daten angepasst werden müssen. Ein Beispiel für ein solches Modell ist das Lund-Stringmodell [37]. In diesem Modell wird das Farbladungsfeld zwischen den Quarks durch so genannte *Strings* beschrieben. Wenn sich zwei Quarks voneinander entfernen, nimmt der dazwischenliegende String immer mehr Energie auf bis dieser schliesslich aufbricht und ein neues Quark-Antiquark-Paar erzeugt. Die entstandenen Quarks und Antiquarks bilden anschliessend farbneutrale Zustände (*Mesonen*) oder Drei-Quark-Zustände (*Baryonen*). Aufgrund der niedrigen Impulsüberträge besitzen die entstandenen Hadronen gegenüber dem primären Parton nur einen geringen Transversalimpuls. Es entstehen

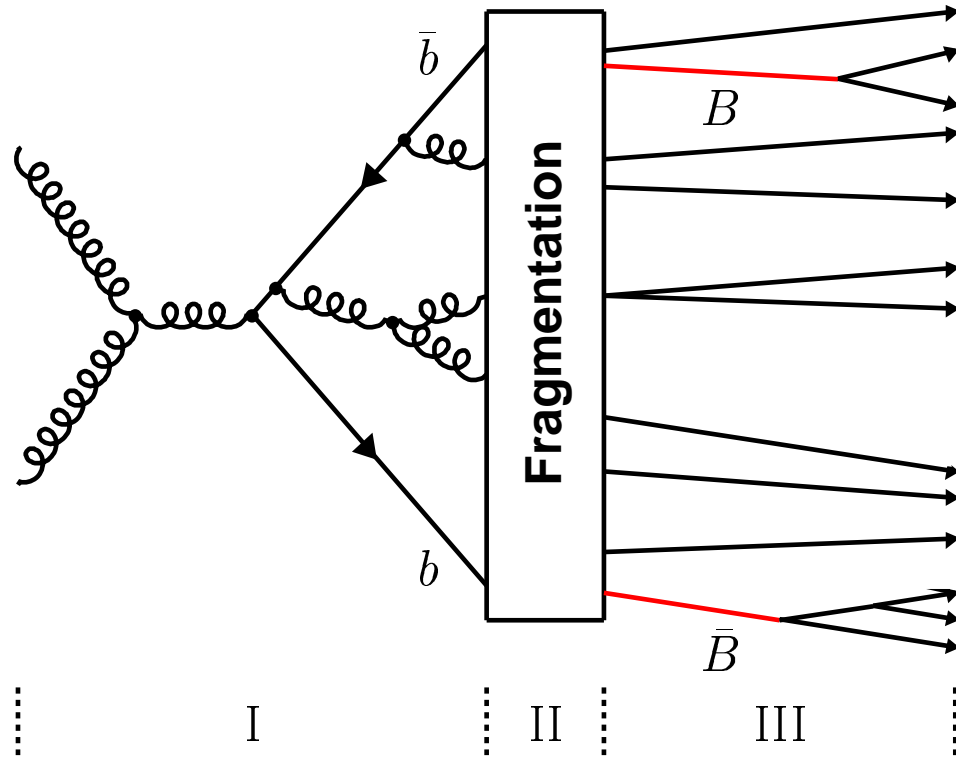


**Abbildung 1.9:** Einige NLO-Diagramme für  $b\bar{b}$ -Produktion: (a) Emission von reellen Gluonen, (b) virtueller Gluon-Austausch, (c) Gluonen-Splitting und (d) flavour excitation.

daher Teilchenbündel (*Jets*), deren Richtung und Gesamtimpuls weitgehend durch das fragmentierte Parton gegeben ist.

Ein wichtiger Bestandteil der Fragmentationsmodelle ist die Fragmentationsfunktion  $f(z)$ . Sie beschreibt die Verteilung des Longitudinalimpulses  $p_L$  der erzeugten Hadronen bezüglich des ursprünglichen Partons. Der Parameter  $z$  ist dabei als normierter Impulsanteil definiert

$$z = \frac{(E + p_L)_{\text{Hadron}}}{(E + p_L)_{\text{Parton}}} . \quad (1.68)$$



**Abbildung 1.10:** Schema der Erzeugung von  $b$ -Hadronen über Gluon-Gluon-Fusion.

Die Fragmentation schwerer Quarks wird sehr gut durch die so genannte *Peterson-Fragmentationsfunktion* [38] beschrieben

$$f_{\text{Peterson}}(z) = N \left[ z \left( 1 - \frac{1}{z} - \frac{\epsilon}{1-z} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (1.69)$$

mit der Normierungskonstanten  $N$  und den so genannten Peterson-Fragmentationsparameter  $\epsilon_q$  ( $q = b, c$ ), die experimentell zu  $\epsilon_b \approx 0,006$  und  $\epsilon_c \approx 0,06$  [34] bestimmt wurden.  $b$ -Hadronen tragen im Mittel etwa 70% des Impulses des ursprünglichen  $b$ -Quarks. Bei  $c$ -Hadronen liegt dieser Anteil bei etwa 50%.

Die dritte Phase der Hadronisierung ist der Zerfall kurzlebiger Hadronen (Abbildung 1.10 III). Je nachdem, welche Wechselwirkung involviert ist, sind zwei Arten von Zerfällen zu unterscheiden. Zum einen gibt es Zerfälle angeregter Hadronenzustände (z.B. Mesonen mit  $L=1$ ) in Zustände niedrigerer Energie. Diese Zerfälle finden über die starke (oder auch die elektromagnetische) Wechselwirkung statt, weshalb die angeregten Zustände eine sehr kleine Lebensdauer ( $\mathcal{O}(10^{-22} \text{ s})$ ) besitzen und deshalb auch

	Masse	mittlere Lebensdauer	Anteil in $\bar{b}b$ -Ereignissen
Mesonen:			
$B_d^0$ ( $\bar{b}d$ )	5,28 GeV/c <sup>2</sup>	(1,54 ± 0,01) ps	$f_d = 0,397 \pm 0,01$
$B_u^+$ ( $\bar{b}u$ )	5,28 GeV/c <sup>2</sup>	(1,67 ± 0,02) ps	$f_u = 0,397 \pm 0,01$
$B_s^0$ ( $\bar{b}s$ )	5,37 GeV/c <sup>2</sup>	(1,46 ± 0,06) ps	$f_s = 0,107 \pm 0,011$
Baryonen:			$f_{baryonen} = 0,099 \pm 0,017$
$\Lambda_b$ ( $bud$ )	5,62 GeV/c <sup>2</sup>	(1,23 ± 0,08) ps	
$\Sigma_b, \Xi_b, \Omega_b \dots$			

**Tabelle 1.6:** Liste der  $B$ -Mesonen und  $B$ -Baryonen mit einigen Eigenschaften[2], wie Masse, mittl. Lebensdauer und Produktionswahrscheinlichkeit aus  $\bar{b}b$ -Ereignissen.

keine messbare Flugstrecke zurücklegen. Die zweite Art von Zerfällen geschieht über die schwache Wechselwirkung. Mesonen und Baryonen im Grundzustand können nur auf diese Weise zerfallen und haben daher eine deutlich höhere Lebensdauer. Diese liegt bei Hadronen aus schweren Quarks (*charm* oder *bottom*) im Pikosekundenbereich und bei anderen Hadronen wie Kaonen und Pionen noch weit darüber. Letztere werden daher ebenso wie Myonen als „stabile“ Teilchen behandelt, da sie zumeist nicht innerhalb des Detektorvolumens zerfallen.

Wenn das ursprüngliche  $\bar{b}$ -Quark nach der Fragmentation  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ,  $s\bar{s}$ ,  $c\bar{c}$  oder zwei Quark-Antiquark-Paare erzeugt hat, entstehen daraus  $B^{+-}$ ,  $B_d^{0-}$ ,  $B_s^{0-}$ ,  $B_c^+$ -Mesonen oder  $b$ -Baryonen. Da  $u$ - und  $d$ -Quarks die leichtesten Quarks sind, werden diese auch am häufigsten erzeugt. Die Produktion von  $B_s^0$ -Mesonen ist wegen der höheren  $s$ -Quark Masse unterdrückt. Da für die Produktion von  $b$ -Baryonen zwei Quarks benötigt werden, ist diese gleichermassen unterdrückt. Die Produktion von  $B_c^+$ -Mesonen ist vernachlässigbar gering. Die Produktionswahrscheinlichkeiten für die jeweiligen  $B$ -Mesonen und Baryonen sind in Tabelle 1.6 aufgelistet.

## 2 Meßprinzip

Für eine Oszillationsmessung muss der Quarkinhalt des  $B$ -Mesons zur Zeit der Produktion und zur Zeit des Zerfalls bestimmt werden. Zusätzlich muss die vergangene Zeit zwischen Produktion und Zerfall gemessen werden.

In Abbildung 2.1 ist die Analyseketten schematisch am Beispiel eines semileptonischen  $B_s$ -Zerfalls dargestellt. Zunächst wird der Signalzerfall selektiert, wodurch auch der Quarkinhalt des  $B_s$ -Mesons zur Zeit des Zerfalls festgelegt wird. Anschließend wird die Zerfallseigenzeit gemessen und der Quarkinhalt des  $B_s$ -Mesons zur Zeit der Produktion bestimmt. Im letzten Schritt wird die Massendifferenz  $\Delta m_s$  durch eine ungebinnte Likelihood Methode gemessen.

In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen Analyseschritte näher beschrieben.

### 2.1 Die Signalselektion

Bei Hadron-Hadron-Kollisionen ist der Wirkungsquerschnitt für die Produktion von  $b\bar{b}$ -Paaren vergleichsweise hoch. Ist die Schwerpunktsenergie hoch genug, werden dabei alle Arten von  $B$ -Mesonen erzeugt, vor allem auch  $B_s$ -Mesonen. Der totale inelastische Wirkungsquerschnitt liegt jedoch um Größenordnungen darüber und macht die Identifikation von Ereignissen, die ein  $B_s$ -Meson enthalten, experimentell schwierig. Ein  $B_s^0$  Meson zerfällt nahezu immer in ein  $D_s$ -Meson<sup>1</sup>.

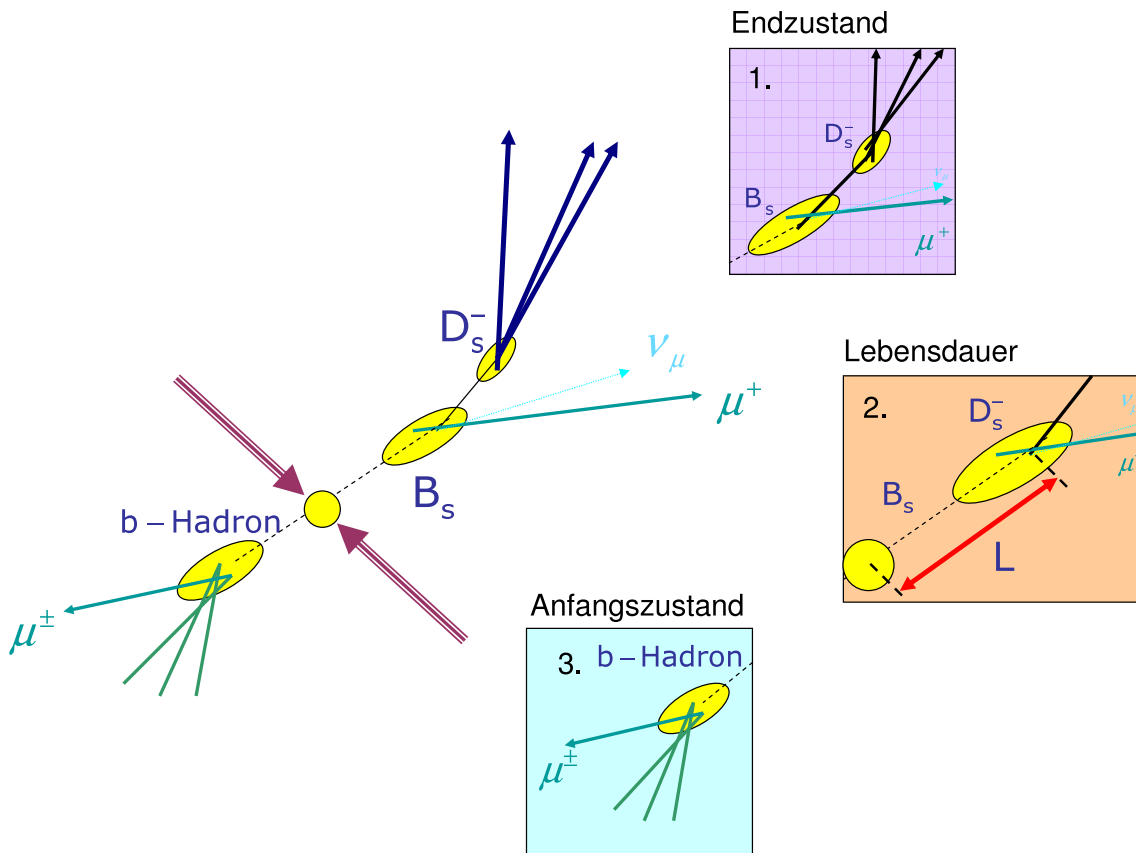
Für die Messung der Mischfrequenz wird in dieser Arbeit der semileptonische Zerfall<sup>2</sup>  $B_s^0 \rightarrow D_s^- \mu^+ \nu_\mu X$  verwendet, wobei das  $D_s^-$ -Meson in ein  $\phi$  und ein  $\pi^-$  ( $\mathcal{B} = (3,6 \pm 0,9)\%$  [34]) zerfällt. Dabei gibt die Ladung des Myons direkt Aufschluß über den Quarkinhalt des  $B_s$ -Mesons zur Zeit des Zerfalls. Ein  $\bar{B}_s^0$ -Meson setzt sich aus einem  $b$ - und einem  $\bar{s}$ -Quark zusammen und erzeugt beim Zerfall ein negativ geladenes Myon. Dementsprechend erzeugt ein  $B_s^0$ -Meson ein positiv geladenes Myon. Außerdem kann dieses Myon schon sehr früh in der Datenerfassung zur Auswahl des Ereignisses (*Trigger*, siehe Abschnitt 3.2.8) verwendet werden. Dies ist nötig, da es experimentell nicht möglich ist, alle produzierten Ereignisse aufzuzeichnen. Zusammen mit dem hohen Verzweigungsverhältnis erhält man dadurch eine sehr hohe Statistik.

Der große Nachteil ist jedoch die Erzeugung eines Neutrinos in jedem semileptonischen

---

<sup>1</sup> $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow D_s X) \sim 100\%$

<sup>2</sup>Gilt auch für den ladungskonjugierten Zerfall. In dieser Arbeit wird für einen Zerfall immer nur eine Ladungskombination angegeben.



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der Analyseschritte anhand eines  $B_s^0 \rightarrow D_s^- \mu^+ \nu$  Zerfalls.

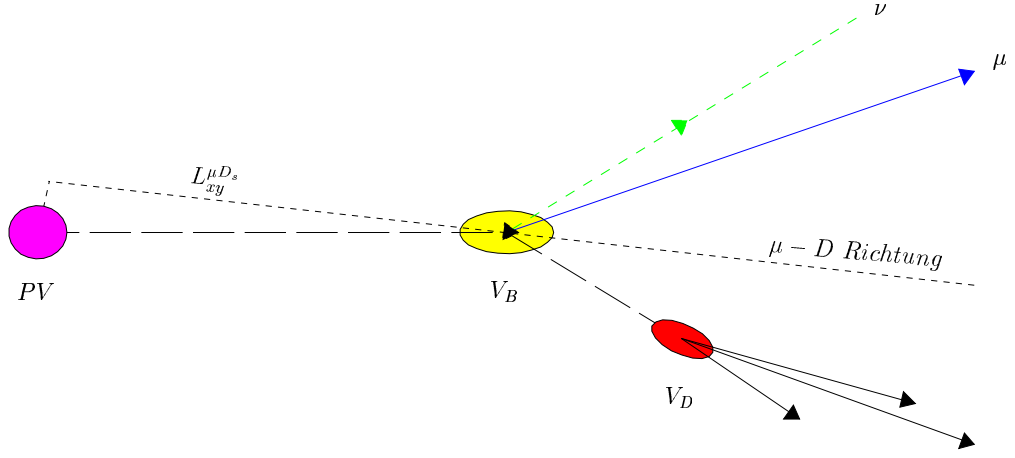
Zerfall, welches nicht im Detektor nachgewiesen werden kann. Durch den fehlenden Neutrinoimpuls kann der Zerfall nicht vollständig rekonstruiert werden, was zu einer Verschlechterung der Zerfallszeitauflösung führt.

## 2.2 Berechnung der Zerfallseigenzeit

Aus der Messung der Zerfallslänge  $L^B$  zwischen Produktionsvertex und Zerfallsvertex wird die Zerfallszeit  $t_{B_s^0}$  des  $B_s^0$ -Mesons

$$c \cdot t_{B_s^0} = \frac{L^B}{\beta\gamma} = L^B \cdot \frac{M_{B_s^0} \cdot c}{p(B_s^0)} \quad (2.1)$$

berechnet, mit  $\beta = \frac{v_{B_s^0}}{c}$ , dem Lorentzboostfaktor  $\gamma$ , der  $B_s^0$ -Masse  $M_{B_s^0}$  und dem Gesamtimpuls  $p(B_s^0)$ . Die Zerfallslänge sowie der Impuls des  $B_s^0$ -Mesons können in der



**Abbildung 2.2:** Schematische Darstellung eines  $B \rightarrow D\mu\nu$  Zerfalls.

transversalen Ebene<sup>3</sup> besser bestimmt werden, weshalb man statt Gl. 2.1 deren Projektion in der  $x$ - $y$ -Ebene

$$t_{B_s^0} = L_{xy}^B \cdot \frac{M_{B_s^0}}{p_T(B_s^0)} \quad (2.2)$$

verwendet. Im Falle von semileptonischen Zerfällen kann wegen des fehlenden Neutrinos der Gesamtimpuls bzw. der transversale Impuls nicht vollständig rekonstruiert werden. Man verwendet deshalb den kombinierten transversalen Impuls  $p_T(\mu D_s)$  des  $\mu D_s$ -Paares zur Berechnung der sichtbaren Zerfallslänge (VPDL<sup>4</sup>.)  $x^M$

$$x^M \equiv L_{xy}^{\mu D_s} \cdot \frac{M_{B_s^0}}{p_T(\mu D_s)} \cdot c \quad , \quad (2.3)$$

wobei  $L_{xy}^{\mu D_s}$  beschrieben werden kann als die Projektion der gemessenen Zerfallslänge  $\vec{X}_{xy}^B$  vom Primärvertex zum Zerfallsvertex bezüglich des transversalen Impulses  $\vec{p}_T(\mu D_s)$  (siehe Abb. 2.2)

$$L_{xy}^{\mu D_s} \equiv \frac{\vec{X}_{xy}^B \cdot \vec{p}_T(\mu D_s)}{|\vec{p}_T(\mu D_s)|} \quad . \quad (2.4)$$

Die Kombination von Gl.2.3 und 2.4 ergibt für die VPDL

$$x^M = \frac{\vec{X}_{xy}^B \cdot \vec{p}_T(\mu D_s)}{|\vec{p}_T(\mu D_s)|} \cdot \frac{M_{B_s^0}}{p_T(\mu D_s)} \cdot c \quad . \quad (2.5)$$

<sup>3</sup>Die  $z$ -Achse des Koordinatensystems verläuft entlang des (Anti)Protonstrahls. Die transversale Ebene verläuft senkrecht zur  $z$ -Achse und somit parallel zur  $x$ - $y$ -Ebene.

<sup>4</sup>Visual Proper Decay Length

Um die tatsächliche Zerfallszeit aus Gleichung 2.2 zu erhalten, muss die VPDL mit einem Korrekturfaktor multipliziert werden und man erhält

$$t_{B_s^0} = \frac{x^M}{c} \cdot K \quad (2.6)$$

mit dem Korrekturfaktor  $K \equiv \frac{p_T(\mu_{D_s})}{p_T(B_s^0)}$ , der als  $K$ -Faktor bezeichnet wird. Mit dem  $K$ -Faktor wird in semileptonischen Zerfällen der fehlende Impuls des Neutrinos<sup>5</sup> kompensiert. Im Allgemeinen ist der  $K$ -Faktor nicht bekannt und man muss über alle möglichen  $K$ -Faktoren mitteln, d.h. man muss über die normierte  $K$ -Faktor Verteilung  $D(K)$  integrieren bzw. aufsummieren. Gleichung 2.6 wird hierdurch folgendermaßen modifiziert:

$$t_{B_s^0} = \int dK \frac{x^M K}{c} \cdot D(K) \approx \sum_i \frac{x^M K_i}{c} \cdot D(K_i) . \quad (2.7)$$

Die  $K$ -Faktor Verteilung wird aus Monte Carlo Simulationen ermittelt und wird in Kapitel 6.1 näher beschrieben und diskutiert.

Der Fehler auf die Messung der Zerfallszeit  $\sigma_t$  kann durch die Zeitauflösung  $\sigma(L_{xy}^{\mu D_s})$  und der Breite der  $K$ -Faktor Verteilung  $\sigma(K)$  folgendermassen ausgedrückt werden

$$\sigma_t = \sigma(L_{xy}^{\mu D_s}) \oplus t \cdot \frac{\sigma(K)}{K} . \quad (2.8)$$

Die Zeitauflösung  $\sigma(L_{xy}^{\mu D_s})$  wird durch die Vertexauflösung bestimmt. Wie man sieht, skaliert der  $K$ -Faktor-Anteil der Zerfallszeitauflösung mit der Zerfallszeit  $t$  selbst, während der Anteil aus der Vertexauflösung nicht von der Zerfallszeit abhängt und somit nur einen konstanten Beitrag liefert. Um die schnelle  $B_s^0$  Oszillation aufzulösen muss  $\sigma_t$  kleiner sein als die Oszillationsdauer. Daraus ergibt sich, dass die semileptonischen Zerfälle wegen des  $K$ -Faktors im Bereich von kleinen Zerfallslängen am sensitivsten sind.

## 2.3 Markierung des Anfangszustandes

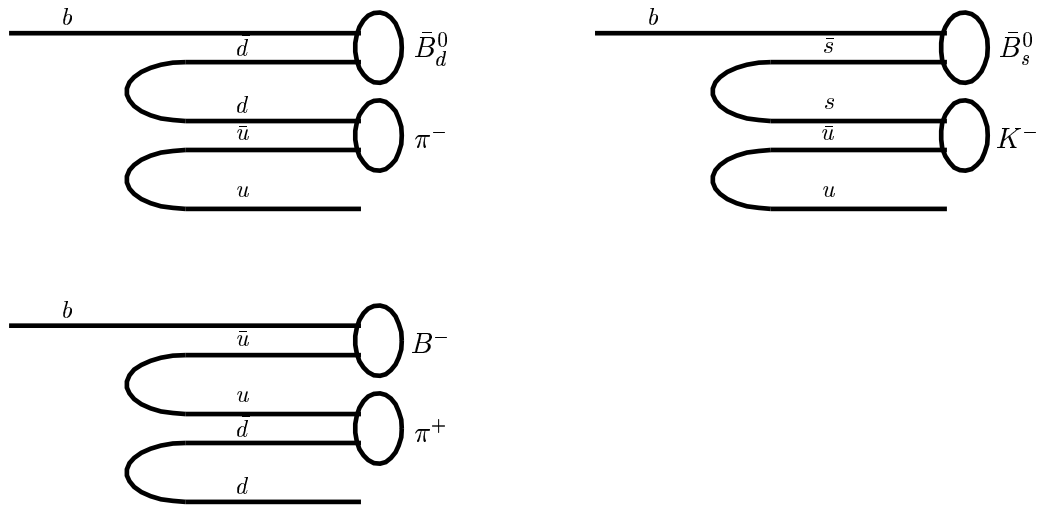
Generell bezeichnet man die Bestimmung des Quarkinhaltes eines Hadrons als *Flavour Tagging*. Für eine Oszillationsmessung wird die Ladung des  $b$ -Quarks im  $B_s$ -Mesons zur Zeit der Produktion (*Initial State Tagging*) und zur Zeit des Zerfalls (*Final State Tagging*) bestimmt.

Der Quarkinhalt des  $B_s$ -Mesons zur Zeit des Zerfalls wird durch die Ladung der Zerfallsprodukte festgelegt. Bei semileptonischen Zerfällen bestimmt die Ladung des beim Zerfall erzeugten Leptons<sup>6</sup> den Flavour des  $B_s$ -Mesons.

<sup>5</sup>Andere neutrale oder nicht rekonstruierte, geladener Teilchen können zu einem fehlenden Impuls führen.

<sup>6</sup>In unserem Fall ist das Lepton ein Myon.





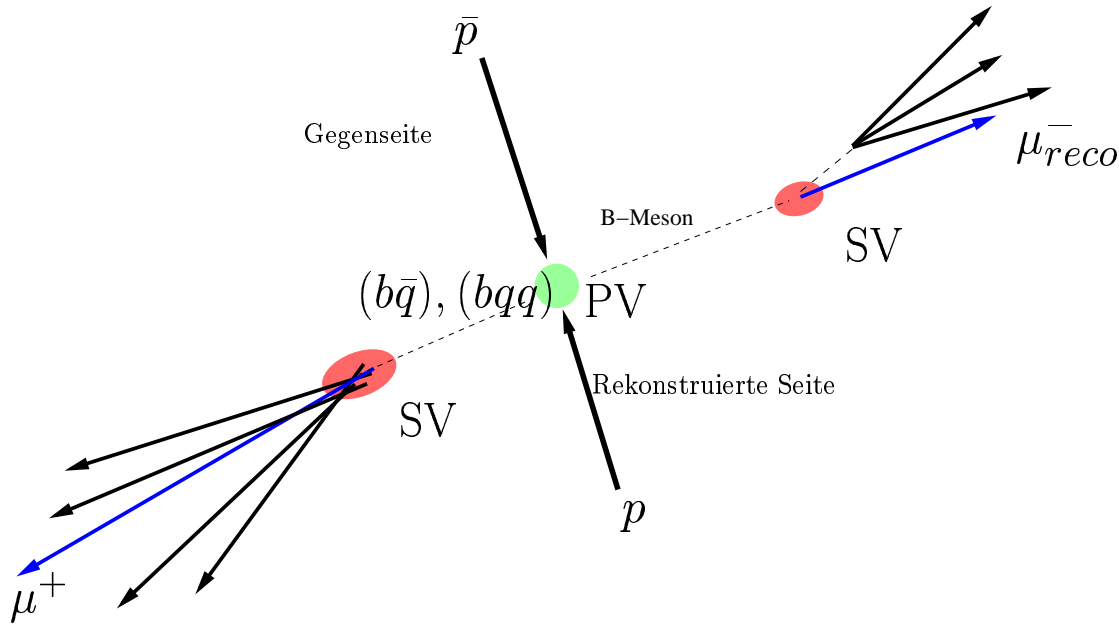
**Abbildung 2.3:** Mögliche Fragmentationen eines  $b$ -Quarks.

Komplizierter gestaltet sich die Bestimmung des  $b$ -Quark Flavours zur Zeit der Produktion. Zum einen kann die Ladung des  $b$ -Quarks des rekonstruierten  $B$ -Mesons über Sekundärprozesse bestimmt werden. Diese Methode wird als *Same-Side Tagging* bezeichnet. Oder es wird die Ladung des zweiten  $b$ -Quarks in dem Ereignis bestimmt. Diese Methode wird *Opposite-Side Tagging* genannt.

In den nächsten Unterabschnitten werden diese beiden Methoden näher beschrieben.

### 2.3.1 Same-Side Tagging (SST)

Für das SST wird die Ladungskorrelation zwischen dem ursprünglich erzeugten  $b$ -Quark und den Fragmentationsprodukten<sup>7</sup> ausgenutzt, welche in Richtung des resultierenden  $B$ -Mesons erzeugt werden. Idealerweise ist die Ladung des nächsten Fragmentationsteilchens relativ zum erzeugten  $B$ -Meson direkt mit der Ladung des  $b$ -Quarks korreliert, wie in Abbildung 2.3 dargestellt. Es wird also immer ein positiv geladenes Pion mit einem  $B^-$ - oder einem  $B_d^0$ -Meson erzeugt und ein negativ geladenes Pion demnach mit einem  $B^+$ - bzw. mit einem  $\bar{B}_d^0$ -Meson. Analog dazu wird mit einem  $B_s^0$ -Meson ein positiv geladenes Kaon und mit einem  $\bar{B}_s^0$ -Meson ein negativ geladenes Kaon erzeugt. Bei einem neutralen Fragmentationsteilchen kann keine Aussage über die Ladung des  $b$ -Quarks gemacht werden.



**Abbildung 2.4:** Schematische Darstellung eines möglichen  $b\bar{b}$  Ereignisses. Das eine  $\bar{b}$ -Quark erzeugt ein  $B_s^0$ -Meson, was anschließend rekonstruiert wird. Das zweite  $b$ -Quark erzeugt ein Hadron, das in diesem Fall semileptonisch zerfällt und ein Myon erzeugt. Die Ladung des Myons ist direkt mit der  $b$ -Quark Ladung aus dem Hadron korreliert.

### 2.3.2 Opposite-Side Tagging (OST)

Bei der OST-Methode wird der dominante  $b$ -Quark Produktionsmechanismus am Tevatron ausgenutzt, wonach immer  $b\bar{b}$ -Paare erzeugt werden und die meisten in entgegengesetzter Richtung produziert werden (*back-to-back*). In Abbildung 2.4 ist die Produktion eines  $b\bar{b}$ -Paares schematisch dargestellt. Zu jedem  $\bar{b}$ -Quark, welches ein  $B_s$ -Meson erzeugt, wird demnach ein  $b$ -Quark produziert, welches ein weiteres  $b$ -Hadron erzeugt und im Folgenden mit *Opposite-Side  $b$ -Quark* (OS  $b$ -Quark) bezeichnet wird. Wird die Ladung des OS  $b$ -Quark bestimmt, ist damit auch der Quarkinhalt des rekonstruierten  $B$ -Mesons zur Zeit der Produktion festgelegt<sup>8</sup>.

Im günstigsten Fall zerfällt das OS  $b$ -Quark semileptonisch<sup>9</sup>, denn dadurch ist dessen Ladung durch die Ladung des Leptons festgelegt. Diese Markierungsmethode wird *Opposite-Side Lepton Tag* (OSL Tag) genannt. Ein  $\bar{b}$ -Quark erzeugt demnach ein positiv geladenes Myon und ein  $b$ -Quark ein negativ geladenes Myon.

Falls auch das rekonstruierte  $B_s$ -Meson semileptonisch ( $B_s^0 \rightarrow D_s^- \mu^+ X$ ) zerfällt und die Ladung der beiden Leptonen gleich ist, deutet dies auf eine Oszillation hin. Umgekehrt deuten unterschiedliche Leptonenladungen entweder auf keine Oszillation hin oder

<sup>7</sup>Oder es handelt sich um Zerfallsprodukte aus angeregten  $B$ -Mesonzuständen, z.B.  $B^{**}$ .

<sup>8</sup>Unter der Annahme, dass das zweite  $b$ -Hadron nicht oszilliert ist.

<sup>9</sup>Entweder ein Elektron oder ein Myon wird erzeugt.

beide  $B$ -Mesonen sind oszilliert.

In den meisten Fällen ( $> 70\%$ ) zerfällt das OS  $b$ -Quark jedoch nicht semileptonisch. In diesem Fall wird der Jet analysiert, der aus dem zweiten  $b$ -Hadron resultiert. Für alle Spuren innerhalb des Jets werden die Ladungen der Spuren mit deren Impuls gewichtet und aufsummiert. Daraus ergibt sich die Sekundärvertex-Jet-Ladung

$$Q_{SV} = \frac{\sum i(q_i p_{L,i})^k}{(p_{L,i})^k} , \quad (2.9)$$

mit der Ladung der  $i$ -ten Spur  $q_i$ , dem longitudinalen Impuls der  $i$ -ten Spur bezüglich der Jetachse  $p_{L,i}$  und dem Exponenten  $k$ . Ähnlich zur Sekundärvertex-Jet-Ladung können weitere Variablen konstruiert werden, die sensitiv sind auf den Flavour des OS  $b$ -Quarks. Diese Variablen und der Wert für  $k$  werden in Abschnitt 7.5 motiviert. Die einzelnen Markierungsmethoden können miteinander über die Größe  $\epsilon \mathcal{D}^2$  verglichen werden, die ein Maß für die Stärke der Methode ist. Dabei sind die Taggingeffizienz  $\epsilon$  und die sogenannte *Dilution*  $\mathcal{D}$  definiert als

$$\epsilon \equiv \frac{N_{richtig} + N_{falsch}}{N_{richtig} + N_{falsch} + N_{keinTag}} \quad \text{und} \quad \mathcal{D} \equiv \frac{N_{richtig} - N_{falsch}}{N_{richtig} + N_{falsch}} , \quad (2.10)$$

mit der Anzahl der richtig bzw. falsch markierten Ereignisse  $N_{richtig}$  ( $N_{falsch}$ ) und der Anzahl der nicht markierten Ereignisse  $N_{keinTag}$ .

Aus Gleichung 2.10 wird deutlich, dass eine Markierungsmethode mit einem großen  $\epsilon \mathcal{D}^2$  den Anfangszustand besser bestimmt. Üblicherweise wird eine intuitivere Größe, die Reinheit  $\eta_s$ , für jede Markierungsmethode definiert

$$\eta_s \equiv \frac{N_{richtig}}{N_{richtig} + N_{falsch}} , \quad (2.11)$$

woraus sich die Beziehung  $\mathcal{D} = 2\eta_s - 1$  ergibt.

Keine der Markierungsmethoden hat eine Reinheit von 100%. Zum einen erzeugen Kaskadenzerfälle des  $b$ -Hadrons ( $b \rightarrow c \rightarrow l^+$ ) eine falsche und falsch identifizierte Pionen<sup>10</sup> eine zufällige Markierung. Die Anzahl der (nicht-)oszillierten Ereignisse ( $N_{nosz}$ )  $N_{osz}$  aus Gleichung 1.64 muss deshalb mit der Reinheit der Markierungsmethode korrigiert werden

$$N_{nosz}(t) = \eta_s N(t)_{B_s^0 \rightarrow B_s^0} + (1 - \eta_s) N(t)_{B_s^0 \rightarrow \bar{B}_s^0} , \quad (2.12)$$

$$N_{osz}(t) = (1 - \eta_s) N(t)_{B_s^0 \rightarrow B_s^0} + \eta_s N(t)_{B_s^0 \rightarrow \bar{B}_s^0} . \quad (2.13)$$

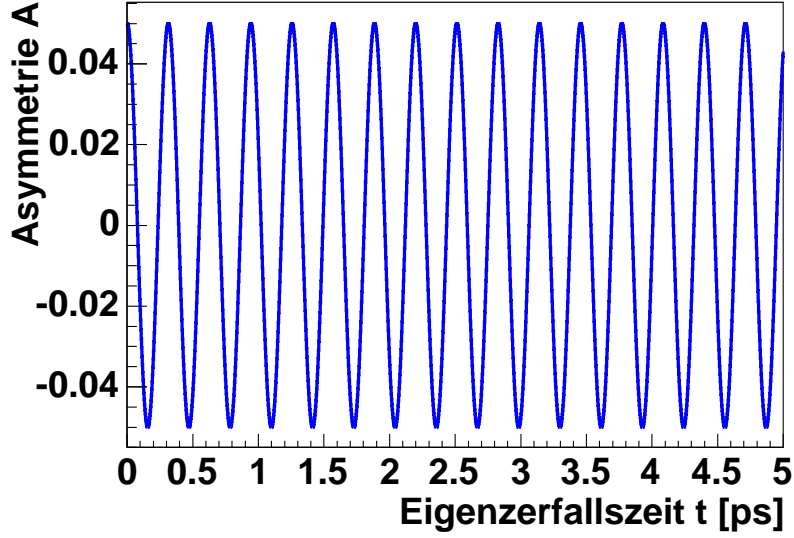
Verwendet man anstelle der Reinheit  $\eta_s$  die *Dilution*  $\mathcal{D}$  erhält man

$$N_{nosz}(t) = N_0 \frac{\hbar}{2 \cdot \Gamma} e^{-\Gamma t / \hbar} (1 - \mathcal{D} \cos(\Delta m t / \hbar)) , \quad (2.14)$$

$$N_{osz}(t) = N_0 \frac{\hbar}{2 \cdot \Gamma} e^{-\Gamma t / \hbar} (1 + \mathcal{D} \cos(\Delta m t / \hbar)) , \quad (2.15)$$

mit der Anzahl  $N_0$  zur Zeit  $t = 0$ .

<sup>10</sup>Pionen, die fälschlicherweise als Myonen identifiziert werden.



**Abbildung 2.5:** Asymmetrie als Funktion der Eigenzerfallszeit  $t$ . Für die Darstellung wurde  $\Gamma/\hbar = 1$ ,  $\Delta m_s/\hbar = 20 \text{ ps}^{-1}$  und  $\mathcal{D} = 0,05$  gewählt.

## 2.4 Bestimmung der Massendifferenz $\Delta m_q$

Die einfachste Möglichkeit eine Oszillation zu messen, ist die Messung der Asymmetrie  $A(t)$  als Funktion der Zerfallszeit  $t$

$$A(t) = \frac{N^{\text{nosz}}(t) - N^{\text{osz}}(t)}{N^{\text{nosz}}(t) + N^{\text{osz}}(t)} , \quad (2.16)$$

mit der Anzahl der nicht oszillierten  $B_q^0$ -Mesonen  $N^{\text{nosz}}(t)$  und der Anzahl der oszillierten  $B_q^0$ -Mesonen  $N^{\text{osz}}(t)$ . Ein  $B_q^0$ -Mesonen ist oszilliert, wenn sich die Ladung des  $b$ -Quarks von der Produktion bis zum Zerfall ändert. Unter Verwendung von Gleichung 2.12 und 2.13 und der Definition erhält man für die gemessene Asymmetrie  $A^{\text{mess}}(t)$

$$A^{\text{mess}}(t) = (2\eta_s - 1) \cos(\Delta m_q t/\hbar) = \mathcal{D} \cos(\Delta m_q t/\hbar) . \quad (2.17)$$

Wie in Abbildung 2.5 dargestellt, ist die Amplitude der Cosinus-Schwingung demnach wegen der nicht perfekten Markierung des Anfangszustand um den *Dilution*-Faktor abgeschwächt<sup>11</sup>. Die Oszillationsfrequenz  $\Delta m_q$  ändert sich dadurch nicht. Für langsame Oszillationen<sup>12</sup> reicht es aus, die Asymmetrie aufzutragen und eine Kosinus-Funktion an die Daten anzupassen. Hieraus erhält man direkt die Massendifferenz  $\Delta m_q$ , die der Oszillationsfrequenz entspricht.

<sup>11</sup>Ursprung der Bezeichnung Dilution (engl. Abschwächung).

<sup>12</sup>Z.B. die Messung von  $\Delta m_d \approx 0,5 \text{ ps}^{-1}$ .

Die Asymmetrie kann man jedoch nur in Intervallen (Bins) der Zerfallszeit auftragen, was bei Messungen von sehr hohen Oszillationsfrequenzen wegen der limitierten Zeitaufösung des Detektors die Aussagefähigkeit dieser Methode drastisch reduziert. Eine weitere Möglichkeit zur Messung der Massendifferenz  $\Delta m_q$  bietet die Amplitudenanpassung [39]. Die Methode wurde in erster Linie entwickelt, um Ausschlussgrenzen anzugeben und unterschiedliche Experimente zu kombinieren.

Prinzipiell entspricht diese Methode einer Fourieranalyse, bei der die einzelnen Frequenzanteile der Oszillation herausgefiltert werden. Dazu wird in den Gleichungen 2.14 und 2.15 ein Amplitudenfaktor  $\mathcal{A}$  vor dem Kosinusterm eingeführt

$$P_{nosz}(t) = \frac{\Gamma}{2\hbar} e^{-\Gamma t/\hbar} (1 - \mathcal{A} \cdot \mathcal{D} \cos(\Delta m_q t/\hbar)) \quad (2.18)$$

$$P_{osz}(t) = \frac{\Gamma}{2\hbar} e^{-\Gamma t/\hbar} (1 + \mathcal{A} \cdot \mathcal{D} \cos(\Delta m_q t/\hbar)) \quad (2.19)$$

Anschließend wird die Massendifferenz durchgestimmt und die Amplitude  $\mathcal{A}$  wird für jedes  $\Delta m_q$  angepaßt, indem der Likelihood-Wert

$$\mathcal{L} = -2 \log L \quad (2.20)$$

$$\text{mit } L = \prod_n P_{nosz/osz,n}(t) \quad (2.21)$$

minimiert wird.  $P_{nosz/osz,n}(t)$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass das nicht oszillierte bzw. oszillierte  $B$ -Meson mit Index  $n$  zum Zeitpunkt  $t$  zerfallen ist.

Im Idealfall hat die Amplitude den Wert 1, falls die eingesetzte Massendifferenz gerade der Oszillationsfrequenz entspricht. Ansonsten hat die Amplitude den Wert 0.

Die Signifikanz dieser Methode ist gegeben durch [36]

$$Sig(\Delta m_q) = \frac{S}{\sqrt{S+U}} \sqrt{\frac{\epsilon \mathcal{D}^2}{2}} e^{-\frac{(\Delta m_q \sigma_t)^2}{2}} \quad (2.22)$$

mit der Anzahl an Signalereignissen  $S$ , der Anzahl an Untergrundereignissen  $U$ , der Markierungsleistung  $\epsilon \mathcal{D}^2$  und der Auflösung bzw. dem Zerfallsängenfehler  $\sigma_t$ . Als untere Grenze für eine Messung wird die Massendifferenz angegeben, bei der die Amplitude  $\mathcal{A}$  innerhalb des 95%-Fehlers zum ersten Mal den Wert 1 überschreitet.

Die Anpassung der Amplitude eignet sich sehr gut, um Grenzen für eine Oszillationsfrequenz anzugeben. Für eine Messung der Oszillationsfrequenz ist sie weniger geeignet, da die Fehler der Amplitude nicht direkt auf den Fehler des Meßwertes übertragbar sind.

Für eine Messung wird daher die Amplitude auf den Wert 1 gesetzt und die Oszillationsfrequenz wird durchgestimmt. Für jede Oszillationsfrequenz wird

$$-\Delta \log L = -\log L + (\log L)_{min} \quad (2.23)$$

berechnet, wobei  $(\log L)_{min}$  den Wert am Minimum der Verteilung innerhalb des Wertebereichs bezeichnet. Befindet sich ein Minimum innerhalb des Wertebereichs mit einer Tiefe von  $-\Delta \log L = 1$  ( $-\Delta \log L = \sqrt{1,64}$ ), so befindet sich die gesuchte Oszillationsfrequenz mit einem Vertrauensniveau von 68% (90%) innerhalb dieses Bereichs [2].

## 3 Das DØ-Experiment am Tevatron

Für die Messung der  $B_s$ -Mischung ist es notwendig,  $B_s$ -Mesonen mit genügend hoher kinetischer Energie zu produzieren, damit diese innerhalb ihrer Lebensdauer eine messbare Strecke zurücklegen können. Zur Zeit ist der Tevatron-Beschleuniger am FNAL<sup>1</sup> der einzige Ort, um eine solche Messung durchzuführen.

Desweiteren wird ein Detektor benötigt, welcher die Möglichkeit bietet, diese interessanten Ereignisse aus der Vielzahl von Untergrundereignissen zu filtern und in der Lage ist, die Zerfallslänge hinreichend genau zu bestimmen.

Im folgenden Kapitel wird zu Beginn der Tevatron-Beschleuniger kurz vorgestellt. Im Anschluss erfolgt eine Beschreibung des DØ-Experiments, neben CDF eines der beiden Experimente am Tevatron-Ring.

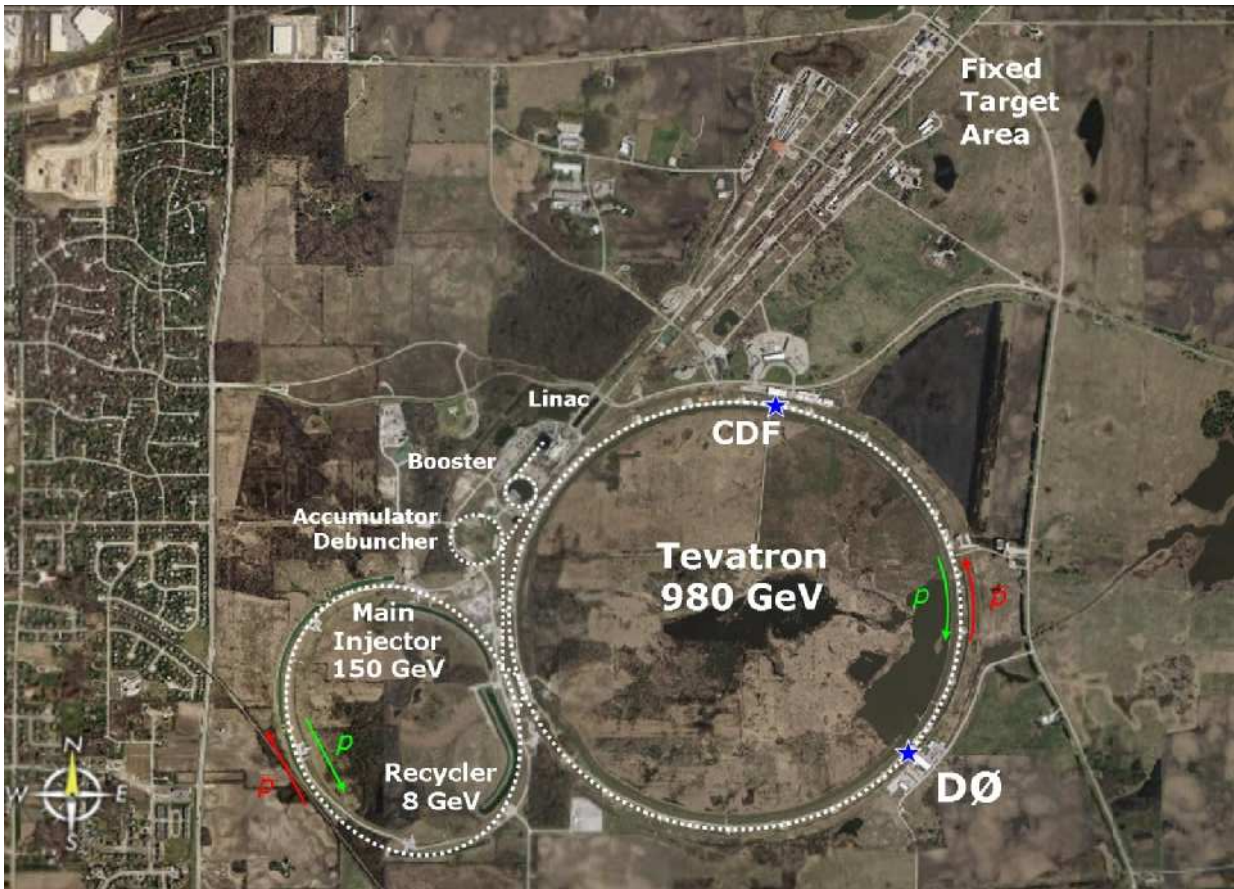
### 3.1 Das Tevatron

Der Tevatron-Beschleuniger [40] ist ein Proton-Antiproton-Speicherring mit einem Umfang von 6,28 km. Im Tevatron werden die Protonen- und Antiprotonenstrahlen, die vom *Main Injector* mit einer Energie von 150 GeV in das Tevatron eingeschleust werden, zunächst auf eine Energie<sup>2</sup> von 980 GeV pro Strahl weiter beschleunigt, um dann an zwei Kreuzungspunkten zur Kollision gebracht zu werden. Die somit zur Verfügung stehende Schwerpunktsenergie beträgt  $\sqrt{s} = 1,96$  TeV. In Abbildung 3.1 ist eine Satellitenaufnahme mit einer überlagerten schematischen Darstellung des Tevatrons zusammen mit anderen am FNAL vorhandenen Beschleunigungsanlagen dargestellt. Die Protonen und Antiprotonen durchlaufen in Paketen (*bunches*) gebündelt die Strahlröhre in entgegengesetzter Richtung. Dabei sind jeweils 12 Pakete mit einem Abstand von 396 ns zueinander zu so genannten „Super-Paketen“ zusammengefasst. Insgesamt gibt es drei solcher Super-Pakete von Protonen sowie von Antiprotonen, so dass sich in jedem Strahlrohr 36 Pakete befinden. Die Anzahl an Protonen pro Paket beträgt  $27 \cdot 10^{10}$ , die der Antiprotonen ist etwa um einen Faktor acht kleiner. Die Protonen und Antiprotonen werden innerhalb der beiden Detektoren (DØ und CDF) in eine Wechselwirkungsfläche

---

<sup>1</sup>Fermi National Accelerator Laboratory.

<sup>2</sup>Die Energie des Tevatrons wurde für den sogenannten Run II, der im März 2001 begonnen hat, auf 980 GeV erhöht. Im Run I (1992-1996) betrug die Strahlenergie 900 GeV.



**Abbildung 3.1:** Satellitenaufnahme des FNAL mit einer überlagerten schematischen Darstellung des Tevatrons und der anderen am FNAL vorhandenen Beschleunigeranlagen [41].

$\sigma_a \sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2$  fokussiert. Daraus ergibt sich eine instantane Luminosität<sup>3</sup>

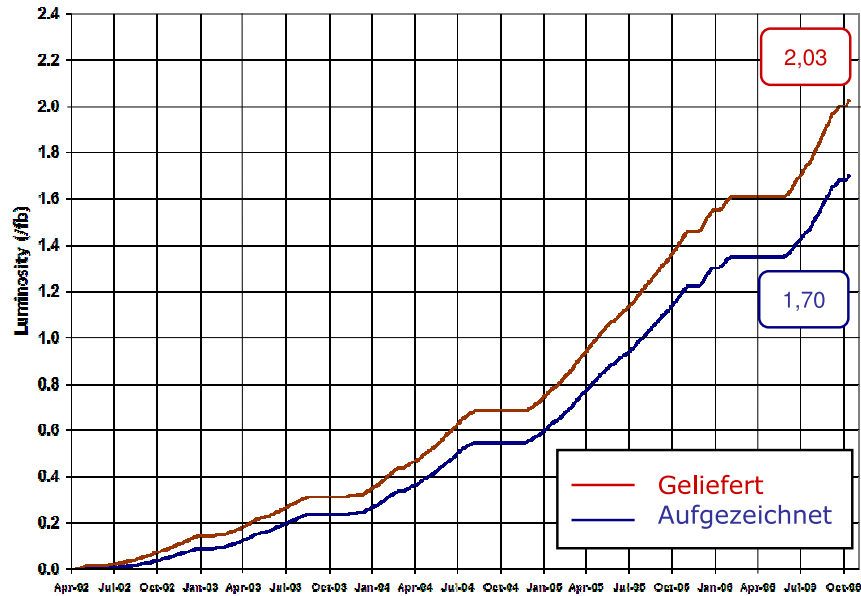
$$\mathcal{L} = \frac{N_p N_{\bar{p}} n_B f}{4\pi\sigma_a} \quad , \quad (3.1)$$

mit der Anzahl an Paketen  $n_B$ , der Kollisionsfrequenz  $f$ , der Anzahl der Protonen innerhalb eines Pakets  $N_p$  und der Anzahl der Antiprotonen innerhalb eines Pakets  $N_{\bar{p}}$ . In Abbildung 3.2 ist die vom Tevatron gelieferte integrierte Luminosität als Funktion der Zeit für den Zeitraum von April 2002 bis März 2006 dargestellt.

Einen zusammenfassenden Überblick über die Parameter des Tevatrons ist in Tabelle 3.1 gegeben.

<sup>3</sup>Die instantane Luminosität ist ein Maß für die derzeitige Kollisionsrate. Die integrierte Luminosität gibt demnach die Gesamtanzahl von Kollisionen innerhalb einer Zeitspanne an. Die integrierte Luminosität wird üblicherweise in inversen picobarn ( $\text{pb}^{-1}$ ) oder inversen femtobarn ( $\text{fb}^{-1}$ ) angegeben, mit  $1 \text{ barn} = 1 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ .





**Abbildung 3.2:** Vom Tevatron gelieferte integrierte Luminosität als Funktion der Zeit für den Zeitraum von April 2002 bis Oktober 2006. Zusätzlich zeigt die zweite Kurve die vom  $D\bar{O}$ -Experiment aufgezeichnete Luminosität [42].

Parameter	Wert
Umfang des <i>Main Injectors</i>	3,32 km
Umfang des Tevatrons	6,28 km
Max. Strahlenergie des <i>Min Injectors</i>	150 GeV
Max. Strahlenergie des Tevatrons	980 GeV
Luminosität $\mathcal{L}$	$\sim 10^{32} \frac{1}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$
Spitzenluminosität $\mathcal{L}$	$2,18 \cdot 10^{32} \frac{1}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$
Pakete pro Strahl	36
Paketabstand	111 m
Protonen pro Paket	$\sim 3 \cdot 10^{11}$
Antiprotonen pro Paket	$\sim 3 \cdot 10^{10}$
Anzahl der Pakete im <i>Main Injector</i>	498
Transversale Emittanz der Protonen	$20\pi$ mm mrad
Transversale Emittanz der Antiprotonen	$15\pi$ mm mrad
Longitudinale Ausdehnung der Protonen	63 cm
Longitudinale Ausdehnung der Antiprotonen	54 cm
Strahlhalbwertszeit	9 – 10 h

**Tabelle 3.1:** Auszug aus der Liste der Parameter des *Main Injectors* und des Tevatrons.

## 3.2 Der DØ-Detektor

Der DØ-Detektor [43] ist um einen der zwei Wechselwirkungspunkte des Tevatrons gebaut. In Abbildung 3.3 ist eine schematische Darstellung des DØ-Detektors dargestellt. Die Hauptaufgabe des Detektors besteht im Nachweis und Vermessung von Teilchen, die bei der Kollision der Protonen und Antiprotonen erzeugt werden. Viele dieser Teilchen, wie auch  $b$ -Hadronen, sind sehr kurzlebig und zerfallen noch im Detektor sehr nahe ihres Produktionspunktes. Sie können deshalb nur anhand ihrer Zerfallsprodukte<sup>4</sup> nachgewiesen werden. Der DØ -Detektor besteht aus mehreren Subdetektoren, die zylinderförmig um den Wechselwirkungspunkt angeordnet sind, wodurch eine fast vollständige Abdeckung des kompletten Raumwinkels gewährleistet ist.

Ein im Wechselwirkungspunkt erzeugtes langlebiges Teilchen durchfliegt zunächst den Silizium Spurdetektor (SMT<sup>5</sup>) und den Zentralen Faserspurdetektor (CFT<sup>6</sup>), bevor das Teilchen den Solenoidmagneten durchfliegt. Der supraleitende Solenoidmagnet erzeugt ein Magnetfeld der Stärke 2 T, in dem die beiden Spurdetektoren eingebettet sind. Dadurch ist eine Messung des Impulses von geladenen Teilchen anhand ihrer gekrümmten Flugbahn möglich.

Als Nächstes folgen der Vorschauerdetektor und das Kalorimeter, welches aus dem elektromagnetischen und dem hadronischen Kalorimeter besteht. Die meisten Teilchen geben ihre gesamte kinetische Energie im Kalorimeter ab und kommen deshalb nicht über das Kalorimeter hinaus. Idealerweise verlassen nur die Myonen das Kalorimeter, die dann vom Myonensystem nachgewiesen werden, das den Detektor abschließt. Zur Aufzeichnung der Daten dient ein schnelles Datennahmesystem mit einem aus drei Stufen aufgebauten Triggersystem.

In den folgenden Unterabschnitten werden die einzelnen Detektorkomponenten und das Datennahmesystem näher beschrieben.

### 3.2.1 Das Koordinatensystem

Das beim DØ-Experiment verwendete Koordinatensystem hat seinen Ursprung im Sollwechselwirkungspunkt der beiden Strahlen, um den auch der Detektor zentriert ist. In einem kartesischen Koordinatensystem beschreibt die Strahlachse die  $z$ -Richtung, die  $y$ -Achse zeigt senkrecht nach oben. Die  $x$ -Achse ist so gewählt, dass sich ein rechtshändiges Koordinatensystem ergibt. Gebräuchliche Koordinaten sind allerdings  $(r, \phi, \eta)$ , mit dem Azimutalwinkel  $\phi$  und der Pseudorapidität  $\eta$ , welche sich aus dem Polarwinkel  $\theta$  berechnen lässt:

$$\eta = -\ln \left( \tan \frac{\theta}{2} \right) . \quad (3.2)$$

---

<sup>4</sup>Nachweisbare Zerfallsprodukte sind Elektronen, Photonen, Myonen, Pionen und Kaonen.

<sup>5</sup>Silican Microstrip Tracker.

<sup>6</sup>Central Fiber Tracker.

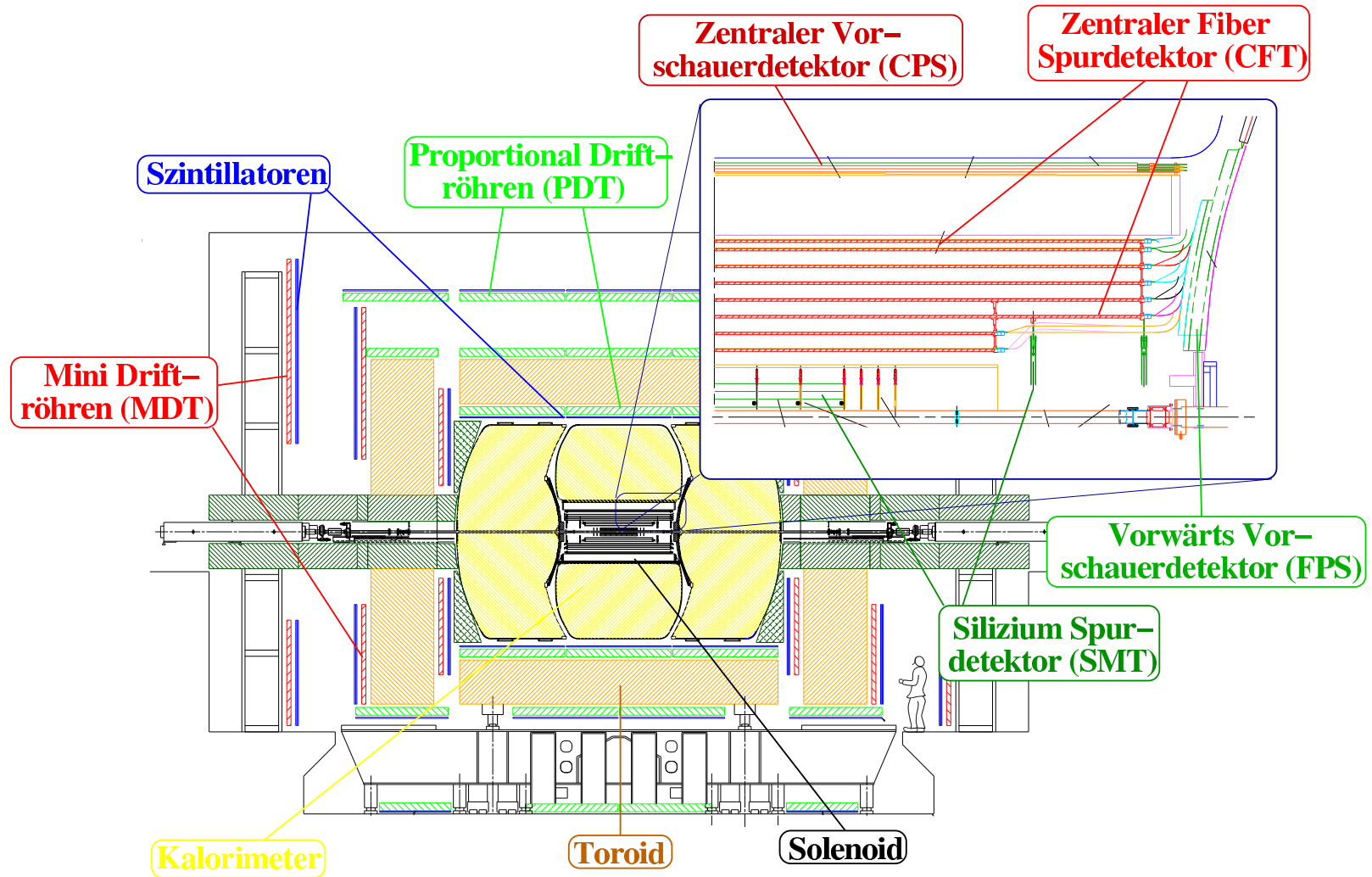
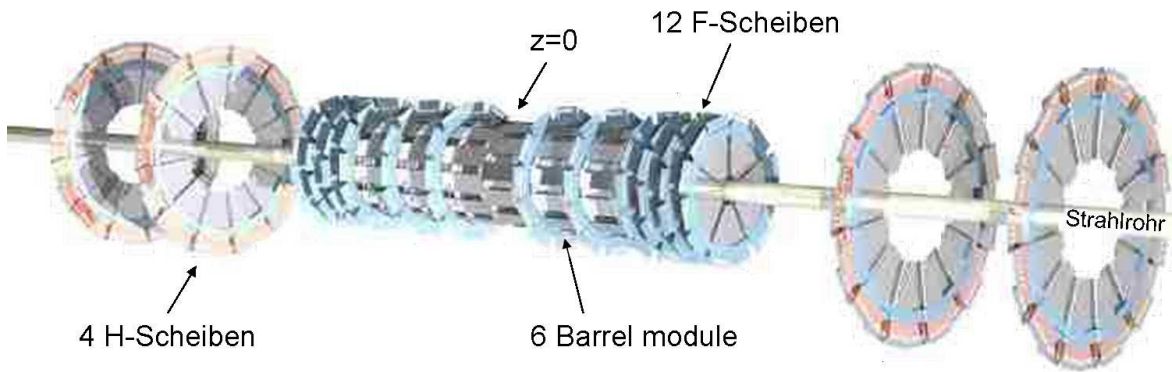


Abbildung 3.3: Schematischer Aufbau des DØ-Detektors mit Spurdetektoren, Kalorimeter, Myonkammern und Magnetsystem.



**Abbildung 3.4:** Das Scheiben/Barrel design des SMT.

In dieser Arbeit wird die Pseudorapidität immer bezüglich der Vertexposition  $(x, y, z) = (0, 0, v_z)$  beschrieben. In den seltensten Fällen haben die miteinander wechselwirkenden Partonen betragsmäßig denselben Impuls, was zu einem Boost entlang der Strahlachse führt. Die Protonen- sowie Antiprotonenfragmente und viele der bei der Kollision erzeugten Teilchen entkommen dadurch in der Strahlröhre und können deshalb nicht nachgewiesen werden. Die Summe der Impulsanteile parallel zur Strahlachse ist im Allgemeinen von Null verschieden. Die Impulsanteile senkrecht zur Strahlachse<sup>7</sup> balancieren sich in guter Näherung<sup>8</sup> aus, weil die nicht nachweisbaren Impulsanteile vernachlässigt werden können. Der transversale Impuls  $p_T$  und die transversale Energie  $E_T$  können in Abhängigkeit des Polarwinkels  $\theta$  ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} p_T &= p \cdot \sin \theta \quad , \\ E_T &= E \cdot \sin \theta \quad . \end{aligned} \tag{3.3}$$

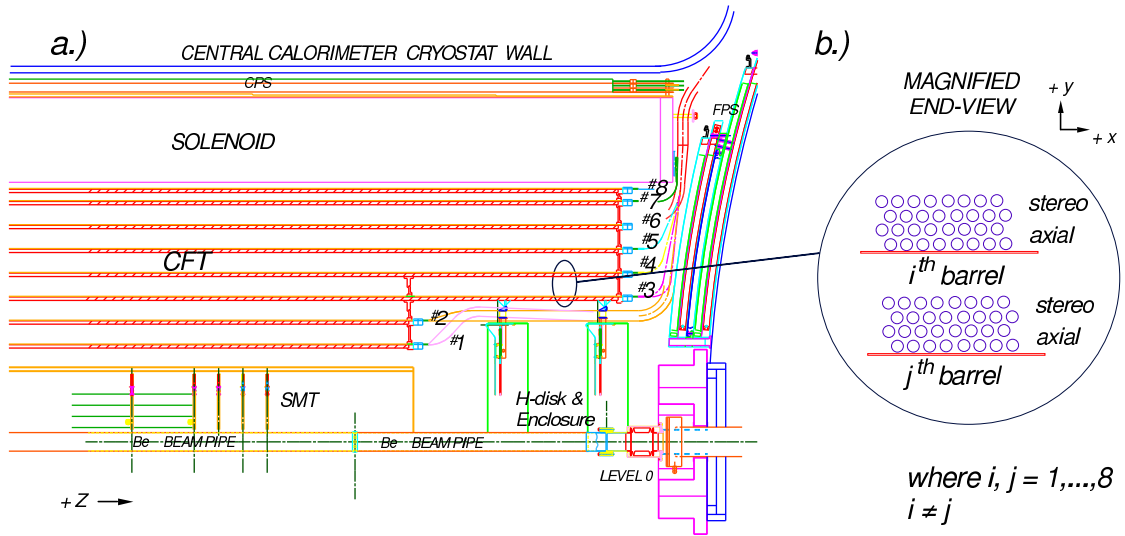
### 3.2.2 Der Silizium Spurdetektor

Direkt um die Strahlröhre befindet sich der hochauflösende Silizium-Mikrospurdetektor (SMT<sup>9</sup>) [44], welcher im Mantelbereich (Barrel) aus vier Lagen doppelseitigen Siliziums besteht, die eine maximale Länge von 76,8 cm abdecken. Die innerste Lage hat einen minimalen Radius von 2,7 cm, der äußere Radius der vierten Lage beträgt 9,4 cm. Der Barrel-Bereich ist in sechs einzelne Module von jeweils 12 cm Länge unterteilt. Zwischen diesen Modulen und an den Enden des Barrels befinden sich insgesamt 12 sogenannte „F-Scheiben“, die aus doppelseitigem Silizium bestehen und eine radiale Ausdehnung

<sup>7</sup>Alle Impulsanteile in der  $x$ - $y$ -Ebene ( $p_x, p_y$ ).

<sup>8</sup>Dies ist nur näherungsweise richtig, da zum einen die Partonen selbst schon einen von Null verschiedenen transversalen Impuls haben können und die Strahlachse selbst (sehr gering) gegen die  $z$ -Achse geneigt sein kann.

<sup>9</sup>Silicon Microstrip Tracker



**Abbildung 3.5:** Schematische Darstellung des CFT. In a) ist eine seitliche Ansicht des Spurdetektorsystems dargestellt, b) zeigt die Anordnung der Fasern innerhalb zweier benachbarter Doppellagen.

von 2,6 – 10,5 cm haben. Um noch eine Spurinformaton in extremer Vorwärtsrichtung ( $|\eta| \approx 3,0$ ) zu erhalten, befinden sich auf jeder Seite im Abstand von 110 und 120 cm zum Detektormittelpunkt die „H-Scheiben“, die aus einem einseitigen Silizium bestehen mit einen inneren Radius von 9,5 cm und einem äußeren Radius von 26 cm. Der Barrel-Bereich zusammen mit den F-Scheiben ermöglicht eine Auflösung von etwa  $10 \mu\text{m}$  in der  $r - \phi$ -Ebene. Eine dreidimensionale Darstellung des SMT ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Die Gesamtanzahl an Auslesekanälen für den SMT beträgt  $\sim 800000$ . In Tabelle 3.2 sind einige der technischen Details des SMT aufgelistet.

	Barrel	F-Scheiben	H-Scheiben
Anzahl Kanäle	387072	258048	147456
Anzahl Module	432	144	96
Siliziumfläche	$1,3 \text{ m}^2$	$0,4 \text{ m}^2$	$1,3 \text{ m}^2$
Innerer Radius	2,7 cm	2,6 cm	9,5 cm
Äußerer Radius	10,5 cm	10,0 cm	26 cm

**Tabelle 3.2:** Technische Details der Bestandteile des SMT.

Lage	Radius(cm)	Anzahl Fasern
A	21,1	2560
B	25,0	3200
C	29,9	3840
D	34,8	4480
E	39,7	5120
F	44,6	5760
G	49,5	6400
H	51,5	7040

**Tabelle 3.3:** Anzahl und Lage der Fasern für die acht Lagen im CFT.

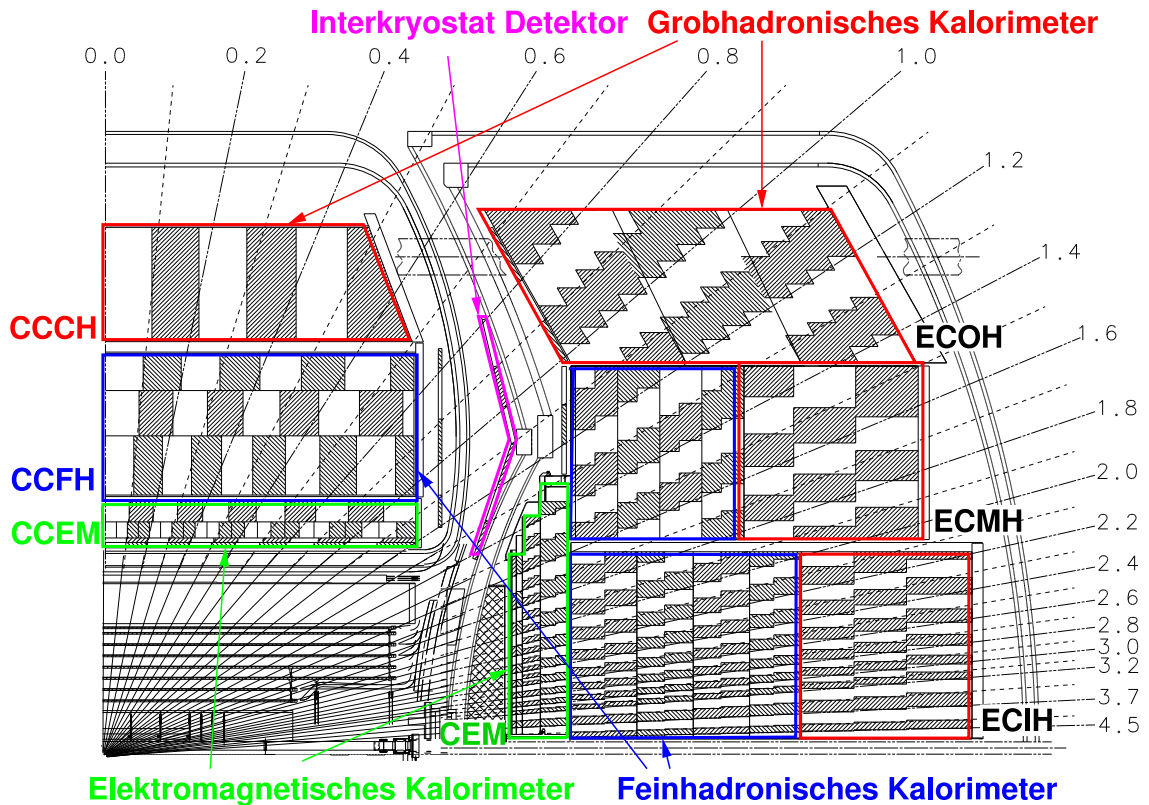
### 3.2.3 Der zentrale Faserspurdetektor

Der SMT ist vom zentralen Faserspurdetektor (CFT<sup>10</sup>) [45] umgeben. Der CFT besteht aus acht Doppellagen aus szintillierenden Fasern, die parallel zur Strahlachse angeordnet sind. Um Lücken zwischen den Lagen zu vermeiden, sind die beiden Lagen innerhalb einer Doppellage zueinander um den halben Durchmesser einer Faser verschoben. Jede Lage enthält zusätzlich ein Dublett an Fasern, die in einem Stereowinkel von  $\pm 2,0^\circ$  angeordnet sind, wobei der Stereowinkel in alternierenden Lagen jeweils das Vorzeichen ändert. Abbildung 3.5a) zeigt eine schematische Darstellung des CFT und Abbildung 3.5b) zeigt, wie die Fasern innerhalb einer Lage angeordnet sind. Die Fasern bestehen aus mit Acryl umhüllten Polystyrol und decken eine Region von  $|\eta| < 2,0$  ab. Die Region  $|\eta| < 1,6$  wird für den zentralen Spurtrigger (CTT) verwendet. Der innere Radius des CFT beträgt 19,5 cm, der äußere Radius 51,5 cm. Mit dem CFT wird eine räumliche Auflösung von  $100 \mu\text{m}$  erreicht und die Nachweiswahrscheinlichkeit pro Faserdublett beträgt  $> 99\%$ . Insgesamt ist der CFT aus 77000 Fasern aufgebaut. In Tabelle 3.3 ist der Radius und die Anzahl der Fasern für die acht Doppellagen des CFT aufgelistet.

### 3.2.4 Der Solenoidmagnet

Um eine Krümmung der Spuren von geladenen Teilchen zu erreichen und somit eine Impulsmessung zu ermöglichen, befindet sich um die Spurdetektoren ein supraleitender Solenoidmagnet, der ein Magnetfeld von 2 T erzeugt. Der 2,8 m lange Solenoidmagnet besteht aus zwei Lagen von Spulen, die einen mittleren Radius von 60 cm haben. Der Magnet wird bei einer Temperatur von 10 K betrieben und von einem Strom von 4,7 kA durchflossen. Die gespeicherte Energie beträgt 5 MJ. Die relativen Schwankungen des

<sup>10</sup>Central Fiber Tracker



**Abbildung 3.6:** Querschnitt durch einen Quadranten des DØ-Detektors mit Anordnung der verschiedenen Kalorimeterkomponenten. Die angegebene Skala ist in Einheiten der Pseudorapidität  $\eta$ .

Magnetfeldes innerhalb des Spurvolumens sind kleiner als 0,5%. Diese Uniformität wird ohne ein magnetfeldformendes Eisenrückflußjoch erreicht, indem zwei verschiedene Arten von Leitern mit hoher Stromdichte an den Enden der Spulen verwendet werden. Das Material des Solenoidmagneten zusammen mit der Kryostatwand entspricht etwa 1,1 Wechselwirkungslängen.

### 3.2.5 Das Kalorimeter

Das Kalorimeter des DØ-Detektors setzt sich aus drei Teilen zusammen: dem zentralen Kalorimeter (CC) und den beiden Endkappen (ECS und ECN). Jedes dieser drei Kalorimeter ist nochmals unterteilt in ein elektromagnetisches, feinhadronisches und grobhadronisches Kalorimeter. Zwischen den Kryostaten des CC und ECN bzw. ECS befindet sich der Interkryostat-Detektor (ICD). Eine Übersicht über die Anordnung der einzelnen Kalorimeterkomponenten ist in Abbildung 3.6 zu sehen.

Das zentrale Kalorimeter besteht aus drei konzentrischen Hohlzylindern. Der innerste

Ring bildet das elektromagnetische Kalorimeter (CCEM). Er besteht aus vier Lagen abgereichertem Uran, die jeweils 3 mm dick sind. Als aktives Material zur Messung der durch Teilchenschauer erzeugten Ionisation wird flüssiges Argon verwendet. Die Granularität eines Kalorimeters wird typischerweise in Einheiten von  $\eta$  und  $\phi$  angegeben. Die Lagen eins, zwei und vier des elektromagnetischen Kalorimeters haben eine Segmentierung von  $\Delta\eta \times \Delta\phi = 0,1 \times 0,1$ . Die Lage drei deckt gerade die Region ab, in der ein typischer elektromagnetischer Schauer seine maximale Energie deponiert und ist deshalb doppelt so fein in  $\eta$  und  $\phi$  unterteilt. Insgesamt hat das elektromagnetische Kalorimeter eine Dicke von etwa 20,5 elektromagnetischen Strahlungslängen  $X_0$ . Die Ausdehnung in  $z$ -Richtung beträgt 260 cm, womit eine Ausdehnung bis  $|\eta| \approx 1,0$  gewährleistet wird.

An das elektromagnetische Kalorimeter schließt sich das feinhadronische Kalorimeter (CCFH) an mit einer Dicke von 3,2 hadronischen Wechselwirkungslängen  $\lambda_0$ . Die Segmentierung beträgt analog zum elektromagnetischen Kalorimeter 0,1 in  $\Delta\eta$  und  $\Delta\phi$ <sup>11</sup>. Als Absorbermaterial der Zellen im grobhadronischen Kalorimeter (CCCH) im Barrel-Bereich werden Kupferplatten der Dicke 46,5 mm verwendet. Dies entspricht ebenfalls einer Wechselwirkungslänge von 3,2  $\lambda_0$ . Zusammen mit den 0,8  $\lambda_0$  des EM ergibt sich somit für das CC eine komplette Dicke von 7,2  $\lambda_0$  senkrecht zur Strahlachse. Beide hadronische Kalorimeter benutzen ebenfalls flüssiges Argon als aktives Material. Die Energieauflösung des hadronischen Kalorimeters beträgt [46]

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{0,98}{\sqrt{E/\text{GeV}}} \oplus 0,042 \quad . \quad (3.4)$$

Die elektromagnetischen Kalorimeter der Endkappen (ECEM) sind ebenfalls aus vier Lagen aufgebaut. Das Absorbermaterial der Zellen ist abgereichertes Uran mit einer Dicke von jeweils 4 mm. Der innere Radius der Module beträgt 5,7 cm, der äußere variiert zwischen 84 cm und 104 cm. Zusammen ergeben die vier Lagen eine Dicke von 21,8 elektromagnetische Strahlungslängen. Hinter den elektromagnetischen Kalorimetern befinden sich in den Endkappen die inneren hadronischen Kalorimeter (ECIH) mit einem inneren Radius von 3,9 cm. Der äußere Radius beträgt 86,4 cm. Für die vier Lagen des feinhadronischen Teils wird ebenfalls Uran als Absorbermaterial verwendet. Die einzelnen Absorberplatten haben eine Dicke von 6 mm und entsprechen jeweils 1,1 hadronischen Wechselwirkungslängen. Im grobhadronischen Teil wird Edelstahl als Absorber verwendet. Die Plattendicke beträgt 46,5 mm (4,1  $\lambda_0$ ). Das ECIH ist vom Ring des mittleren hadronischen Kalorimeters (ECMH) umschlossen. Dieses besteht ebenfalls aus vier Ausleselagen im feinhadronischen (0,9  $\lambda_0$  pro Lage) und einer Lage im grobhadronischen Teil (4,4  $\lambda_0$ ). Ganz außen werden die Endkappen von einem aus drei Lagen Edelstahl bestehenden grobhadronischen Kalorimeter (ECOH) abgeschlossen. Insgesamt besteht das komplette Kalorimeter aus etwa 55000 Auslesekanälen.

<sup>11</sup>Eine Einheit  $\Delta\eta \times \Delta\phi = 0,1 \times 0,1$ , die sich über alle Lagen des Kalorimeters erstrecken, wird Kalorimeterturm genannt.



Um eine Energiemessung in den Lücken zwischen den Kryostaten zu ermöglichen, befindet sich dort der Interkryostat-Detektor [47]. Der ICD besteht aus einer Lage von Plastiksintillatoren, die ebenfalls eine Unterteilung von  $0,1 \times 0,1$  in  $\Delta\eta$  und  $\Delta\phi$  haben und etwa 13 mm dick sind.

Zur Verbesserung der Unterscheidung von Pionen gegenüber Elektronen und Photonen und um elektromagnetische Schauer für Energieverluste im Solenoidmagneten zu korrigieren, befindet sich vor dem zentralen Kalorimeter der zentrale Vorschauerdetektor (CPS) [48] und vor den Endkappen die Vorwärtsvorschauerdetektoren (FPS) [49]. Die Vorschauerdetektoren können als die Lage 0 des elektromagnetischen Kalorimeters angesehen werden. Der CPS besteht aus drei Lagen szintillierender Streifen, die neben der Energiemessung auch eine genaue Positionsmessung ermöglichen und deckt einen Bereich von  $-1,2 < \eta < 1,2$  ab. Die Vorwärtsvorschauerdetektoren befinden sich auf den Innenseiten der Endkappenkryostaten und erlauben eine Vermessung im Pseudorapiditätsbereich von  $1,4 < |\eta| < 2,5$ . Der FPS besteht aus zwei Lagen von szintillierenden Fasern.

### 3.2.6 Das Myonensystem

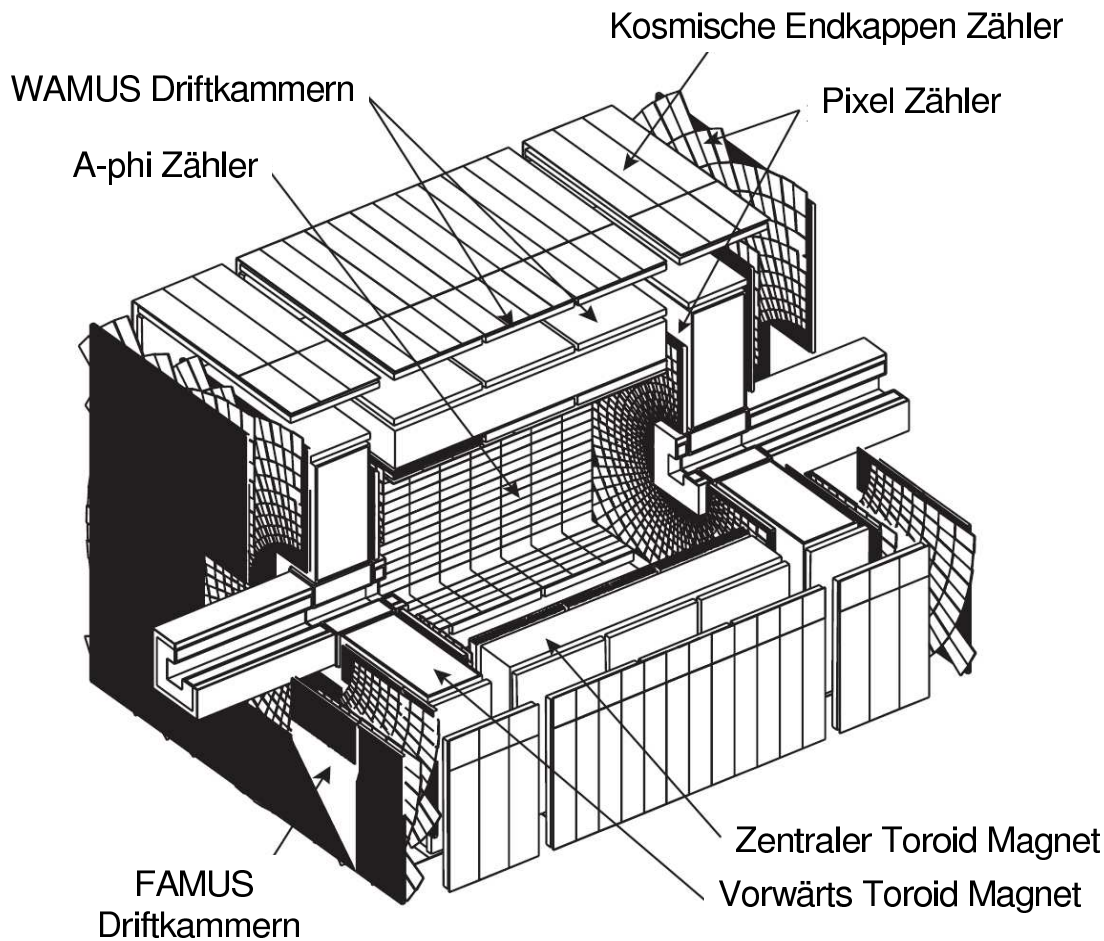
Das Myonsystem [50] des DØ-Detektors ist in einen Zentral<sup>12</sup>- und einen Vorwärtsbereich<sup>13</sup> unterteilt, wie es in Abbildung 3.7 illustriert ist. Der Zentralbereich deckt einen Pseudorapiditätsbereich von  $|\eta| < 1$  ab und der Vorwärtsbereich  $1 < |\eta| < 2$ . Beide Bereiche bestehen aus drei Lagen (A, B und C), von denen sich die innerste Lage A innerhalb eines Toroidmagnetsystems (siehe Kapitel 3.2.7) befindet, wohingegen die Lagen B und C außerhalb der Magneten sind. Die Toroidmagneten ermöglichen so eine vom Spurdetektor unabhängige Impulsmessung der Myonen.

Die zentralen Myonenkammern bestehen aus Proportionaldriftröhren (PDT), die mit einem Gemisch aus 89% Argon, 10% Freon( $CF_4$ ) und 10% Methan ( $CH_4$ ) gefüllt sind. Die Röhren bestehen aus einem Aluminiummantel mit einem Anodendraht aus mit Gold beschichtetem Wolfram. Die Anodenspannung beträgt 5 kV und die Kathodenspannung 2,5 kV. Die Driftröhren sind in Kammern zusammengefasst, die zwischen 14 und 24 Röhren breit sind und in der Länge von 191 bis 579 cm variieren. Lage A besteht aus vier Schichten Driftröhren pro Kammer, Lagen B und C haben jeweils drei Schichten. Zusätzlich befinden sich im Zentralbereich eine Lage von Myonszintillationsdetektoren vor Lage A und hinter Lage C. Diese Szintillatoren werden aufgrund ihrer schnellen Signalantwort im Myontrigger system verwendet.

Im Zentralbereich des Myondetektors ist das Myonsystem aus Minidriftröhren (MDT) aufgebaut. Diese Plastikröhren haben einen Querschnitt von  $10 \times 10 \text{ mm}^2$  und sind mit dem gleichen Gasgemisch gefüllt wie die PDT's. Die Schichtung der einzelnen Lagen ist analog zum Zentralbereich. Jede Lage im Vorwärtsbereich hat zusätzlich noch eine

<sup>12</sup>Der Zentralbereich wird mit WAMUS(**W**ide **A**ngle **M**uon **S**ystem) bezeichnet.

<sup>13</sup>Der Vorwärtsbereich wird mit FAMUS(**F**orward **A**ngle **M**uon **S**ystem) bezeichnet.



**Abbildung 3.7:** Schematische Zeichnung des Myonsystems. Zu sehen sind die einzelnen Lagen im Vorwärtsbereich (FAMUS) und Zentralbereich (WAMUS) und der Toroidmagnet zwischen der A- und B-Lage.

Lage von Szintillatoren, die eine Segmentierung von  $0,1 \times 0,08$  in  $\Delta\eta \times \Delta\phi$  haben und auch als Myontrigger verwendet werden.

### 3.2.7 Die Toroidmagneten

Die Toroidmagneten [51] bestehen aus drei Teilen, die sich zwischen den Lagen A und B des Myonsystems befinden (siehe Abbildung 3.7). Die Toroidmagneten sind aufgeteilt in einen zentralen Magneten und jeweils einen Magneten in den beiden Vorwärtsbereichen. Der zentrale Toroidmagnet ist in einem Abstand von 317,5 cm von der Strahlröhre des Tevatrons zentriert. Die beiden Vorwärtstoroidmagneten befinden sich in einem Abstand  $447 \text{ cm} < |z| < 600 \text{ cm}$  vom Mittelpunkt des Detektors. Sowohl der Zentral- als auch die beiden Vorwärtsmagneten werden bei einer Stromstärke von 1500 A betrieben.

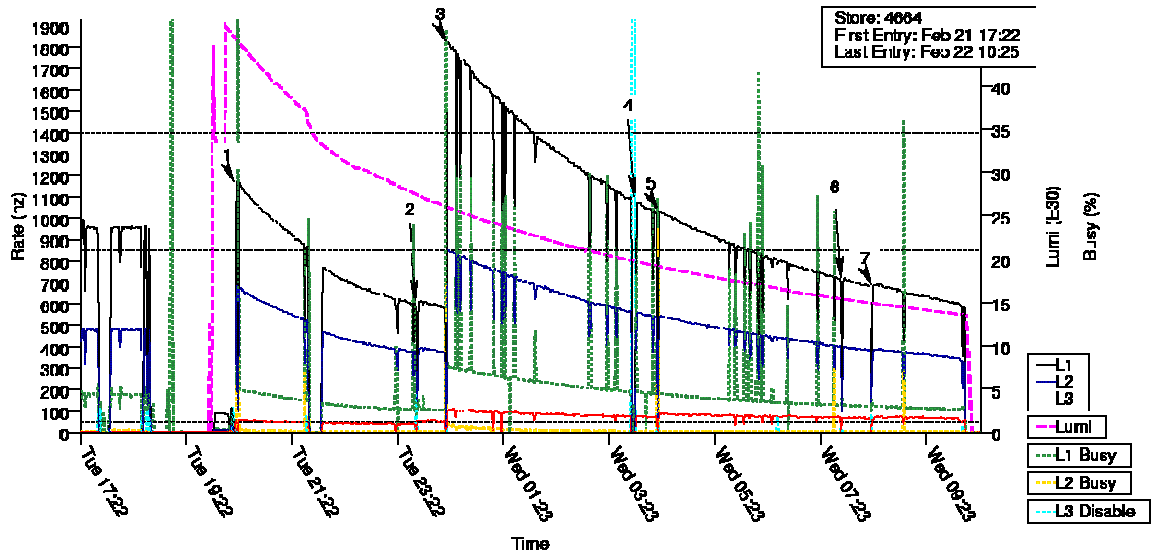


Abbildung 3.8: Zeitlicher Verlauf der Ereignisrate für alle drei Triggerstufen. Auf der y-Achse ist die Ereignisrate (linke Achse) und die entsprechende Luminosität (rechte Achse) aufgetragen.

Das dadurch im Eisen des Zentraltoroiden erzeugte Magnetfeld beträgt im Mittel 1,8 T, wohingegen das Magnetfeld in den Vorwärtsmagneten im Mittel 1,75 T beträgt.

### 3.2.8 Trigger und Datenerfassung

Aufgrund der hohen Wechselwirkungsrate und der großen Anzahl von Auslesekanälen ist es nicht möglich, alle Ereignisse aufzuzeichnen. Um eine Reduzierung dieser enorm hohen Ereignisrate ( $\sim 2,5 \cdot 10^6$  Hz) zu erreichen, müssen schon frühzeitig nicht relevante Ereignisse aussortiert werden. Dazu existiert ein dreistufiges Triggersystem, dessen Aufgabe es ist, eine sukzessive Reduzierung der Datenrate bei gleichzeitiger Auswahl interessanter Ereignisse zu erreichen. In Abbildung 3.8 ist der zeitliche Verlauf der Ereignisraten für die drei Triggerstufen für einen *store*<sup>14</sup>.

Die erste Stufe des Triggers (Level-1) benutzt Informationen aus dem Kalorimeter, dem zentralen Spurdetektor, den Vorschauerdetektoren und den Myonkammern. Da nur eine extrem kurze Zeit ( $\sim 5 \mu\text{s}$ ) für eine Triggerentscheidung auf Level-1-Ebene zur Verfügung steht, wird die Triggerentscheidung von dedizierten Prozessoren getroffen. Die Triggeralgorithmen sind in digitalen Logikbausteinen, so genannte FPGA's<sup>15</sup>, implementiert. Die einzelnen Subdetektoren liefern dazu simple Objekte, auf denen

<sup>14</sup>Ein *store* bezeichnet den Zeitraum vom Füllen der Protonen und Antiprotonen in den Tevatron-Ring bis zum Entleeren dieser. Die Kollisionen der Protonen mit den Antiprotonen und die Datennahme erfolgen innerhalb dieser Zeit.

<sup>15</sup>Field Programmable Gate Array.

die Level-1-Triggerentscheidung aufgebaut wird. Elektronen werden beispielsweise aufgrund der in den elektromagnetischen Kalorimetertriggertürmen deponierten transversalen Energie selektiert. Diese Triggertürme haben eine Segmentierung von  $0,2 \times 0,2$  in  $\Delta\eta \times \Delta\phi$ . Für die Identifizierung von Jets wird die Energie im Hadronischen Teil der Triggertürme hinzugeführt. Myonen können anhand der Treffer in den Szintillatoren des Myonsystems erkannt werden. Dabei ist eine Unterteilung der Information in verschiedene Pseudorapiditätsregionen möglich und verschiedene  $p_T$ -Schwellen sowie unterschiedliche Spurqualitätskriterien können gefordert werden. Die erste Triggerstufe ermöglicht so eine Reduzierung der Datenrate auf etwa 2 kHz.

Aufgrund der reduzierten Ereignisrate hat die zweite Triggerstufe (Level-2) etwa 100  $\mu$ s Zeit, eine Triggerentscheidung zu fällen. Die Level-1-Information von jeder Detektor-komponente wird in Vorprozessoren in physikalische Objekte umgewandelt, die dann an den globalen Prozessor weitergeleitet werden. Physikalische Objekte sind z.B. lokale Energiedepositionen (Cluster) oder Spuren. Der globale Prozessor erlaubt eine Verknüpfung der Information verschiedener Subdetektoren für das gleiche physikalische Objekt (z.B. Spurfindung für Kalorimetercluster) oder die Korrelation zwischen verschiedenen Objekten (z.B. Berechnung der invarianten Masse zweier Kalorimetercluster). So kann eine Reduzierung der Ereignisrate auf 1 kHz erzielt werden.

Die dritte Triggerstufe (Level-3) ist ein reiner Software-Trigger. Bei einer positiven Triggerentscheidung von Level-2 wird die komplette Detektorinformation über das Ereignis innerhalb von 200 ms auf einer Computerfarm fast vollständig rekonstruiert. Ereignisfilter suchen in dem Ereignis z.B. nach Elektronen, Myonen oder interessanten Topologien und senken so die Rate auf 20 – 50 Hz. Die Handhabung der von Level-3 akzeptierten Daten wird im nächsten Unterkapitel genauer besprochen.

Zur Selektion der Ereignisse können bis zu 128 verschiedene Trigger für Level-1 definiert werden. Diese Trigger können dann mit den verschiedenen Level-2-Triggern und den unterschiedlichen Filtern auf Level-3 kombiniert werden. Als Auswahlkriterien können unter anderem Elektronen, Myonen, Jets, fehlende Energie oder Spuren verwendet werden. Eine Zusammenstellung verschiedener Trigger, die parallel zur Datennahme eingesetzt werden, wird als Triggerliste bezeichnet.

Alle von Level-3 akzeptierten Daten werden an den so genannten *Collector/Router* weitergeleitet. Dieser verteilt die Daten je nach ihrer Bestimmung an verschiedene Systeme. Die Daten, die für die Verwendung in Physikanalysen bestimmt sind, werden an den *Data-Logger* gesendet. Ein Teil der dem Data-Logger weitergeleiteten Ereignisse wird zusätzlich an den *Data-Distributor* übergeben, der sie der Online-Überwachung des Detektors zur Verfügung stellt. Vom Data-Logger werden die Rohdaten auf Festplatte geschrieben, um von dort dann auf Magnetbänder kopiert zu werden.

# 4 Datenrekonstruktion und Monte Carlo Simulation

Die Rohdaten sowie simulierte Daten werden mit dem Programmpaket DØreco ereignisweise rekonstruiert. Dabei werden die Signale aus den einzelnen Subdetektoren zu physikalischen Objekten zusammengebaut und als DST<sup>1</sup> oder TMB<sup>2</sup> Datenformat zur Verfügung gestellt.

Die für diese Analyse wichtigsten Algorithmen im Programmpaket DØreco sind die Spurrekonstruktion sowie Vertexbestimmung und die Myon- sowie Elektronidentifikation, die in den folgenden Abschnitten näher beschrieben werden.

Am Ende des Kapitels werden kurz die für die Monte Carlo Simulation wichtigen Pakete vorgestellt.

## 4.1 Die Spur- und Vertexrekonstruktion

Für die Spurrekonstruktion sowie Vertexbestimmung wird der AA-Algorithmus [52], [53] verwendet, der im folgenden kurz beschrieben wird.

### 4.1.1 Die Spurrekonstruktion

Die Arbeitsweise des AA-Algorithmus ist in Abbildung 4.1 schematisch dargestellt und beginnt zunächst mit der Konstruktion von Spurrekonstruktionen aus jeder möglichen Kombination aus den ersten<sup>3</sup> drei Treffern im SMT oder CFT. Es können demnach auch mehrere Spurrekonstruktionen dieselben Treffer enthalten. Aus diesen drei Treffern werden der Krümmungsradius  $R$ , der Impaktparameter  $b$  und der Winkel zwischen Wechselwirkungspunkt zum ersten Treffer und Wechselwirkungspunkt zum zweiten Treffer  $\varphi$  berechnet. Eine solche Spurrekonstruktion ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Spurrekonstruktionen,

---

<sup>1</sup>Engl. **D**ata **S**torage **T**ape.

<sup>2</sup>Engl. **T**humbnail. Im Gegensatz zu den DST's beinhalten die TMB's eine komprimierte Auswahl an Daten, um die Größe eines Ereignisses zu verringern.

<sup>3</sup>Die Treffer werden von den inneren Lagen zu den äußeren Lagen berücksichtigt.

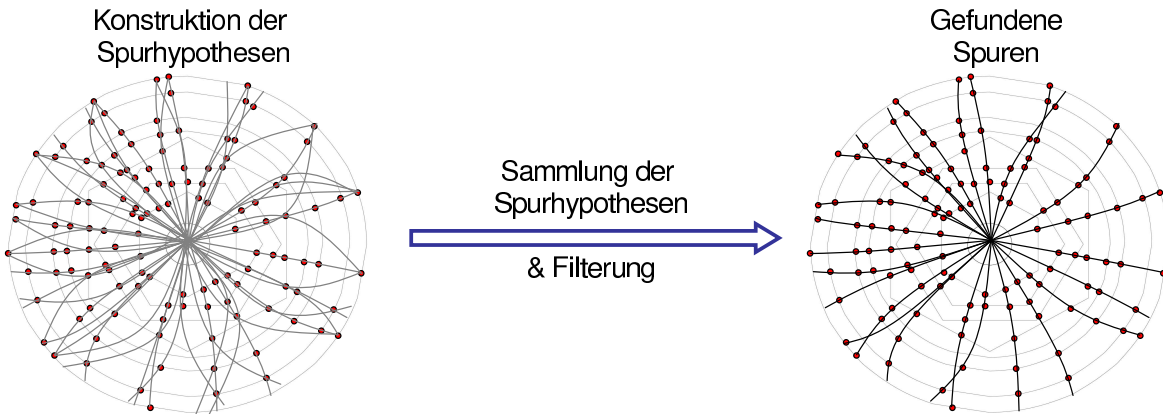


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der Spurrekonstruktion im AA-Algorithmus.

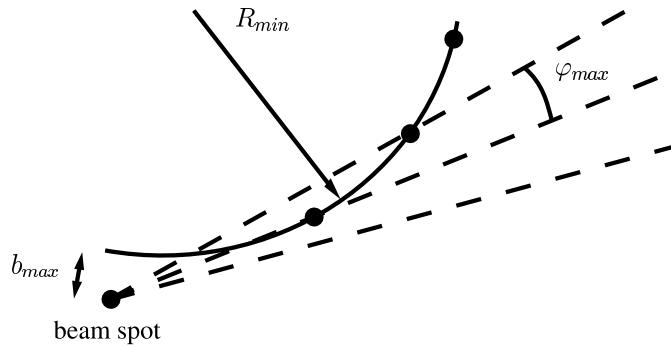


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung einer möglichen Spurhypothese. Die Parameter  $b_{max} = 5$  cm,  $R_{min} = 30$  cm und  $\varphi_{max} = 0.2$  rad definieren die Akzeptanz des AA-Algorithmus<sup>4</sup>.

für die die Bedingungen

$$b < b_{max} = 5 \text{ cm} \quad (4.1)$$

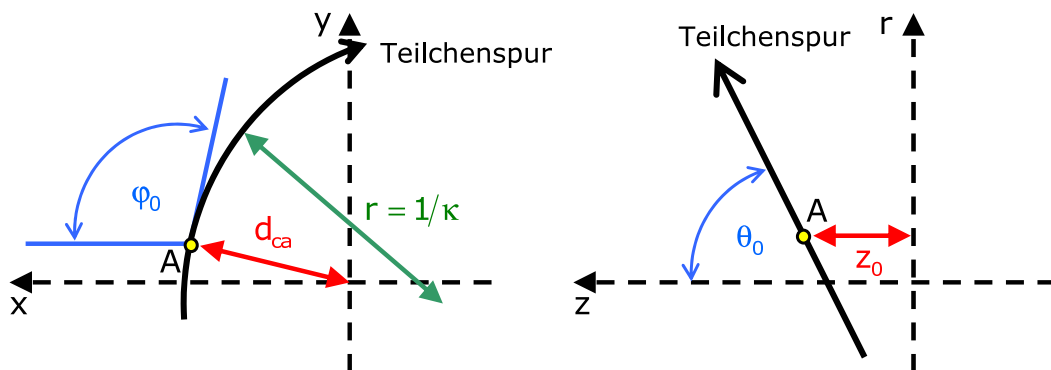
$$R > R_{min} = 30 \text{ cm} \quad (4.2)$$

$$\varphi < \varphi_{max} = 0,2 \text{ rad} \quad (4.3)$$

nicht erfüllt sind, werden verworfen. Anschließend werden Treffer entlang der Bahn der Spurhypothese innerhalb eines  $\Delta\phi$ -Fensters in den äußeren Lagen gesucht und der Spurhypothese zugeordnet. Falls kein Treffer vorhanden ist, wird ein *miss*<sup>4</sup> zugeordnet.

Nachdem alle Spurhypothesen erzeugt wurden, werden diese nach Anzahl der individuellen Treffer, mehrfach verwendete Treffer und *misses* sortiert. Die wahrscheinlichste Spurhypothese wird selektiert und alle ihr zugeordneten Treffer werden für die ande-

<sup>4</sup>Engl. für verpaßt.



**Abbildung 4.3:** Projektion einer Teilchenspur in die  $x$ - $y$ -Ebene (links) und in die  $r$ - $z$ -Ebene des  $DØ$ -Koordinatensystems. Eingezeichnet sind die fünf Spurparameter  $d_{ca}$ ,  $z_0$ ,  $\varphi_0$ ,  $\theta_0$  und  $\kappa$ . Zusätzlich ist der Punkt  $A$  markiert, an dem der Abstand zwischen Spur und Koordinatenursprung minimal ist.

ren Spurhypothesen nicht mehr verwendet. Anschließend wird diese Prozedur für die restlichen Spurhypothesen wiederholt.

In der letzten Stufe wird für die gefilterten Spurhypothesen die endgültige Spur über einen Kalman-Filter [54] unter Berücksichtigung des magnetischen Feldes, Mehrfachstreuung und Energieverlust eines Teilchens im Detektor [54] rekonstruiert. Die gefundenen Spuren können in guter Näherung durch eine Helix beschrieben werden, deren Achse in  $z$ -Richtung zeigt. In Abbildung 4.3 ist eine schematische Darstellung einer Spur dargestellt. Die linke Darstellung zeigt den Verlauf der Teilchenspur projiziert auf die  $x$ - $y$ -Ebene und die rechte Darstellung die Projektion auf die  $r$ - $z$ -Ebene. In drei Dimensionen wird die Helix durch die folgenden fünf Parameter beschrieben:

- Abstand  $d_{ca}$ <sup>5</sup>:  
Der Betrag des Spurparameters  $d_{ca}$  gibt den kürzesten Abstand des Spurbereiches in der  $x$ - $y$ -Ebene zum Koordinatenursprung an und entspricht der transversalen Komponente des Impaktparametervektors. Der entsprechend nächste Punkt der Teilchenspur zum Koordinatenursprung ist in Abbildung 4.3 mit  $A$  bezeichnet. Bilden der Vektor vom Koordinatenursprung zum Punkt  $A$  und die Flugrichtung des Teilchens im Punkt  $A$  ein rechtshändiges System, so ist  $d_{ca}$  positiv, ansonsten negativ.
- Koordinate  $z_0$ :  
Der Wert  $z_0$  entspricht der  $z$ -Koordinate des Punktes  $A$ , oder der longitudinalen Komponente des Impaktparametervektors.

<sup>5</sup>Engl. distance of closest approach.

- Azimutalwinkel  $\varphi_0$ :  
Der Winkel zwischen der  $x$ -Achse und der Tangente an den Spurkreis im Punkt  $A$  in der  $x$ - $y$ -Achse ist als  $\varphi_0$  definiert.
- Polarwinkel  $\theta_0$ :  
Der Polarwinkel  $\theta_0$  ist der Winkel zwischen der der Teilchenspur und der  $z$ -Achse. Anstelle des Polarwinkels  $\theta_0$  wird üblicherweise  $\tan \theta_0$  verwendet.
- Spurkrümmung  $\kappa$ :  
Die Spurkrümmung  $\kappa$  ist vorzeichenbehaftet. Sie ist mit dem Transversalimpuls  $p_T$  über

$$p_T[\text{GeV}/c] = q \cdot 0,29979 \cdot B_z[\text{T}] \cdot \frac{1}{\kappa[\text{m}^{-1}]} \quad (4.4)$$

verknüpft, mit dem in  $z$ -Richtung orientierten Magnetfeld  $B_z$  und der Ladung  $q$  in Einheiten der Elementarladung  $e$ .

Für jede Spur werden die fünf Helixparameter gespeichert.

## 4.1.2 Vertexrekonstruktion

Der Primärvertex (PV) wird aus den rekonstruierten Spuren und der innerhalb eines Datennahme gemittelten Strahlposition rekonstruiert. Die Strahlposition wird verwendet, um den Bereich des Wechselwirkungspunkts einzuschränken. Die Position des PV  $\vec{V}$  wird schließlich über die Minimierung der folgenden  $\chi^2$ -Funktion ermittelt[55]

$$\chi^2(\vec{V}) = \sum_a \sum_{\alpha,\beta=1,2} b_\alpha^a (S_\alpha^{-1})_{\alpha,\beta} b_\beta^a + \sum_i \frac{(V_i^{sp} - V_i)^2}{(\sigma_i^{sp})^2} \quad , \quad (4.5)$$

mit den 2-dimensionalen Impaktparametervektor  $\{b_1^a, b_2^a\} = \{b_T^a, b_L^a\}$  für die Spur mit dem Index  $a$ . Die Vektorkomponente  $b_T^a$  ist die transversale<sup>6</sup>, bzw  $b_L^a$  die longitudinale<sup>7</sup>, Projektion der Spurimpaktparameter der Spur  $a$  bezüglich des Primärvertex. Anstelle des Primärvertex wird der Koordinatenursprung verwendet, um die Spurimpaktparameter  $\{\epsilon_T^a, \epsilon_L^a\}$  der Spur  $a$  zu messen und die Kovarianzmatrix  $S_a$  zu berechnen. Die Größe  $V_i^{sp}$  beschreibt die Koordinaten der Strahlposition und  $\sigma_i^{sp}$  die Ausdehnung des Strahls in  $x$  und  $y$  Richtung.

Zunächst wird in Gleichung 4.5 über alle Spuren ( $N_{tr}$ ) summiert und das  $\chi^2(N_{tr})$  berechnet. Anschließend wird eine Spur aus der Summation entfernt und es wird die Differenz  $\Delta\chi^2 = \chi^2(N_{tr}) - \chi^2(N_{tr} - 1)$  gebildet. Falls diese Differenz einen größeren Wert hat als ein eingestellter Schwellenwert<sup>8</sup>, wird diese Spur nicht zur weiteren Anpassung des

<sup>6</sup>In der Ebene senkrecht zur Strahlrichtung.

<sup>7</sup>Parallel zur Strahlrichtung.

<sup>8</sup>In unserem Fall ist dieser Schwellenwert festgesetzt auf 9.



Primärvertex verwendet. Diese Prozedur nennt man *Tear Down*-Methode und wird für alle Spuren nacheinander durchgeführt. Der Fehler der transversalen Komponente des Impaktparametervektors einer Spur bezüglich des PV ergibt sich dann zu [55]

$$\sigma_T^2 = \begin{cases} (\sigma_T^{tr})^2 - (\sigma_T^{pv})^2 & \text{Spur nicht in der Anpassung von PV ,} \\ (\sigma_T^{tr})^2 + (\sigma_T^{pv})^2 & \text{ansonsten ,} \end{cases} \quad (4.6)$$

mit dem Fehler aus der Spuranpassung  $\sigma_T^{tr}$  und dem Fehler aus der Primärvertexanpassung  $\sigma_T^{pv}$ . Analog dazu wird auch der Fehler der longitudinalen Komponente des Impaktparametervektors  $\sigma_L$  berechnet.

Daraus ergeben sich die Impaktparametersignifikanzen ( $S_T$  und  $S_L$ ) zu

$$S_T = b_T / \sigma_T , \quad (4.7)$$

$$S_L = b_L / \sigma_L . \quad (4.8)$$

Der Vertex für eine gegebene Liste von Spuren wird über dieselbe Minimierungsfunktion 4.5 berechnet, wobei der zweite Term, der die Strahlposition berücksichtigt, weggelassen wird.

## 4.2 Myonrekonstruktion und -identifikation

Im Idealfall erfolgt die Myonidentifikation in zwei Schritten. Zunächst wird die Myonspur im Myondetektor rekonstruiert und anschließend wird nach einer passenden Spur im Spurdetektor gesucht.

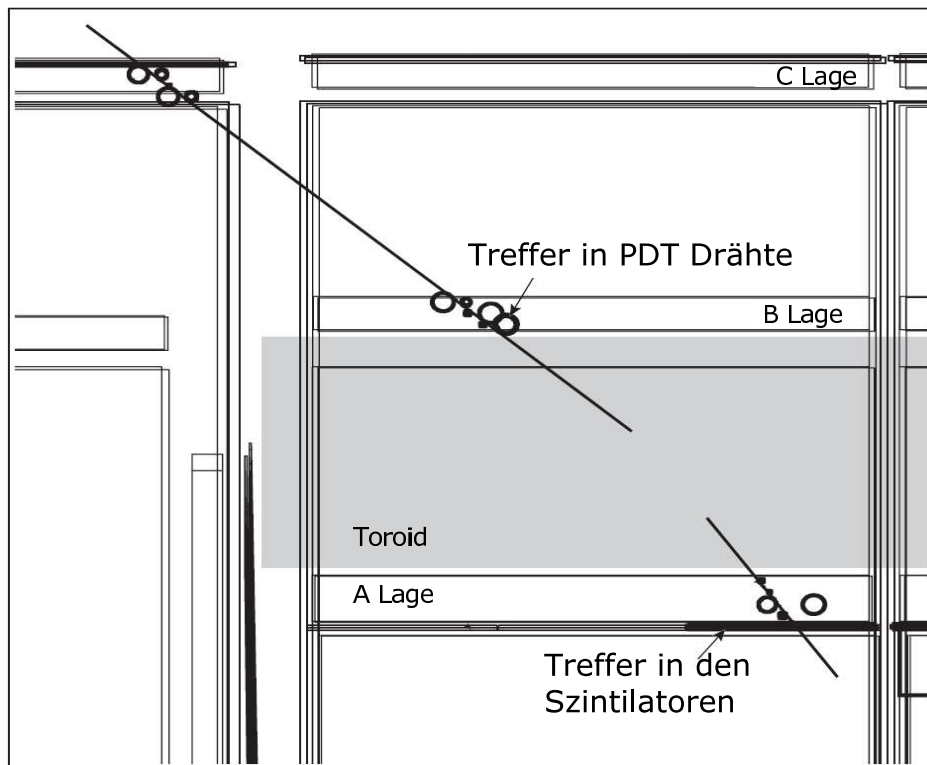
Wie in Abbildung 4.4 dargestellt, befinden sich die B- und C-Lage des Myonsystems außerhalb des Toroidmagneten und ermöglichen deshalb eine Anpassung einer geraden Spur an die vorhandenen Treffer in den Drahtkammern dieser beiden Lagen. Daraus erhält man eine Richtungsmessung durch die Kammern und eine Positionsbestimmung in der senkrecht zu den Drähten verlaufenden Ebene (Driftebene). Da die axiale Position<sup>9</sup> alleine mit den Drähten nur sehr schlecht gemessen werden kann, wird zusätzlich die Information der A-Lage mit der feineren Granularität der Szintillatoren berücksichtigt, indem die Spur an die gefundenen Treffer in den Szintillatoren und Drahtkammern der A-Lage zugeordnet wird. Unter Berücksichtigung der Ablenkung durch den Toroidmagneten und den Treffern in den einzelnen Lagen wird anschließend die Spur rekonstruiert. Aus der Spurkrümmung beim Durchgang durch den Toroidmagneten erhält man den Impuls des Myons. Eine auf diese Weise rekonstruierte Myonspur wird im Folgenden *lokale Myonspur* genannt.

Im letzten Schritt wird die *lokale Myonspur* einer Spur im zentralen Spurdetektor zugeordnet.

Zusätzlich ist es auch möglich das Kalorimeter zur Identifikation von Myonen zu verwenden, indem man die minimalionisierenden Eigenschaften der Myonen ausnutzt. Ein auf diese Weise identifiziertes Myon wird als *Kalorimeter-Myon* bezeichnet.

---

<sup>9</sup>Die Koordinate entlang der Drähte.

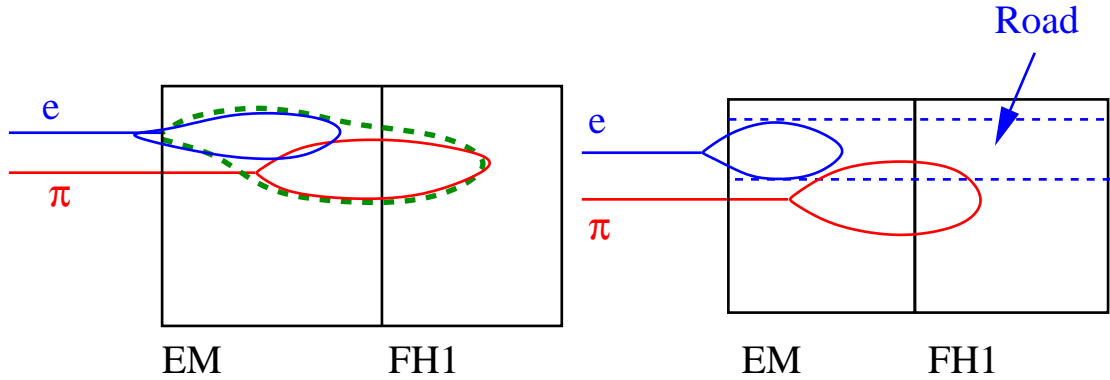


**Abbildung 4.4:** Rekonstruierte Myonspur mit assoziierten Treffern in den Drahtkammern und den Szintillatoren des Myon-Systems.

nseg	Myontyp
3	Zentrale Spur + lokale Myonspur
2	Zentrale Spur + nur Treffer in BC Lage
1	Zentrale Spur + nur Treffer in A Lage
0	Zentrale Spur + Kalorimeter-Myon
-1	nur Treffer in A Lage
-2	nur Treffer in BC Lage
-3	lokale Myonspur

**Tabelle 4.1:** Überblick und Definition der verschiedenen Myonentypen.

In Tabelle 4.1 ist die Klassifizierung der Myontypen durch die Variable *nseg* aufgelistet.



**Abbildung 4.5:** Ein elektromagnetischer Schauer und ein hadronischer Schauer überlappen im Kalorimeter. Im Vergleich zur direkten Kombination der Cluster (links) ist der Energieanteil des Pions innerhalb der Pfades (Road) reduziert (rechts).

### 4.3 Elektronidentifikation

Die bei dem DØ-Experiment standardmäßig verwendete Elektronrekonstruktion und -identifikation basiert auf der in Kalorimeterclustern deponierten Energie und nutzt dabei die charakteristische transversale und longitudinale Form von elektromagnetischen Schauern aus. Für hochenergetische, isolierte Elektronen, die z.B. aus W- oder Z-Zerfällen stammen, ist diese Methode sehr effizient. Sie versagt jedoch für Elektronen, die zu hadronischen Jets gehören, da die hadronischen und elektromagnetischen Schauer innerhalb eines kollimierten Jets überlappen.

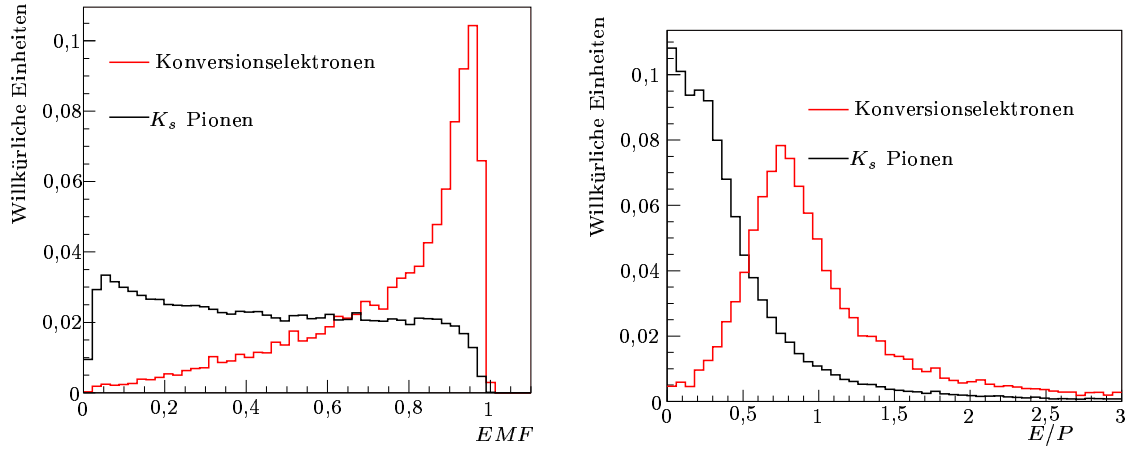
Für die Identifikation von Elektronen in hadronischen Jets wird deshalb eine alternative Methode, die so genannte *Road Method* [56], verwendet. Diese Methode macht sich die Granularität des Kalorimeters und die im Run II verbesserten Spurfundeigenschaften zu nutze, indem die rekonstruierten, geladenen Teilcentrajektorien in das Kalorimeter extrapoliert werden. Wie in Abbildung 4.5 gezeigt, werden für eine gegebene Spur nur die Energieanteile aufsummiert, die im Kalorimeter in einem engen Bereich (*Road*) entlang der Spurverlängerung deponiert wurden. Dadurch wird der Beitrag von benachbarten hadronischen Schauern reduziert und eine Unterscheidung zwischen Elektronen und Hadronen ist möglich.

Eine von mehreren nützlichen Variablen zur Unterscheidung ist der elektromagnetische Anteil EMF<sup>10</sup>

$$\text{EMF} = \frac{\sum_{i=1,2,3} E_{T,i}}{\sum_{i=1..n} E_{T,i}}, \quad (4.9)$$

wobei  $E_{T,i}$  die deponierte transversale Energie in der  $i$ -ten Lage des Kalorimeters ist. Die vierte Lage des elektromagnetischen Kalorimeters wird nicht verwendet, da elektromagnetisch wechselwirkende Teilchen im Allgemeinen den größten Teil ihrer Energie

<sup>10</sup>Engl. **E**lectromagnetic **F**raction.



**Abbildung 4.6:** Verteilungen von  $EMF$  (links) und  $\frac{E}{p}$  (rechts) für Konversionselektronen und Pionen aus dem  $K_s$ -Zerfall.

schon in den ersten drei Lagen abgeben. Eine weitere diskriminierende Variable liefert das Verhältnis aus gemessener Energie zum gemessenen Impuls

$$\frac{E}{p} = \frac{\sum_{i=1,2,3} E_{T,i}}{p_T(Spur)} . \quad (4.10)$$

Die Selektionskriterien für die Elektronen, welche in dieser Analyse verwendet werden, wurde aus Studien von Konversionselektronen und Pionen aus dem  $K_s$ -Zerfall gewonnen. Die Selektionskriterien werden für zwei unterschiedliche  $p_T$ -Bereiche formuliert, um eine konstante Pion-Unterdrückung zu erhalten. Für Elektronen mit einem transversalen Impuls  $p_T < 3,5$  GeV/c müssen unter anderem die Bedingung  $EMF > 0,8$  und  $0,55 < \frac{E}{p} < 1,0$  erfüllen. Elektronen mit einem  $p_T > 3,5$  GeV/c benötigen ein  $EMF > 0,7$  und  $0,5 < \frac{E}{p} < 1,1$ .

Zusätzliche Selektionskriterien und eine detailliertere Beschreibung der Studie werden in [57] gegeben.

## 4.4 Monte-Carlo-Simulation

Ein wichtiger Bestandteil einer Datenanalyse ist eine gute Monte-Carlo-Simulation der relevanten Ereignisse. Durch die Simulation eines physikalischen Prozesses und der dabei produzierten Teilchen können unter anderem Selektionskriterien optimiert, Signaleffizienzen bestimmt und Vorhersagen für die Anzahl von Untergrundereignissen gemacht werden.

Die Erzeugung von solchen Monte-Carlo Ereignissen geschieht in vier Schritten. Zuerst wird mit Hilfe von PYTHIA [58] der physikalische Prozess generiert, um dann eine zweistufige Simulation des Detektors durchzuführen. Als letzter Schritt folgt die Rekonstruktion der Ereignisse, die analog zur Datenrekonstruktion ist.

#### 4.4.1 Physiksimulation

Zur Generierung/Erzeugung simulierter Ereignisse werden sogenannte *Ereignisgeneratoren* verwendet. Am häufigsten wird bei DØ der PYTHIA-Ereignisgenerator verwendet, welcher auch bei diese Analyse eingesetzt wurde.

Mit dem PYTHIA-Generator können alle im Standardmodell enthaltenen Prozesse simulieren werden, die bei  $e^+e^-$ -,  $pp$ -,  $p\bar{p}$ - und  $ep$ -Kollisionen auftreten können. Darüber hinaus ist es auch möglich, ein breites Spektrum an Prozessen zu generieren, die auf Theorien basieren, welche über das Standardmodell hinausgehen. Alle für diese Analyse verwendeten Ereignisse wurden mit PYTHIA Version 6.104 generiert. Das dem Generator zugrundeliegende Fragmentationsmodell ist die String-Fragmentation [37], das vollständig in PYTHIA integriert ist.

Die Simulation einer  $p\bar{p}$ -Kollision startet mit jeweils einem Proton und Antiproton aus den kollidierenden Strahlen. Ein Parton aus jedem dieser zwei Teilchen beginnt dann einen Schauer (ISR<sup>11</sup>), der sich z.B. aus mehreren Prozessen der Form  $q \rightarrow qg$  zusammensetzt. Jeweils ein Parton aus diesen beiden Schauern nimmt dann am harten Streuprozess teil. Dieser harte Streuprozess hat in der Regel zwei einlaufende sowie zwei auslaufende Partonen. Die auslaufenden Partonen können ebenso wie die einlaufenden Partonen einen Schauer bilden (FSR<sup>12</sup>). Aufgrund der Eigenschaften der starken Wechselwirkung bilden auslaufende Quarks und Gluonen farbneutrale Hadronen, die dann ebenfalls wieder zerfallen können.

Jedoch würde die vollständige Simulation aller bei  $p\bar{p}$ -Kollision produzierbaren Ereignisse zuviel Zeit beanspruchen. Um den gewünschten Zerfall effizienter zu produzieren und die dafür benötigte Zeit zu reduzieren, werden auf Generatorebene die unerwünschten Ereignisse aussortiert. Über die PYTHIA-Konfigurationsdatei (*card-file*) wird die Teilchenproduktion gesteuert. Für den größten Teil der für diese Analyse produzierten Monte Carlo Datensätze wurde eine Einstellung gewählt, so dass bei jeder simulierten Kollision ein  $b\bar{b}$ -Quarkpaar erzeugt wird, das anschließend zwei  $B$ -Hadronen formt. Das Programmpaket EvtGen [59] läßt anschließend die Teilchen mit den gemessenen oder theoretisch vorhergesagten Zerfallswahrscheinlichkeiten zerfallen. Es bietet zudem die Möglichkeit die Zerfallswahrscheinlichkeiten (*user-decay-file*) einzustellen, um den gewünschten Zerfallsbaum zu erhalten. Schließlich werden die generierten Ereignisse mit Hilfe des DØmess<sup>13</sup> Programms [59] gefiltert. Dazu werden kinematische Selektionskriterien definiert (*dØmess-file*), die von den geforderten Teilchen erfüllt werden

---

<sup>11</sup>Engl. **I**nitial **S**tate **R**adiation.

<sup>12</sup>Engl. **F**inal **S**tate **R**adiation.

<sup>13</sup>Abkürzung für DØ **M**onte **C**arlo **E**vent **S**election **S**ystem.

müssen.

#### 4.4.2 Detektorsimulation

Die Ausgabe der Ereignisgenerierung durchläuft anschließend eine vollständige Simulation des DØDetektors. Die Detektorsimulation erfolgt mit den Programmpaketen DØgstar [60] und DØsim [61]. Das Programm DØgstar basiert auf der Programmbibliothek GEANT [62], die speziell dazu entwickelt wurde, um die Wechselwirkung der bei Hochenergiekollisionen entstehenden Teilchen mit dem Detektormaterial zu simulieren. Dabei wird eine möglichst genaue Modellierung der mikroskopischen Prozesse vorgenommen, die beim Durchgang eines Teilchens durch den Detektor auftreten. Ebenso wird der Zerfall von längerlebigen, erst im Detektor zerfallenden Teilchen simuliert. Aufgrund der vielen möglichen Wechselwirkungen der bei den Kollisionen erzeugten Teilchen mit dem Detektormaterial, benötigt dieser Schritt der Ereignissimulation die meiste Rechenzeit. Zu den modellierten Wechselwirkungen zählen unter anderem die Prozesse innerhalb des Siliziums, der szintillierenden Fasern oder in den Absorbern und dem aktiven Material des Kalorimeters. Ebenso werden Wechselwirkungen innerhalb der Magneten, der Kryostatwände und den Vorschauern berücksichtigt. Dadurch kann die Entwicklung von elektromagnetischen und hadronischen Schauern oder der Durchgang von Myonen durch den Detektor sehr genau beschrieben werden.

Die Aufgabe des Programmes DØsim ist es, den simulierten Physikprozessen noch Zero-Bias-Ereignisse zu überlagern, da bei jeder Kollision neben dem eventuell auftretenden harten Streuprozess noch eine von der Luminosität abhängige Anzahl niederenergetischer Wechselwirkungen stattfindet. Für die hier verwendeten Monte-Carlo-Ereignisse wird jeweils ein Zero-Bias-Ereignis überlagert. Außerdem wird Kalorimeter Pile-Up aus vorhergehenden Ereignissen überlagert und Rauschen im SMT, CFT und Kalorimeter hinzugefügt. Zusätzlich wird mit DØsim auch die Antwort der Elektronik auf die Signale des Detektors simuliert. Das Ausgabeformat von DØsim entspricht dem des realen Detektors. Somit erhält man einen Strom von simulierten Rohdaten, dessen Format identisch mit der echten Datenerfassung ist. Dadurch ist es möglich, die Monte-Carlo-Daten mit dem gleichen Rekonstruktionsprogramm DØreco zu rekonstruieren. Die Monte-Carlo-Signalereignisse sowie die Untergrundereignisse sind mit der Version p17.09.01 bzw. p17.09.03 der Rekonstruktionssoftware rekonstruiert.

## 5 Die Signalselektion für

$$B_s^0 \rightarrow D_s^- (\phi \pi^-) \mu^+ X$$

Das Ziel dieser Signalselektion ist die effiziente Filterung der Ereignisse mit dem Zerfall  $B_s^0 \rightarrow D_s^- (\phi \pi^-) \mu^+ X$  bei gleichzeitiger Reduktion aller Untergrundereignisse.

Insgesamt wurden  $1,3 \text{ fb}^{-1}$  an aufgezeichneten Daten für diese Analyse verwendet, die zwischen April 2002 und März 2006 vom DØ Detektor aufgezeichnet wurden. Da zumindest ein Myon im Ereignis benötigt wird, werden nur Ereignisse verwendet, bei denen ein Myon-Trigger angesprochen hat.

Zunächst wird eine einfache Vorselektion durchgeführt, um anschließend eine multivariate Likelihood Selektion zu verwenden, die im folgenden Kapitel beschrieben werden.

### 5.1 Vorselektion

Wie in der Abbildung 5.1 dargestellt, werden für die Rekonstruktion des Zerfalls  $B_s^0 \rightarrow D_s^- (\phi \pi^-) \mu^+ X$  ein Myon und drei geladene Spuren benötigt. Aus den Unterschieden der kinematischen Verteilungen für Signal und Untergrund werden Selektionsschnitte definiert, die im folgenden motiviert und beschrieben werden.

Zur Signalrekonstruktion und Selektion wird das BANA-Paket [63] verwendet.

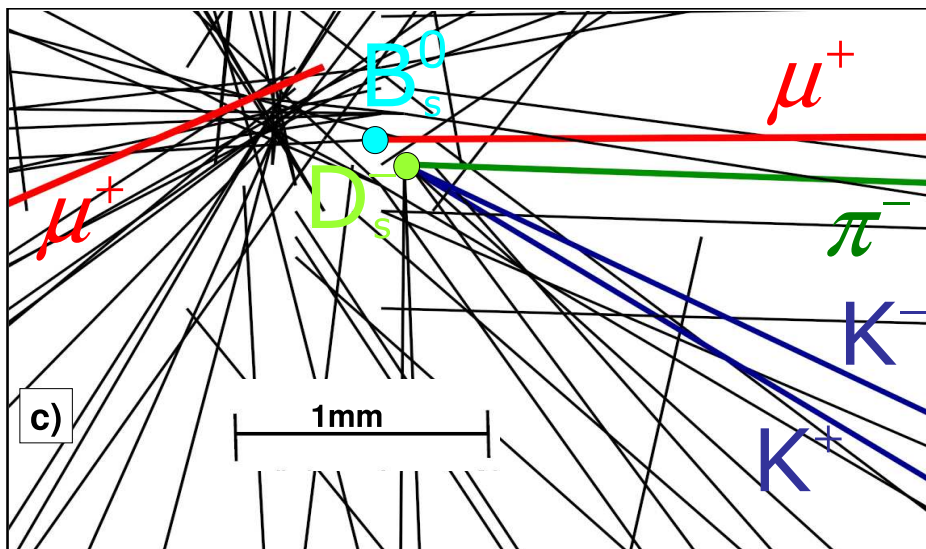
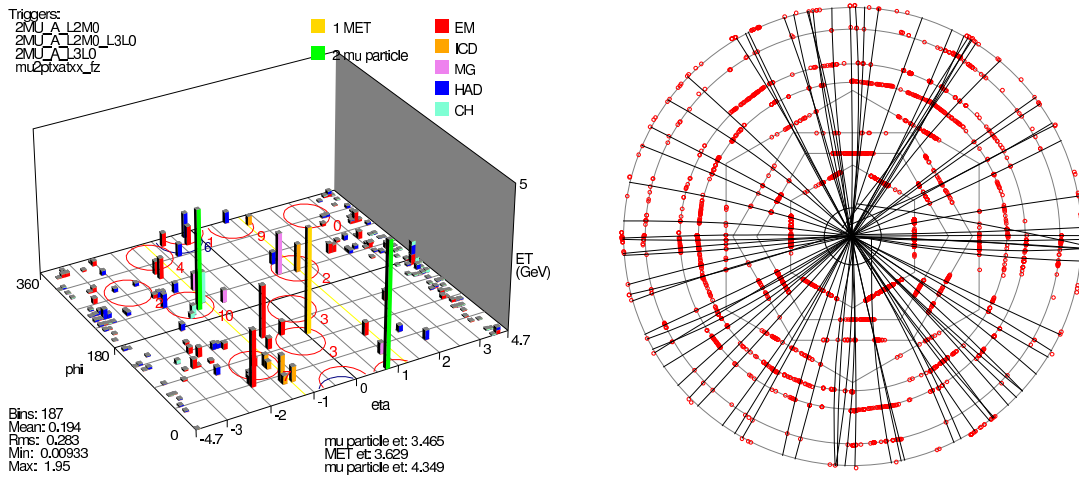
#### Myonselektion

Das Myon wird über die im Abschnitt 4.2 beschriebenen Methoden identifiziert. Von diesem Myon wird verlangt, dass zumindest ein Segment in den BC Lagen des Myonsystems<sup>1</sup> angesprochen hat und zu einer zentralen Spur passt ( $n_{\text{seg}} \geq 2$ ). Die zentrale Spur muss mindestens zwei Spurpunkte im SMT und zwei Spurpunkte im CFT haben. Durch die hohe Anzahl von Treffern in den Spurdetektoren wird gewährleistet, dass im Wesentlichen nur gut rekonstruierte Myonen zur weiteren Rekonstruktion verwendet werden. Zusätzlich wird vom Myon ein hoher transversaler Impuls  $p_T \geq 2 \text{ GeV}/c$  und ein hoher Gesamtimpuls  $p \geq 3 \text{ GeV}/c$  verlangt.

- $n_{\text{seg}} \geq 2$

---

<sup>1</sup>Oder das Myon passiert den Toroidmagneten.



**Abbildung 5.1:** Ein Ereignis aus Sicht des Detektors. Die oberen zwei Darstellungen zeigen eine Legodarstellung der Energiedepositionen in den Kalorimetern (links) und eine  $r - \varphi$ -Darstellung der Spurpunkte mit den daraus rekonstruierten Teilchenbahnen in den Spurdetektoren (rechts). Das Ereignis wurde am Sonntag den 15 September 2002 aufgenommen und zeigt einen  $B_s^0$ -Kandidaten, das in ein  $D_s^-$ -Meson und ein Myon zerfällt. Das  $D_s^-$ -Meson zerfällt dann weiter in zwei Kaonen und ein Pion. In Abbildung c) sind die rekonstruierten Spuren nahe dem Primärvertex aufgetragen, wobei die aus dem  $B_s^0$ -Zerfall resultierenden Spuren hervorgehoben sind. Zusätzlich enthält dieses Ereignis ein zweites Myon, das später zur Markierung des Anfangzustandes verwendet wird.



- $n\text{SMT} \geq 2$
- $n\text{CFT} \geq 2$
- $p_T(\mu) \geq 2,0 \text{ GeV}/c$
- $p(\mu) \geq 3,0 \text{ GeV}/c$

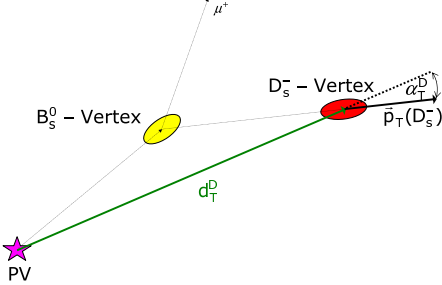
### Kaon- und Pionselektion

Unter Verwendung des DURHAM Algorithmus [64] werden alle Spuren in einem Ereignis in einem Teilchenbündel (Jet) geordnet. Aus dem Jet, in dem sich auch das selektierte Myon befindet, werden drei Spuren benötigt mit mindestens zwei Treffern im SMT sowie im CFT. Jede Kombination von drei Spuren wird berücksichtigt, sofern deren aufsummierte Ladung zusammen mit der Ladung des Myons gerade Null ergeben. Zwei der drei Spuren müssen unterschiedliche Ladung besitzen und werden als Kaonen ( $K_1$  und  $K_2$ ) ausgezeichnet. Die dritte Spur wird desweiteren als Pion ( $\pi$ ) verwendet. Da bei jedem Ereignis eine Vielzahl von Spuren erzeugt werden, führt dies zu einem riesigen kombinatorischen Untergrund. Im Gegensatz zu den Spuren aus einem  $D_s$ -Zerfall haben diese zufällig ausgewählten Spuren einen kleinen transversalen Impuls. Zur Reduktion des kombinatorischen Untergrundes wird deshalb verlangt, dass die zwei Kaonen und das Pion mindestens einen transversalen Impuls von  $0,7 \text{ GeV}/c$  besitzen.

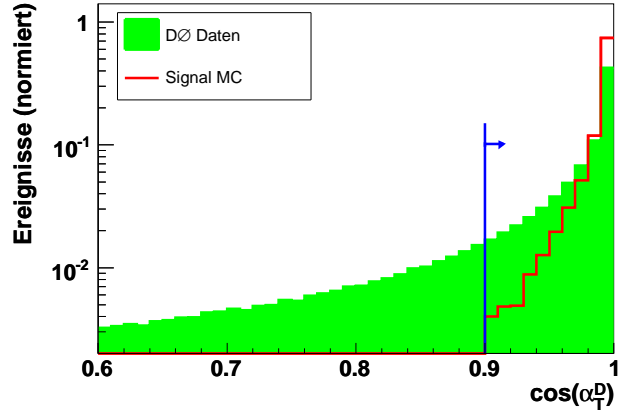
- $n\text{SMT} \geq 2$
- $n\text{CFT} \geq 2$
- $Q(K_1) = -Q(K_2)$
- $Q(K_1) + Q(K_2) + Q(\pi) = -Q(\mu)$
- $p_T \geq 0,7 \text{ GeV}/c$

Für jedes Teilchen wird aus den Spurparametern die transversale Komponente  $b_T$  und die longitudinale Komponente  $b_L$  des Impaktparametervektors bezüglich des Primärvertex und die dazu gehörigen Fehler ( $\sigma_T, \sigma_L$ ) berechnet. Spuren mit einer kleinen kombinierten Impaktparametersignifikanz  $b/\sigma_b = \sqrt{(b_T/\sigma_T)^2 + (b_L/\sigma_L)^2}$  werden demnach dem Primärvertex zugeordnet und tragen zum kombinatorischen Untergrund bei. Um diesen Beitrag zu reduzieren, wird verlangt, dass das Quadrat der kombinierten Impaktparametersignifikanz für mindestens eines der beiden Kaonen größer als 4 und für das Pion größer als 2 ist. Da die zwei Kaonen aus einem  $\phi$  stammen, wird verlangt, dass die invariante Masse beider Kaonen innerhalb eines Fensters um die  $\phi$ -Masse<sup>2</sup> liegt.

<sup>2</sup>Die  $\phi$ -Masse beträgt:  $M(\phi) = 1,020 \text{ GeV}/c^2$  [2].



**Abbildung 5.2:** Schematische Darstellung des Abstandes  $d_T^D$ , dem Winkel  $\alpha_T^D$  und der Vertizes in der transversalen Ebene für einen  $B_s^0$ -Zerfall.



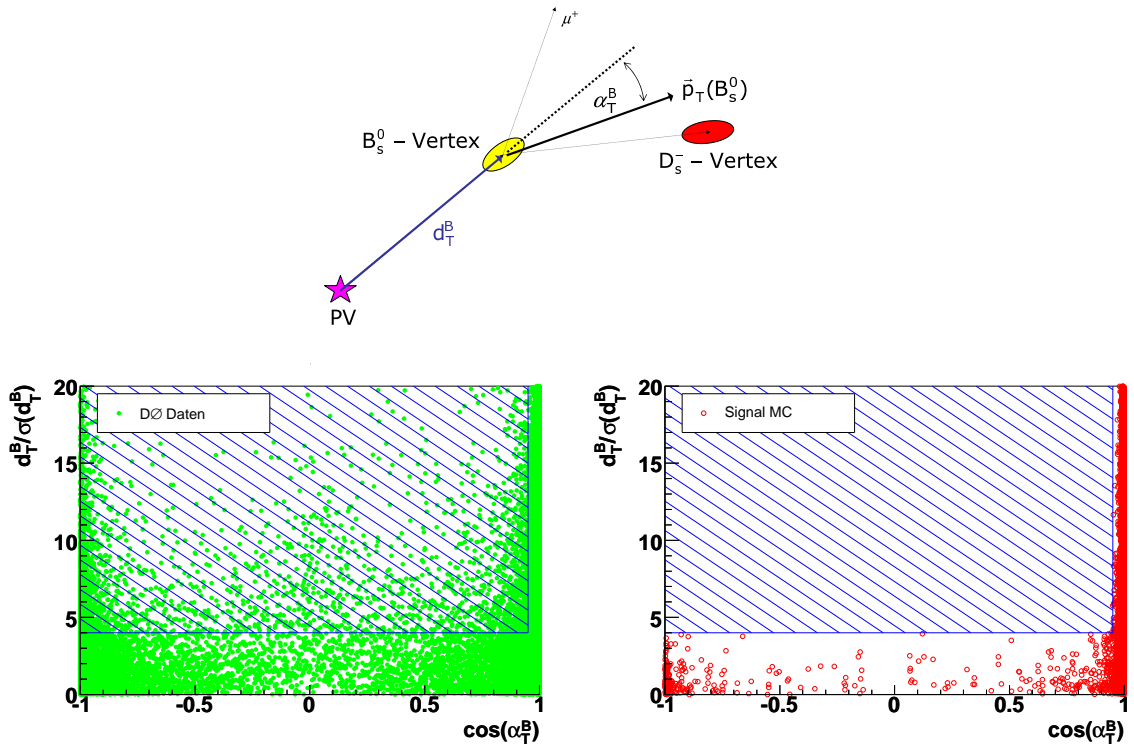
**Abbildung 5.3:** Normierte  $\cos(\alpha_T^D)$ -Verteilung für Daten und Signal MC. Zur besseren Darstellung ist nur der Bereich  $0.6 \leq \cos(\alpha_T^D) \leq 1$  gezeigt, in dem sich die Signalkandidaten befinden. Nur Kandidaten mit  $\cos(\alpha_T^D) > 0,9$  werden weiter verwendet.

- $(b/\sigma_b)^2 > 4$  (für eines der beiden Kaonen)
- $(b/\sigma_b)^2 > 2$  (für das Pion)
- $1,004 \text{ GeV}/c^2 < M(K_1 K_2) < 1,034 \text{ GeV}/c^2$

### **$D_s$ -Selektion**

Die zwei Kaonen und das Pion werden anschließend zu einem  $D_s^-$ -Kandidaten kombiniert, dessen Gesamtimpuls  $p(D_s^-)$  größer als  $2,5 \text{ GeV}/c$  sein muss. Es werden nur  $D_s$ -Kandidaten akzeptiert, bei denen die Vertexanpassung ein  $\chi^2$  kleiner als 16 liefert. Durch die relativ lange Lebensdauer des  $D_s^-$ -Mesons ( $(490 \pm 9) \text{ fs}$  [2]) kann ein Teil des kombinatorischen Untergrundes unterdrückt werden, indem die transversale Zerfallslängensignifikanz  $d_T^D/\sigma(d_T^D)$  als diskriminierende Variable verwendet wird.  $d_T^D$  ist der Abstand zwischen dem Wechselwirkungspunkt und dem  $D_s^-$ -Vertex in der transversalen Ebene und  $\sigma(d_T^D)$  der dazugehörige Fehler. Die transversale Zerfallslängensignifikanz hat eine bessere diskriminierende Wirkung als die transversale Zerfallslänge selbst, da ein schlecht rekonstruierter Vertex (hoher  $\sigma(d_T^D)$ ) eine große transversale Zerfallslänge generieren kann. Für die  $D_s^-$ -Kandidaten wird eine transversale Zerfallslängensignifikanz größer als 4 verlangt.

Bei den Protonen-Antiprotonen Kollisionen am Tevatron erhalten die erzeugten  $B$ -Mesonen einen hohen Impuls, der auf die Zerfallsprodukte übertragen wird und zu einem kleinen Winkel zwischen den Zerfallsprodukten führt. Dies wird ausgenutzt, indem verlangt wird, dass der Kosinus des Winkel  $\alpha_T^D$  zwischen dem transversalen Impuls des



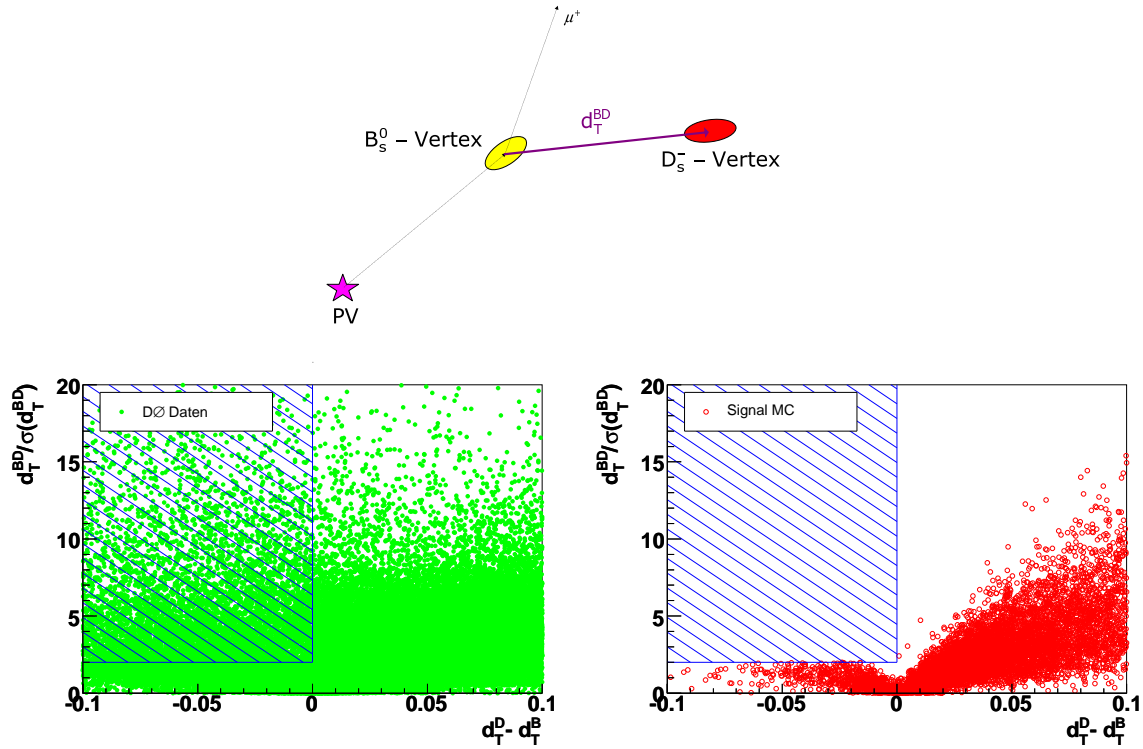
**Abbildung 5.4:** Schematische Darstellung des Abstandes  $d_T^B$ , dem Winkel  $\alpha_T^B$  und der Vertizes in der transversalen Ebene für einen  $B_s^0$ -Zerfall. Die Variable  $d_T^B / \sigma(d_T^B)$  ist gegen  $\cos(\alpha_T^B)$  für Daten und Signal MC aufgetragen. Alle Kandidaten innerhalb des blauen schraffierten Bereichs werden nicht weiter verwendet.

$D_s^-$ -Kandidaten und der Richtung vom Primärvertex zum  $D_s^-$ -Vertex in der  $xy$ -Ebene größer als 0,9 ist. Der Abstand  $d_T^D$ , der Winkel  $\alpha_T^D$  und die Verteilung des Winkels für Daten und Signal MC sind in Abbildung 5.2 schematisch dargestellt.

- $p(D_s^-) \geq 2,5 \text{ GeV}/c$
- $\chi^2(D_s^-) < 16$
- $d_T^D / \sigma(d_T^D) > 4$
- $\cos(\alpha_T^D) > 0,9$

### $B_s$ -Selektion

Schließlich wird das Myon mit dem  $D_s^-$ -Kandidaten zu einem  $B_s^0$ -Kandidaten kombiniert, dessen Gesamtimpuls  $p(B_s^0)$  größer als  $7 \text{ GeV}/c$  sein muss und die Vertexanpassung muss ein  $\chi^2$  kleiner 9 liefern. Das Myon muss außerdem einen transversalen Impuls relativ zum  $D_s^-$ -Kandidaten  $p_T^{rel}(\mu) = \frac{\vec{p}_T(\mu) \cdot \vec{p}_T(D_s^-)}{|\vec{p}_T(D_s^-)|} \geq 0,7 \text{ GeV}/c$  besitzen.



**Abbildung 5.5:** Schematische Darstellung des Abstandes  $d_T^{BD}$  und der Vertices in der transversalen Ebene für einen  $B_s^0$ -Zerfall. In den unteren beiden Histogrammen ist die Variable  $d_T^{BD}/\sigma(d_T^{BD})$  gegen  $d_T^D - d_T^B$  für Daten (links) und Signal MC (rechts) aufgetragen. Alle Kandidaten innerhalb des blauen schraffierten Bereichs werden aussortiert.

Analog zum  $\alpha_T^D$  ist  $\alpha_T^B$  definiert als der Winkel zwischen dem transversalen Impuls des  $B_s^0$ -Kandidaten und der Richtung vom Primärvertex zum  $B_s^0$ -Vertex in der  $xy$ -Ebene. Der Abstand zwischen dem Wechselwirkungspunkt und dem  $B_s^0$ -Vertex in der transversalen Ebene wird mit  $d_T^B$  und der Fehler des Abstandes mit  $\sigma(d_T^B)$  bezeichnet. Eine geometrische Beschreibung des Winkels  $\alpha_T^B$  und des Abstandes  $d_T^B$  sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Im Gegensatz zu den  $D_s^-$ -Kandidaten wird für die  $B_s^0$ -Kandidaten eine abgeschwächte Einschränkung gewählt, um ein systematisches Aussortieren von Kandidaten mit kleinen Fluglängen zu vermeiden. Ein  $B_s^0$ -Kandidat wird akzeptiert, wenn der Kosinus des Winkels  $\alpha_T^B$  größer als 0,95 ist oder die transversale Zerfallslängensignifikanz  $d_T^B/\sigma(d_T^B)$  kleiner ist als 4. In Abbildung 5.4 ist der Kosinus des Winkels  $\alpha_T^B$  gegen die transversale Zerfallslängensignifikanz  $d_T^B/\sigma(d_T^B)$  für Datenereignisse und Signalereignisse aufgetragen. Alle Kandidaten innerhalb des schraffierten Bereichs werden verworfen.

Da der  $D_s^-$ -Kandidat aus dem  $B_s^0$ -Kandidaten stammt, sollte für gut trennbare Vertices der  $D_s^-$ -Vertex weiter vom Primärvertex entfernt sein als der  $B_s^0$ -Vertex. Bei einer transversalen Zerfallslängensignifikanz  $d_T^{BD}/\sigma(d_T^{BD})$  größer als 4 gelten die beiden Ver-

tizes als gut trennbar. Der Abstand  $d_T^{BD}$  der beiden Vertizes ist in Abbildung 5.5 schematisch dargestellt. Der dazugehörige Fehler wird mit  $\sigma(d_T^{BD})$  bezeichnet. In Abbildung 5.5 ist der Abstand zwischen  $D_s^-$ -Vertex und  $B_s^0$ -Vertex gegen die transversale Zerfallslängensignifikanz  $d_T^{BD}/\sigma(d_T^{BD})$  für Datenereignisse und Signalereignisse aufgetragen. Alle Kandidaten innerhalb des schraffierten Bereichs werden verworfen. Zudem muss die invariante Masse der  $B_s^0$ -Kandidaten innerhalb des Massenfensters  $2,6 \text{ GeV}/c^2 < M(D_s^- \mu^+) < 5,4 \text{ GeV}/c^2$  liegen.

- $p_T^{rel}(\mu) \geq 0,7 \text{ GeV}/c$
- $p(B_s^0) \geq 7,0 \text{ GeV}/c$
- $\chi^2(B_s) < 16$
- $d_T^B/\sigma(d_T^B) < 4$  oder  $\cos \alpha_T^B > 0,95$
- $d_T^{BD}/\sigma(d_T^{BD}) < 4$  oder  $d_T^B < d_T^D$
- $2,6 \text{ GeV}/c^2 < M(D_s^- \mu^+) < 5,4 \text{ GeV}/c^2$

## 5.2 Likelihood-Selektion

Durch das bei dem untersuchten semileptonischen  $B_s^0$ -Zerfall entstehende nichtdetektierbare Neutrino, kann der Impuls und somit auch die invariante Masse des ursprünglichen  $B_s$ -Mesons nicht mehr komplett rekonstruiert werden. Die Signalkandidaten können somit nur über die invariante  $(KK)\pi^-$ -Masse mit der richtigen Ladungskombination ( $Q_\mu \cdot Q_\pi < 0$ ) identifiziert werden. In Abbildung 5.8 ist das  $KK\pi$ -Massenspektrum nach der beschriebenen Vorselektion dargestellt. Wegen des niedrigen relativen Signalanteils  $S/(S+U) = 0,31$  wird zusätzlich nach der Vorselektion eine Likelihood-Selektion durchgeführt. Für diese Methode wird aus einem Satz von ausgewählten diskriminierenden Variablen  $x_1, \dots, x_n$  die Variable  $y$  konstruiert.

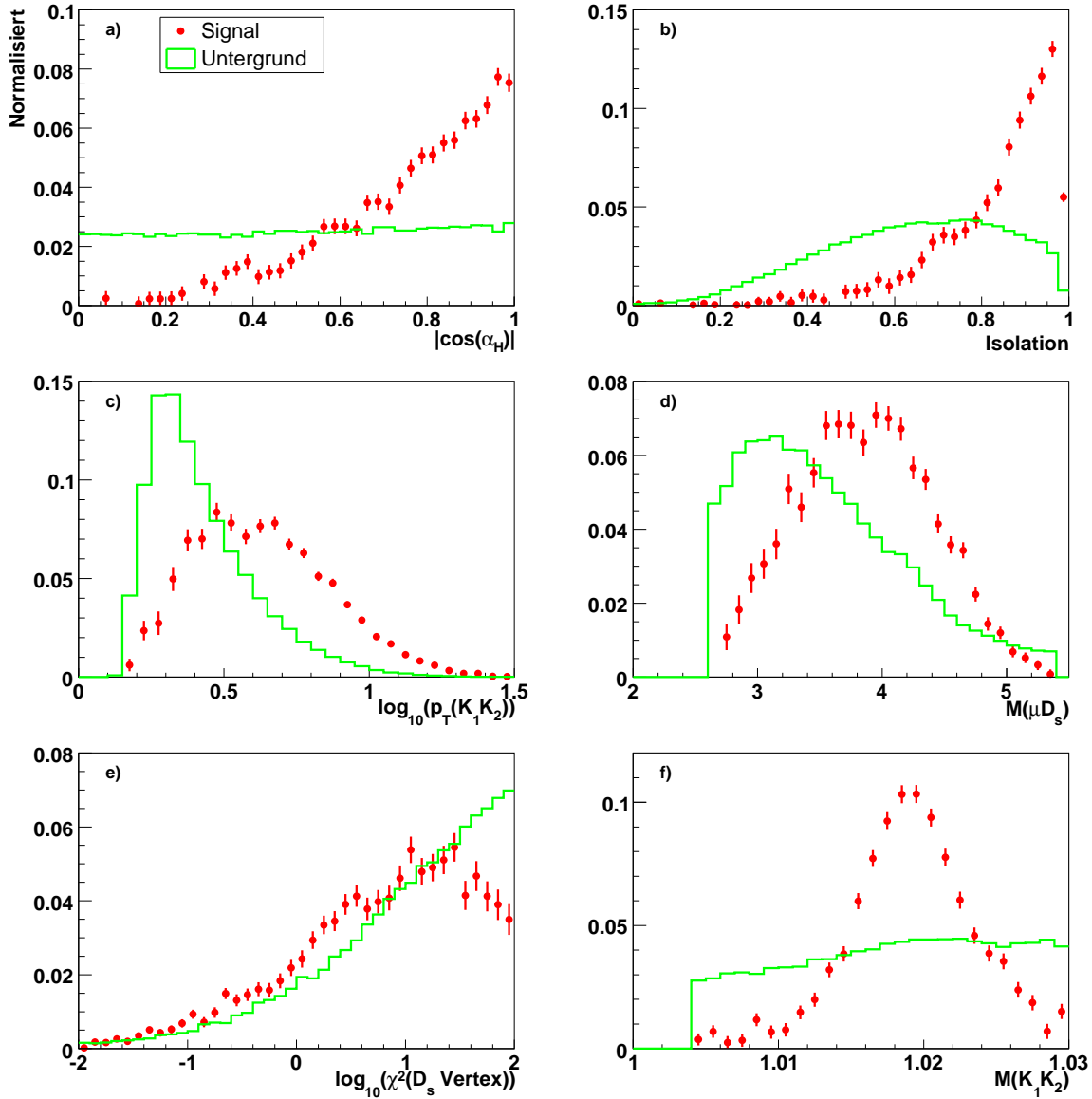
Für jede Variable  $x_i$  wird eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für Signal  $f^s(x_i)$  und Untergrund  $f^b(x_i)$  gemessen, aus denen dann die Variable  $y$  für jedes Ereignis folgendermaßen definiert wird

$$y = \prod_{i=1}^n y_i \text{ mit } y_i = \frac{f^b(x_i)}{f^s(x_i)}. \quad (5.1)$$

Falls die Variable  $x_i$  für ein Ereignis nicht definiert ist, wird  $y_i = 1$  gesetzt.

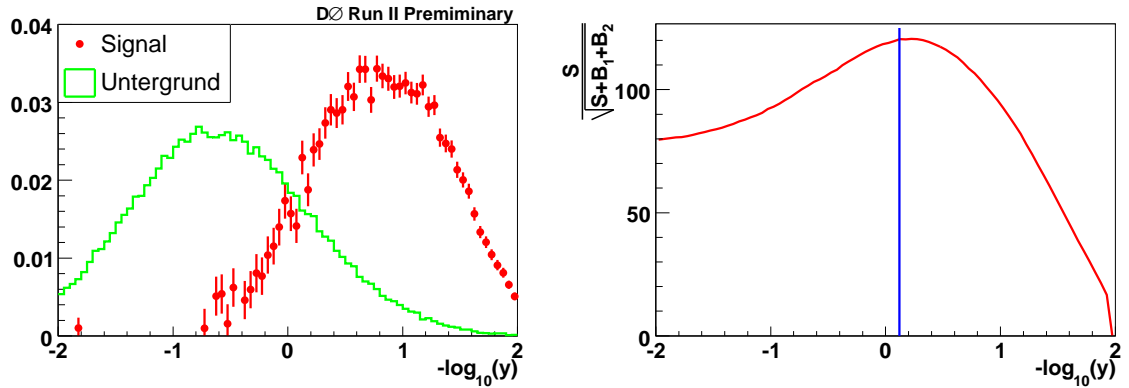
Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen wurden aus den gemessenen Daten selbst gemessen. Dazu wurden drei Massenfenster  $B_1$ ,  $B_2$  und  $S$  folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned} B_1 & : 1.75 \text{ GeV}/c^2 < M(D_s^-) < 1.79 \text{ GeV}/c^2 , \\ B_2 & : 2.13 \text{ GeV}/c^2 < M(D_s^-) < 2.17 \text{ GeV}/c^2 , \\ S & : 1.92 \text{ GeV}/c^2 < M(D_s^-) < 2.00 \text{ GeV}/c^2 . \end{aligned}$$



**Abbildung 5.6:** Normierte Verteilungen für die sechs verwendeten Variablen: (a) Helizitätswinkel  $\alpha_H$ , (b) Isolation, (c)  $p_T(K_1 K_2)$ , (d)  $M(\mu^+ D_s^-)$ , (e)  $\chi^2$  von  $D_s^-$ -Vertex, (f)  $M(K_1 K_2)$  für Signal (rote Punkte) und Untergrund (grünes Histogramm).

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für den Untergrund wird dann für jede Variable aus den  $D_s$ -Kandidaten bestimmt, deren Masse innerhalb der Massenfenster  $B_1$  oder  $B_2$  liegen. Analog ermittelt man die Verteilungen für die einzelnen Variablen innerhalb des Signalbandes  $S$ , von denen die Untergrundverteilungen subtrahiert werden, um schließlich die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für das Signal zu erhalten. Durch diese Methode verliert man die Informationen über die Korrelationen der einzelnen



**Abbildung 5.7:** Normierte  $-\log_{10}(y)$ -Verteilungen für Signal (rote Punkte) und Untergrund (grünes Histogramm). Der Zweite Graph zeigt das  $\frac{S}{\sqrt{S+B_1+B_2}}$  Verhältnis in Abhängigkeit des  $-\log_{10}(y)$ -Schnitts. Die blaue Linie bei  $-\log_{10}(y) = 0,12$  markiert den finalen Schnitt.

Variablen zueinander. Damit das nicht zu einem systematischen Fehler führt, wird ein kleiner Satz von möglichst unkorrelierten Variablen zur Konstruktion von  $y$  verwendet. Die folgenden Variablen erfüllen die Voraussetzungen und werden verwendet:

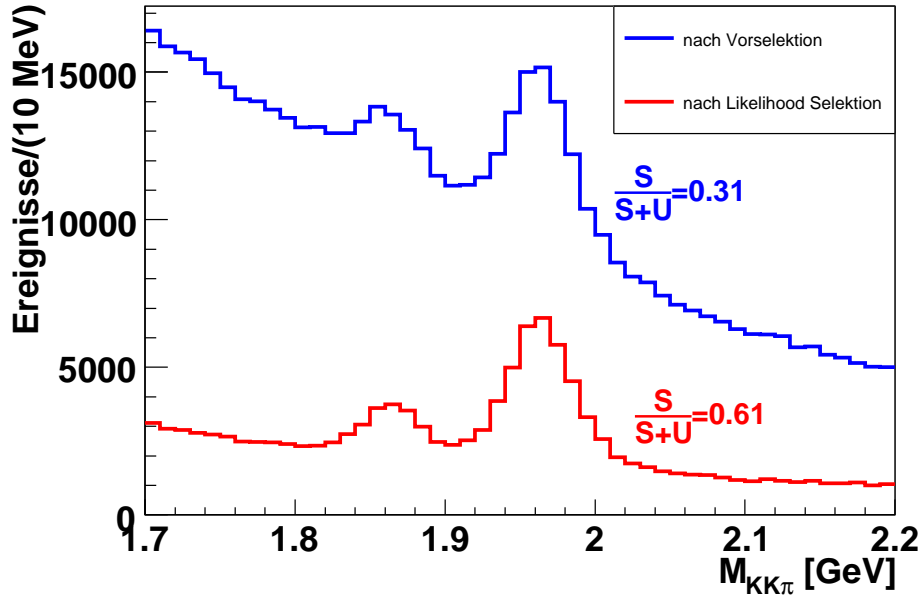
- Der Helizitätswinkel  $\alpha_H$  ist der Winkel zwischen dem Impuls des  $D_s^-$ -Kandidaten  $\vec{p}(D_s^-)$  und dem Kaonimpuls  $\vec{p}(K_1)$  im  $K_1K_2$ -Ruhesystem.
- Die Isolation wird folgendermaßen berechnet:

$$\text{Iso} = p^{\text{tot}}(\mu^+ D_s^-) / (p^{\text{tot}}(\mu^+ D_s^-) + \sum p_i^{\text{tot}}) . \quad (5.2)$$

Die Summe  $\sum p_i^{\text{tot}}$  wird dabei aus allen nicht selektierten geladenen Spuren<sup>3</sup> berechnet, die sich innerhalb eines Kegels  $\sqrt{(\Delta\varphi)^2 + (\Delta\eta)^2} < 0.5$  um die  $\mu^+ D_s^-$ -Richtung befinden. Für  $b$ -Hadronen sollte die Isolation groß sein.

- Der transversale  $K_1K_2$ -Impuls  $p_T(K_1K_2)$
- Die Invariante Masse  $M(\mu^+ D_s^-)$
- Das  $\chi^2$  der  $D_s^-$ -Vertex Anpassung
- Die Invariante Masse  $M(K_1K_2)$

<sup>3</sup>Alle Spuren außer  $\mu^+$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  und  $\pi^-$  werden verwendet.



**Abbildung 5.8:**  $D_s^-$ -Massenverteilung für den vollen Datensatz nach der Vorselektion und der anschließenden Likelihood Selektion.

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für die verwendeten Variablen sind in Abbildung 5.6 dargestellt. Der negative Logarithmus der kombinierten Variablen  $-\log_{10} y$  für Untergrund und Signal ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Für

$$-\log_{10}(y) > 0,12 \quad (5.3)$$

wird das Verhältnis  $S/\sqrt{S+B_1+B_2}$  maximal. In Abbildung 5.8 ist das  $KK\pi$ -Massenspektrum nach der beschriebenen Likelihood Selektion dargestellt.

Eine Zusammenfassung aller Selektionsschnitte und die dazugehörigen Rekonstruktionseffizienzen sind in Tabelle 5.1 aufgelistet.



Schnitte	selektierte Ereignisse	Daten- reduktion	Signal- effizienz
nach Trigger	620094845	100%	-
Myonselektion	591081625	95,3%	100%
nseg $\geq 2$ nSMT $\geq 2$ , nCFT $\geq 2$ $p(\mu) \geq 3 \text{ GeV}/c$ $p_T(\mu) \geq 2 \text{ GeV}/c$			
Kaonselektion Kaon 1 ( $K_1$ )	580371110	93,6%	99,2%
nSMT $\geq 2$ , nCFT $\geq 2$ $p_T(K_1) \geq 2 \text{ GeV}/c$ $K_1$ und $\mu$ im selben Jet			
Kaonselektion Kaon 2 ( $K_2$ )	449201273	72,4%	89,7%
nSMT $\geq 2$ , nCFT $\geq 2$ $p_T(K_2) \geq 2 \text{ GeV}/c$ $K_2$ und $\mu$ im selben Jet $Q(K_1) = -Q(K_2)$ $(b/\sigma_b)^2 > 4$ für ein Kaon (*)			
Pionselektion ( $\pi$ )	393760345	63,5%	83,5%
nSMT $\geq 2$ , nCFT $\geq 2$ $p_T(\pi) \geq 2 \text{ GeV}/c$ $\pi$ und $\mu$ im selben Jet $(b/\sigma_b)^2 > 2$ (*)			
$\phi$ -Selektion	35647197	5,75%	41,7%
$1,004 \text{ GeV}/c^2 \leq M(K_1 K_2) \leq 1,034 \text{ GeV}/c^2$			
$D_s$ -Selektion	4910234	0,79%	27,0%
$d_T^D/\sigma(d_T^D) > 4$ (*) $p_T(D_s) \geq 2,5 \text{ GeV}/c$ , $\chi^2 \leq 16$ (*) $\cos(\alpha_T^D) > 0,9$ (*)			
$B_s$ -Selektion	1970705	0,32%	22,9%
$p(B_s) \geq 7,0 \text{ GeV}/c$ , $p_T^{rel}(\mu) \geq 0,7 \text{ GeV}/c$ , $\chi^2 \leq 9$ (*) $2,6 \text{ GeV}/c^2 \leq M(K_1 K_2 \pi \mu) \leq 5,4 \text{ GeV}/c^2$ $d_T^B/\sigma(d_T^B) < 4$ oder $\cos \alpha_T^B > 0,95$ (*) $d_T^{BD}/\sigma(d_T^{BD}) < 4$ oder $d_T^B < d_T^D$ (*)			
Finale Schnitte	123344	0,0199%	19,1%
$1,7 \text{ GeV}/c^2 \leq M(K_1 K_2 \pi) \leq 2,2 \text{ GeV}/c^2$ $-\log_{10} y > 0,12$ $Q(\pi) \cdot Q(\mu) < 0$			

**Tabelle 5.1:** Zusammenfassung der Selektionskriterien für den Zerfalls  $B_s^0 \rightarrow D_s^- \mu^+ X$ . Alle mit (\*) markierten Schnitte können einen systematischen Fehler erzeugen bei der Messung der Eigenzeit und werden im Weiteren als Lebensdauerschnitte bezeichnet.

### 5.3 Das $KK\pi$ -Massenspektrum

Den Signalanteil nach der Selektion erhält man aus dem  $KK\pi$ -Massenspektrum. Dazu werden die möglichen Signal- bzw. Untergrundanteile in Abhängigkeit von der Zerfallslänge an das Spektrum angepasst.

Zur Parametrisierung der  $KK\pi$ -Massenverteilung werden die folgenden Anteile berücksichtigt:

- $D_s$ -Kandidaten bei einer Masse  $M(KK\pi) = 1,9615 \text{ GeV}/c^2$  [2]
- $D^\pm$ -Kandidaten<sup>4</sup> bei einer Masse  $M(KK\pi) = 1,8648 \text{ GeV}/c^2$  [2]
- Reflexion<sup>5</sup> von  $D^- \rightarrow K\pi\pi^-$
- Kombinatorischer Untergrund

Zur Beschreibung der  $D_s$ -Kandidaten werden aus phänomenologischen Gründen zwei Gaußfunktionen addiert

$$S_{D_s}(m) = N_{D_s} \cdot \left( \frac{f_1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \cdot e^{-\frac{(m-\bar{m})^2}{2\sigma_1^2}} + \frac{1-f_1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \cdot e^{-\frac{(m-\bar{m})^2}{2\sigma_2^2}} \right), \quad (5.4)$$

mit der Anzahl der  $D_s$ -Kandidaten  $N_{D_s}$ , des Anteils der ersten Gaußfunktion  $f_1$ , der  $D_s$ -Masse  $\bar{m} = 1,9615 \text{ GeV}/c^2$  [2] und den Massenauflösungen  $\sigma_1$  bzw.  $\sigma_2$ .

Für die  $D^\pm$ -Kandidaten reicht eine Gaußfunktion zur Beschreibung aus

$$S_{D^-}(m) = \frac{N_{D^-}}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} \cdot e^{-\frac{(m-\bar{m}_2)^2}{2\sigma_3^2}}, \quad (5.5)$$

mit der Anzahl der  $D^-$ -Kandidaten  $N_{D^-}$ , der  $D^-$ -Masse  $\bar{m}_2 = 1,8648 \text{ GeV}/c^2$  [2] und der Massenauflösung  $\sigma_3$ .

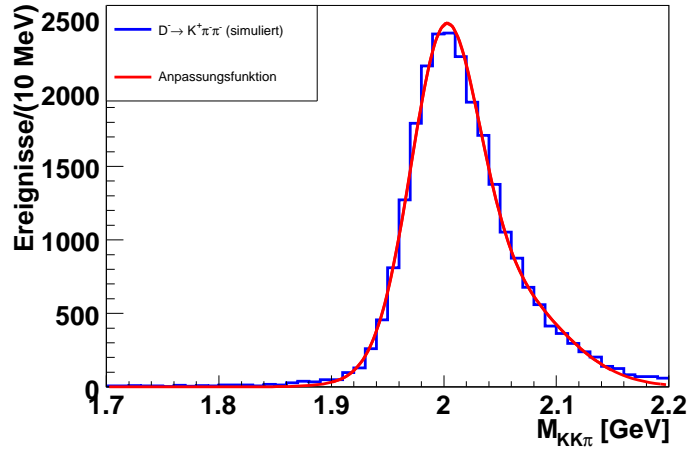
In Abbildung 5.9 ist die Reflexion durch den Zerfall  $D^\pm \rightarrow K\pi\pi^\pm$  dargestellt. Die Verteilung wird durch zwei Gaußfunktionen beschrieben

$$R(m) = N_{refl} \cdot \left( \frac{f_2}{\sqrt{2\pi}\sigma_4} \cdot e^{-\frac{(m-\bar{m}_4)^2}{2\sigma_4^2}} + \frac{1-f_2}{\sqrt{2\pi}\sigma_5} \cdot e^{-\frac{(m-\bar{m}_5)^2}{2\sigma_5^2}} \right), \quad (5.6)$$

mit der Anzahl der Kandidaten  $N_{refl}$ , dem Anteil der ersten Gaußfunktion  $f_2 = 0,60 \pm 0,02$ , den mittleren Massen  $\bar{m}_4 = 1,9998 \pm 0,0006 \text{ GeV}/c^2$  und  $\bar{m}_5 = (2,04 \pm 0,003) \text{ GeV}/c^2$  und den Massenauflösungen  $\sigma_4 = (0,0297 \pm 0,0006) \text{ GeV}/c^2$  und  $\sigma_5 = (0,055 \pm 0,001) \text{ GeV}/c^2$ . Die Form der Verteilung wird im Folgenden festgehalten, d.h.

<sup>4</sup>Der Zerfall  $D^- \rightarrow \phi(KK)\pi^-$  ist Cabibbo-unterdrückt, was aber durch die große Anzahl von produzierten  $D^-$ -Mesonen relativ zu  $D_s^-$ -Mesonen nahezu ausgeglichen wird.

<sup>5</sup>Bei einer Reflexion wird ein Zerfall mit einer falschen Massenhypothese rekonstruiert. In unserem Fall wird ein Pion fälschlicherweise als Kaon identifiziert.



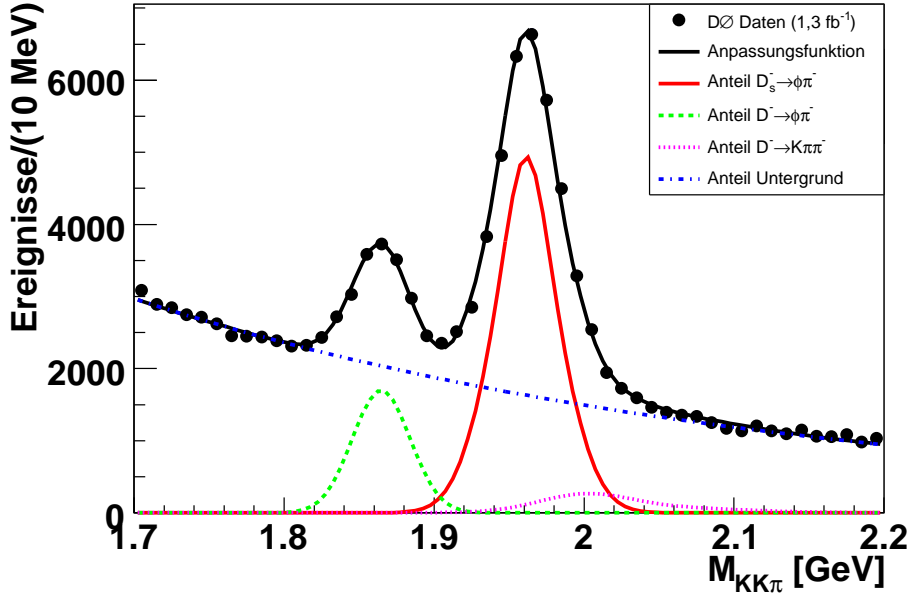
**Abbildung 5.9:** Massenverteilung für die Reflexion aus dem Zerfall  $D^- \rightarrow K^+\pi^-\pi^-$ . Die Verteilung wurde aus Monte Carlo Simulationen bestimmt. Zur Parametrisierung wurde die Funktion aus Gleichung 5.6 verwendet.

alle Parameter außer die Anzahl  $N_{refl}$  werden nicht mehr variiert. Der Untergrund wird mit einer Exponentialfunktion beschrieben, so dass die vollständige Anpassungsfunktion für die invariante  $KK\pi$ -Masse aller selektierter  $D_s$ -Kandidaten die folgende Form hat

$$F(m) = S_{D_s}(m) + S_{D^-}(m) + R(m) + N_{bgd} \cdot \left( \frac{-a}{e^{1,7a} - e^{2,2a}} \cdot e^{a \cdot m} \right), \quad (5.7)$$

mit der Anzahl von Untergrundkandidaten  $N_{bgd}$  und dem Parameter  $a$ . In Abbildung 5.10 ist das  $KK\pi$ -Massenspektrum und die Anpassung durch die Funktion 5.7 dargestellt. Aus der Anpassung erhält man  $26334 \pm 265$   $D_s$ -Kandidaten und  $8266 \pm 206$   $D^-$ -Kandidaten. Die Qualität der Anpassung beträgt  $\frac{\chi^2}{ndf} = \frac{92,67}{42}$ . Durch bekannte Magnetfeldeffekte [65] kann keine optimale Impulsmessung durchgeführt werden, was zu einer Massenverschiebung führt. Wird deshalb die Anpassung für eine variable  $D_s$ -Masse wiederholt, verbessert sich die Qualität der Anpassung auf  $\frac{\chi^2}{ndf} = \frac{53,87}{40}$ , wobei sich die  $D_s$ -Masse um  $1,73$  MeV auf  $(1,96323 \pm 0,00024)$  GeV/ $c^2$  verschiebt.

Ereignisse mit einer rekonstruierten  $KK\pi$ -Masse nahe der  $D_s$ -Masse haben eine größere Signifikanz für die spätere Messung als Ereignisse mit einer zu großen bzw. zu kleinen Masse und müssen deshalb ein stärkeres Gewicht erhalten. Aus der Parametrisierungsfunktion 5.7 wird die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $M_{D_s}(m)$  für die  $D_s$ -Ereignisse



**Abbildung 5.10:**  $D_s^-$ -Massenverteilung für den vollen, nicht markierten Datensatz von  $1,3 \text{ fb}^{-1}$ . Für die Parametrisierung wurde die Funktion aus Gleichung 5.7 verwendet. Die Anpassung liefert  $26334 \pm 265$   $D_s^-$ -Kandidaten und  $8266 \pm 206$   $D^-$ -Kandidaten. Die Qualität der Anpassung beträgt  $\frac{\chi^2}{ndf} = \frac{92,67}{42}$ .

folgendermaßen konstruiert

$$M_{D_s}(m) = \frac{S_{D_s}(m)}{F(m)}, \quad (5.8)$$

$$M_{D^-}(m) = \frac{S_{D^-}(m)}{F(m)}, \quad (5.9)$$

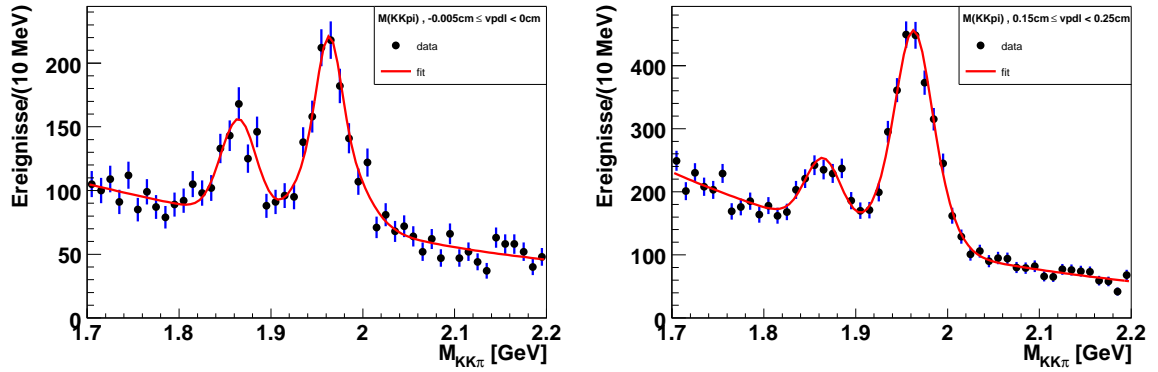
$$M_{Ref}(m) = \frac{R(m)}{F(m)}, \quad (5.10)$$

$$M_U(m) = \frac{F(m) - S_{D_s}(m) - S_{D^-}(m) - R(m)}{F(m)}, \quad (5.11)$$

mit der Funktion  $S_{D_s}(m)$  aus Gleichung 5.4, der Funktion  $S_{D^-}(m)$  aus Gleichung 5.5 und  $R(m)$  aus Gleichung 5.6.

In den Abbildungen 5.11 ist die  $KK\pi$ -Massenverteilung für zwei VPDL<sup>6</sup>-Bereiche dargestellt. Die Signal- und Untergrundanteile der beiden Spektren unterscheiden sich für die beiden VPDL-Bereiche. Deshalb muss die Abhängigkeit der  $KK\pi$ -Massenverteilung von der VPDL in der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion berücksichtigt werden. In Anhang A.2 sind die Massenverteilungen in Abhängigkeit der VPDL-Bereiche dargestellt

<sup>6</sup>Die sichtbare Zerfallslänge aus Definition 2.5.



**Abbildung 5.11:**  $KK\pi$ -Massenverteilung für zwei VPDL-Bereiche. Die Signal- und Untergrundanteile der beiden Spektren unterscheiden sich für die beiden VPDL-Bereiche.

und die Parameter der Anpassungsfunktion aufgelistet.

### 5.3.1 Signalzusammensetzung

Für die Signalzusammensetzung wurden alle möglichen Zerfälle in Betracht gezogen, die ein  $D_s$ -Meson und ein entgegengesetzt geladenes Myon erzeugen. Als Zerfallsverhältnis  $\mathcal{B}$  dieser Zerfälle wurde entweder der PDG Wert [2] verwendet. Falls kein PDG Wert aufgelistet ist, wurde der *EvtGen* [59] Wert verwendet. Die untersuchten Zerfälle sind:

$$(1-4) \quad B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^- X \quad (\mathcal{B} = (7.9 \pm 2.4)\%)$$

- $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^-$  ( $\mathcal{B} = 2.0\%$ )
- $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^{*-} \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^- X$  ( $\mathcal{B} = 5.3\%$ )
- $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s0}^{*-} \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^- X$  ( $\mathcal{B} = 0.19\%$ )
- $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s1}^{\prime-} \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^- X$  ( $\mathcal{B} = 0.35\%$ )

Für das totale semileptonische Zerfallsverhältnis für  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^- X$  wurde der PDG Wert [2] verwendet. Für die einzelnen exklusiven Zerfälle wurde der *EvtGen* [59] Wert verwendet.

- (5)  $B_s^0 \rightarrow \tau^+ \nu_\tau D_s^-$  ( $\mathcal{B} = 2.86 \text{ EvtGen}$ )
- (6)  $B_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$  ( $\mathcal{B} = 23_{-13}^{+21}\%$ )
- (7)  $B_s^0 \rightarrow DD_s^- X$  ( $\mathcal{B} = 15.4\% \text{ EvtGen}$ )
- (8)  $B^- \rightarrow DD_s^- X$  ( $\mathcal{B} = 10.5\% \text{ EvtGen}$ )
- (9)  $B_d^0 \rightarrow DD_s^- X$  ( $\mathcal{B} = 10.5\% \text{ EvtGen}$ )

Zerfall	Zerfallsverhältnis $\mathcal{B}$
$D_s^{-*} \rightarrow D_s^- X$	100%
$D_{s0}^{-*} \rightarrow D_s^- X$	100%
$D_{s1}^{\prime-} \rightarrow D_s^- X$	100%
$D_s^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X$	6.3%
$D^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X$	6.5%
$D^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X$	17.2%
$\bar{b} \rightarrow B^0$	$(39.7 \pm 1.0)\%$
$\bar{b} \rightarrow B^+$	$(39.7 \pm 1.0)\%$
$\bar{b} \rightarrow B_s^0$	$(10.7 \pm 1.0)\%$

**Tabelle 5.2:** Liste von weiteren nützlichen Zerfällen mit Zerfallsverhältnis  $\mathcal{B}$ .

Die Rekonstruktionseffizienzen  $\varepsilon_{reco}$  der in Abschnitt 5 beschriebenen Selektion<sup>7</sup> wurden für jeden Zerfall aus Monte Carlo Studien gewonnen. Die Monte Carlo Datensätze, welche für jeden Zerfall produziert wurden, sind im Appendix A.3 aufgelistet. Aus den Zerfallsverhältnissen  $\mathcal{B}^i$ , den Rekonstruktionseffizienzen  $\varepsilon_{reco}^i$  und den Generatoreffizienzen<sup>8</sup>  $\varepsilon_{d0mess}^i$  für den Zerfall mit Index  $i$  wird der Signalanteil

$$f_s^i = \mathcal{B}^i \cdot \varepsilon_{reco}^i \cdot \varepsilon_{d0mess}^i \quad (5.12)$$

berechnet.

In Tabelle 5.3 sind die Rekonstruktionseffizienzen und Signalanteile für die untersuchten Zerfälle aufgelistet. Die Generatoreffizienzen  $\varepsilon_{d0mess}^i$  sind im Anhang A.3 für die einzelnen Monte Carlo Datensätze aufgelistet.

In Abbildung 5.12 ist die invariante Masse des  $KK\pi$ -Systems für die untersuchten Zerfälle unter Berücksichtigung der Rekonstruktionseffizienzen dargestellt. Für die jeweiligen Fehler der Signalanteile wurde die maximale Abweichung verwendet, die durch die Variation der jeweiligen Zerfallswahrscheinlichkeit innerhalb ihrer Fehler entstehen. Die statistischen Unsicherheiten der Monte Carlo Datensätze wurden vernachlässigt. Für die Zerfälle  $B_s^0/B_d^0/B^- \rightarrow DD_s^- X$  wird der *EvtGen*-Wert um einen relativen Fehler von 25% variiert [67].

Die relativen exklusiven Anteile von  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^- X$  werden nicht variiert, da deren Beitrag zum systematischen Fehler von der Variation der entsprechenden K-Faktoren (Abschnitt 6.1) berücksichtigt wird.

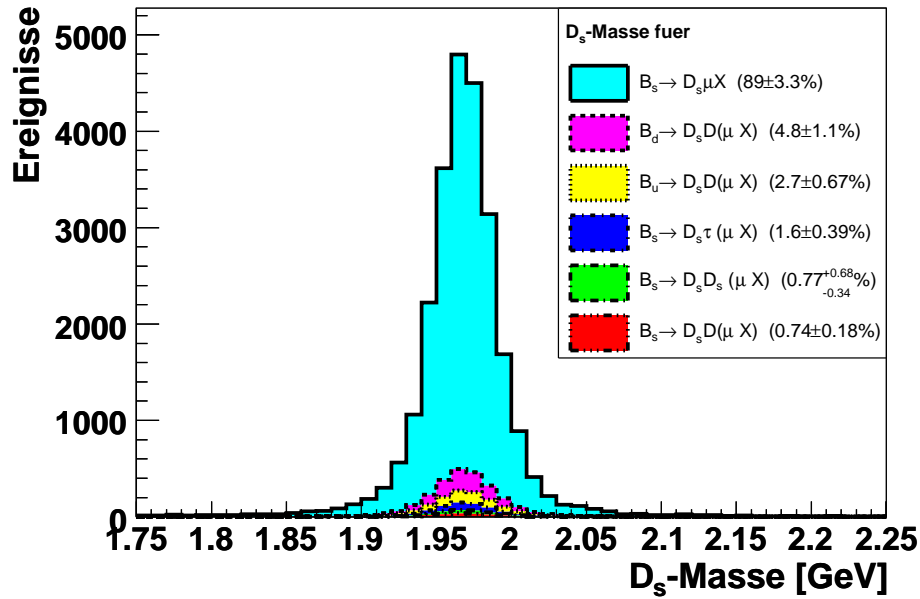
Die Effekte der Lebensdauerschnitte (siehe Tab. 5.1) für die Rekonstruktionseffizienz werden getrennt in Abschnitt 6.2 behandelt.

<sup>7</sup>Ohne die in Tabelle 5.1 beschriebenen Lebensdauerschnitte.

<sup>8</sup>Damit der Zerfall effizient selektiert werden kann, müssen auf Generatorebene Schnitte durchgeführt werden.

Zerfall	$\varepsilon_{reco}$ [%]	Signalanteil $f_s$ [%]
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^-$	0.213	$22.6 \pm 1.1$
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^{*-} \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^- X$	0.213	$59.7 \pm 3.0$
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s0}^{*-} \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^- X$	0.213	$2.14 \pm 0.11$
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s1}^{\prime-} \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^- X$	0.213	$3.94 \pm 0.20$
$B_s^0 \rightarrow \tau^+ \nu_\tau D_s^-$ ( $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\tau \nu_\mu$ )	0.119	$1.6 \pm 0.39$
$B_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$ ( $D_s^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X$ )	0.124	$0.77^{+0.68}_{-0.34}$
$B_s^0 \rightarrow DD_s^- X$ ( $D \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X$ )	0.05	$0.74 \pm 0.18$
$B^- \rightarrow DD_s^- X$ ( $D \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X$ )	0.077	$2.7 \pm 0.67$
$B_d^0 \rightarrow DD_s^- X$ ( $D \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X$ )	0.086	$4.8 \pm 1.1$

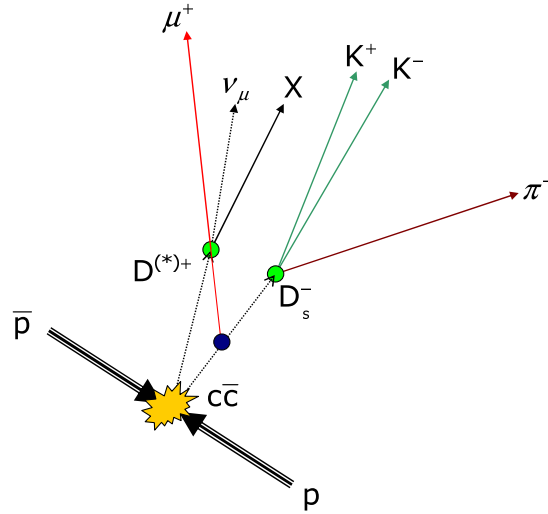
**Tabelle 5.3:** Liste von Zerfällen mit einem nicht vernachlässigbaren Anteil am Signal im  $\mu^+ D_s^-$  Datensatz. Für jeden Zerfall ist die Rekonstruktionseffizienz und der Signalanteil angegeben.



**Abbildung 5.12:** Signalzusammensetzung nach allen in Tabelle 5.1 beschriebenen Schnitten außer Lebensdauerschnitte.

### 5.3.2 Signalanteil aus $c\bar{c}$ -Zerfällen

Ein weiterer Anteil zum Signal stammt aus  $c\bar{c}$ -Zerfällen. Dabei produziert ein  $c$ -Quark ein  $D_s$ -Meson und das zweite  $c$ -Quark produziert ein weiteres  $D$ -Meson, das semileptonisch zerfällt und ein Myon produziert. Für den Fall, dass das semileptonisch zerfallene



**Abbildung 5.13:** Zerfall von zwei  $c$ -Quarks in ein  $D_s^-$ -Meson und ein weiteres  $D$ -Meson. Das zweite  $D$ -Meson zerfällt semileptonisch und erzeugt ein Myon. Das Myon kann fälschlicherweise zusammen mit dem  $D_s^-$ -Meson zu einem  $B_s$ -Kandidaten rekonstruiert werden. Der blaue Kreis markiert den falsch rekonstruierten  $B_s$ -Vertex.

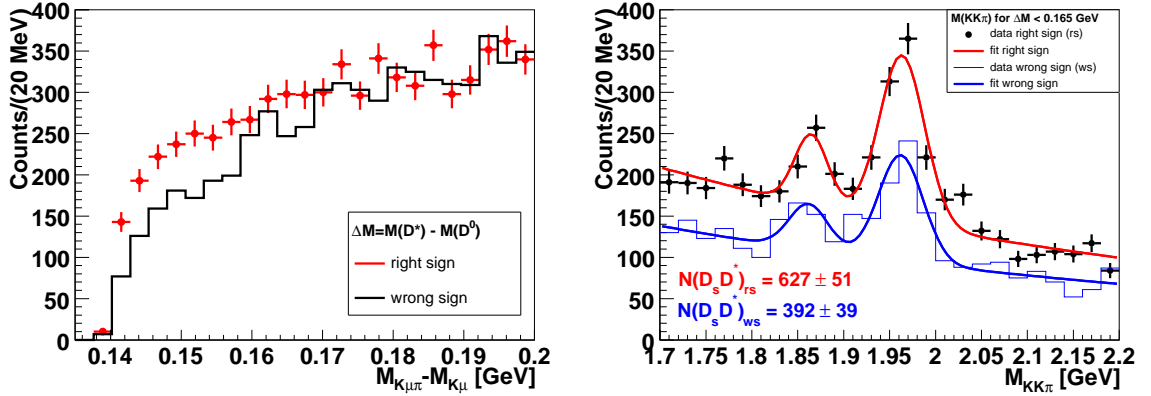
$D$ -Meson ein  $D^{*+}$  ist, sieht die Zerfallskette folgendermaßen aus

$$\begin{aligned}
 c\bar{c} &\rightarrow D_s^- D^{(*)+} X \\
 D_s^- &\rightarrow \phi(K_1^+ K_2^-) \pi^- \\
 D^{*+} &\rightarrow D^0(\mu^+ K_3^-) \pi_l^+ .
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

In Abbildung 5.13 ist ein solcher Zerfall schematisch dargestellt. Das Myon kann fälschlicherweise mit dem  $D_s^-$ -Meson zu einem  $B_s$ -Kandidaten rekonstruiert werden und erzeugt einen Beitrag zum Signal.

Innerhalb des  $D_s$ -Datensatzes kann man nun nach einem semileptonisch zerfallenen  $D$ -Meson suchen, um eine Abschätzung für den  $c\bar{c}$ -Anteil zu erhalten. Ein semileptonisch zerfallenes  $D^{*\pm}$  kann teilweise rekonstruiert werden und die Ladungskorrelation der Zerfallsprodukte bietet die Möglichkeit diese  $D_s D^{*+}$ -Kandidaten von den Ereignissen ohne zweites  $D$ -Meson zu trennen. Wie aus der Zerfallskette in 5.13 zu sehen ist, ist die „richtige“ Ladungskombination gegeben durch  $q(\pi_l) \cdot q(\mu) > 0$  (rs) und die „falsche“ durch  $q(\pi_l) \cdot q(\mu) < 0$  (ws). In Abbildung 5.14 sind die Massendifferenz  $M(K_3 \pi_l \mu) - M(K_3 \mu)$  und die  $M(K_1 K_2 \pi)$ -Massenverteilung dargestellt. Für kleine Massendifferenzen gibt es einen Überschuss an Ereignissen mit der richtigen Ladungskombination, was gerade durch die  $D_s D^{*+}$ -Kandidaten erzeugt wird. Die  $M(K_1 K_2 \pi)$ -Massenverteilung wird durch eine Summe von zwei Gaußfunktionen und einer Geraden beschrieben. Die Anpassung liefert  $N(D_s D^{*+})_{rs} = 627 \pm 51$   $D_s D^{*+}$ -Kandidaten mit der richtigen Ladungskombination und  $N(D_s D^{*+})_{ws} = 392 \pm 39$  Kandidaten mit der falschen Ladungskombination. Aus der Differenz von  $N(D_s D^{*+})_{rs}$  und  $N(D_s D^{*+})_{ws}$  und





**Abbildung 5.14:** Dargestellt ist die Massendifferenz  $M(K_3\pi_1\mu) - M(K_3\mu)$  (links) und die Massenverteilung  $M(K_1K_2\pi)$  (rechts) für die Ladungskombination  $q(\pi_l) \cdot q(\mu) > 0$  (*rs*) und  $q(\pi_l) \cdot q(\mu) < 0$  (*ws*).

unter Berücksichtigung von Zerfallsverhältnissen und Rekonstruktionseffizienzen kann der gesamte  $c\bar{c}$ -Anteil berechnet werden [70]

$$\begin{aligned}
 f_c(\mu D_s) &= \frac{N(D_s D^*)_{rs} - N(D_s D^*)_{ws}}{N(\mu D_s)} \cdot \frac{BR(\bar{D} \rightarrow \mu + X)}{\sum_{i=*,\pm,0} \varepsilon_{i,K_3\pi_l} \cdot BR(\bar{D}^i \rightarrow \mu + K\pi X)} \\
 &= (11.8 \pm 3.4)\%, \tag{5.14}
 \end{aligned}$$

mit der Anzahl  $N(\mu D_s) = 23400 \pm 256$  und den Rekonstruktionseffizienzen  $\varepsilon_{i,K_3\pi_l}$  zur Rekonstruktion eines weiteren Kaons  $K_3$  und eines Pions  $\pi_l$  für den Zerfall mit dem Index  $i$ . Das Verhältnis

$$\frac{\sum_{i=*,\pm,0} \varepsilon_{i,K_3\pi_l} \cdot BR(\bar{D}^i \rightarrow \mu + K\pi X)}{BR(\bar{D} \rightarrow \mu + X)} = 0.085 \pm 0.007 \tag{5.15}$$

berücksichtigt alle semileptonisch zerfallenen  $D$ -Mesonen.

Der gemessene  $c\bar{c}$ -Anteil enthält jedoch auch alle in Abschnitt 5.3.1 aufgelisteten Zerfälle, die ein  $D$ -Mesonpaar erzeugen.

Zieht man den Anteil aller  $B$ -Meson Zerfälle ab, erhält man

$$f'_c(\mu D_s) = (1,9 \pm 3,8)\% . \tag{5.16}$$



## 6 Messung der Zerfallseigenzeit

Für die Messung der Oszillationsfrequenz  $\Delta m_s$  muss die Verteilung der Zerfallseigenzeit bzw. der sichtbaren Zerfallslänge (VPDL) sehr genau an die aufgenommenen Daten modelliert werden.

Zur Berechnung der VPDL wird Gleichung 2.7 verwendet, die jedoch nur die Korrektur durch die K-Faktor-Verteilung einbezieht. Zusätzlich müssen auch die Rekonstruktionseffizienzen und die durch den Detektor bedingte VPDL-Auflösung berücksichtigt werden. In den folgenden Abschnitten werden die K-Faktor-Verteilung, die Rekonstruktionseffizienzen sowie die VPDL-Auflösung erläutert. Am Ende des Kapitels wird die  $B_s^0$ -Lebensdauer gemessen, um Signalrekonstruktion und die Berechnung der VPDL zu verifizieren.

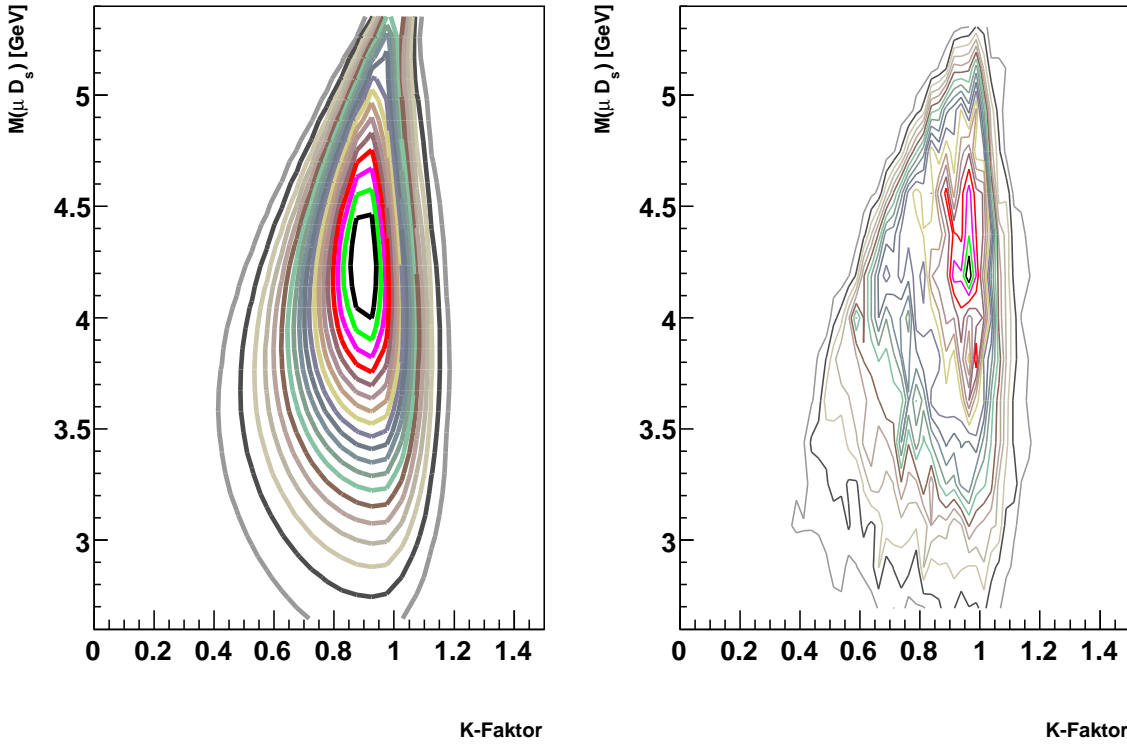
### 6.1 K-Faktor-Verteilung

In Abschnitt 2.2 wurde der K-Faktor folgendermaßen definiert

$$K \equiv \frac{p_T(\mu D_s)}{p_T(B_s^0)}, \quad (6.1)$$

mit dem transversalen Impuls  $p_T(D_s\mu)$  des teilweise rekonstruierten  $B_s$ -Mesons und dessen tatsächlichen transversalen Impuls  $p_T(B_s^0)$ . Der mittlere K-Faktor wurde zur Kompensation des nicht meßbaren Neutrino-Impulses eingeführt (siehe Gleichung 2.6) und ist deshalb antikorreliert zu der invarianten  $\mu D_s$ -Masse. Je größer die invariante  $\mu D_s$ -Masse, desto kleiner ist der mittlere fehlende Neutrinoimpuls, was sich in einer schmalen und nahe bei 1 liegenden K-Faktor-Verteilung zeigt. Die Zerfallseigenzeit von Kandidaten mit einer hohen  $\mu D_s$ -Masse kann somit genauer bestimmt werden.

Die K-Faktor-Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $D(m_{\mu D_s}, K)$  hängt somit auch von der invarianten  $\mu D_s$ -Masse ab und wird durch die im Anhang beschriebene Funktion A.2 bzw. A.3 parametrisiert. Abbildung 6.1 zeigt die parametrisierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^-$  und zum Vergleich die entsprechende simulierte Verteilung. Die Parameter von  $D(m_{\mu D_s}, K)$  sind im Anhang in Tabelle A.2 für alle Signalanteile aufgelistet.



**Abbildung 6.1:** *K-Faktor-Verteilungen für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^-$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind im Anhang in Tabelle A.2 aufgelistet.*

## 6.2 Rekonstruktionseffizienz

Die Rekonstruktionseffizienzen der zum Signal beitragenden Prozesse wurden aus Monte Carlo Simulationen ermittelt. Wegen den in Tabelle 5.1 beschriebenen Lebensdauerschnitte hängen die Rekonstruktionseffizienzen sehr stark von der Zerfallslänge des B-Mesons ab.

In den Abbildungen 6.2 und 6.3 sind die Effizienzen der Lebensdauerschnitte in Abhängigkeit der VPDL  $x^M$  für die Signalanteile dargestellt. An die Verteilungen wurde eine Funktion der Form

$$Eff(x^M) = p_0 \left( 1 - (p_2 + p_3 x^M + p_4 (x^M)^2 + p_5 (x^M)^3) \cdot e^{-\frac{(x^M)^2}{p_1^2}} \right) \quad (6.2)$$

angepasst. Die Anpassungsparametern  $p_0$ - $p_5$  sind in Tabelle 6.1 für die einzelnen Signalanteile aufgelistet.

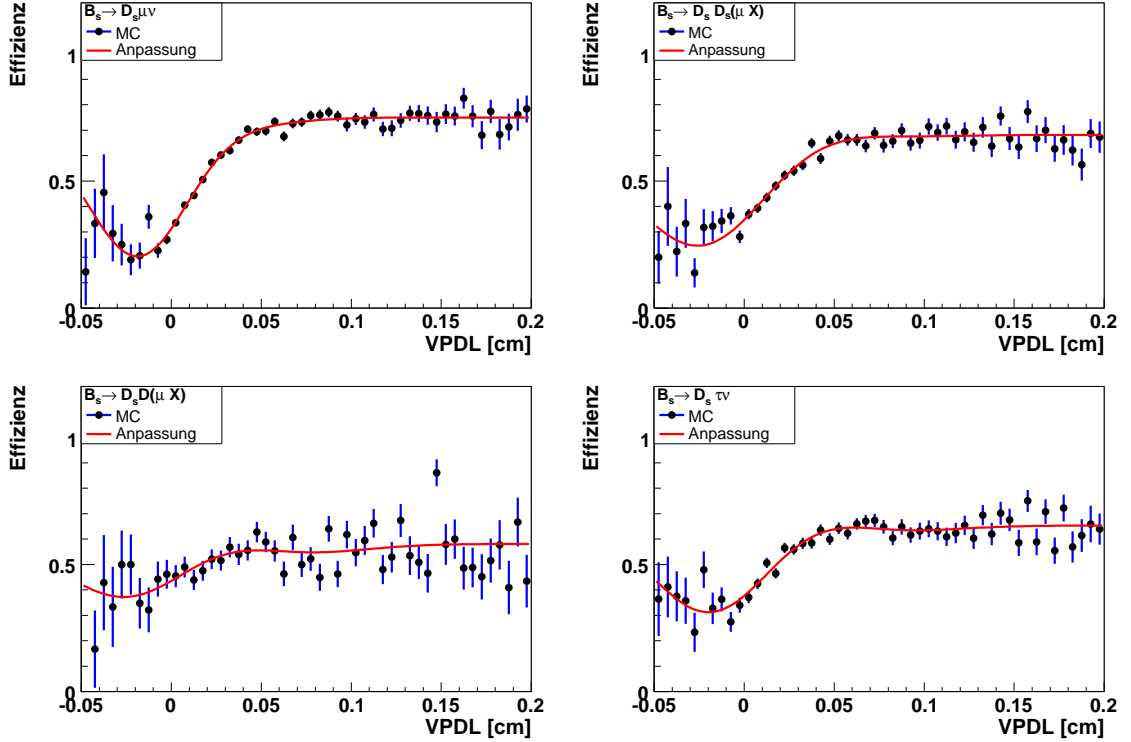


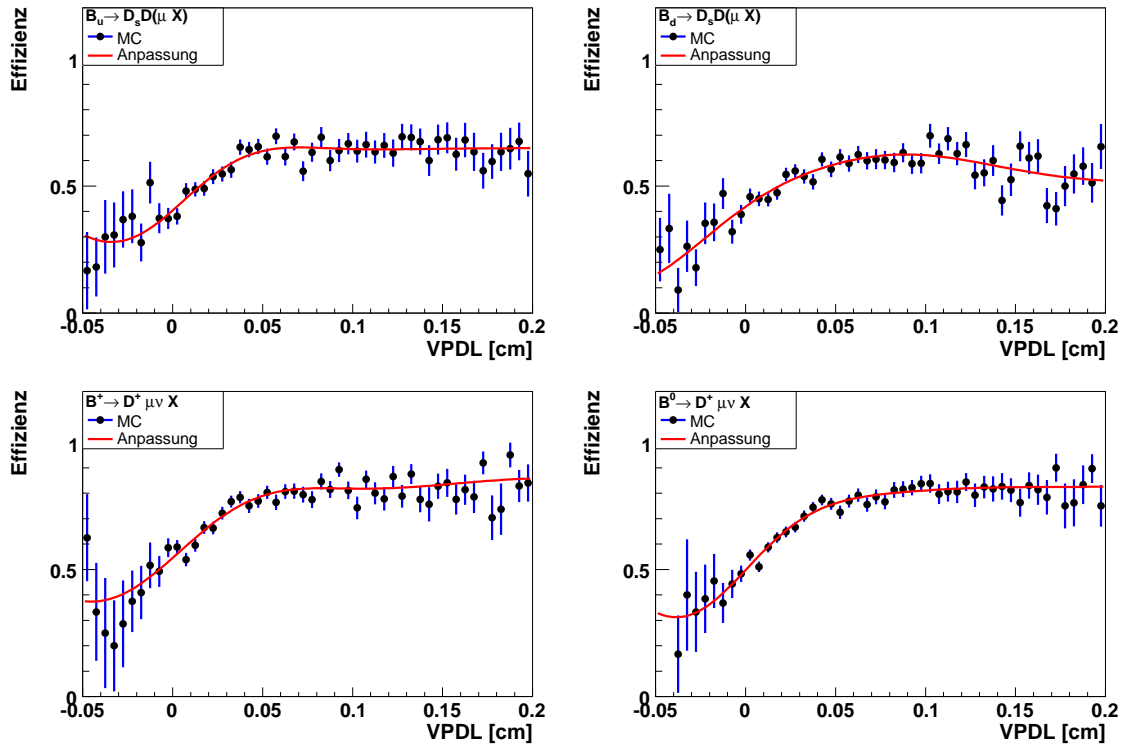
Abbildung 6.2: Effizienzverteilung in Abhängigkeit der Zerfallslänge für die verschiedenen Signalanteile aus  $B_s$ -Mesonen. Die Parameter der Anpassungsfunktion sind in Tabelle 6.1 aufgelistet.

Zerfall	$p_0$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^- X$	0.75	0.044	0.58	-13.7	104.3	501.6
$B_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^- (D_s^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X)$	0.68	0.060	0.49	-10.2	32.3	351.7
$B_s^0 \rightarrow DD_s^- X (D \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X)$	0.58	0.059	0.25	-6.97	28.5	919.2
$B_d^0 \rightarrow DD_s^- X (D \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X)$	0.51	0.084	0.18	-9.72	87.2	-984.5
$B^- \rightarrow DD_s^- X (D \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X)$	0.65	0.066	0.38	-9.57	41.9	214.1
$B_s^0 \rightarrow \tau^+ \nu_\tau D_s^- (\tau^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\tau \nu_\mu)$	0.65	0.060	0.42	-9.1	-32.0	1258.8
$B^+ \rightarrow D^+ \mu^+ \nu_\mu X$	0.87	0.086	0.37	-7.24	35.9	209.9
$B_d^0 \rightarrow D^+ \mu^+ \nu_\mu X$	0.83	0.064	0.40	-9.13	91.7	-196.5

Tabelle 6.1: Parameter der Funktion aus Gleichung 6.2 zur Anpassung an die Effizienzverteilungen.

### 6.3 VPDL-Auflösungen

Die VPDL-Auflösungsfunktion  $Res(x - x^M, x)$  entspricht idealerweise einer Gaußfunktion mit der gemessenen VPDL  $x^M$  als Mittelwert und der Breite  $\sigma(x^M) = x - x^M$ , die



**Abbildung 6.3:** Effizienzverteilung in Abhängigkeit der Zerfallslänge für die verschiedenen Signalanteile aus  $B_d$ - und  $B_u$ -Mesonen. Die Parameter der Anpassungsfunktion sind in Tabelle 6.1 aufgelistet.

bei der Vertexanpassung als Zerfallslängenfehler berechnet wird.

Eine Möglichkeit, den Zusammenhang zwischen Breite der Auflösungsfunktion und Zerfallslängen zu untersuchen, bieten Ereignisse mit dem Zerfall  $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ , da der Zerfallsvertex dem Primärvertex entspricht.

In Abbildung 6.4 ist die invariante  $\mu\mu$ -Masse aufgetragen. Die  $J/\psi$ -Kandidaten entsprechen den Signalkandidaten aus dem Massenbereich S, von denen die Untergrundkandidaten aus dem Seitenband U abgezogen werden.

Die gemessene VPDL selbst entspricht dann der Breite der Auflösungsfunktion und sollte normiert auf den Zerfallslängenfehler gerade einer Gaußfunktion der Breite 1 entsprechen.

In Abbildung 6.5 ist die *Pull*-Verteilung<sup>1</sup>  $x^M/\sigma(x^M)$  für alle Signalkandidaten aufgetragen. Zur Beschreibung des negativen Teils der *Pull*-Verteilung werden zwei Gaußfunktionen verwendet mit dem Mittelwert bei  $\bar{x} = 0$ . Der positive Teil der *Pull*-Verteilung wird nicht verwendet, da sich der Zerfallsvertex bei  $J/\psi$ -Kandidaten aus  $B$ -Zerfällen vom Primärvertex unterscheidet, was zu einer Verzerrung der *Pull*-Verteilung zu po-

<sup>1</sup>Eine *Pull*-Verteilung ist eine Verteilung der Form  $\Delta L/\sigma(L)$  und ist sehr gut geeignet, um Abweichungen von der Erwartung darzustellen.

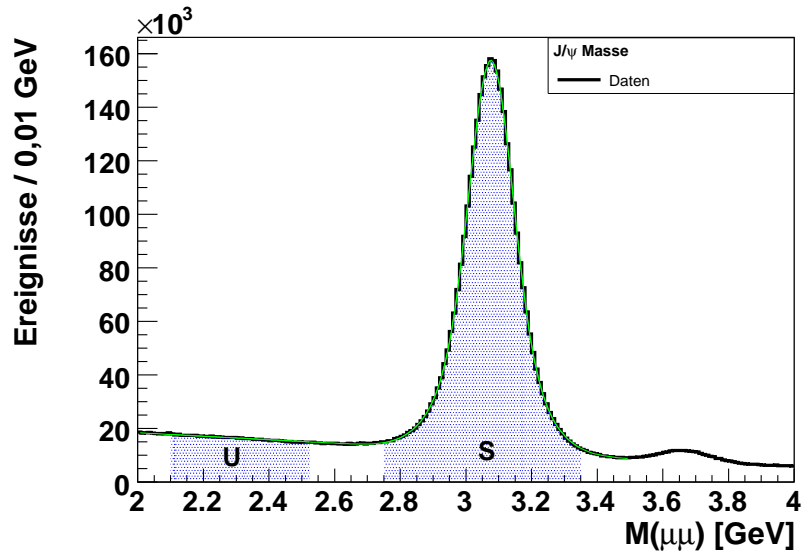


Abbildung 6.4: Invariante Masse zweier Myonen. Die  $J/\psi$ -Kandidaten ergeben sich aus den Kandidaten innerhalb des Massenbereichs  $S$  minus dem Seitenband  $U$ .

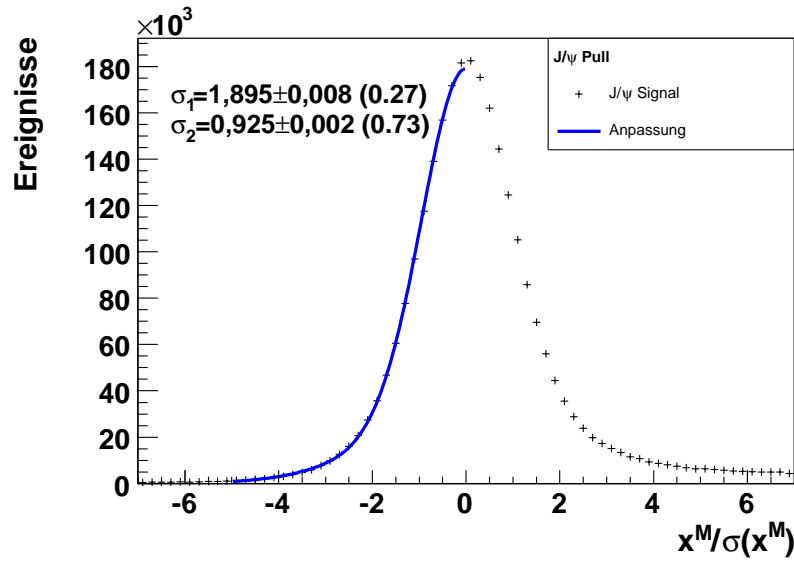
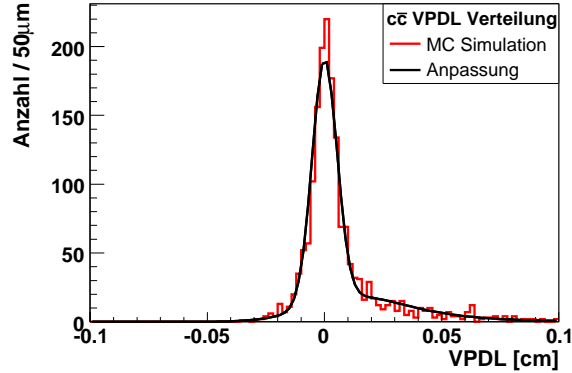


Abbildung 6.5: VPDF-Verteilung (normiert auf den Fehler  $\sigma(x^M)$ ) für  $J/\psi$ -Kandidaten. Die  $J/\psi$ -Kandidaten ergeben sich aus den Kandidaten innerhalb des Massenbereichs  $S$  minus dem Seitenband  $U$  aus Abbildung 6.4.

sitiven Werten führt. Der Zerfallslängenfehler wird durch die Breiten der zwei Gaußfunktionen mit den jeweiligen Anteilen korrigiert, so dass

$$\sigma'(x^M) = \mathcal{SF} \cdot \sigma(x^M) = \begin{cases} (1,895 \pm 0,008) \cdot \sigma(x^M) & (27\%) \\ (0,925 \pm 0,002) \cdot \sigma(x^M) & (73\%) \end{cases}, \quad (6.3)$$



**Abbildung 6.6:** VPDL-Verteilung für Kandidaten aus  $c\bar{c}$ -Ereignissen. Die Verteilung wurde aus MC Simulationen gewonnen.

## 6.4 Messung der $B_s^0$ -Lebensdauer

Für die Lebensdauerermessung werden die Zerfallswahrscheinlichkeiten aller  $B$ -Zerfälle aus Abschnitt 5.3.1 und der  $c\bar{c}$ -Anteil aus Abschnitt 5.3.2 berücksichtigt. Die VPDL-Verteilung für  $c\bar{c}$ -Zerfälle wurde aus MC Simulationen gewonnen und ist in Abbildung 6.6 dargestellt. Als Anpassungsfunktion wird

$$N_{c\bar{c}}(x^M) = \frac{C_1}{2} \cdot e^{-\frac{x^M}{c\tau} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sigma}{c\tau}\right)^2} \cdot \text{Erf} \left( -\frac{\frac{x^M}{c\tau} - \left(\frac{\sigma}{c\tau}\right)^2}{\frac{\sigma}{c\tau} \cdot \sqrt{2}} \right) + \frac{C_2}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x^M}{\sigma_2}\right)^2} \quad (6.4)$$

verwendet, mit den zwei Konstanten  $C_1 = 50,12$  bzw.  $C_2 = 2,35$ . Der erste Term in Gleichung 6.4 beschreibt eine Faltung einer Exponentialfunktion mit der mittleren Zerfallszeit  $c\tau = 213\mu\text{m}$  und einer Gaußfunktion mit einer Breite  $\sigma = 170\mu\text{m}$ . Der zweite Term beschreibt eine Gaußfunktion mit der Breite  $\sigma_2 = 53,2\mu\text{m}$ . Die gesamte VPDL-Verteilung

$$N_{Ges}(x^M) = N_{total} \cdot \left[ \left( f_{B_s^0} P(x^M, \tau_{B_s^0}) + f_{B_d^0} P(x^M, \tau_{B_d^0}) + f_{B_u^\pm} P(x^M, \tau_{B_u}) \right) \cdot (1 - f_{c\bar{c}}) + \frac{f_{c\bar{c}}}{C_{norm}} N_{c\bar{c}}(x^M) \right] \quad (6.5)$$

setzt sich zusammen aus den Zerfallswahrscheinlichkeiten  $P(x^M, \tau_i)$  mit den relativen Anteilen  $f_i$  der jeweiligen  $B$ -Zerfälle und dem relativen Anteil  $f_{c\bar{c}}$  aus  $c\bar{c}$  Zerfällen mit dem Normierungsfaktor  $C_{norm} = \int dx^M \cdot N_{c\bar{c}}(x^M)$ .

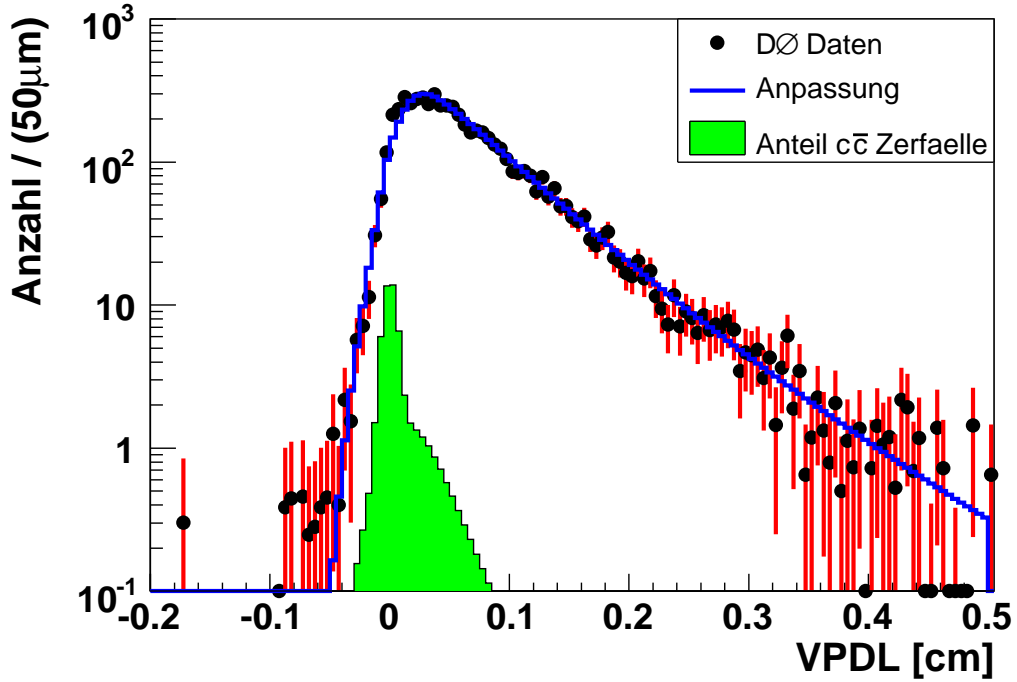
Die Wahrscheinlichkeitsfunktionen  $P(x^M, \tau_{B_s^0})$ ,  $P(x^M, \tau_{B_d^0})$  und  $P(x^M, \tau_{B_u})$  können durch Gleichung A.7 beschrieben werden und haben die Form

$$P(x^M, \tau) = M(m_{\mu D_s}, x^M) \cdot \frac{\text{Eff}(x^M)}{n_{norm}} \int_0^\infty dx \cdot \text{Res}(x - x^M, x) \int dK \cdot D(m_{\mu D_s}, K) \cdot \frac{K}{c\tau} e^{-\frac{Kx}{c\tau}}.$$



Parameter	$f_{B_s^0}$	$f_{B_d^0}$	$f_{B_u}$	$f_{c\bar{c}}$	$c\tau_{B_s^0}$	$c\tau_{B_d^0}$	$c\tau_{B_u^\pm}$
Wert	0,923	0,048	0,027	0,019	–	$460 \mu\text{m}$ [2]	$502 \mu\text{m}$ [2]

**Tabelle 6.2:** Liste der relevanten Parameter zur Anpassung der VPDL-Funktion  $N_{Ges}(x^M)$  an die VPDL-Verteilung der Signalkandidaten.



**Abbildung 6.7:** VPDL-Verteilung für alle Kandidaten innerhalb des Signalbereichs. Zusätzlich ist die Anpassung der VPDL-Verteilungsfunktion  $N_{Ges}(x^M)$  an die Daten sowie der  $c\bar{c}$ -Anteil eingetragen.

Die Bedeutung der Funktionen und Konstanten mitsamt der mathematischen Herleitung befindet sich im Anhang A.5.

Um die  $B_s^0$ -Lebensdauer  $\tau_{B_s^0}$  zu erhalten, werden alle Parameter außer die Lebensdauer selbst festgehalten und die VPDL-Funktion  $N_{Ges}(x^M)$  wird an die VPDL-Verteilung der Signalkandidaten angepasst. Die Parameter mit den festgelegten Werten sind in Tabelle 6.2 dargestellt. Die Anpassung liefert

$$c\tau_{B_s^0} = (442 \pm 25) \mu\text{m} \quad (6.6)$$

und ist mit der wahren Lebensdauer von  $c\tau_{B_s^0}^{PDG} = 438 \mu\text{m}$  [2] verträglich. In Abbildung 6.7 ist die gemessene VPDL-Verteilung zusammen mit der VPDL-Funktion für eine Lebensdauer von  $c\tau_{B_s^0} = 442 \mu\text{m}$  dargestellt.



# 7 Kalibration der Markierungsmethoden

Zur Markierung des Quarkinhaltes des rekonstruierten  $B_s$ -Mesons zur Zeit der Produktion werden für diese Analyse nur die Opposite-Side Tagging Algorithmen aus Kapitel 2.3 verwendet. Um die bestmögliche Bestimmung des Anfangszustandes zu erhalten, werden die Informationen aus identifizierten Myonen, identifizierten Elektronen und rekonstruierten Sekundärvertizes miteinander kombiniert.

Anschließend wurde die Reinheit  $\eta_s$  (oder *Dilution*  $\mathcal{D}$ ) der verwendeten Methoden durch die Messung der  $B_d^0$ -Oszillationsfrequenz  $\Delta m_d$  bestimmt, damit diese als Eingangswerte für die eigentliche Messung der  $B_s^0$ -Oszillationsfrequenz  $\Delta m_s$  verwendet werden können. Zunächst werden die verwendeten Markierungsmethoden beschrieben und deren Kombination erläutert. Anschließend wird die Messung der  $B_d^0$ -Oszillationsfrequenz  $\Delta m_d$  kurz beschrieben. Eine detaillierte Beschreibung der Methode kann in [66] nachgelesen werden.

## 7.1 Opposite Side Myon Tagging

Nur Myonen, die nicht innerhalb desselben Jets liegen, wie das rekonstruierte  $B$ -Meson, werden zum Markieren des Anfangszustandes verwendet. Für den Dreierimpuls des Myons  $\vec{p}_\mu$  und des rekonstruierten  $B$ -Mesons  $\vec{p}_B$  muss deshalb gelten:

$$\cos \phi(\vec{p}_\mu, \vec{p}_B) < 0,8 .$$

. Für den Fall, dass mehrere Myonen diese Bedingung erfüllen, werden die Myonen mit den meisten Treffern in den Myonkammern bevorzugt. Falls mehrere Myonen auch diesselbe Anzahl an Treffern in den Myonkammern besitzen, wird das Muon mit dem größten transversalen Impuls verwendet.

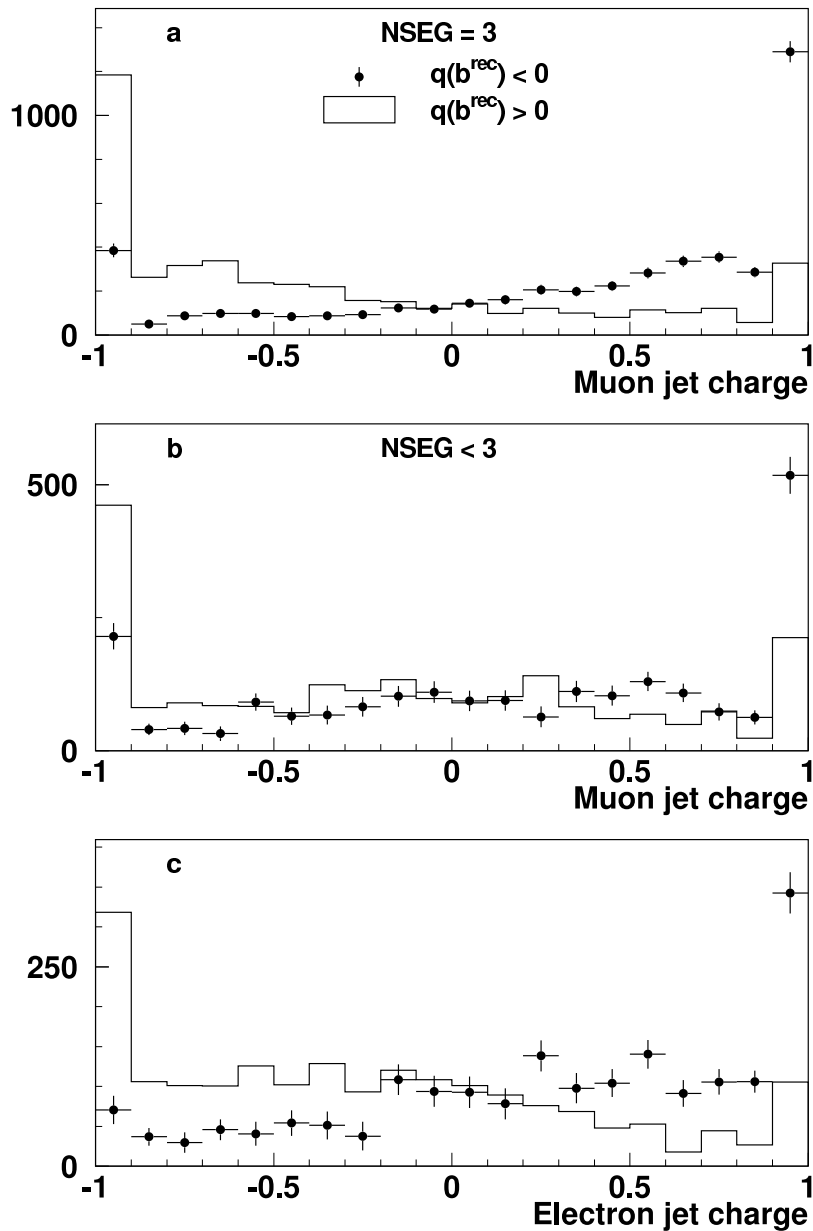
Für dieses selektierte Myon wird die *Myon-Jet-Ladung*

$$Q_J^\mu = \frac{\sum_i q_i p_{T,i}}{\sum_i p_{T,i}} \quad (7.1)$$

konstruiert, wobei  $q^i$  die Ladung und  $p_T^i$  der transversale Impuls des Teilchens  $i$  beschreiben. Alle geladenen Teilchen, die sich innerhalb eines Kegels

$$\Delta \mathcal{R} = \sqrt{(\Delta \phi)^2 + (\Delta \eta)^2} < 0,5$$

### DØ RunII Preliminary



**Abbildung 7.1:** Normalisierte Verteilungen der Myon-Jet-Ladung [66] a) für Myonen mit Treffern in allen drei Myonkammern, b) für Myonen mit weniger als drei Treffern in den Myonkammern und c) die normalisierte Elektron-Jet-Ladung.

relativ zum transversalen Impuls des Myons befinden, werden in der Summation<sup>1</sup> berücksichtigt. Abbildung 7.1a) zeigt die Verteilung der *Myon-Jet-Ladung* für Myonen,

<sup>1</sup>Das Myon selbst gehört dazu, aber nicht die Zerfallsprodukte des rekonstruierten *B*-Mesons.

die Treffer in allen drei Myonkammern erzeugt haben. Abbildung 7.1b) zeigt dieselbe Verteilung für Myonen mit weniger als drei Treffern in den Myonkammern.

Die Ladung von Myonen aus Kaskadenzerfällen ( $b \rightarrow c \rightarrow \mu X$ ) haben dieselbe Ladung wie das  $b$ -Quark auf der rekonstruierten Seite ( $b^{rec}$ ) und ergeben somit eine „falsche Markierung“ des Anfangszustandes<sup>2</sup> und reduzieren somit die Leistung dieser Markierungsmethode. Dennoch erzielt man mit Myonen die beste Markierungsleistung.

## 7.2 Opposite Side Electron Tagging

Damit die Elektronkandidaten zur Markierung verwendet werden können, müssen diese die Elektron-Selektionskriterien aus [57] genügen und die grob in Absatz 4.3 beschrieben wurden. Analog zu den Qualitätskriterien für Myonen gilt auch für Elektronen mit einem Dreierimpuls  $\vec{p}_e$  folgende Bedingung:

$$\cos \phi(\vec{p}_e, \vec{p}_B) < 0,5 .$$

Zusätzlich müssen die Elektronen im Zentralbereich  $|\eta| < 1,1$  sein, einen transversalen Impuls  $p_T > 2,0$  GeV/c besitzen und mindestens zwei Treffer im SMT und zwei Treffer im CFT besitzen. Analog zu den Myonen wird auch für dieses selektierte Elektron die *Elektron-Jet-Ladung*

$$Q_J^e = \frac{\sum_i q_i p_{T,i}}{\sum_i p_{T,i}} \quad (7.2)$$

konstruiert. Alle geladenen Teilchen, die sich innerhalb eines Kegels

$$\Delta \mathcal{R} = \sqrt{(\Delta \phi)^2 + (\Delta \eta)^2} < 0,5$$

relativ zum transversalen Impuls des Elektrons befinden, werden in der Summation<sup>3</sup> berücksichtigt. In Abbildung 7.1c) ist die Verteilung der *Elektron-Jet-Ladung* dargestellt.

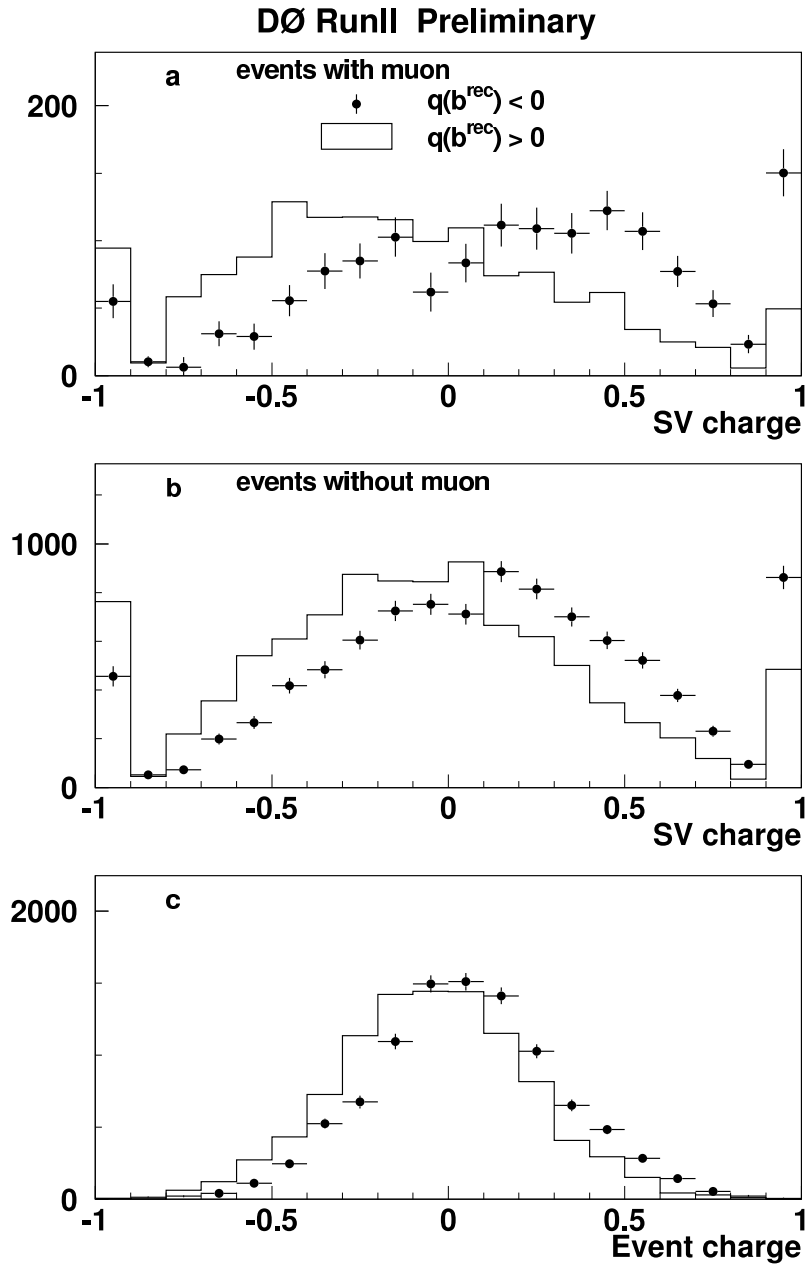
## 7.3 Opposite Side Secondary Vertex Tagging

Wegen der langen Lebensdauer von  $B$ -Mesonen kann das rekonstruierte  $B$ -Meson bei Zerfall einen Sekundärvertex erzeugen. Zu einem Sekundärvertex gehören mindestens zwei Spuren mit einer transversalen Impaktparametersignifikanz größer als drei<sup>4</sup>. Der Abstand zwischen dem Primärvertex und dem Sekundärvertex  $d_{xy}$  muss sehr gut bestimmt sein, d.h.  $d_{xy} > 4\sigma(d_{xy})$ . Über die Summe aller mit dem Sekundärvertex assoziierten Teilchenimpulsen wird der Gesamtimpuls des Sekundärvertex  $\vec{p}_{SV}$  berechnet,

<sup>2</sup>Für Myonen aus Kaskadenzerfälle gilt  $q(\mu) \times q(b^{rec}) > 0$  und für primäre Myonen  $q(\mu) \times q(b^{rec}) < 0$ .

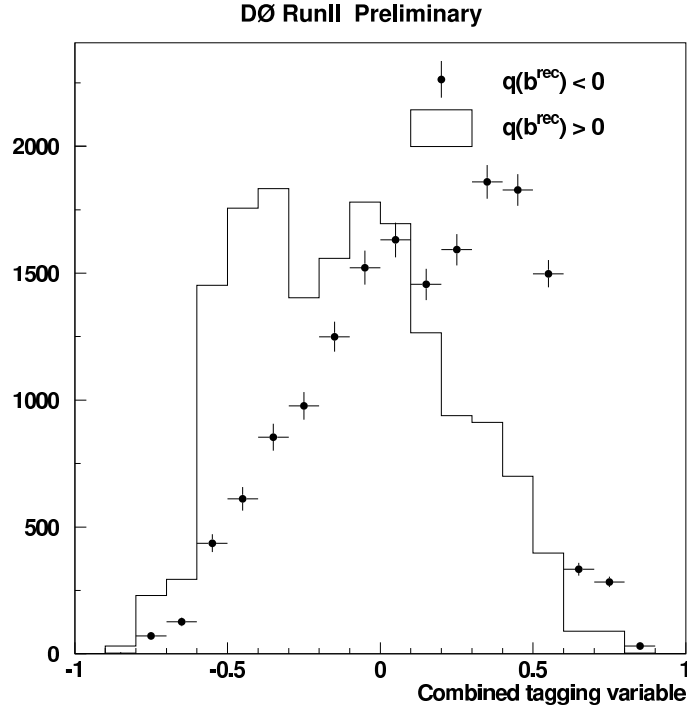
<sup>3</sup>Das Elektron selbst gehört dazu, aber nicht die Zerfallsprodukte des rekonstruierten  $B$ -Mesons.

<sup>4</sup>Der transversale Impaktparameter muss drei mal größer sein als sein Fehler.



**Abbildung 7.2:** Normalisierte Verteilungen der Sekundärvertex-Jet-Ladung [66] a) mit einem weiteren Myon im Zerfall, b) ohne weiteres Myon im Zerfall und c) für die Ereignis-Jet-Ladung.

der die Bedingung  $\cos \phi(\vec{p}_{SV}, \vec{p}_B) < 0,8$  erfüllen muss. Die zur Rekonstruktion des  $B_s$ -Mesons verwendeten Spuren werden für diese Summation nicht berücksichtigt. Aus der Summation aller mit dem Sekundärvertex assoziierten Teilchen wird die  $Se$ -



**Abbildung 7.3:** Normalisierte Verteilung der kombinierten Variablen  $d$  [66] im Falle von rekonstruierten  $b$ - und  $\bar{b}$ -Quark[66].

kundärvertex-Jet-Ladung  $Q_{SV}$  definiert als

$$Q_{SV} = \frac{\sum_i (q_i p_{L,i})^k}{\sum_i p_{L,i}^k}, \quad (7.3)$$

mit dem Impulsanteil  $p_L^i$  longitudinal zum Gesamtimpuls des Sekundärvertex  $\vec{p}_{SV}$  und der Teilchenladung  $q^i$  des Teilchens  $i$ . Der Wert für den Exponenten  $k$  wurde nach Optimierungsstudien der *Sekundärvertex-Jet-Ladung*  $Q_{SV}$  auf  $k = 0,6$  optimiert. In Abbildung 7.2a) und 7.2b) werden die Verteilungen für  $Q_{SV}$  gezeigt für Ereignisse mit und ohne einem identifizierten Myon.

## 7.4 Event Charge Tagging

Die *Ereignis-Jet-Ladung*  $Q_{EV}$  ist folgendermaßen definiert

$$Q_{EV} = \frac{\sum_i q_i p_{T,i}}{\sum_i p_{T,i}}, \quad (7.4)$$

wobei über alle Teilchen summiert wird, die einen transversalen Impuls  $p_T > 0,5 \text{ GeV}/c$  besitzen und sich innerhalb eines Konus  $\Delta\mathcal{R} = \sqrt{(\Delta\phi)^2 + (\Delta\eta)^2} > 1.5$  relativ zur Richtung des rekonstruierten  $b$ -Hadrons befinden. Diese Variable ist sehr stark mit der *Myon-Jet-Ladung* korreliert und wird nicht benutzt, wenn ein identifiziertes Myon gefunden wurde. Die normalisierte Verteilung der *Ereignis-Jet-Ladung*  $Q_{EV}$  ist in Abbildung 7.2c) dargestellt.

## 7.5 Kombination der Markierungsmethoden

Wie schon in Abschnitt 2.3 beschrieben, können viele verschiedene Methoden verwendet werden, um den Quarkinhalt ( $b$  oder  $\bar{b}$ ) zur Zeit der Produktion eines  $B$ -Mesons zu bestimmen. Einige dieser Methoden selbst sind sehr leistungsstark und andere sind es nicht. Wenn man die verschiedenen Methoden in einer optimalen Weise miteinander kombiniert, kann man die Markierungsleistung signifikant verbessern. Zur Kombination wurde deshalb eine ähnliche Likelihood-Methode verwendet, wie sie schon in Abschnitt 5.2 zur Ereignisselektion verwendet wurde.

Jede verwendete Markierungsmethode liefert für jedes Ereignis eine diskriminierende Variable  $x_i$ . Für jede Variable unterscheiden sich die Verteilungen je nachdem, ob im Anfangszustand ein  $b$  oder ein  $\bar{b}$  vorliegt. Aus diesen Variablen wird anschließend die kombinierte Variable  $y^t$  folgendermaßen definiert

$$y^t = \prod_{i=1}^n y_i^t \quad \text{mit} \quad y_i^t = \frac{f_i^{\bar{b}}(x_i)}{f_i^b(x_i)}, \quad (7.5)$$

mit den Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen  $f_i^b(x_i)$  für die Variable  $x_i$  falls ein  $b$ -Quark im Anfangszustand ist und  $f_i^{\bar{b}}(x_i)$  im Falle eines  $\bar{b}$ -Quarks im Anfangszustand. Für den Fall, dass eine Variable  $x_i$  für ein Ereignis nicht definiert ist, wird der entsprechende Wert für  $y_i^t$  auf Eins gesetzt. Durch die Konstruktion von  $y^t$  folgt für  $y^t < 1$  eine höhere Wahrscheinlichkeit für ein  $b$ -Quark im Anfangszustand und dementsprechend ist eine  $\bar{b}$ -Quark im Anfangszustand wahrscheinlicher für  $y^t > 1$ . Somit wird eine Ereignis mit  $y^t < 1$  als  $b$  und eine Ereignis mit  $y^t > 1$  als  $\bar{b}$  markiert. Es stellt sich heraus, dass die Variable

$$d = \frac{1 - y^t}{1 + y^t} \quad (7.6)$$

besser zur Markierung geeignet ist. Die Variable  $d$  variiert definitionsgemäß zwischen  $-1$  und  $1$  und große Werte für  $|d|$  entsprechen einer hohen Reinheit. Es gilt

$$\begin{aligned} d > 0 &\implies b \text{ quark,} \\ d < 0 &\implies \bar{b} \text{ quark.} \end{aligned}$$



Im Falle von ursprünglich unkorrelierten Variablen und perfekten Modellen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen stellt sich heraus, dass  $d$  die Variable mit der best möglichen Diskriminierung ist und ihr Betrag ist sehr stark mit der *dilution*  $\mathcal{D}$  korreliert.

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Variablen wurden aus den Datenereignissen bestimmt, in denen der Zerfall  $B \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D^{*-}$  rekonstruiert wurde und die Zerfallslänge des  $B_d^0$ -Mesons geringer ist als  $500 \mu\text{m}$ . Wegen der langsamen Oszillation der ungeladenen  $B_d$ -Mesonen befinden sich überwiegend nichtoszillierende  $B_d$ -Mesonen in dem selektierten Datensatz. Aus der Ladung des Myons kann der Anfangszustand des  $b$ -Quarks direkt bestimmt werden. Aus Monte Carlo Simulationsstudien ergibt sich eine Reinheit  $\eta$  dieses Datensatzes von  $0,956 \pm 0,007$ , wobei der Fehler aus der Unsicherheit der Zerfallsanteile der involvierten Zerfälle herrührt [66].

Die verwendeten Markierungsmethoden und die daraus konstruierten diskriminierenden Variablen werden im Folgenden näher beschrieben.

## 7.6 Tagging-Klassen

Je nachdem, welche Markierungsmethoden zur Verfügung stehen, werden diese kombiniert und in Klassen eingeteilt. Dabei werden die folgenden Prioritäten eingehalten:

1. Falls ein zusätzliches Myon identifiziert wurde:
  - Die *Myon-Jet-Ladung* und die *Sekundärvertex-Jet-Ladung* werden verwendet
2. Falls kein zusätzliches Myon identifiziert wurde:
  - Falls ein Elektron gefunden wurde, wird die *Elektron-Jet-Ladung* verwendet
  - Falls kein Elektron gefunden wurde, werden die *Sekundärvertex-Jet-Ladung* und die *Ereignis-Jet-Ladung* verwendet

Durch die kombinierte Variable  $d$  kann zwischen  $b$ - und  $\bar{b}$ -Quark gut unterschieden werden, wie in Abbildung 7.3 dargestellt ist.

## 7.7 Ereignisrekonstruktion $B \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \bar{D}^0 X$

Für die Messung der  $B_d^0$ -Oszillationsfrequenz  $\Delta m_d$  wurde eine Datenmenge von etwa  $0,9 \text{ fb}^{-1}$  verwendet, die mit dem DØ-Detektor aufgezeichnet wurden. Die  $B_d^0$ - und  $B^+$ -Mesonen wurden über den semileptonischen Zerfall  $B \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \bar{D}^0 X$  selektiert und in zwei exklusive Gruppen unterteilt.

Im  $D^{*-}$ -Datensatz befinden sich alle  $D^*$ -Kandidaten, die über den Zerfall  $D^{*-} \rightarrow \bar{D}^0 \pi^-$  in ein  $\bar{D}^0$ -Meson zerfallen. Alle übrigen Kandidaten bilden den  $D^0$ -Datensatz. Zu

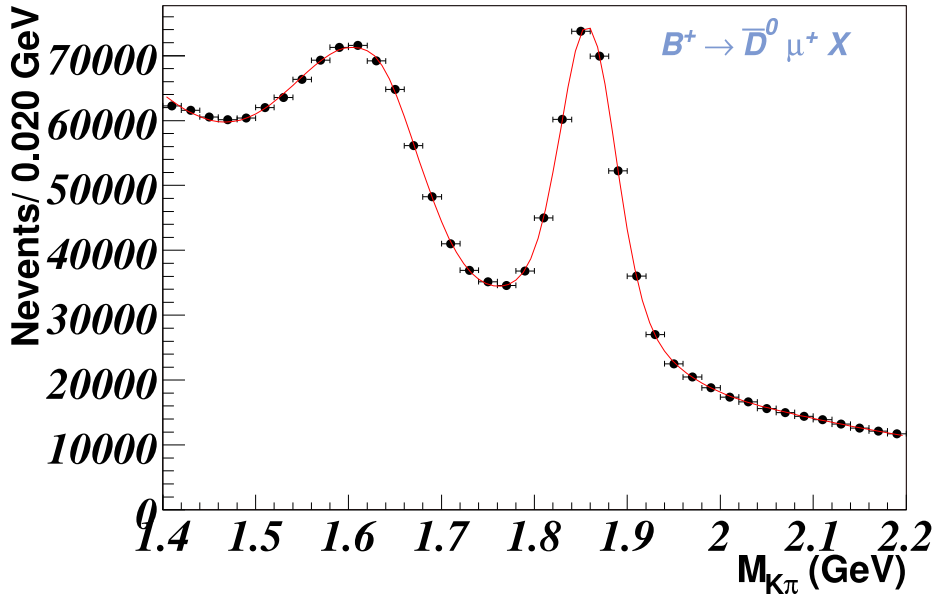


Abbildung 7.4: Invariante  $K\pi$ -Masse für alle  $D^0$ -Kandidaten [66]. Das schmale Maximum enthält  $230551 \pm 1627$   $D^0$ -Kandidaten.

85% stammen diese aus dem Zerfall  $B_d^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D^{*-} X$  und zu 15% aus dem Zerfall  $B^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \bar{D}^0 X$ . Dementsprechend kommen 85% der  $D^0$ -Kandidaten vom  $B^+$ - und 15% von  $B_d^0$ -Zerfällen.

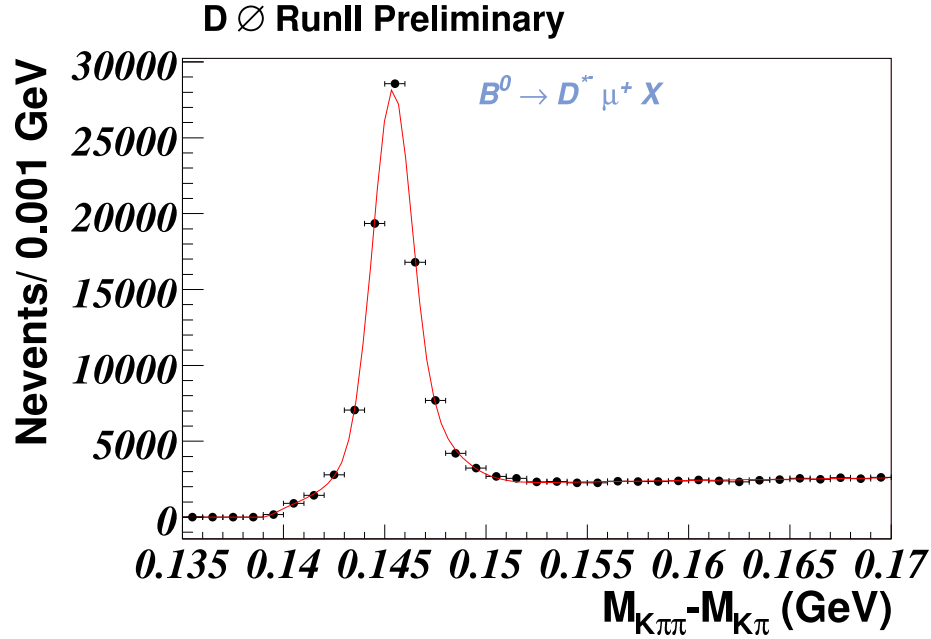
In Abbildung 7.4 ist die invariante  $K\pi$  Masse für alle  $D^0$ -Kandidaten dargestellt. Der schmale Pik entspricht den Kandidaten aus dem Zerfall  $\bar{D}^0 \rightarrow K^+ \pi^-$  und der breitere Pik bei etwas kleineren Massen stammt aus dem nur teilweise rekonstruierten Zerfall  $\bar{D}^0 \rightarrow K^+ \pi^- X$ . Die Anpassung der Massenverteilung mit einer Gaußfunktion für den schmalen Pik und einer passenden Untergrundfunktion liefert  $230551 \pm 1627$   $D^0$ -Ereignisse.

Die Massendifferenz  $\Delta M = M(\bar{D}^0 \pi) - M(\bar{D}^0)$  für Ereignisse, die innerhalb des Massenfensters  $1.75 \text{ GeV}/c^2 < M(\bar{D}^0) < 1.95 \text{ GeV}/c^2$  für die  $D^*$ -Kandidaten ist in Abbildung 7.5 gezeigt. Der Signalpik in der Massendifferenz-Verteilung wird mit einer Kombination aus zwei Gaußfunktionen und der Untergrund mit der entsprechenden Untergrundfunktion angepasst. Die Anpassung liefert  $73532 \pm 304$   $D^*$ -Ereignisse.

## 7.8 Messung der Markierungsleistung

Über die im letzten Abschnitt beschriebenen Methoden wird der Anfangszustand der selektierten Ereignisse markiert und anschließend werden die Ereignisse in sieben VPDL<sup>5</sup>-

<sup>5</sup>Sichtbare Zerfallslänge aus Definition 2.5.



**Abbildung 7.5:** Massendifferenz  $M(K\pi\pi) - M(K\pi)$  für alle  $D^0$ -Kandidaten [66]. Im Signalkanal befinden sich  $73532 \pm 304$   $D^*$ -Kandidaten.

Bereiche unterteilt. Für jeden VPDL-Bereich  $i$  wird die Anzahl der oszillierten ( $N_i^{osz}$ ) und der nichtoszillierten ( $N_i^{nosz}$ )  $\mu^+ D^{*-}$  Ereignisse bestimmt, indem das  $D^{*-}$ -Signal in der Massendifferenzverteilung  $M(\bar{D}^0\pi) - M(\bar{D}^0)$  angepasst wird. Analog dazu wird die Anzahl der oszillierten und der nichtoszillierten  $\mu^+ \bar{D}^0$  Ereignisse durch Anpassung des  $D^0$ -Signals an die invariante  $K\pi$  Masse für den  $D^0$ -Datensatz bestimmt.

Die gemessene Assymetrie  $A_i$  wird für jeden VPDL-Bereich  $i$  nach Gleichung 2.16 für die  $D^*$ - und  $D^0$ -Datensätze berechnet. Aus der Minimierung der  $\chi^2$ -Funktion

$$\chi^2(\Delta m_d, \eta_s) = \sum_i \frac{(A_i) - A_i^e(\Delta m_d, \eta_s)}{\sigma(A_i)} \quad (7.7)$$

erhält man die Massendifferenz  $\Delta m_d$  und die Reinheit der Markierungsmethode. Abbildung 7.6 zeigt die gemessene Assymetrie für die  $D^*$ - und  $D^0$ -Ereignisse.

Das Assymetriediagramm für den  $D^*$ -Datensatz zeigt eine Oszillation, da die  $D^*$ -Mesonen zum überwiegenden Teil aus oszillierenden  $B_d^0$ -Mesonen stammen und zu einem geringen Teil von geladenen  $B$ -Mesonen. Für den  $D^0$ -Datensatz ist die Oszillation stark unterdrückt, da diese Ereignisse überwiegend aus nicht oszillierenden geladenen  $B$ -Mesonen produziert werden.

Unter Verwendung aller Ereignisse mit  $|d| > 0,3$  konnten folgende Werte gemessen

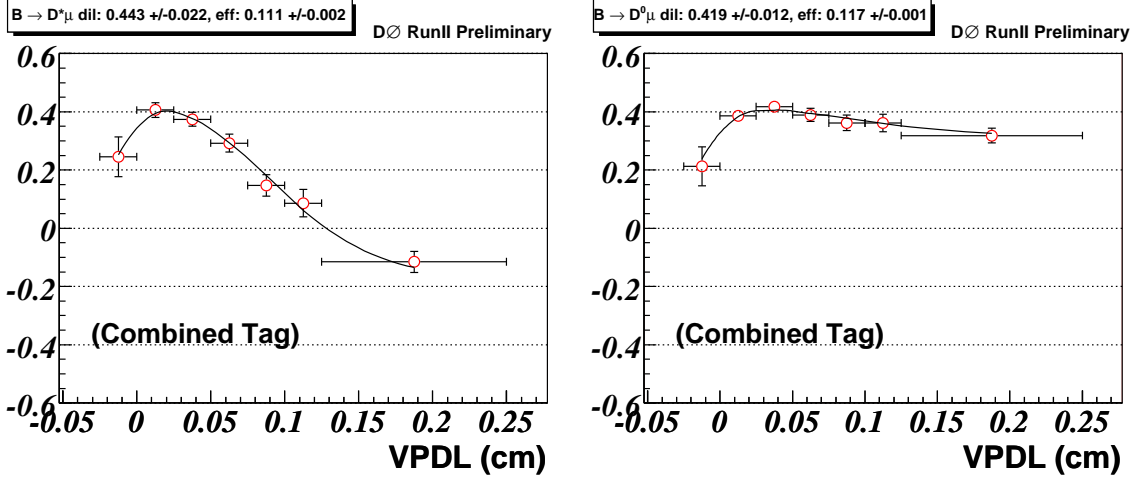


Abbildung 7.6: Asymmetrie für die  $D^*$ -Ereignisse (links) und  $D^0$ -Ereignisse (rechts) für die kombinierte Markierungsmethode, wobei nur Ereignisse mit  $|d| > 0,3$  verwendet werden [66].

werden [66]:

$$\mathcal{D}(B_d^0) = 0,419 \pm 0,012 \quad (7.8)$$

$$\mathcal{D}(B^+) = 0,443 \pm 0,022 \quad (7.9)$$

$$\epsilon \mathcal{D}^2 = 2,48 \pm 0,21(\text{stat.})_{-0,06}^{+0,08}(\text{syst.}) \quad (7.10)$$

$$\Delta m_d = 0,506 \pm 0,020(\text{stat.}) \pm 0,016(\text{syst.}) \text{ ps}^{-1} \quad (7.11)$$

Der gemessene Wert für die Massendifferenz  $\Delta m_d$  ist in guter Übereinstimmung mit dem Weltmittelwert  $\Delta m_d = (0,502 \pm 0,007) \text{ ps}^{-1}$  [2]. Die *Dilution* stimmt für beide Datensätze innerhalb der Fehler überein.

Die Güte der Markierungsmethode und somit der Wert der *Dilution*  $\mathcal{D}$  ist für jedes Ereignis unterschiedlich. Deshalb wurde die Anpassung für die Intervalle  $0,1 < |d| < 0,2$ ,  $0,2 < |d| < 0,35$ ,  $0,35 < |d| < 0,45$ ,  $0,45 < |d| < 0,6$  und  $|d| > 0,6$  durchgeführt und für jedes Intervall wurde die *Dilution*  $\mathcal{D}$  gemessen. In Abbildung 7.7 ist der Zusammenhang zwischen der konstruierten Variablen  $|d|$  aus Definition 7.6 und  $\mathcal{D}$  dargestellt. Zur Parametrisierung wird die Funktion

$$\mathcal{D}(|d|) = \begin{cases} 0,287 \cdot |d| + 3,069 \cdot |d|^2 - 3,180 \cdot |d|^3 & , |d| \leq 0,6 \\ 0,592 & , |d| > 0,6 \end{cases} \quad (7.12)$$

verwendet.

### 7.8.1 Markierter $B_s^0$ -Datensatz

Über die im letzten Abschnitt beschriebenen Markierungsmethoden wurde der Anfangszustand der  $B_s^0$ -Mesonen bestimmt. Abbildung 7.8 zeigt die invariante  $(KK)\pi$ -Masse für alle markierten  $D_s$ -Kandidaten. Pro Ereignis wird jeweils nur ein Kandidat

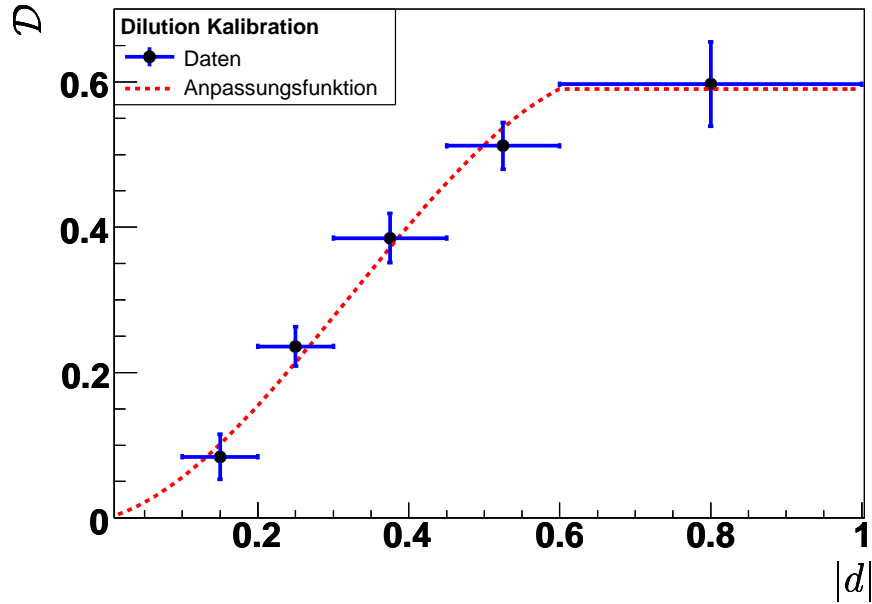


Abbildung 7.7: Die Dilution  $\mathcal{D}$  in Abhängigkeit der kombinierten Variablen  $|d|$  [66].

berücksichtigt<sup>6</sup>. Die Anpassungsfunktion aus Gleichung 5.10 liefert  $5458 \pm 133$  markierte  $D_s$ -Kandidaten. Die Qualität der Anpassung beträgt  $\frac{\chi^2}{ndf} = \frac{45,2}{42}$ . Wie auch für den nicht markierten Datensatz brauchen die  $D_s$ - bzw.  $D^+$ -Massen nicht fest zu sein und die die Anpassung der Funktion liefert wiederum eine Massenverschiebung von 1,62 MeV auf  $(1,96312 \pm 0,00055)$  GeV/ $c^2$  bei einer Anpassungsgüte von  $\frac{\chi^2}{ndf} = \frac{36,11}{40}$ . Für die weitere Analyse wird für die  $D_s$ -Masse der PDG-Wert verwendet und die Massenverschiebung wird als systematischer Fehler berücksichtigt.

<sup>6</sup>In 2,3% der Fälle passiert mehr als ein Kandidat pro Ereignis alle Selektionskriterien.

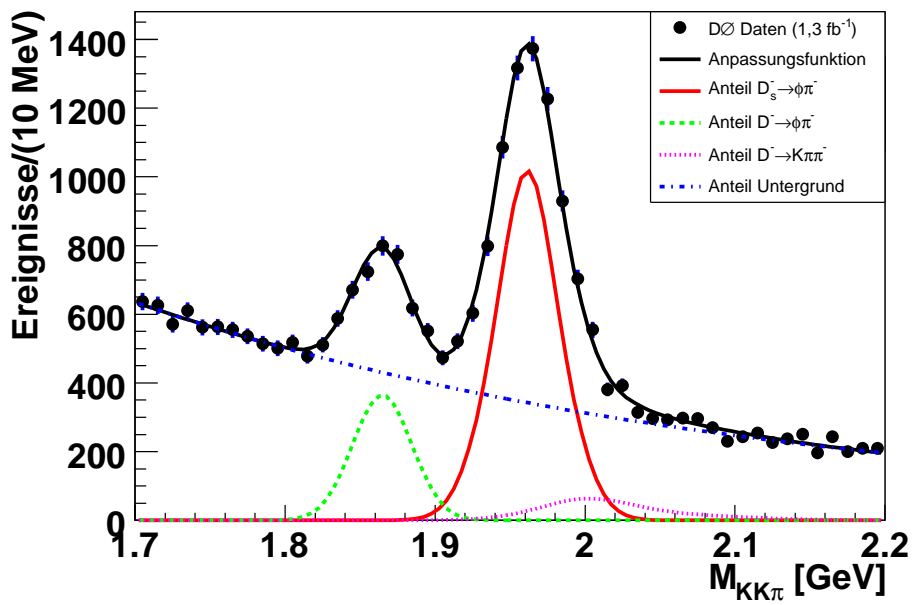


Abbildung 7.8:  $D_s^-$ -Massenverteilung für den vollen markierten Datensatz von  $1,3 \text{ fb}^{-1}$ . Zur Parametrisierung wurde die Funktion aus Gleichung 5.7 verwendet. Die Anpassung liefert  $5458 \pm 133$   $D_s^-$ -Kandidaten und  $1780 \pm 93$   $D^-$ -Kandidaten. Die Qualität der Anpassung beträgt  $\frac{\chi^2}{ndf} = \frac{45,2}{42}$ . Zusätzlich sind die einzelnen Anteile des Massenspektrums dargestellt.

## 8 Messung der Massendifferenz $\Delta m_s$

Zur Messung der Massendifferenzen wird die in Abschnitt 2.4 beschriebene Amplitudenanpassung verwendet. Dazu werden die VPDL-Verteilungen aller Signal- sowie Untergrundanteile parametrisiert.

Im nächsten Abschnitt wird beschrieben, wie die Amplitudenanpassung in unserem Fall im Detail angewendet wird.

Anschließend folgt die Kontrollmessung der Massendifferenzen  $\Delta m_d$ , bevor die eigentliche Messung der Massendifferenz  $\Delta m_s$  beschrieben wird.

### 8.1 Meßmethode: Amplitudenanpassung

Wie auch schon in Abschnitt 5.3 beschrieben, beinhalten der Datensatz die folgenden Signal- bzw Untergrundanteile:

- $D_s$ -Kandidaten
- $D^-$ -Kandidaten
- Kandidaten aus der  $KK\pi$ -Reflexion
- Untergrund

Der Likelihood-Wert aus Definition 2.20 wird dadurch folgendermaßen modifiziert:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -2 \sum_i^n \ln \left[ W^S(|d|, \sigma(x^M), -\log_{10}(y)) \cdot \left( P_{nosz/osz,i}^{D_s}(x^M) + P_{nosz/osz,i}^{D^-}(x^M) \right. \right. \\ & \left. \left. + P_{nosz/osz,i}^{refl}(x^M) \right) + W^U(|d|, \sigma(x^M), -\log_{10}(y)) \cdot P_{nosz/osz,i}^U(x^M) \right]. \quad (8.1) \end{aligned}$$

Es wird über alle Kandidaten mit dem Index  $i$  summiert und für alle Anteilee  $j$  werden die Zerfallswahrscheinlichkeiten  $P_{nosz/osz,i}^j(x^M)$  berechnet. Die Gewichtungsfunktion  $W^{S/U}(|d|, \sigma(x^M), -\log_{10}(y))$  dient zur Trennung von Signal und Untergrund und wird im nächsten Unterabschnitt beschrieben.

Der Likelihood-Wert  $\mathcal{L}$  wird unter Verwendung des Programmpakets MINUIT [71] durch Variation der freien Anpassungsparameter minimiert.

## $D_s$ -Kandidaten

Die  $D_s$ -Kandidaten stammen zum größten Teil aus  $B_s^0$ -Zerfällen und teilweise auch aus  $B_u$ - sowie  $B_d^0$ -Zerfällen, die sich in ihrem Oszillationsverhalten unterscheiden.

Die theoretische Zerfallswahrscheinlichkeit für ein nicht oszilliertes (nosz) oder ein oszilliertes (osz)  $B$ -Meson als Funktion der VPDL  $x^M$  ist für die verschiedenen Anteile gegeben durch:

$$p_{B_s^0}^{nosz/osz}(x^M) = \frac{K}{c\tau_{B_s^0}} e^{-\frac{Kx^M}{c\tau_{B_s^0}}} \cdot 0,5 \cdot \left[ 1 \pm \mathcal{A}_s \cdot \mathcal{D}(|d|) \cos \left( \Delta m_s K x^M \cdot \frac{1}{c} \right) \right], \quad (8.2)$$

$$p_{B_d^0}^{nosz/osz}(x^M) = \frac{K}{c\tau_{B_d^0}} e^{-\frac{Kx^M}{c\tau_{B_d^0}}} \cdot 0,5 \cdot \left[ 1 \mp \mathcal{A}_d \cdot \mathcal{D}(|d|) \cos \left( \Delta m_d K x^M \cdot \frac{1}{c} \right) \right], \quad (8.3)$$

$$p_{D_s D_s}^{nosz/osz}(x^M) = \frac{K}{c\tau_{B_s^0}} e^{-\frac{Kx^M}{c\tau_{B_s^0}}} \cdot 0,5, \quad (8.4)$$

$$p_{B_u}^{nosz/osz}(x^M) = \frac{K}{c\tau_{B_u}} e^{-\frac{Kx^M}{c\tau_{B_u}}} \cdot 0,5 \cdot [1 \mp \mathcal{D}(|d|)], \quad (8.5)$$

Der Amplitudenfaktor  $\mathcal{A}_s$  bzw.  $\mathcal{A}_d$  ist, falls nicht explizit angegeben, gleich 1. Wie man aus den Gleichungen sehen kann, ist das Vorzeichen vor der *Dilution*  $\mathcal{D}(|d|)$  für die  $B_d^0$ -Zerfälle bzw.  $B_u$ -Zerfälle umgekehrt, da in diesen Zerfällen das Myon aus einem Kaskadenzerfall stammt und nicht direkt aus dem ursprünglichen  $B$ -Meson.

Durch die im Anhang A.5 beschriebene Herleitung wird aus der theoretischen Zerfallswahrscheinlichkeit  $p(x^M)$  die meßbare Zerfallswahrscheinlichkeit

$$P_i(x^M) = M(m_{\mu D_s}, x^M) \cdot \frac{Eff(x^M)}{n_{norm}} \cdot \int_0^\infty dx \cdot Res(x - x^M, x) \int dK \cdot D(m_{\mu D_s}, K) \cdot p_i(x^M) \quad (8.6)$$

berechnet. Die Gesamtzerfallswahrscheinlichkeit der  $D_s$ -Kandidaten setzt sich aus Einzelzerfallswahrscheinlichkeiten mit den Anteilen  $f_i$  aus Abschnitt 5.3.1 und der Zerfallswahrscheinlichkeit aus  $c\bar{c}$ -Zerfällen (Definition 6.5 und 6.4) zusammen

$$P_{nosz/osz}^{D_s}(x^M) = \left( \sum_i f_i \cdot P_i^{D_s}(x^M) \right) \cdot (1 - f_{c\bar{c}}) + \frac{f_{c\bar{c}}}{C_{norm}} N_{c\bar{c}}(x^M). \quad (8.7)$$

## $D^-$ -Kandidaten und $KK\pi$ -Reflexion

Die  $D^-$ -Kandidaten und die Kandidaten der  $KK\pi$ -Reflexion stammen zu 85% aus dem Zerfall eines  $B_d^0$ -Mesons und die restlichen 15% aus  $B_u$ -Zerfällen. Die Anteile wurden



aus Monte Carlo Simulationen gewonnen.

Für diese Kandidaten sind die Wahrscheinlichkeitsfunktionen gegeben durch:

$$p_{B_d^0}^{nosz/osz}(x^M) = \frac{K}{c\tau_{B_d^0}} e^{-\frac{Kx^M}{c\tau_{B_d^0}}} \cdot 0,5 \cdot \left[ 1 \pm \mathcal{A}_d \cdot \mathcal{D}(|d|) \cos\left(\Delta m_d K x^M \cdot \frac{1}{c}\right) \right], \quad (8.8)$$

$$p_{B_u}^{nosz/osz}(x^M) = \frac{K}{c\tau_{B_u}} e^{-\frac{Kx^M}{c\tau_{B_u}}} \cdot 0,5 \cdot [1 \pm \mathcal{D}(|d|)], \quad (8.9)$$

Analog zu  $P_{nosz/osz}^{D_s}(x^M)$  aus Gleichung 8.7 setzt sich die Gesamtzerfallswahrscheinlichkeit der  $D^-$ -Kandidaten bzw. der  $KK\pi$ -Reflexion aus den Einzelwahrscheinlichkeiten und dem  $c\bar{c}$ -Anteil zusammen

$$\begin{aligned} P_{nosz/osz}^{D^-}(x^M) &= (0,85 \cdot P_{B_d^0}^{nosz/osz}(x^M) + 0,15 \cdot P_{B_u}^{nosz/osz}(x^M)) \cdot (1 - f_{c\bar{c}}) \\ &\quad + \frac{f_{c\bar{c}}}{C_{norm}} N_{c\bar{c}}(x^M) \\ &= P_{nosz/osz}^{refl}(x^M). \end{aligned} \quad (8.10)$$

## Kombinatorischer Untergrund

Der kombinatorische Untergrund besteht aus

- Prompter Untergrund

Der Zerfallsvertex und der Primärvertex sind identisch. Eine von Null verschiedene rekonstruierte VPDL entsteht durch detektorbedingte Auflösungseffekte. Analog zu Abschnitt 6.3 wird die VPDL-Verteilung für prompten Untergrund durch eine Gaußfunktion beschrieben, mit dem Mittelwert  $\bar{x} = 0$  und einer Breite  $\sigma = (x - x^M) \cdot \mathcal{SF}_U$ . Der Skalierungsfaktor  $\mathcal{SF}_U$  ist in diesem Fall ein freier Anpassungsparameter. Die Zerfallswahrscheinlichkeit für prompten Untergrund ist somit gegeben durch

$$P_P^U(x^M) = \frac{f_P}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x^M)^2}{\sigma^2}}, \quad (8.11)$$

mit dem Anteil  $f_P$  am Gesamtuntergrund.

- Kombinatorischer Untergrund

Aus zufälligen Spuren wird fälschlicherweise ein Zerfallsvertex rekonstruiert, der um den Primärvertex lokalisiert ist. Auch in diesem Fall wird die Zerfallswahrscheinlichkeit durch eine Gaußverteilung mit dem Mittelwert  $\bar{x} = 0$  beschrieben. Jedoch hat die Gaußfunktion

$$P_{KU}^U(x^M) = \frac{f_{KU}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{KU}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x^M)^2}{\sigma_{KU}^2}} \quad (8.12)$$

eine andere Breite  $\sigma_{KU}$  als freien Anpassungsparameter. Dieser Untergrund trägt mit einem Anteil  $f_{KU}$  zum Gesamtuntergrund bei.

- Untergrund mit Lebensdauer

Bei dem *langlebigen* Untergrund handelt es sich um Kandidaten, die teilweise aus den Zerfallsprodukten langlebiger Mesonen rekonstruiert werden. Es werden folgende drei Anteile unterschieden:

1. nicht sensitiv auf die Markierung des Anfangzustandes mit dem Anteil  $(1 - F_{tag})$
2. sensitiv auf die Markierung des Anfangzustandes, aber nicht oszillierend mit dem Anteil  $F_{tag} \cdot (1 - F_{osz})$
3. sensitiv auf die Markierung des Anfangzustandes und oszilliert mit einer Frequenz  $\Delta m_d$  mit dem Anteil  $F_{tag} \cdot F_{osz}$

Zur Parametrisierung wird die Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$p_{lang}^{nosz/osz}(x^M) = [(1 - F_{tag}) + F_{tag}(1 - F_{osz})(1 \pm \mathcal{D}(|d|)) + F_{tag}F_{osz}(1 \pm \mathcal{D}(|d|) \cos(\Delta m_d x^M / c))] \cdot \frac{1}{c\tau_{lang}} e^{-\frac{x^M}{c\tau_{lang}}} \quad (8.13)$$

verwendet, mit der Lebensdauer  $\tau_{lang}$  und den Anteilen  $F_{tag}$  und  $F_{osz}$  als freie Anpassungsparameter.

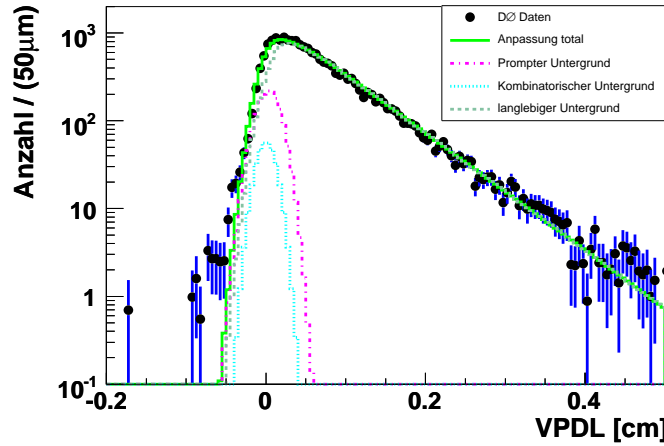
Addiert man alle Untergrundanteile zusammen und gewichtet sie mit der entsprechenden Massenverteilungsfunktion  $M_U(m_{\mu D_s}, x^M)$ , erhält man für den Gesamtuntergrund

$$P_{nosz/osz}^U(x^M) = M_U(m_{\mu D_s}, x^M) \cdot [F_P N_P^U(x^M) + F_{KU} N_{KU}^U(x^M) + (1 - F_P - F_{KU}) \frac{Eff(x^M)}{n_{norm}} \cdot \int_0^\infty dx \cdot Res(x - x^M, x) n_{lang}^{nosz/osz}(x^M)] \quad (8.14)$$

wobei für  $Eff(x^M)$  die Effizienzverteilung für den Kanal  $B_d^0 \rightarrow D^- \mu^+ \nu_\mu X$  verwendet wird.

In Abbildung 8.1 ist die VPDL-Verteilung des Untergrundes aufgetragen. An die Verteilung wurde die theoretische Verteilung  $N_0 \cdot P^U(x^M)$  angepasst, mit der Gesamtanzahl der Untergrundereignisse  $N_0$ . Die Anpassung liefert für die freien Parameter:

- $\mathcal{SF}_U = 2,147 \pm 0,035$
- $F_{KU} = 2,7 \pm 0,7$



**Abbildung 8.1:** VPDL-Verteilung für den Untergrund. Zusätzlich ist die berechnete Verteilung  $N_0 \cdot P^U(x^M)$  dargestellt mit den einzelnen Untergrundanteilen.  $N_0$  ist hier die Gesamtanzahl der Untergrund-Ereignisse.

- $F_P = 12,7 \pm 0,8$
- $c\tau_{lang} = (651 \pm 21) \mu\text{m}$
- $\sigma_{KU} = (117 \pm 11) \mu\text{m}$
- $F_{tag} = (57,0 \pm 1,7)\%$
- $F_{osz} = (44,3 \pm 1,8)\%$

### 8.1.1 Gewichtungsfunktion

In Gleichung 8.1 ist die Gewichtungsfunktion  $W^{S/U}(|d|, \sigma(x^M), -\log_{10}(y))$  eingeführt worden. Mit ihrer Hilfe erhalten die Signalereignisse im Gegensatz zu Untergrundergebnissen ein stärkeres Gewicht.

Am Besten eignen sich die Variablen  $-\log(y)$  aus Abbildung 5.7, der Betrag der Variablen  $d$  aus Definition 7.6 und der Zerfallslängenfehler  $\sigma(x^M)$  für diesen Zweck, da gerade diese Variablen die Sensitivität der Messung bestimmen (siehe Abschnitt 2.4). In den Abbildungen 8.2, 8.3 und 8.4 sind die Verteilungen dieser Variablen und zusätzlich die relativen Anteile für Signal und Untergrund dargestellt. Die Gewichtungsfunktion  $W^{S/U}(|d|, \sigma(x^M), -\log_{10}(y))$  wird aus dem Produkt der relativen Signal- bzw. Untergrundanteile

$$\begin{aligned}
 W^S(|d|, \sigma(x^M), -\log_{10}(y)) &= f_{|d|}^S \cdot f_{-\log(y)}^S \cdot f_{\sigma(x^M)}^S, \\
 W^U(|d|, \sigma(x^M), -\log_{10}(y)) &= f_{|d|}^U \cdot f_{-\log(y)}^U \cdot f_{\sigma(x^M)}^U
 \end{aligned}$$

konstruiert.

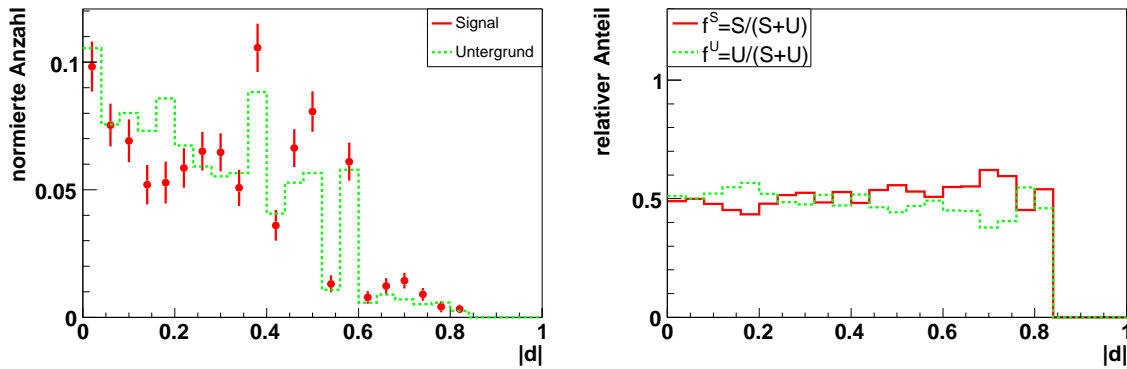


Abbildung 8.2: Normierte Verteilung der Variablen  $|d|$  für Signal und Untergrund (links) und die daraus berechneten relativen Anteile für Signal und Untergrund (rechts).

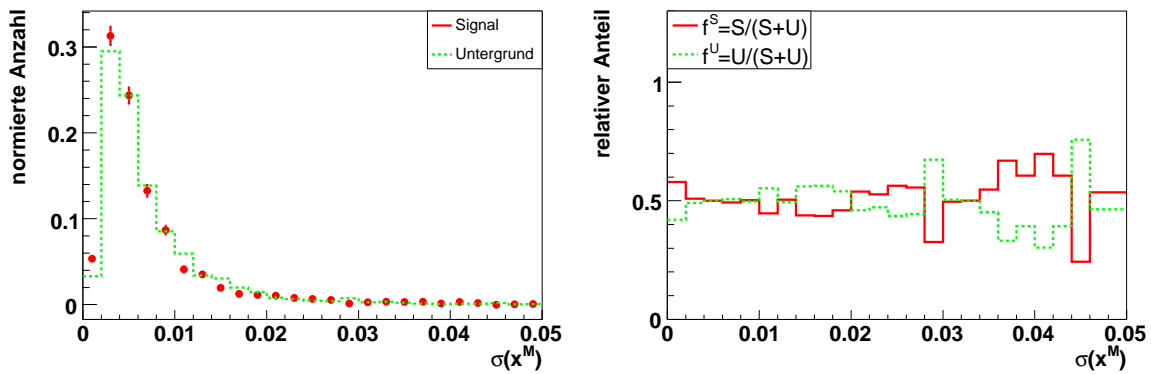


Abbildung 8.3: Normierte Verteilung der Variablen  $\sigma(x^M)$  für Signal und Untergrund (links) und die daraus berechneten relativen Anteile für Signal und Untergrund (rechts).

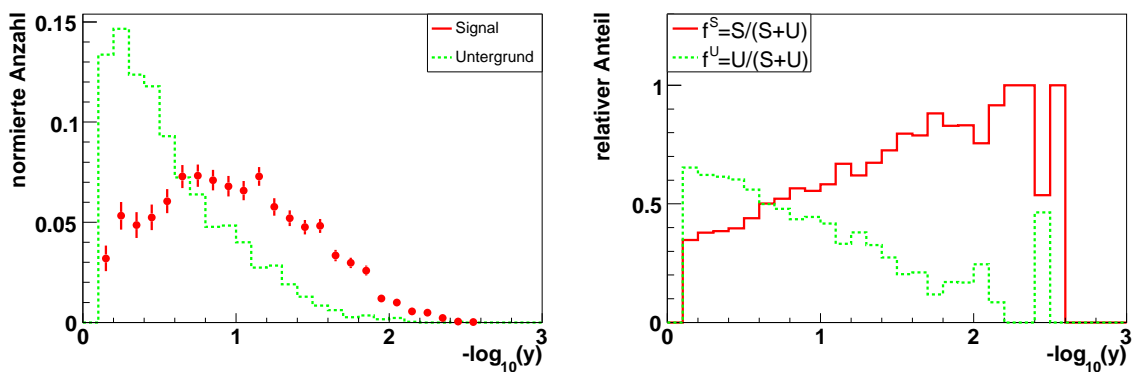


Abbildung 8.4: Normierte Verteilung der Variablen  $-\log(y)$  für Signal und Untergrund (links) und die daraus berechneten relativen Anteile für Signal und Untergrund (rechts).

## 8.2 Eingangsparmeter

Die folgende Liste von Parametern wurde als Eingangsparmeter für den Likelihood-Wert  $\mathcal{L}$  aus Definition 8.1 verwendet:

- Eingangsdaten aus früheren Experimenten [2]
 
$$c\tau_{B_u} = c\tau_{B^+} = 502 \mu\text{m}$$

$$c\tau_{B_d^0} = 460 \mu\text{m}$$

$$\Delta m_d = 0,502 \text{ ps}^{-1}$$
- Messung des  $c\bar{c}$ -Anteils (siehe Abschnitt 5.3.2)
 
$$f_{c\bar{c}} = (1,9 \pm 3,8)\%$$
- Skalierung der Auflösung (siehe Abschnitt 6.3)
 
$$\mathcal{SF} = \begin{cases} (1,895 \pm 0,008) & (27\%) \\ (0,925 \pm 0,002) & (73\%) \end{cases}$$
- Messung der  $B_s^0$ -Lebensdauer aus Abschnitt 6.4
 
$$c\tau_{B_s^0} = (442 \pm 25) \mu\text{m}$$
- Parametrisierung des Untergrundes aus Abschnitt 8.1
 
$$\mathcal{SF}_U = 2,147 \pm 0,035$$

$$F_{KU} = 2,7 \pm 0,7$$

$$F_P = 12,7 \pm 0,8$$

$$c\tau_{tag} = (651 \pm 21) \mu\text{m}$$

$$\sigma_{KU} = (117 \pm 11) \mu\text{m}$$

$$F_{tag} = (57,0 \pm 1,7)\%$$

$$F_{osz} = (44,3 \pm 1,8)\%$$

## 8.3 Messung von $\Delta m_d$

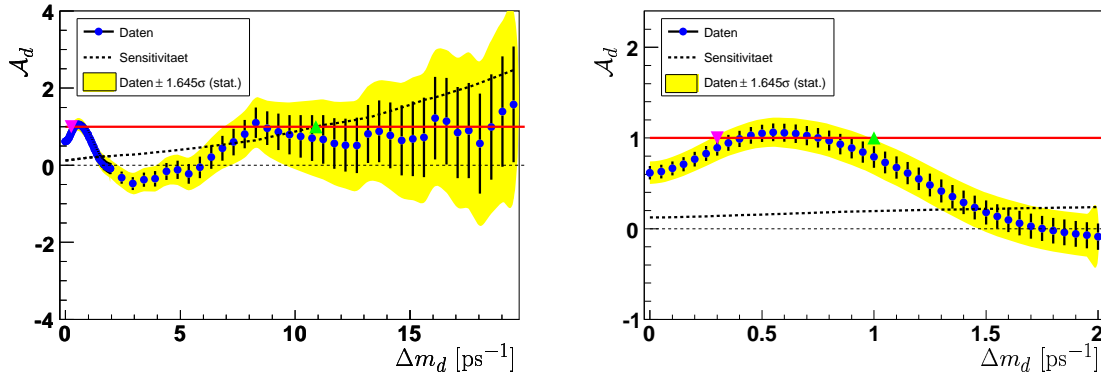
Zur Verifikation der Methode kann die Massendifferenz  $\Delta m_d$  gemessen werden. Dazu werden die  $D^\pm$ -Kandidaten verwendet, die aus dem Zerfall  $B \rightarrow D^-(\phi\pi^-)\mu^+\nu_\mu X$  stammen und genau wie das  $D_s$  zerfallen.

In diesem Fall wird die Massendifferenz  $\Delta m_d$  schrittweise durchgestimmt und die Amplitude  $\mathcal{A}_d$  solange variiert bis der Likelihood-Wert  $\mathcal{L}$  minimal wird.

Damit die oszillierenden  $B_s^0$ -Mesonen die Messung nicht verfälschen, wird für diese Messung die Zerfallswahrscheinlichkeit der  $B_s^0$ -Mesonen modifiziert zu

$$p_{B_s^0}^{nosz/osz}(x^M) \rightarrow p'_{B_s^0}(x^M) = \frac{K}{c\tau_{B_s^0}} e^{-\frac{Kx^M}{c\tau_{B_s^0}}} . \quad (8.15)$$

In Abbildung 8.5 ist das Amplitudenspektrum für  $\mathcal{A}_d$  aufgetragen. Nur der statistische



**Abbildung 8.5:** Aufgetragen ist die Amplitude  $\mathcal{A}$  in Abhängigkeit der Oszillationsfrequenz  $\Delta m_d$  für den Bereich bis  $20 \text{ ps}^{-1}$  (oben) und für den Bereich bis  $2 \text{ ps}^{-1}$  (unten). Das nach unten gerichtete Dreieck markiert die untere Grenze der Messung und das nach oben gerichtete Dreieck markiert die obere Grenze bzw. den Punkt, an dem die Sensitivität erreicht ist. Die Messung ergibt  $\Delta m_d = (0,55^{+0,45}_{-0,25}) \text{ ps}^{-1}$  bei einer Sensitivität von  $\Delta m_d^{sens} = 10,9 \text{ ps}^{-1}$

Fehler wurde bei dieser Kontrollmessung berücksichtigt. Aus dem Amplitudenspektrum lässt sich eine Sensitivität von  $\Delta m_d^{sens} = 10,9 \text{ ps}^{-1}$  ablesen. Die Amplitude  $\mathcal{A}_d$  übersteigt innerhalb des 95%-Fehlers zum ersten Mal den Wert 1 bei  $\Delta m_d^{min} = 0,3 \text{ ps}^{-1}$  und bei  $m_d^{max} = 1,0 \text{ ps}^{-1}$  wird der Wert 1 wieder unterschritten. Der Maximalwert liegt bei  $m_d = 0,55 \text{ ps}^{-1}$ . Mit einem Vertrauensniveau von 95% liegt die Massendifferenz innerhalb von

$$0,3 \text{ ps}^{-1} < \Delta m_d < 1,0 \text{ ps}^{-1} .$$

Der Weltmittelwert  $\Delta m_d = (0,502 \pm 0,007) \text{ ps}^{-1}$  [2] liegt innerhalb dieser Grenzen. Die Einführung einer frequenzabhängigen Amplitude zur Messung der Oszillationsfrequenz hat sich damit bewährt und wird im Anschluß auch verwendet zur Messung der Massendifferenz  $\Delta m_s$ .

Es werden jedoch zunächst die systematischen Unsicherheiten diskutiert, die einen Einfluss auf die Messung haben können.

## 8.4 Systematische Unsicherheiten

Die folgenden Parameter wurden innerhalb ihrer Fehler variiert, um deren Einfluss auf die Amplitude  $\mathcal{A}_s$  zu untersuchen:

- VPDL-Auflösung  
Erhöhung der Auflösung durch Erhöhung des Skalierungsfaktors um 4%  
 $\mathcal{SF}' = \mathcal{SF} \cdot 1,04$
- $c\bar{c}$ -Anteil  
Erhöhung des  $c\bar{c}$ -Anteils im Signalbereich um  $\sigma$

$$f'_{cc} = 5,7\%$$

- $B_s^0$ -Lebensdauer  
Erhöhung der  $B_s^0$ -Lebensdauer  $c\tau_{B_s^0}$  um  $\sigma$   
 $c\tau'_{B_s^0} = 467 \mu\text{m}$
- Auflösung prompter Untergrund  
Erhöhung der Auflösung für den prompten Untergrund um  $\sigma$   
 $\mathcal{SF}'_U = 2,182$
- Anteil Prompter Untergrund  
Erhöhung des Anteils für den prompten Untergrund um  $\sigma$   
 $F'_P = 13,5\%$
- Breite kombinatorischer Untergrund  
Erhöhung der Breite für den kombinatorischen Untergrund um  $\sigma$   
 $\sigma'_{KU} = 128 \mu\text{m}$
- Anteil kombinatorischer Untergrund  
Erhöhung des Anteils für den kombinatorischen Untergrund um  $\sigma$   
 $F'_{KU} = 3,4\%$
- Lebensdauer *langlebiger* Untergrund  
Erhöhung der Lebensdauer  $c\tau_{lang}$  um  $\sigma$   
 $c\tau'_{lang} = 869 \mu\text{m}$
- Anteil Untergrund sensitiv auf Markierung des Anfangszustandes  
Erhöhung des Anteils  $F_{tag}$  um  $\sigma$   
 $F'_{tag} = 58,8\%$
- Anteil oszillierender Untergrund  
Erhöhung des Anteils  $F_{osz}$  um  $\sigma$   
 $F'_{osz} = 46,1\%$
- Signalzusammensetzung  
Variation der Signalanteile auf
 

$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^-$	:	21,9%,
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^{*-}$	:	57,9%,
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s0}^{*-}$	:	2,08%,
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s1}^{\prime-}$	:	3,83%,
$B_s^0 \rightarrow \tau^+ \nu_\tau D_s^-$	:	1,99%,
$B_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$	:	1,45%,
$B_s^0 \rightarrow DD_s^- X$	:	0,92%,
$B^- \rightarrow DD_s^- X$	:	3,37%,
$B_d^0 \rightarrow DD_s^- X$	:	5,9%,

was einer Erhöhung aller Signalanteile außer dem Signal  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^- X$  um  $\sigma$  entspricht.

- $KK\pi$ -Massenverteilung

Es wird keine VPDL-Abhängigkeit der  $KK\pi$ -Massenverteilung angenommen. Zusätzlich wird die verschobene  $D_s$ -Masse bzw.  $D^-$ -Masse aus Abschnitt 7.8.1

$$\begin{aligned}\bar{m}' &= 1,96312 \text{ GeV}/c^2, \\ \bar{m}'_2 &= 1,86503 \text{ GeV}/c^2,\end{aligned}$$

verwendet.

- Dilution  $\mathcal{D}$

Erhöhung von  $\mathcal{D}(|d|)$  um 5%

$$\mathcal{D}'(|d|) = \mathcal{D}(|d|) \cdot 1,05$$

Der systematische Fehler auf die Amplitude  $\mathcal{A}$  für den Parameter  $i$  wird folgendermaßen berechnet [39]

$$\sigma_{\mathcal{A},i}^{sys} = \Delta\mathcal{A} + (1 - \mathcal{A}) \frac{\Delta\sigma_{\mathcal{A}}}{\sigma_{\mathcal{A}}}, \quad (8.16)$$

mit der Änderung der Amplitude  $\Delta\mathcal{A}$  und dem entsprechenden Fehler  $\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$ . Die einzelnen systematischen Fehler werden anschließend quadratisch aufsummiert, um den totalen systematischen Fehler

$$\sigma_{total}^{sys} = \sqrt{\sum_i (\sigma_{\mathcal{A},i}^{sys})^2} \quad (8.17)$$

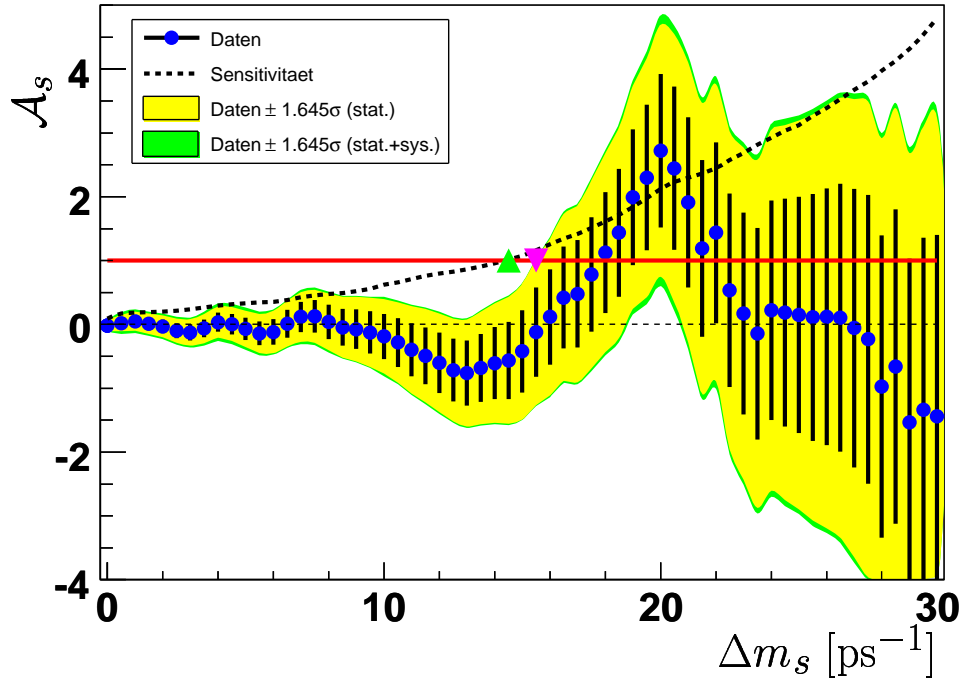
zu erhalten.

## 8.5 Messung von $\Delta m_s$

Analog zur Messung der Massendifferenz  $\Delta m_d$  wird bei dieser Messung die Massendifferenz  $\Delta m_s$  schrittweise durchgestimmt und die Amplitude  $\mathcal{A}_s$  wird solange variiert, bis der Likelihood-Wert  $\mathcal{L}$  minimal wird. In Abbildung 8.6 ist das Amplitudenspektrum für  $\mathcal{A}_s$  aufgetragen. Unter Berücksichtigung des statistischen und die systematischen Fehlers erhält man eine Sensitivität von  $\Delta m_s^{sens} = 14,5 \text{ ps}^{-1}$ . Die Amplitude  $\mathcal{A}_s$  übersteigt innerhalb des 95%-Fehlers zum ersten Mal den Wert 1 bei einer Massendifferenz  $\Delta m_s^{min} = 15,5 \text{ ps}^{-1}$ .

Wie in Abschnitt 2.4 erwähnt wurde, ist diese Methode in erster Linie entwickelt, um Ausschlussgrenzen anzugeben und damit unterschiedliche Experimente kombiniert werden können. Wenn die Sensitivität erreicht ist, ist das Amplitudenspektrum nicht mehr geeignet für eine Messung.





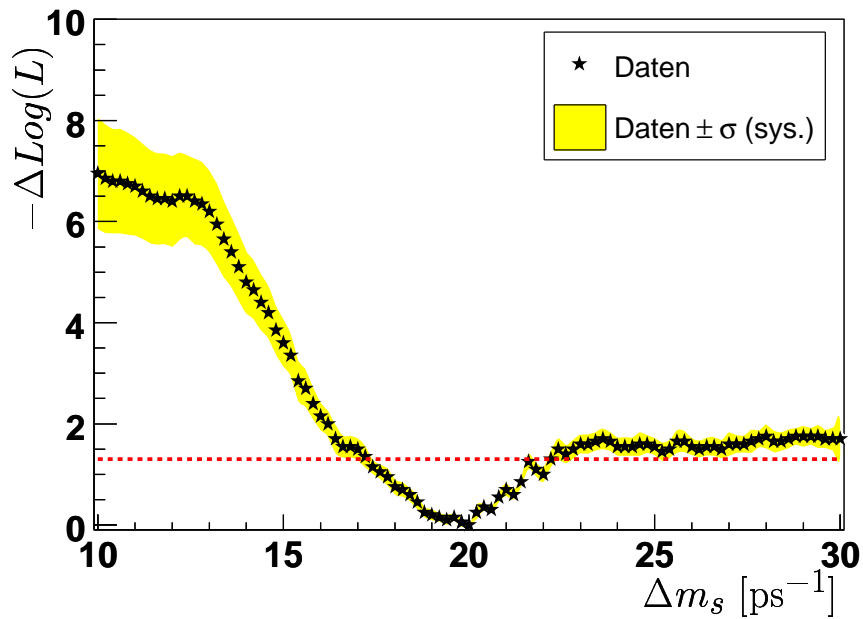
**Abbildung 8.6:** Aufgetragen ist die Amplitude  $\mathcal{A}_s$  in Abhängigkeit der Oszillationsfrequenz  $\Delta m_s$  für den Bereich bis  $30 \text{ ps}^{-1}$ . Das nach unten gerichtete Dreieck markiert die untere Grenze der Messung und das nach oben gerichtete Dreieck markiert den Punkt, an dem die Sensitivität erreicht ist. Die untere Grenze liegt bei  $\Delta m_s^{\text{min}} = 15,5 \text{ ps}^{-1}$  bei einer Sensitivität von  $\Delta m_s < 14,5 \text{ ps}^{-1}$

Jedoch kann der Likelihood-Wert  $\mathcal{L}$  selbst in Abhängigkeit der Massendifferenz aufgetragen werden, wobei die Amplitude  $\mathcal{A}_s = 1$  gesetzt wird. Da der Likelihood-Wert im Allgemeinen irgendwelche Werte annehmen kann, wird üblicherweise die Differenz  $-\Delta \text{Log}(L) = (\mathcal{L} - \mathcal{L}_{\text{min}})/2$  aufgetragen, wobei  $\mathcal{L}_{\text{min}}$  den Likelihood-Wert am Minimum bezeichnet.

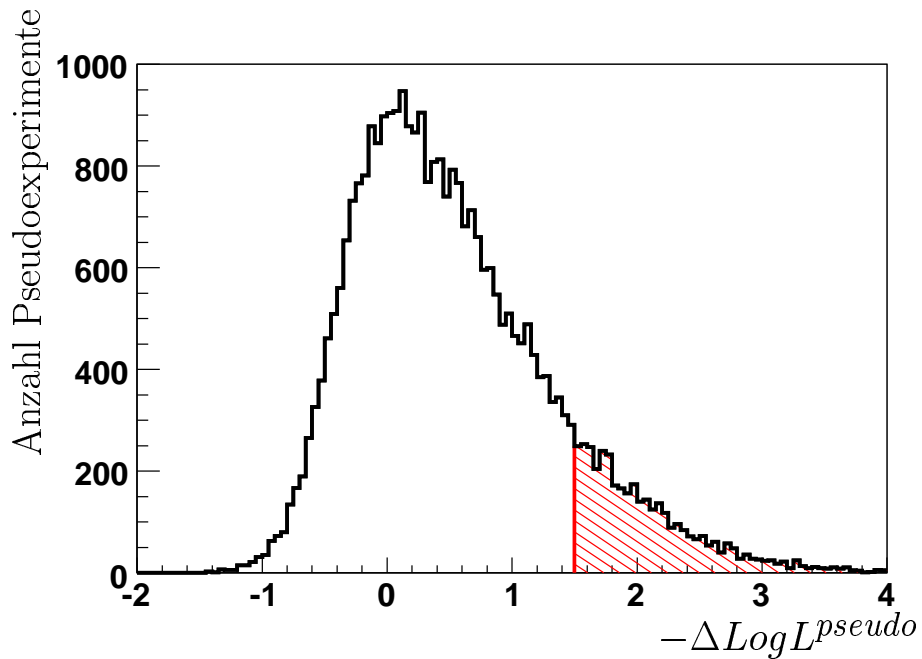
In Abbildung 8.7 ist der  $-\Delta \text{Log}(L)$ -Wert für Massendifferenzen von  $10 \text{ ps}^{-1}$  bis  $30 \text{ ps}^{-1}$  aufgetragen. Das gelbe Fehlerband zeigt die Variation der Verteilung durch systematische Unsicherheiten. Mit einem Vertrauensniveau von 90% liegt die Oszillationsfrequenz innerhalb des Frequenzbereiches

$$17 \text{ ps}^{-1} < \Delta m_s < 22,5 \text{ ps}^{-1} . \quad (8.18)$$

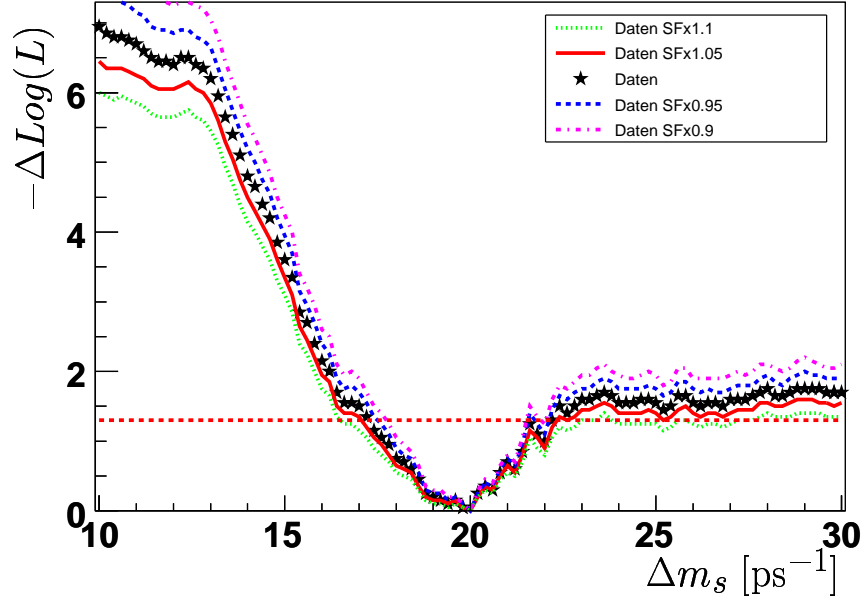
Durch Pseudoexperimente wurde die Wahrscheinlichkeit ermittelt, für eine wahre unendlich hohe Oszillationsfrequenz ein mindestens so tiefes Minimum in der  $-\Delta \text{Log}(L)$ -Verteilung im Bereich  $17 \text{ ps}^{-1} < \Delta m_s < 23 \text{ ps}^{-1}$  zu erhalten. Dazu wurde für jedes Pseudoexperiment die Markierung des Anfangszustandes gewürfelt. In Abbildung 8.8



**Abbildung 8.7:** Aufgetragen ist der  $-\Delta\text{Log}(L)$ -Wert in Abhängigkeit der Oszillationsfrequenz  $\Delta m_s$ . Die Messung ergibt  $17\text{ ps}^{-1} < \Delta m_s < 22,5\text{ ps}^{-1}$  bei einem Vertrauensniveau von 90%.



**Abbildung 8.8:** Aufgetragen ist der  $-\Delta\text{Log}L^{\text{pseudo}}$ -Wert aus Gleichung 8.19 für 30000 Pseudoexperimente. In 12,3% der Fälle ist der Wert größer als 1,5.



**Abbildung 8.9:** Aufgetragen ist der  $-\Delta\text{Log}(L)$ -Wert in Abhängigkeit der Oszillationsfrequenz  $\Delta m_s$ , wobei der Skalierungsfaktor  $SF$  um 5% und 10% verringert bzw. um 5% und 10% erhöht wurde.

ist die Differenz

$$-\Delta\text{Log}L^{pseudo} = -\text{Log}(L_{25}) + \text{Log}(L_{min}) \quad (8.19)$$

dargestellt, wobei  $-\text{Log}(L_{min})$  der kleinste  $-\text{Log}(L)$ -Wert ist bei einer Oszillationsfrequenz im Bereich  $17 \text{ ps}^{-1} < \Delta m_s < 23 \text{ ps}^{-1}$  und  $-\text{Log}(L_{25})$  bezeichnet den  $-\text{Log}(L)$ -Wert für eine Oszillationsfrequenz von  $25 \text{ ps}^{-1}$ . Für die eigentliche Messung gilt  $-\text{Log}(L_{25}) + \text{Log}(L_{min}) = 1,5$ . Von den 30000 Pseudoexperimenten erzeugen 3690 Experimente ein mindestens so tiefes Minimum wie die eigentliche Messung ( $-\Delta\text{Log}L^{pseudo} \geq 1,5$ ), was einer Wahrscheinlich von 12,3% entspricht.

In Tabelle 8.1 sind die systematischen Unsicherheiten auf die Amplitude  $\mathcal{A}_s$  für den Bereich  $0 \text{ ps}^{-1} \leq \Delta m_s \leq 30 \text{ ps}^{-1}$  in Schritten von jeweils  $5 \text{ ps}^{-1}$  aufgelistet. Man erkennt, dass der größte systematische Fehler auf  $\Delta\mathcal{A}_s$  durch die Variation der Auflösung erzeugt wird. In Abbildung 8.9 ist die  $-\Delta\text{Log}(L)$ -Verteilung für eine um 5% und 10% reduzierte bzw. um 5% und 10% erhöht Auflösung dargestellt. Die Position des Minimums ändert sich nicht, aber durch die Variation erhöht bzw. verringert sich die Tiefe des Minimums.

Der systematische Fehler durch Variation des  $K$ -Faktors muss getrennt behandelt werden, da der  $K$ -Faktor ein multiplikativer Faktor innerhalb der Kosinus-Funktion ist und somit direkt auf die Oszillationsfrequenz  $\Delta m_s$  wirkt.

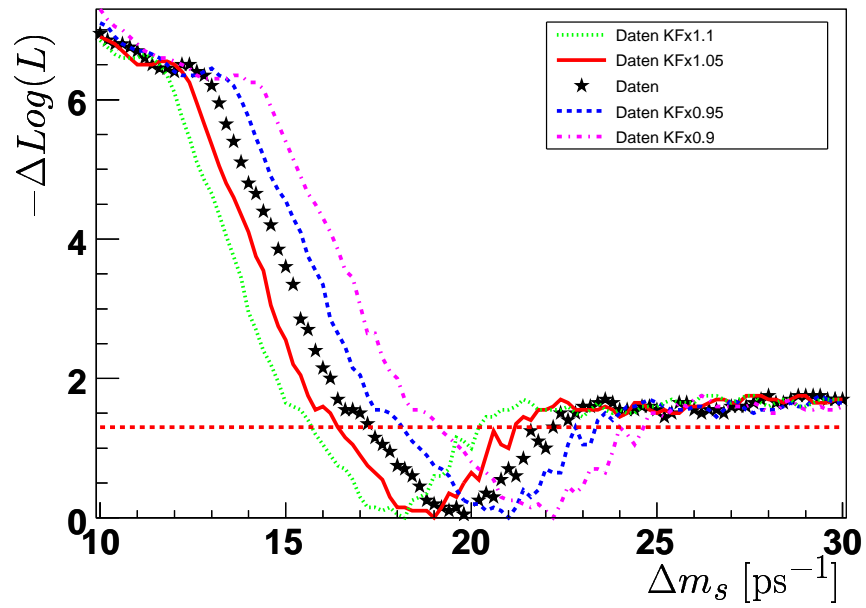
Der Effekt wurde systematisch untersucht, indem der  $K$ -Faktor um 5% und 10% ver-

Osz. Frequenz		0 ps <sup>-1</sup>	5 ps <sup>-1</sup>	10 ps <sup>-1</sup>	15 ps <sup>-1</sup>	20 ps <sup>-1</sup>	25 ps <sup>-1</sup>	30 ps <sup>-1</sup>
$\mathcal{A}$		-0,016	-0,068	-0,187	-0,422	2,722	0,151	-1,437
$\sigma_{\mathcal{A}}(stat)$		0,056	0,172	0,354	0,647	1,2	1,851	2,84
$c\tau_{B_s^0}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	0,00	0,001	0,003	0,091	-0,002	0,01
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,002	0,005	0,011	0,021	0,037	0,063
$f_{c\bar{c}}$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,002	0,008	0,00	-0,045	0,32	0,004	-0,211
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,001	0,006	0,015	0,037	0,086	0,168	0,295
$\mathcal{SF}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,001	0,001	-0,005	-0,025	0,094	0,056	-0,011
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,003	0,011	0,027	0,07	0,123	0,224
$\mathcal{SF}_U$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,003	-0,002	-0,003
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,001
$F_{KU}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,001	0,001	0,001	0,002	0,015	0,007	0,004
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,001	0,002	0,004	0,007
$F_P$	$\Delta\mathcal{A}$	0,001	0,001	0,001	0,00	0,02	0,007	-0,001
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,001	0,002	0,005	0,011
$c\tau_{lang}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,013	0,002	-0,001	-0,005	-0,135	-0,001	-0,045
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	-0,004	-0,009	-0,017	-0,027	-0,046	-0,071
$\sigma_{KU}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,004	0,00	0,001
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,001
$F_{osz}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,003	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,001	-0,002
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$F_{tag}$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,004	0,001	0,001	0,00	0,00	-0,001	-0,001
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Signal-	$\Delta\mathcal{A}$	-0,014	0,001	0,001	0,00	0,00	-0,001	-0,001
zusammensetzung	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$KK\pi$ -Massen-	$\Delta\mathcal{A}$	0,01	-0,028	0,001	0,00	-0,556	-0,29	-0,334
verteilung	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	-0,007	0,00	0,00	-0,089	-0,182	-0,309
Dilution $\mathcal{D}$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,008	0,006	0,001	0,00	-0,133	-0,008	0,067
verteilung	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	-0,002	-0,007	0,00	0,00	-0,047	-0,086	-0,136
Total syst.	$\sigma_{tot}^{syst}$	0,064	0,104	0,073	0,072	0,489	0,404	0,643
Total	$\sigma_{tot}$	0,056	0,201	0,362	0,651	1,296	1,894	2,912

**Tabelle 8.1:** Systematische Fehler auf die Amplitude  $\mathcal{A}_s$  für Massendifferenzen  $0 \text{ ps}^{-1} \leq \Delta m_s \leq 30 \text{ ps}^{-1}$  in Schritten von jeweils  $5 \text{ ps}^{-1}$ . Für jeden systematischen Effekt sind  $\Delta\mathcal{A}_s$  und  $\Delta\sigma_{\mathcal{A}_s}$  angegeben. Eine vollständige Auflistung der systematischen Unsicherheiten gibt es in den Tabellen A.3-A.5 im Anhang.

ringert bzw. um 5% und 10% erhöht wurde.

In Abbildung ist die  $-\Delta\text{Log}(L)$ -Verteilung für die Variationen des  $K$ -Faktors dargestellt. Man sieht eindeutig, dass sich die Form des Minimums nicht geändert hat, aber die Position des Minimums hat sich verschoben. Für erhöhte Werte des  $K$ -Faktors verschiebt sich das Minimum zu kleineren Frequenzen und für kleinere Werte des  $K$ -Faktors verschiebt sich das Minimum zu größeren Frequenzen.



**Abbildung 8.10:** Aufgetragen ist der  $-\Delta\text{Log}(L)$ -Wert in Abhängigkeit der Oszillationsfrequenz  $\Delta m_s$ , wobei der  $K$ -Faktor um 5% und 10% verringert bzw. um 5% und 10% erhöht wurde.

## 8.6 Ergebnis

Das Amplitudenspektrum für  $\mathcal{A}_s$  für den semileptonischen Kanal  $B_s^0 \rightarrow D_s^- \mu^+ \nu$  ist in Abbildung 8.6 dargestellt und liefert bei einem Vertrauensniveau von 95%

$$\begin{aligned} \text{eine untere Grenze : } & \Delta m_s > 15,5 \text{ ps}^{-1} , \\ \text{bei einer Sensitivität : } & \Delta m_s^{\text{sens}} = 14,5 \text{ ps}^{-1} . \end{aligned}$$

Die  $-\Delta \text{Log}(L)$ -Verteilungen aus Abbildung 8.7 und 8.10 liefern unter Berücksichtigung der statistischen sowie systematischen Unsicherheiten mit einem Vertrauensniveau von 90% eine Massendifferenz

$$\Delta m_s = (20_{-3,0}^{+2,5}(\text{stat} + \text{sys}) \pm 0,8(\text{sys}, k)) \text{ ps}^{-1} , \quad (8.20)$$

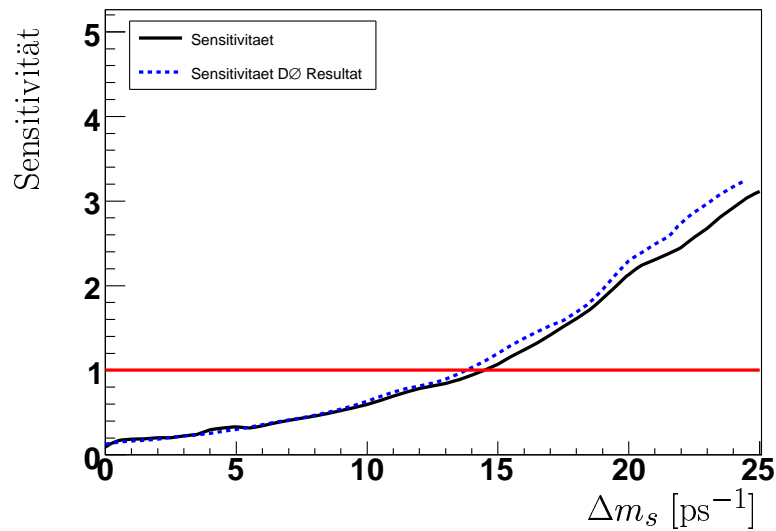
mit dem systematischen Fehler durch den K-Faktor  $(\text{sys}, k)$ .

In Pseudoexperimenten erhält man in 12,3% der Fälle ein mindestens so tiefes Minimum in der  $-\Delta \text{Log}(L)$ -Verteilungen bei einer wahren unendlich hohen Oszillationsfrequenz.

## 9 Interpretation und Ausblick

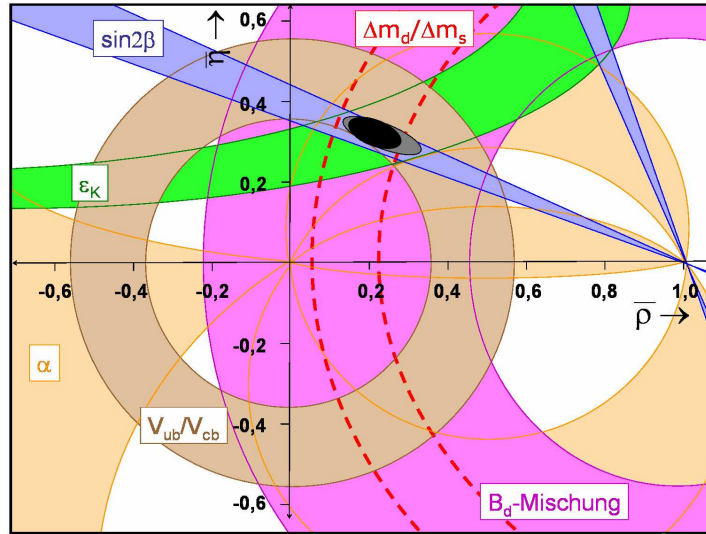
Das vom DØ-Experiment veröffentlichte Resultat [72] verwendet zum größten Teil die in dieser Arbeit vorgestellten Methoden. In dieser Arbeit wurden folgende Verbesserungen eingeführt:

- Verwendung des vollen Datensatzes bis März 2006 von  $1,3 \text{ fb}^{-1}$
- Verwendung von verbesserten Monte Carlo Simulationen zur Bestimmung der Effizienz, der Signalzusammensetzung und des  $K$ -Faktors für alle Signalanteile
- Parametrisierung der  $K$ -Faktor-Verteilung in Abhängigkeit der rekonstruierten  $\mu D_s$ -Masse
- Berücksichtigung der VPDL-Abhängigkeit der  $KK\pi$ -Massenverteilung



**Abbildung 9.1:** Aufgetragen ist die Sensitivitätskurve für diese Arbeit und die Sensitivitätskurve aus der DØ Veröffentlichung [72].

Aus den Sensitivitätskurven in Abbildung 9.1 ist ersichtlich, dass diese Verbesserungen die Sensitivität der Messung im Vergleich zur DØ-Veröffentlichung leicht verbessern.



**Abbildung 9.2:** Experimentelle Einschränkungen des Unitaritätsdreiecks in der komplexen Ebene. Es sind jeweils die  $2\sigma$ -Bänder für die  $CP$ -verletzenden und  $CP$ -erhaltenden Messungen dargestellt. Durch die in dieser Arbeit beschriebene Messung kommt die Einschränkung innerhalb der gestrichelten Linien ( $2\sigma$ -Band) hinzu [20]. Die schwarze Ellipse zeigt den möglichen Bereich des Aufpunktes. Die graue Ellipse zeigt den möglichen Bereich vor der Messung.

Die Sensitivität steigt von  $14,1 \text{ ps}^{-1}$  [72] auf  $14,5 \text{ ps}^{-1}$ .

Im Rahmen der Fehler ist diese Messung mit dem veröffentlichten  $D\bar{O}$ -Resultat [72]

$$\Delta m_s = (19,0 \pm 2,0) \text{ ps}^{-1} \text{ mit } 90\% \text{ CL}$$

verträglich.

Wie in Abschnitt 1.3.2 beschrieben, wird die Seite  $R_t$  des Unitaritätsdreiecks durch die Messung weiter eingeschränkt. In Abbildung 9.2 ist das Unitaritätsdreieck mit allen bis Ende 2005 durchgeführten Messungen und dem Resultat dieser Arbeit dargestellt. Die graue Ellipse zeigt den eingeschränkten Bereich ohne das Ergebnis dieser Arbeit und die schwarze Ellipse zeigt den Bereich mit dem Ergebnis dieser Arbeit. Die möglichen Koordinaten des Aufpunktes sind

$$\begin{aligned} \bar{\rho} &= 0,219^{+0,069}_{-0,073} \text{ und} \\ \bar{\eta} &= 0,328^{+0,032}_{-0,049} . \end{aligned}$$

Alle bisherigen Messungen führen zu einem geschlossenen Unitaritätsdreieck, was bedeutet, dass kein Indiz für über das SM hinausgehende Physik entdeckt wurde.

## 9.1 Zukünftige Verbesserungen

Das Amplitudenspektrum in Abbildung 8.6 zeigt, dass die Messung derzeit hauptsächlich durch statistische Unsicherheiten dominiert ist. Die Sensitivität und somit die Messung



wird durch die Analyse einer größeren Datenmenge verbessert. In den nächsten Jahren wird das Tevatron den einzelnen Experimenten DØ und CDF  $\sim 8 - 9 \text{ fb}^{-1}$  an Daten liefern, was die statistischen Unsicherheiten sehr reduzieren wird. Zusätzlich werden eine Reihe von weiteren Verbesserungen durchgeführt:

- Verbesserung der Analyse  
Zur Verbesserung der der Sensitivität aus Abschnitt 2.4

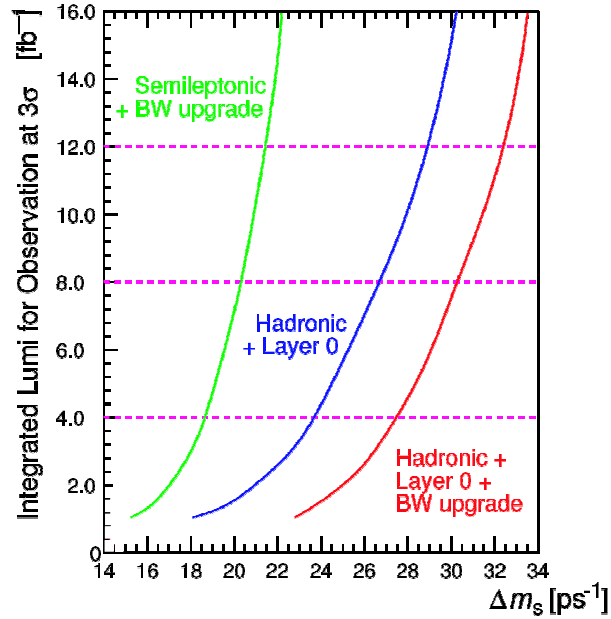
$$\text{Sig}(\Delta m_s) = \frac{S}{\sqrt{S+U}} \sqrt{\frac{\epsilon \mathcal{D}^2}{2}} e^{-\frac{(\Delta m_s \sigma_t)^2}{2}}$$

sind die folgenden Maßnahmen geplant oder werden durchgeführt:

- Verwendung weiterer semileptonischer Kanäle:  
Die Hinzunahme der semimyonischen Kanäle  $B_s^0 \rightarrow D_s^- \mu^+ \nu_\mu X$ , wobei  $D_s^- \rightarrow K_s^0 K^-$  und  $D_s^- \rightarrow K^* K^-$ , sowie der Kanal  $B_s^0 \rightarrow D_s^- (\phi \pi) e^+ \nu_e X$  erhöhen die Anzahl der Signalkandidaten. Derzeitig bringen diese Kanäle jedoch keine signifikante Verbesserung.
- Verbesserung der Markierungsleistung  $\epsilon \mathcal{D}^2$ :  
Die Verbesserung der derzeitigen Markierungsmethoden und die Hinzunahme der *Same-Side*-Markierungsmethode<sup>1</sup> verbessert die Markierungsleistung und man erhält somit einen größeren und reineren markierten Datensatz.
- Hadronische Kanäle:  
Die hadronischen Zerfälle wie  $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$  haben den entscheidenden Vorteil, dass sie komplett rekonstruiert werden können und somit eine bessere Zerfallszeitauflösung besitzen. Beim DØ Experiment wird zur Vorselektion der Ereignisse auf das Myon getriggert, welches aus dem Zerfall des zweiten *b*-Quarks stammt. Dies und die Tatsache, dass die Zerfallsverhältnis für diesen Kanal sehr gering ist, führt zu einem sehr kleinen Datensatz. Momentan werden die Selektionskriterien definiert, um eine optimale Signalausbeute zu erhalten [77]. Zusätzlich wird an neuen Triggerdefinitionen gearbeitet, die in Zukunft den Datensatz deutlich vergrößern werden.
- Erweiterung des SMT mit einer *Lage 0*:  
Bei einem Radius von 1,7 cm wurde im März 2006 eine weitere Lage in den Siliziumdetektor eingeführt. Dazu wurde der Betrieb des Tevatron für einige Monate eingestellt. Untersuchungen zeigen, dass die neue Lage die Messung der Zerfallszeit für den hadronischen Kanal um 30% verbessern, auch wenn die bislang erste Lage des Siliziumdetektors durch Strahlenschäden und altersbedingte Degeneration nicht mehr verwendet werden kann [75]. Für die semileptonischen Kanäle wird wegen der Verschmierung durch den *K*-Faktor nur eine kleine Verbesserung erwartet.

---

<sup>1</sup>Siehe Abschnitt 2.3.1.

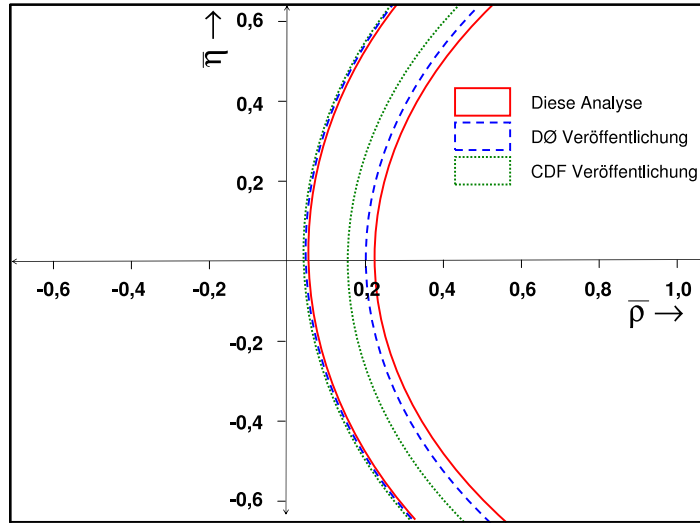


**Abbildung 9.3:** Benötigte integrierte Luminosität zur Messung von  $\Delta m_s$  mit  $3\sigma$  Signifikanz als Funktion von  $\Delta m_s$  [63]. Die Kurven zeigen (von links nach rechts) den Verlauf für (a) die semileptonischen Kanäle mit einer Erhöhung der Bandbreite, (b) hadronische Kanäle mit der zusätzlichen Lage 0 im SMT und (c) hadronische Kanäle mit der zusätzlichen Lage 0 im SMT und einer Erhöhung der Bandbreite.

- Erhöhung der Bandbreite:

Eine Erhöhung der zu speichernden Ereignisrate von momentan  $\sim 50$  Hz auf 100 Hz wurde beantragt [63]. Im Augenblick werden die speziell für die  $B$ -Physik entwickelten Trigger sehr stark runter skaliert (*prescale*), was vor allem an der Limitierung der Ereignisrate liegt. Eine Erhöhung der Ereignisrate würde die derzeitige künstliche Unterdrückung der Trigger mindern und somit zum Aufzeichnen zusätzlicher  $B$ -Ereignisse führen.

Die Abbildung 9.3 zeigt die benötigte integrierte Luminosität für eine  $3\sigma$ -Messung der Oszillationsfrequenz  $\Delta m_s$ . Die drei Kurven vergleichen (von links nach rechts) die erwartete Signifikanz unter Verwendung von (a) der semileptonischen Kanälen mit einer Erhöhung der Bandbreite, (b) hadronischer Kanäle mit der zusätzlichen Lage 0 im SMT und (c) hadronischer Kanäle mit der zusätzlichen Lage 0 im SMT und einer Erhöhung der Bandbreite. Aus den Kurven ist ersichtlich, dass die hadronischen Kanäle im Vergleich zu den semileptonischen Kanälen bei gleicher Luminosität viel sensitiver sind. Wie sich das in einer Messung niederschlägt, zeigt das kürzlich veröffentlichte



**Abbildung 9.4:** Experimentelle Einschränkungen des Unitaritätsdreiecks in der komplexen Ebene durch Messung der Oszillationsfrequenz  $\Delta m_s$  [20]. Dargestellt sind die Bereiche für die in dieser Arbeit beschriebenen Messung (durchgezogene Linie), dem Resultat aus der DØ Veröffentlichung [72] (gestrichelte Linie) und der kürzlich erschienene CDF Messung [74] (gepunktete Linie). Es ist jeweils das  $2\sigma$  Fehlerband dargestellt.

CDF Resultat [74]

$$\Delta m_s = 17,77 \pm 0,1(stat) \pm 0,07(syst) \text{ ps}^{-1} .$$

Abbildung 9.4 zeigt die Einschränkung auf die Seitenlänge  $R_t$  durch die in dieser Arbeit gezeigten Messung, dem Resultat aus der DØ Veröffentlichung [72] und der kürzlich erschienene CDF Messung [74]. Trotz dieser sehr präzisen Messung mit einem relativen Fehler von 0,7% wird der Fehler auf die Seite  $R_t$ , im Vergleich zu der in dieser Arbeit gezeigten Messung, nur um 40% reduziert, da die theoretischen Unsicherheiten in Gleichung 1.66 dominieren.



# Zusammenfassung

Das Standardmodell (SM) der Teilchenphysik beschreibt sehr präzise die fundamentalen Bausteine und deren Wechselwirkungen. Trotz des enormen Erfolges gibt es noch offene Fragen, die vom SM nicht beantwortet werden können. In den letzten Jahren wurden deshalb viele physikalische Größen sehr präzise experimentell gemessen, die dann mit der SM Vorhersage verglichen wurden, um alternative bzw. ergänzende physikalische Modelle zu bestätigen oder zu verwerfen. Einer dieser noch nicht abgeschlossenen Tests besteht aus der Messung der Seiten und Winkel des Unitaritätsdreiecks. Neutrale  $B_s$ - bzw.  $\bar{B}_s$ -Mesonen können sich innerhalb ihrer Lebensdauer in ihr Antiteilchen transformieren. Durch die Messung der  $B_s$ -Oszillationsfrequenz kann die am wenigsten bekannte Seite des Dreiecks genauer gemessen werden. Alle bis Ende 2005 durchgeführten Experimente lieferten lediglich eine untere Grenze für die Oszillationsfrequenz von  $\Delta m_s > 14,4 \text{ ps}^{-1}$  [2].

In der vorliegenden Arbeit wurde die Messung der  $B_s$ -Oszillationsfrequenz  $\Delta m_s$  mit dem semileptonischen Kanal  $B_s \rightarrow D_s^-(\phi\pi^-)\mu^+\nu_\mu$  beschrieben. Die verwendeten Daten stammen aus Proton-Antiproton-Kollisionen, die im Zeitraum von April 2002 bis März 2006 mit dem DØ -Detektor bei einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 1,96 \text{ TeV}$  am Tevatron-Beschleuniger am Fermi National Accelerator Laboratory aufgezeichnet wurden. Die verwendeten Datensätze entsprechen einer integrierten Luminosität von  $\int \mathcal{L} = 1,3 \text{ fb}^{-1}$ . Der große Vorteil des semileptonischen Kanals ist das beim Zerfall erzeugte Myon, mit Hilfe dessen diese Ereignisse effizient getriggert werden können.

Für diese Oszillationsmessung wurde der Quarkinhalt des  $B_s$ -Mesons zur Zeit der Produktion sowie des Zerfalls bestimmt und die Zerfallszeit wurde gemessen. Nach der Rekonstruktion und Selektion der Signalereignisse legt die Ladung des Myons den Quarkinhalt des  $B_s$ -Mesons zur Zeit des Zerfalls fest. Die Messung der Zerfallszeit musste wegen des nichtmessbaren Neutrinoimpulses korrigiert werden, wodurch die Zerfallszeitauflösung verschlechtert wird. Zusätzlich musste der Quarkinhalt des  $B_s$ -Mesons zur Zeit der Produktion markiert werden. Dazu wurde ausgenutzt, dass  $b$ -Quarks überwiegend paarweise produziert werden. Die Zerfallsprodukte des zweiten  $b$ -Hadrons legen dann den Quarkinhalt des  $B_s$ -Mesons zur Zeit der Produktion fest. Diese Markierungsmethoden wurden zunächst durch die Messung der  $B_d$ -Oszillation verifiziert, bevor sie für die eigentliche Messung verwendet wurden.

Durch die Amplitudenanpassung konnte bei einer Sensitivität von  $\Delta m_s^{\text{sens}} = 14,5 \text{ ps}^{-1}$  nur eine untere Grenze für die Oszillationsfrequenz  $\Delta m_s > 15,5 \text{ ps}^{-1}$  angegeben werden.

Die Maximum-Likelihood-Methode lieferte eine Oszillationsfrequenz

$$\Delta m_s = (20_{-3,0}^{+2,5}(stat + sys) \pm 0,8(sys, k)) \text{ ps}^{-1} ,$$

bei einem Vertrauensniveau von 90%. Der nicht messbare Neutrinoimpuls wird durch den systematischen Fehler  $(sys, k)$  berücksichtigt. Die größten Unsicherheiten sind statistischer Natur. Die in dieser Arbeit vorgestellten Methoden sind in [72] veröffentlicht worden. Alle bisherigen Messungen der Seiten und Winkel des Unitaritätsdreieckes einschließlich des hier vorgestellten Ergebnisses führen innerhalb der Fehler zu einem mit dem SM verträglichen, geschlossenen Dreieck.

In den nächsten Jahren wird das Tevatron den einzelnen Experimenten  $8 - 9 \text{ fb}^{-1}$  an integrierter Luminosität liefern, wodurch die statistischen Unsicherheiten verringert werden. Zusätzlich wird mit der Erhöhung der Datenmenge und der Verbesserung der Selektion im hadronischen Kanal  $B_s \rightarrow D_s^-(\phi\pi^-)\pi^+$  eine signifikante Verbesserung der Messung erwartet.

# A Anhang

## A.1 Triggerliste

Die Kollisionsrate von 2,5 MHz ist zu hoch, um alle Ereignisse aufzuzeichnen. Mit Hilfe von Triggern wird die Ereignisrate auf 50 – 100 Hz reduziert. Die für diese Arbeit wichtigsten Trigger sind die Myon-Trigger, da in jedem Ereignis mindestens ein Myon aus dem gesuchten Zerfall verlangt wird. In Tabelle A.1 sind die wichtigsten Myon-Trigger aufgelistet.

Triggerbezeichnung
ML1_TMM3_VX
ML1_TMM4_VX
ML1_TMM5_VX
ML1_IPTMM_IMP_V
ML1_TMM_2IP_IMP_V
ML1_TMM_3IP_IMP_V
ML1_TMM_4IP_IMP_V
ML1_TMM_4TK05_VX
ML1_TMM_2TK3_VX
ML1_TMM_3TK05L_V
ML1_TMM_3TK07_VX
MM1_TMM_IMP_2IP_V
MM1_TMM_IMP_3IP_V
MM1_TMM_IMP_4IP_V

**Tabelle A.1:** Auszug und Definition einiger wichtiger Myon-Trigger. Insgesamt existieren 376 Trigger-Definitionen [76], die hier nicht alle angezeigt werden können.

Der Triggername setzt sich zusammen aus einer Bezeichnung, die den zugrunde liegenden Level-1-Trigger charakterisiert und der zusätzlichen Level-3-Bedingung. Die für diese Arbeit wichtigsten Level-1 Bezeichnungen aus Tabelle A.1 sind:

- ML1:  
Es wird ein *loose*<sup>1</sup> Myon verlangt innerhalb einer Pseudorapidität  $|\eta| < 2$  und einer dazu gefundenen Spur mit einem Transversalimpuls  $p_T > 3 \text{ GeV}/c$ .

<sup>1</sup>Vergleichbar mit einer Myonqualität  $n_{seg} > 1$ .

- MM1:  
Es wird ein *loose* Myon verlangt innerhalb einer Pseudorapidität  $|\eta| < 2$  und einer dazu gefundenen Spur mit einem Transversalimpuls  $p_T > 5 \text{ GeV}/c$ .

Auf Level-2 Ebene wird immer ein *medium*<sup>2</sup> Myon verlangt, bei dem die Szintillatoren innerhalb eines schmalen Zeitfensters angesprochen haben.

Die für diese Arbeit wichtigsten Level-3 Bezeichnungen aus Tabelle A.1 sind:

- TMM3\_VX:  
Es wird ein *medium* Myon verlangt mit einer dazu gefundenen Spur mit einem Transversalimpuls  $p_T > 3 \text{ GeV}/c$ . Die Position des Primärvertex befindet sich innerhalb  $|z| < 35 \text{ cm}$ .
- TMM4\_VX:  
Entspricht TMM3\_VX, wobei für die Spur ein Transversalimpuls  $p_T > 4 \text{ GeV}/c$  verlangt wird.
- TMM5\_VX:  
Entspricht TMM3\_VX, wobei für die Spur ein Transversalimpuls  $p_T > 5 \text{ GeV}/c$  verlangt wird.
- IPTMM\_IMP\_V:  
Es wird ein *medium* Myon verlangt mit einer dazu gefundenen Spur mit einem Transversalimpuls  $p_T > 4 \text{ GeV}/c$ . Die Impaktparametersignifikanz der Myonspur muß größer als 3 sein. Zusätzlich werden zwei unterschiedlich geladene Spuren mit einem Transversalimpuls  $p_T > 0,5 \text{ GeV}/c$  benötigt, deren invariante Masse innerhalb des  $\phi$ -Massenfensters<sup>3</sup> liegt. Die Position des Primärvertex befindet sich innerhalb  $|z| < 35 \text{ cm}$ .
- TMM\_2IP\_IMP\_V:  
Entspricht IPTMM\_IMP\_V, wobei zusätzlich zwei Spuren mit einem Transversalimpuls  $p_T > 1,5 \text{ GeV}/c$  und einer Impaktparametersignifikanz größer als 3 verlangt werden. Es wird keine Anforderung an die Impaktparametersignifikanz der Myonspur gemacht.
- TMM\_3IP\_IMP\_V:  
Entspricht TMM\_2IP\_IMP\_V, wobei drei Spuren mit einem Transversalimpuls  $p_T > 0,75 \text{ GeV}/c$  und einer Impaktparametersignifikanz größer als 3 verlangt werden.

---

<sup>2</sup>Vergleichbar mit einer Myonqualität  $nseg > 2$ .

<sup>3</sup> $0,98 < M(\phi) < 1,08 \text{ GeV}/c^2$ .



- TMM\_4IP\_IMP\_V:
 

Entspricht TMM\_2IP\_IMP\_V, wobei vier Spuren mit einem Transversalimpuls  $p_T > 0,5 \text{ GeV}/c$  und einer Impaktparametersignifikanz größer als 3 verlangt werden.
- TMM\_4TK05\_VX:
 

Entspricht TMM\_4IP\_IMP\_V, wobei nur ein *loose* Myon verlangt wird. Außerdem wird keine Anforderung an die Impaktparametersignifikanz gestellt.
- TMM\_2TK3\_VX:
 

Entspricht TMM\_4TK05\_VX, wobei zwei Spuren mit einem Transversalimpuls  $p_T > 3 \text{ GeV}/c$  verlangt werden.
- TMM\_3TK05L\_V:
 

Entspricht TMM\_4TK05\_VX, wobei zwei Spuren mit einem Transversalimpuls  $p_T > 1 \text{ GeV}/c$  und eine Spur mit einem Transversalimpuls  $p_T > 0,5 \text{ GeV}/c$  verlangt werden.
- TMM\_3TK07\_VX:
 

Entspricht TMM\_4TK05\_VX, wobei drei Spuren mit einem Transversalimpuls  $p_T > 0,7 \text{ GeV}/c$  verlangt werden.
- TMM\_IMP\_2IPV:
 

Entspricht IPTMM\_IMP\_V, wobei die Myonspur einen Transversalimpuls  $p_T > 5 \text{ GeV}/c$  besitzen muß. Zusätzlich werden zwei Spuren mit einem Transversalimpuls  $p_T > 1,5 \text{ GeV}/c$  verlangt.
- TMM\_IMP\_3IPV:
 

Entspricht TMM\_IMP\_2IPV, wobei drei Spuren mit einem Transversalimpuls  $p_T > 0,75 \text{ GeV}/c$  verlangt werden.
- TMM\_IMP\_4IPV:
 

Entspricht TMM\_IMP\_2IPV, wobei vier Spuren mit einem Transversalimpuls  $p_T > 0,5 \text{ GeV}/c$  verlangt werden.

## A.2 Parametrisierung des $KK\pi$ -Massenspektrums

Die Abbildungen A.1-A.9 zeigen das  $KK\pi$ -Massenspektrum und die Anpassungsfunktion  $F(m)$  aus Gleichung 5.7 für 9 VPDL-Bereiche.

Die folgenden Parameter der Anpassungsfunktion sind für alle VPDL-Bereiche gleich

- $f_1 = 0,88 \pm 0,06$
- $\bar{m} = 1,9615 \text{ GeV}/c^2$

- $\bar{m}_2 = 1,8648 \text{ GeV}/c^2$ .

Die für die Anpassung variierten Parameter sind in den Abbildungen A.1-A.9 dargestellt, wobei folgende Definitionen gelten

$$f_{D_s} = \frac{N_{D_s}}{N_{D_s} + N_{D^-} + N_{refl} + N_{bgd}}$$

$$f_{D^\pm} = \frac{N_{D^-}}{N_{D_s} + N_{D^-} + N_{refl} + N_{bgd}}$$

$$f_{refl} = \frac{N_{refl}}{N_{D_s} + N_{D^-} + N_{refl} + N_{bgd}}$$

$$f_{bgd} = 1 - f_{D_s} - f_{D^\pm} - f_{refl}.$$

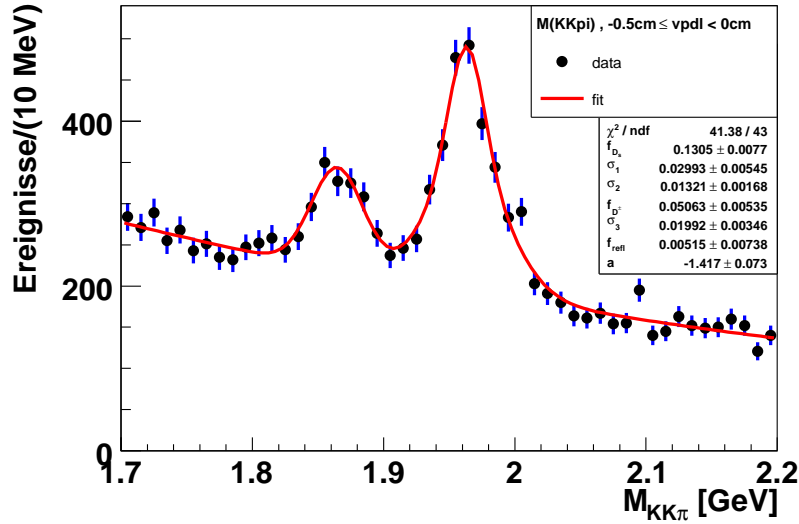


Abbildung A.1:  $KK\pi$ -Massenverteilung mit Anpassungsfunktion für den VPDL-Bereich  $-0,5 \text{ cm} \leq \text{VPDL} < 0,0 \text{ cm}$ .

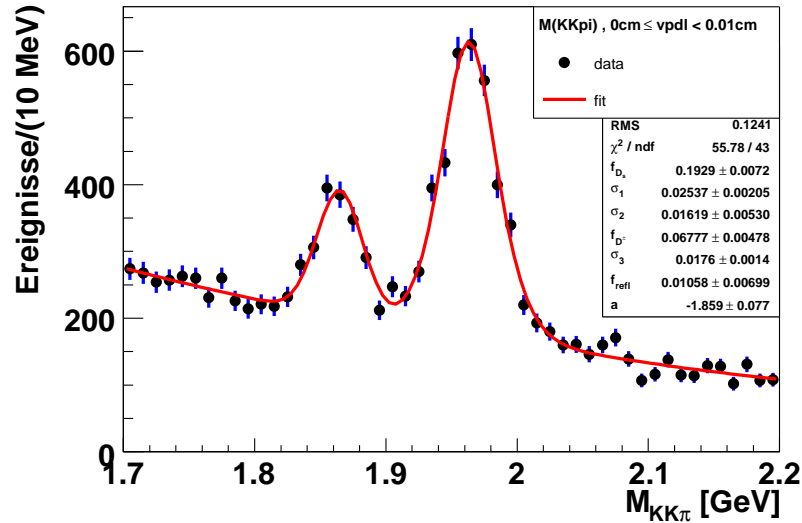


Abbildung A.2:  $KK\pi$ -Massenverteilung mit Anpassungsfunktion für den VPDL-Bereich  $0,0\text{ cm} \leq \text{VPDL} < 0,01\text{ cm}$ .

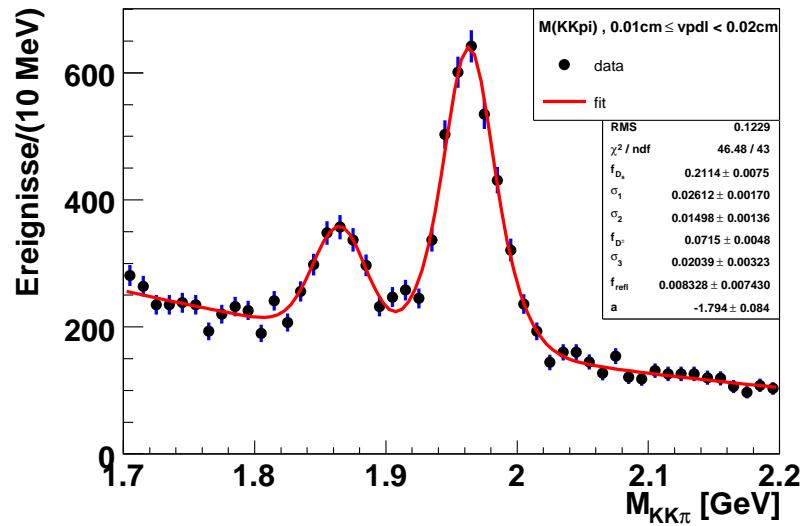


Abbildung A.3:  $KK\pi$ -Massenverteilung mit Anpassungsfunktion für den VPDL-Bereich  $0,01\text{ cm} \leq \text{VPDL} < 0,02\text{ cm}$ .

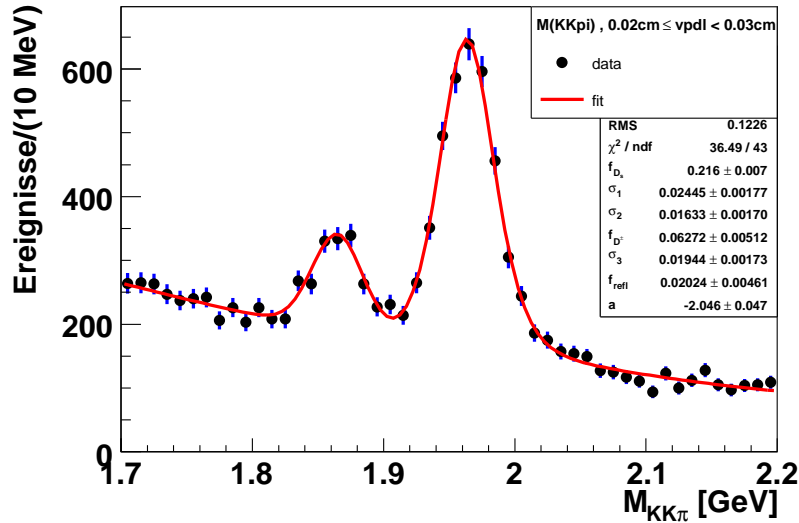


Abbildung A.4:  $KK\pi$ -Massenverteilung mit Anpassungsfunktion für den VPDL-Bereich  $0,02 \text{ cm} \leq \text{VPDL} < 0,03 \text{ cm}$ .

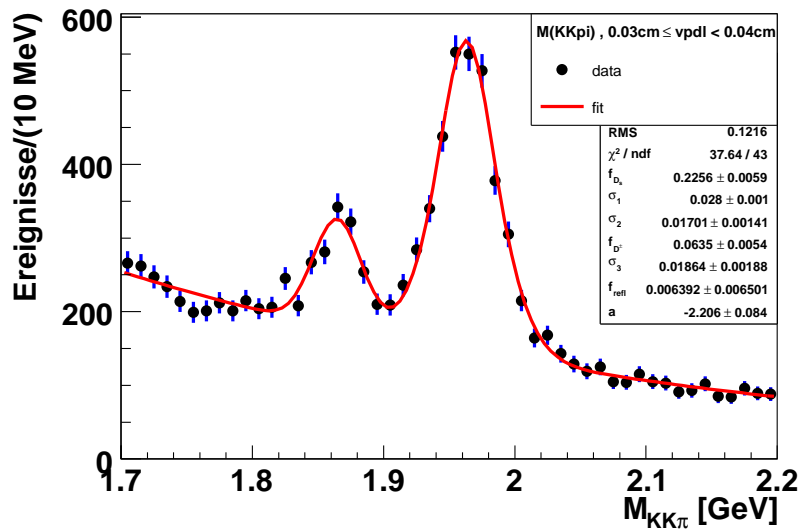


Abbildung A.5:  $KK\pi$ -Massenverteilung mit Anpassungsfunktion für den VPDL-Bereich  $0,03 \text{ cm} \leq \text{VPDL} < 0,04 \text{ cm}$ .

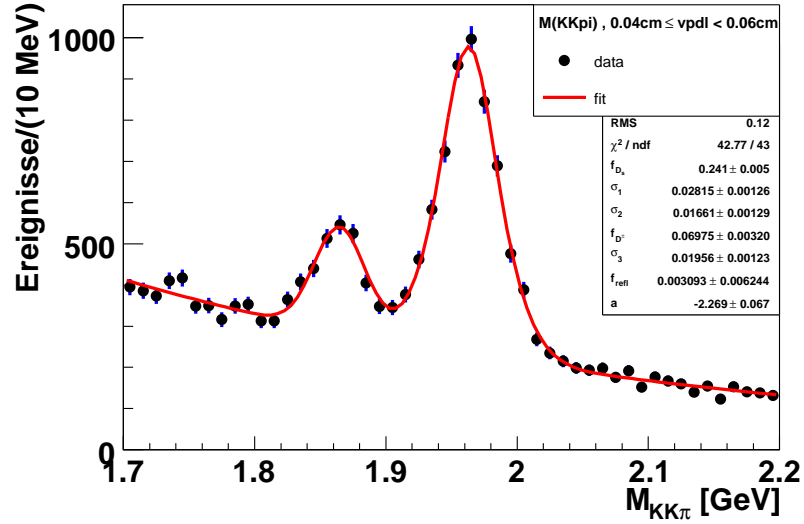


Abbildung A.6:  $KK\pi$ -Massenverteilung mit Anpassungsfunktion für den VPDL-Bereich  $0,04 \text{ cm} \leq \text{VPDL} < 0,06 \text{ cm}$ .

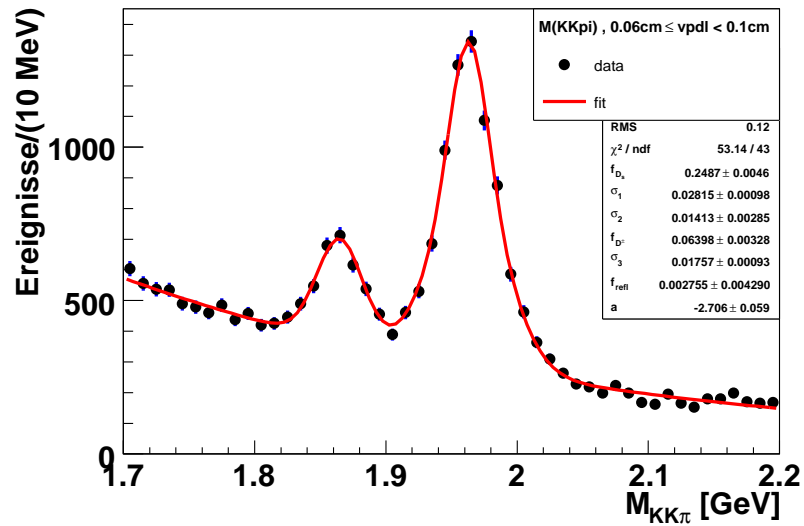


Abbildung A.7:  $KK\pi$ -Massenverteilung mit Anpassungsfunktion für den VPDL-Bereich  $0,06 \text{ cm} \leq \text{VPDL} < 0,1 \text{ cm}$ .

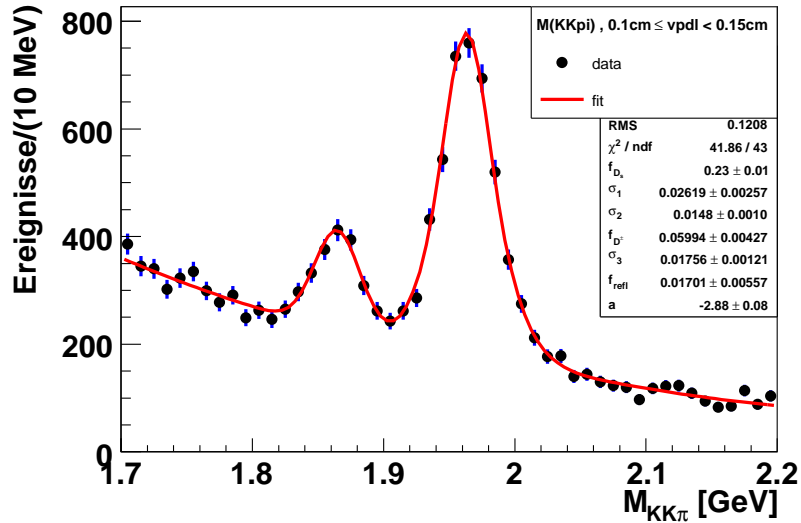


Abbildung A.8:  $KK\pi$ -Massenverteilung mit Anpassungsfunktion für den VPDL-Bereich  $0,1 \text{ cm} \leq \text{VPDL} < 0,15 \text{ cm}$ .

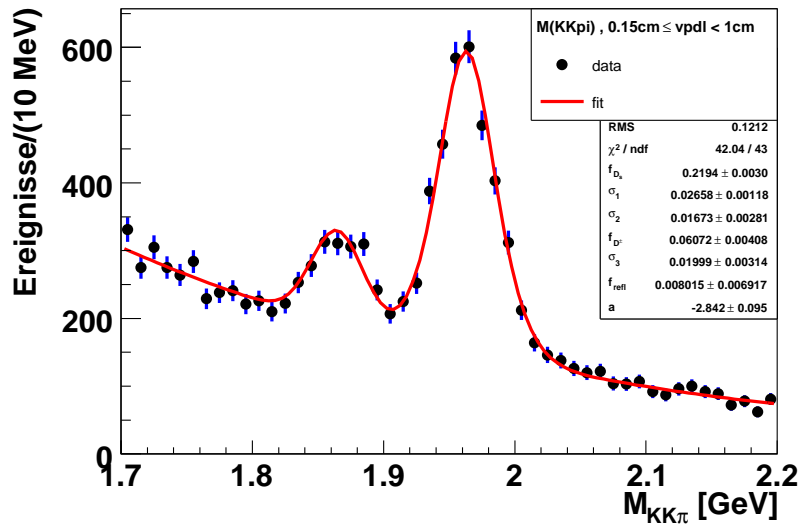


Abbildung A.9:  $KK\pi$ -Massenverteilung mit Anpassungsfunktion für den VPDL-Bereich  $0,15 \text{ cm} \leq \text{VPDL} < 1,0 \text{ cm}$ .

## A.3 Monte Carlo Datensätze

### A.3.1 $B_s \rightarrow D_s \mu \nu_\mu$

D0Release : p17.09.01  
 Beschreibung :  $B_s \rightarrow D_s^- \mu^+ \nu_\mu$ ,  $D_s^- \rightarrow \phi \pi^-$  (und Ladungskonjugiert)  
 PDF : LHPDFCTEQ6L1  
 Cardfile Version : v00-09-36  
 Pythia Cardfile : pythia\_b+b\_incl\_sm.n.cards  
 EvtGen Prozess : user.dec\_bs-ds-mu-nu  
 Request ID : 33211/33212  
 $\varepsilon_{d0mess}$  : 0.0308  
 Vorselektion auf Generatorebene ( $d0mess$ ):

```

string PackageName = "d0_mess"

bool d0_mess_on = true

int NumberOfCuts = 7

string Cut1 = "AbsPdgId==531"
string Cut2 = "AbsPdgId==13 && Pt>1.5 && AbsEta<2.1 && AbsParentId==531"
string Cut3 = "AbsPdgId==431 &&
               (AbsParentId==433 || AbsParentId==10431 || AbsParentId==531)"

string Cut4 = "AbsPdgId==211 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && AbsParentId==431"
string Cut5 = "PdgId==333 && AbsParentId==431"

string Cut6 = "PdgId==321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"
string Cut7 = "PdgId==321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"

```

### A.3.2 $B_s \rightarrow D_s D(\mu \nu_\mu)$

D0Release : p17.09.01  
 Beschreibung :  $B_s \rightarrow D_s^- D^+$ ,  $D_s^- \rightarrow \phi \pi^-$ ,  $D^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X$  (und Ladungskonjugiert)  
 PDF : LHPDFCTEQ6L1  
 Cardfile Version : v00-09-36  
 Pythia Cardfile : pythia\_b+b\_incl\_sm.n.cards  
 EvtGen Prozess : user.dec\_bs-dsd-mu-nu  
 Request ID : 33205/33206  
 $\varepsilon_{d0mess}$  : 0.00775  
 Vorselektion auf Generatorebene ( $d0mess$ ):

```

string PackageName = "d0_mess"

bool d0_mess_on = true

int NumberOfCuts = 8

string Cut1 = "AbsPdgId==531"
string Cut2 = "AbsPdgId==431 && (AbsParentId==433 || AbsParentId==531)"
string Cut3 = "(AbsPdgId==411 || AbsPdgId==421) &&
              (AbsParentId==413 || AbsParentId==423 || AbsParentId==531)"
string Cut4 = "AbsPdgId== 13 && Pt > 1.5 && AbsEta < 2.1 &&
              (AbsParentId==411 || AbsParentId==421)"

string Cut5 = "AbsPdgId==211 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && AbsParentId==431"
string Cut6 = "PdgId==333 && AbsParentId==431"

string Cut7 = "PdgId==321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"
string Cut8 = "PdgId== -321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"

```

### A.3.3 $B_s \rightarrow D_s D_s(\mu\nu_\mu)$

D0Release : p17.09.01  
 Beschreibung :  $B_s \rightarrow D_s^- D_s^+$ ,  $D_s^- \rightarrow \phi\pi^-$ ,  $D_s^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu X$   
 PDF : LHPDFCTEQ6L1  
 Cardfile Version : v00-09-36  
 Pythia Cardfile : pythia\_b+b\_incl\_sm.n.cards  
 EvtGen Prozess : user.dec\_bs-dsds-mu-nu  
 Request ID : 33201/33202  
 $\varepsilon_{d0mess}$  : 0.012  
 Vorselektion auf Generatorebene ( $d0mess$ ):

```

string PackageName = "d0_mess"

bool d0_mess_on = true

int NumberOfCuts = 8

string Cut1 = "AbsPdgId==531"
string Cut2 = "PdgId==431 && (AbsParentId==433 || AbsParentId==531)"
string Cut3 = "PdgId== -431 && (AbsParentId==433 || AbsParentId==531)"
string Cut4 = "AbsPdgId== 13 && Pt > 1.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==431"

```



```

string Cut5 = "PdgId==211 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==431"
string Cut6 = "PdgId==333 && ParentId==431"

string Cut7 = "PdgId==321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"
string Cut8 = "PdgId==321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"

```

### A.3.4 $B_s \rightarrow D_s \tau(\mu\nu_\mu)$

D0Release : p17.09.01  
Beschreibung :  $B_s \rightarrow D_s^- \tau^+$ ,  $D_s^- \rightarrow \phi \pi^-$ ,  $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu X$   
PDF : LHPDFCTEQ6L1  
Cardfile Version : v00-09-36  
Pythia Cardfile : pythia\_b+b\_incl\_sm.n.cards  
EvtGen Prozess : user.dec\_bs-ds-tau-nu  
Request ID : 33203/33204  
 $\varepsilon_{d0mess}$  : 0.00262

Vorselektion auf Generatorebene ( $d0mess$ ):

```

string PackageName = "d0_mess"

bool d0_mess_on = true

int NumberOfCuts = 8

string Cut1 = "AbsPdgId==531"
string Cut2 = "AbsPdgId== 15 && AbsParentId==531"
string Cut3 = "AbsPdgId== 13 && Pt > 1.5 && AbsEta < 2.1 && AbsParentId==15"
string Cut4 = "AbsPdgId==431 &&
(AbsParentId==433 || AbsParentId==10431 || AbsParentId==531)"

string Cut5 = "AbsPdgId==211 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && AbsParentId==431"
string Cut6 = "PdgId==333 && AbsParentId==431"

string Cut7 = "PdgId==321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"
string Cut8 = "PdgId==321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"

```

### A.3.5 $B_d \rightarrow D_s D(\mu\nu_\mu)$

D0Release : p17.09.01  
 Beschreibung :  $\bar{B}_d \rightarrow D_s^- D^+ X$ ,  $D_s^- \rightarrow \phi\pi^-$ ,  $D^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu X$  (und Ladungskonjugiert)  
 PDF : LHPDFCTEQ6L1  
 Cardfile Version : v00-09-36  
 Pythia Cardfile : pythia\_b+b\_incl\_sm.n.cards  
 EvtGen Prozess : user.dec\_b0-dsd-mu-nu  
 Request ID : 33209/33210  
 $\varepsilon_{d0mess}$  : 0.0304  
 Vorselektion auf Generatorebene ( $d0mess$ ):

```
string PackageName = "d0_mess"
```

```
bool d0_mess_on = true
```

```
int NumberOfCuts = 8
```

```
string Cut1 = "AbsPdgId==511"
```

```
string Cut2 = "AbsPdgId==431 && (AbsParentId==433 || AbsParentId==511)"
```

```
string Cut3 = "(AbsPdgId==411 || AbsPdgId==421) &&  
              (AbsParentId==413 || AbsParentId==423 || AbsParentId==511)"
```

```
string Cut4 = "AbsPdgId== 13 && Pt > 1.5 && AbsEta < 2.1 &&  
              (AbsParentId==411 || AbsParentId==421)"
```

```
string Cut5 = "AbsPdgId==211 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && AbsParentId==431"
```

```
string Cut6 = "PdgId==333 && AbsParentId==431"
```

```
string Cut7 = "PdgId==321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"
```

```
string Cut8 = "PdgId== -321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"
```

### A.3.6 $B_u \rightarrow D_s D(\mu\nu_\mu)$

D0Release : p17.09.01  
 Beschreibung :  $\bar{B}^- \rightarrow D_s^- D^+ X$ ,  $D_s^- \rightarrow \phi\pi^-$ ,  $D^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu X$  (und Ladungskonjugiert)  
 PDF : LHPDFCTEQ6L1  
 Cardfile Version : v00-09-36  
 Pythia Cardfile : pythia\_b+b\_incl\_sm.n.cards  
 EvtGen Prozess : user.dec\_bp-dsd-mu-nu  
 Request ID : 33207/33208  
 $\varepsilon_{d0mess}$  : 0.0249  
 Vorselektion auf Generatorebene ( $d0mess$ ):

```
string PackageName = "d0_mess"

bool d0_mess_on = true

int NumberOfCuts = 8

string Cut1 = "AbsPdgId==521"
string Cut2 = "AbsPdgId==431 && (AbsParentId==433 || AbsParentId==521)"
string Cut3 = "(AbsPdgId==411 || AbsPdgId==421) &&
               (AbsParentId==413 || AbsParentId==423 || AbsParentId==521)"
string Cut4 = "AbsPdgId== 13 && Pt > 1.5 && AbsEta < 2.1 &&
               (AbsParentId==411 || AbsParentId==421)"

string Cut5 = "AbsPdgId==211 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && AbsParentId==431"
string Cut6 = "PdgId==333 && AbsParentId==431"

string Cut7 = "PdgId==321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"
string Cut8 = "PdgId== -321 && Pt > 0.5 && AbsEta < 2.1 && ParentId==333"
```

## A.4 Parametrisierung der K-Faktor Wahrscheinlichkeitsdichte

Die K-Faktoren der zum Signal beitragenden Prozesse wurden aus Monte Carlo Simulationen ermittelt.

Zur Parametrisierung der zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $D(m, K)$  wird die eindimensionale K-Faktor Verteilung in verschiedenen  $\mu D_s$ -Massenbereichen aufgetragen und angepaßt. Anschließend werden die Parameter der eindimensionalen Anpassungsfunktion in Abhängigkeit der  $\mu D_s$ -Masse aufgetragen und durch weitere Funktionen parametrisiert.

Zur Anpassung der eindimensionalen K-Faktor Verteilung wird eine assymetrische Gaußfunktion verwendet

$$g_i(K) = \begin{cases} \frac{2a_i}{1+d} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot c_i}} e^{-0.5 \frac{(K-b_i)^2}{c_i^2}}, & K < b_i \\ \frac{2a_i d_i}{1+d_i} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot c_i d_i}} e^{-0.5 \frac{(K-b_i)^2}{c_i^2 d_i^2}}, & K \geq b_i \end{cases}, \quad (\text{A.1})$$

mit den Parametern  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  und  $d_i$  für den  $\mu D_s$ -Massenbereich  $i$ . Die Abbildungen A.10 und A.11 zeigen diese eindimensionalen Verteilungen für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^-$ .

Die Parameter dieser Funktion wurden anschließend in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse mit Hilfe einer Gaußfunktion, oder einem Polynom 4<sup>ten</sup>-Grades parametrisiert.

Aus der Kombination resultieren die zwei verwendeten zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen

$$D_1(m, K) = \begin{cases} \frac{2a_1(m)}{1+d(m)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot c(m)}} e^{-0.5 \frac{(K-b(m))^2}{c^2(m)}}, & K < b(m) \\ \frac{2a_1(m)d(m)}{1+d(m)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot c(m)d(m)}} e^{-0.5 \frac{(K-b(m))^2}{c^2(m)d^2(m)}}, & K \geq b(m) \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

$$D_2(m, K) = \frac{a_2(m)}{\sqrt{2\pi \cdot c(m)}} e^{-0.5 \frac{(K-b(m))^2}{c^2(m)}} \quad (\text{A.3})$$

$$a_1(m) = p_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot p_2}} e^{-0.5 \frac{(K-p_1)^2}{p_2^2}}$$

$$a_2(m) = p_0 + p_1 m + p_2 m^2 + p_3 m^3 + p_4 m^4$$

$$b(m) = p_3 + p_4 m + p_5 m^2 + p_6 m^3 + p_7 m^4$$

$$c(m) = p_8 + p_9 m + p_{10} m^2 + p_{11} m^3 + p_{12} m^4$$

$$d(m) = p_{13} + p_{14} m + p_{15} m^2 + p_{16} m^3 + p_{17} m^4$$

mit dem K-Faktor  $K$  und der invarianten  $\mu D_s$ -Masse  $m$ . Die Funktion  $D_2(m, K)$  ist ein Spezialfall der Funktion  $D_1(m, K)$  für  $d(m) = 1$ .

Die Funktion  $D_1(m, K)$  aus Gleichung A.2 wurde für die folgenden Zerfälle zur Parametrisierung verwendet:

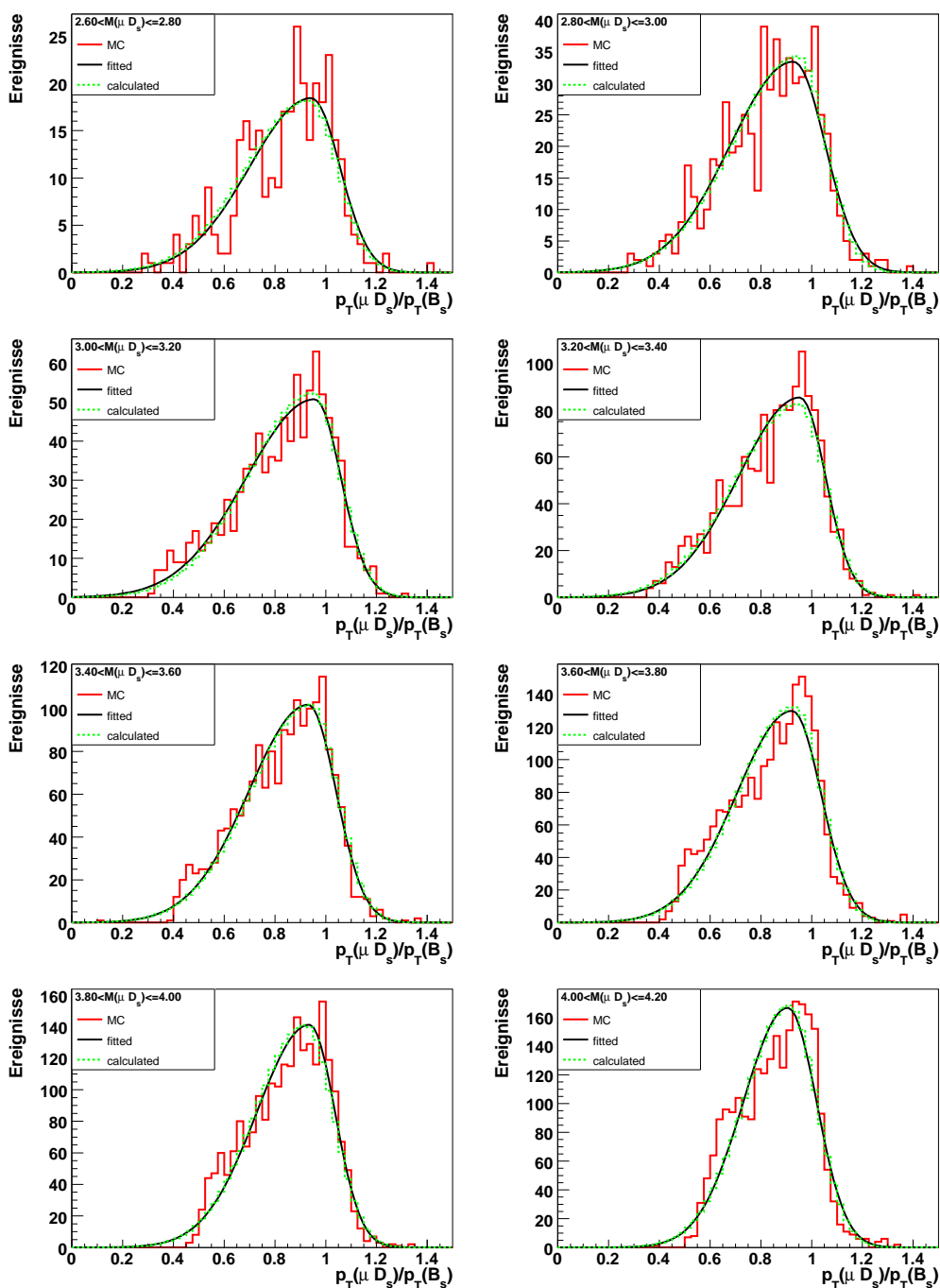


Abbildung A.10:  $K$ -Faktor Verteilungen für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^-$  für verschiedene  $\mu D_s$ -Massenbereiche. Die grüne gestrichelte Verteilung wurde aus der zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion berechnet.

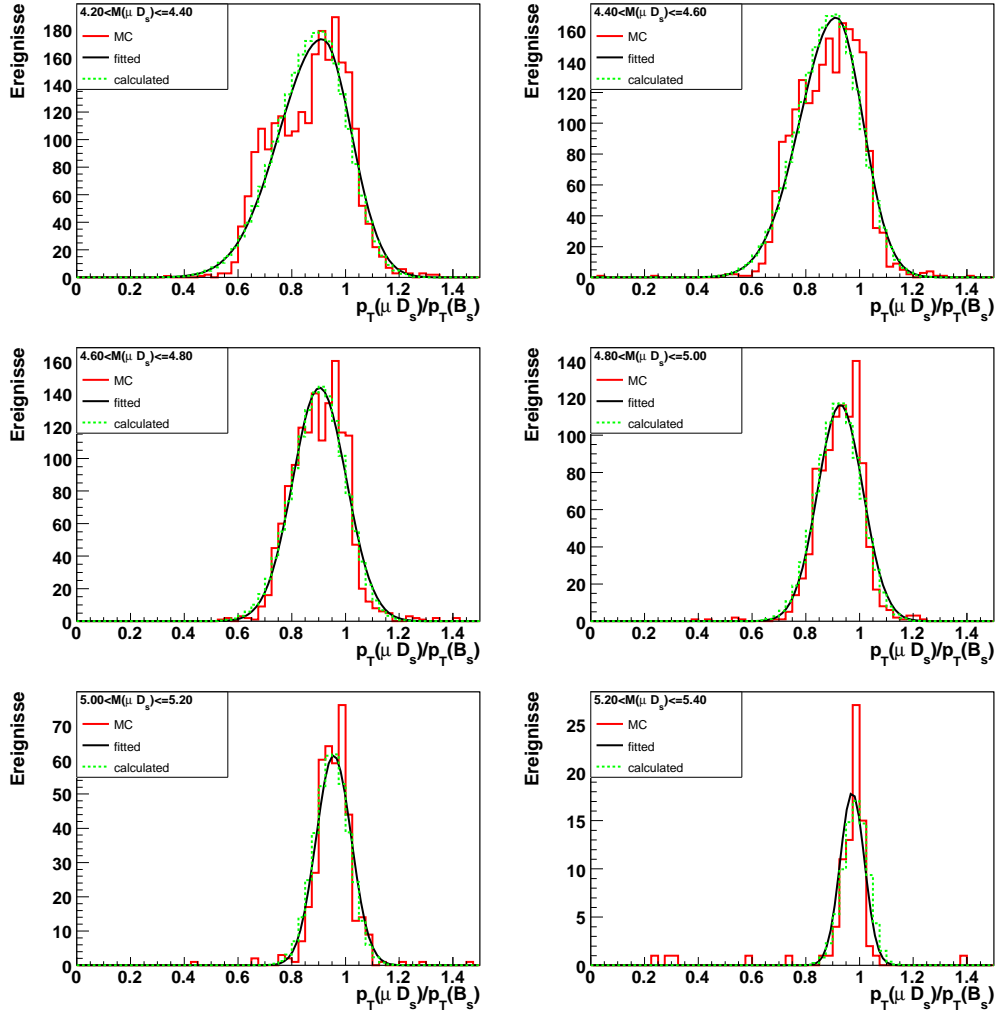


Abbildung A.11:  $K$ -Faktor Verteilungen für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^-$  für verschiedene  $\mu D_s$ -Massenbereiche. Die grne gestrichelte Verteilung wurde aus der zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion berechnet.

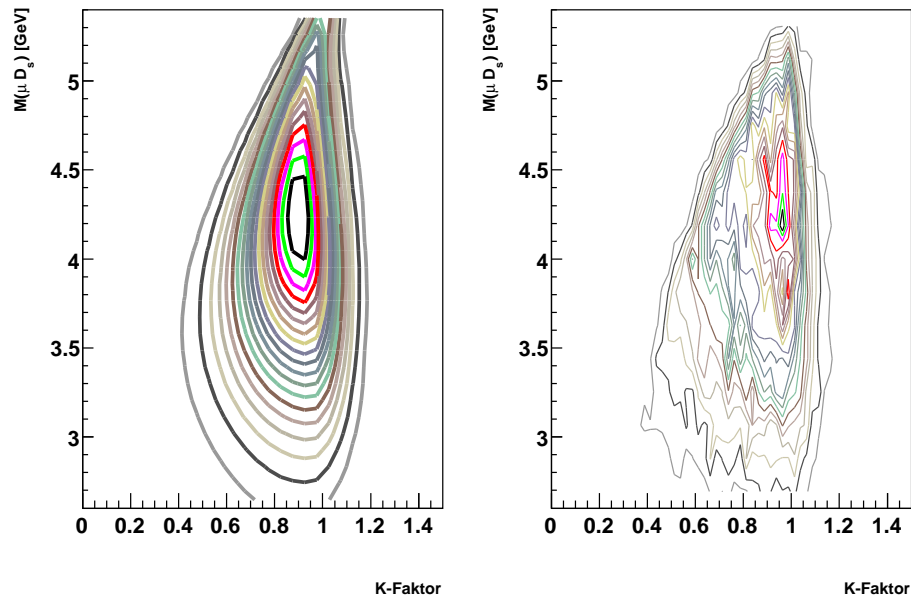
- $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^-$
- $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^{*-}$
- $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s0}^{*-}$
- $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s1}^{\prime-}$

Für alle anderen Zerfälle wurde die Funktion  $D_2(m, K)$  aus Gleichung A.3 zur Parametrisierung verwendet:

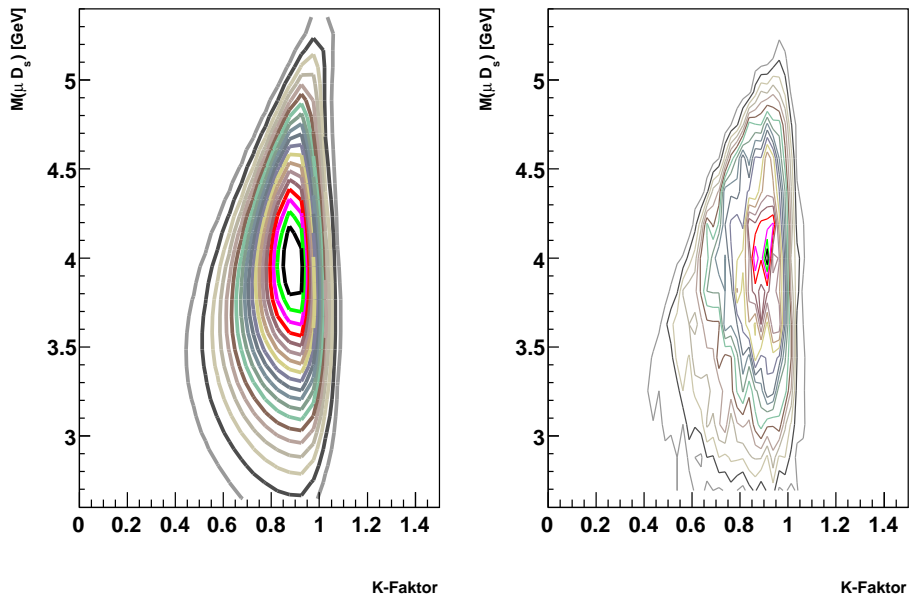
- $B_s^0 \rightarrow \tau^+ \nu_\tau D_s^-$

- $B_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$
- $B_s^0 \rightarrow DD_s^-$
- $B^- \rightarrow DD_s^- X$
- $B_d^0 \rightarrow DD_s^- X$
- $B^+ \rightarrow D^- \mu^+ \nu_\mu X$
- $B_d^0 \rightarrow D^- \mu^+ \nu_\mu X$

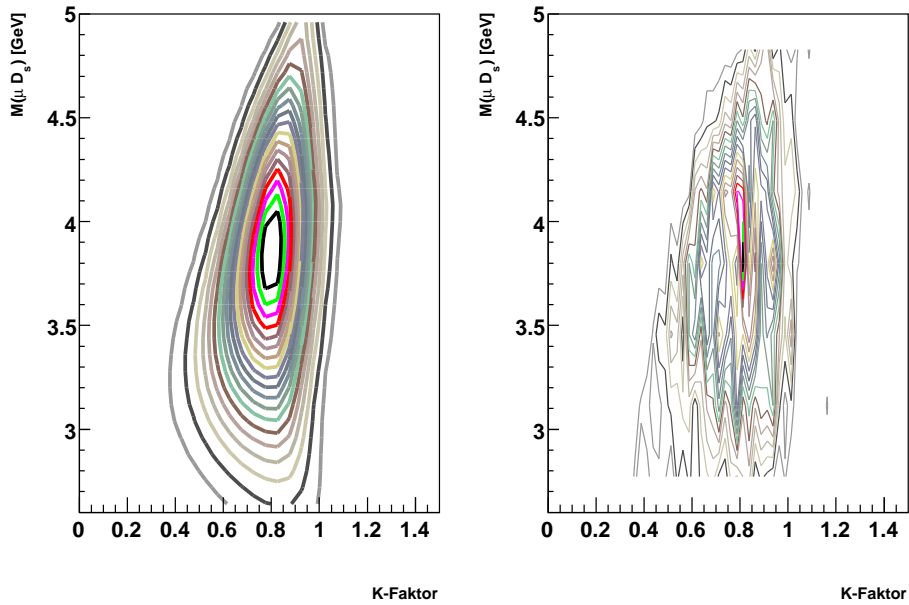
In den Abbildungen A.12-A.20 sind die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für alle Signalanteile dargestellt. Die dazu gehörenden Parameter sind in Tabelle A.2 aufgelistet.



**Abbildung A.12:**  $K$ -Faktor Verteilungen für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^-$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind im Anhang in Tabelle A.2 aufgelistet.

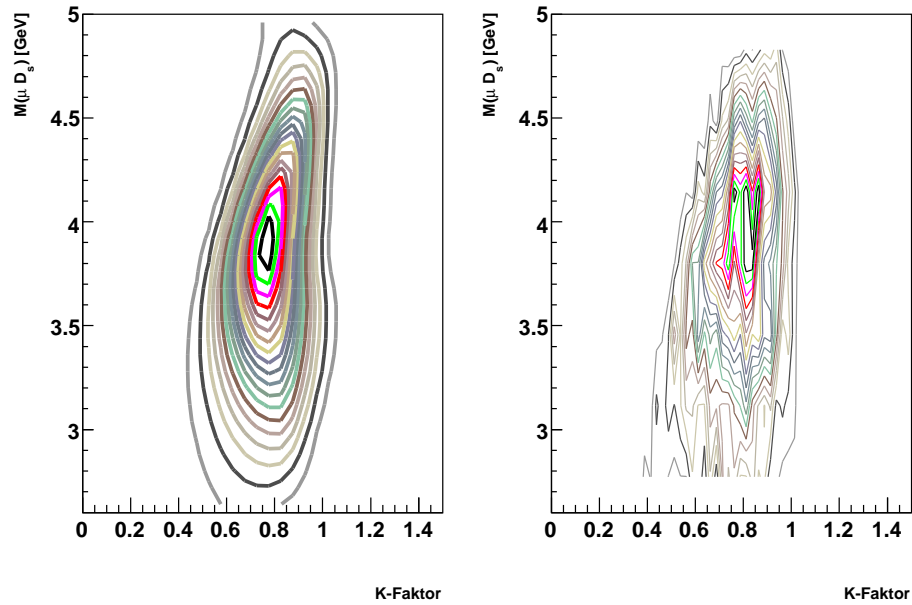


**Abbildung A.13:** *K-Faktor* Verteilungen für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^{*-}$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind in Tabelle A.2 aufgelistet.

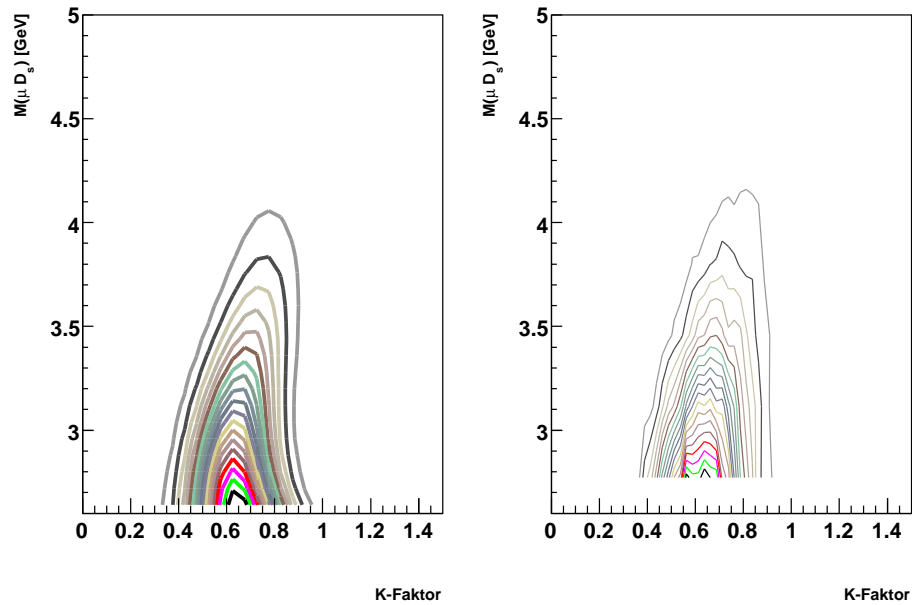


**Abbildung A.14:** *K-Faktor* Verteilungen für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s0}^{*-}$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind in Tabelle A.2 aufgelistet.

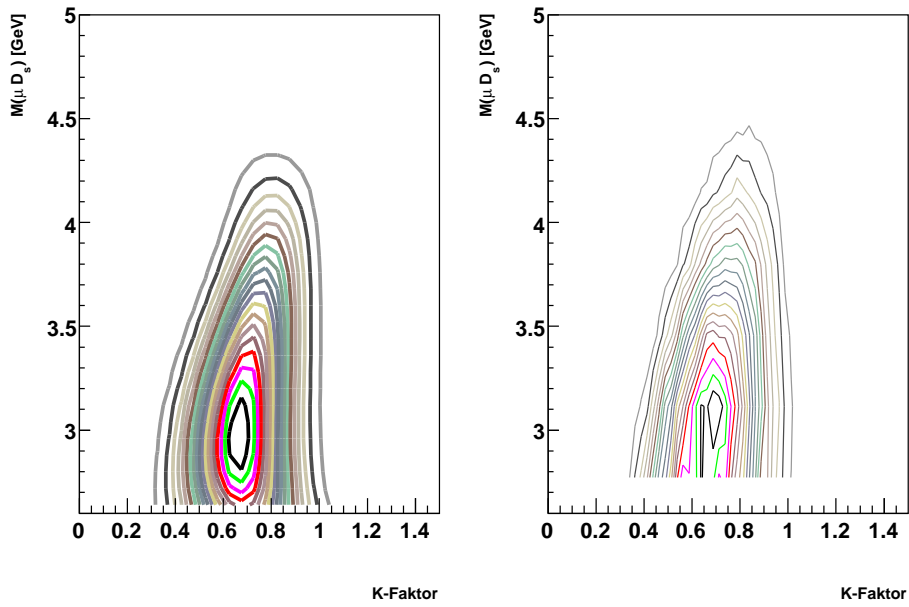




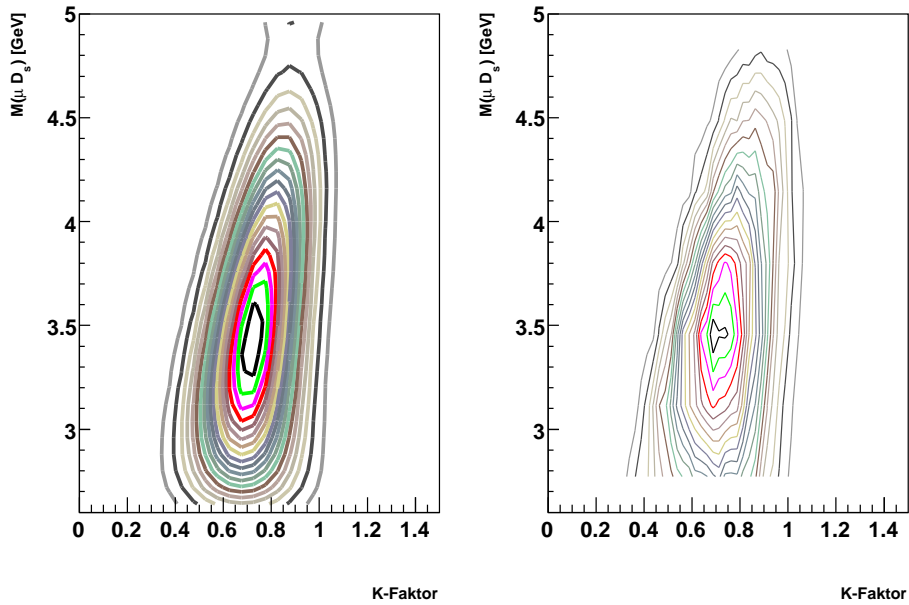
**Abbildung A.15:**  $K$ -Faktor Verteilungen für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s1}'^-$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind in Tabelle A.2 aufgelistet.



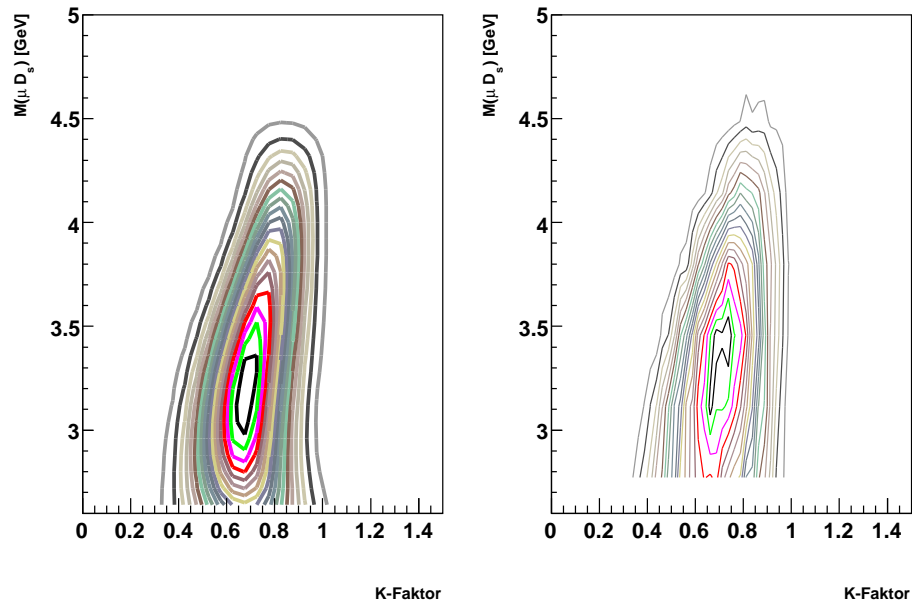
**Abbildung A.16:**  $K$ -Faktor Verteilungen für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow DD_s^-$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind im Anhang in Tabelle A.2 aufgelistet.



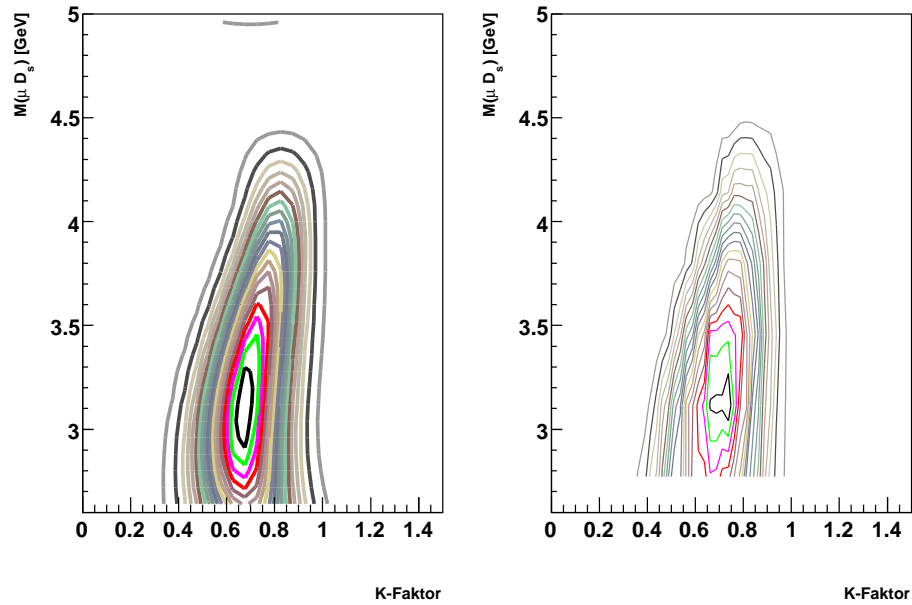
**Abbildung A.17:** *K-Faktor* Verteilungen für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow \tau^+ \nu_\tau D_s^-$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind im Anhang in Tabelle A.2 aufgelistet.



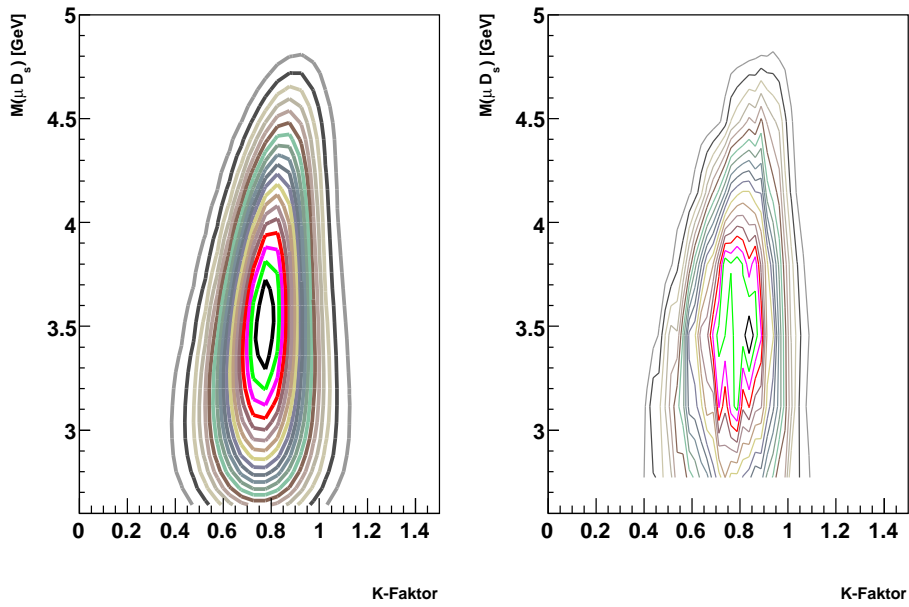
**Abbildung A.18:** *K-Faktor* Verteilungen für den Zerfall  $B_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind im Anhang in Tabelle A.2 aufgelistet.



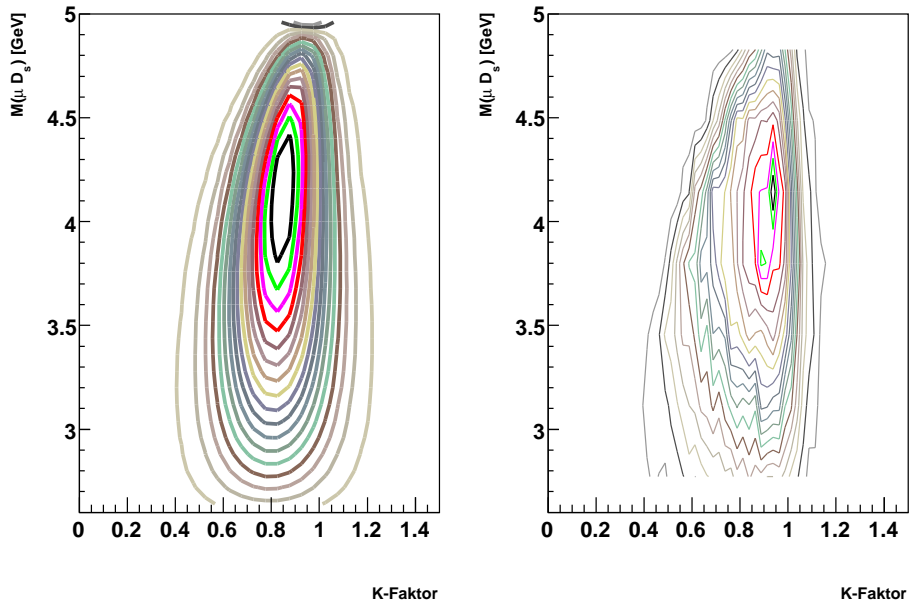
**Abbildung A.19:**  $K$ -Faktor Verteilungen für den Zerfall  $B_d^0 \rightarrow DD_s^-$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind im Anhang in Tabelle A.2 aufgelistet.



**Abbildung A.20:**  $K$ -Faktor Verteilungen für den Zerfall  $B^- \rightarrow DD_s^-$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind im Anhang in Tabelle A.2 aufgelistet.



**Abbildung A.21:** *K-Faktor Verteilungen für den Zerfall  $B^+ \rightarrow D^- \mu^+ \nu_\mu X$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind im Anhang in Tabelle A.2 aufgelistet.*



**Abbildung A.22:** *K-Faktor Verteilungen für den Zerfall  $B_d^0 \rightarrow D^- \mu^+ \nu_\mu X$  in Abhängigkeit der invarianten  $\mu D_s$ -Masse nach der Parametrisierung (links) und aus Monte Carlo Simulationen (rechts). Die Parameter sind im Anhang in Tabelle A.2 aufgelistet.*

A.4 Parametrisierung der  $K$ -Faktor Wahrscheinlichkeitsdichte

Zerfall	Funktion	$p_0$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^-$	$a_1(m)$	96,5	4,04	0,638	–	–
	$b(m)$	–1,02	1,65	–0,45	0,040	0
	$c(m)$	–1,03	1,04	–0,26	0,020	0
	$d(m)$	3,19	–2,01	0,43	–0,023	0
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_s^{*-}$	$a_1(m)$	76,2	3,8	0,56	–	–
	$b(m)$	–0,91	1,58	–0,44	0,040	0
	$c(m)$	–1,36	1,30	–0,339	0,027	0
	$d(m)$	1,78	–0,99	0,16	0	0
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s0}^{*-}$	$a_1(m)$	14,4	3,75	0,55	–	–
	$b(m)$	1,63	–0,47	0,066	0	0
	$c(m)$	–9,7	10,7	–4,23	0,73	–0,046
	$d(m)$	18,7	–15,7	4,38	–0,39	0
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \nu_\mu D_{s1}^{*-}$	$a_1(m)$	26,9	3,77	0,53	–	–
	$b(m)$	–36,3	40,9	–16,7	2,98	–0,20
	$c(m)$	–10,6	11,9	–4,8	0,84	–0,054
	$d(m)$	189,6	–210,1	86,1	–15,4	1,02
$B_s^0 \rightarrow \tau^+ \nu_\tau D_s^-$	$a_2(m)$	–27127	29009	–11102	1830	–110,6
	$b(m)$	5,25	–4,13	1,21	–0,11	0
	$c(m)$	6,88	–8,13	3,68	–0,74	0,055
$B_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$	$a_2(m)$	–13152	10550	–2668	217	0
	$b(m)$	2,25	–1,40	0,39	–0,034	0
	$c(m)$	0,79	–0,46	0,11	–0,0086	0
$B_s^0 \rightarrow DD_s^-$	$a_2(m)$	3782	–2458	535	–38,9	0
	$b(m)$	6,63	–5,47	1,62	–0,156	0
	$c(m)$	7,3	–8,47	3,74	–0,73	0,054
$B^- \rightarrow DD_s^-$	$a_2(m)$	–6120	5292	–1420	122	0
	$b(m)$	4,88	–3,76	1,08	–0,099	0
	$c(m)$	10,4	–11,9	5,20	–1,00	0,072
$B_d^0 \rightarrow DD_s^-$	$a_2(m)$	–5339	4727	–1292	112	0
	$b(m)$	5,32	–4,15	1,20	–0,11	0
	$c(m)$	6,89	–8,06	3,60	–0,71	0,052
$B^+ \rightarrow D^- \mu^+ \nu_\mu X$	$a_2(m)$	–4447	3552	–890	71,5	0
	$b(m)$	0,71	0,069	–0,039	0,0070	0
	$c(m)$	–5,01	5,70	–2,32	0,41	–0,027
$B_d^0 \rightarrow D^- \mu^+ \nu_\mu X$	$a_2(m)$	–629	98,3	113	–21,7	0
	$b(m)$	–0,05	0,73	–0,21	0,021	0
	$c(m)$	–0,72	1,02	–0,42	0,077	–0,0055

Tabelle A.2: Liste der Parameter von  $D(m, K)$  für die verschiedenen Zerfälle.

## A.5 Mathematische Beschreibung der VPDL-Verteilung

Die Zerfallswahrscheinlich in Abhängigkeit der Eigenzerfallszeit wird durch eine normierte Exponentialfunktion

$$P(t, \tau) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{A.4})$$

beschrieben, mit der Lebensdauer  $\tau$ . Der Zusammenhang zwischen der Eigenzerfallszeit  $t$  und der VPDL ist durch Gleichung 2.6 gegeben.

Durch den fehlenden Impuls des Neutrinos bei semileptonischen Zerfällen, muß über die normierte  $K$ -Faktor Verteilung  $D(m_{\mu D_s}, K)$  aus Abschnitt 6.1 integriert werden

$$P_K(x^M, \tau) = \int dK \cdot D(m_{\mu D_s}, K) \cdot \frac{K}{c\tau} e^{-\frac{Kx^M}{c\tau}} \quad (\text{A.5})$$

Anschließend muß wegen der Detektorauflösung eine Faltung mit der VPDL Auflösungsfunktion  $Res(x - x^M, x)$  aus Abschnitt 6.3 durchgeführt werden und man erhält

$$P_R(x^M, \tau) = \int_0^{\infty} dx \cdot Res(x - x^M, x) \int dK \cdot D(m_{\mu D_s}, K) \cdot \frac{K}{c\tau} e^{-\frac{Kx}{c\tau}} \quad (\text{A.6})$$

Als letztes wird die Rekonstruktionseffizienz  $Eff(x^M)$  aus Abschnitt 6.2 und die Massenverteilung  $M(m_{\mu D_s}, x^M)$  aus Abschnitt 5.3 mit einbezogen, was schließlich zu

$$P(x^M, \tau) = M(m_{\mu D_s}, x^M) \cdot \frac{Eff(x^M)}{n_{norm}} \int_0^{\infty} dx \cdot Res(x - x^M, x) \int dK \cdot D(m_{\mu D_s}, K) \cdot \frac{K}{c\tau} e^{-\frac{Kx}{c\tau}} \quad (\text{A.7})$$

fhrt, mit dem Normierungsfaktor  $n_{norm} = \int dx^M \cdot N_R(x^M) \cdot Eff(x^M)$ .

Bis zu diesem Punkt wurde nur der exponentielle Zerfall bercksichtigt. Bei neutralen  $B$ - bzw.  $K$ -Mesonen muß zwischen oszillierten und nichtoszillierten Mesonen unterschieden werden, was sich in der Zerfallswahrscheinlichkeit auswirkt. Unter Berücksichtigung der Oszillation und der nicht perfekten Markierung des Anfangszustandes muß Gleichung A.4 durch Gleichung 2.12 und Gleichung 2.13 ausgetauscht werden und man erhöht schließlich die Zerfallswahrscheinlichkeit der oszillierten Teilchen  $P_{osz}(x^M, \tau)$

bzw. nichtoszillierten Teilchen  $P_{nosz}(x^M, \tau)$

$$P_{osz}(x^M, \tau) = M(m_{\mu D_s}, x^M) \cdot \frac{Eff(x^M)}{n_{norm}} \cdot \int_0^{\infty} dx \cdot Res(x - x^M, x) \times \\ \int dK \cdot D(m_{\mu D_s}, K) \cdot \frac{K}{2c\tau} e^{-\frac{Kx}{c\tau}} (1 - \mathcal{D} \cos(\Delta m K x^M / c)) \quad (A.8)$$

$$P_{nosz}(x^M, \tau) = M(m_{\mu D_s}, x^M) \cdot \frac{Eff(x^M)}{n_{norm}} \cdot \int_0^{\infty} dx \cdot Res(x - x^M, x) \times \\ \int dK \cdot D(m_{\mu D_s}, K) \cdot \frac{K}{2c\tau} e^{-\frac{Kx}{c\tau}} (1 + \mathcal{D} \cos(\Delta m K x^M / c)) \quad (A.9)$$

mit der *Dilution*  $\mathcal{D}$  und der Massendifferenz  $\Delta m$ .

## A.6 Ergänzung: Systematische Unsicherheiten

In den Tabellen A.3-A.3 sind die systematischen Fehler auf die Messung der Amplitude  $\mathcal{A}_s$  aufgelistet unter Variation verschiedener Parameter innerhalb ihrer Fehler aufgelistet. Für jeden Wert von  $\Delta m_s$  sind die Abweichungen  $\Delta \mathcal{A}$  und  $\Delta \sigma_{\mathcal{A}}$  berechnet.

Oszt. Frequenz		0 ps <sup>-1</sup>	1 ps <sup>-1</sup>	2 ps <sup>-1</sup>	3 ps <sup>-1</sup>	4 ps <sup>-1</sup>	5 ps <sup>-1</sup>	6 ps <sup>-1</sup>	7 ps <sup>-1</sup>	8 ps <sup>-1</sup>	9 ps <sup>-1</sup>
$\mathcal{A}$		-0,016	0,05	-0,029	-0,125	0,034	-0,068	-0,118	0,117	0,037	-0,073
$\sigma_{\mathcal{A}}(stat)$		0,056	0,092	0,105	0,127	0,149	0,172	0,201	0,237	0,27	0,309
$c\tau_{B_s^0}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,004	0,00	0,00	0,006	0,001	0,002
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002	0,003	0,004	0,004
$f_{c\bar{c}}$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,002	0,007	0,008	0,003	0,011	0,008	0,007	0,022	0,016	0,008
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,001	0,003	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,01	0,012
$S\mathcal{F}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,001	0,001	0,001	0,00	0,00	0,001	0,001	0,012	0,009	0,002
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,009	0,011
$S\mathcal{F}_U$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$F_{KU}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,00	0,001	0,001	0,001
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$F_P$	$\Delta\mathcal{A}$	0,001	0,001	0,00	0,001	0,001	0,001	0,00	0,001	0,001	0,001
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$c\tau_{tag}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,013	0,014	-0,002	0,001	0,00	0,002	0,001	-0,009	-0,005	-0,003
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	-0,001	-0,002	-0,003	-0,004	-0,005	-0,006	-0,007	-0,008
$\sigma_{KU}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$F_{osz}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,003	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$F_{tag}$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,004	-0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Signal-	$\Delta\mathcal{A}$	-0,014	-0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
zusammensetzung	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$KK\pi$ -Massen-	$\Delta\mathcal{A}$	0,01	0,028	0,02	0,002	-0,033	-0,028	0,001	-0,012	-0,008	0,001
verteilung	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	-0,002	-0,001	0,00	-0,005	-0,007	0,00	-0,011	-0,014	0,00
Dilution $\mathcal{D}$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,008	-0,009	0,005	0,012	0,003	0,006	0,008	-0,003	0,00	0,001
verteilung	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	-0,002	-0,003	-0,004	-0,005	-0,006	-0,007	-0,009	-0,01	-0,012	0,00
Total syst.	$\sigma_{tot}^{syst}$	0,064	0,066	0,063	0,064	0,101	0,105	0,078	0,106	0,108	0,076
Total	$\sigma_{tot}$	0,056	0,113	0,123	0,142	0,18	0,202	0,215	0,259	0,291	0,318

**Tabelle A.3:** Systematische Fehler auf die Amplitude  $\mathcal{A}_s$  für Massendifferenzen  $0 \leq \Delta m_s \leq 9$ . Für jeden systematischen Effekt sind  $\Delta\mathcal{A}_s$  und  $\Delta\sigma_{\mathcal{A}_s}$  angegeben.



Oszt. Frequenz		10 ps <sup>-1</sup>	11 ps <sup>-1</sup>	12 ps <sup>-1</sup>	13 ps <sup>-1</sup>	14 ps <sup>-1</sup>	15 ps <sup>-1</sup>	16 ps <sup>-1</sup>	17 ps <sup>-1</sup>	18 ps <sup>-1</sup>	19 ps <sup>-1</sup>
$\mathcal{A}$		-0,187	-0,396	-0,601	-0,758	-0,604	-0,421	0,117	0,48	1,127	1,993
$\sigma_{\mathcal{A}}(stat)$		0,354	0,415	0,47	0,509	0,567	0,647	0,748	0,844	0,948	1,064
$c\tau_{B_s^0}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,001	-0,001	-0,003	-0,008	-0,001	0,003	0,021	0,019	0,035	0,054
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,005	0,007	0,008	0,008	0,01	0,011	0,013	0,015	0,017	0,019
$f_{\bar{c}}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	-0,019	-0,04	-0,059	-0,051	-0,045	0,00	0,03	0,096	0,202
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,015	0,02	0,024	0,027	0,031	0,037	0,045	0,053	0,061	0,07
$S\mathcal{F}$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,008	-0,024	-0,043	-0,052	-0,042	-0,03	-0,002	0,024	0,058	0,1
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,014	0,018	0,021	0,024	0,028	0,034	0,043	0,052	0,062	0,072
$S\mathcal{F}_U$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,001	-0,002
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$F_{KU}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002	0,004	0,004	0,006	0,01
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002
$F_P$	$\Delta\mathcal{A}$	0,001	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,003	0,004	0,008	0,014
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002
$c\tau_{tag}$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,001	0,003	-0,004	0,003	-0,011	-0,005	-0,03	-0,016	-0,05	-0,061
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	-0,009	-0,011	-0,013	-0,013	-0,015	-0,017	-0,02	-0,022	-0,024	-0,027
$\sigma_{KU}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,001	-0,002
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$F_{osz}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$F_{tag}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,001	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,001	0,001	0,00	0,00
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Signal- zusammensetzung	$\Delta\mathcal{A}$	0,001	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,001	0,001	0,00	0,00
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$KK\pi$ -Massen- verteilung	$\Delta\mathcal{A}$	0,011	0,013	0,022	0,029	0,024	0,00	-0,038	-0,1	-0,222	-0,383
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	-0,02	-0,025	-0,029	-0,031	-0,037	0,00	-0,054	-0,066	-0,079	-0,085
Dilution $\mathcal{D}$ verteilung	$\Delta\mathcal{A}$	0,011	0,019	0,027	0,035	0,028	0,02	-0,003	-0,021	-0,051	-0,095
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	-0,028	-0,019	-0,022	-0,024	-0,026	-0,03	-0,035	-0,039	-0,043	-0,05
Total syst.	$\sigma_{tot}^{syst}$	0,132	0,115	0,121	0,117	0,126	0,091	0,15	0,177	0,247	0,342
Total	$\sigma_{tot}$	0,378	0,43	0,485	0,523	0,581	0,654	0,762	0,863	0,98	1,118

**Tabelle A.4:** Systematische Fehler auf die Amplitude  $\mathcal{A}_s$  für Massendifferenzen  $10 \leq \Delta m_s \leq 19$ . Für jeden systematischen Effekt sind  $\Delta\mathcal{A}_s$  und  $\Delta\sigma_{\mathcal{A}_s}$  angegeben.

Os. Frequenz		20 ps <sup>-1</sup>	21 ps <sup>-1</sup>	22 ps <sup>-1</sup>	23 ps <sup>-1</sup>	24 ps <sup>-1</sup>	25 ps <sup>-1</sup>	26 ps <sup>-1</sup>	27 ps <sup>-1</sup>	28 ps <sup>-1</sup>	29 ps <sup>-1</sup>	30 ps <sup>-1</sup>
$\mathcal{A}$		2,721	1,913	1,437	0,17	0,222	0,151	0,12	-0,055	-0,973	-1,536	-1,437
$\sigma_{\mathcal{A}}(stat)$		1,201	1,332	1,416	1,582	1,72	1,851	2,014	2,182	2,367	2,568	2,841
$c\tau_{B_s^0}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,091	0,001	0,044	-0,019	0,008	-0,002	0,047	-0,004	-0,041	-0,049	0,009
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,021	0,024	0,024	0,031	0,035	0,037	0,04	0,043	0,048	0,052	0,063
$f_{c\bar{c}}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,32	0,212	0,154	-0,019	0,004	0,004	0,014	0,002	-0,152	-0,24	-0,211
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,086	0,1	0,104	0,131	0,15	0,168	0,194	0,216	0,236	0,254	0,295
$\mathcal{SF}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,112	0,059	0,071	-0,012	0,053	0,08	0,088	0,075	-0,015	-0,008	-0,009
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,087	0,103	0,112	0,129	0,141	0,155	0,172	0,193	0,218	0,249	0,282
$\mathcal{SF}_U$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,003	-0,003	-0,002	-0,001	-0,002	-0,002	-0,002	-0,003	-0,002	-0,002	-0,003
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,001	-0,001
$F_{KU}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,015	0,011	0,009	0,004	0,006	0,007	0,009	0,009	0,004	0,002	0,004
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,002	0,002	0,003	0,003	0,004	0,004	0,004	0,005	0,005	0,006	0,007
$F_P$	$\Delta\mathcal{A}$	0,02	0,016	0,013	0,006	0,007	0,007	0,008	0,006	0,00	-0,004	-0,001
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,002	0,003	0,003	0,004	0,005	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,011
$c\tau_{lang}$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,135	0,003	-0,121	0,022	-0,031	-0,001	-0,012	0,011	0,085	0,1	-0,045
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	-0,027	-0,037	-0,032	-0,046	-0,048	-0,046	-0,049	-0,046	-0,049	-0,055	-0,072
$\sigma_{KU}$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,004	-0,002	-0,001	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,001	0,001	0,001
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001
$F_{osz}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	-0,001	0,00	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,002	-0,002
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$F_{tag}$	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,001	-0,003	-0,003	-0,002	-0,002	-0,001
	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Signal-	$\Delta\mathcal{A}$	0,00	0,00	0,071	0,058	0,00	-0,001	-0,003	-0,003	-0,002	-0,002	-0,001
zusammensetzung	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	0,00	0,00	0,009	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$KK\pi$ -Massen-	$\Delta\mathcal{A}$	-0,554	-0,477	-0,453	-0,295	-0,346	-0,29	-0,294	-0,333	-0,246	-0,227	-0,335
verteilung	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	-0,101	-0,121	-0,127	-0,153	-0,166	-0,183	-0,202	-0,216	-0,236	-0,262	-0,307
Dilution $\mathcal{D}$	$\Delta\mathcal{A}$	-0,133	-0,092	-0,069	-0,008	-0,009	-0,008	-0,009	0,001	0,043	0,069	0,066
verteilung	$\Delta\sigma_{\mathcal{A}}$	-0,055	-0,062	-0,066	-0,072	-0,079	-0,086	-0,093	-0,1	-0,112	-0,124	-0,137
Total syst.	$\sigma_{tot}^{syst}$	0,472	0,424	0,458	0,392	0,45	0,417	0,437	0,485	0,482	0,547	0,659
Total	$\sigma_{tot}$	1,29	1,398	1,488	1,63	1,778	1,898	2,061	2,235	2,416	2,626	2,917

**Tabelle A.5:** Systematische Fehler auf die Amplitude  $\mathcal{A}_s$  für Massendifferenzen  $20 \leq \Delta m_s \leq 30$ . Für jeden systematischen Effekt sind  $\Delta\mathcal{A}_s$  und  $\Delta\sigma_{\mathcal{A}_s}$  angegeben.

# Literaturverzeichnis

- [1] The LEP Electroweak Working Group, arXiv:hep-ex/0511027.
- [2] Review of Particle Physics, Phys. Lett. **B 592** (2004) Issues 1-4.
- [3] DØ Collaboration, Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 2632-2637.
- [4] CDF Collaboration, Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 2626-2631.
- [5] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, (1998) 1562 [arXiv:hep-ex/9807003].
- [6] SNO Collaboration, Astrophys. J **539** (2000) 317-324.
- [7] Super-Kamiokande Collaboration, Phys. Lett. **B 539** (2002) 179-187.
- [8] A. Suzuki for the KamLAND Collaboration, "Results from KamLAND reactor neutrino detection" , Phys.Scripta **T121** (2005) 33-38.
- [9] Ch. Weinheimer, *et al.*, (2003) [arXiv:hep-ex/0306057v1].
- [10] DONUT Collaboration, Phys. Lett. **B 504** (2001) 218-224.
- [11] P.W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 508-509.
- [12] ALEPH, DELPHI, L3 and OPAL collaborations, and the LEP Higgs Working Group, LHWGNote/2002-02 (2002).
- [13] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**,(1963) 531.
- [14] S.L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, Phys. Rev. Lett. **D2** 1585 (1970).
- [15] J.J. Aubert *et al.* [E598 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 1404.
- [16] J.E. Augustin *et al.* [SLAC-SP-017 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 1406.
- [17] L. L. Chau and W. Y. Keung, Phys. Rev. Lett. **53**, (1984) 1802.
- [18] L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett. **51** (1983)1945.

- [19] K. Kleinknecht und B. Renk, *Unitarity Triangle from CP invariant quantities*, Phys. Lett. **B639** 612-615, (2006) [arXiv:hep-ph/0604202].
- [20] private communication with B. Renk (2006).
- [21] J. Charles *et al.* [CKMfitter Group], Eur. Phys. J. **C41**, (2005) [arXiv:hep-ph/0406184].
- [22] D. Becirevic, plenary talk at Lattice 2003: *Weak Matrix Elements from Lattice QCD*, Tsukuba, Japan, July 15–19 (2003).
- [23] A. J. Buras *et al.*, (1995) [arXiv:hep-ph/9504269v1].
- [24] K. Kleinknecht, *Uncovering CP–Violation: Experimental Clarification in the Neutral K Meson and B Meson Systems* , (2003).
- [25] B. Aubert *et al.*, *Phs. Rev. Lett* **95**, 041805 (2005).
- [26] K. Abe *et al.* (Belle Collaboration), BELLE-CONF-0545 (2005) [hep-ex/0507039].
- [27] B. Aubert *et al.*, *Phs. Rev. Lett* **94**, 161803 (2005).
- [28] K. Abe *et al.* (Belle Collaboration), BELLE-CONF-0569 (2005) [hep-ex/0507037].
- [29] M. Gell-Mann und A. Pais, Phys. Rev. **97** (1955) 1387.
- [30] K. Lande, E. T. Booth, J. Impeduglia, M. Lederman und W. Chinowsky, Phys. Rev. **103**, (1956) 1901.
- [31] C. Albajar *et al.* [UA1 Collaboration], Phys. Lett. **B186**,(1987) 247.
- [32] H. Albrecht *et al.* [ARGUS Collaboration], Phys. Lett. **192**, (1987) 245.
- [33] A. J. Buras, W. Slominski und H. Steger, Nucl. Phys. **B 245**, (1984) 369.
- [34] S. Eidelman *et al.*, Phys. Lett. **B 592**, (2004) 1.
- [35] M. Okamoto, PoS (Lat2005)913, XXIIIrd International Symposium on Lattice Field Theory, Dublin, Ireland, hep-lat/0510113, (2005).
- [36] K. Anikeev *et al.*, arXiv:hep-ph/0201071.
- [37] B. Anderson, G. Gustavson und C. Peterson, Z. Phys. **C 1** (1979) 105.
- [38] C. Peterson, D. Schlatter, I. Schmitt und P. M. Zerwas, Phys. Rev. **D 27** (1983) 105.

- [39] H. G. Moser, A. Roussarie, Nucl. Instrum. Meth. A384:491-505 (1997).
- [40] Fermilab Beams Division, *Run II Handbook*,  
<http://www-bd.fnal.gov/runII/index.html>  
, (1998).
- [41] Google Earth,  
<http://earth.google.de/index.html>  
, (2006).
- [42] B. Casey, Improved Determination of the DØ Luminosity , DØ Note 5140 (2006).
- [43] DØ Collaboration, Nucl. Insrt. and Methods, **A 338** (1994) 185.
- [44] DØ Collaboration, *The Silicon Tracker Technical Design Report*, DØ Note 2169 (1994).
- [45] D. Adams *et al.*, *The DØ Upgrade: Central Fiber Tracker, Technical Design Report*, DØ Note 4164 (2003).
- [46] S. Fatakia *et al.*, *Jet Energy Scale for p13 Data and Monte Carlo*, DØ Note 4115 (2003).
- [47] K. De *et al.*, *Technical Design Report for the Upgrade of the ICD for DØ RunII*, DØ Note 2686 (1997).
- [48] D. Adams *et al.*, *Design Report of the Central Preshower Detector for DØ Detector* DØ Note 3014 (1996).
- [49] DØ Collaboration, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 1591.
- [50] DØ Collaboration, *The DØ Upgrade - Forward Preshower, Muon System, Level 2 Trigger* DØ Note 2894 (1996).
- [51] D. Denisov *et al.*, *The DØ detector magnets for Run II: geometry, currents and B-H curves*, DØ Note 3792 (2000).
- [52] G. Borissov, „Status of DØ Track Reconstruction“, Vortrag für *All DØ Meeting*, 14. Feb 2003.
- [53] G. Borissov, „Ordering a Chaos or... Technical Details of AA Tracking“, Vortrag für *All DØ Meeting*, 28. Feb 2003.

- [54] H. Greenlee, The DØ Kalman Track Fit , DØ Note 4303 (2003).
- [55] J. Abdallah *et al.*, DELPHI Kollaboration, Eur. Phys. J. **C 32**, (2004) 185.
- [56] F. Beaudette, J.-F. Grivaz, The Road Method, DØ Note 3976 (2002).
- [57] P. Baringer, Don Coppage and Tania Moulik, *Central Preshower validation and Soft electron Identification*, DØ Note 4920 (2005).
- [58] T. Sjöstrand, *et al.*, Computer Physics Comm. **135** (2001) 238-259.
- [59] D. J. Lange, NIM A 462 (2001) 152,  
  
<http://www.slac.stanford.edu/~lange/EvtGen> .
- [60] Y. Fisyak und J. Womersley, *DØstar DØ GEANT Simulation of the Total Apparatus Response*, DØ Note 3191 (1997).
- [61] DØ Collaboration, *DØsim User Manual*, DØ Note 407 (1986).
- [62] R. Brun *et al.*, *Simulation program for particle physics experiments, GEANT: user guide and reference manual*, CERN DD 78-2, (1978).
- [63] [http://d0server1.fnal.gov/users/nomerot/Run2A/B\\_ANA.html](http://d0server1.fnal.gov/users/nomerot/Run2A/B_ANA.html) .
- [64] S. Catani, Yu. L. Dokshitzer, M. Olsson, G. Turnok, B. R. Webber, Phys. Lett. **B269** (1991) 4332.
- [65] private communication with G. Borissov (2006).
- [66] G. Borissov *et al.* " Bd mixing measurement using Opposite-side Flavor Tagging" , DØ Note 5029 (2006).
- [67] T. Bose, Search for  $B_s^0$  oscillation at DØ , (2006).
- [68] G. Borissov and C. Mariotti, NIM A 372 (1996) 18-187.
- [69] H. Greenlee, The DØ interacting propagator , DØ Note 4293 (2003).
- [70] C. Ay *et al.*, *cchar Contributionn to  $B_s \rightarrow D_s(\Phi\Pi)\text{MuX}$  decay*, DØ Note 4639 (2006).
- [71] F. James, *MINUIT - Function Minimisation and Error Analysis*, CERN Program Library Long Writeup D506 (1998).
- [72] V.M. Abazov *et al.* (DØ Collaboration) (2006) [hep-ex/0603029].

- [73] [http://www.slac.stanford.edu/xorg/ckmfitter/ckm\\_results\\_fpcp2006.html](http://www.slac.stanford.edu/xorg/ckmfitter/ckm_results_fpcp2006.html) .
- [74] A. Abulencia *et al.* (CDF Collaboration) (2006) [hep-ex/0609040].
- [75] A. Kreymadhi and R. Van Kooten, „ Estimated Improvement in Proper Time Resolution with the Addition of Layer 0 Silicon“ , DØ Note 4418 (2004).
- [76] [http://www-d0.fnal.gov/Run2Physics/ckm/d0\\_private/btriggers/btriggersv14.html](http://www-d0.fnal.gov/Run2Physics/ckm/d0_private/btriggers/btriggersv14.html) .
- [77] T. Kuhl *et al.*, Selection of Bs to Dspi events , DØ Note 5164 (2006).