

Methodische und technische Weiterentwicklung der
 ${}^3\overline{\text{He}}$ -MRT im Hinblick auf erweiterte
lungendiagnostische
Anwendungsmöglichkeiten

Dissertation
zur Erlangung des Grades
„Doktor der Naturwissenschaften“
am Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik
der Johannes Gutenberg-Universität
in Mainz

Stefan Hiebel
geboren in Mainz

Mainz, im November 2006

D77

Datum der mündlichen Prüfung: 12.01.2007

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Die MR-Bildgebung mit hyperpolarisierten Gasen	1
1.2	Der Status und weitere Anforderungen an die Methode	2
1.2.1	Methodische Entwicklungsmöglichkeiten	3
1.2.2	Technische Entwicklungsmöglichkeiten	3
2	Polarisation und Relaxation	4
2.1	Der Begriff der longitudinalen Polarisation	5
2.2	Polarisierte Edelgase als MR-Kontrastmittel	6
2.2.1	Die Polarisationsmethode des optischen Pumpens metastabiler Atome	7
2.2.2	Der Mainzer ^3He -Polarisator	10
2.3	Die Relaxation	13
2.3.1	Die longitudinale Relaxation	13
2.3.2	Die transversale Relaxation	14
3	Die MR-Bildgebung	17
3.1	Physikalische Grundlagen	17
3.1.1	Die Klappmethode	18
3.1.2	Die Frequenzmethode	19
3.1.3	Das MR-Signal	22
3.2	Bildgebungssequenzen	22
3.2.1	Erzeugung von Magnetfeldgradienten	24
3.2.2	Die Schichtsektion	25
3.2.3	Die zweidimensionale Gradientenecho-Sequenz	27
3.2.4	Ausgewählte andere Sequenztypen	28
3.3	Die Bildrekonstruktion	33
3.3.1	Symmetriebetrachtungen zur MR-Bildgebung	39
4	Die funktionelle ^3He-MRT der Lunge	41
4.1	Die diffusionsgewichtete Bildgebung	42
4.1.1	Die Diffusionsbewegung	42
4.1.2	Die <i>ADC</i> -Bestimmung mit der MR-Bildgebung	44
4.2	Die sauerstoffsensitive Bildgebung	47

5	Niederfeldtomographie mit hyperpolarisiertem ^3He	48
5.1	Signal und Rauschen bei der MRT	48
5.2	Experimentelle ^3He -MRT bei 0.1 T	52
5.3	Die ^3He -MRT bei Magnetfeldern unterhalb von 0.1 T	57
5.3.1	Die Bildgebung bei weniger als 10 mT	57
5.3.2	Design von HF-Spulen für unterschiedliche Magnetfeldstärken	58
5.3.3	Der Einfluss der magnetischen Feldstärke auf die räumliche und zeitliche Auflösung	60
5.3.4	Der Einfluss parasitärer Magnetfeldgradienten	61
6	Die Diffusionsgewichtete Bildgebung	63
6.1	Die <i>ADC</i> -Abhängigkeit von der Gefäßgröße	63
6.1.1	<i>ADC</i> -Werte bei gemischten Gefäßorientierungen	66
6.2	Referenzexperimente an Kapillarphantomen	69
6.3	Monte-Carlo-Studien zu Diffusionseffekten	72
6.3.1	Die Monte-Carlo-Simulation der Diffusionsbewegung	73
6.3.2	Die Simulation des MR-Signals	79
6.3.3	Untersuchung von Suszeptibilitätsartefakten	81
6.3.4	Die Simulation von <i>ADC</i> -Messungen	87
6.3.5	Untersuchung von Diffusionseffekten bei der ^3He -MR-Mikroskopie	94
7	Neuartige Konzepte für homogene Magnetfelder	99
7.1	Gradienten quasihomogener Magnetfelder	101
7.1.1	Die Entwicklung von Magnetfeldern in Legendre-Polynome	103
7.1.2	Homogenisieren von Magneten mit großen Polschuhen	107
7.2	Das Magnetfeld ausgedehnter Spulenkörper	108
7.2.1	Konzepte für homogene Spulenmagnetfelder	110
7.3	Homogene Magnetfelder mit Permanentmagneten	116
7.3.1	Die Erzeugung von Magnetfeldern mit Permanentmagneten	119
7.3.2	Das neu entwickelte Prinzip zur Magnetfeldhomogenisierung	121
7.3.3	Anwendung auf Transportbehälter für kernspinpolarisierte Gase	122
7.3.4	Anwendung auf MR-Magnete mit Permanentmagneten	135
8	Realisierung eines homogenen Magnetfelds	141
8.1	Umsetzung des neuen Homogenisierungsprinzips	141
8.2	Messungen am Prototyp	144
8.2.1	Die Separation der reinen Gradientenrelaxation	152
8.2.2	Der Einfluss äußerer Störfelder	153
8.3	Weitere Verbesserungsmöglichkeiten	154
9	Diskussion und Ausblick	157
A	Die Lösung der Bloch'schen Gleichungen	160
B	Symmetrie des k-Raums bei reeller Magnetisierung	163

Abbildungsverzeichnis

2.1	Termschema des Heliums	8
2.2	Prinzip des metastabilen optischen Pumpens von ^3He	9
2.3	Schematische Darstellung des Mainzer ^3He -Polarisators	11
2.4	Abbildung des Mainzer ^3He -Polarisators	12
2.5	Leistungsdaten des Mainzer ^3He -Polarisators (Stand 2004)	12
3.1	Grafische Darstellung der Klappmethode	18
3.2	MR-Signal bei wiederholter HF-Anregung eines hyperpolarisierten Mediums unter Berücksichtigung der longitudinalen und transversalen Relaxation	22
3.3	Schematische Darstellung einer einfachen Gradientenecho-Sequenz	27
3.4	Schematische Darstellung einer EPI-Sequenz	30
3.5	Schematische Darstellung einer RARE-Sequenz	31
4.1	Schematische Darstellung der Diffusionsbewegung	42
4.2	Darstellung der eingeschränkten Diffusion	43
4.3	Zeitschema eines bipolaren Diffusionsgewichtungsgradienten	44
4.4	<i>ADC</i> -Karte eines einseitig lungentransplantierten Patienten	46
5.1	Hochaufgelöste morphologische ^3He -Lungenaufnahme bei 0.1 T	52
5.2	Bildfolge von jeweils zwei Ein- und Ausatemvorgängen, die mit der ^3He -MRT bei 0.1 T aufgenommen wurde	54
5.3	<i>ADC</i> -Karte der Lunge eines gesunden Probanden, akquiriert mit ^3He bei 0.1 T	55
5.4	Darstellung des Sauerstoff-Partialdrucks in der Lunge eines gesunden Probanden und des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses bei der Messung am 0.1 T-Tomographen	56
5.5	^3He -Aufnahme der Lunge eines gesunden Probanden, bei nur 3 mT mit einer RARE-Sequenz aufgenommen	58
5.6	Vergleichsbilder zur Veranschaulichung der Abhängigkeit des <i>SNR</i> von der Bandbreite	60
5.7	MR-Aufnahmen zweier Rattenlungen bei 4.7 T und 0.47 T	62
6.1	Einfaches Modell eines Azinus	66
6.2	Abbildung des für die <i>ADC</i> -Referenzmessungen verwendeten Kapillarphantoms	70
6.3	Verteilung der simulierten Diffusionsstrecken eines Ensembles von 500 Teilchen zur Bestimmung der freien Diffusionskonstante	76

6.4	Struktur zur Simulation eingeschränkter Diffusion	78
6.5	Simulierte Dichteverteilung bei eingeschränkter Diffusion	78
6.6	Simuliertes k -Raum-Signal und dazugehöriges Magnitudensignal im Ortsraum	80
6.7	Magnetfeldverlauf in der Nähe eines magnetisierten Hohlzylinders	82
6.8	Illustration zur Mittelwertbildung des simulierten MR-Signals über den Azi- mutwinkel	83
6.9	Simuliertes MR-Signal der ^3He -Bildgebung in der Nähe eines großen Blut- gefäßes der Ratte bei unterschiedlichen Magnetfeldern und freien Diffusions- konstanten	85
6.10	Schematische Darstellung der Magnetfeldverläufe bei der Simulation der dif- fusionsgewichteten Bildgebung	88
6.11	Simulierte Abhängigkeit des ADC von der Magnetisierung der Zylinderwand innerhalb von dickwandigen Hohlzylindern	92
6.12	Schematische Darstellung der Proben aus Glaskapillaren unterschiedlicher Durchmesser und damit gewonnene MR-Aufnahmen	95
6.13	Simulierte Ortsabhängigkeit der Signalmagnitude in Hohlzylindern	96
7.1	Helmholtz-artige MRT-Spulenkonfiguration zur Erzeugung eines homogenen Magnetfelds von etwa 10 mT im Bereich des menschlichen Thorax	112
7.2	Helmholtz-artige MRT-Spulenkonfiguration zur Erzeugung eines homogenen Magnetfelds von etwa 100 mT im Bereich des menschlichen Thorax	113
7.3	MRT-Solenoid mit Korrekturspulen zur Erzeugung eines homogenen Magnet- felds von etwa 100 mT im Bereich des menschlichen Thorax	114
7.4	Schematische Darstellung der Hysteresekurve eines ferromagnetischen Materials	117
7.5	Anschauung zur Darstellung des neu entwickelten Homogenisierungsprinzips für Magnetfelder	121
7.6	Simulierter Magnetfeldverlauf zur Darstellung des Prinzips der bisherigen ^3He -Transportbehälter	124
7.7	Simulierter Magnetfeldverlauf zur Darstellung des Homogenisierungsverfah- rens der bisherigen ^3He -Transportbehälter	125
7.8	Simulierter Magnetfeldverlauf zur Darstellung des neuen Prinzips zur Erzeu- gung weiträumig homogener Magnetfelder	127
7.9	Simulierter Magnetfeldverlauf zur Demonstration der Übertragbarkeit des neuen Prinzips zur Erzeugung weiträumig homogener Magnetfelder auf ge- streckte Zylindermagnete	128
7.10	Simulierter Magnetfeldverlauf eines flachen Zylindermagneten gemäß der neu- en Magnetfeldführung bei realistischen magnetischen Materialeigenschaften .	129
7.11	Simulierter Magnetfeldverlauf eines gestreckten Zylindermagneten gemäß der neuen Magnetfeldführung bei realistischen magnetischen Materialeigenschaften	130
7.12	Simulierter Magnetfeldverlauf eines flachen Zylindermagneten nach Anwen- dung des neuen Homogenisierungsprinzips	131
7.13	Simulierter Magnetfeldverlauf eines gestreckten Zylindermagneten nach An- wendung des neuen Homogenisierungsprinzips	132

7.14	Simulierter Magnetfeldverlauf eines Zylindermagneten nach der Homogenisierung durch Einschnüren des magnetischen Flusses	133
7.15	Prinzipschaubild und simulierter Magnetfeldverlauf des Prototyps eines „Spinkoffers“	134
7.16	Simulierter Magnetfeldverlauf eines kleinen, geschlossenen MR-Magneten nach dem neuen Konstruktionsprinzip mit realistischen Materialeigenschaften	137
7.17	Simulierter Magnetfeldverlauf eines zylindersymmetrischen MR-Magneten für den Humanbereich nach dem neuen Konstruktionsprinzip mit realistischen Materialeigenschaften	138
7.18	Simulierter Magnetfeldverlauf eines quaderförmigen MR-Magneten für den Humanbereich nach dem neuen Konstruktionsprinzip mit realistischen Materialeigenschaften	139
8.1	Aufnahmen während der Fertigung des Prototyps eines ^3He -Transportbehälters nach dem neuen Konstruktionsprinzip	142
8.2	Aufnahme des fertigen Prototyps eines ^3He -Transportbehälters nach dem neuen Konstruktionsprinzip	143
8.3	Gemessene vertikale Magnetfeldprofile am inneren Rand des Prototyps eines ^3He -Transportbehälters zur Demonstration des neuen Homogenisierungsprinzips	145
8.4	Gemessenes horizontales Magnetfeldprofil und relativer Magnetfeldgradient innerhalb des Prototyps eines ^3He -Transportbehälters	147
8.5	Gemessenes vertikales Magnetfeldprofil innerhalb des Prototyps eines ^3He -Transportbehälters	148
8.6	Gemessenes MR-Signal innerhalb des Prototyps eines ^3He -Transportbehälters	149
8.7	Parameter der gemessenen MR-Signale und zeitliche Entwicklung der Polarisierung innerhalb des Prototyps eines ^3He -Transportbehälters	151
8.8	Simulierter Magnetfeldverlauf eines Transportbehälters aus μ -Metall für kernspinpolarisierte Gase	156

Tabellenverzeichnis

3.1	T_1 - und T_2^* -Gewichtung bei der MR-Bildgebung Boltzmann-polarisierter Medien durch geeignete Wahl von T_R und T_E	23
5.1	Magnetfeldabhängigkeit des SNR bei Boltzmann- und hyperpolarisierten Medien	50
6.1	Vergleich von experimentell und rechnerisch bestimmten transversalen ADC -Werten	70
6.2	Simulierte ADC -Werte bei eingeschränkter Diffusion unter dem Einfluss verschiedener induzierter Magnetfeldgradienten	89
7.1	Parameter dreier Spulenkonfigurationen zur Erzeugung homogener Magnetfelder	111

Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Arbeit untersucht die Möglichkeiten und Limitierungen der MR-Lungenbildgebung mit hyperpolarisiertem ^3He bei gegenüber üblichen Magnetfeldstärken reduzierten magnetischen Führungsfeldern. Dabei werden insbesondere auch die funktionellen Bildgebungstechniken (dynamische Bildgebung, diffusionsgewichtete Bildgebung und Bestimmung des Sauerstoff-Partialdrucks) berücksichtigt. Experimentell geschieht dies durch in vivo Messungen an einem 0.1 T-Ganzkörpertomographen.

Zur systematischen Untersuchung der MR-Bildgebung unter dem Einfluss diffundierender Kontrastmittel werden analytische Simulationen, Monte-Carlo-Studien und Referenzexperimente durchgeführt. Hier wird das Augenmerk besonders auf den Einfluss von Diffusions- und Suszeptibilitätsartefakten auf die morphologische und die diffusionsgewichtete Bildgebung gerichtet.

Die Entwicklung und der Vergleich verschiedener Konzepte zur Erzeugung von MR-Führungsmagnetfeldern führt zur Erfindung eines neuartigen Prinzips zur weiträumigen Homogenisierung von Magnetfeldern. Die Umsetzung dieses Prinzips erfolgt in Form eines besonders kompakten Transportbehälters für kernspinpolarisierte Edelgase.

Die Arbeit beinhaltet eine ausführliche Diskussion der MR-Bildgebungstechnik in Theorie und Praxis, um die Anknüpfungspunkte an die angestellten Untersuchungen herauszuarbeiten.

Teile dieser Studien wurden von der Europäischen Raumfahrtorganisation ESA finanziert (Contract No. 15308/01/NL/PA).

Abstract

The present thesis explores chances and limitations of MR lung imaging with hyperpolarized ^3He at magnetic guiding fields significantly lower than usual. This includes in particular functional imaging techniques (dynamic imaging, diffusion weighted imaging and determination of the local oxygen partial pressure). Experimental in vivo studies on a 0.1 T whole body MR-scanner are performed for this purpose.

For systematic investigations of MRI under the influence of diffusing contrast agents, analytic simulations, Monte Carlo studies and reference experiments are performed. Here, attention is turned especially to the influence of diffusion- and susceptibility induced artifacts on morphological and diffusion weighted imaging.

The development and comparison of different concepts for MR guiding field magnets leads to the invention of a novel principle for the wide-ranging homogenization of magnetic fields. This principle is realized in the form of an eminently compact transport box for spin-polarized noble gases.

The thesis includes a detailed discussion of theoretical and experimental aspects of MR image reconstruction to emphasize the points of contact to the conducted investigations.

Parts of this study were funded by the European Space Agency ESA (Contract No. 15308/01/NL/PA).

Variablen

a	Signal-Rauschabstand einer elektronischen Signalverarbeitungskette	[dB]
A	Fläche	[m ²]
ADC	scheinbarer Diffusionskoeffizient	[m ² /s]
α	(polarer) Klappwinkel	[rad] <i>oder</i> [°]
b	Diffusionsgewichtungsfaktor	[s/m ²]
B	magnetische Flussdichte („Induktion“)	[T] <i>oder</i> [G]
BW	Bandbreite	[Hz]
C	Kapazität	[F]
χ	magnetische Suszeptibilität	
d	Materialstärke bzw. Abstand	[m]
D	Diffusionskonstante	[m ² /s]
$\delta, \Delta, \varepsilon, \tau$	Zeitparameter von Magnetfeldgradienten	[s]
E	Energie	[J]
$\tilde{f}(k)$	k -Raum-Signal als Funktion der Ortsfrequenz	[Am ^{Dim-1}]
F	Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses aus Elektronen- und Kernspin	
FOV	Gesichtsfeld eines MR-Bildes	[m]
g	Landé-Faktor	
G	absoluter Magnetfeldgradient	[T/m]
G_r	relativer Magnetfeldgradient (<i>positiv definit</i>)	[1/m]
γ	gyromagnetisches Verhältnis	[rad/(Ts)]
φ	reduziertes gyromagnetisches Verhältnis	[Hz/T]
H	magnetische Feldstärke („Erregung“)	[A/m]
I	Kernspin-Quantenzahl	
I	Kernspin	[Js]
	<i>oder</i> elektrische Stromstärke	[A]
j	Stromdichte	[A/m ²]
J	magnetische Polarisierung	[T]
k	Ortsfrequenz	[1/m]
K	Anzahl der Korrekturspulen(paare)	
l	Länge bzw. Abstand	[m]
L	Drehmatrix	
λ	atomare freie Weglänge	[m]
Λ	freie Diffusionsweglänge	[m]

m	magnetische Quantenzahl oder Masse	[kg]
M	Magnetisierung	[A/m]
μ	magnetisches Moment	[Am ²]
μ_r	relative magnetische Permeabilität	
n	Teilchendichte	[1/m ³] oder [amagat]
N	Anzahl	
ν	Frequenz	[Hz]
ω	Kreisfrequenz	[rad/s]
Ω	Raumwinkel	[rad ²]
p	Druck	[Pa]
P	Kernspinpolarisation oder elektrische Leistung	[W]
ϕ	Phase	[rad]
φ	Azimutwinkel	[rad]
Φ	magnetischer Fluss	[Wb]
q	Verhältnis von radialer zu axialer Wicklungsausdehnung oder Inhomogenität eines Magnetfelds	
Q	Gütefaktor oder elektrische Ladung	[C]
r	Radius	[m]
R	elektrischer Widerstand	[Ω]
ρ	spezifisches Gewicht	[kg/m ³]
ϱ	spezifischer Widerstand	[Ω m]
s	Integrationsweg	[m]
S	MR-Signal im Ortsraum	[a. u.]
bzw. $S(t)$	k -Raum-Signal als Funktion der Zeit	[Am ^{Dim-1}]
SNR	Signal-zu-Rausch-Verhältnis eines MR-Bildes	
σ	Wirkungsquerschnitt	[m ²]
t	Zeit	[s]
T	absolute Temperatur	[K] oder [°C]
T_E	Echozeit eines MR-Experiments	[s]
T_R	Repetitionszeit eines MR-Experiments	[s]
T_1	Zeitkonstante der longitudinalen Relaxation	[s]
T_2	Zeitkonstante der transversalen Relaxation	[s]
θ	Polarwinkel	[rad]
U	elektrische Spannung	[V]
v	Geschwindigkeit	[m/s]
V	Volumen	[m ³]
x, y, z	Ort	[m]
Ξ	magnetische Spannung	[A]

Konstanten

$B_{R,AlNiCo}$	\approx	1.15 T	Remanenz von AlNiCo 500
$B_{R,BaFe}$	\approx	0.245 T	Remanenz von BaFe (anisotrop)
$B_{R,NdFeB}$	\approx	1.25 T	Remanenz von NdFeB
$B_{R,SrFe}$	\approx	0.265 T	Remanenz von SrFe (anisotrop)
$B_{S,ARMCO}$	\approx	2.15 T	Sättigungsflussdichte von ARMCO-Reineisen
$B_{S,\mu}$	\approx	0.75 T	Sättigungsflussdichte von μ -Metall
$B_{S,PC}$	\approx	2.03 T	Sättigungsflussdichte von PowerCore [®] -Elektroblech
g^{19F}	$=$	5.25774	Landé-Faktor des ¹⁹ F-Kerns
g^1H	$=$	5.58569	Landé-Faktor des Protons
g^3He	$=$	-4.25525	Landé-Faktor des ³ He-Kerns
γ^{19F}	$=$	$2.518148 \cdot 10^8$ rad/(Ts)	gyromagnetisches Verhältnis des ¹⁹ F
γ^1H	$=$	$2.67522128 \cdot 10^8$ rad/(Ts)	gyromagnetisches Verhältnis des Protons
γ^3He	$=$	$-2.03801587 \cdot 10^8$ rad/(Ts)	gyromagnetisches Verhältnis des ³ He
γ^{19F}	$=$	$4.007757 \cdot 10^7$ Hz/T	reduziertes gyromagnetisches Verhältnis des ¹⁹ F
γ^1H	$=$	$4.2577469 \cdot 10^7$ Hz/T	reduziertes gyromagnetisches Verhältnis des Protons
γ^3He	$=$	$-3.243603 \cdot 10^7$ Hz/T	reduziertes gyromagnetisches Verhältnis des ³ He
h	$=$	$6.6260755 \cdot 10^{-34}$ Js	Planck'sches Wirkungsquantum
\hbar	$=$	$1.054572669 \cdot 10^{-34}$ Js	reduzierte Planck-Konstante
$H_{C,AlNiCo}$	\approx	62000 A/m	Koerzitivfeldstärke von AlNiCo 500
$H_{C,BaFe}$	\approx	200000 A/m	Koerzitivfeldstärke von BaFe (anisotrop)
$H_{C,Fe}$	\approx	12 ... 160 A/m	Koerzitivfeldstärke von Reineisen (z. B. ARMCO)
$H_{C,\mu}$	\approx	3 A/m	Koerzitivfeldstärke von μ -Metall
$H_{C,NdFeB}$	\approx	800000 A/m	Koerzitivfeldstärke von NdFeB
$H_{C,PC}$	\approx	5 A/m	Koerzitivfeldstärke von PowerCore [®] -Elektroblech
$H_{C,SrFe}$	\approx	165000 A/m	Koerzitivfeldstärke von SrFe (anisotrop)
I	$=$	$1/2 \hbar$	Kernspin von ¹⁹ F, ¹ H und ³ He
k_B	$=$	$1.380658 \cdot 10^{-23}$ J/K	Boltzmann-Konstante
m^3He	$=$	$5.01 \cdot 10^{-27}$ kg	Masse des ³ He-Atoms
m_{SF_6}	$=$	$2.42 \cdot 10^{-25}$ kg	Masse des SF ₆ -Atoms
μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am)	magnetische Feldkonstante
μ^{19F}	$=$	$1.327785 \cdot 10^{-26}$ Am ²	magnetisches Moment des ¹⁹ F-Kerns
μ^1H	$=$	$1.4106076 \cdot 10^{-26}$ Am ²	magnetisches Moment des Protons
μ^3He	$=$	$-1.074618 \cdot 10^{-26}$ Am ²	magnetisches Moment des ³ He-Kerns
μ_N	$=$	$5.0507866 \cdot 10^{-27}$ J/T	Kernmagneton
ρ_{AlNiCo}	\approx	7400 kg/m ³	spezifisches Gewicht von AlNiCo 500
ρ_{Al}	\approx	2700 kg/m ³	spezifisches Gewicht von Aluminium
ρ_{ARMCO}	\approx	7900 kg/m ³	spezifisches Gewicht von ARMCO-Eisen
ρ_{BaFe}	\approx	3700 kg/m ³	spezifisches Gewicht von kunststoffgebundenem BaFe
ρ_{Cu}	\approx	8960 kg/m ³	spezifisches Gewicht von Kupfer
ρ_{IS}	\approx	550 kg/m ³	spezifisches Gewicht von PVC-Integralschaum
ρ_{μ}	\approx	8700 kg/m ³	spezifisches Gewicht von μ -Metall
ρ_{NdFeB}	\approx	7400 kg/m ³	spezifisches Gewicht von NdFeB
ρ_{PC}	\approx	7650 kg/m ³	spezifisches Gewicht von PowerCore [®] -Elektroblech
ρ_{PVC}	\approx	1500 kg/m ³	spezifisches Gewicht von PVC
ρ_{SrFe}	\approx	3700 kg/m ³	spezifisches Gewicht von kunststoffgebundenem SrFe
ϱ_{Al}	\approx	$2.8 \cdot 10^{-8}$ Ω m	spezifischer Widerstand von Aluminium
ϱ_{Cu}	\approx	$1.72 \cdot 10^{-8}$ Ω m	spezifischer Widerstand von Kupfer

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Die MR-Bildgebung mit hyperpolarisierten Gasen

Die Magnetresonanztomographie (MRT) basiert physikalisch auf der kernmagnetischen Resonanz. Im klinischen Bereich wird sie auch häufig als „Kernspintomographie“ bezeichnet und darf nicht mit der sog. „Computertomographie“ (CT) verwechselt werden, die eine *Röntgenmethode* mit computergestützter räumlicher Bildrekonstruktion darstellt.

In Röntgenaufnahmen sind Röntgenstrahlung stark absorbierende Knochen- und Knorpelanteile im Körper besonders gut sichtbar, während die übliche Protonen-MRT vor allem die Weichteile mit hohem Protonengehalt kontrastreich abbildet. Im Gegensatz zu Röntgenmethoden und anderen an der Lunge anwendbaren Bildgebungsverfahren wie Szintigraphie und Positronen-Emissions-Tomographie (PET) ist die MRT mit keinerlei ionisierender Strahlung verbunden und lässt sich daher problemlos auch bei Kindern und Schwangeren anwenden. Im Prinzip sind dadurch auch häufige Wiederholungen der Untersuchungen möglich, wobei jedoch vor allem die entstehenden Betriebs- und Personalkosten limitierende Faktoren sind.

Die vorliegende Dissertation beschäftigt sich speziell mit der ^3He -MRT der Lunge, bei der mit ^3He als Kontrastmittel nicht-invasiv eine orts aufgelöste Abbildung der gasgefüllten *Hohlräume*, d. h. des Innern der Atemwege und vor allem auch des Lungenparenchyms erfolgt. Mit der CT und der herkömmlichen Protonen-MRT lässt sich lediglich das Lungengewebe selbst abbilden, das jedoch nur einen geringen Volumenanteil der gesamten Lunge ausmacht.

Um die geringere Dichte des eingeatmeten Kontrastgases im Vergleich zur Protonendichte im Gewebe auszugleichen, müssen die Drehimpulse (Spins) der Atomkerne des Kontrastgases bezüglich der Achse des äußeren Magnetfelds in größerer Zahl, als dies üblicherweise durch die Magnetisierung im Boltzmann-Gleichgewicht der Fall ist, ausgerichtet werden. Nur mit solchem, sog. „kernspin-“ oder „hyperpolarisiertem“ Kontrastgas erreicht man bei so geringer Spindichte ein mit der Protonen-MRT vergleichbares Signal-zu-Rausch-Verhältnis in den Aufnahmen. Um diesen Zustand darzustellen, wird oft ein Vektorpfeil über dem chemischen Zeichen verwendet (z. B. „ $^3\vec{\text{He}}$ “).

Die ersten Versuche zur Verwendung hyperpolarisierter Edelgase als MR-Kontrastmittel erfolgten mit $^{129}\vec{\text{Xe}}$ an exzidierten Mäuselungen [Alb94]. Nur kurze Zeit später fanden mit $^3\vec{\text{He}}$ in vivo Versuche am Menschen statt [Ebe96], [Bac96], [Fal96]. Dabei konnte eine Gefährdung der Versuchspersonen ausgeschlossen werden, da ^3He (ca. 1 ppm Volumenanteil in natürlichem Helium) sich in seinen chemischen und biologischen Eigenschaften nicht von ^4He unterscheidet, das seit Jahrzehnten in wesentlich höher konzentrierter Form als bei der ^3He -MRT im Atemgas von

Tiefseetauchern den Luftstickstoff ersetzt. Der Grund für diese Wahl ist, dass Helium einerseits im Vergleich zu Stickstoff wesentlich weniger im Blut gelöst wird und daher beim Auftauchen aus großer Tiefe (entsprechend rascher Verringerung des Umgebungsdrucks) keine Blasen im Blut bildet, die zu Embolien führen können. Andererseits wirkt Helium auch bei hoher Dichte nicht toxisch.

Diese fehlende physiologische Wechselwirkung mit dem Körper unterscheidet ^3He z. B. von ^{129}Xe , das, obwohl ebenfalls ein Edelgas, aufgrund seiner physikalisch-chemischen Eigenschaften anästhesierend wirkt. Außerdem hat Xenon die Eigenschaft, sich im Blut zu lösen und sogar die Blut-Hirn-Schranke zu überwinden. Dies eröffnet die Möglichkeit, mit ^{129}Xe den Gasaustausch in der Lunge mit dem Blut zu beobachten und auch das auf diesem Weg ins Gehirn gelangte Xenon zur Hirn-MRT zu nutzen. Eine Übersicht über die Verwendung von hyperpolarisiertem ^{129}Xe in der Kernresonanz(tomographie) gibt [Oro04].

Bezüglich der im Rahmen dieser Arbeit diskutierten Abbildung der Lungenhohlräume bietet ^3He gegenüber ^{129}Xe jedoch neben der vollkommenen Verträglichkeit mit dem menschlichen Körper den Vorteil höherer erreichbarer Polarisationsgrade und somit höherer Signal-zu-Rausch-Verhältnisse.

Wegen des im Gegensatz z. B. zu Protonen magnetfeldunabhängigen hohen Polarisationsgrads kernspinpolarisierter Kontrastgase können diese auch bei niedrigen Magnetfeldern verwendet werden [Tse98]. Diese Möglichkeit erlaubt z. B. den Einsatz kostengünstiger, mobiler Magnetsysteme für die MRT mit hyperpolarisierten Kontrastmitteln. Kombiniert mit der Unschädlichkeit der Methode sowie der relativ hohen Sensitivität auf Frühschädigungen, z. B. durch das Rauchen, [Sch99] eröffnet dies die Möglichkeit von frühzeitig einsetzenden Verlaufsstudien. Im Gegensatz zur bisher bei Verlaufsstudien hauptsächlich eingesetzten Lungenfunktionsprüfung bietet die MRT dabei *ortsaufgelöste* Informationen.

Einen Überblick über verschiedene Bildgebungsverfahren und deren diagnostische Potentiale geben z. B. [Sal01a] und [Bee04]. Dabei unterscheidet man die rein statische Abbildung der lokalen Gasdichte („morphologische“ Bildgebung) von den sog. „funktionellen“ Bildgebungstechniken, die weiterführende atemungsphysiologische Informationen liefern.

Eine Übersicht über den Themenkomplex der MRT mit hyperpolarisierten Kontrastgasen einschließlich der zur Hyperpolarisation angewandten Verfahren bieten die Artikel [Moe02] und [Ott04].

Über die radiologische Untersuchung der Lungenfunktion ist inzwischen auch ein Buch erschienen [Lip05].

[Con06] beschreibt ausführlich eine der funktionellen Bildgebungstechniken, die *diffusionsgewichtete* Bildgebung. Sie ist deshalb besonders wichtig, weil Schädigungen der Mikrostruktur der menschlichen Lunge mit der MRT nicht räumlich aufgelöst werden können und diese Methode trotzdem auf solche Schädigungen sensitiv ist. Dabei wird auch auf die Bildgebung von ^{19}F in verschiedenen gasförmigen Fluorverbindungen als Kontrastmittel eingegangen, die bei eingeschränkter Bildqualität *ohne* eine vorangehende Hyperpolarisation auskommt.

1.2 Der Status und weitere Anforderungen an die Methode

Die Weltgesundheitsorganisation WHO sagt für chronisch obstruktive Lungenerkrankungen (engl. „chronic obstructive pulmonary disease“, COPD) voraus, dass sie im Jahr 2020 die weltweit am fünfthäufigsten vorkommende Erkrankung sein und an dritter Stelle der weltweit häufigsten Todesursachen stehen wird [Bar00]. Dabei schließt COPD Blockierungen kleiner Atemwege sowie Emphyseme ein, die durch Vergrößerungen der Lufträume in der Lunge sowie Zerstörungen des Lungengewebes gekennzeichnet sind. Während blockierte Luftwege mit der morphologischen und dynamischen MRT diagnostiziert werden können, benötigt die Diagnose des Emphysems Informationen, die über die reine Darstellung der Spindichte hinausgehen. Dabei liefern verschiedene funktionelle Verfahren sich gegenseitig ergänzende Aussagen: Die regionale *Ventilation* der Lunge

kann durch die Abbildung der lokalen Gasdichte und die diffusionsgewichtete Bildgebung erfasst werden, während die durch MRT (mit Protonen oder ^3He) ebenfalls mögliche Darstellung des lokalen Sauerstoff-Partialdrucks die *Perfusion* desselben ins Blut wiedergibt. Da die gute Belüftung eines Lungenareals nicht gleichbedeutend mit einem hohen Sauerstoffaustausch mit dem Blut ist, ist z. B. zur Planung von Resektionsoperationen und Transplantationen eine Kombination beider Informationen wünschenswert.

Die vorliegende Arbeit fokussiert sich auf methodische und technische Weiterentwicklungen, die im Folgenden kurz motiviert werden sollen.

1.2.1 Methodische Entwicklungsmöglichkeiten

Wegen des grundsätzlich begrenzten räumlichen Auflösungsvermögens der MRT im Allgemeinen und der ^3He -MRT im Besonderen wird wie bereits erwähnt auf die diffusionsgewichtete Bildgebung zurückgegriffen, um Schädigungen der Mikrostruktur der Lunge erkennen zu können. Die quantitative Interpretation der mit dieser Methode gemessenen Werte für sog. „scheinbare Diffusionskoeffizienten“ (*ADC*) ist allerdings noch nicht abgeschlossen.

Ferner ist eine systematische Untersuchung von Bildgebungsartefakten, wie sie z. B. durch die Diffusionsbewegung des Kontrastgases während des Bildgebungsprozesses und durch die klein strukturierte und daher inhomogene Magnetisierung des Bluts bzw. des Körpergewebes im äußeren Tomographenfeld entstehen, von großem Interesse. Dabei spielt insbesondere der Einfluss der äußeren Magnetfeldstärke eine große Rolle.

1.2.2 Technische Entwicklungsmöglichkeiten

Für den Einsatz unter besonderen äußeren Bedingungen, z. B. direkt am Krankenbett nicht transportfähiger Patienten oder zur Untersuchung der Physiologie der Atmung unter Schwerelosigkeit bei Parabelflügen oder an Bord einer Raumstation, ist die Entwicklung leichter, stromsparender Tomographiemagnete ein Punkt von großem Interesse. Letzterer Einsatzzweck wird durch eventuelle künftige längerfristige Weltraumaufenthalte, z. B. bei einer bemannten Mars-Mission, motiviert.

Außerdem sind diese Entwicklungen im Hinblick auf die Senkung der Untersuchungskosten von Belang. Dabei geht es vor allem um die Ermöglichung von Reihenuntersuchungen, z. B. zur Erkennung von Frühschädigungen der Lunge und zur Durchführung von langfristigen Verlaufsstudien.

Die Leistungsfähigkeit der Mainzer ^3He -Polarisations-/Kompressionseinheit lässt für die hier diskutierten medizinischen Anwendungen von hyperpolarisiertem ^3He derzeit keine Wünsche offen. Allerdings bietet die Versandtechnik zur Verschickung von hochpolarisierten Kontrastgasen in Glaszellen, die in möglichst homogene Magnetfelder einzubetten sind, zu dezentralen Anwendern trotz der prinzipiell bereits gelösten Problematik weiteres Optimierungspotential.

Kapitel 2

Polarisation und Relaxation

Für ein Ensemble von N Teilchen mit einzelnen magnetischen Momenten $\vec{\mu}_i$ innerhalb eines Volumens V ist die Magnetisierung \vec{M} klassisch wie folgt definiert:

$$\vec{M} := \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_i \quad . \quad (2.1)$$

Betrachtet man ein Ensemble von Atomkernen eines Isotops mit Kernspin \vec{I} und daraus resultierendem magnetischem Moment $\vec{\mu}$, so sind diese Größen durch quantenmechanische Operatoren darzustellen. Mit dem Landé-Faktor g , dem Kernmagneton μ_N , der reduzierten Planck-Konstante $\hbar \equiv h/(2\pi)$ und dem gyromagnetischen Verhältnis γ des Isotops gelten dann für die einzelnen Kerne die folgenden Relationen:

$$\hat{\mu} = g \mu_N \frac{\hat{I}}{\hbar} = \gamma \hat{I} \quad . \quad (2.2)$$

Konsequenz der quantenmechanischen Betrachtungsweise ist, dass die einzelnen magnetischen Momente in einem von außen (hier: in z -Richtung) angelegten Magnetfeld keine beliebigen Stellungen mehr einnehmen können, sondern der Operator $\hat{\mu}_z$ diskrete Eigenwerte μ_z gemäß

$$\mu_z/(\gamma\hbar) =: m_I \in \{-I, -I+1, \dots, I-1, I\} \quad (2.3)$$

besitzt. I ist dann die dimensionslose Kernspin-Quantenzahl, im Gegensatz zum Operator \hat{I} , der den Kernspin mit der Dimension eines Drehimpulses kennzeichnet.

Der Betrag der magnetischen Momente ist die Wurzel des Erwartungswerts des Operators $\hat{\mu}^2$ und beträgt

$$\sqrt{\langle \hat{\mu}^2 \rangle} = |\gamma| \hbar \sqrt{I(I+1)} \quad (2.4)$$

und die x - und y -Komponenten können nicht gleichzeitig mit der z -Komponente scharf bestimmt werden; ihre Erwartungswerte sind allerdings stets Null.

Diese Zusammenhänge werden anschaulich oft folgendermaßen interpretiert: Die Vektoren der einzelnen magnetischen Momente präzedieren auf dem Mantel eines Kegels der Höhe μ_z mit der Kegelspitze und den Aufpunkten der Vektoren im Ursprung des Koordinatensystems um die Magnetfeldachse. Die Achse des Kegels liegt also auf der z -Achse. Aus der Länge der Vektoren $\sqrt{\langle \hat{\mu}^2 \rangle}$ ergibt sich der Öffnungswinkel des Kegels zu

$$\theta = \arccos \frac{|\mu_z|}{\sqrt{\langle \hat{\mu}^2 \rangle}} = \arccos \frac{|m_I|}{\sqrt{I(I+1)}} \quad . \quad (2.5)$$

Dieser Winkel hat jedoch keinerlei physikalische Bedeutung. Allerdings bestimmen die Phasenbeziehungen der einzelnen magnetischen Momente untereinander, die in diesem semiklassischen Bild die Interpretation der Nebendiagonalelemente der Dichtematrix des Systems [Fan57], [Sli92] liefern, die Transversalkomponente der Magnetisierung. Die Magnetisierung ist im quantenmechanischen Bild als

$$\boxed{\vec{M} = \frac{1}{V} \langle \hat{\mu} \rangle} \quad (2.6)$$

aufzufassen, wobei $\langle \hat{\mu} \rangle$ hier der Erwartungswert des gesamten magnetischen Moments des Ensembles ist. Die Magnetisierung repräsentiert dann als klassische Größe den quantenmechanischen Blochvektor.

2.1 Der Begriff der longitudinalen Polarisation

Die Zahl der möglichen Einstellungen der magnetischen Momente in einem äußeren Magnetfeld in z -Richtung beträgt nach Gl. (2.3) $2I+1$. Es werden nun ausschließlich Zweiniveausysteme, d. h. der Fall $I = 1/2$ wie beim ^3He betrachtet. Dann ist

$$\mu_z = \pm |\mu_z| = \pm |\gamma| \frac{\hbar}{2} \quad (2.7)$$

und für den Erwartungswert der z -Komponente des gesamten magnetischen Moments des Ensembles gilt bei longitudinaler Polarisation

$$\langle \hat{\mu}_z \rangle = \sum_{i=1}^N (\pm)_i |\mu_z| \quad , \quad (2.8)$$

wobei $(\pm)_i$ das Vorzeichen der z -Projektion des i -ten magnetischen Moments bezeichnet. Definiert man außerdem die Polarisation

$$\boxed{P := \frac{N^+ - N^-}{N} = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}} \quad , \quad (2.9)$$

wobei sich die Indizes $+$ bzw. $-$ auf eine Ausrichtung der z -Komponente der magnetischen Momente (*nicht* der Spins) parallel bzw. antiparallel zum magnetischen Führungsfeld beziehen, so folgt aus den Gln. (2.7) und (2.8) für die z -Komponente der Magnetisierung aus Gl. (2.6)

$$M_z = P \frac{N}{V} |\mu_z| = P n |\gamma| \frac{\hbar}{2} \quad (2.10)$$

mit der Teilchendichte $n := N/V$.

Bei jeder später in dieser Arbeit diskutierten Manipulation der Magnetisierung des Ensembles durch zusätzliche Magnet- und Hochfrequenzfelder wird davon ausgegangen, dass die Magnetisierung im Ausgangszustand in z -Richtung zeigt, d. h. für ihren Betrag gilt $M = M_z$.

Zur Beschreibung seiner Dynamik lässt sich der Magnetisierungsvektor als klassische Größe behandeln.

2.2 Polarisierte Edelgase als MR-Kontrastmittel

Die potentielle Energie eines magnetischen Moments $\vec{\mu}$ in einem äußeren Magnetfeld \vec{B} beträgt

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad . \quad (2.11)$$

Daher ist die Energiedifferenz ΔE zweier benachbarter Eigenwerte des magnetischen Moments mit den Indizes m und $m - 1$ in einem in z -Richtung zeigenden Magnetfeld nach Gl. (2.3)

$$\Delta E := (\mu_m - \mu_{m-1}) B = \gamma \hbar B \quad . \quad (2.12)$$

Diese Energieaufspaltung nach den Projektionen der magnetischen Momente auf die Magnetfeldrichtung heißt Zeeman-Aufspaltung. Die Indizes m bzw. $m - 1$ beziehen sich hier auf die Projektion des *Kernspins* auf die Magnetfeldachse, d. h. bei negativem γ (wie z. B. beim ^3He) besitzt wegen $\vec{\mu} \parallel -\vec{I}$ (Gl. (2.2)) der Zustand mit größerem m die höhere Energie im Magnetfeld.

Im thermischen Gleichgewicht genügen die Besetzungszahlen N_m der einzelnen Energieniveaus der Boltzmann-Statistik und es gilt

$$\frac{N_{m-1}}{N_m} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right) \implies \frac{N_m}{N_I} = \exp\left(-\frac{(I-m)\Delta E}{k_B T}\right) \quad , \quad (2.13)$$

wobei k_B die Boltzmann-Konstante und T die absolute Temperatur in Kelvin bezeichnen.

Damit lässt sich der Betrag der Längsmagnetisierung eines Ensembles von Atomkernen mit Kernspin-Quantenzahl I und gyromagnetischem Verhältnis γ im thermischen Gleichgewicht unter dem Einfluss eines magnetischen Führungsfelds \vec{B} nach Gl. (2.1) wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} M_B &= \frac{1}{V} \sum_{m=-I}^I N_m \mu_m = \frac{N \gamma \hbar \sum_{m=-I}^I m N_m}{V \sum_{m=-I}^I N_m} \approx \\ &\approx \frac{n \gamma \hbar}{2I+1} \sum_{j=0}^{2I} (I-j) \left(1 - \frac{j \Delta E}{k_B T}\right) = \frac{n \gamma^2 \hbar^2 B I (I+1)}{3 k_B T} \quad . \end{aligned} \quad (2.14)$$

$N = \sum_{m=-I}^I N_m$ ist die gesamte Teilchenzahl des Ensembles, n die Teilchendichte in m^{-3} . Die verwendete Näherung gilt bei hohen Temperaturen, in jedem Fall jedoch bei Raumtemperatur. Gl. (2.14) kann als Verallgemeinerung von Gl. (2.10) für beliebige Kernspin-Quantenzahlen I im thermischen Gleichgewicht aufgefasst werden.

Für das Zweiniveausystem ($I = 1/2$) folgt aus der linken Seite von Gl. (2.13) mit den Definitionen aus Gl. (2.9)

$$\frac{N^-}{N^+} = \exp\left(-\frac{|\Delta E|}{k_B T}\right) \quad (2.15)$$

und damit sowie mit der Definition der Polarisation aus Gl. (2.9) der Ausdruck für die Boltzmann-Polarisation

$$P_B = \frac{N^- \left(\exp\left(\frac{|\Delta E|}{k_B T}\right) - 1 \right)}{N^- \left(\exp\left(\frac{|\Delta E|}{k_B T}\right) + 1 \right)} = \tanh \frac{|\Delta E|}{2 k_B T} = \tanh \frac{|\mu| B}{k_B T} \approx \frac{|\mu| B}{k_B T} \quad . \quad (2.16)$$

Bei der Näherung im letzten Schritt wurde wieder $|\mu| B \ll k_B T$ verwendet.

Der Grad der Boltzmann-Polarisation nach Gl. (2.16) liegt z. B. für magnetische Momente in der für Atomkerne typischen Größenordnung von 10^{-26} J/T bei Körpertemperatur und $B = 1$ T nur bei $P_B \approx 10^{-6} \dots 10^{-5}$. Bei Protonen reicht dies aus, um Kernspintomographie betreiben zu können, bei der das Signal proportional zur zeitlichen Änderung der Magnetisierung ist (Kap. 3). Vergleicht man aber die Magnetisierung nach Gl. (2.10) für die beiden Spin-1/2-Systeme Protonen und ^3He , deren gyromagnetische Verhältnisse betragsmäßig ähnlich sind, zeigt sich, dass zumindest die um drei bis vier Größenordnungen geringere Teilchendichte n von Gasen unter Normalbedingungen im Vergleich zu Protonen im Körper durch eine erhöhte Polarisation ausgeglichen werden muss, um polarisierte Gase als Kontrastmittel zur MR-Bildgebung verwenden zu können. Unter Berücksichtigung weiterer Randbedingungen errechnet [Gro96] einen Polarisationsgrad von 30 ... 40 %, um unter typischen klinischen MRT-Bedingungen (u. a. $B = 1.5$ T) mit ^3He zu einem mit Protonenaufnahmen vergleichbaren Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu gelangen.

Man spricht von einem hyperpolarisierten Gas, wenn sein Polarisationsgrad oberhalb der Boltzmann-Polarisation liegt. Dies wird erreicht, wenn die Besetzungszahlen der Energieniveaus in Gl. (2.9) durch atom- und kernphysikalische Prozesse gezielt verändert werden. Hierauf soll nun kurz eingegangen werden.

2.2.1 Die Polarisationsmethode des optischen Pumpens metastabiler Atome

Die ausführliche quantitative Beschreibung des optischen Pumpens von ^3He via metastabiler Atome sowie die dadurch inzwischen erreichte Kernspinpolarisation des Grundzustands gemäß Gl. (2.9) von über 90 % sind Bestandteil der Dissertation [Wol04]. An dieser Stelle soll lediglich eine qualitative Beschreibung unter Einbeziehung nur der wichtigsten Parameter erfolgen.

Das metastabile optische Pumpen von ^3He findet bei Raumtemperatur in einem möglichst homogenen Magnetfeld der Größenordnung 10 G statt¹, das die Quantisierungsachse aller beteilig-

¹In einer laufenden Dissertation in unserer Arbeitsgruppe wird derzeit in Zusammenarbeit mit dem Laboratoire Kastler Brossel der ENS Paris das optische Pumpen von ^3He unter abweichenden Druck- und Magnetfeldbedingungen untersucht [Bat06].

ten magnetischen Momente vorgibt. Der eigentliche optische Pumpprozess in die $2\ ^3P_{0,1,2}$ -Zustände durch resonantes, zirkular polarisiertes Laserlicht² erfolgt nicht aus dem $1\ ^1S_0$ -Grundzustand, sondern aus dem metastabilen $2\ ^3S_1$ -Zustand, bei dem ein Elektron des Heliums die Hauptquantenzahl 2 annimmt (Abbn. 2.1 und 2.2).

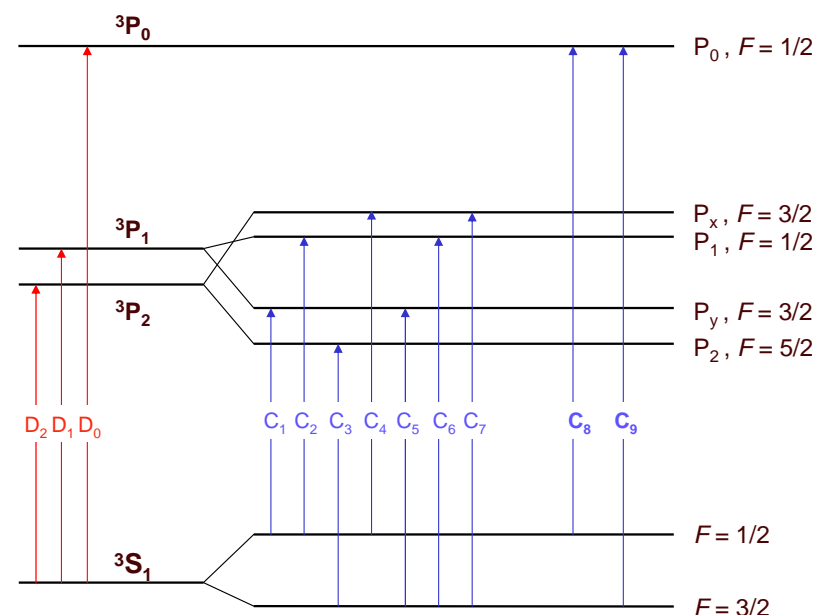


Abbildung 2.1: Die Termschemata von ^3He (C) und ^4He (D) mit den nach [Nac85] bezeichneten $2\ ^3S_1 - 2\ ^3P$ -Übergängen. Da ^4He keinen Kernspin besitzt, hat es auch keine Hyperfeinstruktur.

Die Bezeichnungen der Zustände sowie der optischen Übergänge in Abb. 2.1 erfolgt nach [Nac85]. Die Übergänge sind nach aufsteigenden Energien nummeriert. Die zum optischen Pumpen geeignetsten Übergänge sind C_8 und C_9 , die aus den beiden Hyperfeinzuständen $F = 1/2$ bzw. $F = 3/2$ des metastabilen $2\ ^3S_1$ -Zustands in den $2\ ^3P_0$ -Zustand führen.

Die Lebensdauer des metastabilen Zustands, der wegen der Drehimpulserhaltung und des Interkombinationsverbots zwischen Singulett- und Triplettzuständen nicht über Strahlungsprozesse zerfallen kann, ist durch die Diffusionszeit zwischen den Wänden der optischen Pumpzelle limitiert und beträgt in unserem Fall etwa $t_M \approx 1$ ms. Die Besetzung dieses Zustands durch Zünden einer schwachen Gasentladung (etwa 1 ppm der ^3He -Atome befinden sich dann im metastabilen Zustand) in der optischen Pumpzelle ist notwendig, weil sich die Energiedifferenz zwischen Grundzustand und metastabilem Zustand von 19.8 eV entsprechend 62.6 nm Wellenlänge einem laseroptischen Übergang entzieht (Abb. 2.2).

Die Gasentladung wiederum erfordert einen niedrigen Druck des Heliums von etwa 1 mbar, was das metastabile optische Pumpen von einer anderen Methode zur Hyperpolarisation von ^3He , dem Spinaustauschpumpen³ unterscheidet und eine spätere möglichst polarisationsverlustfreie

²Prinzipiell funktioniert das optische Pumpen auch mit nichtkohärenten Lichtquellen, jedoch ist dann z. B. die spektrale Leistungsdichte wesentlich geringer und der Pumpprozess daher wenig effizient (Einzelheiten hierzu siehe [Wol04]).

³Das Spinaustauschpumpen findet zwar bei Normaldruck statt, die dabei erreichbaren Polarisationsgrade

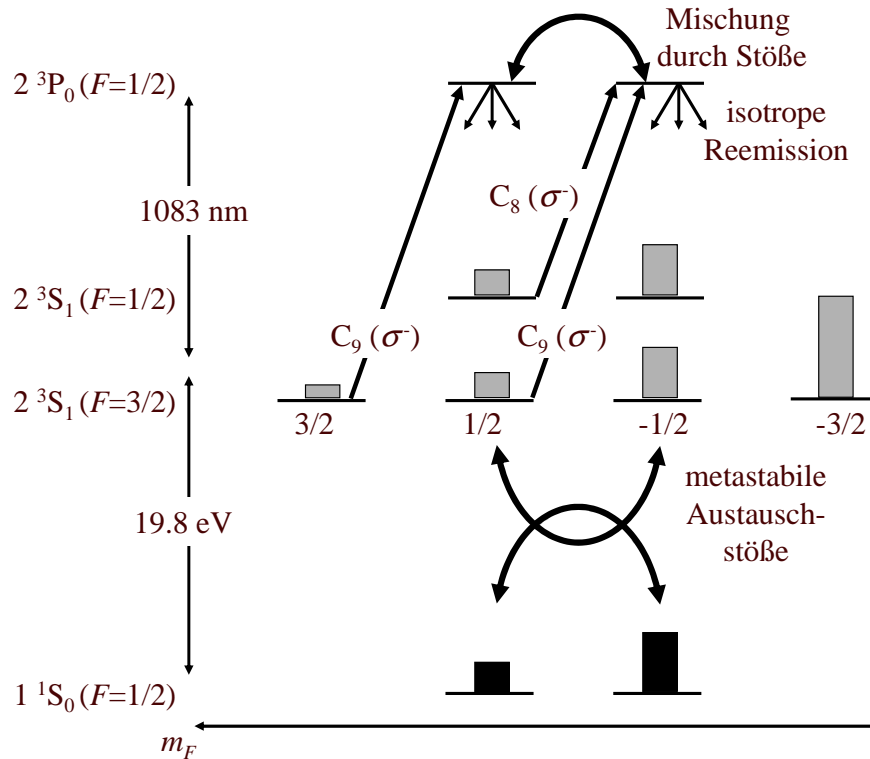


Abbildung 2.2: Das Prinzip des metastabilen optischen Pumpens von ^3He durch resonante Absorption von zirkular polarisiertem Laserlicht und metastabile Austauschstöße.

Komprimierung des Gases auf für den Anwender oder zum Transport notwendige Drücke von zumeist mehreren bar erforderlich macht (Kap. 2.2.2).

Das angelegte Magnetfeld bewirkt eine Aufspaltung der Hyperfeinzustände in die Zeeman-Niveaus mit den magnetischen Quantenzahlen m_F (Abb. 2.2). Durch Einstrahlen von linkszirkular polarisiertem (σ^-) Laserlicht werden ausschließlich Übergänge mit $\Delta m_F = -1$ angeregt. Die Begründung für diese Wahl folgt am Ende dieses Abschnitts.

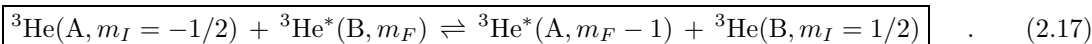
Während der Lebensdauer des $2\ ^3\text{P}_0$ -Zustands von $t_C \approx 100\ \text{ns}$ führen atomare Stöße zu strahlungslosen Übergängen in die anderen $2\ ^3\text{P}$ -Niveaus, die unter den o. g. Bedingungen näherungsweise gleichbesetzt sind. Diesen Vorgang bezeichnet man als „collisional mixing“. Durch die annähernde Gleichbesetzung der $2\ ^3\text{P}$ -Zustände erfolgt deren Abregung praktisch isotrop in sämtliche Zeeman-Niveaus der $2\ ^3\text{S}_1$ -Hyperfeinzustände. Damit wird bei der Reemission kein Netto-Drehimpuls auf die Atome übertragen und zur Ausrichtung der Spins trägt nur der selektive Anregungsprozess bei.

Im $2\ ^3\text{S}_1$ -Zustand sind Hüllen- und Kernspin der einzelnen ^3He -Atome durch die Hyperfeinwechselwirkung miteinander gekoppelt. Durch die kurze Dauer der Hyperfeinwechselwirkung von

und vor allem Produktionsraten von polarisiertem ^3He sind jedoch deutlich geringer als beim metastabilen optischen Pumpen [Sch04a].

$t_H \approx 0.2$ ns geht diese der Laseranregung voraus und die σ^- -Laserabsorption erfolgt bevorzugt aus den Zuständen mit $m_I > 0$. Dadurch wird der Kernspin der metastabilen Atome bevorzugt in der gewünschten Richtung entgegengesetzt der Magnetfeldachse ausgerichtet.

Während der langen Lebensdauer t_M des metastabilen $2\ ^3S_1$ -Zustands erfahren diese angeregten Atome jedoch zahlreiche Stöße mit unpolarisierten Grundzustandsatomen. Die Stoßzeit liegt dabei in der Größenordnung von Pikosekunden und ist damit viel geringer als die Hyperfeinwechselwirkungszeit t_H . Daher beeinflussen diese Stöße den Kernspin nicht; sie führen jedoch zum Austausch der Anregungsenergien zwischen den Stoßpartnern. Dies lässt sich als Gleichgewichtsreaktion formulieren:



A und B bezeichnen die Atomkerne, * den metastabilen Zustand.

Nun zur Begründung der Wahl von σ^- -Licht: Da durch den Polarisationsprozess keine Besetzungsinversion des ${}^3\text{He}$ -Grundzustands aufgebaut werden soll, die spontan durch einen Maserprozess zerfallen könnte, muss von den beiden Zuständen mit $m_I = \pm 1/2$ der energieärmere angereichert werden. Dies ist nach den Gln. (2.11) und (2.2) für $\gamma_{{}^3\text{He}} < 0$ der $m_I = -1/2$ -Zustand. Durch das optische Pumpen, das direkt nur die metastabilen Zustände beeinflusst, muss in dem in Gl. (2.17) dargestellten Gleichgewicht also der metastabile Zustand auf der rechten Seite angereichert werden, damit sich das Gleichgewicht zur linken Seite hin verschiebt und der Grundzustand mit $m_I = -1/2$ angereichert wird. Auf die metastabilen Heliumatome muss demnach durch zirkular polarisiertes Laserlicht ein Netto-Drehimpuls von $-\hbar$ pro Lichtquant übertragen werden, um von ${}^3\text{He}^*(m_F)$ zu ${}^3\text{He}^*(m_F - 1)$ zu gelangen (Abb. 2.2). Bezüglich der Magnetfeldachse als Quantisierungsachse muss das Laserlicht also σ^- -polarisiert sein, um das energieärmere Zeeman-Niveau des Grundzustands anzureichern.

2.2.2 Der Mainzer ${}^3\text{He}$ -Polarisator

Der Mainzer ${}^3\text{He}$ -Polarisator arbeitet nach dem Prinzip des metastabilen optischen Pumpens, das in Kap. 2.2.1 qualitativ erläutert wurde. Sein Aufbau ist in Abb. 2.3 schematisch dargestellt, Details sind in [Sch04a] beschrieben.

Nach einer mehrstufigen Gasreinigung durch verschiedene Getter gelangt das ${}^3\text{He}$ -Gas bei einem Druck von etwa 1 mbar in die fünf jeweils ca. 2.4 m langen optischen Pumpzellen, von denen aus Gründen der Übersichtlichkeit hier nur zwei dargestellt sind. Die Elektroden zur Anregung der Gasentladung in den Pumpzellen fehlen in der schematischen Abbildung aus demselben Grund.

Beim Lasersystem handelt es sich um zwei Yb-Faserlaser mit einer Maximalleistung von jeweils 15 W. Die Wellenlänge liegt bei 1083 nm (vgl. Abb. 2.2). Durch ein System von optischen Elementen (Strahlteilerwürfel, $\lambda/4$ -Plättchen und Linsen), das in der Abbildung stark vereinfacht dargestellt ist, wird das linear polarisierte Laserlicht in mehrere aufgeweitete, nicht divergente, zirkular polarisierte Teilstrahlen umgewandelt, die mit einer Leistungsdichte in der Größenordnung von $1\ \text{W}/\text{cm}^2$ auf die optischen Pumpzellen treffen und von einem dichroitischen Spiegel am Ausgang der Pumpzelle reflektiert werden. Die Spiegel sind für das Licht einer anderen Wellenlänge durchlässig, das zum Polarisationsnachweis verwendet wird [Wol04].

Das in den Pumpzellen kernspinpolarisierte Gas wird von einem hydraulischen Kompressor zunächst bis zu einem Druck von einigen 100 mbar (je nach benötigter Gasmenge) in eine Zwischenspeicherzelle komprimiert, bevor es beim gewünschten Druck in eine abnehmbare Zelle abgefüllt wird. Dieser zweistufige Kompressionsvorgang ist notwendig, da bei einem Hub des Kompressorkolbens von ca. 1 m und den vorhandenen Totvolumina nur so die gewünschten Enddrücke von mehreren bar erreicht

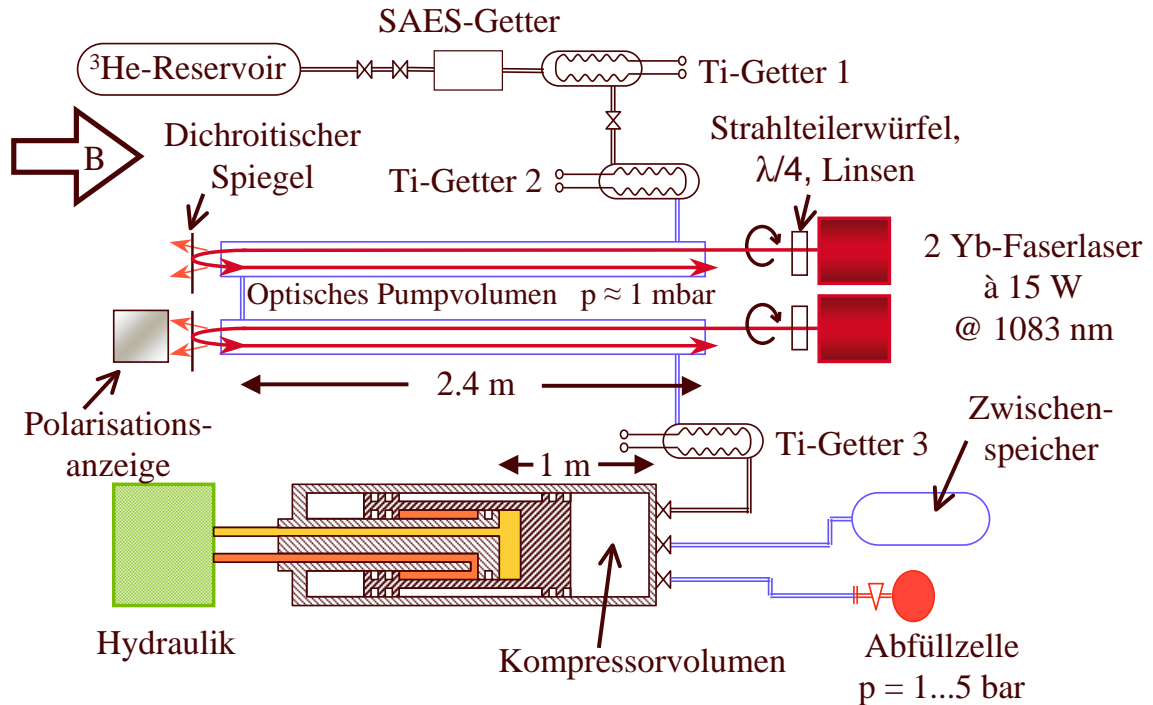


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des Mainzer ^3He -Polarisators mit Gasreinigungssystem, optischen Elementen und hydraulischem Kompressor.

werden können. Der Kompressor ist vollständig aus unmagnetisierbaren Materialien aufgebaut, um bei den Kompressionsvorgängen die Kernspinpolarisation nicht durch Magnetfeldgradienten zu zerstören (Kap. 2.3.1).

Das Magnetfeld beträgt etwa 8 G und besitzt am Ort der Speicherzelle einen relativen radialen Gradienten von $\partial_r B_r / B < 2 \cdot 10^{-4} / \text{cm}$ [Sch04a]. Für die Anreicherung des energieärmeren Grundzustandniveaus wird aus den in Kap. 2.2.1 genannten Gründen σ^- -Licht verwendet. Dies führt dann nach Gl. (2.11) zu einer Verstärkung des Magnetfelds am Ort der Abfüllzelle, die mit einigem experimentellen Aufwand auch messbar ist [Bat06].

Abb. 2.4 zeigt den Mainzer ^3He -Polarisator von beiden Seiten. Das Lasersystem befindet sich oberhalb des abgebildeten Bereichs. Die erreichbare Kernspinpolarisation in Abhängigkeit von der Produktionsrate ist in Abb. 2.5 dargestellt. Diese Leistungsdaten stellten zum Zeitpunkt ihrer Erhebung im Jahr 2004 weltweit den alleinigen Spitzenwert dar. Daher wurde beim Nachbau eines ähnlichen, aber einfacher zu bedienenden Geräts („HELIOS“) für den Betrieb am Forschungsreaktor FRM-II in München von einem Ingenieurbüro unter Beachtung der CE-Sicherheitsrichtlinien auf das soeben beschriebene System zurückgegriffen. Dabei konnte u. a. die Ölhydraulik durch ein komfortabler zu betreibendes System aus einem Linearantrieb mit einem außerhalb des bezüglich der Magnetfeldhomogenität kritischen Bereichs befindlichen, ausreichend starken Elektromotor ersetzt werden [Sch04a].

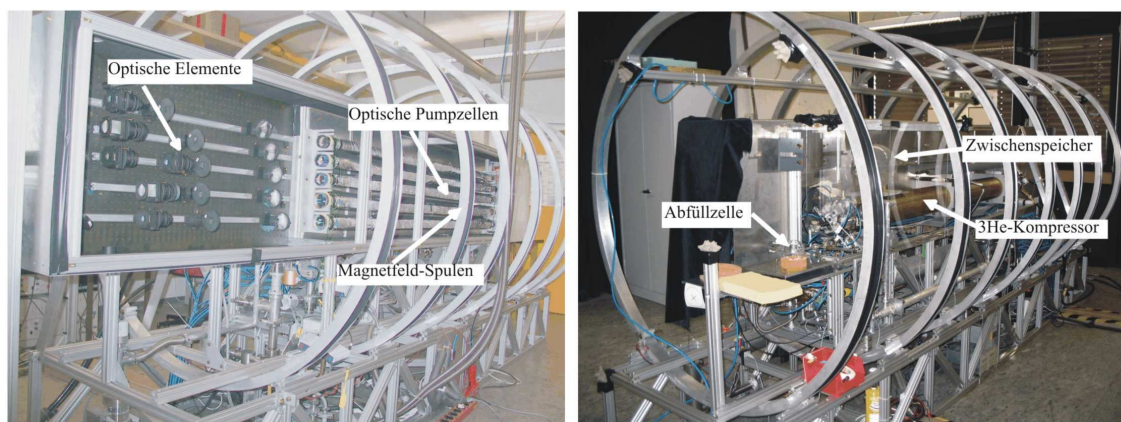


Abbildung 2.4: Der Mainzer ³He-Polarisator, von der Seite der optischen Pumpzellen (links) und des Kompressors (rechts) aus gesehen.

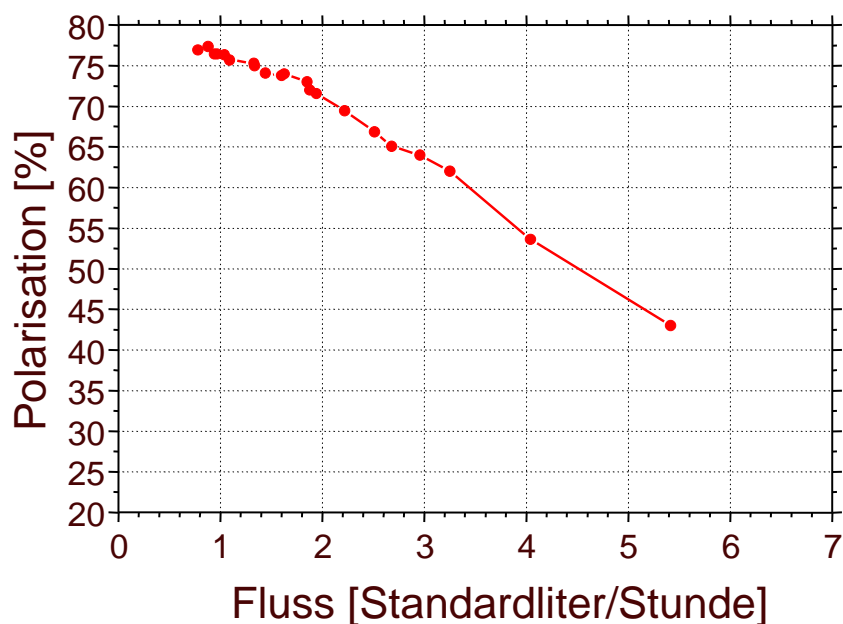


Abbildung 2.5: Die aktuellen Leistungsdaten des Polarisations-Kompressionssystems. Der Polarisationsgrad des abgefüllten ³He-Gases ist als Funktion des Produktionsflusses dargestellt.

2.3 Die Relaxation

Bei der Beschreibung der Relaxationsprozesse in einem Zweiniveausystem unterscheidet man zwischen longitudinaler und transversaler Relaxation. Die folgende Aufzählung der verschiedenen Relaxationsprozesse erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, sondern wurde so gewählt, dass Prozesse, die im Verlauf dieser Arbeit Erwähnung finden, betrachtet und voneinander unterschieden werden können.

2.3.1 Die longitudinale Relaxation

Die Hyperpolarisation nach Gl. (2.9) ist zeitlich nicht stabil, sondern strebt mit der Zeit gemäß der Funktion

$$P(t) = (P(t=0) - P_B) e^{-t/T_1} + P_B \quad (2.18)$$

der Boltzmann-Polarisation P_B aus Gl. (2.16) entgegen. Dieser Prozess heißt „longitudinale Relaxation“. Zu deren Zerfallsrate $1/T_1$ tragen unter den betrachteten Umständen vier Terme bei, die nun nacheinander diskutiert werden:

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_1^{(G)}} + \frac{1}{T_1^{(Z)}} + \frac{1}{T_1^{(D)}} + \frac{1}{T_1^{(P)}} \quad (2.19)$$

- Die Gradientenrelaxation $1/T_1^{(G)}$ durch Selbstdiffusion der Atome in einem räumlich veränderlichen Magnetfeld erfolgt, weil die magnetischen Momente durch ihre statistische Bewegung in den Einfluss zeitlich veränderlicher Magnetfelder geraten. Das Spektrum der auftretenden Frequenzen enthält dann auch Anteile in der Nähe der Übergangsfrequenz $\omega = |\Delta E|/\hbar$ zwischen den beiden Zeeman-Niveaus aus Gl. (2.12), was mit der Rate

$$\frac{1}{T_1^{(G)}} = D \frac{|\vec{\nabla} B_x|^2 + |\vec{\nabla} B_y|^2}{B^2} \quad (2.20)$$

zu einer Umbesetzung der Energieniveaus in Richtung der Boltzmann-Verteilung führt [Sch65], [Cat88]⁴. D ist die Diffusionskonstante in m^2/s ; die vorherrschende Richtung des Magnetfelds ist z . Wegen der Proportionalität von $1/T_1^{(G)}$ zu D (Gl. (2.20)) sind zum Transport von hyperpolarisiertem ^3He möglichst hohe Drücke zu wählen, um die Selbstdiffusion zu minimieren. Aus Sicherheitsgründen ist allerdings eine Grenze von 2.7 bar für Standardtransporte nicht zu überschreiten.

- Die Relaxationsrate an der Glaswand der umgebenden Speicherzelle $1/T_1^{(Z)}$ ist die Summe der reinen Wandrelaxationsrate $1/T_1^{(W)}$ und der Relaxationsrate durch eingeschleppte magnetisierbare Partikel $1/T_1^{(M)}$.

⁴Für sehr geringe Drücke, d. h. schnelle Diffusion zwischen Gefäßwänden ist in [Cat88] außerdem eine von Gl. (2.20) abweichende Relation angegeben, die aus der Berücksichtigung der Randbedingungen mittels Diffusionsmoden (Kap. 6.3.1) resultiert. Dabei ist zu beachten, dass im Abstract von [Cat88] Relaxationszeiten mit Raten verwechselt wurden.

Um den Zusammenhang zwischen den Resultaten von [Sch65] und [Cat88] zu verstehen, bedarf es zusätzlicher Informationen. Er wird daher erst in Kap. 7.1 dieser Arbeit hergestellt.

Die Wandrelaxationsrate ist druckunabhängig und proportional zum Oberflächen/Volumen-Verhältnis A/V der Speicherzelle. Sie beinhaltet einen Term durch Adsorption an der Oberfläche und einen Term durch Diffusion in die Matrix des Oberflächenmaterials:

$$\frac{1}{T_1^{(W)}} = \frac{1}{T_1^{(Ad)}} + \frac{1}{T_1^{(Diff)}} \propto \frac{A}{V} \quad . \quad (2.21)$$

Eine ausführliche Diskussion der longitudinalen Relaxation von hyperpolarisiertem ^3He in Glaszellen findet sich in [Sch04a], [Sch06a], [Sch06b] und [Den06].

- Die dipolare Relaxationsrate $1/T_1^{(D)}$ parametrisiert magnetische Wechselwirkungen der kernmagnetischen Momente untereinander. Sie ist abhängig von der Teilchendichte und beträgt für ^3He in der Nähe der Raumtemperatur [New93]

$$\boxed{\frac{1}{T_1^{(D)}} \approx \frac{p [\text{bar}]}{2.76 \text{ h} \cdot T [\text{K}]}} \quad . \quad (2.22)$$

- Für die Relaxationsrate durch Beimischungen paramagnetischer Fremdgase $1/T_1^{(P)}$ spielt hier nur der Partialdruck von Sauerstoff eine Rolle, der in Kap. 4.2 ausführlicher diskutiert wird.

Die einzelnen Relaxationsraten addieren sich nach Gl. (2.19) zu der gesamten longitudinalen Relaxationsrate $1/T_1$. Diese kann bei der Lagerung von hyperpolarisiertem ^3He in geeigneten Speichergeräten und ausreichend homogenen Magnetfeldern (Kap. 8) bei Raumtemperatur und einem Druck von ca. 2.5 bar über 100 h betragen. Erst nach dieser Zeit ist die Polarisation auf den 1/e-ten Teil ihres Anfangswerts abgefallen, was einen mehrtägigen Transport von hyperpolarisiertem ^3He von einer zentralen Produktionsstätte zu externen Anwendern erlaubt [Bee03], [Sch04a]. Im Rahmen eines EU-Projekts haben bereits zahlreiche Transporte von hyperpolarisiertem ^3He -Gas durch kommerzielle Transportunternehmen von Mainz aus zu verschiedenen Anwendern innerhalb Europas stattgefunden [PHI00], [Wil02]. Auch ein inzwischen erfolgter Transport in die USA verlief erfolgreich.

2.3.2 Die transversale Relaxation

Im Vorgriff auf Kap. 3.1 sei bereits an dieser Stelle erwähnt, dass die Magnetisierung eines Ensembles von magnetischen Momenten in einem äußeren Magnetfeld eine Präzessionsbewegung um die Magnetfeldachse ausführt, wenn sie zuvor um einen gewissen Winkel aus der Richtung des magnetischen Führungsfelds ausgelenkt wurde. Die Präzessionsfrequenz ist die Larmorfrequenz im lokal vorhandenen Magnetfeld (Gl. (3.4)). Die relativen Präzessionsphasen der einzelnen magnetischen Momente ändern sich aufgrund verschiedener Einflüsse mit der Zeit, was zu einer vollständigen Dephasierung der magnetischen Momente und damit zum völligen Verlust der transversalen Magnetisierung führt⁵. Dieser Prozess wird als „transversale Relaxation“ bezeichnet. Falls die Wechselwirkungen der magnetischen Momente untereinander genügend kurzreichweitig sind und alle Prozesse, die zur transversalen Relaxation beitragen, auf Energieskalen weit unterhalb der Zeeman-Aufspaltung aus Gl. (2.12) stattfinden, erfolgt auch die Abnahme der transversalen Magnetisierung exponentiell [Blo48], [Cal93a] und mit der effektiven transversalen Relaxationsrate

⁵Dies bedeutet jedoch *nicht*, dass unmittelbar nach der Auslenkung eine definierte Phasenbeziehung der einzelnen magnetischen Momente zueinander bestünde.

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_2^{(G)}} \quad . \quad (2.23)$$

Berücksichtigt man außerdem die Diffusionsbewegung der Atome in einem inhomogenen Magnetfeld mit konstantem Gradienten G (Kap. 3.2.1), erfolgt mit der entsprechenden Diffusionskonstante D (Kap. 4.1.2) eine zusätzliche Signalabschwächung gemäß [Tor56]

$$S(t) = S(t=0) \exp\left(-\frac{\gamma^2 G^2 D t^3}{3}\right) \quad , \quad (2.24)$$

die trotz ihres qualitativ anderen zeitlichen Verlaufs (t^3 statt t im Exponenten) oft wie ein zusätzlicher Beitrag zu $1/T_2^*$ in Gl. (2.23) behandelt wird, d. h. die effektive transversale Relaxation wird in der Praxis oft durch einen einfachen exponentiellen Zerfall der transversalen Magnetisierung angenähert.

Die beiden Terme auf der rechten Seite von Gl. (2.23) werden nun nacheinander näher betrachtet.

- Die vom äußeren Magnetfeld unabhängige transversale Relaxationsrate $1/T_2$ beinhaltet auch die longitudinale Relaxationsrate $1/T_1$ nach Gl. (2.19) und lässt sich wie folgt ausdrücken [Kop56]:

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_2'} \quad . \quad (2.25)$$

Die Rate $1/T_2'$ ist die Summe aus den transversalen Relaxationsraten $1/T_2^{(D)}$ durch Dipol-Dipol-Wechselwirkungen, $1/T_2^{(E)}$ durch Phasenänderungen bei Spinaustauschprozessen und $1/T_2^{(\phi)}$ durch phasenverändernde Stöße.

In Festkörpern gilt wegen der hohen Spinaustauschrate $T_2' \ll T_1$. Dies führt z. B. dazu, dass bei der klinischen Protonen-MRT Knochenanteile im Körper aufgrund sehr kurzer T_2^* -Zeiten ein geringeres Signal ergeben als anhand ihrer Protonendichte erwartet⁶.

In Flüssigkeiten und dichten Gasen (etwa bei Standardbedingungen) gilt $T_2' \approx 2T_1$ und daher $T_2 \approx T_1$ [Kop56].

In Gasen geringer Teilchendichte gilt $T_2' \rightarrow \infty$ und daher $T_2 \approx 2T_1$ [Sli92]. Auf dieser Näherung basieren z. B. die rechnerischen Betrachtungen der transversalen Relaxation von ^3He in [Gre90].

- Eine transversale Relaxation in inhomogenen äußeren Magnetfeldern durch unterschiedliche Präzessionsfrequenzen findet nicht nur bei diffusiver Dephasierung (Gl. (2.24)), sondern auch in einem räumlich ausgedehnten Ensemble *ruhender* magnetischer Momente statt. Die entsprechende Relaxationsrate wird hier $1/T_2^{(G)}$ genannt und ist die Summe dreier Teilraten: Die Rate $1/T_2^{(\text{Seq})}$ bezieht sich auf die bei einem MR-Experiment absichtlich geschalteten Magnetfeldgradienten (Kap. 3), $1/T_2^{(B)}$ ist die transversale Relaxationsrate aufgrund von Inhomogenitäten des statischen Magnetfelds und $1/T_2^{(x)}$ beinhaltet den Anteil der Magnetfeldgradienten, der durch Schwankungen der magnetischen Suszeptibilität im zu untersuchenden Objekt bzw. Subjekt entsteht (siehe hierzu auch die Gln. (5.7 ff)).

⁶Auf den Zusammenhang zwischen T_2^* -Zeit und Signalamplitude wird in Kap. 3.2 dieser Arbeit näher eingegangen.

Die effektive transversale Relaxationszeit T_2^* aus Gl. (2.23) ist bei polarisiertem ^3He unter praktisch allen Bedingungen wesentlich kürzer als T_2 und T_1 und liegt etwa in der Größenordnung von einigen Millisekunden (etwa 10 ms in der menschlichen Lunge bei $B_0 = 1.5 \text{ T}$ [Che99]). Da die transversale Magnetisierung jedoch bei jeder Anregung, d. h. bei jeder neuen Auslenkung der Magnetisierung aus der Hauptmagnetfeldrichtung, erneuert wird, spielt T_2^* nur bei MR-Experimenten (Kap. 3), nicht aber bei der Speicherung und dem Transport hyperpolarisierter Gase eine Rolle.

Kapitel 3

Die MR-Bildgebung

Bei der MR-Bildgebung soll im Wesentlichen die ortsabhängige Dichte dN/dV der Kernspins rekonstruiert werden, die nach Gl. (2.10) für ein Zweiniveau-System proportional zum Betrag der in Gl. (2.1) eingeführten Magnetisierung $M(\vec{x})$ ist.

3.1 Physikalische Grundlagen

Die Bewegungsgleichung für ein klassisches magnetisches Moment $\vec{\mu}$ in einem äußeren Magnetfeld \vec{B} lautet:

$$\dot{\vec{\mu}}(t) = \gamma \vec{\mu}(t) \times \vec{B}(t) \quad . \quad (3.1)$$

γ ist das gyromagnetische Verhältnis aus Gl. (2.2). Zeigt das Magnetfeld in z -Richtung, d. h. $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$, und das magnetische Moment ist um einen Winkel α gegen die Magnetfeldachse verkippt, also

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu \sin \alpha \cos \varphi \\ \mu \sin \alpha \sin \varphi \\ \mu \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

mit dem beliebigen Azimutwinkel φ , so folgt aus Gl. (3.1)

$$\dot{\vec{\mu}} = -\gamma B_0 \mu \sin \alpha \vec{e}_\varphi \quad . \quad (3.3)$$

\vec{e}_φ ist der Einheitsvektor in azimuthaler Richtung, d. h. das magnetische Moment wandert mit der Winkelgeschwindigkeit $|\gamma| B_0$ um die Magnetfeldachse. Diese Bewegung heißt „Larmor-Präzession“. Die charakteristische Larmorfrequenz $\vec{\omega}_0$ [rad/s] bzw. $\vec{\nu}_0$ [Hz] der Atomkerne eines Isotops mit magnetischem Moment $\hat{\vec{\mu}} = \gamma \hat{\vec{I}}$ in einem äußeren Magnetfeld \vec{B}_0 beträgt demnach

$$\boxed{\vec{\omega}_0 = -\gamma \vec{B}_0 = -2\pi\gamma \vec{B}_0 = 2\pi\vec{\nu}_0} \quad . \quad (3.4)$$

Die Minuszeichen bedeuten, dass bei positivem gyromagnetischem Verhältnis γ bzw. γ eines Isotops die Präzessionsbewegung im mathematisch negativen Sinn um die Führungsmagnetfeldachse \vec{B}_0 erfolgt. Die Energie $\hbar \omega_0 \equiv h \nu_0$ entspricht der Energiedifferenz zweier Zeeman-Niveaus in Gl. (2.12).

Die Bewegungsgleichung (3.1) gilt, wie in Kap. 2 geschildert, auch für die makroskopische Magnetisierung \vec{M} eines Ensembles von quantenmechanischen Teilchen mit magnetischen Momenten $\hat{\mu}_i = \gamma_i \hat{I}_i$. Auch eine um einen Winkel α aus der Richtung eines Magnetfelds \vec{B} ausgelenkte Magnetisierung präzediert also nach Gl. (3.3) mit der Larmorfrequenz $|\gamma| B$ um die Magnetfeldachse \vec{B} . Die zeitliche Änderung der Transversalkomponente der präzedierenden Magnetisierung in einer Probe wird dann bei der MR-Bildgebung ausgenutzt, um in einer senkrecht zur Führungsmagnetfeldachse angebrachten Induktionsspule ein Spannungssignal zu erzeugen.

3.1.1 Die Klappmethode

Die einfachste Methode, den Magnetisierungsvektor \vec{M}_0 aus der Magnetfeldachse \vec{B}_0 auszulenken, ist das vorübergehende zusätzliche Anlegen eines konstanten transversalen Magnetfelds \vec{B}_1 . Beim ausreichend schnellen Einschalten des \vec{B}_1 -Felds, d. h. $t_{\text{Schalt}} \ll 1/(|\gamma| B_0)$, kann sich der Magnetisierungsvektor nicht adiabatisch entlang der neuen Feldrichtung $\vec{B}_0 + \vec{B}_1$ ausrichten und präzediert daher mit dem Polarwinkel $\alpha = \arctan \frac{B_1}{B_0}$ um die neue Magnetfeldachse $\vec{B}_0 + \vec{B}_1$. Dauert das Anlegen des \vec{B}_1 -Felds viel länger als die transversale Relaxationszeit T_2^* aus Kap. 2.3.2, jedoch kürzer als die longitudinale Relaxationszeit T_1 aus Kap. 2.3.1, wird die Magnetisierung unmittelbar vor dem Ausschalten des \vec{B}_1 -Felds durch die senkrechte Projektion der ursprünglich in \vec{B}_0 -Richtung zeigenden Magnetisierung auf die $\vec{B}_0 + \vec{B}_1$ -Achse beschrieben und ihr Betrag M_1 ist daher um den Faktor $\cos \alpha$ reduziert.

Nach dem schnellen Ausschalten des \vec{B}_1 -Felds präzediert die Magnetisierung dann um die \vec{B}_0 -Richtung. Nach mehreren T_2^* -Zeiten zeigt sie wieder in \vec{B}_0 -Richtung und ihr Betrag M_2 hat sich erneut um den Faktor $\cos \alpha$ verringert.

Dieser Zusammenhang ist in Abb. 3.1 verdeutlicht.

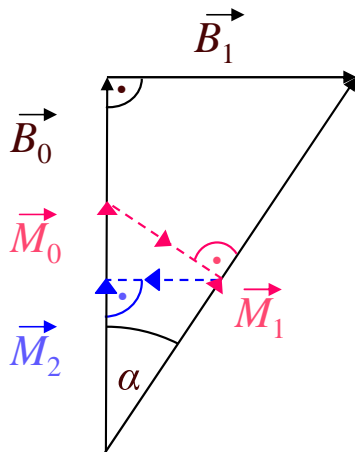


Abbildung 3.1: Die zeitliche Entwicklung des Magnetisierungsvektors bei der Klappmethode.

Ein kompletter Zyklus aus Ein- und Ausschalten des \vec{B}_1 -Felds mit jeweils folgender Wartezeit t_B und $T_1 \gg t_B \gg T_2^*$ bewirkt also eine Abnahme des Betrags der Magnetisierung¹ um den Faktor $\cos^2 \alpha$ mit $\alpha = \arctan \frac{B_1}{B_0}$. Der mit der Klappmethode maximal erreichbare Klappwinkel ist also durch das Verhältnis der maximal erreichbaren B_1 - zur B_0 -Magnetfeldstärke² gegeben.

¹Bei hyperpolarisierten Gasen ist dieser Abbau des Betrags der Magnetisierung irreversibel.

²Wie im technischen Sprachgebrauch üblich, wird in dieser Arbeit der Begriff „Feldstärke“ auch für die

3.1.2 Die Frequenzmethode

Aus der Bewegungsgleichung (3.1) für klassische magnetische Momente in einem äußeren Magnetfeld

$$\vec{B}(t) = \begin{pmatrix} B_1 \cos \omega_{\text{HF}} t \\ B_1 \sin \omega_{\text{HF}} t \\ B_0 \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

das ein statisches \vec{B}_0 -Feld in z -Richtung mit einem überlagerten schwachen³, transversalen und mit der Frequenz $\vec{\omega}_{\text{HF}}$ rotierenden⁴ Magnetfeld repräsentiert, lassen sich für die makroskopische Magnetisierung im Laborsystem \vec{M} eines Zweiniveau-Systems aus Gl. (2.1) unter Vernachlässigung von longitudinaler und transversaler Relaxation⁵ (Kap. 2.3) und mit der Transformation

$$\vec{M}'(t) = \begin{pmatrix} \cos \omega_{\text{HF}} t & \sin \omega_{\text{HF}} t & 0 \\ -\sin \omega_{\text{HF}} t & \cos \omega_{\text{HF}} t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{M}(t) \quad (3.6)$$

in das mit $\vec{\omega}_{\text{HF}}$ um die z -Achse rotierende Bezugssystem die Bloch'schen Gleichungen in der Form

$$\dot{\vec{M}}'(t) = \begin{pmatrix} (\omega_{\text{HF}} + \gamma B_0) M'_y(t) \\ \gamma B'_1 M'_z(t) - (\omega_{\text{HF}} + \gamma B_0) M'_x(t) \\ -\gamma B'_1 M'_y(t) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

aufstellen⁶. Dabei wurde die Vorschrift für die Zeitableitung im rotierenden Koordinatensystem

$$\dot{\vec{M}}(t) = L^{-1} \dot{\vec{M}}'(t) + \vec{\omega}_{\text{HF}} \times \vec{M}(t) \iff \dot{\vec{M}}'(t) = L \left(\dot{\vec{M}}(t) - \vec{\omega}_{\text{HF}} \times \vec{M}(t) \right) \quad (3.8)$$

verwendet, wobei L die Drehmatrix in Gl. (3.6) ist.

Für die zirkulare Einstrahlung des B_1 -Felds gemäß Gl. (3.5) gilt mit der Transformationsgleichung (3.6):

$$B_1^{(\text{zir})} = B_1 \quad . \quad (3.9)$$

Definiert man $\omega_0 := |\gamma| B_0$ und $\omega_1 := |\gamma| B_1$, so nimmt Gl. (3.7) die Form

$$\dot{\vec{M}}'(t) = \text{sign } \gamma \begin{pmatrix} (\omega_0 - \omega_{\text{HF}}) M'_y(t) \\ \omega_1 M'_z(t) - (\omega_0 - \omega_{\text{HF}}) M'_x(t) \\ -\omega_1 M'_y(t) \end{pmatrix} = \text{sign } \gamma \vec{M}'(t) \times \begin{pmatrix} \omega_1 \\ 0 \\ \omega_0 - \omega_{\text{HF}} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

magnetische Induktion \vec{B} verwendet, sofern sie nicht explizit von der Erregung \vec{H} unterschieden werden muss.

³Der Fall einer im Vergleich zu B_0 nicht geringen B_1 -Amplitude wird in [Abr73], S. 53 und Kap. XII diskutiert.

⁴Nach Gl. (3.4) werden durch eine zirkulare HF-Anregung mit dem Drehsinn in Gl. (3.5) magnetische Momente mit *negativem* gyromagnetischen Verhältnis, wie z. B. ³He-Kerne, angeregt.

⁵Die Lösung der Bloch'schen Gleichungen für den hyperpolarisierten Fall, zirkulare HF-Einstrahlung und unter Berücksichtigung von longitudinaler und transversaler Relaxation findet sich in Anhang A dieser Arbeit.

⁶Für $\gamma > 0$ erfolgt die zirkulare HF-Einstrahlung mit umgekehrtem Drehsinn, d. h. in Gl. (3.7) muss lediglich ω_{HF} durch $-\omega_{\text{HF}}$ ersetzt werden.

an. Anschaulich bedeutet das Kreuzprodukt in Gl. (3.10), dass im rotierenden Koordinatensystem der Magnetisierungsvektor um den Vektor $\text{sign } \gamma \begin{pmatrix} \omega_1 \\ 0 \\ \omega_0 - \omega_{\text{HF}} \end{pmatrix}$ gedreht wird. Die Drehgeschwindigkeit ist durch den Betrag dieses Vektors gegeben. Mit der Randbedingung $|\vec{M}'(t)| \equiv |\vec{M}(t)| = M_0$ und der Anfangsbedingung $\vec{M}'(0) = \vec{M}(0) = M_0 \vec{e}_z$ folgt aus der exakten Lösung⁷ von Gl. (3.10) mit $\omega' := \sqrt{(\omega_{\text{HF}} - \omega_0)^2 + \omega_1^2}$

$$\vec{M}'(t) = M_0 \begin{pmatrix} \frac{\omega_1(\omega_0 - \omega_{\text{HF}})}{\omega'^2} (1 - \cos \omega' t) \\ \text{sign } \gamma \frac{\omega_1}{\omega'} \sin \omega' t \\ 1 - \frac{\omega_1^2}{\omega'^2} (1 - \cos \omega' t) \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

die sog. „Majorana-Formel“ für den Klappwinkel

$$\boxed{\alpha(t) = \arccos \frac{M'_z(t)}{M_0} = \arccos \frac{(\omega_{\text{HF}} - \omega_0)^2 + \omega_1^2 \cos(\omega' t)}{\omega'^2}} \quad (3.12)$$

Für den Resonanzfall $\omega_{\text{HF}} = \omega_0$ folgt aus Gl. (3.12):

$$\alpha(t) = |\gamma| B_1' t \quad (3.13)$$

mit $0 \leq \alpha \leq \pi$. Für den Fall einer langsam variierenden Amplitude $B_1'(t)$ mit $|\dot{B}_1'(t)| \ll |\gamma| B_1'(t)^2 \forall t$ gilt im Resonanzfall:

$$\alpha(t) \approx |\gamma| \int_0^t B_1'(t') dt' \quad (3.14)$$

Im Gegensatz zur Klappmethode (Kap. 3.1.1) braucht man also bei der Frequenzmethode nicht zwingend große B_1 -Amplituden mit sehr steilen Flanken, um bei starken B_0 -Feldern, wie sie bei der Kernspintomographie oft verwendet werden, ausreichende Klappwinkel zu erreichen. Daher findet in der Kernspintomographie nur diese Methode Anwendung.

In der Praxis erfolgt die HF-Anregung im Widerspruch zu Gl. (3.5) jedoch oft mit nur einer Anregungsspule bzw. mit nur einem Spulenpaar, sodass das eingestrahlte Feld nicht zirkular, sondern linear polarisiert ist. Es lässt sich dann wie folgt darstellen:

$$\vec{B}_1(t) = B_1 \begin{pmatrix} \cos \omega_{\text{HF}} t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{B_1}{2} \left[\begin{pmatrix} \cos \omega_{\text{HF}} t \\ \sin \omega_{\text{HF}} t \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos -\omega_{\text{HF}} t \\ \sin -\omega_{\text{HF}} t \\ 0 \end{pmatrix} \right] \quad (3.15)$$

Die Transformation in das rotierende Koordinatensystem gemäß Gl. (3.6) liefert dann mit einigen Additionstheoremen:

⁷Diese findet man durch Differenzieren von $\dot{M}'_y(t)$ nach der Zeit und anschließendes Einsetzen von $\dot{M}'_x(t)$ und $\dot{M}'_z(t)$.

$$\vec{B}'_1(t) = \frac{B_1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \cos 2\omega_{\text{HF}}t \\ -\sin 2\omega_{\text{HF}}t \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Dies in das Differentialgleichungssystem (3.7) eingesetzt, liefert für den Resonanzfall $\omega_{\text{HF}} = \omega_0$ eine Gleichung analog zu Gl. (3.10), jedoch mit dem zweiten Vektor $|\gamma| \vec{B}'_1(t)$ und $\vec{B}'_1(t)$ aus Gl. (3.16). Dieses Differentialgleichungssystem lässt sich auch für den Resonanzfall nicht mehr exakt lösen. Auch die in Gl. (3.14) verwendete Näherung, die eine stückweise konstante B'_1 -Amplitude voraussetzt, ist hier nicht anwendbar, denn im Allgemeinen ist $2\omega_{\text{HF}} > |\gamma| B_1/2$.

Die Bloch'schen Gleichungen bei nichtzirkularer HF-Anregung sind jedoch in [Blo40] in Form einer Reihenentwicklung gelöst. Die wichtigsten Ergebnisse sind einerseits eine kleine Verschiebung der Resonanzfrequenz („Bloch-Siegert-Shift“) und andererseits die Halbierung der Drehgeschwindigkeit der Magnetisierung im rotierenden Koordinatensystem bei linear polarisiertem HF-Feld im Vergleich zur zirkularen Anregung. Letzteres lässt sich in unserem Fall durch den Zusammenhang

$$\boxed{B_1^{(\text{lin})} = B_1/2} \quad (3.17)$$

anstelle von Gl. (3.9) ausdrücken. Die Gleichungen (3.11) bis (3.14) sind dann unter Verwendung von Gl. (3.17) und daher mit $\omega_1 = |\gamma| B_1/2$ als Näherungen weiterhin gültig.

Nach erfolgter HF-Anregung präzediert die Magnetisierung gemäß Gl. (3.4) zunächst frei um die \vec{B}_0 -Achse. Mit der Zeitkonstante der transversalen Relaxation T_2^* geraten die einzelnen magnetischen Momente der Atome dann außer Phase (Kap. 2.3.2) und die Magnetisierung zeigt schließlich starr in \vec{B}_0 -Richtung, d. h. die Larmorpräzession der Magnetisierung ist beendet. Dies führt dazu, dass dann kein Induktionssignal einer sich zeitlich ändernden Magnetisierung mehr detektiert werden kann. Zur Akquisition eines vollständigen Datensatzes zur Rekonstruktion eines MR-Bildes sind daher viele aufeinander folgende HF-Anregungen mit zwischenzeitlicher Signalauslese notwendig.

Bei hyperpolarisierten Gasen ist dabei zu beachten, dass bei jeder HF-Anregung der Betrag der Magnetisierung nach mehreren T_2^* -Zeiten unwiederbringlich um den Faktor $\cos \alpha$ reduziert wird, d. h. die Zahl der möglichen HF-Anregungen mit demselben Gas ist begrenzt und umso geringer, je größer der Klappwinkel α ist. Andererseits ist die Signalamplitude proportional zur Amplitude der transversalen Magnetisierung und damit zu $\sin \alpha$. Dies führt dazu, dass ein optimaler Klappwinkel α_{opt} existiert, bei dem nach der N -ten HF-Anregung die transversale Magnetisierung und damit die Signalamplitude maximal sind. Es gilt für die transversale Magnetisierung unmittelbar nach der N -ten Anregung:

$$M_{\text{T}}^{(N)}(\alpha) \propto \sin \alpha \cos^{N-1} \alpha \implies \boxed{\alpha_{\text{opt}}(N) = \arctan \frac{1}{\sqrt{N-1}}} \quad (3.18)$$

Ein homogenes transversales Magnetfeld innerhalb eines zylindrischen Volumens, wie es für die transversale Auslenkung der Magnetisierung in einem solenoidartigen Kernspintomographen benötigt wird, erhält man z. B. mit einer zylindrischen Anordnung axial ausgerichteter Leiter, die über den Azimutwinkel φ eine Stromverteilung der Form

$$dI/d\varphi \propto \cos \varphi \quad (3.19)$$

erzeugen [Lin92]. In der Praxis kann man dies durch mehrere, vom selben Strom durchflossene Stäbe erreichen, die entsprechend Gl. (3.19) über den Azimutwinkel angeordnet sind.

3.1.3 Das MR-Signal

Die zeitliche Entwicklung der MR-Signale eines hyperpolarisierten Mediums unter dem Einfluss der longitudinalen und transversalen Relaxationsraten $1/T_1$ und $1/T_2^*$ (Kap. 2.3) soll nun veranschaulicht werden. Die Signalamplitude ist proportional zur Amplitude der Transversalkomponente der mit der Larmorfrequenz $\nu_0 = |\gamma| B_0$ um die Achse des Hauptmagnetfelds (hier: $B_0 \vec{e}_z$) präzedierenden Magnetisierung. Abb. 3.2 zeigt die x -Komponente der Magnetisierung als Funktion der Zeit für zwei aufeinander folgende Hochfrequenzanregungen.

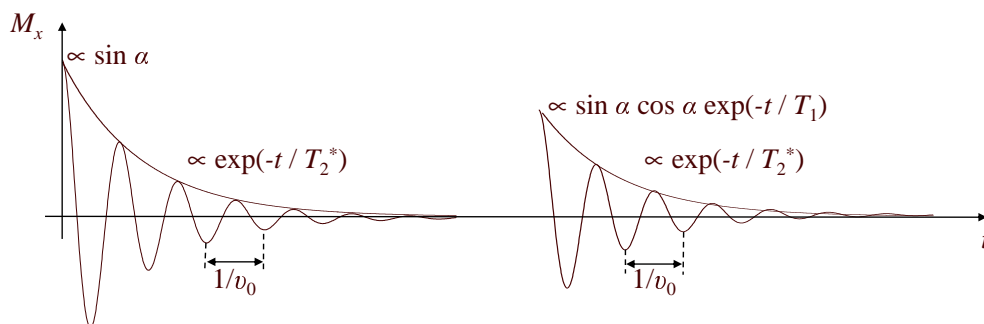


Abbildung 3.2: Der wiederholte freie Induktionszerfall (FID) im hyperpolarisierten Medium für kleine Klappwinkel. Die Periodendauer der Larmorpräzession $1/\nu_0$ ist stark übertrieben dargestellt.

Der Realteil der Fourier-Transformierten eines solchen Zerfallssignals als Funktion der Frequenz ist eine Lorentzkurve mit der Zentralfrequenz ν_0 und der vollen Halbwertsbreite

$$\boxed{\delta\nu = 1/(\pi T_2^*)} \quad . \quad (3.20)$$

Dies hat die praktische Konsequenz, dass man aus der Linienbreite der Fourier-Transformierten⁸ eines solchen freien Induktionszerfalls (engl: „free induction decay“, FID) leicht die effektive transversale Relaxationszeitkonstante T_2^* bestimmen kann.

3.2 Bildgebungssequenzen

Wie bereits erwähnt, nimmt bei der MR-Bildgebung mit hyperpolarisierten Gasen der Betrag der Magnetisierung durch jede HF-Anregung schrittweise ab (Kap. 3.1). Außerdem zerfällt die Hyperpolarisation und damit auch der Betrag der Magnetisierung mit der longitudinalen Relaxationskonstante T_1 kontinuierlich (Kap. 2.3.1). Exakter formuliert nähert sich die Polarisation exponentiell mit der Zeitkonstante T_1 der Boltzmann-Polarisation, die um etwa fünf Größenordnungen unterhalb der erreichbaren Hyperpolarisation liegt (Kap. 2.2).

Die Bildgebung mit einem Boltzmann-polarisierten Medium liefert nur dann befriedigende Signalamplituden, wenn die Dichte der angeregten Kerne ausreichend groß ist, wie dies in der

⁸MR-Geräte zeigen üblicherweise Real- und Imaginärteil der Fourier-Transformierten der Signale an.

Regel nicht bei Gasen, aber z. B. bei der weit verbreiteten Protonen-MR-Bildgebung wasser- oder kohlenwasserstoffreicher Organe der Fall ist. Dann kann die Polarisation z. B. mit $\pi/2$ -Pulsen ($\alpha = \pi/2$) vollständig abgebaut werden und regeneriert sich danach wieder der Funktion $1 - e^{-t/T_1}$ folgend asymptotisch bis zur Boltzmann-Polarisation. Im Regelfall wird die Wiederholrate $1/T_R$ der HF-Anregungen deutlich höher sein als $1/T_1$ und sich daher nach einigen Anregungen ein Polarisationsgleichgewicht (engl.: „steady state polarization“) unterhalb der Boltzmann-Polarisation einstellen. Im Gegensatz zur Situation bei hyperpolarisierten Gasen sind also bei der Bildgebung Boltzmann-polarisierter Medien die Zahl der HF-Anregungen oder die Größe des Klappwinkels α nicht durch einen zu erwartenden Signalverlust begrenzt. Dafür kann bei hyperpolarisierten Gasen die Wartezeit zwischen zwei HF-Anregungen kürzer gewählt werden, was die Bildgebung beschleunigt. Der Klappwinkel, der bei Boltzmann-polarisierten Medien im Polarisationsgleichgewicht das maximale Signal ergibt, heißt „Ernstwinkel“ α_E und berechnet sich zu [Haa99]

$$\alpha_E = \arccos(e^{-T_R/T_1}) \quad (3.21)$$

im Gegensatz zum in Gl. (3.18) betrachteten hyperpolarisierten Fall.

Auch die transversale Relaxationszeit T_2^* spielt bei der MR-Bildgebung eine wichtige Rolle. Bei der transversalen Relaxation (Kap. 2.3.2) gibt es keinen grundsätzlichen Unterschied zwischen Boltzmann- und hyperpolarisierten Medien. In beiden Fällen nimmt das Signal nach der HF-Anregung exponentiell mit der Zeitkonstante T_2^* ab. Die zwischen Anregung und Signalauslese vergangene Zeit nennt man „Echozeit“ T_E (vgl. Abb. 3.3).

Aus der Kombination unterschiedlicher Werte der einstellbaren Parameter T_R und T_E lassen sich unterschiedliche Informationen aus den aufgenommenen Bildern gewinnen, da sowohl T_1 als auch T_2^* abhängig vom abgebildeten Material bzw. der lokal vorhandenen Gewebeart sind. Einen qualitativen Überblick über die unterschiedlichen Gewichtungsmöglichkeiten für Boltzmann-polarisierte Medien liefert Tab. 3.1.

	T_E kurz	T_E lang
T_R kurz	T_1 -Gewichtung	T_1 - und T_2^* -Gewichtung (nicht sinnvoll)
T_R lang	keine T_1 - oder T_2^* -Gewichtung \implies reine Abbildung der Spindichte	T_2^* -Gewichtung

Tabelle 3.1: Die unterschiedlichen Gewichtungsmöglichkeiten durch geeignete Wahl von T_R und T_E bei Boltzmann-polarisierten Medien.

Bei T_2^* -gewichteten Bildern erscheinen Regionen mit größerer T_2^* -Zeit im Bild heller als solche mit kleinerer T_2^* -Zeit⁹. Bei Boltzmann-polarisierten Medien erscheinen Regionen mit kürzeren T_1 -Zeiten heller und solche mit längeren T_1 -Zeiten dunkler, da sich bei kürzeren T_1 -Zeiten eine höhere Gleichgewichtspolarisation aufbaut. Bei hyperpolarisierten Gasen sind lange T_R -Zeiten, die dann eine starke T_1 -Gewichtung hervorrufen würden, nicht praktikabel, da die Polarisation stetig mit der Zeitkonstante T_1 abnimmt und daher bei aufeinander folgenden Anregungen jeweils deutlich weniger Magnetisierung als Signalquelle zur Verfügung stünde.

⁹Dies gilt auch für die MR-Bildgebung mit hyperpolarisierten Medien. Die T_2^* -Gewichtung steigt auch dann mit der Echozeit T_E .

Um eine Ortsinformation zu erhalten, kann man der Larmorpräzession der Magnetisierung durch Anlegen definierter Magnetfeldgradienten eine ortsabhängige Phase oder Frequenz aufzwingen. Eine Folge von HF-Anregungen und zeitlich veränderlichen Magnetfeldgradienten nennt man „Sequenz“.

Legt man beispielsweise *vorübergehend* einen Gradienten $G_x := \partial_x B_z$ an, haben nach dem Ausschalten des Gradienten die magnetischen Momente durch die vorübergehend ortsabhängige Larmorfrequenz je nach ihrer x -Position unterschiedliche Präzessionsphasen, die sich im empfangenen Signal widerspiegeln. Man spricht bei diesem Vorgang von einer „Phasenkodierung“, die in diesem Beispiel in x -Richtung erfolgt.

Ein Magnetfeldgradient $G_y := \partial_y B_z$ während der Signalauslese bewirkt eine vom Ort y abhängige Frequenz des Signals. Diese „Frequenzkodierung“ kann höchstens in einer Raumrichtung erfolgen (hier: y), während die Phasenkodierung in allen Dimensionen getrennt durchgeführt werden kann.

Erfolgt eine Phasenkodierung in zwei Raumrichtungen oder eine Frequenz- und eine Phasenkodierung, spricht man von einer „2D-Sequenz“. Eine Kombination aus drei Phasen- oder einer Frequenz- und zwei Phasenkodierungen heißt „3D-Sequenz“. Auch eine 2D-Sequenz kann dreidimensionale Bilder liefern, wenn man in einer Raumrichtung selektiv nur einen bestimmten Bereich des abzubildenden Volumens anregt, die Anregung nach der Signalauslese für eine verschobene Schicht wiederholt und zum Schluss aus mehreren Schichten ein dreidimensionales Bild rekonstruiert. Diese schichtselektive Anregung („Schichtselektion“) wird in Kap. 3.2.2 beschrieben.

In dieser Arbeit werden die Raumrichtungen x , y und z durchgehend in dieser Reihenfolge für Phasen-, Frequenzkodier- und Schichtselektionsrichtung verwendet. Damit erfolgt die Schichtselektion stets in Richtung des Hauptmagnetfelds \vec{B}_0 . Diese Wahl ist selbstverständlich willkürlich und vor allem die Bedeutungen von x und y sind in der Literatur oft umgekehrt gewählt.

3.2.1 Erzeugung von Magnetfeldgradienten

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die Annahme der Existenz von linearen Magnetfeldgradienten in nur einer Raumrichtung ohne Beeinflussung des Felds in den anderen Richtungen eine Näherung darstellt.

Einen in erster Ordnung linearen Magnetfeldgradienten in axialer Richtung $\partial_z B_z$ erhält man z. B. mit einem koaxialen Spulenpaar mit gegenläufigen Strömen und einem Verhältnis des Abstands zum Radius von $\sqrt{3}$ („Maxwell-Spulen“). Dies lässt sich analog zur Rechnung für Helmholtz-Spulen leicht mithilfe einer Taylor-Reihenentwicklung des Magnetfelds entlang der Spulenachse zeigen, deren Koeffizient dritter Ordnung bei dem angegebenen Verhältnis des Abstands zum Radius verschwindet.

Näherungsweise lineare transversale Gradienten $\partial_x B_z$ bzw. $\partial_y B_z$ sind schwieriger zu erzeugen. Eine klassische Spulenkonfiguration hierzu ist die sattelförmige „Golay-Spule“ [Haa99].

Nach den Maxwellgleichungen

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} \equiv \partial_x B_x + \partial_y B_y + \partial_z B_z = 0 \quad (3.22)$$

und

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} \equiv \begin{pmatrix} \partial_y H_z - \partial_z H_y \\ \partial_z H_x - \partial_x H_z \\ \partial_x H_y - \partial_y H_x \end{pmatrix} = \vec{j} \quad (3.23)$$

(Ampère-Gesetz im statischen Fall) können außerdem im freien Raum, d. h. mit $\vec{B} \propto \vec{H}$ und der Stromdichte $\vec{j} = 0$ keine Magnetfeldgradienten der Form $\partial_i B_z$ in einer Raumrichtung existieren, ohne von Gradienten in einer anderen Richtung begleitet zu werden. In [Haa99], S. 848 – 850, ist jedoch gezeigt, dass für ein Führungsfeld \vec{B}_0 , das hier in z -Richtung zeigt, die durch angelegte Magnetfeldgradienten ortsabhängige Präzessionsphasendifferenz

$$\Delta\phi(\vec{x}, t) = \gamma \vec{x} \int_0^t \vec{\nabla} |\vec{B}(t')| dt' \quad , \quad (3.24)$$

auf die es bei der MR-Bildgebung ankommt, in guter Näherung durch Magnetfeldgradienten der Form $G_i = \partial_i B_z$ anstelle von $\vec{\nabla} |B|$ beschrieben wird. Dies gilt insbesondere auch dann, wenn die nach den Maxwell-Gleichungen (3.22) und (3.23) erforderlichen parasitären Magnetfeldgradienten mit berücksichtigt werden. Voraussetzung hierfür ist, dass die Magnetfelddifferenz durch die angelegten Gradienten an jedem Ort klein gegen den Betrag von \vec{B}_0 ist („säkulare Näherung“). Dies ist unter MRT-Bedingungen normalerweise gegeben¹⁰; die Feldvariation beträgt hier maximal einige Prozent von B_0 .

3.2.2 Die Schichtselektion

Bei der MR-Bildgebung wird für die Auslenkung der Magnetisierung aus der \vec{B}_0 -Achse die in Kap. 3.1.2 beschriebene Methode der transversalen Einstrahlung eines elektromagnetischen Hochfrequenzpulses verwendet. Dessen Trägerfrequenz ν_{HF} liegt in der Nähe der mittleren Larmorfrequenz $|\gamma| B_0$ und seine Amplitude B_1 und Dauer t_{HF} werden gemäß den Gln. (3.12) bzw. (3.14) so gewählt, dass der gewünschte Klappwinkel α erreicht wird.

Durch zusätzliches Anlegen eines Magnetfeldgradienten $G_z := \partial_z B_z$ während der HF-Anregung kann selektiv ein bestimmter Bereich in z -Richtung angeregt werden. Da sich dessen Zentrum an dem Ort z_0 befindet, an dem die HF-Einstrahlung genau mit der lokalen Larmorfrequenz erfolgt, gilt:

$$\nu_{\text{HF}} = |\gamma| (B_0 + G_z z_0) \iff z_0 = \frac{\nu_{\text{HF}} - |\gamma| B_0}{|\gamma| G_z} \quad , \quad (3.25)$$

d. h. bei festem Magnetfeldgradienten G_z bestimmt die Trägerfrequenz ν_{HF} der HF-Anregung den Ort des Schichtzentrums. Ist die Frequenz ν_{HF} festgelegt, muss G_z so gewählt werden, dass z_0 den gewünschten Wert hat:

¹⁰Ausnahme: sehr niedrige Magnetfelder, siehe [Yab05].

$$G_z = \frac{\nu_{\text{HF}} - |\gamma| B_0}{|\gamma| z_0} \quad . \quad (3.26)$$

Wird der HF-Puls außerdem moduliert, beispielsweise mit einer Funktion $\text{sinc}(2\pi\nu_M t) \equiv \sin(2\pi\nu_M t)/(2\pi\nu_M t)$, ergibt sich als Gesamtfunktion

$$B_1(t) = B_1 \text{sinc}(2\pi\nu_M(t - t_{\text{HF}}/2)) \cos(2\pi\nu_{\text{HF}}(t - t_{\text{HF}}/2)) \quad . \quad (3.27)$$

Im mit der Frequenz ν_{HF} rotierenden Koordinatensystem (Kap. 3.1.2) ist dann mit $t' := t - t_{\text{HF}}/2$

$$B'_1(t') = B'_1 \text{sinc}(2\pi\nu_M t') \quad (3.28)$$

und mit der Definition der Fourier-Transformation \mathcal{F}

$$\mathcal{F}\{B'_1(t')\} \equiv \tilde{B}'_1(\nu(z)) := \int_{-\infty}^{\infty} B'_1(t') e^{-2\pi i \nu t'} dt' \quad (3.29)$$

beschreibt $\tilde{B}'_1(\nu(z))$ eine Rechteckfunktion mit der Höhe $B'_1/(2\nu_M)$ und der Breite $BW_{\text{HF}} = 2\nu_M$. Die angeregte Schicht besitzt also bei einer sinc-Modulationsfunktion des HF-Pulses als Funktion der Frequenz $\nu(z)$ bzw. des Ortes z scharf begrenzte Ränder. Soll eine bestimmte Schichtdicke l_z angeregt werden, muss die Modulationsfrequenz ν_M der HF-Anregung entsprechend

$$l_z = \frac{BW_{\text{HF}}}{|d\nu/dz|} = \frac{2\nu_M}{|\gamma G_z|} \iff \nu_M = \frac{|\gamma G_z| l_z}{2} \quad (3.30)$$

gewählt werden.

Die Anregung mit einem echten, sinc-modulierten HF-Puls ist ein theoretischer Idealfall, da der Puls dafür unendlich lange eingestrahlt werden müsste. In der Realität muss der Anregungspuls natürlich eine endliche Dauer haben. Daher wird die sinc-Funktion durch Weglassen der äußeren Seitenschwingungen oder Annäherung ihres Hauptmaximums durch andere Funktionen (z. B. durch eine Gaußfunktion) in der Zeit abgeschnitten. Dies führt im Frequenz- bzw. Ortsraum im Wesentlichen zu einer Ausschmierung der Ränder der angeregten Schicht, wie man mit Gl. (3.29) nachrechnen kann. Zum Beispiel ist die Fourier-Transformierte einer Gaußfunktion als Funktion der Zeit wieder eine Gaußfunktion als Funktion der Frequenz bzw. des Orts.

3.2.3 Die zweidimensionale Gradientenecho-Sequenz

Abb. 3.3 zeigt die zeitliche Abfolge der HF-Anregung¹¹, der Magnetfeldgradienten und die Entwicklung der Signalamplitude für die MR-Bildgebung in einer einfachen 2D-Gradientenecho-Sequenz. In der Realität werden, anders als in Abb. 3.3, alle Gradienten innerhalb einer endlichen Zeit, also nicht instantan, ein- und ausgeschaltet.

Die Sequenz beginnt mit der schichtselektiven HF-Anregung, von der in Abb. 3.3 nur die näherungsweise sinc-förmige Einhüllende dargestellt ist (Kap. 3.2.2). Die Trägerfrequenz ν_0 wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen.

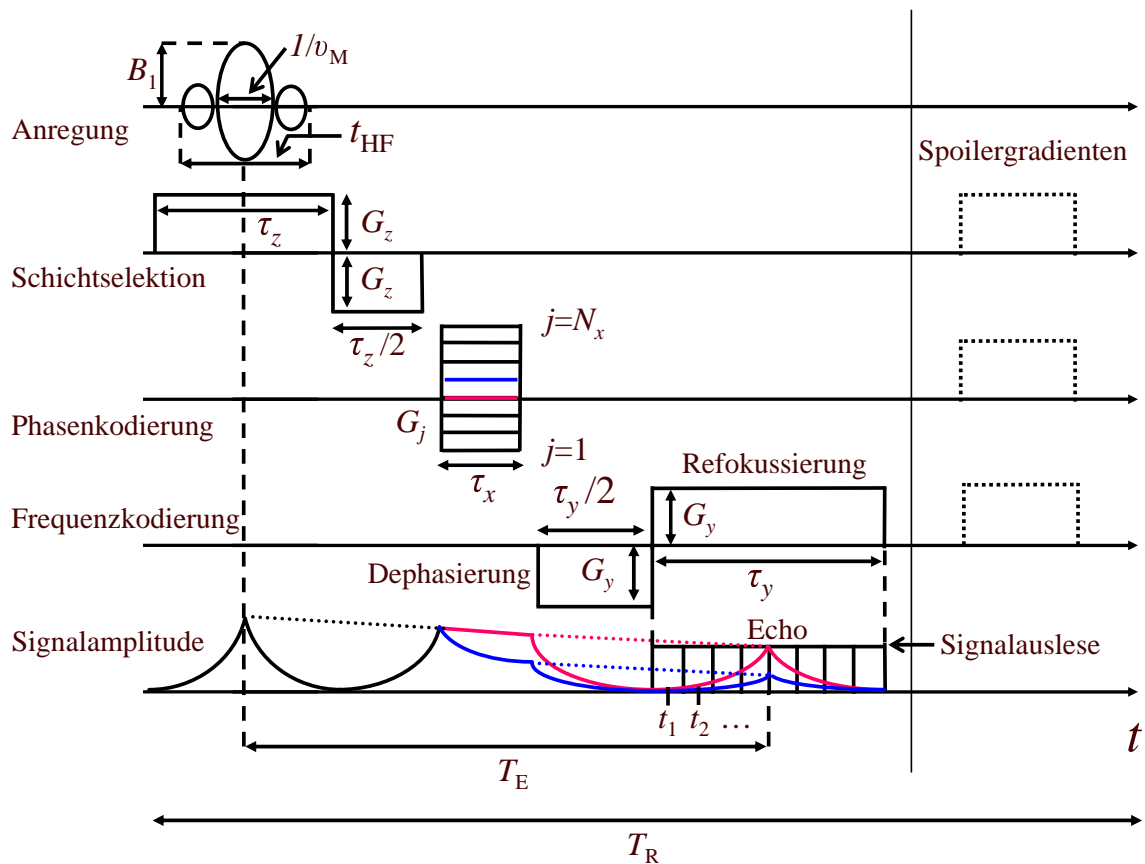


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung einer einfachen 2D-Gradientenecho-Sequenz mit Schichtselektion, Phasen- und Frequenzkodierung.

Nach der HF-Anregung wird in Schichtselektionsrichtung (hier: z) ein dem Schichtselektionsgradienten entgegengesetzter Gradient mit gleicher Amplitude und halber Dauer geschaltet, um die durch den Schichtselektionsgradienten teilweise zerstörte Phasenkohärenz wieder herzustellen. Dies kann

¹¹Bei der Bildgebung mit hyperpolarisierten Gasen wird aus den in Kap. 3.1.2 genannten Gründen bevorzugt mit kleinen Klappwinkeln gearbeitet. Der dann vorliegende Spezialfall des hier diskutierten Sequenztyps wird „FLASH“-Sequenz (fast low angle shot) [Haa86] genannt.

anhand der Signalamplitude nachvollzogen werden, die in Abb. 3.3 ebenfalls ohne die Trägerfrequenz dargestellt ist: Unter dem Einfluss von Magnetfeldgradienten präzedieren die einzelnen magnetischen Momente mit unterschiedlichen Larmorfrequenzen, d. h. die transversale Relaxationszeit T_2^* nimmt ab (Kap. 2.3.2). Das mit der T_2^* -Zeit ohne den Einfluss eingeschalteter Magnetfeldgradienten abfallende Signal ist in Abb. 3.3 als gepunktete Linie dargestellt. Ein Umpolen des Magnetfeldgradienten bewirkt eine Vorzeichenumkehr der Präzessionsfrequenzdifferenzen, d. h. die einzelnen magnetischen Momente kommen wieder in Phase. Dies lässt sich anhand von Gl. (3.24) nachvollziehen, die die Phasendifferenz jedes einzelnen magnetischen Moments relativ zur Phase *ohne* Magnetfeldgradienten angibt. Die Fläche des negativen Schichtselektionsgradienten ist deshalb halb so groß wie die des positiven, weil man annimmt, dass das Signal zeitlich in der Mitte des positiven Gradienten „entsteht“.

Nach der schichtselektiven Anregung erfolgt die Phasenkodierung in x -Richtung. Die dargestellte Sequenz wird mit dem Abstand einer Repetitionszeit T_R N_x -mal durchlaufen, jeweils mit unterschiedlicher Amplitude des Phasenkodiergradienten. Man sagt, der Phasenkodiergradient wird „gestept“. Für den in Magenta dargestellten Fall eines Phasenkodiergradienten der Amplitude Null nimmt während der Phasenkodierzeit das Signal mit der minimalen transversalen Relaxationsrate ab. In dem mit blauer Farbe gekennzeichneten Fall eines Phasenkodiergradienten endlicher Amplitude erfolgt die Relaxation mit entsprechend höherer Rate. Dies führt dazu, dass der größte Signalanteil bei minimalem Phasenkodiergradienten akquiriert wird. Entsprechend würde man bei hyperpolarisierten Gasen den Klappwinkel α_{opt} gemäß Gleichung (3.18) so wählen, dass bei dem entsprechenden j -ten Phasenkodierschritt die größte transversale Magnetisierung abgerufen werden kann.

Bei der anschließenden Frequenzkodierung in y -Richtung erfolgt analog zur Schichtselektion zunächst eine Dephasierung und während der Signalauslese findet eine Refokussierung des Signals statt, sodass nach dem Umpolen des Auslesegradienten zur Zeit T_E nach dem Zentrum der HF-Anregung ein sog. „Echo“ entsteht. Dieses Echosignal wird nach der elektronischen Aufbereitung, die in Kap. 3.3 dieser Arbeit ausführlich beschrieben wird, mit einem Analog-Digital-Wandler (ADC) aufgezeichnet. In dem Beispiel hat der dephasierende Anteil des Auslesegradienten die halbe Fläche wie der refokussierende Anteil, was zur Folge hat, dass das Echosignal in der Mitte des Auslesezeitfensters entsteht. Dies muss aber im Allgemeinen nicht immer der Fall sein.

Vor der Wiederholung der Sequenz mit dem nächsten Phasenkodierschritt können evtl. noch vorhandene Phasenkohärenzen, die zu Artefakten im rekonstruierten Bild führen könnten, durch sog. „Spoiler-“ oder „Crushergradienten“ (engl.: to spoil = verderben, to crush = vernichten) zerstört werden.

3.2.4 Ausgewählte andere Sequenztypen

Von den zahlreichen existierenden MR-Sequenztypen sollen nun diejenigen etwas näher betrachtet werden, die im weiteren Verlauf dieser Arbeit Erwähnung finden werden. Für weiterführende Informationen sei auf die Fachliteratur (z. B. [Ber04]) verwiesen.

Aus verschiedenen Gründen ist es z. B. manchmal erstrebenswert, die Zahl der HF-Anregungen zur Akquirierung eines Bilddatensatzes zu reduzieren:

- Bei der Bildgebung am Menschen bedeutet eine HF-Anregung eine gewisse Energiedeposition im Körper, die zu einer Gewebeerwärmung führt. Dabei sind bestimmte Grenzwerte einzuhalten. Einen Überblick über diese Thematik gibt [She00].
- Bei der Bildgebung mit hyperpolarisierten Medien nimmt die Signalamplitude bei jeder HF-Anregung um den Faktor $\cos \alpha$ ab (Kap. 3.1.2).
- Beschleunigung der Bildgebung.

Beim „echo planar imaging“ (EPI) [Man77] genügen einige wenige oder sogar eine einzige, optional schichtselektive, $\pi/2$ -Anregung¹², um einen vollständigen Datensatz zu akquirieren. Dazu wird nach jeder Signalauslese eines Phasenkodierschritts der nächste Phasenkodiergradient ohne erneute HF-Anregung geschaltet, gefolgt von einem Auslesegradienten mit jeweils alternierendem Vorzeichen. Dies führt zu einer wiederholten Dephasierung und Refokussierung während einer jeden Signalauslese, sodass ohne erneute HF-Anregungen immer wieder Signalechos entstehen. Voraussetzung dafür ist, dass die effektive transversale Relaxationszeitkonstante T_2^* ohne den Einfluss der Bildgebungsgradienten (Kap. 2.3.2) sehr lang ist, sodass die Echoamplitude auch nach mehreren Refokussierungen noch ausreichend groß ist.

Abb. 3.4 zeigt schematisch den Ablauf (oben) einer EPI-Sequenz mit $\pi/2$ -HF-Anregung und mäanderförmiger k -Raum¹³-Abdeckung (unten). In der Realität erfolgt eine wesentlich feinere Abtastung des k -Raums als dargestellt. Durch entsprechende Wahl der Gradientenformen können andere k -Raum-Trajektorien wie z. B. Spiralen realisiert werden. Die Datennahme (ADC aktiv) erfolgt in diesem Beispiel durch die Aufzeichnung des Signals während jeweils N_y gleich langer, dicht liegender Zeitintervalle.

Ist die Energiedeposition durch Hochfrequenzpulse kein limitierender Faktor, kann die Refokussierung anstatt durch Magnetfeldgradienten mit wechselnden Vorzeichen auch durch zwei aufeinander folgende Gradienten gleichen Vorzeichens erfolgen, wenn dazwischen durch einen senkrecht¹⁴ zur ursprünglichen HF-Anregung eingestrahlten π -Puls alle magnetischen Momente „umgeklappt“ werden. Dann werden ebenso wie beim Gradientenecho die relativen Präzessionsgeschwindigkeiten umgekehrt und ein sog. „Spinecho“ entsteht [Hah50]. Der Vorteil dieser Methode gegenüber dem Gradientenecho besteht darin, dass die Präzessionsphasendifferenzen durch parasitäre statische Magnetfeldgradienten, die die T_2^* -Zeit oft limitieren, ebenfalls kompensiert werden ($1/T_2^{(G)} = 0$ in Kap. 2.3.2), was beim Gradientenecho nicht der Fall ist (nur $1/T_2^{(\text{Seq})} = 0$ in Kap. 2.3.2). Dies führt zu einer wesentlich längeren Phasenkohärenzzeit bei Spinecho-Sequenzen und damit zu einer langsameren Signalabnahme.

Diesen Effekt macht man sich z. B. bei der RARE-Sequenz [Hen86] zunutze¹⁵. Diese funktioniert im Prinzip genauso wie die EPI-Sequenz, nur dass die Refokussierung bei der Signalauslese nicht durch alternierende Vorzeichen der Auslesegradienten, sondern durch zwischenzeitliche optional schichtselektive π -Pulse, die senkrecht zur Richtung der HF-Anregung eingestrahlt werden, erfolgt. Abb. 3.5 zeigt den prinzipiellen Ablauf einer RARE-Sequenz (oben) und die entsprechende k -Raum-Abdeckung (unten). Es ist vereinfachend nur die Erfassung dreier k -Raum-Zeilen dargestellt. Ein π -Puls entspricht einer Spiegelung an der k_x -Achse.

¹²Bei zeitauflösenden Sequenzen müssen wegen wiederholter HF-Anregungen kleinere Klappwinkel gewählt werden.

¹³Die Ortsfrequenz k ist durch Gl. (3.46) bestimmt.

¹⁴Bei nur einer HF-Anregungsspule kann die Richtung der Auslenkung durch die Phase der HF-Anregung gewählt werden.

¹⁵RARE: rapid acquisition relaxation enhanced.

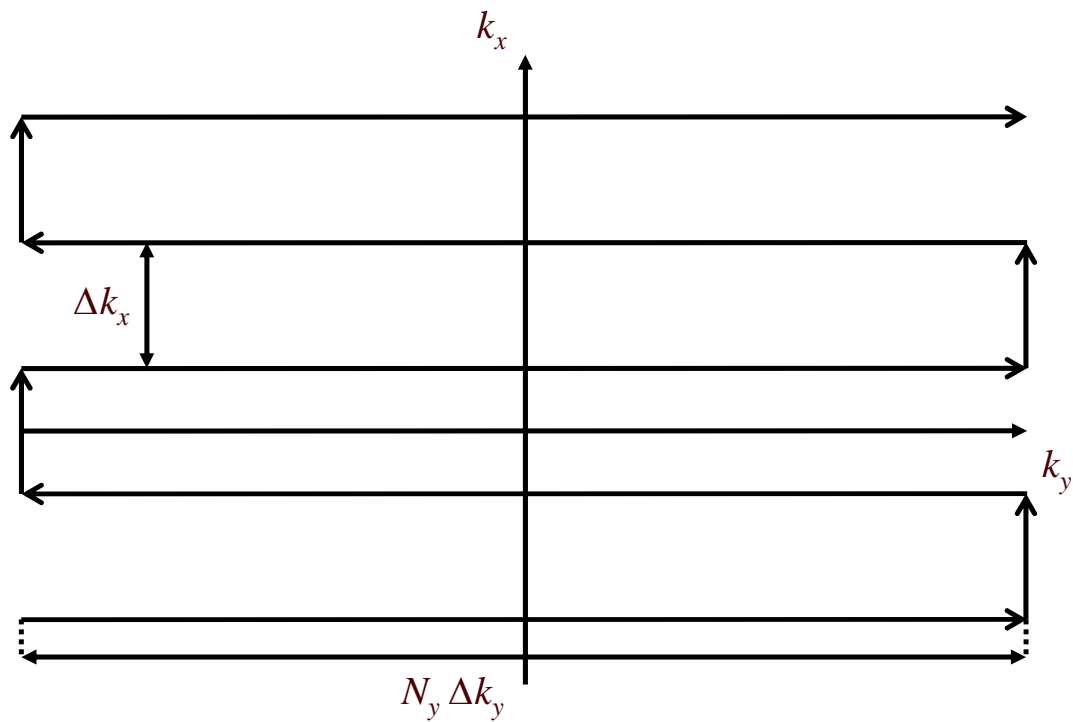
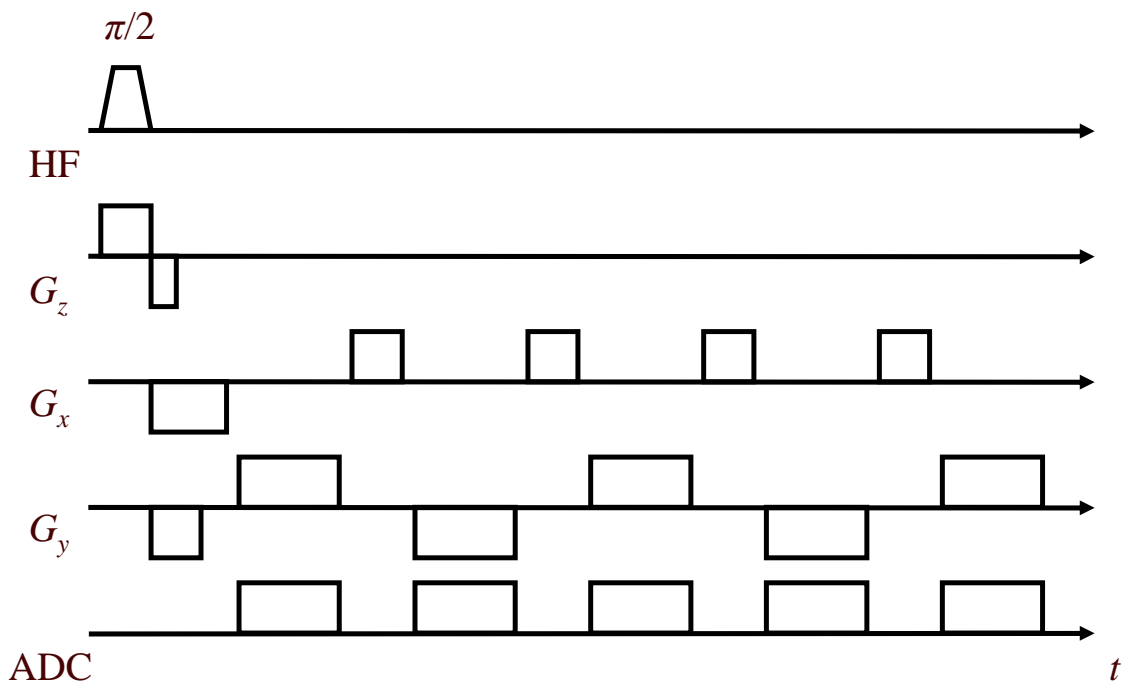


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung des Verlaufs einer EPI-Sequenz (oben) mit mäanderförmiger k -Raum-Abdeckung (unten).

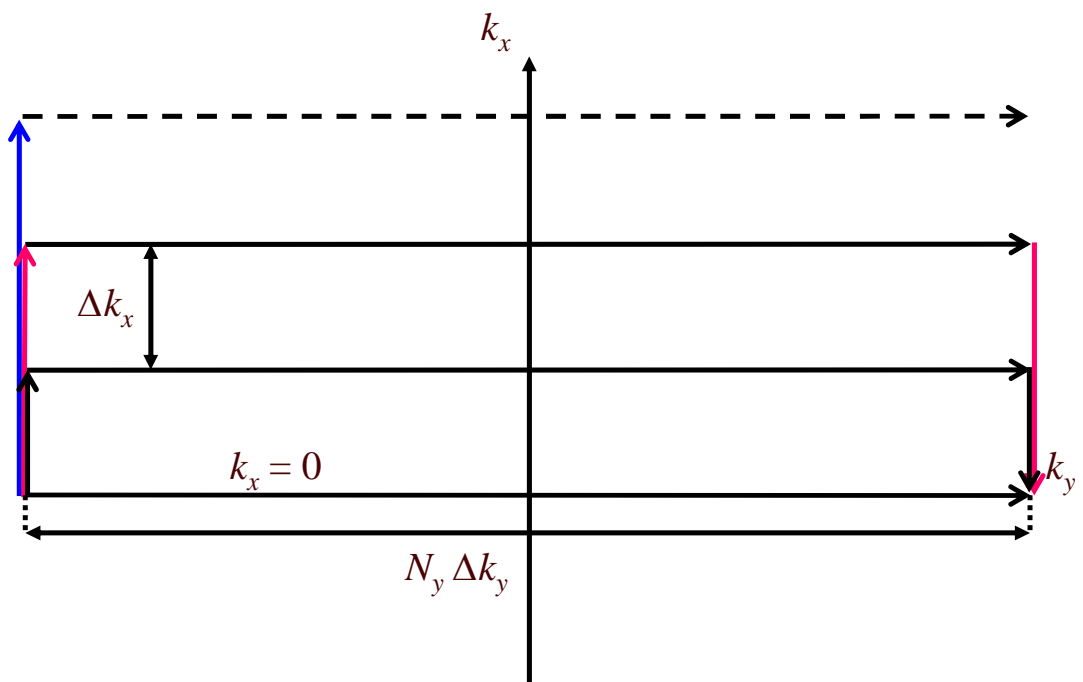
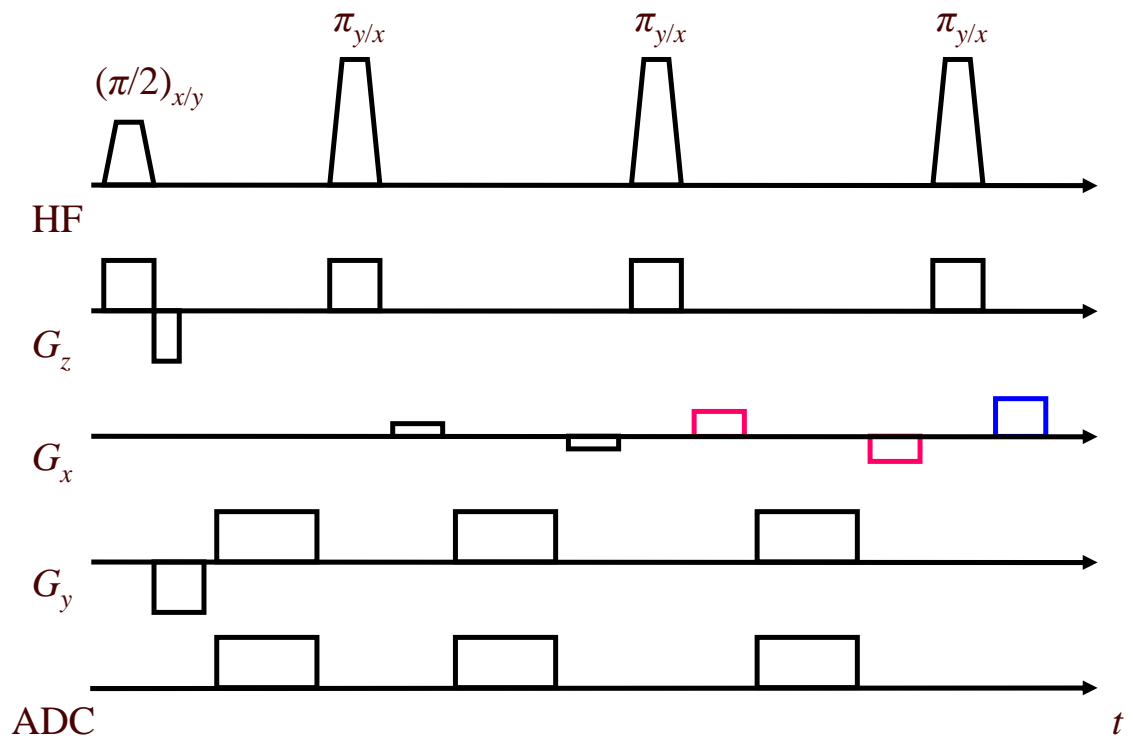


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung des Verlaufs einer RARE-Sequenz (oben) und der Abdeckung dreier k -Raum-Zeilen (unten).

Auch die Carr-Purcell-Meiboom-Gill (CPMG)-Sequenz [Mei58] macht von diesem Vorteil Gebrauch. Sie dient jedoch nicht der Bildgebung, sondern der Bestimmung einer transversalen Relaxationszeit $T_2^{(\text{CPMG})}$, die z. B. der maximalen transversalen Relaxationszeit T_2 (Kap. 2.3.2) möglichst nahe kommen soll. Die einzige Ortsinformation kommt dabei durch die optional schichtselektive $\pi/2$ -Anregung zustande, die von einem Magnetfeldgradienten in einer Raumrichtung gefolgt wird. Während der Gradient, der auch die Amplitude Null haben kann, anliegt, werden mit dem zeitlichen Abstand t_{CP} wiederholt π -Pulse senkrecht zur HF-Anregung¹⁶ eingestrahlt. Idealerweise würde dann die Refokussierung durch die π -Pulse jeweils vollständig erfolgen und das Signal bestünde aus einer Folge äquidistanter Echos, die zeitlich in der Mitte zwischen den π -Pulsen auftreten und die die Anstiegs- bzw. Abfallszeitkonstante T_2^* unter dem Einfluss aller herrschenden Magnetfeldgradienten besitzen.

Bei hyperpolarisierten Gasen etwa bei Standardbedingungen würden die Echoamplituden mit der Relaxationsrate $1/T_2 \approx 1/T_1$ (vgl. Kap. 2.3.2) abnehmen. Durch die Diffusionsbewegung der Atome im Gradientenfeld erfolgt die Refokussierung jedoch nicht vollständig (siehe Kap. 4.1) und die Signalamplitude nimmt mit der höheren transversalen Relaxationsrate

$$\frac{1}{T_2^{(\text{CPMG})}} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_2^{(\text{Diff,G})}} \quad (3.31)$$

ab [Bid03], die jedoch in der Regel immer noch deutlich geringer ist als $1/T_2^*$. Die Rate $1/T_2^{(\text{Diff,G})}$ beschreibt diejenigen Dephasierungsvorgänge, die durch die π -Pulse nicht rückgängig gemacht werden können und beträgt bei einem räumlich konstanten Magnetfeldgradienten G

$$\frac{1}{T_2^{(\text{Diff,G})}} = \frac{\gamma^2 G^2 D \delta^2 (3t_{\text{CP}} - 2\delta)}{12t_{\text{CP}}} \quad , \quad (3.32)$$

wobei δ dessen Einschaltdauer zwischen zwei π -Pulsen, γ das gyromagnetische Verhältnis und D die Diffusionskonstante der signalgebenden Kerne bezeichnen (vgl. Kap. 4.1.2).

¹⁶Durch die senkrechte Einstrahlung akkumulieren sich die Fehler durch unvollkommene π -Pulse nicht [Mei58]. Dies ist der Unterschied zur Carr-Purcell-Sequenz [Car54].

3.3 Die Bildrekonstruktion

Bei der MR-Bildgebung wird durch eine Hochfrequenzanregung (Kap. 3.1.2) die Magnetisierung $\vec{M}(\vec{x})$ um den Winkel α aus der Richtung des Führungsmagnetfelds \vec{B}_0 ausgelenkt und präzediert daher mit der Larmorfrequenz ω um dieses (Kap. 3.1). Der Betrag der ortsabhängigen Magnetisierung $M(\vec{x})$ soll dann bestimmt werden. Die Messgröße dabei ist die Induktionsspannung $U(t)$, die in einer Empfängerspule¹⁷ durch das zeitlich veränderliche Magnetfeld der präzedierenden Magnetisierung induziert wird. Da der Flächennormalenvektor der Empfängerspule senkrecht zu \vec{B}_0 steht, ist die Induktionsspannung proportional zu $\sin \alpha$.

Das Gesamtsignal ergibt sich als räumliches Integral der ortsabhängigen Magnetisierung über das Volumen der in z -Richtung selektierten angeregten Schicht (Kap. 3.2.2) bzw. des gesamten sensitiven Bereichs der Empfängerspule. Da außerhalb der angeregten Schicht sowie des sensitiven Bereichs der Spule kein Signal beiträgt, können die Integrationsgrenzen von $-\infty$ bis ∞ gewählt werden.

Durch die zuvor erfolgte Phasenkodierung in x -Richtung und die Frequenzkodierung durch den während der Signalauslese angelegten Magnetfeldgradienten G_y in y -Richtung sind sowohl die Phase $\phi(x)$ der Präzessionsbewegung als auch die Larmorfrequenz

$$\omega(y) = |\gamma| B(y) = |\gamma| (B_0 + G_y y) \quad (3.33)$$

ortsabhängig (Kap. 3.2). γ ist das gyromagnetische Verhältnis des Atomkerns desjenigen Isotops, welches für die Bildgebung verwendet wird. Mit

$$\int_{-\infty}^{\infty} dV \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dz \quad (3.34)$$

ergibt sich dann unter Vernachlässigung von räumlichen Inhomogenitäten des magnetischen Führungsfelds \vec{B}_0 sowie der Relaxation (Kap. 2.3):

$$\begin{aligned} U_j(t) &\propto \sin \alpha \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{dt} [M(x, y, z) \sin(\omega(y)t + \phi_j(x))] dV = \\ &= \sin \alpha \int_{-\infty}^{\infty} \omega(y) M(x, y, z) \cos(\omega(y)t + \phi_j(x)) dV \quad , \end{aligned} \quad (3.35)$$

wobei j den Phasenkodierschritt indiziert. Bei jedem Phasenkodierschritt findet eine neue HF-Anregung statt und es wird ein neues Induktionssignal aufgezeichnet.

Da die Variation des Magnetfelds durch die Gradienten klein gegen den Betrag des Führungsfelds B_0 ist (Kap. 3.2.1), gilt mit Gl. (3.33)

$$\omega(y) \approx |\gamma| B_0 = \omega_0 \quad . \quad (3.36)$$

Diese Näherung wird nur auf den Vorfaktor der Spannungsamplitude in Gl. (3.35) angewandt; für die Signalfrequenz unterbleibt dieser Schritt aus später ersichtlichen Gründen. Damit lässt sich Gl. (3.35) umschreiben zu

¹⁷In der Praxis ist diese oft identisch mit der in Kap. 3.1.2 erwähnten HF-Anregungsspule, die dann zwischen Sende- und Empfangsbetrieb umgeschaltet werden kann.

$$U_j(t) \propto |\gamma| B_0 \sin \alpha \int_{-\infty}^{\infty} M(x, y, z) \cos(\omega(y)t + \phi_j(x)) dV \quad . \quad (3.37)$$

Führt man die Integration in z -Richtung über den gesamten zum Signal beitragenden Bereich l_z aus und definiert man

$$M(x, y) := \frac{1}{l_z} \int_{-\infty}^{\infty} M(x, y, z) dz \quad (3.38)$$

als die über l_z gemittelte Magnetisierung, lässt sich Gl. (3.37) umformen zu

$$\begin{aligned} U_j(t) &\propto |\gamma| B_0 l_z \sin \alpha \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(x, y) \cos(\omega(y)t + \phi_j(x)) dx dy = \\ &= |\gamma| B_0 l_z \sin \alpha \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(x, y) [\cos(\omega_0 t) \cos(|\gamma| G_y y t) \cos(\phi_j(x)) + \\ &\quad - \sin(\omega_0 t) \sin(|\gamma| G_y y t) \cos(\phi_j(x)) - \sin(\omega_0 t) \cos(|\gamma| G_y y t) \sin(\phi_j(x)) + \\ &\quad - \cos(\omega_0 t) \sin(|\gamma| G_y y t) \sin(\phi_j(x))] dx dy \quad . \end{aligned} \quad (3.39)$$

Hierbei wurden Additionstheoreme für Sinus- und Cosinusfunktionen verwendet.

Das Signal aus Gl. (3.39) wird an den Eingang eines sog. Lock-In-Verstärkers angelegt. Des- sen Funktionsweise lässt sich im Prinzip folgendermaßen beschreiben:

Das Eingangssignal wird mit einem periodischen Referenzsignal $\propto \cos(\omega_{\text{Ref}} t - \phi_{\text{Ref}})$ multipliziert¹⁸ und auf zwei Signalwege aufgeteilt. Für den ersten Signalweg gilt $\phi_{\text{Ref}} = 0$, für den zweiten $\phi_{\text{Ref}} = \pi/2$. Die Referenzfrequenz ω_{Ref} muss in der Nähe der Frequenz $\omega(y) \approx \omega_0$ des Eingangssignals liegen. Es stellt eine wesentliche Verkürzung der Rechnung, jedoch, wie man sich leicht anhand von Additionstheoremen überlegen kann, keine Einschränkung der Allgemeinheit dar, die Referenzfrequenz ω_{Ref} mit ω_0 nicht nur ungefähr gleich sondern gleichzusetzen.

Die beiden mit dem Referenzsignal multiplizierten Eingangssignale werden zusätzlich mit einem Tiefpassfilter aufbereitet, der nur Signalanteile mit Frequenzen weit unterhalb der Frequenz ω_{Ref} passieren lässt. Das Ausgangssignal des ersten Signalwegs nennt man „Realteil“ des Ausgangssignals, das des zweiten Signalwegs entsprechend „Imaginärteil“.

Lässt man einen Faktor zwei aus der Anwendung von Additionstheoremen sowie die Proportionalitätskonstanten aus Gl. (3.39) außer Acht, ergibt sich dann mit $\omega_{\text{Ref}} = \omega_0$ für das Ausgangssignal $S(t)$ des Lock-In-Verstärkers, getrennt in Real- und Imaginärteil:

¹⁸In der Frequenzdarstellung entspricht diese Multiplikation nach dem Faltungstheorem einer Faltung.

$$\begin{aligned}
\Re[S_j(t_m)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(x, y) [\cos(|\gamma| G_y y t_m) \cos(\phi_j) - \sin(|\gamma| G_y y t_m) \sin(\phi_j)] dx dy = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(x, y) \cos(|\gamma| G_y y t_m + \phi_j(x)) dx dy
\end{aligned} \tag{3.40}$$

und

$$\begin{aligned}
\Im[S_j(t_m)] &= - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(x, y) [\sin(|\gamma| G_y y t_m) \cos(\phi_j) + \cos(|\gamma| G_y y t_m) \sin(\phi_j)] dx dy = \\
&= - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(x, y) \sin(|\gamma| G_y y t_m + \phi_j(x)) dx dy .
\end{aligned} \tag{3.41}$$

t_m steht für ein diskretes Zeitintervall des Analog-Digital-Wandlers, mit dem das Signal zur weiteren Verarbeitung digital aufgezeichnet wird. j kennzeichnet weiterhin die Nummer eines Phasenkodierschritts.

Durch den Lock-In-Verstärker wird also das Signal von der hohen Frequenz ω_0 befreit, so dass nur der sehr viel kleinere ortsabhängige Anteil der Larmorfrequenz $|\gamma| G_y y$ übrig bleibt. Dies ist der Grund, weshalb die Näherung aus Gl. (3.36) in Gl. (3.35) nicht auf die Signalfrequenz angewandt werden durfte. Die Zeitkonstante des Tiefpasses RC muss so gewählt werden, dass für alle y gilt:

$$\mathcal{O}(10^3 \dots 10^6 \text{ rad/s}) \approx \max[|\omega(y) - \omega_{\text{Ref}}|] \ll \frac{1}{RC} \ll \min[\omega(y) + \omega_{\text{Ref}}] \approx \mathcal{O}(10^6 \dots 10^9 \text{ rad/s}). \tag{3.42}$$

In komplexer Schreibweise ist dann

$$\begin{aligned}
S_j(t_m) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(x, y) \exp[-i(|\gamma| G_y y t_m + \phi_j(x))] dx dy = \\
&=: \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(x, y) \exp[-2\pi i(k_x x + k_y y) - i\phi_0] dx dy =: \tilde{f}(k_x, k_y) ,
\end{aligned} \tag{3.43}$$

wobei

$$\phi_j(x) =: 2\pi k_x x + \phi_0 \tag{3.44}$$

gewählt wurde und ϕ_0 die Phase des sog. k -Raum-Signals $S_j(t_m)$ zu Beginn des Auslesezeitfensters ist, wenn kein Phasenkodiergradient angelegt wurde. Des Weiteren gelten für den in Kap. 3.2.3 diskutierten Fall einer einfachen Gradientenecho-Sequenz unter Beachtung von Gl. (3.4) folgende Definitionen:

$$\begin{aligned}
k_x &:= \gamma \left(j - \frac{N_x}{2} \right) \Delta G_x \tau_x = \gamma \left(j - \frac{N_x}{2} \right) \frac{G_{N_x} - G_1}{N_x - 1} \tau_x \\
k_y &:= |\gamma| G_y t_m \quad .
\end{aligned} \tag{3.45}$$

N_x kennzeichnet die Anzahl der Phasenkodierschritte, ΔG_x die Differenz zwischen zwei benachbarten Phasenkodiergradienten und τ_x die Einschaltzeit der Phasenkodiergradienten, die hier für alle Phasenkodierschritte gleich sein soll. Für beliebige zeitabhängige Gradienten $G(t)$ gilt:

$$\boxed{k(t) = \gamma \int_{t_0}^{t_0+t} G(t') dt'} \quad . \tag{3.46}$$

Für die Frequenzkodierrichtung ist in Gl. (3.46) γ durch $|\gamma|$ zu ersetzen.

Nach der Definition der Fourier-Transformation \mathcal{F} analog zu Gl. (3.29) gilt:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}^{-1}\{\tilde{f}(k_x, k_y)\} &\equiv f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(k_x, k_y) \exp[2\pi i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y = \\
&= e^{-i\phi_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{M}(k_x, k_y) \exp[2\pi i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y = e^{-i\phi_0} M(x, y) \quad ,
\end{aligned} \tag{3.47}$$

wobei Gl. (3.43) und

$$\tilde{M}(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(x, y) \exp[-2\pi i(k_x x + k_y y)] dx dy \tag{3.48}$$

verwendet wurden.

Aus Gl. (3.47) folgt also mit der Definition von $\tilde{f}(k_x, k_y)$ in Gl. (3.43)

$$\boxed{M(x, y) \equiv |M(x, y)| = |f(x, y)| \equiv |\mathcal{F}^{-1}\{\tilde{f}(k_x, k_y)\}| = |\mathcal{F}^{-1}\{S_j(t_m)\}|} \quad , \tag{3.49}$$

d. h. die gesuchte räumliche Verteilung der Magnetisierung $M(x, y)$ lässt sich durch Fourier-Rücktransformation und Betragsbildung aus dem k -Raum-Signal $\tilde{f}(k_x, k_y) = S_j(t_m)$ gewinnen. Die so bestimmte Signalmagnitude ist unabhängig von der konstanten Anfangsphase ϕ_0 .

Die Ortsauflösung in der dritten Raumrichtung z erfolgt in dem hier geschilderten Fall der zweidimensionalen Bildgebung durch Wiederholung des Experiments mit Anregung einer gegenüber der vorigen Durchführung verschobenen Anregungsschicht (Kap. 3.2.2). Unterbleibt die Schichtselektion und wird stattdessen mit einem sog. „harten“ HF-Puls die gesamte Probe angeregt, spricht man von einer „Projektionsaufnahme“ in z -Richtung.

Für den Fall der dreidimensionalen Bildgebung mit zweifacher Phasenkodierung sowohl in x - als auch in z -Richtung statt der Schichtselektion lässt sich die Rechnung mit der dreidimensionalen Fourier-Transformation

$$\tilde{f}(k_x, k_y, k_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \exp[-2\pi i(k_x x + k_y y + k_z z)] dx dy dz \quad (3.50)$$

und

$$\phi_j(x) \longrightarrow \phi_j(x) + \phi_n(z) \quad (3.51)$$

ohne die Anwendung von Gl. (3.38) völlig analog durchführen.

Da das k -Raum-Signal durch die komplexwertige Matrix $\tilde{f}(\vec{k})$ mit *diskreten* Werten der Komponenten von \vec{k} gegeben ist, wird genau genommen keine vollständige Fourier-Rücktransformation der k -Raum-Daten durchgeführt, sondern eine diskrete, endliche „fast Fourier transformation“ (FFT)

$$f(x) \approx \Delta k \sum_{j=1}^N \tilde{f}(j\Delta k) \exp[2\pi i j \Delta k x] \quad (3.52)$$

angewandt, wobei hier die Beschreibung des eindimensionalen Falls genügt¹⁹. Die nach Gl. (3.52) berechnete Funktion $f(x)$ hat die Periodizitätseigenschaft

$$f(x + 1/\Delta k) = f(x) \quad , \quad (3.53)$$

wobei Δk die Auflösung der k -Raum-Matrix ist. Nach der Konstruktion der diskreten Fourier-Transformation wiederholt sich das rekonstruierte Bild genau nach der Länge eines Gesichtsfelds (engl.: „field of view“). Daher gelten für die FFT nach Gl. (3.53) in jeder Dimension die äußerst wichtigen Beziehungen für das Gesichtsfeld (FOV)

$$\boxed{FOV = \frac{1}{\Delta k}} \quad (3.54)$$

und für die Ortsauflösung

$$\boxed{\Delta l \equiv \frac{FOV}{N} = \frac{1}{N\Delta k} = (k_{\max} - k_{\min})^{-1}} \quad , \quad (3.55)$$

wobei k_{\min} und k_{\max} die Ränder der k -Raum-Matrix bezeichnen.

Aufgrund der Eigenschaft aus Gl. (3.53) ist zu beachten, dass Signalbeiträge von angeregten Kernspins außerhalb des Gesichtsfelds in das Bild hinein gespiegelt werden, wenn FOV kleiner gewählt wird als das angeregte Volumen. Die Bedingung $1/\Delta k = FOV > l$, wobei l die Ausdehnung

¹⁹Aus numerischen Gründen ist es sinnvoll, für N eine Potenz von Zwei zu wählen [Coo65].

der angeregten Probe bezeichnet, lässt sich in *Frequenzkodier*richtung auf das Nyquist'sche Abtasttheorem zurückführen²⁰ ($|\gamma| G_y l_y / 2 < 1 / (2 \Delta t_y)$) und wird daher „Nyquist-Kriterium“ genannt. Sie ist sowohl in Phasen- als auch in Frequenzkodierrichtung einzuhalten, wenn Spiegelungsartefakte vermieden werden sollen.

Für den in Kap. 3.2.3 beschriebenen Fall einer einfachen Gradientenecho-Sequenz erfolgt die Abdeckung des k -Raums vollständig, zeilenweise²¹ und es gilt in Phasenkodierrichtung

$$\Delta k_x = |\gamma| \Delta G_x \tau_x = |\gamma| \frac{G_{N_x} - G_1}{N_x - 1} \tau_x \quad (3.56)$$

und in Frequenzkodierrichtung²²

$$\Delta k_y = |\gamma| G_y \Delta t_y = |\gamma| G_y \frac{\tau_y}{N_y} \quad . \quad (3.57)$$

Allgemein gilt wieder Gl. (3.46), wobei der k -Raum mit beliebigen Trajektorien abgedeckt werden kann²³. Diese Abdeckung muss nicht vollständig sein, da die wesentlichen Informationen über die Struktur des Bildes

- in Phasenkodierrichtung bei kleinen Beträgen der Ortsfrequenz (entsprechend groben Strukturen), also bei dem Beispiel in Kap. 3.2.3 etwa im Zentrum des k -Raums
- in Frequenzkodierrichtung bei maximaler Echoamplitude, also beim Beispiel in Kap. 3.2.3 ebenfalls im Zentrum des k -Raums

zu finden sind. Weiter entfernt davon liegen die Informationen über kleinere Details der Abbildung.

Die Phasendifferenz $\Delta \phi_j$ innerhalb eines Bildpunkts in Phasenkodierrichtung beträgt für den Phasenkodiergradienten G_j

$$\Delta \phi_j = |\gamma| G_j \tau_x \Delta x = 2\pi \frac{G_j}{N_x \Delta G_x} \quad . \quad (3.58)$$

Hierbei wurden die Gln. (3.55) und (3.56) verwendet.

Für $G_1 = 0$ ist nach Gl. (3.56) $G_{N_x} = (N_x - 1) \Delta G_x$ und die Phasendifferenz *innerhalb eines Bildpunkts* nähert sich nach Gl. (3.58) für $j = N_x \gg 1$ dem Wert 2π .

Das Ortsauflösungsvermögen $1/\Delta l$ hängt nach den Gln. (3.55) und (3.46) direkt mit der Amplitude und der Einschaltzeit der Gradienten zusammen und lässt sich auf keine sonstige Weise steigern²⁴. Diese Tatsache limitiert in der Praxis das erreichbare Auflösungsvermögen, da aus verschiedenen Gründen die k -Werte nicht beliebig erhöht werden können:

²⁰In *Phasenkodier*richtung entspricht sie der Bedingung $|\gamma| \Delta G_x \tau_x l_x < 2\pi$.

²¹ x in vertikaler und y in horizontaler Richtung aufgetragen, entspricht dann eine Zeile einem Phasenkodierschritt und eine Spalte einem Auslesezeitintervall.

²²Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Auslesezeit τ_y in N_y dicht liegende Intervalle Δt_y aufgeteilt ist. Für den Fall punktwiser Signalabtastung mit $t_{N_y} - t_1 = \tau_y$ gilt $\Delta t_y = \tau_y / (N_y - 1)$, analog zur Aufteilung der Phasenkodiergradienten in Gl. (3.56).

²³Auf die Form der k -Raum-Trajektorien beziehen sich Bezeichnungen wie z. B. „Radial-“ oder „Spiralsequenz“.

²⁴Die Ausdehnung des k -Raums lässt sich durch das Auffüllen von Nullen an dessen Rändern, wo das echte Signal nur noch klein ist, beliebig erweitern. Dies führt nach Gl. (3.55) zu einer scheinbaren Verbesserung der Ortsauflösung. Da jedoch keine echten Informationen hinzugefügt werden, liefert dieses „zero filling“ genannte Verfahren im rekonstruierten Bild lediglich interpolierte Werte.

- Hohe k -Werte führen zu Signalverlusten, wenn die signalerzeugenden Atomkerne nicht in Ruhe sind (siehe Kap. 4.1).
- Der maximale Feldunterschied in der Probe durch Magnetfeldgradienten muss, wie bereits diskutiert, klein gegen den Betrag des Führungsfelds B_0 sein (Gln. 3.33 und 3.36), damit die zuvor beschriebene Bildrekonstruktion funktioniert. Dies führt dazu, dass für feinste Ortsauflösungen starke B_0 -Magnetfelder bei kleinen Abmessungen benötigt werden (bis 7 T am Menschen und bis ~ 20 T bei kleineren Proben).
- Die Gradientenanstiegsrate „slew rate“ [T/(m·s)] ist bei der Bildgebung am Menschen begrenzt, da hohe Raten zu künstlichen Nervenreizen führen. Dies limitiert auch die erreichbaren Gradientenamplituden [T/m]. Einen Überblick über den Einfluss von zeitlich veränderlichen Magnetfeldgradienten auf den menschlichen Körper gibt [Sch00a].
- Da die Magnetfeldgradienten durch normal leitende Spulen erzeugt werden, können keine beliebig starken Gradientenfelder über große Ausdehnungen realisiert werden.

Das Gesichtsfeld FOV lässt sich dagegen bei konstanter Ortsauflösung leicht steigern:

- In Phasenkodierrichtung wird das Spektrum der Phasenkodiergradienten einfach auf mehr Schritte aufgeteilt. Dies führt allerdings bei hyperpolarisierten Medien durch die häufigere Wiederholung der HF-Anregungen zu Problemen (Kap. 3.1.2).
- In Frequenzkodierrichtung kann bei geringerer Gradientenstärke eine längere Auslesezeit gewählt werden. Bei konstanter Zeitauflösung kann dies durch Erhöhung der Anzahl der Ausleseintervalle erreicht werden. Begrenzt ist diese Möglichkeit durch die T_2^* -limitierte erreichbare Echozeit T_E . Außerdem gilt bei diffundierenden Atomen, dass bei konstantem $k \propto G\tau$ eine längere Einschaltzeit τ des Auslesegradienten einen stärkeren Signalverlust durch Diffusion hervorruft als eine größere Gradientenamplitude G (Gl. (2.24)).

3.3.1 Symmetriebetrachtungen zur MR-Bildgebung

Auf das Fourier-Transformationspaar $f(x)$ und $\tilde{f}(k)$ sollen nun einige allgemeine Eigenschaften der Fourier-Transformation angewandt und deren konkrete Auswirkungen auf die Bildgebung diskutiert werden. Auch hier geht es, sich auf den eindimensionalen Fall zu beschränken.

Zunächst wird der Fall betrachtet, dass das Signalmaximum, das sog. „Echo“, nicht im Zentrum des k -Raums, sondern bei $k = k_0$ entsteht. Dann kann man die Translationseigenschaft der Fourier-Transformation ausnutzen und es gilt:

$$\mathcal{F}^{-1}\{\tilde{f}(k - k_0)\} = e^{-2\pi i k_0 x} \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{f}(k)\} \implies \boxed{\left| \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{f}(k - k_0)\} \right| = \left| \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{f}(k)\} \right|} \quad , \quad (3.59)$$

d. h. eine nachträgliche Verschiebung des Echos ins Zentrum des k -Raums hat keinen Einfluss auf das rekonstruierte Bild. Bei den folgenden Betrachtungen kann daher davon ausgegangen werden, dass sich das Signalecho stets im Zentrum des k -Raums befindet.

Als nächstes werde angenommen, die Dichte der Kernspins und daher mit Gl. (2.10) auch der Betrag der Magnetisierung $M(x)$ nähere sich einer δ -Distribution, d. h. die Kernspins seien nahezu punktförmig verteilt. Dann folgt mit Gl. (3.43), dass sich alle Werte der komplexen k -Raum-Matrix $\tilde{f}(k)$ der Konstante $e^{-i\phi_0}$ nähern. Dies bedeutet, dass die Einträge der k -Raum-Matrix nicht mehr von der Ortsfrequenz abhängen. Die Aufteilung der Signalanteile auf Real- und Imaginärteil wird dann durch die Anfangsphase ϕ_0 bestimmt.

Im dritten hier betrachteten Fall sei $\phi_0 = 0$ und $M(-x) = M(x)$, d. h. die Magnetisierung sei symmetrisch verteilt. Dann verschwindet nach Gl. (3.43) der Imaginärteil des Signals, da dieser dann durch das Integral einer ungeraden Gesamtfunktion ($M(x) \cdot \sin x$) über ein symmetrisches Intervall gegeben ist. Das gesamte Signal ist dann durch seinen Realteil gegeben.

Ist die Anfangsphase $\phi_0 \neq 0$ und weiterhin $M(-x) = M(x)$, so wird das Signal zwischen Real- und Imaginärteil aufgeteilt. Im Extremfall $\phi_0 = \pm \pi/2$ verschwindet der Realteil des Signals und es wird ausschließlich durch seinen Imaginärteil repräsentiert.

Der vierte Fall hat die größte praktische Bedeutung und wird daher in Anhang B ausführlich diskutiert.

Bisher wurde stets davon ausgegangen, dass die orts- und zeitabhängige Gesamtphase des Signals ausschließlich durch die ortsunabhängige Anfangsphase ϕ_0 und die orts- und zeitabhängige Phase aufgrund der geschalteten Magnetfeldgradienten G_x , G_y und G_z bestimmt wird. In der Realität ist dies jedoch nicht der Fall, sondern durch unkontrollierbare Magnetfeldgradienten innerhalb der Probe, phasenverändernde Stöße etc. erfährt das Signal zusätzliche orts- und zeitabhängige Phasenverschiebe, die in Gl. (3.43) als komplexer Phasenfaktor $e^{i\phi'(\vec{x},t)}$ in der zu bestimmenden Magnetisierung $M'(\vec{x}) := M(\vec{x}) e^{i\phi'(\vec{x},t)}$ betrachtet werden können. Die Annahme einer „reellen“ Magnetisierung $M(\vec{x}) \in \mathbf{R}$ stellt also eine Vereinfachung dar. Die Auswirkung dieser Annahme ist, wie in Anhang B gezeigt wird, dass für den eindimensionalen Fall gilt (Gl. (B.9)):

$$\boxed{\left| \mathcal{F}^{-1}(x) \{ \Theta(k) \tilde{f}(k) \} \right| = \left| \int_0^\infty \tilde{f}(k) e^{2\pi i k x} dk \right| = \left| \frac{M(x)}{2} \right| \propto M(x)} \quad . \quad (3.60)$$

Unter Vernachlässigung ungewollter Phasenverschiebe genügt also in jeder Dimension die Erfassung des halben k -Raums bei Nullsetzen der anderen Hälfte, um die Kernspindichte vollständig zu rekonstruieren²⁵. Von dieser Symmetrieeigenschaft wird in der Praxis oft Gebrauch gemacht, um die Aufnahmezeit, die Anzahl der HF-Anregungen oder auch die anfallende Datenmenge zu reduzieren.

²⁵Hierbei wird davon ausgegangen, dass das stärkste Signal im Zentrum des k -Raums erscheint. Ist dies nicht der Fall, muss darauf geachtet werden, dass der Bereich des k -Raums, der das Signalmaximum enthält, bei der Datenauslese auch erfasst wird.

Kapitel 4

Die funktionelle MRT der Lunge mit hyperpolarisiertem ^3He

Bei der ^3He -Kernspintomographie der Lunge wird dem Atemgas in der Regel etwa 300 ml kernspinpolarisiertes ^3He beigemischt¹. Der Helium-Anteil des nach der Applikation eines Helium-Bolus dieser Größe in der Lunge vorhandenen Atemgases liegt demnach nur bei einigen Prozent. Die morphologische Bildgebung liefert im Wesentlichen die orts aufgelöste Dichteverteilung des eingeatmeten ^3He -Gases während der Dauer der Bildgebungssequenz. Bildgebungsverfahren, die weiterführende Informationen liefern, nennt man „funktionell“. An dieser Stelle seien derer folgende genannt:

- Bei der zeitaufgelösten Bildgebung kann der Ein- und Ausatemvorgang mit bis zu 100 Bildern pro Sekunde beobachtet werden [Sal01b]. Diese hohe Zeitauflösung ist möglich, wenn Sequenzen verwendet werden, bei denen zur Abdeckung des k -Raums (Kap. 3.3) eine bzw. wenige HF-Anregungen ausreichen, analog zur EPI-Sequenz (Kap. 3.2.4). In [Sal01b] wurden Sequenzen verwendet, bei denen die k -Raum-Abtastung gemäß Gl. (3.46) spiralförmig und nicht für jedes einzelne Bild der Bildfolge vollständig erfolgt, sondern teilweise Informationen aus den vorigen Aufnahmen übernommen werden („interleaved-spiral“). Dies beschleunigt die Bildgebung wesentlich und reduziert dadurch gegenüber herkömmlichen EPI-Sequenzen die Anforderungen an die Phasenkohärenzzeit T_2^* , birgt aber das Risiko erhöhter Artefaktanfälligkeit. Spiralsequenzen erfordern vor der Bildrekonstruktion einen zusätzlichen Datenverarbeitungsschritt, bei dem die mit spiralförmigen Trajektorien gewonnenen k -Raum-Daten vor der FFT auf eine regelmäßige Matrix projiziert werden („regridding“). Mit besonders schnellen Gradientenecho-Sequenzen, bei denen die Erfassung des k -Raums jeweils vollständig erfolgt, sind Zeitaufösungen von 130 ms erreicht worden [Sch00b].
- Die diffusionsgewichtete Bildgebung erlaubt die Erstellung von Karten, auf denen der lokale Diffusionskoeffizient der ^3He -Atome im Gasraum der Lunge dargestellt ist. Dieser ist ein Maß für die Größe der lokal vorhandenen Hohlräume: In der gesunden Lunge ist die Diffusion innerhalb der Alveolen (Lungenbläschen) stark eingeschränkt. Ist die Lungenstruktur örtlich teilweise zerstört, steigt die Beweglichkeit der Gasatome durch Diffusion. Derartige krankhafte Veränderungen sind mit der in Kap. 4.1 beschriebenen Methode messbar. Zur Beschleunigung der Messung kann die Diffusionsgewichtung auch mit den soeben erwähnten Spiralsequenzen kombiniert werden [Sal03].

¹Der Anteil des ausgetauschten Gases beträgt bei flacher Atmung gemessen am gesamten Lungenvolumen etwa 10 ... 20 %.

- Durch die polarisationszerstörende Wirkung von paramagnetischem Sauerstoff (Kap. 2.3.1) kann mithilfe von Vergleichsmessungen zu unterschiedlichen Zeiten kurz nach dem Einatmen von hyperpolarisiertem ^3He auf den lokalen Sauerstoff-Partialdruck in der Lunge geschlossen werden (Kap. 4.2).

Die beiden letztgenannten Verfahren werden nun etwas näher erläutert.

4.1 Die diffusionsgewichtete Bildgebung

Einen Überblick über den Einfluss verschiedener Diffusionseffekte auf die MR-Bildgebung von hyperpolarisierten Gasen gibt [Agu04]. Eine umfangreiche Einführung in die Theorie der MR-Diffusionsmessung findet man in [Pri97]. An dieser Stelle sollen zunächst die physikalischen Grundlagen der Diffusionsbewegung dargestellt werden, bevor auf die Diffusionsgewichtung bei der MR-Bildgebung eingegangen wird.

4.1.1 Die Diffusionsbewegung

Im Rahmen dieser Arbeit ist von Diffusion ausschließlich im Sinne des Zweiten Fick'schen Gesetzes die Rede, d. h. die durch Konzentrationsgradienten getriebene *gerichtete* Diffusion nach dem Ersten Fick'schen Gesetz spielt hier keine Rolle². Das wohl bekannteste Beispiel hierfür ist die Brown'sche Molekularbewegung; Diffusion findet aber z. B. auch in den Azini der Lunge statt, wo Strömungseffekte beim Atmen im Gegensatz zur Trachea (Luftröhre), den Bronchien und Bronchiolen keine Rolle mehr spielen [Con06]. Eine solche Bewegung ist in Abb. 4.1 schematisch dargestellt.

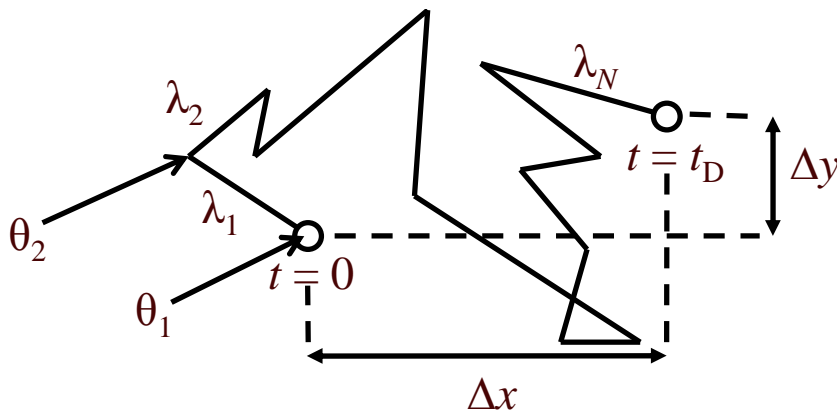


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der Diffusionsbewegung eines Teilchens in zwei Dimensionen. Die einzelnen freien Weglängen sind mit λ_i gekennzeichnet, die Streuwinkel mit θ_i . Bei der dreidimensionalen Betrachtung müsste jede Streuung durch ein Paar von polarem und azimuthalem Streuwinkel beschrieben werden.

Die wiederholte Streuung eines Teilchens, z. B. eines ^3He -Atoms an anderen ^3He - oder Fremdgasatomen, bewirkt eine „Zitterbewegung“ des betrachteten Teilchens. Diese statistische Propagation re-

²Sie kann zwar bei der erwähnten zeitaufgelösten Bildgebung beobachtet werden, wird aber im Rahmen dieser Arbeit nicht näher untersucht.

sultiert nach der Diffusionszeit t_D in einer in jeder Dimension unabhängigen mittleren quadratischen Verschiebung [Ein05]

$$\langle \Delta x^2 \rangle = \langle \Delta y^2 \rangle = \langle \Delta z^2 \rangle = 2 D_0 t_D \implies \boxed{\langle \Delta \vec{x}^2 \rangle = 2 N D_0 t_D} \quad . \quad (4.1)$$

Gl. (4.1) heißt nach ihren Entdeckern „Einstein-Smoluchowski-Gleichung“. N ist die Anzahl der Raumdimensionen, in der die Diffusionsbewegung stattfinden kann und D_0 ist die freie Selbstdiffusionskonstante. Sie beträgt für reines ^3He bei einer Temperatur von 300 K und einem Druck von 1 bar etwa $1.92 \text{ cm}^2/\text{s}$ [Bar74b]. Für das mit dem Atemgas in die Lunge applizierte ^3He liegt sie bei Körpertemperatur bei etwa $0.88 \text{ cm}^2/\text{s}$ [Yab02] und ist bei den auftretenden geringen Heliumkonzentrationen näherungsweise unabhängig von der ^3He -Konzentration.

Befinden sich die Teilchen in einer räumlich begrenzten Struktur, deren Wände für die Teilchen undurchdringlich sind und die Diffusionsbewegung der Teilchen innerhalb der Diffusionszeit t_D eingrenzen, spricht man von eingeschränkter Diffusion. Ein Beispiel für eingeschränkte Diffusion in einer runden Struktur ist in Abb. 4.2 dargestellt. Die freien Weglängen sind in der Darstellung sehr groß gewählt.

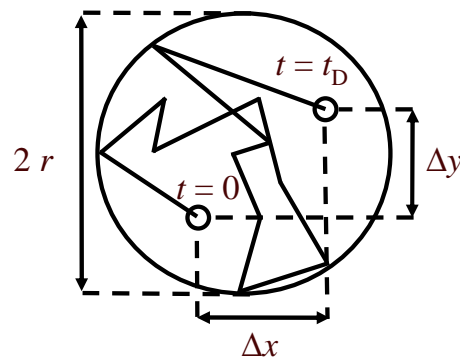


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung einer zweidimensionalen eingeschränkten Diffusionsbewegung innerhalb einer kreisförmigen undurchdringlichen Wand.

Dabei kann man zwei Grenzfälle formulieren:

- Ist der Kreisradius r viel größer als die mittlere Diffusionslänge der Teilchen innerhalb der Zeit t_D nach Gl. (4.1), also $r \gg \sqrt{2 D_0 t_D}$, so liegt freie Diffusion vor und die reduzierte Diffusionskonstante erreicht die freie: $D = D_0$.
- Ist der Kreisradius viel kleiner als die mittlere Diffusionslänge, also $r \ll \sqrt{2 D_0 t_D}$, liegt reine eingeschränkte Diffusion vor und die reduzierte Diffusionskonstante beträgt nach Gl. (4.1) $D = r^2/(2 t_D)$, ist also eine Funktion von r und unabhängig von D_0 .

Bei der diffusionsgewichteten ^3He -MR-Bildgebung liegt die beobachtete Diffusionszeit typischerweise im Bereich von 1 ... 10 ms, sodass die freie Diffusionslänge für ^3He in der Lunge während dieser Zeit etwa 1 mm betragen würde. Außer in der Trachea und den größeren Bronchien liegt daher überall in

der Lunge eingeschränkte Diffusion vor [Kli73], d. h. die diffusionsgewichtete Bildgebung ist sensitiv auf die Hohlraumgröße. Allerdings liegen die typischen Dimensionen der Lungenstruktur nicht weit genug unterhalb der formulierten Grenze von $r \approx 1$ mm, um aus der reduzierten Diffusionskonstante D , wie soeben beschrieben, direkt den Hohlraumradius bestimmen zu können. Unter anderem auf diese Problematik wird in Kap. 6 dieser Arbeit näher eingegangen.

Außerdem ist D selbst keine zugängliche Messgröße, sondern bei der diffusionsgewichteten MR-Bildgebung wird ein sog. scheinbarer Diffusionskoeffizient (engl: „apparent diffusion coefficient“) ADC bestimmt. Dieses Verfahren wird nun näher erläutert.

4.1.2 Die ADC -Bestimmung mit der MR-Bildgebung

Bei der diffusionsgewichteten MR-Bildgebung wird zur Bestimmung des Diffusionskoeffizienten in eine Raumrichtung zwischen Schichtselektion und Signalauslese (Kap. 3) ein bipolarer Magnetfeldgradient gemäß Abb. 4.3 eingefügt. Dieser bewirkt zunächst eine Dephasierung der einzelnen magnetischen Momente, da sie durch das ortsabhängige Magnetfeld je nach ihrer Position während der ersten Hälfte des diffusionsgewichtenden Gradienten unterschiedliche Präzessionsphasen akkumulieren.

Da das Integral des gesamten Diffusionsgradienten über die Zeit verschwindet³, wird nach Gl. (3.24) die zunächst zerstörte Phasenkohärenz der einzelnen magnetischen Momente, nachdem der Diffusionsgradient vollständig gewirkt hat, bei ortsfesten magnetischen Momenten komplett wiederhergestellt, sodass aus der Diffusionswichtung kein Signalverlust resultiert. Findet jedoch während der Einschaltzeit des Diffusionsgradienten eine Bewegung in dessen Richtung statt, erfolgt die Refokussierung der Präzessionsphasen unvollständig, was in einem Signalverlust in den Bereichen, in denen Diffusion stattfindet, resultiert.

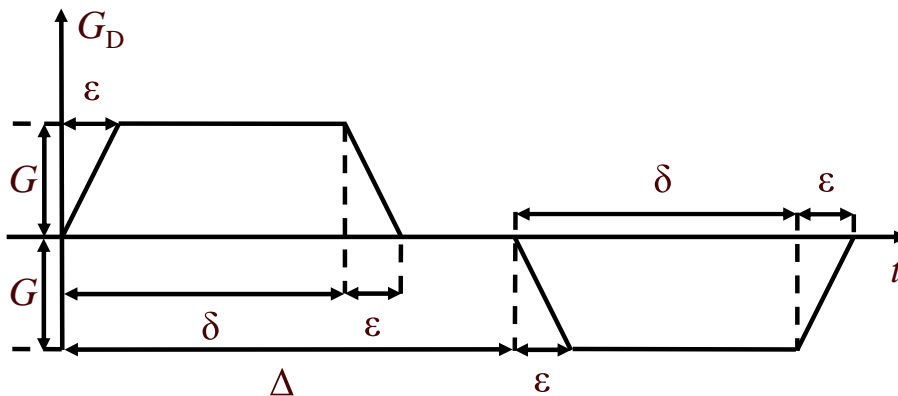


Abbildung 4.3: Der zeitliche Verlauf eines symmetrischen, bipolaren diffusionsgewichtenden Magnetfeldgradienten mit endlichen Anstiegs- und Abfallszeiten ε .

Betrachtet man die eingeschränkte Diffusion als freie Diffusion mit der veränderten Diffusionskonstante D anstelle von D_0 , so verhält sich die Signalmagnitude durch die Diffusionswichtung nach [Kar80] als Funktion eines sog. b -Werts gemäß

³Alternativ zu dem in Abb. 4.3 dargestellten bipolaren Gradienten kann die Refokussierung, wie in Kap. 3.2.4 beschrieben, auch durch Einstrahlung eines π -Pulses zwischen den beiden Teilen eines unipolaren, symmetrischen Gradienten erfolgen [Ste65a].

$$S(b) = S(b = 0) e^{-bD} \quad . \quad (4.2)$$

Der exponentielle Abfall des Signals lässt sich dadurch verstehen, dass in die Bloch'schen Gleichungen (3.1) bzw. (A.1) ein zusätzlicher Relaxationsterm durch die Diffusion in einem räumlich veränderlichen Magnetfeld eingeführt wird (Bloch-Torrey-Gleichungen [Tor56]). Der Diffusionsgewichtungsfaktor b hängt vom zeitlichen Verlauf des diffusionsgewichtenden Gradienten ab⁴ und berechnet sich zu

$$b(t) = \gamma^2 \int_0^t \left(\int_0^{t'} G_D(t'') dt'' \right)^2 dt' \quad . \quad (4.3)$$

Diese Integration lässt sich für jede Form des Diffusionsgradienten $G_D(t)$ zumindest numerisch ausführen. Für das Beispiel in Abb. 4.3 mit der Gradientenamplitude G , der Anstiegszeit ε , der Einschaltdauer δ und dem zeitlichen Abstand Δ zwischen den beiden Teilgradienten kann sie auch analytisch erfolgen und liefert bei der Integration über den gesamten dargestellten Bereich nach längerer, aber elementarer Rechnung

$$b = \gamma^2 G^2 [\delta^2(\Delta - \delta/3) - \delta\varepsilon^2/6 + \varepsilon^3/30] \quad . \quad (4.4)$$

Nimmt man dann für mindestens zwei verschiedene Diffusionswichtungen mit ansonsten unveränderter MRT-Sequenz Bilddaten derselben Region auf, lässt sich aus dem Vergleich der Signalmagnituden S für jeden Bildpunkt der scheinbare Diffusionskoeffizient ADC bestimmen:

$$ADC := \frac{\ln [S(b = 0)/S(b)]}{b} \quad . \quad (4.5)$$

Gl. (4.5) gilt für zwei verschiedene Diffusionswichtungen; bei mehr als zwei Aufnahmen mit Diffusionswichtungen b_i kann der ADC als Parameter des an die Messdaten $S(b_i)$ angepassten Fitmodells $S = S(b_0 = 0) \exp(-b_i \cdot ADC)$ bestimmt werden.

Mit der in Gl. (4.2) gemachten Annahme wäre nach den Gln. (4.2) und (4.5) der ADC identisch mit D . Auf die Erweiterung dieses Modells wird in Kap. 6 dieser Arbeit näher eingegangen.

Der Einfluss der longitudinalen Relaxationsrate $1/T_1$ (Kap. 2.3.1) auf die ADC -Messung kann dadurch minimiert werden, dass die Datenpunkte der Vergleichsbilder im k -Raum (Kap. 3) zunächst nacheinander für unterschiedliche Diffusionswichtungen aufgenommen werden, bevor zur nächsten k -Raum-Position übergegangen wird („interleaved acquisition“).

Abb. 4.4 zeigt die mit der soeben beschriebenen Methode aufgenommene ADC -Karte eines einseitig lungentransplantierten Patienten [Ott04]. Sowohl der Unterschied zwischen dem gesunden, transplantierten linken Lungenflügel (nach radiologischer Konvention auf der rechten Bildseite) und dem verbliebenen geschädigten Flügel auf der linken Seite, als auch die Trachea mit, wegen der hier vorliegenden freien Diffusion, hohen ADC -Werten sind deutlich zu erkennen.

⁴Da auch die Bildgebungsgradienten in einer nicht explizit diffusionsgewichteten MRT-Sequenz eine gewisse Diffusionswichtung bewirken, stellt die ausschließliche Berücksichtigung des expliziten Diffusionsgewichtungsgradienten eine Näherung dar.

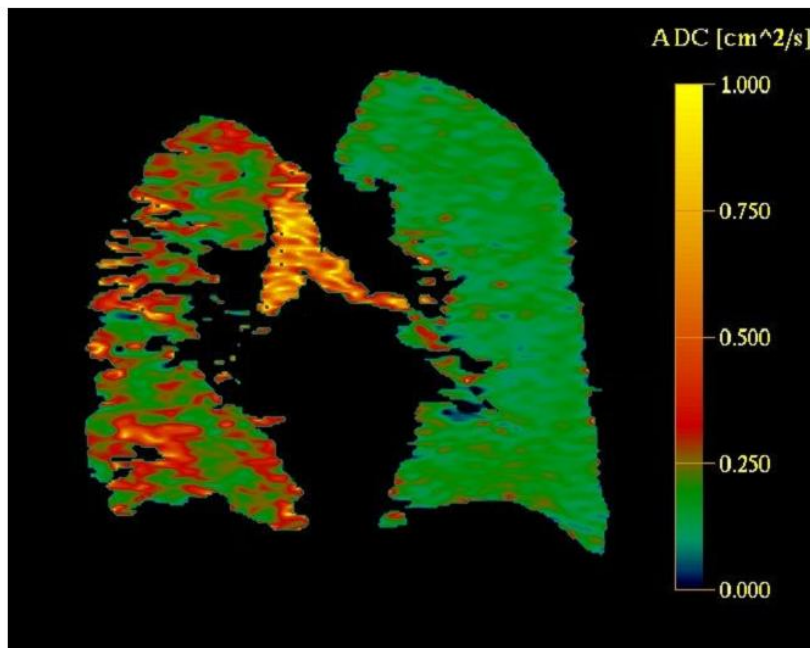


Abbildung 4.4: Die farbcodierte diffusionsgewichtete ^3He -MR-Aufnahme der Lunge eines einseitig lungentransplantierten Patienten. Der transplantierte gesunde Lungenflügel auf der rechten Seite zeigt eine homogene Verteilung von niedrigen Diffusionskoeffizienten ($\text{ADC} \approx 0.2 \text{ cm}^2/\text{s}$), während im verbliebenen geschädigten Flügel auf der linken Seite höhere und deutlich stärker schwankende Werte ermittelt werden (Quelle: Universitätsklinik Mainz).

Bisher wurde nur die Diffusionsgewichtung in festen Raumrichtungen betrachtet. Da jedoch in komplexen Strukturen wie z. B. der Lunge in jeder Richtung Gefäße verlaufen, die die Diffusion einschränken und deren Lage nicht mit der Richtung der Magnetfeldgradienten korreliert, ist zur vollständigen Beschreibung einer diffusionseinschränkenden Struktur die Erfassung eines Diffusionstensors mit sechs unabhängigen Einträgen erforderlich. Da sich diese Einträge jedoch durch die Kombination von Einzelmessungen mit Magnetfeldgradienten in verschiedenen Raumrichtungen messen lassen, bleibt die weitere Diskussion der grundlegenden Problemstellungen der Diffusionsmessung im Rahmen dieser Arbeit (Kap. 6) auf die skalare Diffusionskonstante beschränkt; für die vollständigere Betrachtung des Diffusionstensors sei auf die entsprechende Literatur verwiesen: [Bas94], [Pri97], [Bih01], [Sch05], [Mor06a] sowie die dazugehörige Dissertation [Mor06b].

4.2 Die sauerstoffsensitive Bildgebung

Die durch den Paramagnetismus des O₂-Moleküls bedingte longitudinale Relaxationsrate (Kap. 2.3.1) von hyperpolarisiertem ³He in Abhängigkeit von der Sauerstoff-Moleküldichte n_{O_2} beträgt nach [Saa95]

$$1/T_1^{(\text{O}_2)} = 0.45 n_{\text{O}_2} \left(\frac{299 \text{ K}}{T} \right)^{0.42} \text{ s}^{-1} / \text{amagat} \quad . \quad (4.6)$$

Ein amagat ist die Teilchendichte eines idealen Gases bei einer Temperatur von 0°C und einem Druck von 1 atm und entspricht demnach 44.6 mol/m³. Daher gilt

$$\boxed{1/T_1^{(\text{O}_2)} = 0.45 \frac{p_{\text{O}_2}}{1.013 \text{ bar}} \frac{273 \text{ K}}{T} \left(\frac{299 \text{ K}}{T} \right)^{0.42} \text{ s}^{-1}} \quad , \quad (4.7)$$

wobei p_{O_2} den Sauerstoff-Partialdruck der Umgebung bezeichnet. Bei Körpertemperatur ist dann

$$1/T_1^{(\text{O}_2)} \approx \frac{p_{\text{O}_2}}{2.6 \text{ bar} \cdot \text{s}} \quad . \quad (4.8)$$

Neben dieser Relaxationsrate, entsprechend dem Term $1/T_1^{(\text{P})}$ in Gl. (2.19), sind in der Lunge folgende Ursachen für den zeitlichen Signalverlust relevant:

- Die (geringe) Oberflächenrelaxation im Lungengewebe nach Gl. (2.21). Deren Zeitkonstante beträgt z. B. in der weitgehend sauerstofffreien Lunge eines toten Schweins etwa 4 min [Den00b].
- Die Destruktivität der MR-Messung durch Einstrahlung von Hochfrequenzpulsen (Kap. 3.1.2). Da diese i. d. R. regelmäßig erfolgt, kann man auch den hieraus resultierenden Signalverlust als longitudinale Relaxation auffassen.

In [Den99], [Den00a] sowie der dazugehörigen Dissertation [Den00b] ist ausführlich geschildert, wie sich durch Vergleichsmessungen zweier MR-Bildserien mit unterschiedlich gewählten HF-Anregungsraten und/oder -amplituden die durch den Sauerstoff-Partialdruck bedingte Signalabnahme von den anderen erwähnten Relaxationseffekten separieren und damit der Sauerstoff-Partialdruck in der Lunge und dessen zeitliche Änderung orts aufgelöst bestimmen lassen. Dabei sind zwei verschiedene Vorgehensweisen möglich:

- Bei der sog. „Doppelakquisition“ werden die beiden Sätze von Vergleichsbildern bei *zwei* aufeinander folgenden Atemzügen mit jeweils unterschiedlichen HF-Anregungsraten *oder* Amplituden akquiriert.
- Bei der „Einfachakquisition“ genügt durch Variation *sowohl* der HF-Anregungsrate *als auch* der Amplitude *ein* Atemzug zur Erfassung beider Serien von Vergleichsbildern [Den00b], [Den02].

Beide Methoden haben gewisse Vor- und Nachteile: Bei der Einfachakquisition wird im Vergleich zur Doppelakquisition weniger ³He (Rohpreis: derzeit ca. 100 ... 150 Euro pro Standardliter) benötigt und die Empfindlichkeit auf einen reproduzierbaren Einatemvorgang ist geringer. Allerdings erfordert das Einfachakquisitionsverfahren eine längere Luftanhaltephase, die insbesondere von lungenkranken Patienten nicht immer eingehalten werden kann. Außerdem hat sich die Doppelakquisition bei der Bestimmung der Sauerstoff-Abnahmerate durch Aufnahme des Atemsauerstoffs in das Blut als die genauere Methode herausgestellt [Den00b].

Kapitel 5

Niederfeldtomographie mit hyperpolarisiertem ^3He

Die meisten MR-Aufnahmen mit hyperpolarisierten Gasen als Kontrastmittel werden noch immer an herkömmlichen Magnetresonanztomographen durchgeführt, da diese an vielen Kliniken vorhanden sind. Diese Geräte wurden im Wesentlichen für die Aufnahme von Protonenbildern bei Boltzmann-Polarisation (Gl. (2.16)) entwickelt. Um eine möglichst hohe Boltzmann-Polarisation der Protonen zu erzeugen, die in diesem Fall als Faktor in die Magnetisierung (Gl. (2.10)) und damit in die MR-Signalamplitude eingeht (Gl. (3.35)), benötigen diese Geräte ein relativ hohes Führungsmagnetfeld B_0 . Deutlich unterhalb von 0.1 T sind bei Protonenaufnahmen keine befriedigenden Ergebnisse mehr zu erwarten, typisch sind 1.5 T oder mehr. Daher sind Ganzkörpertomographen i. d. R. als supraleitende Magnete ausgelegt.

Bei der Bildgebung mit hyperpolarisierten Gasen ist man dagegen nicht auf ein hohes Führungsfeld angewiesen, da die Polarisation und damit die Magnetisierung des bildgebenden Mediums *a priori* vorliegt, d. h. allein durch den vorhergehenden Polarisationsprozess (Kap. 2.2.1) und minimierbare Transportverluste (Kap. 2.3.1) gegeben ist. Dies erlaubt die Entwicklung kostengünstiger und evtl. mobiler Tomographiemagnete mit erweitertem Anwendungsbereich, wie sie in Kap. 7 dieser Arbeit diskutiert werden.

Zunächst sollen allerdings einige Überlegungen zum Signal-zu-Rausch-Verhältnis bei MR-Aufnahmen angestellt werden, wobei insbesondere auf die Abhängigkeit von B_0 eingegangen wird. Danach werden die Ergebnisse von in vivo ^3He -MRT-Experimenten bei $B_0 = 0.1$ T beschrieben. Am Ende dieses Kapitels sowie in Kap. 6 folgen dann einige grundlegende Untersuchungen zur methodischen Weiterentwicklung der ^3He -MRT der Lunge, bevor in den Kapiteln 7 und 8 die technischen Weiterentwicklungen im Rahmen dieser Dissertation vorgestellt werden.

5.1 Signal und Rauschen bei der MRT

Befindet sich die Empfängerspule im thermischen Gleichgewicht mit der abzubildenden Probe, beträgt das Signal-zu-Rausch-Verhältnis SNR bei der Magnetresonanztomographie in zwei Dimensionen (Kap. 3.2) und ohne explizite Diffusionswichtung (Kap. 4.1.2) nach [Vig03a]

$$SNR \approx \frac{M \Delta V \omega_0 B_1' \sin \alpha \sqrt{N_W N_x N_y} 10^{\alpha/20} e^{-T_E/T_2^{(spez)}}}{\sqrt{k_B T P BW}} \quad (5.1)$$

Dabei sind M die Magnetisierung im Voxelvolumen¹ ΔV , ω_0 die Larmorfrequenz nach Gl. (3.4), B'_1 die *effektive* transversale Magnetfeldamplitude gemäß den Gln. (3.9) bzw. (3.17), die die Anregungs- und Empfangsspule bei einer elektrischen Leistung P erzeugt², α der Klappwinkel (Kap. 3.1.2), N_W die Zahl der Wiederholungen bei mehrmaliger Akquirierung derselben Daten, N_x bzw. N_y die Zahl der Phasenkodierschritte bzw. Auslesezeitintervalle (Kap. 3.3), a der Signal-Rauschabstand der elektronischen Verstärkungs-/Signalverarbeitungskette in Dezibel, T_E die Echozeit, $T_2^{(\text{spez})}$ die sequenzspezifische transversale Relaxationszeit, die für die meisten Sequenztypen gleich der T_2^* -Zeit aus Gl. (2.23) ist, k_B die Boltzmann-Konstante, T die gemeinsame Temperatur von Spule und Probe (z. B. $T = 310$ K bei Körpertemperatur) und BW die Bandbreite der Signalauslese, die sich nach den Gln. (3.54) und (3.57) zu

$$BW := |\gamma| G_y FOV_y = 1/\Delta t_y = N_y/\tau_y \quad (5.2)$$

berechnet.

Bemerkenswert an Gl. (5.1) ist, dass es sich dabei um eine vollständige Näherungsformel ohne weitere Proportionalitätskonstanten handelt, deren theoretische Vorhersagen in [Bri03] bei Magnetfeldern B_0 von 1.5 T und 0.1 T experimentell bestätigt wurden. Sie berücksichtigt die beiden wichtigsten Rauschquellen bei der in vivo MRT: das sog. „Patientenrauschen“ durch fluktuierende Ladungen im Körper der untersuchten Person und das intrinsische „Spulenrauschen“ der HF-Spule. Bei der ³He-MRT der menschlichen Lunge erwartet man nach [Dur01] bei $B_0 \approx 2$ mT gleiche Beiträge dieser beiden Quellen zur gesamten Rauschamplitude. Bei höheren Magnetfeldern dominiert der Rauschbeitrag durch das Patientenrauschen und es gilt

$$\frac{B_1}{\sqrt{P}} \propto \frac{1}{\omega_0} \quad . \quad (5.3)$$

Die Proportionalitätskonstante in Gl. (5.3) beinhaltet spezifische Spuleneigenschaften. Daher lässt sich Gl. (5.1) in vereinfachter Form allgemein nur noch als Proportionalitätsbeziehung angeben:

$$SNR_{B_0 \gg 2 \text{ mT}} \propto M \Delta V \sin \alpha \sqrt{\frac{N_W N_x N_y}{T BW}} 10^{a/20} e^{-T_E/T_2^{(\text{spez})}} \quad . \quad (5.4)$$

Bei sehr niedrigen Magnetfeldern dominiert das intrinsische Spulenrauschen und es gilt

$$\frac{B_1}{\sqrt{P}} \propto \frac{1}{\sqrt[3]{\omega_0}} \quad , \quad (5.5)$$

was mit der absoluten Spulentemperatur T_S zu der Relation

$$SNR_{B_0 \ll 2 \text{ mT}} \propto M \Delta V \omega_0^{3/4} \sin \alpha \sqrt{\frac{N_W N_x N_y}{T_S BW}} 10^{a/20} e^{-T_E/T_2^{(\text{spez})}} \quad (5.6)$$

¹Bei der MRT spricht man von einem „Voxel“ als dreidimensionalem Analogon eines Bildpixels.

²Die Verwendung einer zirkular polarisierten anstatt einer linear polarisierten Empfängerspule steigert das SNR um den Faktor $\sqrt{2}$, da sich bei gleichem B_1 in Gl. (5.1) B'_1 und P jeweils verdoppeln [Haa99], S. 851/855.

führt. In diesem Bereich niedrigster Führungsmagnetfelder kann das SNR durch Kühlen der Empfängerspule gesteigert werden, bis das Patientenrauschen wieder relevant wird.

Bei hyperpolarisierten Gasen ist, wie bereits eingangs dieses Kapitels erwähnt, die Magnetisierung M der Probe nach Gl. (2.10) proportional zur erreichten Hyperpolarisation P und insbesondere unabhängig vom Magnetfeld B_0 . Da andererseits B_0 gemäß Gl. (3.4) über die Larmorfrequenz ω_0 in Gl. (5.6) eingeht, ist das SNR bei sehr niedrigen Feldern proportional zu $B_0^{3/4}$. Diese direkte Feldabhängigkeit des SNR verschwindet bei moderaten und hohen Führungsfeldern nach Gl. (5.4).

Bei Boltzmann-polarisierten Medien ist die Magnetisierung nach Gl. (2.14) proportional zum Führungsmagnetfeld, was in beiden diskutierten Fällen die Feldabhängigkeit des SNR um eine Potenz von B_0 steigert.

Die bezüglich der Feldabhängigkeit des SNR hergeleiteten Zusammenhänge sollen anhand von Tab. 5.1 verdeutlicht werden.

	$B_0 \ll 2 \text{ mT}$	$B_0 \gg 2 \text{ mT}$
Boltzmann-Polarisation	$SNR \propto B_0^{7/4}$	$SNR \propto B_0$
Hyperpolarisation	$SNR \propto B_0^{3/4}$	$SNR(B_0) = \text{const.}$

Tabelle 5.1: Die Feldabhängigkeit des SNR in unterschiedlichen Magnetfeldbereichen für Boltzmann-polarisierte und hyperpolarisierte Medien.

Darüber hinaus gibt es verschiedene Faktoren, die von B_0 abhängen und das SNR ebenfalls beeinflussen

- Der Klappwinkel α ist bei der Bildgebung mit hyperpolarisierten Gasen nach Gl. (3.18) umso geringer zu wählen, je höher die Zahl der HF-Anregungen ist. Zum Beispiel kann bei einer MRT-Sequenz mit 128 HF-Anregungen und einem Klappwinkel von 5° bei der letzten Anregung noch $(\cos 5^\circ)^{127} = 62\%$ der Anfangsmagnetisierung abgerufen werden. Sollen zur Erstellung einer dreidimensionalen Abbildung 16 Schichten akquiriert werden, müsste man den Klappwinkel auf 2° reduzieren, um bei der letzten HF-Anregung noch $(\cos 2^\circ)^{16 \cdot 127} = 29\%$ der Magnetisierung zur Verfügung zu haben³. Dies entspräche nach Gl. (5.1) allerdings einer Reduktion des SNR in der gesamten Aufnahme um den Faktor $\sin 5^\circ / \sin 2^\circ = 2.5$.

Daher sind bei der Bildgebung mit hyperpolarisierten Gasen Mehrfachecho-Sequenzen wie die in Kap. 3.2.4 beschriebenen EPI- oder RARE-Sequenzen⁴ erstrebenswert. Diese erfordern nur wenige destruktive HF-Anregungen und erlauben daher höhere Klappwinkel, verlangen allerdings lange transversale Relaxationszeiten T_2^* . Diese sind bevorzugt bei niedrigen Magnetfeldern erreichbar, denn bei der MRT mit hyperpolarisierten Gasen ist T_2^* durch $T_2^{(G)}$ in Gl. (2.23) und durch die Signalabnahme gemäß Gl. (2.24) limitiert. Liegt kein absichtlich geschalteter Magnetfeldgradient an ($1/T_2^{(\text{Seq})} = 0$) und ist das Hauptmagnetfeld B_0 hinreichend homogen ($1/T_2^{(B)} \approx 0$), sind beide Beiträge durch Änderungen der magnetischen Suszeptibilität χ bestimmt und damit im Exponenten proportional zu B_0 (Gl. (2.23)) bzw. zu B_0^2 (Gl. (2.24)), denn

³Die longitudinale Relaxationszeit T_1 nach Gl. (2.19) kann hier als lang gegenüber der Dauer der Bildgebung angenommen werden.

⁴In Bezug auf RARE-Sequenzen ist zu beachten, dass Klappwinkel von 180° bzw. π keine Signalabnahme, sondern lediglich eine Invertierung der Magnetisierung hervorrufen, da $\cos 180^\circ = -1$.

$$\frac{1}{T_2^{(\chi)}} \propto \Delta\omega \propto \gamma \Delta B_G \quad . \quad (5.7)$$

B_G ist die magnetische Flussdichte im Gewebe und berechnet sich zu

$$B_G = \mu_G B_0 = (1 + \chi_G) B_0 \quad (5.8)$$

mit der relativen Permeabilität μ_G und der magnetischen Suszeptibilität χ_G des Gewebes (vgl. Gl. (7.26)). Dann ist

$$\Delta B_G = \Delta\chi_G B_0 \quad (5.9)$$

und $1/T_2^{(\chi)}$ bei fester Suszeptibilitätsdifferenz zwischen Lungengewebe und Hohlräumen nach Gl. (5.7) proportional zu B_0 .

Nach [Won99] und [Par05] gilt im stationären Fall, d. h. ohne Berücksichtigung von Gl. (2.24)

$$\frac{1}{T_2^{(\chi)}} = \frac{\gamma \Delta\chi_G B_0}{2} \quad . \quad (5.10)$$

Ebenso sind suszeptibilitätsbedingte Magnetfeldgradienten G in Gl. (2.24) proportional zu B_0 .

- Die direkte exponentielle Abhängigkeit des SNR von T_2^* bzw. $T_2^{(\text{spez})}$ in Gl. (5.1) spielt eine große Rolle, wenn T_E nicht viel kleiner als T_2^* ist. In Abb. 3.3 ist der Beitrag dieses Exponentialterms zum SNR als gepunktete Linie dargestellt.

Außerdem führt eine schärfere Ortsauflösung bei 2D- oder Schichtaufnahmen unweigerlich zu einer Reduktion des SNR , denn nach den Gln. (5.1) und (5.2) ist

$$\begin{aligned} SNR &\propto \Delta V \sqrt{\frac{N_x N_y}{BW}} = \frac{V}{N_x N_y N_z} \sqrt{N_x \tau_y} = \\ &= \frac{V}{N_y N_z} \sqrt{\frac{\tau_y}{N_x}} = \Delta y \Delta z \sqrt{\tau_y FOV_x \Delta x} \propto \Delta z \sqrt{\tau_y (\Delta x)^3} \quad , \end{aligned} \quad (5.11)$$

wobei der letzte Schritt nur bei konstantem Gesichtsfeld in Phasenkodierichtung FOV_x und isotroper Ortsauflösung in der Phasen-Frequenzkodierebene ($\Delta x = \Delta y$) gilt.

Bei 3D-Sequenzen können mit hyperpolarisiertem ^3He unter bestimmten Bedingungen trotz der höheren erforderlichen Anzahl von HF-Anregungen sogar größere SNR als bei 2D-Schichtaufnahmen erzielt werden, weil auch die Schichtselektionsgradienten (Abb. 3.3) unter dem Einfluss der Diffusion nach Kap. (4.1.2) zu einem Signalverlust führen [Wil04]. Im dreidimensionalen Fall ist das SNR außerdem um einen intrinsischen Faktor $\sqrt{N_z}$ gegenüber Gl. (5.1) erhöht [Haa99]; Gl. (5.11) bleibt jedoch auch in diesem Fall gültig.

5.2 Experimentelle ^3He -MRT bei 0.1 T

Einige Aspekte der ^3He -MR-Niederfeldtomographie wurden in Zusammenarbeit mit Mitarbeitern der Gruppen U2R2M der Université Paris XI, Orsay und des Laboratoire Kastler Brossel der Ecole Normale Supérieure Paris untersucht. Dazu wurde in Mainz hyperpolarisiertes ^3He (Kap. 2.2.2) per Bahn nach Orsay transportiert und dort mit einem normal leitenden 0.1 T-Ganzkörpertomographen [Vig03a] Untersuchungen an gesunden Probanden durchgeführt. Wie bereits in Kap. 5.1 beschrieben, ist bei Magnetfeldern dieser Größenordnung bei der ^3He -MRT das SNR nicht unmittelbar von B_0 abhängig.

Sowohl die morphologische Bildgebung als auch die drei in Kap. 4 erwähnten funktionellen Bildgebungstechniken wurden unter Verwendung von 2D-Gradientenecho-Sequenzen ähnlich Abb. 3.3 erfolgreich angewandt. Die Ergebnisse werden nun der Reihe nach beschrieben.

- Bei der morphologischen Bildgebung (Schichtdicke: 10 mm, $T_E = 15$ ms, $T_R = 31$ ms) wurde das Gesichtsfeld von $FOV_x = FOV_y = 420$ mm mit einer Matrix von maximal 256×256 Bildpunkten abgedeckt, was in einer ebenen räumlichen Auflösung von $(1.64 \text{ mm})^2$ resultierte (Abb. 5.1). Die gesamte Aufnahmezeit betrug $256 \cdot T_R = 8$ s. Die Bandbreite BW war 16 kHz, der Klappwinkel α lag bei 6.4° und der ^3He -Bolus betrug 490 ml bei einer Polarisation von etwa 30 %. Dieser Wert, der jedoch vor Ort nicht absolut gemessen werden konnte, sondern aus der Anfangspolarisation und Gl. (2.18) abgeschätzt werden musste, liegt nach den theoretischen Vorhersagen in [Gro96] am unteren Ende des für die ^3He -MRT nutzbaren Bereichs (Kap. 2.2). Trotzdem genügte die Polarisation auch bei dieser hohen Ortsauflösung noch für ein ausreichendes SNR (vgl. Gl. (5.11)).

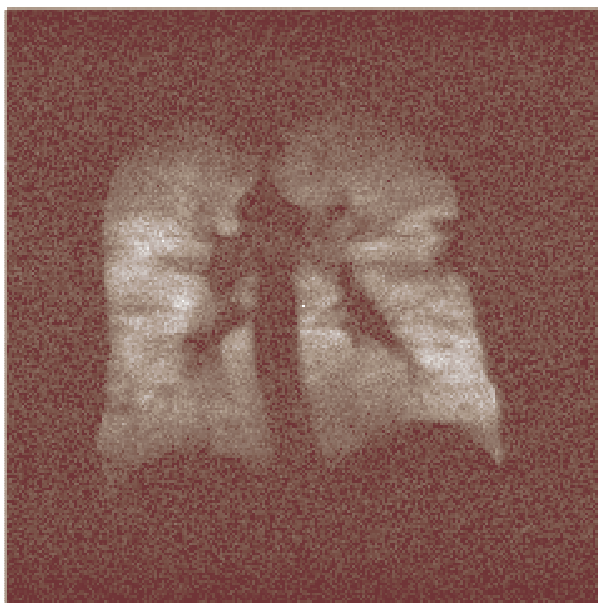


Abbildung 5.1: Die Lunge eines gesunden Probanden, mit der ^3He -MRT bei 0.1 T aufgenommen. Die ebene Auflösung beträgt $(1.64 \text{ mm})^2$ bei einer Schichtdicke von 10 mm; der hohe Rauschanteil ist auf die hohe Ortsauflösung sowie die nach heutigen Maßstäben relativ geringe ^3He -Polarisation zurückzuführen.

- Die zeitaufgelöste Bildgebung erfolgte mit Projektionsaufnahmen bei einem Gesichtsfeld von $(400 \text{ mm})^2$ und einer ebenen räumlichen Auflösung von $(6.25 \text{ mm})^2$, entsprechend jeweils 64 Auslesezeitintervallen und Phasenkodierschritten. Von den 64 Phasenkodierschritten wurden allerdings nur 36 tatsächlich ausgeführt, um die Bildgebung zu beschleunigen. Der Rest des k -Raums wurde mit Nullen aufgefüllt⁵. Die Rechtfertigung dieser Methode wird in Kap. 3.3.1 und Anhang B dieser Arbeit erläutert. Aus der Repetitionszeit T_R von 12 ms (Echozeit $T_E = 5 \text{ ms}$) ergibt sich dann die Zeitauflösung von etwa $36 \cdot T_R \approx 400 \text{ ms}$. Innerhalb von 11 s konnten so 27 Einzelbilder akquiriert werden. Die Bandbreite betrug 64 kHz und der Klappwinkel lag bei 3° .

Abb. 5.2 zeigt den relevanten Abschnitt dieser Serie, die bei einem gesunden Probanden mit einem ^3He -Bolus von 275 ml aufgenommen wurde. Er besteht aus zwei Atemzyklen, beginnend mit einem Einatemvorgang. Beim Beginn des Einatmens im ersten Bild befindet sich der He-Bolus noch ausschließlich in der Trachea. Danach kann man von links nach rechts die allmähliche Vergrößerung der Lunge während des Einatmens beobachten. Die zeitliche Signalabnahme resultiert einerseits aus der longitudinalen Relaxation durch den in der Lunge vorhandenen Restsauerstoff (Kap. 4.2), andererseits aus dem während der zweiten Zeile der Bildfolge einsetzenden Ausatemvorgang mit sich verkleinernder Lunge. Aufgrund des zu schwachen Signals in der Trachea ist dessen Beginn zeitlich nicht exakt festlegbar. Beim einmaligen Ausatmen wird nicht das gesamte Helium aus der Lunge abgeatmet. In der dritten Zeile der Bildfolge beginnt der zweite Einatemvorgang; das zweite Ausatmen in der letzten Zeile ist nicht mehr vollständig erfasst.

Zur Beobachtung des Einströmens des Heliums in die Bronchien ist die gewählte Zeitauflösung nicht ausreichend. Dies ist jedoch keine grundsätzliche Limitierung durch die B_0 -Feldstärke, sondern eher auf die eingeschränkte Leistungsfähigkeit der verwendeten Hardware, insbesondere des Gradientensystems zurückzuführen.

⁵Dies entspricht der Abdeckung etwas mehr als der Hälfte des k -Raums, sodass die vollständige Erfassung der im k -Raum-Zentrum befindlichen wesentlichsten Bildinformationen sichergestellt ist (Kap. 3.3).

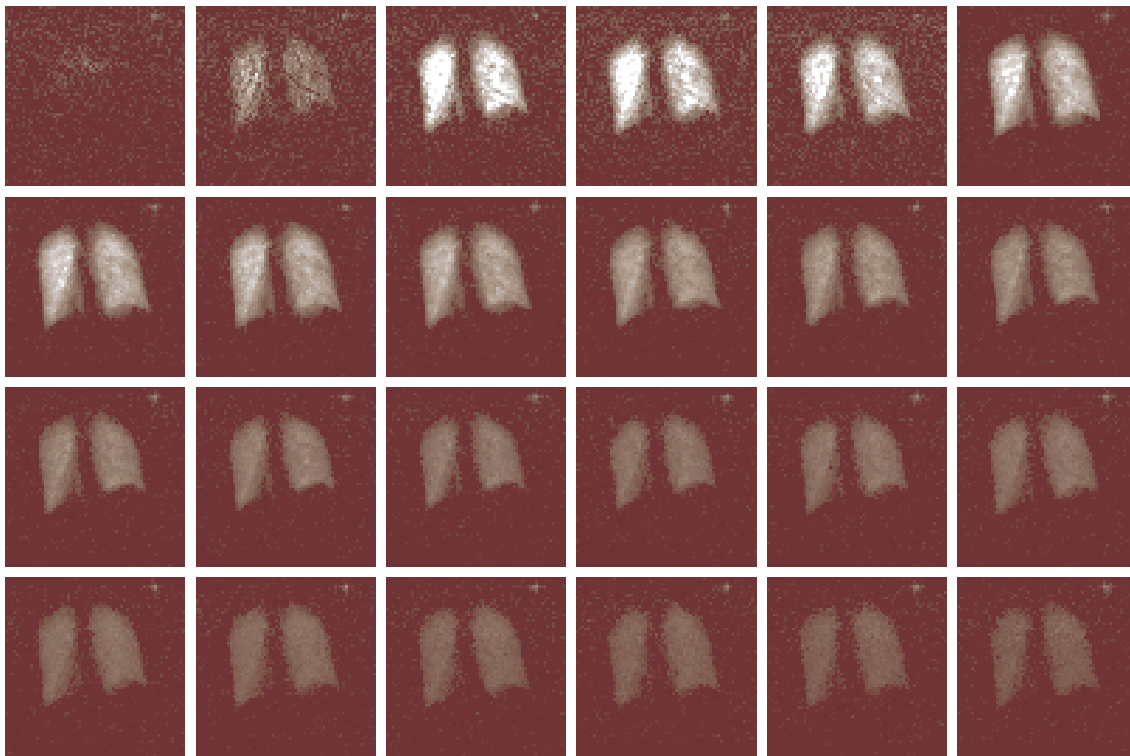


Abbildung 5.2: Zwei Atemzyklen von insgesamt etwa 10 s mit einer zeitlichen Auflösung von ca. 400 ms. Die Daten wurden mittels ^3He -MRT bei 0.1 T gewonnen.

- Bei der diffusionsgewichteten Bildgebung nach der in Kap. 4.1 beschriebenen Methode in Abb. 5.3 wurde mit einer Schichtdicke von 20 mm und einem Gesichtsfeld von $(320 \text{ mm})^2$ gearbeitet, das durch 64 Auslesezeitintervalle sowie 36 ausgeführte und wie bei der zeitaufgelösten Bildgebung auf 64 ergänzte Phasenkodierschritte in $(5 \text{ mm})^2$ große Pixel unterteilt wurde. Die übrigen Sequenzparameter lauten: $\alpha = 7^\circ$, $BW = 4 \text{ kHz}$, $T_E = 27 \text{ ms}$ und $T_R = 42 \text{ ms}$, woraus sich pro Diffusionswichtung eine Aufnahmezeit von 1.5 s ergibt.

Die Diffusionsgewichtung erfolgte ähnlich zum standardisierten PHIL-ADC-Protokoll [PHI00] mit einer Diffusionswichtung von $b = 4 \text{ s/cm}^2$ entlang der Körperachse. Der mittlere ADC in Abb. 5.3 entspricht mit $0.15 \text{ cm}^2/\text{s}$ innerhalb einer Standardabweichung von $0.04 \text{ cm}^2/\text{s}$ den bei $B_0 = 1.5 \text{ T}$ und $b = 3.89 \text{ s/cm}^2$ an der Universitätsklinik Mainz gewonnenen Werten in gesunden Lungen von $0.17 \text{ cm}^2/\text{s}$ [Mor05]. Auch in Abb. 5.3 ist eine recht homogene Verteilung der ADC-Werte in der gesunden Lunge zu erkennen. Für die Analyse in Abb. 5.3 wurden nur Bildpunkte herangezogen, die im ungewichteten Referenzbild mindestens 25 % der maximalen Signalmagnitude aufwiesen.

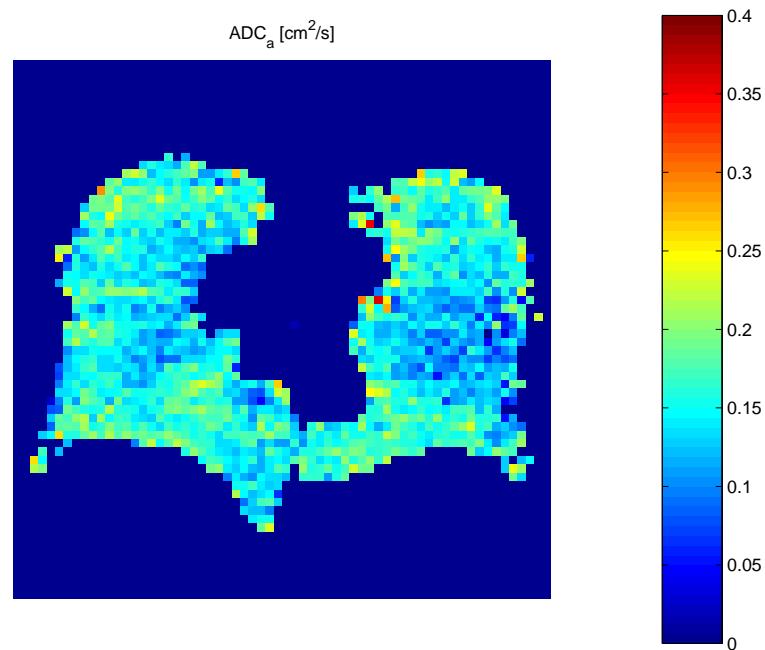


Abbildung 5.3: Darstellung der eingeschränkten Diffusion in der Lunge eines gesunden Probanden als ADC-Karte mit einer Diffusionswichtung entlang der Körperachse von $b = 4 \text{ s/cm}^2$. Die Daten wurden bei $B_0 = 0.1 \text{ T}$ mit hyperpolarisiertem ^3He gewonnen.

- Zur Bestimmung des Sauerstoff-Partialdrucks in der Lunge unmittelbar nach dem Einatmen wurde eine Serie von Projektionsaufnahmen mit der Einfachakquisitionstechnik (Kap. 4.2) aufgenommen. Die beiden Klappwinkel betragen 2.5° bzw. 5° bei Wartezeiten zwischen den HF-Anregungen von 3 s bzw. 0.5 s. Die Akquisition von jeweils sieben Bildern erforderte demnach eine Luftanhaltephase von 21 s (weitere Sequenzparameter: $BW = 64$ kHz, $T_E = 5$ ms und $T_R = 12$ ms). Die Ortsauflösung in der Ebene und das Gesichtsfeld der in Abb. 5.4 dargestellten Ergebnisse entsprechen den Werten in Abb. 5.3.

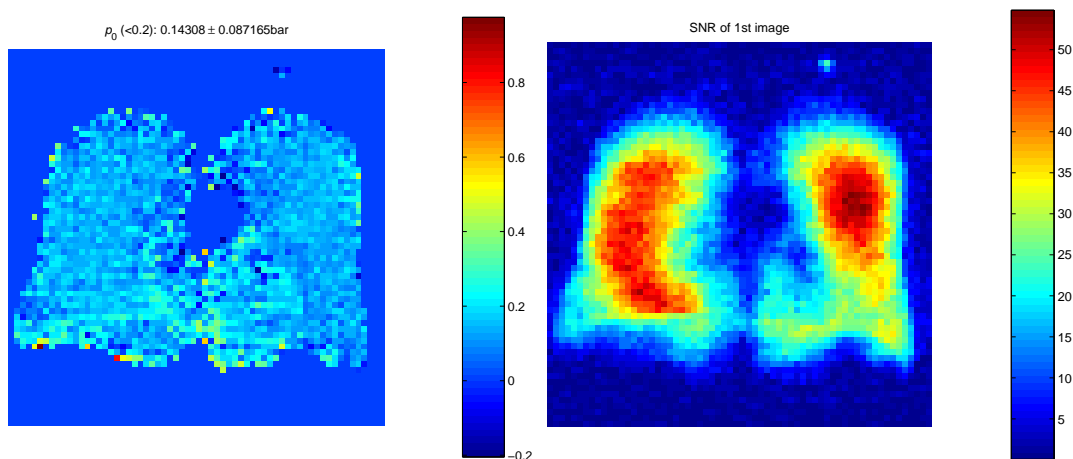


Abbildung 5.4: Der Sauerstoff-Partialdruck in der Lunge eines gesunden Probanden unmittelbar nach dem Einatmen (links) und das SNR im ersten Bild der Serie (rechts).

Man erwartet für p_{O_2} Werte etwas unterhalb des Sauerstoff-Partialdrucks der Umgebung von etwa 0.2 bar, da die Lunge Sauerstoff aufnimmt und außerdem das Atemgasgemisch durch den Helium-Bolus verdünnt ist. Die Messung bestätigt dies mit einem Mittelwert von 0.14 bar bei einer Standardabweichung von 0.09 bar. Im linken Teil der Abb. 5.4 ist zu erkennen, dass die gesunde Lunge gleichmäßig vom Sauerstoff der Atemluft gefüllt wird. Die Auswerteschwelle liegt hier bei 15 % der maximalen Signalmagnitude im ersten Bild.

Die p_{O_2} -Abnahmerate konnte mit der verwendeten Einfachakquisitionstechnik nicht mit befriedigender Genauigkeit bestimmt werden.

Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis im rechten Teil der Abb. 5.4 bezieht sich auf das erste Bild der Serie. Naturgemäß ist es bei der hier erfolgten Projektionsaufnahme in zentralen Lungenarealen wegen der größeren Höhe der Lunge besonders hoch. Die Analyse fordert ein SNR von mindestens 15 ... 30 im ersten Bild, was außer in den peripheren Lungenbereichen durchgehend erfüllt ist.

Bei der Auswertung der beiden letztgenannten Verfahren wurde jeweils die in [Den00b] beschriebene Rauschkorrektur vorgenommen. Sie erfolgte in Zusammenarbeit mit P. B. vom Max-Planck-Institut für Polymerforschung in Mainz mit dem Programm MATLAB [MAT03].

Wegen der inzwischen weiterentwickelten Polarisations- und Transporttechnologie [Wol04], [Sch04a] kann davon ausgegangen werden, dass diese Ende des Jahres 2002 gewonnenen Ergebnisse angesichts der erfolgreichen Durchführung auch der funktionellen Bildgebungsverfahren allein schon durch höhere ^3He -Polarisationsgrade inzwischen in ihrer Qualität übertroffen werden könnten. Leider sind eine Wiederholung dieser Experimente mit höheren ^3He -Polarisationsgraden sowie eine Veröffentlichung der Ergebnisse in Fachzeitschriften derzeit aufgrund der geänderten medizinrechtlichen Situation in Frankreich nicht möglich.

5.3 Möglichkeiten der ^3He -MRT bei Magnetfeldern unterhalb von 0.1 T

Die bei den in Kap. 5.2 beschriebenen Messungen erzielten Resultate sind vergleichbar mit Ergebnissen, die bei höheren Magnetfeldern erreicht wurden. Daher ermutigen sie zu einer weiterführenden Untersuchung der ^3He -MRT, insbesondere auch der funktionellen Bildgebungstechniken, auch bei noch niedrigeren Magnetfeldern. Unterhalb von 0.1 T lassen sich die benötigten Führungsfelder mit der Ausdehnung des menschlichen Körpers mithilfe normal leitender Spulen oder durch Permanentmagnete besonders ökonomisch realisieren (Kap. 7).

Eine ausführliche Diskussion der ^3He -Bildgebung bei 0.1 T im Vergleich zu der bei konventionellen 1.5 T findet sich in [Vig03a]. Bei weniger anspruchsvollen Fragestellungen haben sich allerdings auch noch geringere Führungsfelder bereits als ausreichend erwiesen. Darauf wird nun näher eingegangen.

5.3.1 Die Bildgebung bei weniger als 10 mT

Die *funktionelle* ^3He -Bildgebung bei Magnetfeldern unterhalb von 10 mT beschränkt sich noch auf globale oder eindimensionale Diffusionsstudien, bei denen die effektive transversale Relaxationszeit $T_2^{(\text{CPMG})}$ nach Gl. (3.31) in CPMG-Sequenzen untersucht wurde [Bid03]. Bei 3 mT wurden in vivo $T_2^{(\text{CPMG})}$ -Zeiten von über 10 s gemessen, wobei allerdings bereits Signalverluste durch andere Relaxationsmechanismen limitierend wirkten.

$T_2^{(\text{CPMG})}$ wurde in der menschlichen Lunge außerdem zu etwa 10 s bei 0.1 T und bei 1.5 T zu etwa 0.1 s bestimmt, abhängig von der Lungenfüllung und der damit einhergehenden unterschiedlichen Aufweitung des Lungengewebes [Vig03b]. So lässt sich die unterschiedlich stark eingeschränkte Diffusion des ^3He unter dem Einfluss von Magnetfeldgradienten untersuchen (Kap. 4.1). Die Resultate belegen allerdings auch die Steigerung der Phasenkohärenzzeiten bei niedrigen Magnetfeldern.

Die *morphologische* ^3He -Lungenbildgebung ist in vivo von verschiedenen Gruppen bei sehr niedrigen Magnetfeldern erfolgreich durchgeführt worden. In [Bid04] wird von der Bildgebung mit RARE-Sequenzen (Kap. 3.2.4) an einem aufrecht stehenden 3 mT-Tomographen berichtet, während in [Mai05] herkömmliche FLASH-Sequenzen (Kap. 3.2.3) bei 3.8 mT zum Einsatz kamen. An dem in [Mai05] beschriebenen Tomographen wurde zudem die Aufnahmeposition zwischen liegender und stehender Ausrichtung variiert, was zur Untersuchung der Physiologie der Atmung interessante Möglichkeiten bietet. Bei konventionellen solenoidartigen Hochfeld-Ganzkörper-tomographen ist man hierbei auf die unnatürliche liegende Haltung festgelegt.

Abb. 5.5 zeigt die Projektionsaufnahme der Lunge eines gesunden Probanden, die bei 3 mT mit einer RARE-Sequenz (Wiederholung der π -Pulse alle 12 ms) erstellt wurde [Bid04]. Die dabei verwendete ^3He -Polarisation könnte heute deutlich übertroffen werden, was eine bessere Aufnahmequalität erwarten ließe.

Für die in vivo Bildgebung mit RARE-Sequenzen sind niedrige Magnetfelder besonders vorteilhaft, weil dann die HF-Energiedeposition im Körper durch die wiederholten π -Pulse, die bei Magnetfeldern über 0.1 T durchaus relevant ist, an Bedeutung verliert [Dur02]. Dies kann anhand von Gl. (3.14) nachvollzogen werden:

Je größer der gewünschte Klappwinkel α ist (maximal π), desto länger muss das transversale HF-Anregungsfeld B'_1 im mit der Anregungsfrequenz ω_{HF} rotierenden Koordinatensystem wirken bzw. desto größer muss die Amplitude von B'_1 sein. Nach Gl. (3.4) ist außerdem $\omega_{\text{HF}} \approx \omega_0$ proportional zu B_0 und die pro Volumeneinheit absorbierte HF-Energie wächst quadratisch mit der Frequenz [Haa99]. Insgesamt ist also die HF-Energiedeposition bei hohen Magnetfeldern und großen Klappwinkeln maximal. [Bid03] gibt hierfür eine zulässige Grenze von 4 W pro Kilogramm Körpermasse an.

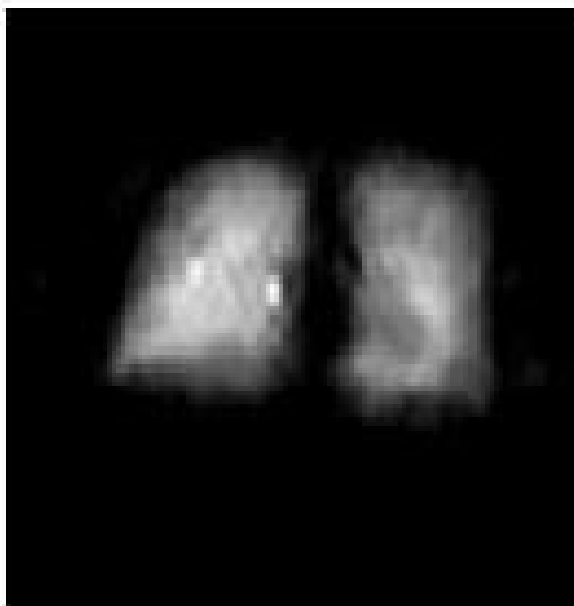


Abbildung 5.5: Projektionsaufnahme der Lunge eines gesunden Probanden, die mit einer RARE-Sequenz bei $B_0 = 3 \text{ mT}$ erstellt wurde (aus [Bid04]).

Allerdings kann bei RARE-Sequenzen die Aufnahmezeit in sehr niedrigen Magnetfeldern nach unten begrenzt sein, weil die π -Pulse bei kleinem B_0 und damit einhergehender geringer zulässiger B_1 -Amplitude nach Gl. (3.14) eine gewisse Zeit in Anspruch nehmen. Dies soll anhand einer kurzen Beispielrechnung demonstriert werden:

Erfolgen die wiederholten schichtselektiven π -Pulse mit einer sinc-Modulation, die jeweils eine Seitenschwingung beinhaltet, gilt $\nu_M = 3/t_{\text{HF}}$ (Kap. 3.2.2). Bei $B_0 = 10 \text{ mT}$ und $B_1 = B_0/100$ würde dann bei resonanter, linear polarisierter Einstrahlung nach den Gln. (3.28), (3.17) und (3.14) jeder π -Puls für ^3He etwa $t_{\text{HF}} = 1.7 \text{ ms}$ dauern.

Die gesamte Aufnahmezeit beträgt bei der RARE-Sequenz mehr als $N_x \cdot t_{\text{HF}}$. Führt diese Limitierung bei entsprechend gewählten Parametern zu längeren Aufnahmezeiten als gewünscht, bietet sich als Alternative die EPI-Sequenz an, wie sie in Kap. 3.2.4 ebenfalls beschrieben wurde. Sie kommt ohne π -Pulse aus und ist daher schneller als RARE, erfordert aber bei vollständiger k -Raum-Abdeckung sehr lange T_2^* -Zeiten, was die erreichbare Ortsauflösung (z. B. bei $B_0 = 1.5 \text{ T}$ auf etwa 5 mm [Sal01b]) nach unten beschränkt.

5.3.2 Design von HF-Spulen für unterschiedliche Magnetfeldstärken

Bei der MR-Bildgebung wird oftmals zum Senden und Empfangen dieselbe Spule verwendet. Sie stellt einen elektrischen Schwingkreis für die nach Gl. (3.4) magnetfeldabhängige Resonanzfrequenz $\nu_0 = |\gamma| B_0$ dar. Bei $B_0 = 0.1 \text{ T}$ beträgt diese demnach 3.24 MHz für ^3He und 4.26 MHz für Protonen. Durch die Verwendung doppelt resonanter Spulen können simultan Bilddaten von beiden signalgebenden Kernen gewonnen werden, falls das Führungsmagnetfeld groß genug ist, um eine ausreichende Boltzmann-Polarisation der Protonen zu erzeugen. Diese Einschränkung schließt die aus Gründen der anatomischen Orientierung interessante simultane ^3He -Protonen-MRT der Lunge bei Magnetfeldern deutlich unterhalb von 0.1 T aus.

Durch parallele Bildgebungstechniken mit mehreren HF-Spulen kann durch jeweils nur teilweise erfolgende k -Raum-Akquirierung unter Vermeidung von Artefakten die Bildgebung beschleunigt werden.

Der Gütefaktor Q eines Resonators lässt sich für große Q in guter Näherung zu

$$Q \approx \frac{\nu_0}{\Delta\nu} \quad (5.12)$$

berechnen, wobei $\Delta\nu$ die volle Halbwertsbreite der Leistungsresonanzkurve des Resonators bezeichnet. Die Resonatorgüte beeinflusst unmittelbar das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der MR-Aufnahme, weil bei hoher Güte Q , entsprechend einer geringen Resonanzbreite $\Delta\nu$ in Gl. (5.12), Rauschanteile bei Frequenzen weit entfernt von ν_0 stärker unterdrückt werden. Daraus resultiert ein höherer Signal-Rauschabstand a in Gl. (5.1).

Andererseits darf die Resonanzbreite nicht zu klein gewählt werden, damit sie deutlich größer ist als die Bandbreite BW der Frequenzen, die bei der räumlichen Frequenzkodierung (Kap. 3.2 und Gl. (5.2)) auftreten und somit die Frequenzen am Rand des empfangenen Spektrums nicht zu stark unterdrückt werden⁶. Diese Bedingung ist besonders bei niedrigen Magnetfeldern und damit niedrigen Resonanzfrequenzen ν_0 kritisch (Gl. (5.12)).

Gl. (5.1) sagt außerdem aus, dass die Bandbreite BW möglichst klein gewählt werden sollte, damit das SNR möglichst groß wird. Abb. 5.6 verdeutlicht dies: Sie zeigt zwei Aufnahmen derselben Schicht einer gesunden Lunge, die bei 0.1 T mit unterschiedlichen Bandbreiten bei ansonsten identischen Sequenzparametern aufgenommen wurden. Der Klappwinkel α lag bei 9° , die Schichtdicke der 2D-Sequenz betrug 10 mm und das ebene Gesichtsfeld $(420 \text{ mm})^2$ bei einer Matrix von 128^2 Bildpunkten, was einer räumlichen Auflösung von $(3.3 \text{ mm})^2$ entspricht. Der ^3He -Bolus betrug jeweils etwa 310 ml bei identischer Polarisation.

Da jedoch eine geringere Bandbreite wegen Gl. (5.2) eine längere Aufnahmezeit erfordert, wurde bei der kleineren Bandbreite von 8 kHz im linken Bild bei einer Echozeit T_E von 14 ms mit einer Repetitionszeit T_R von 30 ms gearbeitet, während bei der höheren Bandbreite von 32 kHz im rechten Bild bei einer Echozeit von 8 ms eine Repetitionszeit von 18 ms erreicht werden konnte. Die gesamten Aufnahmezeiten betragen demnach 3.8 ms bei $BW = 8 \text{ kHz}$ und 2.3 ms bei $BW = 32 \text{ kHz}$. Gilt in beiden Fällen $T_2^* \gg T_E$, sollte laut Gl. (5.1) das SNR im linken Bild doppelt so groß sein wie rechts. Diese Erwartung wird durch den höheren Rauschanteil im rechten Bild qualitativ bestätigt. Die Wahl der Bandbreite stellt also einen Kompromiss zwischen Aufnahmezeit und Bildqualität dar. Geringe Bandbreiten und entsprechend lange Auslesezeiten erfordern wiederum lange Phasenkohärenzzeiten T_2^* , wobei [Cal93a] eine optimale Signalauslesezeit von $\tau_y = \pi \cdot T_2^*$ angibt, was nach den Gln. (5.2) und (3.20) der Bedingung $BW = N_y \cdot \delta\nu$ entspricht. Darin liegt ein Potential für die Steigerung des SNR bei der MR-Bildgebung durch die Verwendung niedriger Magnetfelder mit daraus resultierenden gesteigerten Phasenkohärenzzeiten. Da allerdings die gesamte Aufnahmezeit bei konventionellen Gradientenecho-Sequenzen in der Größenordnung von $N_x \cdot \tau_y$ liegt, bringen T_2^* -Zeiten von mehreren Sekunden, wie sie bei sehr niedrigen Magnetfeldern gemessen wurden (Kap. 5.3.1), bei einer angestrebten schnellen Bildgebung mit diesen Sequenztypen keine Vorteile mehr.

Ein weiterer wichtiger Aspekt bei der Entwicklung von MR-Spulen ist die Homogenität des transversalen Magnetfelds. Insbesondere Spinecho-Sequenzen wie RARE oder CPMG erfordern eine Variation der B_1 -Amplitude im Anregungsvolumen, die maximal einige Prozent betragen darf. Dies ist notwendig, um z. B. im gesamten abgebildeten Volumen möglichst exakt refokussierende π -Pulse erzeugen

⁶Da der Gütefaktor und die Resonanzfrequenz von der Beladung des Resonators abhängen, muss dieser für jeden neuen Patienten durch seriell und parallel zur Resonatorspule geschaltete, regelbare Kapazitäten neu abgestimmt werden.

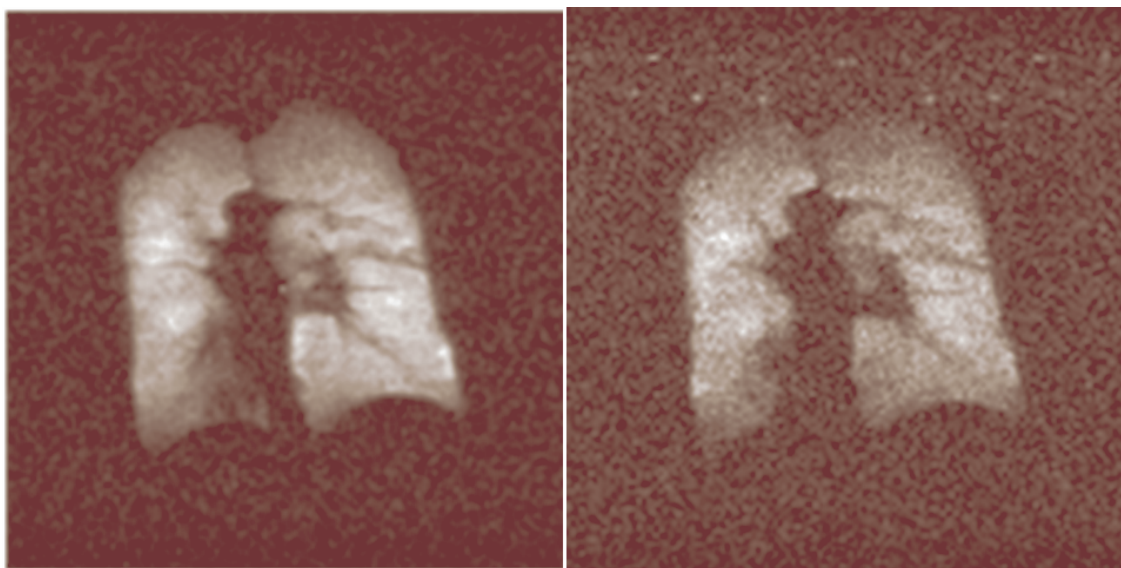


Abbildung 5.6: Zwei Aufnahmen derselben Schicht einer gesunden Lunge, bei einer Bandbreite von 8 kHz (links) und 32 kHz (rechts) und ansonsten identischen Bildgebungsparametern aufgenommen.

zu können. Dabei sind bei niedrigen Magnetfeldern und damit Resonanzfrequenzen die Anforderungen an die Resonanzeigenschaften der Spulen moderater, sodass beim Design mehr Spielraum zur Optimierung der B_1 -Homogenität bleibt. Gl. (3.19) gibt ein Beispiel für die Auslegung einer Spule zur Erzeugung eines möglichst homogenen transversalen Magnetfelds. Eine umfangreiche Einführung in das Design von in vivo MRT-Spulen gibt [Haa00].

5.3.3 Der Einfluss der magnetischen Feldstärke auf die räumliche und zeitliche Auflösung

Aus der Tatsache, dass die maximale Magnetfeldvariation durch Bildgebungsgradienten bei der MRT maximal einige Prozent des Hauptmagnetfelds B_0 betragen darf sowie aus den Gln. (3.54) bis (3.57) folgt, dass bei konstantem Gesichtsfeld FOV niedrige B_0 -Felder ungeeignet sind, um mit herkömmlichen Bildgebungssequenzen gleichzeitig höchste räumliche und zeitliche Auflösungen zu erzielen.

Möchte man etwa ein FOV von 32 cm in beiden Raumrichtungen in jeweils 256 Pixel unterteilen – was einer ebenen räumlichen Auflösung von 1.25 mm entspricht – und bedient man sich zwecks zeitsparender Akquirierung nur etwas mehr als des halben k -Raums in Phasenkodierrichtung, wie in Kap. 5.2 geschildert (z. B. $N_x = 144$), so benötigt man bei maximalen Gradienten von 1 mT/m nach Gl. (3.57) und mit $\tau_x = \tau_y/2$ mehr als $3/2 N_x \cdot \tau_y = 5.3$ s Aufnahmezeit für ein Bild. Diese Betrachtung geht von einer Gradientenecho-Sequenz wie in Abb. 3.3, allerdings mit gleichzeitiger Frequenz- und Phasenkodierung, und von ^3He als bildgebendem Kern aus. Während einer Atemhaltephase von etwas über 20 s wären damit maximal vier Schichtbilder akquirierbar. Bei einer gewünschten maximalen Variation des Gesamtmagnetfelds durch die Bildgebungsgradienten von 1 % würde dazu ein Führungsmagnetfeld von mindestens 32 mT benötigt.

Daher bieten sich insbesondere bei niedrigen Magnetfeldern schnelle Multiecho-Sequenzen wie RARE und EPI an, um die Bildgebung zu beschleunigen, die von den langen Phasenkohärenzzeiten T_2^* bei niedrigen Feldern profitieren (Kap. 5.3.1).

5.3.4 Der Einfluss parasitärer Magnetfeldgradienten

Wie bereits in Kap. 4.1 beschrieben, führt insbesondere bei der MR-Bildgebung mit hyperpolarisierten Gasen die schnelle Diffusionsbewegung der Atome in räumlich veränderlichen Magnetfeldern zu Signalverlusten. Im Vergleich zur Diffusion von Protonen in Wasser bzw. Körperflüssigkeiten ist die ^3He -Diffusionskonstante nach Gl. (4.1) in der Lunge um vier bis fünf Größenordnungen größer. Bei wohldefinierten Magnetfeldgradienten kann man sich diesen Effekt zunutze machen, um den Diffusionskoeffizienten zu messen (Kap. 4.1.2). Unter dem Einfluss parasitärer Gradienten, die z. B. durch Sprünge der magnetischen Suszeptibilität im Körper entstehen, führt er allerdings zu unerwünschten Artefakten. Die Stärke dieser Gradienten nimmt mit steigendem Führungsmagnetfeld B_0 zu (Gl. (5.9)). Für $B_0 = 0.5$ T und $B_0 = 1.5$ T wird die Magnetfeldabhängigkeit solcher Suszeptibilitätseffekte bei der ^3He -MRT der menschlichen Lunge in [Sal05] diskutiert. Bei Spiralsequenzen zeigt sich ein deutlich steilerer Anstieg des Signals am scharfen Übergang vom Bauchraum durch das Zwerchfell in die Lunge im niedrigeren Magnetfeld. Wegen der kurzen T_2^* -Zeiten von 25 ... 30 ms bei 1.5 T wurden „interleaved-spiral“-Sequenzen verwendet, bei denen die k -Raum-Abtastung unvollständig erfolgt. Die zum Vergleich herangezogenen Gradientenecho-Sequenzen erwiesen sich als weniger empfindlich gegen die beschriebenen Suszeptibilitätseffekte.

In Zusammenarbeit mit der Boehringer Ingelheim Pharma GmbH & Co. KG wird im Rahmen einer laufenden Dissertation in unserer Arbeitsgruppe die in vivo ^3He -MRT der Lunge von Laborratten weiterentwickelt [Rud06]. Für ausreichende SNR ist man bei der Protonenbildgebung an kleinen Versuchstieren wegen der gewünschten hohen Ortsauflösung, korrespondierend mit geringen Voxelvolumina, auf hohe Magnetfelder angewiesen (Gl. (5.1)). Bei der ^3He -MRT haben sich hohe Magnetfelder allerdings als störend erwiesen, sodass in Zusammenarbeit mit der Bruker BioSpin GmbH ein ursprünglich für $B_0 = 4.7$ T ausgelegter Kleintiertomograph auf 1/10 seines Ursprungsfelds umgerüstet wurde, um für die ^3He -MRT von Rattenlungen bei der Firma Boehringer eingesetzt zu werden. Abb. 5.7 zeigt zwei Vergleichsbilder von Rattenlungen, die mit ähnlichen Gradientenecho-Sequenzen mittels der ^3He -MRT aufgenommen wurden. Das linke Bild entstand bei $B_0 = 4.7$ T, das rechte bei 0.47 T.

Man erkennt in Abb. 5.7 deutliche Signalauslöschungen in der Nähe der großen Blutgefäße bei der Hochfeldaufnahme, die auf die Magnetisierbarkeit des Bluts aufgrund seiner magnetischen Suszeptibilität zurückgeführt werden, da sie bei der Niederfeldaufnahme fast vollständig verschwinden.

Ähnliche Signalauslöschungen beschreibt auch [Saa99] bei der Verwendung von EPI-Sequenzen bei 1.5 T.

In [Vig05] wird berichtet, dass bei 1.5 T durch die Injektion von Lösungen mit entsprechend entgegengesetzter magnetischer Suszeptibilität in das Blut von Ratten die gradientenabhängige $T_2^{(\text{CPMG})}$ -Zeit (Gl. (3.31)) um den Faktor drei gesteigert werden kann.

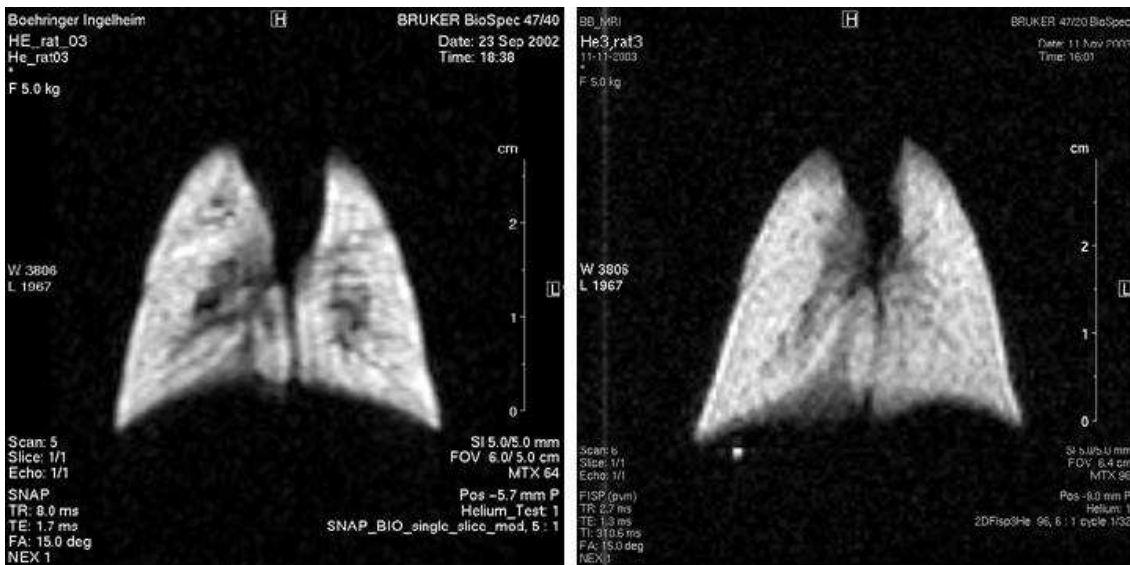


Abbildung 5.7: *In vivo* MRT-Aufnahmen von Rattenlungen, mit ^3He bei 4.7 T (links) bzw. 0.47 T (rechts) aufgenommen. Die Aufnahme bei niedrigerem Magnetfeld zeigt bei einer höheren Ortsauflösung zusätzlich einen geringeren Einfluss von Suszeptibilitätsartefakten.

Da es sich in Abb. 5.7 um Aufnahmen verschiedener Tiere bei unterschiedlichen Sequenzen handelt, können Suszeptibilitätsartefakte nicht mit Sicherheit als alleinige Ursache der Unterschiede identifiziert werden. Daher haben die in Kap. 6.3 dieser Arbeit vorgestellten Monte-Carlo-Studien unter anderem auch eine Klärung dieser Fragestellung zum Ziel.

Jedenfalls wurde für die weiteren *in vivo* MRT-Studien mit ^3He bei der Firma Boehringer an dem niedrigeren Führungsmagnetfeld festgehalten, weil bei der morphologischen Bildgebung bessere Ergebnisse als im hohen Feld erzielt wurden und auch die angestrebte diffusionsgewichtete Bildgebung in zufriedenstellender Qualität durchgeführt werden konnte [Rud06].

Kapitel 6

Systematische Studien zur diffusionsgewichteten Bildgebung

Die Messung des scheinbaren Diffusionskoeffizienten ADC von kernspinpolarisiertem ^3He (Kap. 4.1) hat sich als geeignete Methode erwiesen, um Schädigungen der Mikrostruktur der menschlichen Lunge, die mittels morphologischer MRT nicht auflösbar ist, qualitativ zu untersuchen. Die Reproduzierbarkeit bei Messungen am Menschen wurde auf einem Genauigkeitsniveau im unteren Prozentbereich gezeigt [Mor05], jedoch bedarf die quantitative Analyse der Abhängigkeit der ADC -Werte von den Dimensionen der auftretenden Gefäßgrößen einer genaueren Betrachtung, um daraus auf den Schädigungsgrad des Gewebes schließen zu können.

Theoretische Ansätze hierzu werden im folgenden Abschnitt diskutiert, bevor in Kap. 6.2 auf entsprechende Referenzexperimente sowie in Kap. 6.3 auf weiterführende Studien im Rahmen dieser Arbeit eingegangen wird.

6.1 Die ADC -Abhängigkeit von der Gefäßgröße

Die zu erwartende Signalamplitude bei der diffusionsgewichteten MRT unter dem Einfluss der Selbstdiffusion innerhalb einschränkender Strukturen kann unter bestimmten Voraussetzungen rechnerisch bestimmt werden [Neu74]. Aus dem Vergleich der Signalamplituden bei unterschiedlich starken Diffusionswichtungen kann dann mithilfe von Gl. (4.5) der zu erwartende ADC als Funktion der Größe der einschränkenden Strukturen bestimmt werden. Dabei wird von einer Diffusionsgewichtung durch ein Spinecho analog zu [Ste65a] (π -Puls zwischen zwei unipolaren, rechteckförmigen Gradienten) ausgegangen. Dies ist äquivalent zu einem Gradientenecho nach einem bipolaren Gradientenpaar mit vernachlässigbaren Anstiegszeiten $\varepsilon \rightarrow 0$ gemäß Abb. 4.3.

[Neu74] diskutiert drei verschiedene Arten einschränkender Geometrien: ebene Grenzflächen, Hohlkugeln und Hohlzylinder.

Die theoretische Echoamplitude S beträgt nach dem Einwirken eines entsprechenden Diffusionsgradienten der Amplitude G mit einem gemäß Gl. (4.3) definierten Diffusionsgewichtungsfaktor b bei parallelen, ebenen Grenzflächen, die sich in Richtung des Diffusionsgradienten mit einem Abstand l gegenüberstehen, für $\delta \ll \Delta$ (Abb. 4.3) nach [Tan68]

$$\frac{S(b)}{S(b=0)} = \frac{2[1 - \cos(\gamma G \delta l)]}{(\gamma G \delta l)^2} + 4(\gamma G \delta l)^2 \sum_{m=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{m^2 \pi^2 \Delta D_0}{l^2}\right) \frac{1 - (-1)^m \cos(\gamma G \delta l)}{[(\gamma G \delta l)^2 - (m\pi)^2]^2} \quad (6.1)$$

mit dem gyromagnetischen Verhältnis γ und der freien Selbstdiffusionskonstante D_0 des beobachteten Kerns.

Sind $J_n(x)$ bzw. $J'_n(x)$ die Bessel'schen Funktionen n -ter Ordnung erster Gattung bzw. deren erste Ableitung, gilt für Hohlkugeln mit Radius r für beliebige δ und Δ nach [Mur68]

$$\begin{aligned} \ln [S(b=0)/S(b)] &= \\ &= 2\gamma^2 G^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2[D_0 \alpha_m^2 \delta - 1 + \exp(-D_0 \alpha_m^2 \delta) + \exp(-D_0 \alpha_m^2 \Delta)] - \exp(D_0 \alpha_m^2 (\delta - \Delta)) - \exp(-D_0 \alpha_m^2 (\delta + \Delta))}{D_0^2 \alpha_m^6 (\alpha_m^2 r^2 - 2)} \end{aligned} \quad (6.2)$$

mit $\alpha_m \neq 0$ und $\alpha_m r J'_{3/2}(\alpha_m r) = \frac{1}{2} J_{3/2}(\alpha_m r) \iff (\frac{2}{\alpha_m r} - \alpha_m r) J_{1/2}(\alpha_m r) = 2J_{-1/2}(\alpha_m r)$ und für lange¹ Hohlzylinder mit Radius r die formal sehr ähnliche Beziehung [Neu74]

$$\begin{aligned} \ln [S(b=0)/S(b)] &= \\ &= 2\gamma^2 G^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2[D_0 \beta_m^2 \delta - 1 + \exp(-D_0 \beta_m^2 \delta) + \exp(-D_0 \beta_m^2 \Delta)] - \exp(D_0 \beta_m^2 (\delta - \Delta)) - \exp(-D_0 \beta_m^2 (\delta + \Delta))}{D_0^2 \beta_m^6 (\beta_m^2 r^2 - 1)} \end{aligned} \quad (6.3)$$

mit $J'_1(\beta_m r) = 0 \iff \beta_m r J_0(\beta_m r) = J_1(\beta_m r)$. Dabei liegt der Diffusionsgradient G senkrecht zur Zylinderachse an.

In dem Fall, dass die mittlere Zeit zwischen zwei Wandstößen (Kap. 4.1.1) viel länger ist als die Diffusionszeit Δ , liegt freie Diffusion vor und die Lösungsformeln (6.1), (6.2) und (6.3) vereinfachen sich zu dem aus den Gln. (4.2) und (4.4) zu kombinierenden Resultat für freie Diffusion mit $D = D_0$ und $\varepsilon = 0$:

$$\ln [S(b=0)/S(b)] \approx \gamma^2 G^2 \delta^2 \Delta D_0 \quad . \quad (6.4)$$

Dabei wurde nun auch für den sphärischen und den zylindrischen Fall $\delta \ll \Delta$ angenommen [Neu74]. Bei freier Diffusion spielen also wie erwartet Form und Größe der äußeren Struktur keine Rolle mehr.

Für den Fall sehr langer Diffusionszeiten Δ (stark eingeschränkte Diffusion) gelten jeweils unterschiedliche, von der freien Diffusionskonstante D_0 unabhängige Näherungen für die verschiedenen Geometrien: für ebene Grenzflächen mit Abstand l [Tan68]

$$\frac{S(b)}{S(b=0)} \approx \frac{2[1 - \cos(\gamma G \delta l)]}{(\gamma G \delta l)^2} \quad , \quad (6.5)$$

für Hohlkugeln mit Radius r [Neu74]

$$\ln [S(b=0)/S(b)] \approx \gamma^2 G^2 \delta^2 r^2 / 5 \quad (6.6)$$

¹„Lang“ bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die diffundierenden Teilchen innerhalb der Beobachtungszeit im Mittel nicht die Zylinderenden erreichen; für das Verhältnis der Zylinderlänge zu dessen Radius bedeutet dies keine Einschränkung.

und für lange Hohlzylinder mit Radius r analog zu Gl. (6.6)

$$\ln [S(b=0)/S(b)] \approx \gamma^2 G^2 \delta^2 r^2 / 4 \quad . \quad (6.7)$$

Bei einer Diffusionsgradientenkomponente G' in *freier* Diffusionsrichtung, d. h. parallel zu den ebenen Grenzflächen bzw. zur Zylinderachse kommt in den Gln. (6.1) und (6.5) bzw. (6.3) gemäß den Gln. (6.4) bzw. (4.4) (mit $\varepsilon = 0$) noch der Faktor $\exp(-\gamma^2 G'^2 \delta^2 \Delta D_0)$ bzw. der Summand $-\gamma^2 G'^2 \delta^2 (\Delta - \delta/3) D_0$ hinzu. In Gl. (6.7) muss der Summand $-\gamma^2 G'^2 \delta^2 \Delta D_0$ ergänzt werden. G bezeichnet auf der rechten Seite der Gln. (6.1), (6.3), (6.5) und (6.7) dann nur die *transversale* Komponente des Diffusionsgradienten [Tan68]; links ist G jeweils durch $\left| \vec{G} \right|$ zu ersetzen.

Der in den Gln. (6.1), (6.2) und (6.3) beschriebene allgemeine Fall ist bei Diffusionszeiten Δ in der Größenordnung des zeitlichen Abstands zweier Wandstöße insofern nur eine Näherung, als die angenommene gaußförmige Phasenverteilung der einzelnen diffundierenden magnetischen Momente nur für die beiden diskutierten Grenzfälle kurzer bzw. langer Diffusionszeiten gilt [Neu74].

[Yab02] erweitert das Modell für gestreckte Hohlzylinder aus Gl. (6.3) auf den Fall trapezförmiger Diffusionsgradienten, ebenfalls mit der Annahme einer gaußförmigen Phasenverteilung:

$$\ln [S(b=0)/S(b)] = \frac{4\gamma^2 G^2 \delta}{D_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q\left(D_0(\delta + \varepsilon)\beta_m^2, \frac{\Delta}{\delta + \varepsilon}, \frac{\varepsilon}{\delta + \varepsilon}\right)}{\beta_m^4 (\beta_m^2 r^2 - 1)} \quad (6.8)$$

mit den gemäß Abb. 4.3 definierten Zeitkonstanten. Dabei gilt weiterhin die Definition der β_m aus Gl. (6.3) sowie mit den Ersetzungen der Argumente der Funktion Q durch $a_m := D_0(\delta + \varepsilon)\beta_m^2$, $\eta := \frac{\Delta}{\delta + \varepsilon}$ und $c := \frac{\varepsilon}{\delta + \varepsilon}$

$$Q(a_m, \eta, c) := \quad (6.9)$$

$$= 1 - \frac{4c}{3} + \frac{2}{a_m^3 c^2} \left((1 - a_m c - e^{-a_m c}) + 2 \sinh^2\left(\frac{a_m c}{2}\right) [e^{(a_m c - a_m)} - 2e^{-a_m \eta} \sinh^2\left(\frac{a_m - a_m c}{2}\right)] \right).$$

In allen hier diskutierten Fällen hängt der *ADC*-Wert nach Gl. (4.5) im Gegensatz zur freien Diffusion (Gl. (4.2)) wegen des expliziten Auftretens der Zeitparameter δ , Δ und ε in den Gln. (6.1) bis (6.8) vom b -Wert ab, jedoch wegen $b \propto G^2$ (Gl. (4.3)) bei Hohlkugeln, Hohlzylindern und ebenen Grenzflächen mit großem Abstand (Gln. (6.2) bis (6.4) und (6.6) bis (6.8)) *nicht* von der Gradientenamplitude G . Dies führt zu einer Abhängigkeit des *ADC*-Werts von b bei *ADC*-Messungen gemäß Gl. (4.5) in *allen* einschränkenden Strukturen, wenn der b -Wert durch eine Variation der *Zeitparameter* δ bzw. Δ verändert wird. Bei einer Variation ausschließlich der *Gradientenamplituden* entfällt diese Abhängigkeit in den beschriebenen Spezialfällen.

Außerdem ist zu erwähnen, dass die Summen in den Gln. (6.2), (6.3) und (6.8) wegen der hohen Potenzen, in denen α_m bzw. β_m in den jeweiligen Nennern vorkommen, schnell konvergieren². In Gl. (6.1) sind wegen des Auftretens von $-m^2$ in der Exponentialfunktion ebenfalls meist nur einige wenige Summanden zu berücksichtigen.

² $\alpha_m r \approx 2.08, 5.94, 9.21, \dots, m\pi$; $\beta_m r \approx 1.84, 5.33, 8.54, \dots, m\pi$.

6.1.1 ADC-Werte bei gemischten Gefäßorientierungen

Man geht davon aus, dass zum ^3He -Signal in der Lunge hauptsächlich die Azini beitragen, da sie etwa 95 % des Atemgases beinhalten [Yab02]. Diese Strukturen lassen sich näherungsweise durch ein System von weitgehend hierarchisch³ verzweigten Hohlzylindern mit Radii r' beschreiben, an deren Mantelflächen sich dünnwandige (Wandstärke: 5 ... 8 μm [Lue03]) Alveolen mit der Form von Kugelsegmenten befinden, die den wirksamen Radius auf r erweitern [Yab02], [Con06], vgl. Abb. 6.1. Dadurch wird die aktive Oberfläche zum Atemgasaustausch mit dem Blut gegenüber einem glatten Hohlzylinder gleichen Durchmessers stark vergrößert.

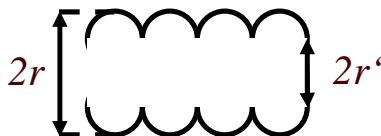


Abbildung 6.1: Einfaches Modell eines Azinus, dessen Radius durch die auf der Mantelfläche eines Hohlzylinders mit Radius r' befindlichen Alveolen effektiv auf r erweitert ist.

Der innere Radius r' verkleinert sich in der gesunden menschlichen Lunge von etwa 0.25 mm in der ersten Generation der Azini auf etwa 0.15 mm in den letzten Generationen, während der Gesamtradius r konstant etwa 0.35 mm beträgt [Hae88]. Bei emphysematischen Veränderungen der Lungenstruktur blähen sich die Alveolen auf, sodass sich die Azini in ihrer geometrischen Beschaffenheit reinen Hohlzylindern annähern ($r' \rightarrow r$). Außerdem wächst dadurch der Azinusradius r an [Yab02]. Diese Veränderungen können mittels ADC-Messungen festgestellt werden.

Da Strukturen dieser Größe bei der MRT der Lunge jedoch räumlich nicht aufgelöst werden, ergibt sich das Signal in jedem Bildpixel nach diesem Modell als Mischung aus Signalen von Hohlzylindern verschiedener Orientierungen. [Yab02] gibt an, wie man das zu erwartende Signal bei einem bestimmten Diffusionsgewichtungsfaktor b nach Gl. (4.3) in Abhängigkeit von der Verteilung der Azimutwinkel θ der einzelnen Zylinderachsen relativ zur Richtung des Diffusionsgradienten bestimmen kann. Berücksichtigt man die unterschiedlichen ADC-Werte ADC_L und ADC_T longitudinal bzw. transversal zur Zylinderachse, so gilt

$$ADC(\theta) = ADC_L \cos^2(\theta) + ADC_T \sin^2(\theta) \quad . \quad (6.10)$$

Angesichts der üblichen Voxelvolumina in der Größenordnung von einigen hundert mm^3 ist es gerechtfertigt, als Näherung eine isotrope Winkelverteilung in drei Dimensionen anzunehmen, d. h. $dN(\Omega)/d\Omega = \text{const.}$ Mit der entsprechenden, im Bereich von 0 bis π auf eins normierten Verteilung⁴ der Azimutwinkel $dN(\theta)/d\theta = (\sin \theta)/2$ erhält man

$$\frac{S(b)}{S(b=0)} = e^{-b \cdot ADC_T} \sqrt{\frac{1}{b |ADC_L - ADC_T|}} \int_0^{\sqrt{b |ADC_L - ADC_T|}} e^{-q^2} dq \quad . \quad (6.11)$$

³Das bedeutet in diesem Zusammenhang, dass nur wenige Querverbindungen zwischen verschiedenen Zweigen von Azini bestehen [Con06].

⁴Eine ausführlichere Diskussion von Winkelverteilungen findet sich in Kap. 6.3.1 dieser Arbeit.

Damit hängt der ADC bei einer Bestimmung gemäß Gl. (4.5) über den b -Wert außer von den Zeitparametern δ , Δ und ε auch vom Quadrat der Gradientenamplitude G ab (Gl. (4.3)), was bei den in Kap. 6.1 diskutierten Lösungen für bestimmte *einzelne* geometrische Objekte nicht der Fall ist.

Zwei Grenzfälle von Gl. (6.11) führen mit den Gln. (4.3) und (4.5) zu verschiedenen, von b unabhängigen, ADC -Grenzwerten.

Für $b \cdot ADC_L \ll 1$ sowie $b \cdot ADC_T \ll 1$ gilt

$$ADC \longrightarrow ADC_L/3 + 2 ADC_T/3 =: \overline{ADC} \quad (6.12)$$

und für $b \cdot ADC_L \gg 1$ sowie $b \cdot ADC_T \gg 1$:

$$ADC \longrightarrow \min\{ADC_L, ADC_T\} \quad . \quad (6.13)$$

In der Regel, jedoch nicht zwangsläufig, ist $ADC_T < ADC_L$.

Nach Gl. (6.8) ergibt sich mit den in [Yab02] angegebenen Sequenzparametern sowie mit $D_0 = 0.88 \text{ cm}^2/\text{s}$ und dem typischen Azinusradius einer gesunden menschlichen Lunge von $r = 0.35 \text{ mm}$ ein transversaler ADC von⁵ $ADC_T = 0.089 \text{ cm}^2/\text{s}$. Bei dieser Rechnung wurde wie bei dem in [Ver88] beschriebenen Modell vereinfachend angenommen, dass die Alveolen auf einem Großteil der Länge des Azinus dessen effektiven Radius auf r erweitern (vgl. Abb. 6.1). Mit dem in der gesunden Lunge gemessenen⁶ Wert für die in Gl. (6.12) definierte Größe \overline{ADC} von etwa $0.2 \text{ cm}^2/\text{s}$ [Yab02] erhält man damit $ADC_L \approx 0.42 \text{ cm}^2/\text{s}$.

Mit dem mittleren Alveolarradius des Menschen von 0.17 mm [Kli73] ergäbe sich nach Gl. (6.2) bei diesen Sequenzparametern, allerdings mit $\varepsilon = 0$, ein ADC innerhalb der Alveolen von nur etwa $0.007 \text{ cm}^2/\text{s}$, falls die Alveolen als geschlossene Kugeln vorlägen.

Demnach kann zumindest festgestellt werden, dass der longitudinale ADC in dem Teil des Azinus, der von Alveolen gebildet wird, viel kleiner als D_0 ist. Daher lässt sich der Beitrag der Alveolen zum longitudinal diffusionsbedingten Signalverlust im Azinus vernachlässigen und der longitudinale ADC des gesamten Azinus entsprechend dem Anteil seiner Querschnittsfläche, in dem in longitudinaler Richtung *freie* Diffusion vorliegt, durch $ADC_L \approx D_0 (r'/r)^2$ abschätzen [Yab02], unabhängig vom Diffusionsgewichtungsfaktor b und den darin enthaltenen Parametern.

Mit dem aus der Messung von \overline{ADC} abgeschätzten Wert für ADC_L von $0.42 \text{ cm}^2/\text{s}$ sowie $r = 0.35 \text{ mm}$ erhält man damit für die gesunde Lunge einen sichtbaren inneren Azinusradius von $r' \approx 0.24 \text{ mm}$, was nach [Hae88] bedeuten würde, dass zum ^3He -Signal in der Lunge hier hauptsächlich das Gas in den ersten Generationen der Azini, deren innere Radien nahe bei 0.25 mm liegen, beitrüge. Aufgrund der verwendeten Näherungen (z. B. der Annahme eines geringen Gasaustauschs zwischen Alveolen und Zylinderzentrum während der Bildgebung [Con06]) und der relativ geringen Abhängigkeit des inneren Radius r' von der Azinusgeneration kann diese Aussage jedoch nicht definitiv getroffen werden. Jedenfalls verschiebt sich der Schwerpunkt bei einer

⁵Zu dieser Rechnung ist anzumerken, dass bei eingeschränkter Diffusion größere freie Diffusionskonstanten D_0 bei ansonsten identischen Parametern zu kleineren ADC_T -Werten führen können. Bei stark eingeschränkter Diffusion („motional narrowing“, Kap. 6.3.5) ist der transversale ADC proportional zu D_0^{-1} [Con06].

⁶Für diese Messung ist die Anpassung der Funktion aus Gl. (6.11) an die mit mehreren b -Werten $\neq 0$ gewonnenen Messdaten notwendig; ein einfaches monoexponentielles Modell, wie es bei der Messung mit nur einem b -Wert $\neq 0$ z. B. gemäß Gl. (4.5) verwendet wird, genügt dann nicht mehr.

stärkeren Diffusionsgewichtung zu kleineren Strukturen, weil dann das Signal in Bereichen hoher Diffusivität nach Gl. (4.2) stärker abgeschwächt wird.

Da die sechs verschiedenen bei der Messung von \overline{ADC} verwendeten b -Werte zwischen 0 und 7.5 s/cm^2 liegen [Yab02], kann man erwarten, dass die ADC -Messung mit einem b -Wert von etwa 4 s/cm^2 , wie sie im Folgenden betrachtet wird, auf den diffusionsbedingten Signalverlust in den gleichen Strukturen sensitiv ist.

Mit $D_0 = 0.88 \text{ cm}^2/\text{s}$, $r = 0.35 \text{ mm}$, $G = 12 \text{ mT/m}$, $\delta = 2 \text{ ms}$, $\Delta = 2.3 \text{ ms}$ und $\varepsilon = 0.3 \text{ ms}$ ergibt sich⁷ aus Gl. (6.8) ein transversaler ADC von $ADC'_T = 0.056 \text{ cm}^2/\text{s}$. Dies, sowie den oben bestimmten, bei gleichen sichtbaren Strukturen auch für den hier verwendeten b -Wert gültigen Parameter ADC_L in Gl. (6.11) eingesetzt, erhält man mit $b = 3.89 \text{ s/cm}^2$ nach Gl. (4.5) einen ADC -Wert von $0.16 \text{ cm}^2/\text{s}$, was im Rahmen der angegebenen Standardabweichung von $0.045 \text{ cm}^2/\text{s}$ gut mit dem für diese Sequenzparameter mit nur einem b -Wert in gesunden Lungen reproduzierbar gemessenen mittleren Wert von $0.169 \text{ cm}^2/\text{s}$ aus [Mor05] übereinstimmt.

Bei fortschreitendem Lungenemphysem gilt dann $ADC_L \rightarrow D_0$ wegen $r' \rightarrow r$ und ADC_T steigt entsprechend der Erweiterung der Azini an. Außerdem können durch Zerstörung der Alveolarwände Löcher entstehen. All diese Effekte führen in der Regel zu einer Erhöhung aller erwähnten ADC -Werte.

Mit dem beschriebenen Modell lässt sich sowohl anhand von ADC_L die emphysematische Aufblähung der Alveolen quantifizieren als auch anhand von ADC_T der mittlere Radius r der Azini innerhalb eines Voxels bestimmen [Yab02]. Durch die Differenz zwischen ADC_L und ADC_T lässt sich außerdem eine Anisotropie der Diffusionsbewegungen longitudinal und transversal zu den Azinusachsen feststellen. Diese kann insbesondere auch dann bestimmt werden, wenn eine Gleichverteilung der Orientierungen der Azini innerhalb eines Voxels vorliegt. Wegen der simultanen Anpassung von ADC_L und ADC_T an die Messdaten ist bei der Messung nur eine Diffusionsgewichtung in *einer* Raumrichtung notwendig, um all diese Informationen zu erhalten. Voraussetzung hierfür ist allerdings, dass mit ausreichend vielen, im richtigen Bereich liegenden b -Werten gemessen wird und die Anpassung an die Messdaten mit der Funktion aus Gl. (6.11) erfolgt, anstatt mit einem einfach exponentiellen Modell.

Es sollte außerdem erwähnt werden, dass neben der Annahme einer isotropen Winkelverteilung der Azinusachsen innerhalb eines Voxels für Gl. (6.11) zwei der angenommenen Voraussetzungen für die Gültigkeit von Gl. (6.8) nur näherungsweise erfüllt sind: Erstens liegt bei Gefäßdimensionen in der Größenordnung der freien Diffusionslänge nach Gl. (4.1) von etwa 0.6 mm bei $D_0 = 0.88 \text{ cm}^2/\text{s}$ und $t_D = \Delta \approx 2 \text{ ms}$ keine exakt gaußförmige Phasenverteilung der einzelnen magnetischen Momente vor [Neu74], zweitens ist die Länge der Azini mit $0.78 \dots 1.33 \text{ mm}$ [Hae88] nicht viel größer als die freie Diffusionslänge, sodass die Diffusionsbewegung während der Beobachtungszeit aus den Azini heraus in eine andere Azini-generation bzw. in die abschließenden Alveolarsäcke hinein führen kann.

Dennoch liefert dieses Modell eine zutreffende quantitative Vorhersage für die mit guter Reproduzierbarkeit gemessenen absoluten ADC -Werte aus [Mor05].

⁷Nach Gl. (4.4) entsprechen die genannten Sequenzparameter einem Diffusionsgewichtungsfaktor b von 3.89 s/cm^2 .

6.2 Referenzexperimente an Kapillarphantomen

Um die an der Universitätsklinik Mainz am Menschen angewandte diffusionsgewichtete MR-Sequenz und die anschließende ADC -Bestimmung quantitativ zu überprüfen, wurde dieses Verfahren dort an einem Phantom mit bekannter, einfacher Geometrie erprobt. Konkretes Ziel dieser Studie war es, die theoretischen Vorhersagen nach Gl. (6.8) für den ADC -Wert der eingeschränkten ^3He -Diffusion transversal zur Achse von Hohlzylindern, die etwa die Größe der Azini besitzen, in Abhängigkeit von den Sequenzparametern zu verifizieren.

Da der Durchmesser der Azini wesentlich geringer ist als die Ortsauflösung der Bilder, musste ein Bündel aus vielen parallelen zylinderförmigen Kapillaren angefertigt werden, um die Bildpixel mit Signal aus dem Phantom auszufüllen. Um mit der verwendeten, vom Fraunhofer Institut in St. Ingbert entwickelten ^3He -Thoraxspule ein möglichst großes Signal erhalten zu können, ist es außerdem wünschenswert, einen möglichst hohen Volumenanteil der Spule mit dem erwähnten Phantom auszufüllen.

Des Weiteren musste darauf geachtet werden, möglichst dünnwandige Hohlzylinder zu verwenden, um einen möglichst hohen Anteil des Gesamtvolumens mit Helium auszufüllen.

Schließlich musste ein Material mit geringer spezifischer Wandrelaxationsrate nach Gl. (2.21) gewählt werden, da bei einem solchen Phantom ein sehr ungünstiges Oberflächen- zu Volumenverhältnis vorliegt. Bei der Wahl eines ungeeigneten Materials wäre sonst innerhalb weniger Sekunden das ^3He -Signal in der Probe durch longitudinale Relaxation zerstört worden, noch bevor die erforderlichen Daten hätten gewonnen werden können⁸.

Diese Überlegungen führten zu der Wahl eines Phantoms aus etwa 130 Hohlzylindern aus Borosilikatglas mit einem Innendurchmesser von 0.65 mm und einem Außendurchmesser von 0.8 mm, die möglichst dicht in ein quaderförmiges Paket mit einer Länge von 106 mm und einer Querschnittsfläche von $(9.3 \text{ mm})^2$ gepackt wurden. Die Zylinderenden wurden so verklebt, dass nur die Öffnungen der Glaskapillaren frei blieben. Für eine erhöhte Stabilität wurden beide Enden des Pakets mit einem quadratischen Kunststoffschlauch ummantelt. Abb. 6.2 zeigt dieses von der Hilgenberg GmbH in Malsfeld hergestellte Kapillarphantom von der Seite und in der Draufsicht. Im linken Teil des Bildes ist außerdem schematisch der Aufbau des Kapillarbündels dargestellt.

Zur Messung wurde das Kapillarbündel in einen verschließbaren Glaskolben mit einem daran befindlichen Ventil eingepasst, der innerhalb der HF-Spule⁹ parallel zur Magnetfeldachse eines 1.5 T-Ganzkörpertomographen des Typs Siemens Magnetom Vision platziert wurde. Der Innenraum des Glaskolbens wurde vor jeder Messung auf einen Restdruck von einigen Millibar evakuiert und anschließend reines, am Institut für Physik der Universität Mainz auf etwa 60 % hyperpolarisiertes ^3He -Gas (Kap. 2.2.2) zunächst in einen Kunststoffbeutel, dann in den Glaskolben geleitet. Diese Vorgehensweise wurde gewählt, um sicherzustellen, dass sich im Glaskolben während der Messung ^3He unter Atmosphärendruck befand.

Unter diesen Bedingungen beträgt die freie Selbstdiffusionskonstante für ^3He bei Raumtemperatur¹⁰ (20°C) nach [Bar74b] etwa $1.92 \text{ cm}^2/\text{s} \cdot (293/300)^{3/2}/1.013 = 1.83 \text{ cm}^2/\text{s}$. Damit lässt sich nach Gl. (6.8) für die verwendeten Sequenzparameter δ , Δ und ε gemäß Abb. 4.3 der erwartete transversale ADC bestimmen. Tab. 6.1 zeigt den Vergleich von in zwei Raumrichtungen senkrecht zu den Kapil-

⁸Aus den beiden letztgenannten Gründen scheiterten erste entsprechende Versuche mit Bündeln dickwandiger Kapillaren aus PTFE (Teflon[®]).

⁹Um die Resonanzspule unter realistischen Bedingungen zu betreiben, wurde zusätzlich zu dem Kapillarphantom ein Wasserbeutel in die Spule gelegt, um eine dem menschlichen Thorax entsprechende Last zu simulieren.

¹⁰Die Temperatur- und Druckabhängigkeit von D_0 wird in Kap. 6.3.1 dieser Arbeit näher erläutert.

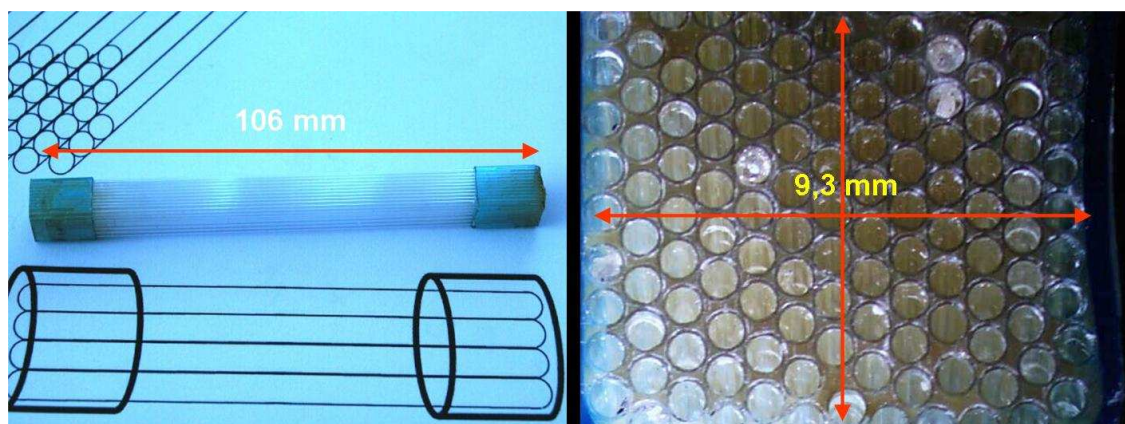


Abbildung 6.2: Das für die ADC-Referenzmessungen verwendete Phantom aus Glaskapillaren in der Seitenansicht (links) und der Draufsicht (rechts).

larachsen gemessenen und nach Gl. (6.8) berechneten theoretischen transversalen ADC -Werten für unterschiedliche Diffusionsgewichtungsfaktoren b , die durch die Variation der Zeitkonstante δ gemäß Gl. (4.3) gewählt wurden. Δ lag jeweils bei $\delta + \varepsilon$, ε betrug immer 0.3 ms (Abb. 4.3). Die beiden verwendeten Gradientenamplituden waren jeweils 0 und 12 mT/m; für jede Messung ist daher nur der von Null verschiedene b -Wert angegeben. Die gemessenen Werte sind Mittelwerte für jeweils etwa 200 Bildpixel; die angegebenen Messfehler beschreiben die Fehler der Mittelwerte.

δ [ms]	b [s/cm ²]	ADC_1 [cm ² /s]	ADC_2 [cm ² /s]	ADC_{th} [cm ² /s]
1.16	0.854	0.0588 ± 0.0035	0.0748 ± 0.0095	0.058
2	3.89	0.0287 ± 0.0014	0.0285 ± 0.0013	0.024
2.5	7.33	0.0186 ± 0.00062	0.0197 ± 0.00063	0.017
3	12.35	0.0139 ± 0.00053	0.0149 ± 0.00052	0.012
4	28.35	0.0071 ± 0.00066	0.0079 ± 0.00066	0.0071
5	54.28	0.0047 ± 0.000096	0.0046 ± 0.00012	0.0047
6	92.53	0.0028 ± 0.000068	0.0032 ± 0.000062	0.0033

Tabelle 6.1: Die in zwei zueinander senkrechten Raumrichtungen gemessenen und für $D_0 = 1.83 \text{ cm}^2/\text{s}$ mit entsprechenden trapezförmigen Diffusionsgewichtungsgradienten berechneten transversalen ADC -Werte in Hohlzylindern für verschiedene Diffusionswichtungen.

Die Übereinstimmung zwischen theoretischen und experimentellen Werten ist insgesamt befriedigend. Es ist zu berücksichtigen, dass das Messverfahren sehr komplex ist und dass das theoretische Modell auf einer Reihe von vereinfachenden Annahmen basiert (Kap. 6.1). Die Abweichung der Messungen mit Diffusionswichtungen in unterschiedlichen Raumrichtungen verdeutlicht die zu erwartende begrenzte systematische Genauigkeit. Experimentelle Unsicherheiten entstehen zum Beispiel durch diffusiven Austausch der innerhalb und außerhalb der Kapillaren im Glaskolben befindlichen Gasvolumina und durch Rauschanteile im Signal, die sich besonders bei geringen Signaldifferenzen zwischen diffusionsgewichteter und Referenzaufnahme bemerkbar machen. Dies

erklärt die schlechtere Übereinstimmung bei kleinen b -Werten, wo auch die Messungen in beiden Raumrichtungen stärker voneinander abweichen.

Außerdem besteht bei dem hier verwendeten Prototyp des Kapillarphantoms die Möglichkeit, dass Helium-Gas aus dem Glaskolben in die Zwischenräume zwischen den Kapillaren diffundiert, da der Klebstoff die Zwischenräume zwischen den Kapillaren nicht auf deren voller Länge ausfüllt. Dadurch entsteht nicht das gesamte Signal in den Innenräumen der Hohlzylinder und das Modell beschreibt nur den Anteil des Gesamtsignals, der von den Kapillaren ausgefüllten Querschnittsfläche entspricht. Abb. 6.2 (rechts) zeigt jedoch, dass der Großteil der Gesamtfläche durch die Kapillaren gebildet wird, wobei hier deren Außendurchmesser zu berücksichtigen ist, weil in der Wand kein Signal entsteht.

Da der ADC gemäß Gl. (4.5) durch Logarithmierung eines *Signalverhältnisses* berechnet wird, spielen sämtliche Faktoren, die beide Aufnahmen gleichermaßen beeinflussen, keine Rolle. Dies sind z. B. die transversale Relaxation¹¹ nach Kap. 2.3.2, solange T_2^* für beide Aufnahmen gleich ist, sowie der von eins verschiedene Füllfaktor des Phantoms.

Die erfolgreiche quantitative Bestätigung der ADC -Messmethode durch diese Phantommessungen ermutigte zum Bau weiterer Glaskapillarphantome, um sie bei den in Kap. 5.3.4 erwähnten Messungen mit Laborratten am Forschungszentrum der Boehringer Ingelheim Pharma GmbH & Co. KG in Biberach/Riß für Referenzmessungen einzusetzen. Die Anforderungen sind hier allerdings in mancherlei Hinsicht noch höher:

- Um den im Vergleich zum Menschen noch kleineren Strukturen in der Lunge von Ratten [Kli73] Rechnung zu tragen, müssen auch Kapillaren noch kleinerer Innendurchmesser verwendet werden.
- Die Zwischenräume zwischen den Glaszylindern sollten aus den o. g. Gründen nun auf der ganzen Länge mit Klebstoff ausgefüllt werden, was die Herstellung weiter verkompliziert.
- Um die teilweise extrem dünnen Glaskapillaren vor Bruch zu schützen, wurden die Kapillarbündel nun auf voller Länge mit Kunststoff ummantelt.

Allerdings benötigt man wegen der Verwendung kleinerer HF-Spulen mit der Möglichkeit höherer Ortsauflösungen bei Rattenexperimenten für ein ausreichendes Signal nicht so große Kapillarbündel wie am Ganzkörpertomographen. Aus Kostengründen wurde daher der Querschnitt der Phantome im Vergleich zum o. e. Prototyp auf $(6 \text{ mm})^2$ bei einer Länge von 60 mm reduziert. Es wurden folgende Innen-/Außendurchmesser gewählt: 0.75/0.85 mm, 0.3/0.35 mm und 0.1/0.2 mm. Das Phantom mit den kleinsten Innendurchmessern erwies sich jedoch aufgrund seines geringen Füllfaktors von unter 25 % und seines zu ungünstigen Oberflächen/Volumenverhältnisses als ungeeignet zur MR-Bildgebung, da das Heliumvolumen innerhalb der Kapillaren zu gering und die longitudinale Relaxationszeit T_1 zu kurz ist¹². Die beiden größeren Ausführungen werden allerdings erfolgreich für entsprechende Referenzmessungen eingesetzt [Rud06].

¹¹Die longitudinale Relaxationszeit T_1 nach Kap. 2.3.1 wurde mit etwa 4 s innerhalb der Kapillaren als ausreichend lang bestimmt, um von einer konstanten Polarisierung bei beiden Vergleichsaufnahmen auszugehen.

¹²Eventuell lässt sich letzteres Problem für zukünftige Experimente durch eine geeignete Beschichtung beheben [Den06].

6.3 Monte-Carlo-Simulationen zur Untersuchung von Diffusionseffekten

Die bisher diskutierten Modelle für die Berechnung von ADC -Werten sind beschränkt auf bestimmte einfache Geometrien und spezielle Typen von diffusionsgewichteten Bildgebungssequenzen. Außerdem gilt die angenommene gaußförmige Phasenverteilung der einzelnen magnetischen Momente nur für freie oder stark eingeschränkte Diffusion [Neu74]. Daher wurden flexiblere numerische Verfahren mit PC-Unterstützung entwickelt, um die Präzessionsphasenakkumulation eines polarisierten Ensembles von ^3He -Atomen unter dem Einfluss einer diffusionsgewichteten MR-Sequenz während der eingeschränkten Diffusionsbewegung in komplexeren geometrischen Strukturen, die verschiedene Modelle für die Anatomie der Lunge darstellen, zu simulieren.

Der Ansatz einer Simulation nach der Finite-Differenzen-Methode, mit der beliebige Sequenztypen und Strukturen behandelt werden können, wird in [Fic04a] diskutiert. Durch den Vergleich mit in vivo Messungen wurde dabei festgestellt, dass die menschliche Lunge durch das Modell einer porösen Struktur mit ellipsoidähnlichen Hohlräumen nur unzureichend beschrieben wird, da in einer solchen Struktur der ADC weniger vom b -Wert abhängt als in den Messungen beobachtet. Dagegen ist zumindest zur Beschreibung der gesunden Lunge das in [Yab02] vorgestellte Modell gut geeignet. Abweichungen in geschädigten Lungenregionen werden als Effekte durch auftretende Querverbindungen zwischen verschiedenen Azini-Zweigen und Löcher in den Alveolarwänden interpretiert, die das Modell nicht berücksichtigt.

Außerdem lassen sich die auf zwei Dimensionen reduzierten Simulationsergebnisse für hierarchisch verzweigte röhren- und traubenartige Strukturen, entsprechend der Annahmen für die gesunde Lunge, durch dieses Modell mit zwei Diffusionskoeffizienten gut beschreiben. Abweichungen zeigen sich jedoch bei der Bestimmung des Azinusradius simulierter, durch Querverbindungen und Aufblähung der Alveolen krankhaft veränderter Strukturen anhand des Modells.

[Fic04b] beschreibt die Erweiterung dieser Simulationen auf eine dreidimensionale Struktur entsprechend dem Modell nach [Yab02]. Bei der Anpassung der simulierten Signalamplituden durch das erweiterte Zylindermodell ergibt sich eine systematische Überschätzung des effektiven Zylinderradius, der dem Radius eines reinen Zylinders mit dem Volumen des simulierten Azinus entspricht. Diese Abweichung lässt sich durch die willkürliche Definition des effektiven Zylinderradius erklären. Auch die Skalierung des longitudinalen ADC_L mit dem Querschnittsverhältnis des offenen zum gesamten Zylinderradius (Kap. 6.1.1) kann durch diese Simulationen nicht bestätigt werden. Möglicherweise liegt dies daran, dass die Alveolen in der simulierten Struktur im Gegensatz zum beschriebenen Modell nicht dicht aneinander anschließen (Abb. 6.1).

Trotz der durch die Simulationen aufgezeigten Grenzen des erweiterten Zylindermodells nach [Yab02] und dessen beschränkter Anwendbarkeit auf emphysematisch geschädigte Lungenbereiche kann seine in Kap. 6.1.1 beschriebene quantitative Übereinstimmung mit den in gesunden Lungen gemessenen ADC -Werten als großer Fortschritt bei der Interpretation von Diffusionsmessungen in der Lunge angesehen werden.

Im Rahmen dieser Arbeit soll zusätzlich der Frage nachgegangen werden, welchen Einfluss die Magnetisierbarkeit der Blutgefäße und Gewebestrukturen in der Lunge auf die ^3He -MR-Bildgebung im Allgemeinen und auf die ADC -Messung im Besonderen hat. Dazu wurde eine Monte-Carlo-Simulation verwendet, die die Diffusionsbewegung der ^3He -Atome in einer zylindrischen Zelle und deren Phasenakkumulation in inhomogenen Magnetfeldern simuliert. Diese Simulationsroutine existierte bereits in unserer Arbeitsgruppe (erstellt vom Mitautor Y. S. in [Sch06b]) und wurde im Rahmen dieser Arbeit im Hinblick auf die hier beschriebene Fragestellung in einigen Punkten erweitert:

- Die Magnetfeldgradienten wurden mit einer Zeitabhängigkeit versehen, um eine optional diffusionsgewichtete MR-Bildgebungssequenz zu simulieren.
- Innerhalb der umgebenden zylinderförmigen Zelle wurde ein Hohlzylinder platziert, um auch die außerhalb der begrenzenden Struktur auftretenden Effekte beobachten zu können.
- Es wurden auch diejenigen Magnetfeldgradienten in die Simulation einbezogen, die durch die Magnetisierbarkeit der Gefäßwand des inneren Hohlzylinders im äußeren Magnetfeld des Tomographen entstehen. Dies entspricht einer frei wählbaren magnetischen Suszeptibilität des Hohlzylinders (Gl. 5.9).

6.3.1 Die Monte-Carlo-Simulation der Diffusionsbewegung

Die in Kap. 4.1.1 diskutierte Diffusionsbewegung wird mathematisch durch das Zweite Fick'sche Gesetz

$$\frac{\partial n(\vec{x}|\vec{x}', t)}{\partial t} = D_0 \vec{\nabla}'^2 n(\vec{x}|\vec{x}', t) \quad (6.14)$$

beschrieben. D_0 ist die freie Diffusionskonstante; $n(\vec{x}|\vec{x}', t)$ beschreibt die Dichte der Teilchen, die in der Zeit t vom Ort \vec{x} zum Ort \vec{x}' diffundieren.

Mit der Definition $X := |\vec{x} - \vec{x}'|$ lautet die Lösung von Gl. (6.14) für *freie* Diffusion mit der Normierung des unendlichen Volumenintegrals auf eins [Tan68]:

$$n(X, t) = (4\pi D_0 t)^{-3/2} e^{-X^2/(4D_0 t)} \quad (6.15)$$

Aus Gl. (6.15) lässt sich durch Integration die Einstein-Smoluchowski-Gleichung (4.1) in drei Dimensionen herleiten:

$$\langle X^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X^2 \delta(\vec{x}) n(X, t) d^3 \vec{x} d^3 \vec{x}' = 6 D_0 t \quad , \quad (6.16)$$

wenn man davon ausgeht, dass sich zum Zeitpunkt $t = 0$ alle Teilchen am Ort $\vec{x} = 0$ befinden.

Die Beziehung (6.15) gibt wegen $X \propto |\Delta\phi|$ auch die Phasenverteilung des frei diffundierenden Ensembles von magnetischen Momenten an und ist damit nach Gl. (3.49) proportional zur Fourier-Transformierten des MR-Signals zum Zeitpunkt t unter der Annahme, dass alle Teilchen zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ort \vec{x} starten. Da die Funktion $n(X, t)$ im Wesentlichen eine Gaußfunktion ist, die das neutrale Element der Fourier-Transformation darstellt, besitzt auch das MR-Signal in diesem Fall räumlich eine gaußförmige Verteilung.

Löst man Gl. (6.14) unter der Berücksichtigung geometrischer Randbedingungen [Ste65b], erhält man z. B. die in Kap. 6.1 vorgestellten Lösungen.

Da Gl. (6.14) außer in der Ordnung der Zeitableitung formal der Wellengleichung entspricht, lässt sich die Ortsabhängigkeit ihrer Lösungen unter bestimmten Randbedingungen analog zu den Lösungen der Wellengleichung entwickeln. In diesem Zusammenhang spricht man von Lösungen in Form von Diffusionsmoden, die in diesem Fall zeitlich instabil sind [Bar74a].

Definiert man gemäß Gl. (6.16) aus der durch Diffusion innerhalb der Zeit t zurückgelegten Wegstrecke X eines Teilchens dessen „individuelle Diffusionskonstante“ $D_X := X^2/(6t)$ innerhalb des betrachteten Zeitintervalls, kann man aus Gl. (6.15) durch Substitution die erwartete Verteilung der Größe D_X für ein Ensemble von Teilchen ermitteln:

$$\frac{dN(D_X)}{dD_X} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{6 D_X}{\pi D_0^3}} e^{-\frac{3 D_X}{2 D_0}} \quad , \quad (6.17)$$

die im Intervall $[0, \infty[$ auf eins normiert ist¹³.

Die freie Diffusionskonstante D_0 des gesamten Ensembles ergibt sich dann zu

$$\int_0^{\infty} D_X \frac{dN(D_X)}{dD_X} dD_X = D_0 \quad . \quad (6.18)$$

Die Verteilung der Diffusionsstrecken X gemäß Gl. (6.17) muss durch die Monte-Carlo-Simulation der Diffusionsbewegung wiedergegeben werden.

Um dies zu überprüfen, werden zunächst alle Teilchen im Mittelpunkt der einschränkenden Struktur gestartet und deren Größe in der Simulation so groß gewählt, dass Wandstöße innerhalb der simulierten Zeit t ausgeschlossen werden können. Dann werden die Trajektorien vieler Teilchen unter Berücksichtigung der bekannten Verteilungsfunktionen für Teilchengeschwindigkeiten, freie Weglängen, Emissions- und Streuwinkel (Abb. 4.1) simuliert. Die Trajektorien verschiedener Teilchen sind unabhängig voneinander, d. h. für eine Streuung müssen sich nicht zwei Teilchentrajektorien treffen.

- Die Geschwindigkeitsverteilung der Teilchen folgt der Maxwell-Boltzmann-Statistik und lautet demnach

$$\frac{dN(v)}{dv} = \frac{4 v^2}{\sqrt{\pi} v_w^3} e^{-v^2/v_w^2} \quad (6.19)$$

mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit $v_w = \sqrt{2 k_B T/m}$. Durch die Wahl von v_w werden die Masse m des simulierten Kerns (hier: ${}^3\text{He}$) und die Umgebungstemperatur T berücksichtigt.

- Die freien Diffusionsweglängen Λ folgen der Verteilungsfunktion

$$\frac{dN(\Lambda)}{d\Lambda} = \frac{1}{\bar{\Lambda}} e^{-\Lambda/\bar{\Lambda}} \quad (6.20)$$

mit der temperatur- und druckabhängigen mittleren freien Diffusionsweglänge $\bar{\Lambda} \propto n^{-1} \propto T/p$ (bei Gasen). Die freie *Diffusionsweglänge* Λ ist von der in Abb. 4.1 dargestellten *atomaren freien Weglänge* λ , die den räumlichen Abstand zwischen zwei Atomstößen kennzeichnet, zu unterscheiden. Darauf wird später in diesem Abschnitt näher eingegangen.

¹³ Alternativ kann man auch die Verteilung der Zeiten t betrachten, die jedes individuelle Teilchen zum Zurücklegen der festen Diffusionsstrecke X benötigt und daraus die Verteilung der „individuellen Diffusionskonstante“ D_t berechnen. Dieser Weg ist in [Jea48] vorgeführt.

- Die Emissions- und Streuwinkel sind im Rahmen des an dieser Stelle diskutierten Modells der Streuung unter Verwendung der freien *Diffusionsweglänge* entsprechend der Streuung harter Kugeln gleichverteilt, d. h. $dN(\Omega)/d\Omega = \text{const.}$ Für den Polarwinkel $\theta \in [0, \pi]$ gilt daher mit $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$

$$\frac{dN(\theta)}{d\theta} = \frac{\sin \theta}{2} \quad , \quad (6.21)$$

sowie für den Azimutwinkel $\varphi \in [0, 2\pi[$

$$\frac{dN(\varphi)}{d\varphi} = \frac{1}{2\pi} = \text{const.} \quad . \quad (6.22)$$

Bei der *Emission* sind die Winkel bezüglich der festen Symmetrieachse der geometrischen Struktur definiert; bei der *Streuung* liegt die Achse in der jeweiligen Propagationsrichtung des Teilchens *vor* dem Stoß.

Die angegebenen Verteilungsfunktionen (6.19) bis (6.22) sind in den entsprechenden Intervallen jeweils auf eins normiert.

Man kann sich leicht überlegen, dass man mithilfe eines Satzes von gleichverteilten Pseudo-Zufallszahlen, wie sie mit dem PC erzeugt werden können, durch Bildung der Umkehrfunktion der Stammfunktion der Verteilungsfunktion einer Variablen x einen Satz dieser Variablen erzeugen kann, der deren Verteilungsfunktion genügt: Gilt für die Variable x die auf eins normierte Verteilungsfunktion $f(x) := dN(x)/dx$ und ist z eine gleichverteilte Zufallszahl zwischen Null und Eins, d. h. $dN(z)/dz = 1$, lässt sich die gewünschte Verteilung der Größe x durch $x = F^{-1}(z)$ generieren. Dabei ist die Integrationskonstante so zu wählen, dass der Wertebereich von F zwischen Null und Eins liegt.

Lässt sich die invertierte Stammfunktion F^{-1} der Verteilung $f(x)$ nicht analytisch bestimmen, müssen entsprechende numerische Verfahren angewandt werden [Pre92]. Bei einer Ausdehnung des Definitionsbereichs von $f(x)$ ins Unendliche muss die Verteilungsfunktion dann auf einen Bereich von x eingeschränkt werden, außerhalb dessen sich nur ein unwesentlicher Anteil des Integrals der Verteilungsfunktion befindet.

Mit den so gewonnenen Parametern für die Teilchenpropagation im freien Raum kann nun die freie Diffusionskonstante D_0 des Ensembles ermittelt werden, indem nach einer festen Propagationszeit t die Verteilung der Propagationsstrecken gemäß der in Gl. (6.17) angegebenen Parametrisierung aufgetragen wird. Durch die Anpassung dieser Verteilung mit der in Gl. (6.17) angegebenen Funktion wird D_0 als Fitparameter bestimmt.

Abb. 6.3 zeigt exemplarisch eine solche Verteilung und die dazugehörige angepasste Funktion mit minimalem χ^2 für ein Ensemble von 500 Teilchen mit einer mittleren freien Diffusionsweglänge $\bar{\Lambda}$ von 200 nm und einer wahrscheinlichsten Geschwindigkeit v_w von 1311 m/s, entsprechend ^3He -Atomen bei Körpertemperatur (310 K). Die vertikalen Fehlerbalken geben die Wurzeln der Häufigkeiten in den jeweiligen Intervallen an, die horizontalen Fehlerbalken bezeichnen die Intervallbreite.

Der Fitparameter P2 in der in Abb. 6.3 dargestellten Anpassungsgleichung gibt die freie Diffusionskonstante D_0 an. Sie liegt hier bei $0.95 \pm 0.04 \text{ cm}^2/\text{s}$. Um exakt eine bestimmte freie Diffusionskonstante zu erhalten, kann dann $\bar{\Lambda}$ iterativ entsprechend angepasst werden.

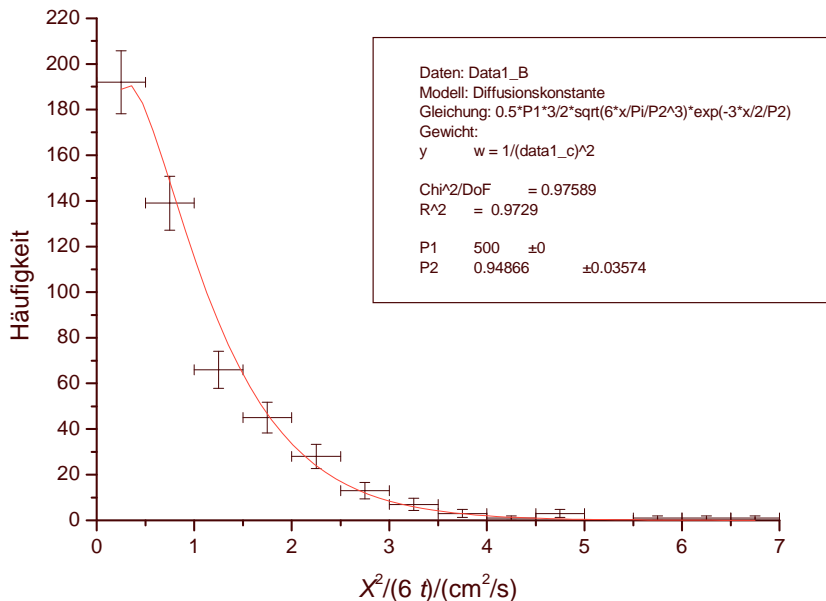


Abbildung 6.3: Die Verteilung der simulierten Propagationsstrecken X innerhalb einer festen Zeit t für ein Ensemble von 500 frei diffundierenden Teilchen. Durch die Anpassung der entsprechenden Verteilungsfunktion, dargestellt als rote Kurve, kann die freie Diffusionskonstante (Fitparameter $P2$) bestimmt werden.

Anhand der theoretischen Beziehung [Ott98]

$$D_0 = \bar{v} \bar{\Lambda} / 3 \quad (6.23)$$

mit der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v} = 2 v_w / \sqrt{\pi}$ kann die Simulationsroutine überprüft werden. In dem in Abb. 6.3 dargestellten Fall liegt die theoretische freie Diffusionskonstante nach Gl. (6.23) bei $D_0 = 0.986 \text{ cm}^2/\text{s}$, was gut mit dem mittels Anpassung bestimmten Wert aus Abb. 6.3 übereinstimmt.

Bei sehr seltenen atomaren Stößen ist dieses Modell zur Beschreibung der Diffusionsbewegung nicht mehr geeignet. Man muss dann statt der freien *Diffusionsweglängen* Λ die analog zu Gl. (6.20) verteilten *atomaren* freien Weglängen λ betrachten und anstatt der isotropen Streuwinkelverteilung (6.21) die entsprechende differentielle Streuwinkelverteilung verwenden, die bei reinem ${}^3\text{He}$ proportional zum differentiellen Wirkungsquerschnitt der ${}^3\text{He}$ - ${}^3\text{He}$ -Streuung $d\sigma(\Omega)/d\Omega$ ist.

Der gesamte Wirkungsquerschnitt ist dann

$$\sigma = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{d\sigma(\Omega)}{d\Omega} \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \quad (6.24)$$

und hängt mit der *atomaren* mittleren freien Weglänge $\bar{\lambda}$ über die Beziehung

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n} \quad (6.25)$$

zusammen¹⁴, wobei n die Teilchendichte bezeichnet.

Für die mittlere freie *Diffusionsweglänge* $\bar{\Lambda}$ gilt dagegen

$$\bar{\Lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma_p n} \quad (6.26)$$

mit dem Wirkungsquerschnitt für den Impulsübertrag

$$\sigma_p = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{d\sigma(\Omega)}{d\Omega} (1 - \cos\theta) \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \quad . \quad (6.27)$$

Da in der Regel $\bar{\lambda} \ll \bar{\Lambda}$ ist, d. h. Kleinwinkelstreuung stark überwiegt, wächst bei gleichem Druck die Rechenzeit für die Simulation unter Verwendung der *atomaren* Beschreibung der Streuung stark an, weil dann wesentlich häufiger Streuung stattfindet. Unter den Bedingungen der ³He-MRT genügt jedoch die vereinfachte Betrachtungsweise mit der *Diffusionsweglänge*, d. h. man ersetzt viele Kleinwinkelstreuungen in kurzem Abstand durch wenige isotrope Streuereignisse in größerem Abstand.

Die Rechenzeit hängt außerdem von der mittleren Teilchengeschwindigkeit, die gemeinsam mit der mittleren freien Weglänge die Stoßrate $1/\Delta t_S = \bar{v}/\bar{\Lambda}$ bestimmt, sowie von der Dauer der simulierten Bildgebungssequenz ab. Typischerweise kann innerhalb eines Tages mit einer 3 GHz CPU bei $\Lambda = 200$ nm und $\bar{v} = 1311$ m/s eine MR-Sequenz für einige tausend Teilchen simuliert werden.

Für die Simulation der Teilchenbewegung innerhalb einer einschränkenden Struktur müssen nun noch die homogene Verteilung der Startorte und Emissionswinkel der Teilchen innerhalb der Struktur sowie die Wandreflexion berücksichtigt werden. Für letztere wird hier das Modell der diffusen Reflexion gemäß dem Lambert'schen Gesetz verwendet:

$$\frac{dN(\Omega)}{d\Omega} \propto \cos\theta \implies \frac{dN(\theta)}{d\theta} = 2 \cos\theta \sin\theta, \quad \frac{dN(\varphi)}{d\varphi} = \frac{1}{2\pi} = \text{const.} \quad (6.28)$$

mit der Definition der Winkel $\theta \in [0, \pi/2]$ und $\varphi \in [0, 2\pi[$ bezüglich der Flächennormale der reflektierenden Wand.

Eine weitere Möglichkeit zur Überprüfung der Simulationsroutine ist die Darstellung der Verteilung der Teilchendichte im interessierenden Volumen. Dazu wird hier ein 1.5 mm langer Hohlzylinder mit einem Innenradius von 0.1 mm und einem Außenradius von 0.8 mm betrachtet. Dieser Zylinder ist in der Simulation in eine zweite zylindrische Zelle mit 5 mm Radius und ebenfalls 1.5 mm Höhe eingebettet, sodass zwischen den Teilvolumina innerhalb und außerhalb des ersten Zylinders kein Gasaustausch stattfinden kann. Abb. 6.4 zeigt schematisch die Geometrie dieser simulierten Struktur.

¹⁴Der Faktor $\sqrt{2}$ in den Gln. (6.25) und (6.26) kommt durch die Betrachtung *gegenseitiger* Stöße der ³He-Atome zustande [Ott98].

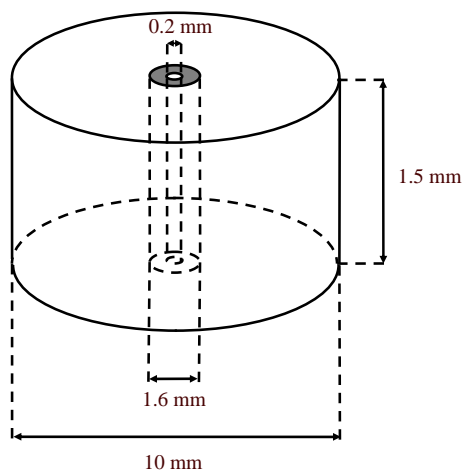


Abbildung 6.4: Schematische Darstellung eines Hohlzylinders innerhalb einer umgebenden zylindrischen Zelle zur Simulation der eingeschränkten Diffusion.

Für die hier verwendete mittlere Diffusionsweglänge von 400 nm wurde analog zur Vorgehensweise in Abb. 6.3 für 1000 Teilchen eine freie Diffusionskonstante von $1.88 \pm 0.05 \text{ cm}^2/\text{s}$ bestimmt, etwa entsprechend dem Wert für reines ^3He bei Körpertemperatur und 1 atm nach [Bar74b]. Mit der in der Simulation ebenfalls verwendeten wahrscheinlichsten Geschwindigkeit von 1311 m/s für ^3He bei Körpertemperatur ergibt sich in diesem Fall nach Gl. (6.23) ein theoretischer Wert von $D_0 = 1.97 \text{ cm}^2/\text{s}$ in befriedigender Übereinstimmung mit dem Simulationsergebnis.

Abb. 6.5 zeigt hierzu die Dichteverteilung innerhalb der umgebenden Zelle mit 5 mm Radius in willkürlichen Einheiten. Sie wird berechnet, indem die Teilchenzahl innerhalb eines Volumenelements mit der jeweiligen Aufenthaltsdauer gewichtet und senkrecht auf das entsprechende Flächenelement projiziert wird.

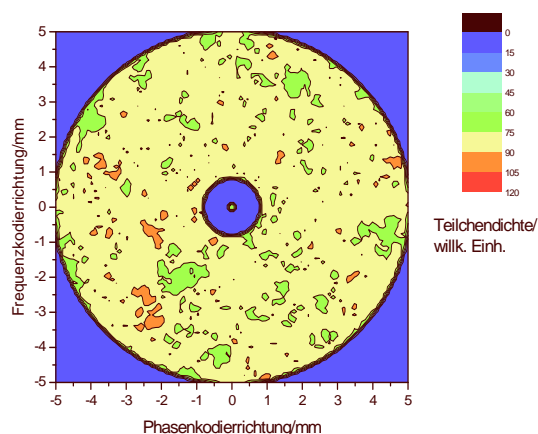


Abbildung 6.5: Simulierte ortsabhängige Verteilung der Teilchendichte eines Ensembles von 20000 Teilchen innerhalb einer zylindrischen einschränkenden Struktur nach einer festen Diffusionszeit.

Die Wand des Hohlzylinders mit dem Außenradius von 0.8 mm sowie der kleine eingeschlossene Gasanteil innerhalb des Hohlzylinders mit dem Innenradius von 0.1 mm sind in Abb. 6.5 deutlich zu erkennen. Da das Raster in jeder Richtung aus einer geradzahligen Anzahl von Pixeln besteht, verteilt sich in der Darstellung die Teilchendichte innerhalb dieses Radius von 0.1 mm auf die vier zentralen Pixel. Das „freie Gas“ außerhalb des Hohlzylinders, hier bestehend aus dem Großteil von insgesamt 20000 simulierten Teilchen, zeigt wie erwartet eine annähernd homogene Dichteverteilung.

6.3.2 Die Simulation des MR-Signals

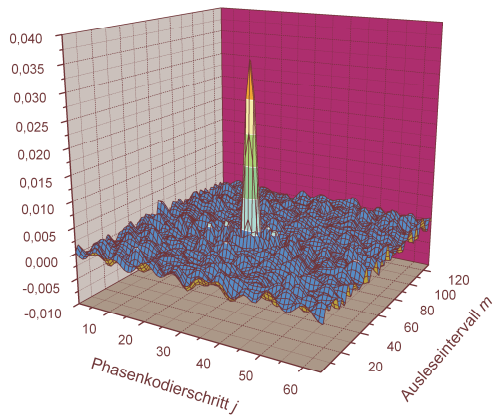
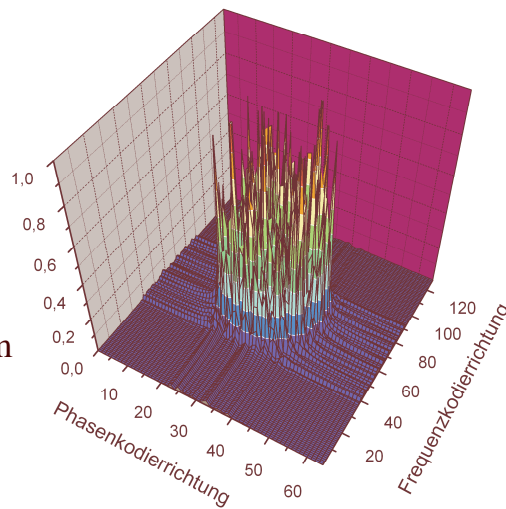
Für die Simulation des MR-Signals eines Ensembles von diffundierenden ^3He -Atomen wird anhand der Präzessionsphasendifferenz der einzelnen Kernspins zur Referenzfrequenz ω_0 gemäß Gl. (3.43) das k -Raum-Signal $S_j(t_m)$ bestimmt. Daraus lässt sich, wie in Kap. 3.3 beschrieben, durch Fourier-Rücktransformation und Betragsbildung das MR-Bild rekonstruieren. Dabei gilt nach Gl. (3.4) $\omega(\vec{x}, t) \propto |\vec{B}(\vec{x}, t)|$.

Um die Rechenzeit zu verkürzen, wird das Signal simultan für alle Phasenkodierschritte j erzeugt und es werden ausschließlich 2D-Projektionssequenzen betrachtet.

Die physikalischen Annahmen für die Simulation des Signals sind folgende:

- Das magnetische Führungsfeld B_0 ist absolut homogen. Daher können der Beitrag der zugehörigen Larmorfrequenz zum Präzessionssignal a priori wegtransformiert und ausschließlich Phasendifferenzen betrachtet werden. Dies entspricht dem Übergang von Gl. (3.39) zu Gl. (3.43), der experimentell durch Abmischen realisiert wird.
- Die ^3He -Polarisation beträgt 100 % und die in der Realität dominierenden Rauschquellen „Spulen-“ und „Patientenrauschen“ (Kap. 5.1) werden vernachlässigt. Vielmehr resultiert der simulierte Rauschanteil aus der Statistik der relativ geringen Zahl simulierter Teilchenbahnen.
- Die longitudinale Relaxation (Kap. 2.3.1) wird vernachlässigt, was angesichts der Dauer einer simulierten Bildgebungssequenz von nur einigen Millisekunden gerechtfertigt ist.
- Die transversale Relaxation durch Teilchenwechselwirkung T_2' (Kap. 2.3.2) wird ebenfalls vernachlässigt. Von der Richtigkeit dieser Annahme kann man ausgehen, weil mit ^3He unter einem Druck von etwa 5 mbar in einem sehr homogenen Magnetfeld transversale Relaxationzeiten T_2^* von 18 h erreicht werden können [Gem06]. Nimmt man diesen Wert als Untergrenze für T_2' an, ergibt sich bei einer linearen Druckabhängigkeit von $1/T_2'$ bei 1 atm noch immer ein Wert von mehreren hundert Sekunden für T_2' , was deutlich länger als eine simulierte Bildgebungssequenz ist.

Abb. 6.6 zeigt den Real- und Imaginärteil eines so simulierten k -Raum-Signals sowie die Magnitude der Fourier-Rücktransformierten des Signals, die nach Gl. (3.49) die ortsabhängige Magnetisierung bzw. nach Gl. (2.10) die Teilchendichte der ^3He -Atome angibt, jeweils in willkürlichen Einheiten.

a) Realteil des k -Raum-Signals

b) Magnitude im Ortsraum

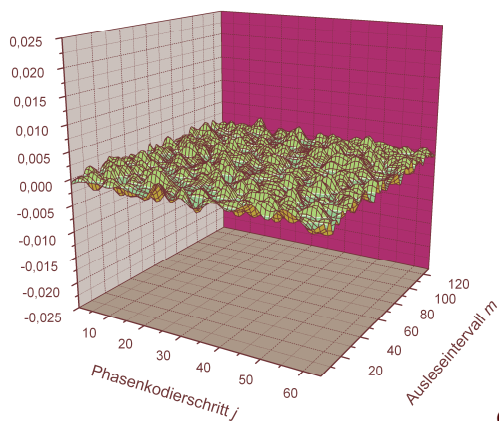
c) Imaginärteil des k -Raum-Signals

Abbildung 6.6: Mittels Monte-Carlo-Simulation erzeugter a) Realteil und b) die entsprechende Signalmagnitude im Ortsraum. Der Imaginärteil c) des k -Raum-Signals besteht hier aus Symmetriegründen ausschließlich aus Rauschen (Erläuterungen siehe Text).

Für diese Simulation wurde ein Hohlzylinder mit einem Radius von 100 mm gewählt, innerhalb dessen alle Atome während der gesamten Bildgebungszeit eingeschlossen waren. Daher erkennt man im Magnitudenbild kein „freies Gas“ aus Bereichen außerhalb des Zylinders. Wegen des für diese Demonstration gewählten großen Volumens, auf das sich die hier simulierten 1000 Teilchen verteilen, ist das SNR sehr gering, was sich an der inhomogenen Signalverteilung innerhalb des Zylinders im Magnitudenbild 6.6 b) widerspiegelt.

Die Parameter der Diffusionsbewegung entsprechen denen in Abb. 6.3. Das Gesichtsfeld FOV beträgt in jeder Richtung 470 mm bei 64 Phasenkodierschritten und 128 Auslesezeitintervallen. Die Achsenbeschriftung im Magnitudenbild bezieht sich auf die Nummer der Pixel.

Da die Geometrie eine Rotationssymmetrie bezüglich der Mittelachse des Zylinders besitzt und die globale Anfangsphase $\phi_0 = 0$ ist, besteht der Imaginärteil des k -Raum-Signals ausschließlich aus Rauschen (Kap. 3.3.1). Die Werteachsen der beiden k -Raum-Signalanteile haben dieselbe Auflösung.

6.3.3 Untersuchung von Suszeptibilitätsartefakten

Die in Abb. 5.7 dargestellten Vergleichsaufnahmen zweier Rattenlungen bei 4.7 T und 0.47 T zeigen bei der Hochfeldaufnahme deutliche Signalauslöschungen im Bereich der großen Blutgefäße. Es wird vermutet, dass dies auf Dephasierungseffekte unter dem Einfluss von parasitären Magnetfeldgradienten zurückzuführen ist. Um diese Vermutung zu überprüfen, wurde mit der Monte-Carlo-Routine die MR-Bildgebung von ^3He -Gas in der Nähe eines magnetisierten Hohlzylinders simuliert. Die Routine zur Berechnung des Magnetfeldverlaufs eines axial magnetisierten Hohlzylinders wurde von einem Mitglied der Arbeitsgruppe (F. G.) zur Verfügung gestellt.

Der Zylinder aus Abb. 6.4 mit einem Außenradius von 0.8 mm und einer Länge von 1.5 mm repräsentiert in dieser Simulation ein großes Blutgefäß im Thorax einer Ratte. Interessant ist in diesem Zusammenhang nur das ^3He -Signal *außerhalb* des Hohlzylinders.

Die magnetische Suszeptibilität des Zylinders liegt bei $\chi = -10$ ppm, was etwa der absoluten¹⁵ Suszeptibilität des menschlichen Bluts entspricht [Spe01]¹⁶. Dabei wird angenommen, dass sich das Blut von Menschen und Ratten in seinen magnetischen Eigenschaften nicht wesentlich unterscheidet.

Das Führungsmagnetfeld B_0 zeigt in positiver z -Richtung. Die Grenzflächen der äußeren Zelle, an denen die Teilchen beim Erreichen des oberen oder unteren Zylinderendes reflektiert werden, sind nicht magnetisiert.

Abb. 6.7 zeigt zweidimensional den Verlauf des Magnetfelds eines mit $47 \mu\text{T}/\mu_0$ in *negativer* z -Richtung magnetisierten Hohlzylinders mit den entsprechenden Abmessungen. Die dargestellte z -Komponente gibt mit $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$ und dem Magnetfeld der Bildgebungsgradienten $\vec{B}_G \approx \pm B_G \vec{e}_z$ (siehe Kap. 3.2.1) in guter Näherung die für die Änderung der orts- und zeitabhängigen Präzessionsfrequenz $\Delta\omega_0$ (Gl. (3.4)) unter dem Einfluss des Magnetfelds $\vec{B}^{(x)}$ des magnetisierten Hohlzylinders eigentlich relevante Größe an:

$$\left| \vec{B}_0 + \vec{B}_G + \vec{B}^{(x)} \right| - B_0 - (\pm B_G) \approx B_z^{(x)} \quad . \quad (6.29)$$

¹⁵Im Zusammenhang mit der MR-Bildgebung werden magnetische Suszeptibilitäten wegen des hohen Wasseranteils im Körper oft im Vergleich zu Wasser ($\chi_{\text{H}_2\text{O}} = -9$ ppm) angegeben. Im Zusammenhang mit der Lunge ist dagegen die Angabe der absoluten Suszeptibilität sinnvoller.

¹⁶Die genaue Suszeptibilität des Bluts hängt vom Oxigenierungsgrad des Hämoglobins ab und liegt bei einem angenommenen Volumenanteil der roten Blutkörperchen im Blut („Hämatokrit-Wert“) von 40 % (gültig für große Blutgefäße) in MKSA-Einheiten etwa zwischen -8.4 ppm bei 50 % Sauerstoffsättigung und -9 ppm bei maximalem Sauerstoffanteil. Die Werte in [Spe01] sind im CGS-System angegeben und daher im Betrag um den Faktor 4π geringer.

Dabei wurden die Ungleichungen $B^{(x)} \ll B_0$ und $B_G \ll B_0$ ausgenutzt. $\vec{B}^{(x)}$ wird in der Simulation durch ein elliptisches Integral numerisch berechnet. Die hohe Geschwindigkeit dieser Methode erlaubt die Wiederholung dieser Berechnung bei jedem Phasenakkumulationsschritt, was den Zugriff auf eine diskrete Feldkarte, die einen erheblichen Speicherbedarf bedeuten würde, im Fall eines axial magnetisierten Hohlzylinders überflüssig macht.

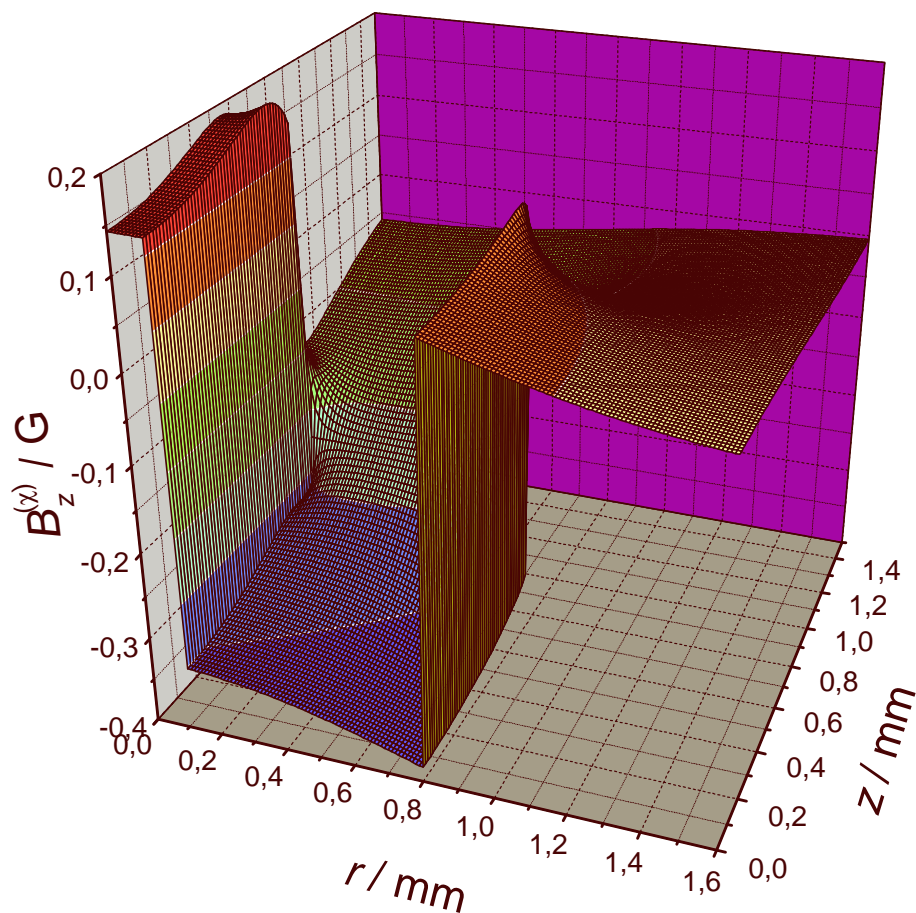


Abbildung 6.7: Zweidimensionale Darstellung der z -Komponente des Magnetfeldverlaufs eines mit $-47 \mu\text{T}/\mu_0$ in axialer Richtung magnetisierten Hohlzylinders mit einem Innenradius von 0.1 mm , einem Außenradius von 0.8 mm und einer Länge von 1.5 mm in den Einheiten G und mm . Der Vorzeichenwechsel von $B_z^{(x)}$ findet im Bereich der gelben Farbe statt (Erläuterungen siehe Text).

Man erkennt in Abb. 6.7, dass die z -Komponente des suszeptibilitätsbedingten Magnetfelds in der Wand des Hohlzylinders ($0.1 \text{ mm} \leq r \leq 0.8 \text{ mm}$, $z \leq 0.75 \text{ mm}$) mit negativer magnetischer Suszeptibilität negativ ist, jedoch betragsmäßig *kleiner* als das Produkt aus μ_0 und der induzierten Magnetisierung der Wand von $47 \mu\text{T} = 0.47 \text{ G}$. Auf diese Tatsache wird in Kap. 7.3 dieser Arbeit

Weil die verwendete Fourier-Transformationsroutine das Bildzentrum in das Pixel rechts oberhalb der Mitte des Rasters verschiebt, ergibt sich bei gerader Pixelzahl ein asymmetrisches Bild. Das Pixel mit der Bezeichnung „0“ beinhaltet dann das Bildzentrum. Alle anderen Pixel werden eindeutig einer anderen Gruppe zugeordnet, sodass die Pixelgruppen einer Klassifizierungszahl jeweils möglichst ringförmige Strukturen bilden. In Abb. 6.8 sind die Pixelklassen bis einschließlich der Klassifizierungszahl „2“ angegeben.

Da bei der Untersuchung von Rattenlungen die Lunge vor Beginn der Aufnahme mehrmals mit Helium gespült wird, sodass sich fast reines ^3He darin befindet [Rud06], werden für die Simulation zunächst diejenigen Streuparameter verwendet, die, wie in der Beschreibung von Abb. 6.5 erläutert, die freie Diffusionskonstante für reines ^3He bei 1 atm von $1.88 \pm 0.05 \text{ cm}^2/\text{s}$ ergeben. Abb. 6.9 zeigt die radiale Abhängigkeit des simulierten, gemäß dem Schema in Abb. 6.8 über den Azimutwinkel gemittelten MR-Signals in willkürlichen Einheiten für 20000 Teilchen mit $D_0 = 1.88 \text{ cm}^2/\text{s}$ und der Dichteverteilung gemäß Abb. 6.5 (obere Bilder) sowie für $D_0 = 0.95 \text{ cm}^2/\text{s}$ (mittlere Bilder, Parameter der Teilchenpropagation wie in Abb. 6.3), jeweils bei $B_0 = 0.47 \text{ T}$ (linke Bilder) und bei $B_0 = 4.7 \text{ T}$ (rechte Bilder). Die unteren Bilder zeigen, ebenfalls für diese beiden Führungsmagnetfeldstärken, die simulierten Signalmagnituden für 5000 Teilchen bei einer mittleren freien Diffusionsweglänge von $\bar{\Lambda} = 40 \text{ nm}$, was bei einer wahrscheinlichsten Geschwindigkeit von 1311 m/s nach Gl. (6.23) eine freie Diffusionskonstante von $0.197 \text{ cm}^2/\text{s}$ ergibt. Die Simulation liefert nach der Bestimmung analog zu Abb. 6.3 $D_0 = 0.175 \pm 0.005 \text{ cm}^2/\text{s}$, etwa entsprechend typischen Werten für *scheinbare* Diffusionskoeffizienten (*ADC*) in Lungen gesunder Laborratten [Rud06]. Die Teilchenzahl wurde hier wegen der bei kürzeren freien Weglängen häufiger stattfindenden Streuung geringer gewählt, um die Rechenzeit im erträglichen Rahmen zu halten.

Die Radiusklassen „0“, „1“ und „2“ sind jeweils gekennzeichnet; die Breite der Balken entspricht dem Unterschied zwischen minimalem und maximalem Radius innerhalb der entsprechenden Klasse. Bei der hier angewandten Methode der Mittelwertbildung des Signals über den Azimutwinkel werden wie bei den Formeln in Kap. 6.1 Unterschiede in der Beeinflussung der Signalmagnituden durch die induzierten Magnetfeldgradienten zwischen Phasen- und Frequenzkodierrichtung vernachlässigt. Außerdem wird durch die Zusammenfassung der Signalanteile, die bei unterschiedlichen Radien entstehen, in Pixeln eine eventuell stärkere Radiusabhängigkeit des Signals verdeckt, was jedoch der realen Bildgebungssituation entspricht.

In der Nähe der Gefäßwände treten deutliche Unterschiede der Signalmagnituden auf, je nachdem, ob der betrachtete Bereich radial in Phasen- oder Frequenzkodierrichtung vom Zentrum entfernt liegt. Durch die Gleichbehandlung dieser Raumrichtungen bei der Azimutmittelung beinhalten die hier angegebenen Fehler der Mittelwerte daher dort einen hohen systematischen Anteil, d. h. sie lassen sich durch eine größere simulierte Teilchenzahl nicht mehr deutlich reduzieren.

Andererseits fehlen bei den zentralen Signalmagnituden innerhalb der Hohlzylinder die Fehlerbalken, weil hier die „Azimutmittelung“ nur ein einziges Pixel umfasst. Ein realistisches Maß für die Magnitudenfehler im Zentrum sind die vierfachen vertikalen Fehlerbalken beim Radius 2.6 mm, weil bei diesem Radius die Azimutmittelung über 16 Pixel erfolgt. Entsprechend wäre beim Radius 0.86 mm (acht Pixel), d. h. direkt neben der Zylinderwand, der rein statistische Fehler jeweils etwa um den Faktor $\sqrt{2}$ größer als bei $r = 2.6 \text{ mm}$.

Die gezeichneten Kurven verbinden die Datenpunkte in den Zentren der jeweiligen Radiusklassen und dienen der Orientierung.

Bei einem Radius von 5 mm ist die äußere Gefäßwand eingezeichnet, d. h. es befindet sich kein Helium außerhalb dieses Radius.

Die schraffierte Fläche stellt die Zylinderwand dar, die entsprechend ihrer magnetischen Suszeptibilität von -10 ppm mit $-4.7 \mu\text{T}/\mu_0$ bei $B_0 = 0.47 \text{ T}$ (linke Bilder) bzw. mit $-47 \mu\text{T}/\mu_0$ bei $B_0 = 4.7 \text{ T}$ (rechte Bilder) entgegengesetzt zum magnetischen Führungsfeld B_0 entlang der Zylinderachse magnetisiert ist.

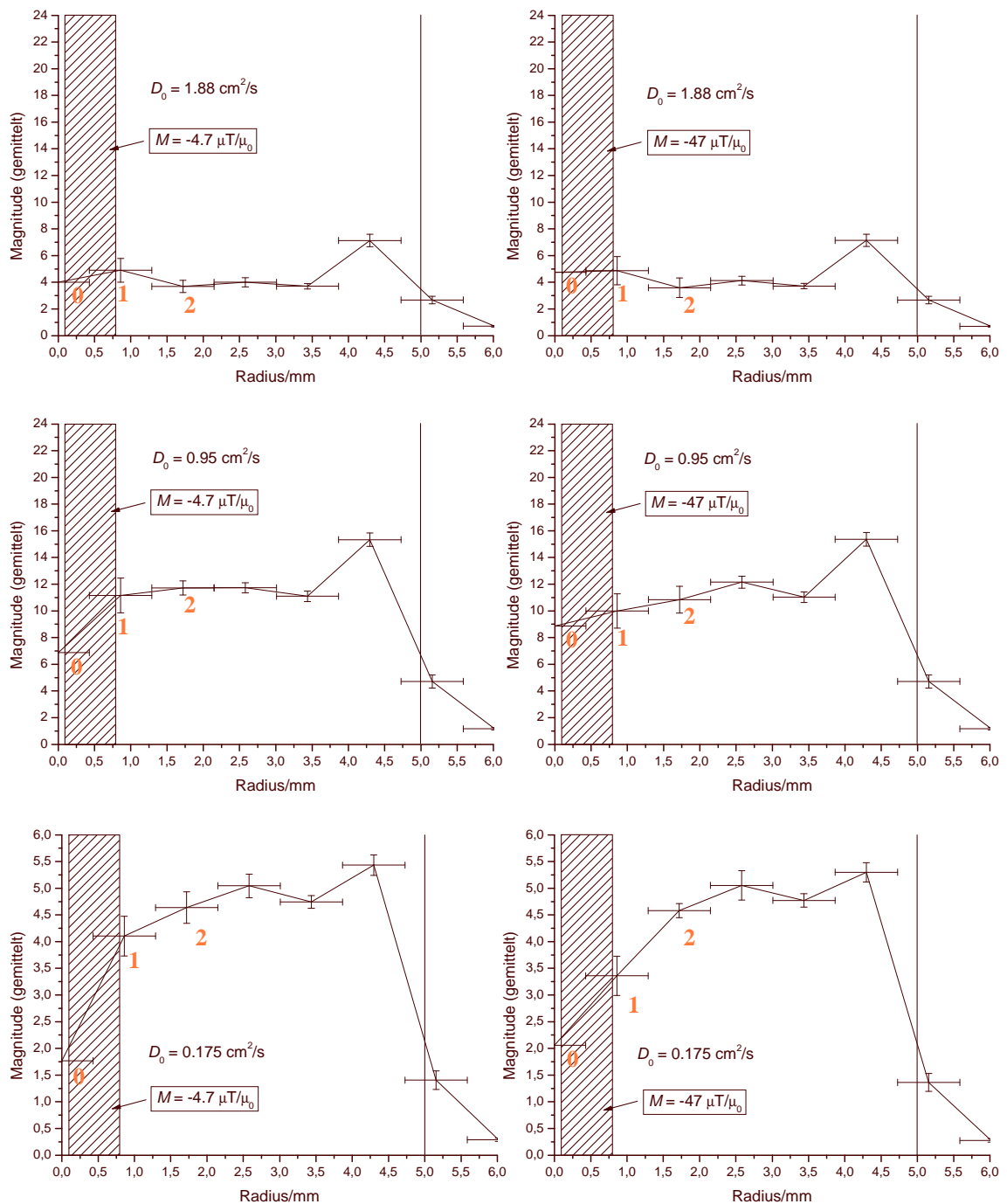


Abbildung 6.9: Die simulierte MR-Signalmagnitude in der Nähe eines großen Blutgefäßes bei der Bildgebung an Ratten mit frei diffundierendem reinem ^3He bei 0.47 T (links oben) und 4.7 T (rechts oben), mit einer bei Aufnahmen am Menschen typischen ^3He -Konzentration im Atemgas bei 0.47 T (links Mitte) und bei 4.7 T (rechts Mitte) sowie mit einer freien Diffusionskonstante, die einen typischen ADC-Wert in gesunden Rattenlungen repräsentiert (links unten: $B_0 = 0.47 \text{ T}$, rechts unten: $B_0 = 4.7 \text{ T}$), jeweils in willkürlichen Einheiten.

Man erkennt in allen Bildern der Abb. 6.9, dass das Signal am äußeren Rand bei einem Radius von 5 mm nicht sprunghaft, sondern allmählich nach außen hin abfällt, obwohl sich dort kein signalgebendes Gas mehr befindet. Dies resultiert aus der begrenzten Auflösung der endlichen FFT (Gl. (3.52)), die zur Bildrekonstruktion verwendet wird.

Die Signalmagnitude ist außerhalb des magnetisierten Zylinders bei geringeren Diffusionskonstanten insgesamt höher, was auf diffusive Dephasierungseffekte gemäß Gl. (2.24) unabhängig von der Magnetisierung des Zylinders zurückzuführen ist¹⁷. Dieser Unterschied ist in der Nähe der Ränder der Struktur geringer, d. h. eine höhere Diffusionskonstante führt zu stärkeren relativen Randsignalüberhöhungen¹⁸.

Die Signalmagnitude am äußeren Rand der Zylinderwand ändert sich bei der höheren freien Diffusionskonstante in den oberen Bildern mit der Magnetisierung nicht wesentlich. Bei den geringeren freien Diffusionskonstanten in den mittleren und unteren Bildern ist hingegen ein veränderter Signalverlauf bei der höheren Magnetisierung zu erkennen, dessen Differenz zum geringer magnetisierten Fall bei der geringsten Diffusionskonstante in den unteren Bildern den rein statistischen Fehler übersteigt. Die unteren Bilder kommen der Situation in Abb. 5.7 am nächsten, da im Experiment die Diffusion in der Nähe der Blutgefäße durch das Lungengewebe stark eingeschränkt ist. Der Einfluss der durch die Magnetisierung des Hohlzylinders induzierten Magnetfeldgradienten ist also bei geringeren Diffusionskonstanten stärker, da sich dann diejenigen Teilchen, die sich hauptsächlich in der Nähe der Zylinderwand aufhalten und dementsprechend auch an dieser Stelle zum rekonstruierten Bild beitragen, stärker dort lokalisiert sind, wo die induzierten Magnetfeldgradienten besonders stark sind. Innerhalb der Sequenzdauer von ca. 3.4 ms beträgt die mittlere Diffusionsstrecke der Teilchen in jeder Raumrichtung nach Gl. (4.1) hier etwa 1.1 mm bei der höchsten Diffusionskonstante, etwa 0.77 mm bei der mittleren und etwa 0.34 mm bei der geringsten Diffusionskonstante.

Im größeren Abstand von der Zylinderwand sind auch bei der geringsten Diffusionskonstante keine deutlichen Unterschiede zwischen höherer und geringerer Magnetisierung der Zylinderwand zu erkennen, da der Einfluss der durch die Magnetisierung induzierten Magnetfeldgradienten dort nachlässt.

Die Ergebnisse dieser Simulationsstudie bestätigen die Vermutung, dass die in Abb. 5.7 beobachteten Signalauslöschungen eine Folge der durch die magnetische Suszeptibilität der großen Blutgefäße induzierten Magnetfeldgradienten sind. In der experimentellen Situation fällt der Effekt durch die stark eingeschränkte Diffusion innerhalb des Lungengewebes recht deutlich aus, da das signalerzeugende Gas in der Nähe der großen Blutgefäße dort stark lokalisiert ist. Dies bedeutet, dass solche Auslöschungseffekte stärker sein können, wenn mit anderen Gasen als reinem ³He gemessen wird, die eine geringere Diffusionskonstante besitzen.

Ein geringerer *Durchmesser* des Vollzylinders, entsprechend einem kleineren Blutgefäß, würde den Effekt abschwächen, da dann bei gleicher Magnetisierung das magnetische Moment des Gefäßes geringer wäre (Gl. (2.1)). Daher beobachtet man in Abb. 5.7 in größerer Entfernung von den größten Blutgefäßen keine so deutlichen Suszeptibilitätsartefakte, obwohl die magnetische Suszeptibilität des Lungengewebes etwa der des reinen Bluts entspricht.

Eine größere *Länge* des Zylinders würde ebenfalls zu einem schwächeren Effekt führen, da der induzierte quadratische Magnetfeldgradient, von dem nach Gl. (2.24) die diffusionsbedingte

¹⁷Durch die Anpassung der Skalierung der Wertachsen der unteren Bilder mit geringerer Teilchenzahl können die dargestellten Signalmagnituden aller Bilder direkt miteinander verglichen werden.

¹⁸Auf ortsabhängige MR-Signalverläufe, die aufgrund von Diffusionseffekten auch in der Umgebung unmagnetisierter Grenzflächen nicht gemäß Gl. (3.49) ausschließlich die lokale magnetisierte Spindichte repräsentieren, wird in Kap. 6.3.5 dieser Arbeit näher eingegangen.

Signalabnahme in einem inhomogenen Magnetfeld abhängt, in der Umgebung eines magnetisierten Zylinders mit konstantem Radius bei zunehmender Zylinderlänge im Mittel abnimmt.

Bei der gewählten Länge von 1.5 mm, die etwa dem Außendurchmesser des Zylinders von 1.6 mm entspricht, spielt auch die Orientierung des Zylinders relativ zum äußeren Magnetfeld nur eine geringe Rolle, da die Anordnung einer Kugelsymmetrie nahe kommt. Es genügt also zunächst, den Fall einer zur Zylinderachse parallelen Magnetfeldrichtung zu betrachten.

Im folgenden Abschnitt wird neben der Diskussion von simulierten *ADC*-Messungen (Kap. 4.1) auch auf die in [Sal05] beschriebenen Suszeptibilitätsartefakte bei der ^3He -MRT der menschlichen Lunge eingegangen.

6.3.4 Die Simulation von *ADC*-Messungen

Als nächstes soll der Einfluss suszeptibilitätsbedingter Magnetfeldgradienten auf die diffusionsgewichtete ^3He -MR-Bildgebung (Kap. 4.1) überprüft werden.

Dazu wird eine diffusionsgewichtete Sequenz unter dem Einfluss der Diffusion innerhalb eines magnetisierten Hohlzylinders simuliert. Der Zylinder besitzt etwa die Abmessungen der menschlichen Azini (Innendurchmesser 0.7 mm bei verschiedenen Längen und Außendurchmessern). Innerhalb dieser Strukturen erwartet man den wesentlichen Signalbeitrag bei der diffusionsgewichteten MR-Bildgebung am Menschen (Kap. 6.1.1).

Daher werden nun die Signale *innerhalb* des Hohlzylinders mit und ohne Diffusionswichtung miteinander verglichen. Um den maximalen Effekt zu simulieren, wird die magnetische Suszeptibilität der Zylinderwand zu 20 ppm angenommen, entsprechend dem Maximalwert für das menschliche Blut nach der Gabe von Kontrastmitteln [Sch06c]. Der Einfluss der in Form von Kugelsegmenten an der Zylinderwand vorliegenden Alveolen (Abb. 6.1) wird hierbei vernachlässigt.

Abb. 6.10 zeigt schematisch den Verlauf der Magnetfelder \vec{B}_0 , \vec{B}_D des Diffusionsgewichtungsgradienten und $\vec{B}^{(\chi)}$ durch die induzierte Magnetisierung der Zylinderwand in *positiver* z -Richtung. Der Beitrag der Bildgebungsgradienten \vec{B}_G (Gl. (6.29)) ist nicht dargestellt.

Die diffusionsgewichtete Bildgebungssequenz entspricht etwa der zweidimensionalen *ADC*-Sequenz, die im Rahmen des PHIL-Projekts [PHI00] bei klinischen Studien angewandt wird. Das Gesichtsfeld *FOV* beträgt etwa 47 cm in jeder Richtung.

Da bei dieser Sequenz die Pixelgröße mit $3.67 \times 7.34 \text{ mm}^2$ größer als die Öffnung des Hohlzylinders ist, stammt der gesamte interessierende Signalbeitrag aus dem zentralen Pixel.

Die Gradientenanstiegszeiten der PHIL-Sequenz $\varepsilon = 0.3 \text{ ms}$ (siehe Abb. 4.3) werden bei der Simulation vernachlässigt und die Form des Diffusionsgewichtungsgradienten durch einen bipolaren Rechteckgradienten mit gleicher Fläche angenähert ($\delta = \Delta = 2 \text{ ms}$), sodass der b -Wert nach Gl. (4.4) in der Simulation um 18 % geringer ist als bei der echten PHIL-Sequenz. Die Diffusionswichtung erfolgt in der Simulation in Frequenzkodierrichtung senkrecht zur gemeinsamen Zylinder- und B_0 -Achse. Die beiden Gradientenamplituden G zur Diffusionswichtung betragen wie im Experiment jeweils 0 und 12 mT/m und die Bestimmung des *ADC* erfolgt gemäß Gl. (4.5).

Die freie Diffusionskonstante liegt jeweils etwa bei $0.95 \text{ cm}^2/\text{s}$, ungefähr entsprechend derjenigen von ^3He im Atemgasgemisch (Abb. 6.3).

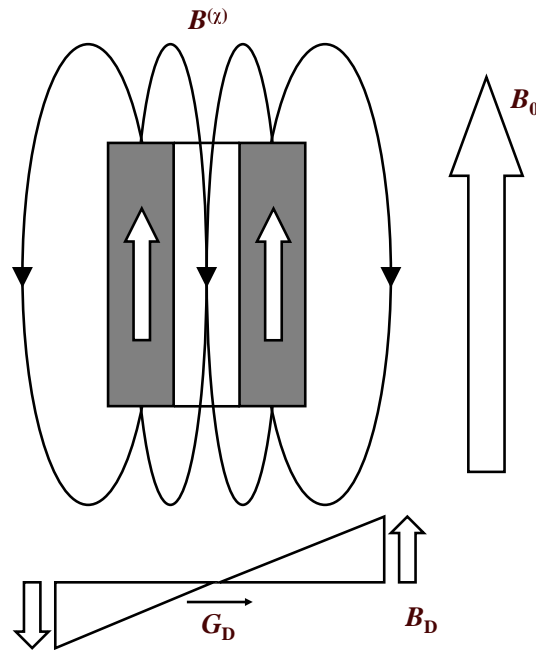


Abbildung 6.10: Schematische Darstellung der Magnetfeldverläufe des Führungsmagnetfelds \vec{B}_0 , des Felds \vec{B}_D durch den Diffusionsgewichtungsgradienten \vec{G}_D und von $\vec{B}^{(x)}$ durch die induzierte Magnetisierung der grau gezeichneten Zylinderwand.

Tab. 6.2 zeigt die simulierte transversale ADC-Werte für jeweils 1000 Teilchen, die alle innerhalb des Hohlzylinders mit 0.7 mm Innendurchmesser „eingesperrt“ sind, bei unterschiedlichen Zylinderlängen, Wandstärken (angegeben ist jeweils der Außendurchmesser $2r_a$) und Magnetisierungen ($30 \mu\text{T}/\mu_0$ entsprechen $\chi = 20 \text{ ppm}$ bei $B_0 = 1.5 \text{ T}$) entlang der Zylinderachse.

In der vorletzten Spalte ist die absolute Signalmagnitude *ohne* Diffusionswichtung angegeben. Bei den angegebenen absoluten Signalmagnituden und ADC-Werten handelt es sich jeweils um Mittelwerte aus zwei Simulationen mit verschiedenen Sätzen von Pseudo-Zufallszahlen, die jeweils unterschiedliche Diffusionswege bewirken.

Die Fehler der Mittelwerte wurden aus der erwartungstreuen Schätzung der Standardabweichung gemäß

$$\Delta x = \sqrt{\frac{N-1}{2} \frac{\Gamma(\frac{N-1}{2})}{\Gamma(\frac{N}{2})}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} / \sqrt{N} \quad (6.30)$$

mit der Gammafunktion Γ und $x \in \{S, ADC\}$ errechnet [Gra87]. Der Korrekturfaktor gegenüber der üblichen Formel für die Abschätzung der Standardabweichung für große N beträgt bei $N = 2$ etwa 1.25; für $N = 4$ liegt die Abweichung bereits bei unter 10 %.

l [mm]	$2r_a$ [mm]	M [$\mu\text{T}/\mu_0$]	$S(G=0)$ [willk. Einh.]	ADC [cm^2/s]
20	2	0	326.07 ± 0.07	0.0651 ± 0.0030
20	2	30	221.5 ± 8.1	0.0634 ± 0.0028
0.7	2	0	326.07 ± 0.07	0.0621 ± 0.0007
0.7	2	30	249.5 ± 1.9	0.0640 ± 0.0033
0.7	2	-30	249.5 ± 3.1	0.0564 ± 0.0027
0.7	0.72	30	323.5 ± 0.6	0.0609 ± 0.0001

Tabelle 6.2: Nach einer simulierten diffusionsgewichteten MR-Sequenz ähnlich der des PHIL-Protokolls [PHI00] bestimmte ADC-Werte für unterschiedliche suszeptibilitätsbedingte Magnetfeldgradienten innerhalb von verschiedenen Hohlzylindern mit einem gemeinsamen Innendurchmesser von jeweils 0.7 mm.

Bei der Auswertung der Simulationsdaten wurde zunächst festgestellt, dass das Signalmaximum beim kurzen, dickwandigen Zylinder ($l = 0.7$ mm, $2r_a = 2$ mm) um zwei von 128 Pixeln à 3.67 mm in Frequenzkodierichtung verschoben wird, wenn die Magnetisierung des Zylinders berücksichtigt wird. Die Richtung dieser Verschiebung hängt vom Vorzeichen der magnetischen Suszeptibilität ab und sie ist für $\chi = 0$ nicht vorhanden. Es handelt sich demnach um ein Suszeptibilitätsartefakt, das nur bei dem Hohlzylinder mit dem inhomogensten induzierten Magnetfeld entsteht. Mit Gl. (3.59) kann man begründen, warum sich eine entsprechende Verschiebung der mittleren Präzessionsphase ($\phi_0 \neq 0$) nicht auf das rekonstruierte Bild auswirkt.

Wie bei dieser Projektionsaufnahme erwartet, ist die Signalmagnitude (vorletzte Spalte) ohne Berücksichtigung von suszeptibilitätsbedingten und Diffusionsgradienten unabhängig von der Zylinderlänge (erste und dritte Zeile)¹⁹. Der sehr kleine Fehler der Signalmagnitude ergibt sich in diesen Fällen daraus, dass bei der hier vorliegenden Einschränkung der Teilchendiffusion innerhalb eines Bildpixels die Bildgebungsgradienten allein keine diffusive Dephasierung bewirken. Der verbleibende Fehler ist daher numerisch bedingt. Qualitativ sind die Fehler der Signalmagnituden bei Berücksichtigung der suszeptibilitätsbedingten Magnetfeldgradienten umso größer, je stärker das Signal durch Dephasierung abgeschwächt wird.

Der Signalmittelwert ohne Diffusionswichtung ist außerdem unabhängig vom Vorzeichen der Magnetisierung (vorletzte und drittletzte Zeile). Dies lässt sich anhand von Abb. 6.10 mit $\vec{B}_D = 0$ nachvollziehen: Die Vorzeichenumkehr von $\vec{B}^{(\chi)}$ ist äquivalent zu einer Vorzeichenumkehr von \vec{B}_0 und einer Raumspiegelung. Da der Beitrag von \vec{B}_0 zur Präzessionsfrequenz in der Simulation herausfällt (Kap. 6.3.2), ist die Signalmagnitude dann unabhängig vom Vorzeichen der Magnetisierung.

Der absolute Signalverlust durch die Magnetisierung der Zylinderwand ist für den dünnwandigen²⁰ Zylinder minimal (Vergleich der dritten und der letzten Zeile) und für den langen, dickwandigen Zylinder maximal (Vergleich der ersten und der zweiten Zeile). Beim kurzen, dickwandigen Zylinder (vierte Zeile) liegt der absolute Signalverlust durch die Magnetisierung der Zylinderwand zwischen diesen beiden Extremwerten. Das letztere Resultat erstaunt zunächst, da im Innern eines magnetisierten, kurzen, dickwandigen Hohlzylinders im Mittel ein inhomogeneres Magnetfeld herrscht, als in einem längeren Hohlzylinder mit gleicher Wandstärke und Magnetisierung. Qualitativ lässt sich die geringere Signalabnahme im kürzeren Zylinder dadurch verstehen, dass durch den dann

¹⁹Ebenso sind die Signalmagnitude und der ADC bei unmagnetisierter Zylinderwand unabhängig vom Außendurchmesser des Hohlzylinders, was jedoch trivial und daher in Tab. 6.2 nicht dargestellt ist.

²⁰Auch diese Wandstärke ist mit 10 μm in der Simulation immer noch etwas größer gewählt als die typischen im menschlichen Lungengewebe auftretenden Wandstärken der Alveolen von 5 ... 8 μm [Lue03].

auch axialen Einschluss der Teilchen diese während der Aufnahme²¹ ein *gemeinsames* mittleres Magnetfeld erfahren. Dies führt zu einer erhöhten Signalmagnitude durch Reduzierung der Breite der Phasen- und Frequenzverteilungen²². Eine Grenze für das Auftreten dieses „motional narrowing“ Effekts wird für einen *konstanten* transversalen Magnetfeldgradienten in Kap. 6.3.5 dieser Arbeit quantitativ hergeleitet.

Alle simulierten mittleren *ADC*-Werte (rechte Spalte) weichen vom theoretischen Wert für unmagnetisierte Hohlzylinder mit 0.7 mm Innendurchmesser von $0.0618 \text{ cm}^2/\text{s}$ nach den Gln. (4.5) und (6.3)²³ um weniger als 10 % ab²⁴, sodass die Beeinflussung der *ADC*-Bestimmung mit der ³He-MRT durch suszeptibilitätsbedingte Magnetfeldgradienten in der menschlichen Lunge bei $B_0 = 1.5 \text{ T}$ trotz der für die Simulation gewählten hohen magnetischen Suszeptibilität des Bluts von 20 ppm als gering zu bewerten ist.

Für die experimentelle Situation dürfte daher die in der Simulation auftretende Verschiebung des rekonstruierten Signals in Frequenzkodierichtung bei starken induzierten Magnetfeldgradienten von größerer Bedeutung sein. Solche Effekte können auch die Ursache für die in [Sal05] beobachteten Artefakte im Bereich des beim Menschen 3 ... 5 mm dicken Zwerchfells [Sob82] (vgl. Kap. 5.3.4) sein.

Bei geringeren freien Diffusionskonstanten (vgl. Abb. 6.9) und höheren gyromagnetischen Verhältnissen (größerer Phasenverschieb bei gleichen suszeptibilitätsbedingten Gradienten nach Gl. (3.24)) kommt die Abhängigkeit des transversalen *ADC* von der induzierten Magnetisierung entsprechend stärker zum Tragen.

Betrachtet man z. B. ¹⁹F im SF₆-Molekül als signalgebenden Kern [Sch01] ($\gamma \approx 40.1 \text{ MHz/T}$, $v_w = 188 \text{ m/s}$ bei 310 K), sinkt die freie Diffusionskonstante D_0 im Vergleich zu Tab. 6.2 auf $0.141 \text{ cm}^2/\text{s}$ ab (theoretischer Wert nach Gl. (6.23) mit $\bar{\Lambda} = 200 \text{ nm}$) bzw. $D_0 = 0.130 \pm 0.004 \text{ cm}^2/\text{s}$ (analog zu Abb. 6.3 aus der Simulation bestimmt)²⁵. Der theoretische transversale *ADC* nach den Gln. (4.5) und (6.3) beträgt dann im unmagnetisierten Zylinder, gerechnet mit dem simulierten Wert von $D_0 = 0.130 \text{ cm}^2/\text{s}$ sowie $r = 0.35 \text{ mm}$ und $\delta = \Delta = 2 \text{ ms}$, unabhängig von G und γ (Gl. (4.3)) etwa $0.066 \text{ cm}^2/\text{s}$. In der Simulation steigt der mittels der auch in Tab. 6.2 benutzten *ADC*-Sequenz bestimmte transversale *ADC* innerhalb des Hohlzylinders mit 0.7 mm Länge und Innendurchmesser sowie 2 mm Außendurchmesser von $0.06941 \pm 0.00075 \text{ cm}^2/\text{s}$ bei unmagnetisierter Zylinderwand auf $0.116 \pm 0.026 \text{ cm}^2/\text{s}$, wenn man die Magnetisierung der Zylinderwand mit $30 \mu\text{T}/\mu_0$ annimmt. Dabei ist die Diffusionsgewichtung bei ¹⁹F gegenüber der bei ³He unterdrückt, da wegen des höheren gyromagnetischen Verhältnisses von ¹⁹F die Bildgebungsgradienten, die sowohl mit als auch ohne explizite Diffusionsgewichtung signalzerstörend wirken, einen größeren Einfluss auf die Signalmagnituden haben (Gl. (2.24)). Aus Gründen der Vergleichbarkeit wurden die Bildgebungsgradienten und deren Zeitschema beibehalten, wodurch sich das Gesichtsfeld *FOV* und die Auflösung ändern (Gln. (3.54) bis (3.57)), das Signal jedoch weiterhin in einem Pixel konzentriert bleibt.

²¹Die mittlere freie Diffusionsstrecke nach Gl. (4.1) liegt während der *gesamten* Sequenzdauer von 7.4 ms hier bei etwa 1.2 mm.

²²Dies ist kein Widerspruch dazu, dass die o. e. Signalverschiebung in Frequenzkodierichtung nur beim *kurzen*, dickwandigen Zylinder auftritt, da es dabei nicht auf die Breite, sondern auf den Mittelwert der Frequenzverteilung ankommt.

²³Da die mittlere freie Diffusionsstrecke während der *Diffusionsgewichtungszeit* von 2 ms nach Gl. (4.1) hier mit etwa 0.6 mm ähnlich dem Innenradius des Hohlzylinders ist, ist der theoretische *ADC*-Wert nach [Neu74] hier als Näherung zu betrachten.

²⁴Die *Fehler* aller *ADC*-Werte sind zwar relativ klein, jedoch aufgrund der geringen Statistik von jeweils nur zwei Simulationsexperimenten stark verschieden und daher wenig aussagekräftig.

²⁵Dabei wurde in der Simulation von einer Mischung aus SF₆ und Luft ausgegangen; die freie Diffusionskonstante für *reines* SF₆ beträgt bei 1 atm und 310 K nur etwa $0.033 \text{ cm}^2/\text{s}$ [Hir65].

Die absolute Signalmagnitude sinkt bei SF₆ durch die Magnetisierung der Zylinderwand deutlich um etwa 85 % und es wird eine Verschiebung des Maximums in Frequenzkodierichtung um zwei von 128 Pixeln beobachtet.

Die hier nicht explizit erwähnten Simulationsparameter entsprechen den zur Erstellung von Tab. 6.2 gewählten Werten²⁶.

Die Ergebnisse dieser erstmals mit solch großer Systematik durchgeführten Simulationen sagen voraus, dass die MR-Bildgebung der menschlichen Lunge mit ¹⁹F im SF₆-Molekül wesentlich empfindlicher auf suszeptibilitätsbedingte Magnetfeldgradienten reagiert als die ³He-MRT. Dies gilt insbesondere auch für die diffusionsgewichtete Bildgebung. Bei der modellhaften Bestimmung des transversalen *ADC* in Hohlzylindern mit der ³He-MRT ist der systematische Einfluss der suszeptibilitätsbedingten Gradienten mit weniger als 10 % unter realistischen klinischen Bedingungen geringer als statistische Schwankungen der in der gesunden menschlichen Lunge gemessenen absoluten *ADC*-Werte [Mor05].

Um das Verhalten des *ADC* für ³He bei größeren induzierten magnetischen Momenten zu veranschaulichen, zeigt Abb. 6.11 die Abhängigkeit der simulierten transversalen *ADC*-Werte innerhalb zweier dickwandigerer, 10 mm langer Hohlzylinder (Innendurchmesser 0.4 mm und 0.8 mm, Außendurchmesser jeweils 8 mm) als Funktion der Magnetisierung der Zylinderwand. Da man entsprechende Vergleichsexperimente mit magnetisierbaren Röhren mit *reinem* ³He durchführen würde, wurden nun die Streuparameter $\bar{\Lambda} = 400$ nm und $v_w = 1286$ m/s (gültig für ³He bei 300 K) gewählt, die im Gegensatz zu Tab. 6.2 (³He im Atemgasgemisch bei Körpertemperatur) eine freie Diffusionskonstante von 1.83 ± 0.05 cm²/s (Bestimmung analog zu Abb. 6.3) ergeben. Der theoretische Wert aus Gl. (6.23) liegt hier bei 1.93 cm²/s.

Die Diffusionsgewichtungsgradienten in Phasenkodierichtung senkrecht zu den Zylinderachsen betragen jeweils 0 und 25.8 mT/m, entsprechend einem Wert bei hochauflösenden *ADC*-Messungen, die am Max-Planck-Institut für Polymerforschung in Mainz bei $B_0 = 4.7$ T an Glaskapillarphantomen durchgeführt wurden [Agu04].

Es handelt sich jeweils um Simulationen von 1000 Teilchen unter Ausschluss eines Austauschs des Gases innerhalb des Hohlzylinders mit dem „freien Gas“ innerhalb der äußeren Zelle mit einem Innendurchmesser von 10 mm. Die Bestimmung der Fehlerbalken erfolgt nach demselben Verfahren wie in Tab. 6.2.

²⁶Bei der Berechnung der simulierten *ADC*-Werte musste der *b*-Wert bei gleichem Diffusionsgewichtungsgradienten gemäß Gl. (4.4) für das gyromagnetische Verhältnis von ¹⁹F abweichend vom Wert für ³He neu bestimmt werden.

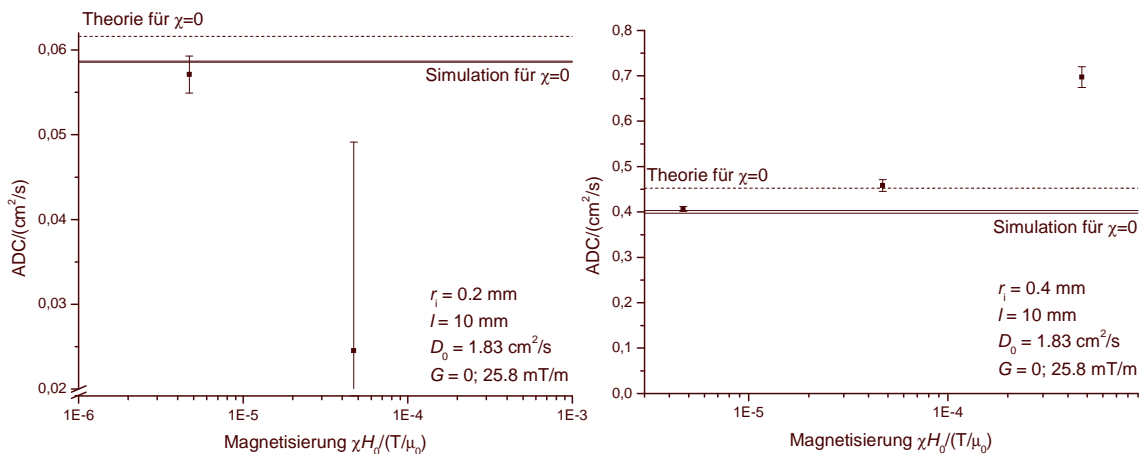


Abbildung 6.11: Die simulierte Abhängigkeit des ADC-Werts von der Magnetisierung der Zylinderwand innerhalb von dickwandigen (Außendurchmesser 8 mm) Hohlzylindern (links: Innendurchmesser 0.4 mm, rechts: Innendurchmesser 0.8 mm). Da wegen der logarithmischen Skala die Magnetisierung Null nicht darstellbar ist, sind die simulierten Werte für unmagnetisierte Zylinder als durchgezogene horizontale Linien eingetragen. Die gestrichelten Linien kennzeichnen jeweils die theoretische Vorhersage für unmagnetisierte Hohlzylinder nach den Gln. (4.5) und (6.3).

Der durch gestrichelte Linien dargestellte theoretische Wert für $\chi = 0$ liegt jeweils etwas außerhalb des durch durchgezogene horizontale Linien markierten Fehlerbands²⁷ der Simulation für $\chi = 0$. Dies lässt sich durch die eingeschränkte Gültigkeit des Modells nach [Neu74] für Zylinderradien in der Nähe der mittleren freien Diffusionsstrecke nach Gl. (4.1) von in diesem Fall 0.44 mm bei einer Diffusionsgewichtszeit von 0.5 ms erklären.

Der relative Rückgang der Referenzsignalmagnituden innerhalb der Hohlzylinder liegt bei einer Magnetisierung von $47 \mu\text{T}/\mu_0$ gegenüber dem unmagnetisierten Fall mit etwa 30 % beim dünneren Zylinder und etwa 21 % beim dickeren Zylinder in derselben Größenordnung wie in Tab. 6.2.

Beide Hohlzylinder zeigen bei einer magnetischen Suszeptibilität der Zylinderwand von 10 ppm (entsprechend einer Magnetisierung von $4.7 \cdot 10^{-5} \text{T}/\mu_0$) einen signifikant vom Fall $\chi = 0$ verschiedenen ADC-Wert, der beim dünneren Zylinder außerdem mit Null verträglich ist. Daher wurde hierbei auf die Simulation mit $\chi = 100$ ppm verzichtet.

Beim größeren Zylinder weicht nach der Simulation der gemessene ADC bei $B_0 = 4.7 \text{T}$ und mit $\chi = 100$ ppm signifikant vom Wert für $\chi = 0$ ab. Wie bei den Werten in Tab. 6.2 ist auch hier eine Verschiebung des Signalmaximums in Frequenzkodierichtung zu beobachten, die in diesem Fall eines von acht Pixeln bei einem Gesichtsfeld FOV von insgesamt etwa 21 mm beträgt.

Diese Simulationsergebnisse lassen sich bei entsprechender Anpassung der magnetischen Suszeptibilität bei gleicher Magnetisierung auf andere Führungsmagnetfeldstärken übertragen, sind aber aufgrund der extrem hoch gewählten Wandstärke für die Situation in vivo nur zu Vergleichszwecken relevant.

Ein interessantes grundsätzliches Ergebnis dieser Simulation ist jedoch, dass die Magnetisierung der Zylinderwand den gemessenen ADC-Wert sowohl erhöhen als auch verringern kann. Dies kann man nach folgender Betrachtung verstehen:

²⁷Das Fehlerband ist wegen seiner geringen Breite im linken Teil der Abb. 6.11 nicht als solches zu erkennen.

Nimmt man im einfachsten Fall eine Diffusionswichtung durch einen rechteckförmigen, ununterbrochenen, bipolaren Magnetfeldgradienten \vec{G}_D gemäß Abb. 4.3 mit $\varepsilon = 0$ und $\Delta = \delta$ an, so gilt nach den Gln. (4.2) und (4.4) bei $\chi = 0$

$$S = S_0 e^{-bD} = S_0 \exp\left(-\frac{2}{3} \gamma^2 G^2 \delta^3 D\right) \quad . \quad (6.31)$$

Gl. (4.5) liefert dann $ADC = D$. D ist die lokale Diffusionskonstante, die sich bei eingeschränkter Diffusion von der freien Diffusionskonstante D_0 unterscheidet (siehe Kap. 4.1.1).

Berücksichtigt man einen zusätzlichen, zeitlich konstanten Magnetfeldgradienten $\vec{G}^{(x)}$ aufgrund der magnetischen Suszeptibilität der Zylinderwand ($\chi \neq 0$), gilt nach Gl. (2.24) in jedem Volumenelement, in dem dieser Magnetfeldgradient auch räumlich als konstant angenommen werden kann, für den Signalbeitrag *ohne* explizite Diffusionsgewichtung nach der Zeit 2δ

$$S'_0 = S_0 \exp\left(-\frac{8}{3} \gamma^2 |\vec{G}^{(x)}|^2 \delta^3 D\right) \quad . \quad (6.32)$$

Mit Diffusionsgewichtungsgradient \vec{G}_D gilt dann:

$$S' = S_0 e^{-b'D} \quad , \quad (6.33)$$

wobei nach Gl. (4.3) mit $t = 2\delta$

$$b' = \gamma^2 \int_0^{2\delta} \left(\int_0^{t'} \vec{G}_D(t'') + \vec{G}^{(x)} dt'' \right)^2 dt' \quad (6.34)$$

ist.

Nach kurzer, elementarer Rechnung erhält man dann das Resultat für die Änderung des gemäß Gl. (4.5) bestimmten $ADC' = \ln(S'_0/S')/b$ durch den suszeptibilitätsbedingten Magnetfeldgradienten:

$$ADC' - ADC = 3 D G' / G \quad . \quad (6.35)$$

G' ist dabei die *Projektion* (nicht der Betrag) des suszeptibilitätsbedingten Gradienten auf den Vektor des positiven, dephasierenden Teils des diffusionsgewichtenden Gradienten mit dem Betrag G . Ein Vorzeichenwechsel des suszeptibilitätsbedingten Magnetfeldgradienten in einem anderen Volumenelement bewirkt demnach einen Vorzeichenwechsel der ADC -Änderung. Der Beitrag des suszeptibilitätsbedingten Gradienten zum gemessenen ADC -Wert im *gesamten* betrachteten Volumen kann also je nach Magnetfeldverlauf positiv oder negativ sein.

Bei der hier vorliegenden Zylindersymmetrie im betrachteten Pixel verbleibt nur wegen der hochgradig nichtlinearen Abhängigkeit der Signalmagnitude vom lokalen Magnetfeldgradienten und der Zeit (Gl. (2.24)) ein Nettoeffekt im gesamten betrachteten Volumen. Dessen Vorhersage gelingt nur durch numerische Simulationsmethoden, wie sie im Rahmen dieser Arbeit erstmals durchgeführt wurden.

6.3.5 Untersuchung von Diffusionseffekten bei der ^3He -MR-Mikroskopie

Die in Kap. 6.1 angegebenen Formeln zur Berechnung der Signalmagnituden in einschränkenden Strukturen beinhalten keine Ortsauflösung dieser Strukturen.

Es gibt allerdings bereits seit längerer Zeit Untersuchungen zur diffusionsbedingten Begrenzung der Ortsauflösung bei der MR-Bildgebung [Cal88] und auch entsprechende experimentelle Ergebnisse bezüglich des räumlichen Signalverlaufs bei eingeschränkter Diffusion [Hys91].

[Pue91] und [Pue92] beschreiben entsprechende Studien mithilfe von Monte-Carlo-Simulationen. Dabei liefert [Cal93b] eine Erklärung für die beobachtete Randsignalerhöhung (engl. „edge enhancement“), die im Gegensatz zu [Pue92], der als Ursache dafür eine reduzierte diffusionsbedingte Verbreiterung der Spektrallinien in der Nähe von Gefäßwänden heranzieht, die reduzierte diffusionsbedingte Dephasierung als Ursache identifiziert.

Auf die Unterschiede des radialen Signalverlaufs zwischen Phasen- und Frequenzkodierrichtung bei der MR-Mikroskopie geht [Swi95] ausführlich ein.

[Suk03] wendet diese Erkenntnisse auf die diffusionsgewichtete MR-Bildgebung an, berücksichtigt jedoch keine Magnetisierung der Gefäßwände.

Die übrigen genannten Untersuchungen beschränken sich außerdem auf Kerne mit im Vergleich zu ^3He sehr geringen freien Diffusionskonstanten wie ^1H in Wasser (etwa $2.5 \mu\text{m}^2/\text{ms}$ [Hys91]), was die diffusionspezifischen Bildeigenschaften erst bei mikroskopischen Ortsauflösungen im μm -Bereich zutage treten lässt. Qualitativ erwartet man in entsprechend größeren einschränkenden Strukturen bei der ^3He -Bildgebung ähnliche Signalverläufe, wobei die notwendige Ortsauflösung, um ähnliche Effekte beobachten zu können, mit der Kubikwurzel des Verhältnisses der freien Diffusionskonstanten skaliert [Hys91].

Demnach erwartet man für reines ^3He bei 1 bar und 300 K ($D_0 = 1.92 \text{ cm}^2/\text{s}$ [Bar74b]) bei einer Ortsauflösung von 0.4 mm ähnliche Effekte wie für Wasser bei einer Ortsauflösung von 10 μm .

Um diese Vorhersagen zu überprüfen, wurden ^3He -MRT-Experimente an Glaskapillarphantomen und entsprechende Simulationsrechnungen durchgeführt. Die Messungen erfolgten bei $B_0 = 4.7 \text{ T}$ am Max-Planck-Institut für Polymerforschung in Mainz [Agu04]. Für die entsprechenden umfangreichen Monte-Carlo-Simulationen zur ^3He -Mikroskopie mit Ortsauflösungen unterhalb von 1 mm konnte auf ein dort ebenfalls vorhandenes PC-Cluster zurückgegriffen werden.

Abb. 6.12 zeigt auf der linken Seite schematisch die dafür verwendete Probe aus Glaskapillaren, die in einen Vollzylinder aus Epoxydharz eingearbeitet sind. Dieser Zylinder befindet sich innerhalb einer äußeren Glaszelle, die für die Messung mit reinem hyperpolarisiertem ^3He vom Institut für Physik der Universität Mainz gefüllt wurde.

Auf der rechten Seite von Abb. 6.12 sind die entsprechenden Projektionsaufnahmen dargestellt, die mit einer 2D-Gradientenecho-Sequenz (Kap. 3.2.3) bei 1 bar und 294 K ohne expliziten Diffusionsgewichtungsgradienten erstellt wurden. Durch das optionale Einfügen einer Wartezeit Δt zwischen dem dephasierenden und dem refokussierenden Teil des Auslesegradienten (vgl. Abb. 3.3) wurde eine implizite Diffusionsgewichtung erzeugt und variiert.

Alle Bilder wurden jeweils auf ein gemeinsames Signalmaximum skaliert. Der helle Ring um die gesamte Probe entsteht durch das zwischen dem Probenzylinder und der äußeren Glaszelle befindliche ^3He -Gas. Die Phasenkodierung erfolgt jeweils in vertikaler, die Frequenzkodierung in horizontaler Richtung. Die Diskussion der Messungen aus Abb. 6.12 erfolgt im Zusammenhang mit den Resultaten der entsprechenden Monte-Carlo-Simulationen, die im Folgenden geschildert werden.

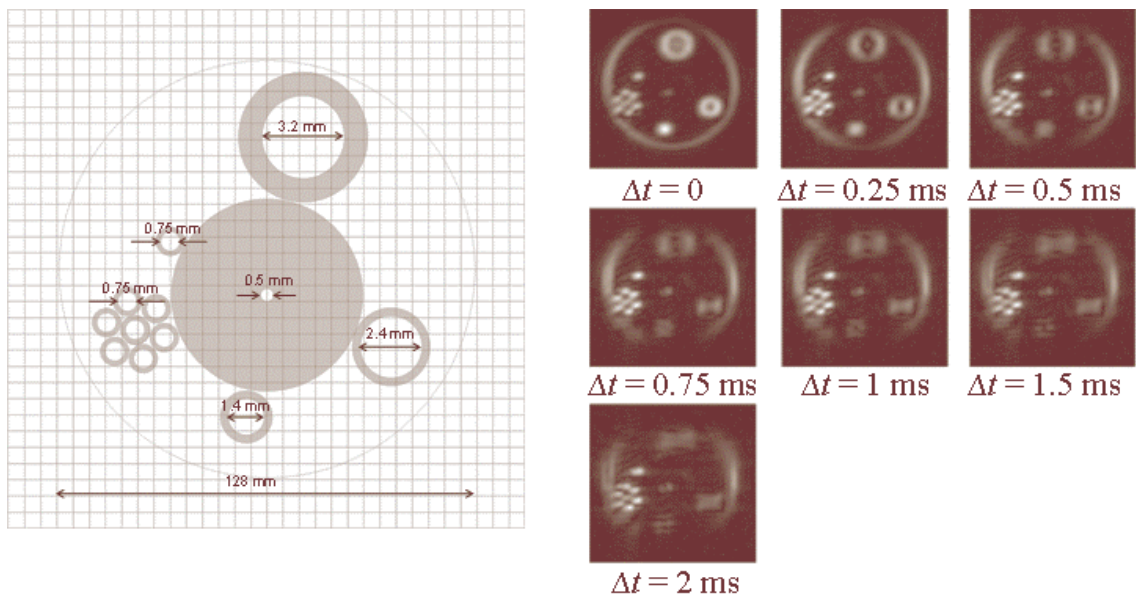


Abbildung 6.12: Proben aus Glaskapillaren unterschiedlicher Innen- und Außendurchmesser (links) sowie mittels einer 2D-Gradientenecho-Sequenz gewonnene MR-Aufnahmen für verschiedene implizite Diffusionsgewichtungen (rechts) [Agu04].

Abb. 6.13 zeigt die entsprechenden Monte-Carlo-Simulationsergebnisse für die Ortsabhängigkeit der über den Azimutwinkel gemittelten Signalmagnituden (Abb. 6.8) in willkürlichen Einheiten für alle fünf Innenradien der Glaszylinder und die beiden Fälle $\Delta t = 0$ (schwarz) und $\Delta t = 1.5$ ms (rot). Es handelt sich jeweils um Simulationen von 30000 Teilchen innerhalb und außerhalb der Hohlzylinder mit einem Außenradius von 2.5 mm. Die äußere Zelle beschränkt die Diffusionsbewegung jeweils auf einen Radius von 10 mm. Jenseits eines Radius von 10 mm sowie zwischen dem jeweiligen Innenradius r_i und dem Außenradius von 2.5 mm befindet sich also kein signalgebendes Gas. Die Zylinderwände sind in Abb. 6.13 als schraffierte Flächen gekennzeichnet. Die senkrechten Linien bei einem Radius von jeweils 10 mm bezeichnen den Rand der äußeren Zelle. Da diese größer ist als das Gesichtsfeld der Aufnahme FOV , treten bei dieser Simulation Spiegelungsartefakte in den äußersten Bildpixeln auf, die die Signalmagnitude dort im Mittel über den Azimutwinkel insgesamt erhöhen (vgl. Kap. 3.3).

Die Längen des Hohlzylinders sowie der äußeren Zelle betragen jeweils identisch 37 mm. Dadurch wird ein Gasaustausch zwischen innerem und äußerem Volumen verhindert. Diese Länge entspricht dem sensitiven Bereich der im Experiment verwendeten HF-Spule (Kap. 3.1.2 und Gl. (3.38)).

Die aus der Simulation bestimmte freie Diffusionskonstante liegt wie in Abb. 6.11 bei 1.83 ± 0.05 cm²/s. Die Zylinderwände sind bei diesen Rechnungen nicht magnetisiert.

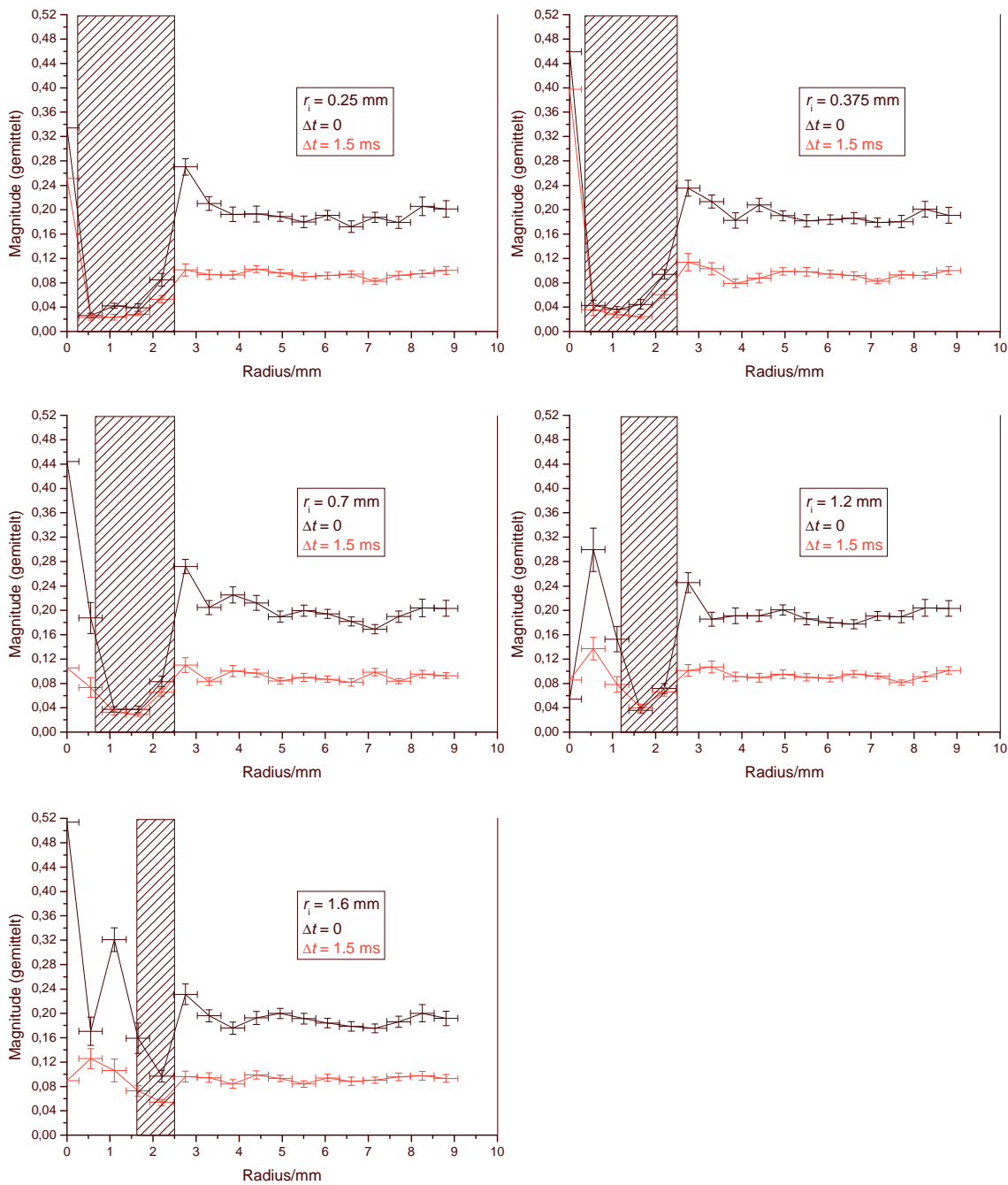


Abbildung 6.13: Die simulierte Ortsabhängigkeit der Signalmagnitude (willkürliche Einheiten) in Hohlzylindern verschiedener Innenradien bei unterschiedlichen impliziten Diffusionsgewichtungen. Der Außenradius der Zylinder beträgt jeweils 2,5 mm und der Radius der umgebenden äußeren Zelle 10 mm.

Analog zu Abb. 6.9 geben die horizontalen Fehlerbalken in Abb. 6.13 die Pixelgrößen an und die Verbindungslinien zwischen den Datenpunkten dienen der Orientierung.

Die vertikalen Fehlerbalken repräsentieren auch hier die Fehler der über den Azimutwinkel gemittelten Signalmagnituden. Diese sind bei der hier fehlenden Magnetisierung der Zylinderwände jedoch statistisch dominiert, weil die Asymmetrie zwischen Phasen- und Frequenzkodierichtung [Swi95] im Gegensatz zu dem in Abb. 6.9 dargestellten Fall zumeist schwächer als die statistischen Signalschwankungen ist. Wegen des höheren Ortsauflösungsvermögens und der daraus resultierenden größeren Pixelzahlen bei der Azimutmittelung sind die Fehler hier im Vergleich zu Abb. 6.9 daher wesentlich geringer. Für die aus o. e. Grund nicht dargestellten Fehler der Signalmagnituden in den Kapillarzentren sind jeweils die $\sqrt{8}$ -fachen Fehler der benachbarten Magnituden (Azimutmittelung über acht Pixel) ein realistisches Maß.

Im Vergleich der simulierten Signalmagnituden in Abb. 6.13 mit den experimentellen Ergebnissen in Abb. 6.12 lassen sich einige charakteristische Gemeinsamkeiten deutlich erkennen. Dabei wird davon ausgegangen, dass die im Gegensatz zum Experiment bei der Simulation *gleichzeitig* erfolgende Phasen- und Frequenzkodierung keinen wesentlichen Einfluss auf die Vergleichbarkeit der Ergebnisse hat, weil die diffusionsbedingten Phasenkohärenzverluste während der MR-Bildgebung in Phasen- und Frequenzkodierichtung unabhängig voneinander sind.

Die Abnahme der simulierten Signalmagnituden mit stärkerer Diffusionsgewichtung ist umso deutlicher, je weniger die Diffusionsbewegung durch Zylinderwände eingeschränkt ist. Das von r_1 unabhängige simulierte Signal aus dem „freien Gas“ außerhalb des Hohlzylinders geht dementsprechend bei stärkerer Diffusionsgewichtung deutlich zurück. Die Signalüberhöhung des *freien* Gases in der Nähe der Außenwand des Hohlzylinders ist bei stärkerer Diffusionsgewichtung ($\Delta t = 1.5$ ms, rote Linien) schwächer ausgeprägt als bei $\Delta t = 0$ (schwarze Linien).

Auch die Betrachtung der Signalmagnituden *innerhalb* der Hohlzylinder liefert interessante Ergebnisse, die qualitativ gut mit den experimentellen Befunden aus Abb. 6.12 übereinstimmen.

Bei den drei kleineren Innenradien (0.25 ... 0.7 mm) beobachtet man für $\Delta t = 0$ eine deutliche Signalüberhöhung im Zentrum des Hohlzylinders gegenüber dem Signal des „freien“ Gases, die allerdings nur für die beiden kleinsten Radien auch bei $\Delta t = 1.5$ ms erhalten bleibt. Für $r_1 = 0.7$ mm wird das Signal innerhalb des Zylinders sehr schwach. Diese Resultate entsprechen dem experimentellen Ergebnis aus Abb. 6.12.

Bei den beiden größten Radien (1.2 und 1.6 mm) beobachtet man wie im Experiment bei $\Delta t = 0$ eine deutliche Randsignalverstärkung innerhalb des Zylinders, die bei $\Delta t = 1.5$ ms verschwindet.

Bei $r_1 = 1.6$ mm und $\Delta t = 0$ entsteht ein Signalminimum bei einem mittleren Radius innerhalb des Hohlzylinders sowie eine zusätzliche Signalüberhöhung im Zentrum, die in geringerer Ausprägung als in der Simulation auch in Abb. 6.12 beobachtet werden kann.

Eine mögliche Erklärung für die Signalüberhöhungen in den Kapillarzentren ist der bei den untersuchten Innenradien langsam einsetzende sog. „motional narrowing“ Effekt [Way66], der dadurch entsteht, dass bei stark eingeschränkter Diffusionsbewegung, d. h. bei im Mittel mehreren Wandstößen innerhalb der Phasenkohärenzzeit t_{coh} , im räumlich veränderlichen Magnetfeld alle innerhalb des Hohlzylinders befindlichen Teilchen eine *gemeinsame* mittlere Präzessionsfrequenz bzw. -phase besitzen. Dies führt zu einer sehr schmalen Spektrallinie bzw. im MR-Bild zu einer Zusammenfassung des Signals aller Teilchen, auf die die Bedingung zutrifft, in einem Bildpixel.

Definiert man t_{coh} als diejenige Zeit, innerhalb derer *ruhende* Teilchen innerhalb des Zylinders mit dem Innenradius r eine Phasendifferenz von 1 rad akkumulieren würden ($t_{\text{coh}} = 1/(2\gamma G r)$), erhält man mit Gl. (4.1) und $\langle \Delta x^2 \rangle > (2r)^2$ die Bedingung

$$r < \sqrt[3]{\frac{D_0}{4\gamma G}} \quad (6.36)$$

für das Auftreten von „motional narrowing“ in diesem Zylinder.

Mit der freien Diffusionskonstante $D_0 = 1.83 \text{ cm}^2/\text{s}$, dem hier verwendeten Auslesegradienten $G = 87.6 \text{ mT/m}$ senkrecht zur Zylinderachse und dem gyromagnetischen Verhältnis γ für ^3He folgt dann für die hier vorliegenden experimentellen Bedingungen eine obere Grenze für r von etwa 0.14 mm für das Auftreten von „motional narrowing“. Diese liegt etwas unterhalb der beiden kleinsten untersuchten Radien; beim Radius von 1.6 mm ist man davon jedoch noch weit entfernt. Nur bei den kleinsten Radien (0.25 und 0.375 mm) kann dieser Effekt demnach bereits einsetzen. Diese Vermutung wird dadurch gestützt, dass Gl. (6.36) keine Abhängigkeit von der Diffusionsgewichtszeit Δt voraussagt und diese auch nur bei den beiden kleinsten Radien nicht auftritt.

Diffusionsartefakte wie Randsignalüberhöhungen und solche Signalspitzen im Zentrum einschränkender Strukturen zeigen i. Allg. eine andere Magnitudenabhängigkeit von ggf. angelegten Diffusionsgewichtsgradienten als Gl. (4.2) vorhersagt und beeinflussen daher die *ADC*-Messung bei eingeschränkter Diffusion. Dieser Einfluss auf die *ADC*-Messung kann auch dann bestehen, wenn die einschränkenden Strukturen räumlich nicht aufgelöst werden. Daher ist es notwendig, solche Effekte zu berücksichtigen, um *ADC*-Werte bei eingeschränkter Diffusion quantitativ analysieren zu können. Bei den in Kap. 6.1 geschilderten Überlegungen, die bei einfachen Strukturen die von der reinen lokalen magnetisierten Spindichte abweichende Signalmagnitude rechnerisch vorhersagen, ist dies ebenso der Fall wie bei den in Kap. 6.3 diskutierten Monte-Carlo-Studien für allgemeinere Problemstellungen.

Eine Erweiterung der verwendeten Monte-Carlo-Routine auf komplexere Strukturen mit beliebigen Orientierungen relativ zum magnetischen Führungsfeld wäre interessant, um der realen Beschaffenheit der Lungenstruktur Rechnung zu tragen und damit die diagnostische Aussagekraft der MR-Lungenbildgebung weiter zu steigern. Aufgrund des im Vergleich zu den anderen in Kap. 6.3 diskutierten Routinen fundamentalen und daher flexibleren Simulationsansatzes dürfte dies jedoch eine programmiertechnisch äußerst anspruchsvolle Aufgabe darstellen.

Kapitel 7

Neuartige Konzepte für Tomographie- und Transportmagnete

Im Rahmen dieser Arbeit spielen räumlich homogene Magnetfelder in zweierlei Hinsicht eine zentrale Rolle: erstens bei der Lagerung und dem Transport von kernspinpolarisierten Edelgasen (Gl. (2.20)) und zweitens bei der Realisierung von Führungsmagnetfeldern B_0 für die MR-Bildgebung (Kap. 3). Die jeweiligen Anforderungen an die Homogenität der Magnetfelder bei diesen beiden Anwendungen unterscheiden sich jedoch qualitativ:

Nach Gl. (2.20) ist für lange longitudinale Relaxationszeiten T_1 bei der Speicherung von kernspinpolarisierten Edelgasen ein möglichst geringer *relativer* Magnetfeldgradient erforderlich. Beispielsweise verlangt die Speicherung von reinem ^3He bei Raumtemperatur (293 K) und dem bei Standardtransporten maximal zulässigen Druck von 2.7 bar (Kap. 2.3.1) in den Transportgefäßen nach Gl. (2.20) sowie mit dem Wert der freien Selbstdiffusionskonstante von ^3He aus [Bar74b] ($1.92 \text{ cm}^2/\text{s}$ bei 300 K und 1 bar) einen relativen Magnetfeldgradienten von $G_r := \sqrt{(\vec{\nabla}B_x)^2 + (\vec{\nabla}B_y)^2} / B \leq 10^{-3}/\text{cm}$, um den gradientenbedingten Beitrag $1/T_1^{(G)}$ zur gesamten longitudinalen Relaxationsrate $1/T_1$ (Gl. (2.19)) auf einen unbedeutenden Wert von $1/(400 \text{ h})$ nach oben zu begrenzen. Mit der in Kap. 6.3.1 diskutierten Temperatur- und Druckabhängigkeit der freien Selbstdiffusionskonstante D_0 gilt dann bei quasi freier Diffusion für ^3He die Näherungsformel:

$$T_1^{(G)} \approx \frac{1 \text{ h}}{6000} \left(\frac{273 \text{ K}}{T} \right)^{3/2} \frac{p}{1 \text{ bar}} (G_r \cdot \text{cm})^{-2} \quad . \quad (7.1)$$

Abweichend hiervon erfordert die MR-Bildgebung ein Führungsmagnetfeld B_0 , das sich im Bereich des abzubildenden Volumens maximal um einen bestimmten *absoluten* Betrag ändert. Dieser Betrag ist *unabhängig* von B_0 ; allerdings ist es üblich, die Abweichung in Einheiten der Führungsfeldstärke B_0 anzugeben. Beispielsweise gilt bei Ganzkörpertomographen mit $B_0 = 1.5 \text{ T}$ eine relative Feldabweichung von 5 ppm innerhalb einer Kugelsphäre von 50 cm Durchmesser als tolerabel [Haa99]. Dies entspricht einer für alle Führungsfeldstärken gültigen absoluten Feldvariation von $7.5 \mu\text{T}$ im Aufnahmebereich.

Bei niedrigeren Magnetfeldern sind die Anforderungen an die relative Homogenität entsprechend geringer: Eine Feldvariation von ± 100 ppm würde demnach bei $B_0 = 37.5$ mT den o. e. medizinischen Anforderungen genügen. Außerdem ist insbesondere für die ^3He -MRT der Lunge nur ein sphärisches Volumen mit ca. 35 cm Durchmesser relevant.

Zur Erzeugung ausreichend homogener magnetischer Führungsfelder zur Kernspintomographie im Humanbereich¹ werden unterschiedliche Konzepte verfolgt, die teilweise in Form von kommerziell erhältlichen Magnetsystemen realisiert sind, sich teilweise jedoch noch in der Entwicklungsphase befinden.

- Die gebräuchlichste grundsätzliche Bauform, insbesondere für Ganzkörpersysteme, ist der röhrenartige Hohlzylinder, der durch horizontale felderzeugende Spulen gebildet wird, in die der Patient mit einer Liege hineingefahren wird. Diese Spulen sind zumeist supraleitend ausgeführt, um bei erträglichem Gesamtbedarf an elektrischer Leistung hohe Magnetfelder (im Humanbereich bis zu 7 T) realisieren zu können, die bei der Bildgebung Boltzmannpolarisierter Kerne wie Protonen erwünscht sind (Kap. 2.2 und Einführung in Kap. 5). Dieses weit verbreitete Konstruktionsprinzip bietet in dieser Hinsicht den Vorteil, dass sich die Stromspulen im Mittel sehr nah am abzubildenden Volumen befinden; Nachteile bestehen in der bei einigen Patienten auftretenden Klaustrophobie in einer derartigen Umgebung sowie in der fehlenden Verwendbarkeit bei extrem beleibten Patienten.
- Im Gegensatz dazu bieten offene Konfigurationen in Form von parallelen Polschuhen mit einer Rückführung des magnetischen Flusses durch ein Joch den Vorteil eines freieren Zugangs, können jedoch bei einer Auslegung für den Ganzkörperbereich nicht so hohe Feldstärken liefern. Daher werden sie bevorzugt für Extremitäten oder im Niederfeldbereich (typischerweise 0.1 ... 0.2 T) angewandt. Hier kann auch auf Elektro- oder Permanentmagnete als Feldquellen zurückgegriffen werden, um auf die bei Supraleitern notwendige Kryotechnik verzichten zu können.
- Darf die magnetische Führungsfeldstärke wie bei der ^3He -MRT der Lunge unter 0.1 T liegen (Kap. 5), können auch für einen Abbildungsbereich in den Dimensionen des menschlichen Thorax normal leitende Spulen verwendet werden. Hierbei ist eine solenoidartige Konfiguration zum Erreichen relativ hoher Magnetfelder am wirtschaftlichsten (Kap. 7.2), bietet jedoch nicht den Vorteil von offenen Spulensystemen hinsichtlich der Vermeidung von Klaustrophobie. Normal leitende Spulen erlauben wegen ihres relativ geringen Gewichts die Entwicklung mobiler MR-Systeme bzw. die Variation der Aufnahmeposition (liegend/aufrecht), die insbesondere bei der Lungenbildgebung interessant ist [Bid03], [Mai05]. Dieselben Vorteile bieten bei gleichzeitigem Verzicht auf eine elektrische Energieversorgung für das Führungsfeld Konfigurationen von Permanentmagneten, solange die gewünschte magnetische Feldstärke bei akzeptabler Gesamtmasse erreicht werden kann. Neuartige Konzepte hierzu werden in Kap. 7.3.4 dieser Arbeit diskutiert. Wird für Forschungszwecke eine einfache Variationsmöglichkeit der Führungsfeldstärke gewünscht, sind normal leitende Spulen vorteilhaft, die nur während einer kurzen Zeit während der Bildgebungssequenz aktiviert werden müssen.

¹Hier scheiden von parallelen Stromspulen ummantelte *geschlossene* Oberflächen, die z. B. im Fall einer Kugelsphäre [Jac83] ein Volumen mit (theoretisch) absolut homogenem Magnetfeld umranden, aus ersichtlichen Gründen aus.

Ein zylindersymmetrischer Aufbau mit $B_0 = 0.1$ T, der aus einer Mischung aus Permanentmagneten und normal leitenden Spulen beruht, wird in [Mom96] vorgestellt.

Die Einhaltung der Bedingung für die *absolute* Magnetfeldvariation des B_0 -Felds eines MRT-Magneten lässt sich sowohl experimentell durch Messung der stark dominierenden Feldkomponente in einer Richtung oder des Feldbetrags als auch in Magnetfeldsimulationen, bei denen ebenfalls oft nur $|\vec{B}|$ auf dem Bildschirm dargestellt wird, leicht überprüfen. Dies gilt, weil die dominierende Komponente des Magnetfeldvektors in guter Näherung mit dessen Betrag gleichgesetzt werden kann und unabhängig davon, ob die Konfiguration eine Zylindersymmetrie besitzt.

Im Prinzip schwieriger ist die Vorhersage von longitudinalen Relaxationszeiten $T_1^{(G)}$ nach Gl. (2.20), für die die relativen Gradienten der *transversalen* Magnetfeldkomponenten B_x und B_y aus entsprechenden Simulationsergebnissen bzw. Messungen bestimmt werden müssen. Dabei tritt das experimentelle Problem auf, dass für eine genaue Messung der Magnetfeldkomponenten senkrecht zur dominierenden Feldrichtung eine äußerst präzise Ausrichtung der Messsonde erforderlich ist. Dies lässt sich leicht nachvollziehen, wenn man beachtet, dass die gemessene transversale Magnetfeldkomponente

$$B_T^{(g)} = B_T \cos \varphi + B_z \sin \varphi \quad (7.2)$$

stark vom Verkippungswinkel φ der Messsonde zur gewünschten transversalen Richtung abhängt, falls die echte transversale Magnetfeldkomponente B_T viel kleiner ist als die dominierende Komponente B_z .

Für den Fall zylindersymmetrischer, quasihomogener Magnetfelder lassen sich jedoch sinnvolle Näherungen angeben, die die Bestimmung des gesuchten *relativen* Magnetfeldgradienten ausschließlich anhand der dominierenden Feldkomponente B_z bzw. des Feldbetrags B erlauben. Darauf wird im folgenden Abschnitt näher eingegangen.

7.1 Gradienten quasihomogener Magnetfelder

Zunächst können in *zylindersymmetrischen* Magnetfeldern der Form

$$\vec{B}(\vec{r}) = B_r \vec{e}_r + B_z \vec{e}_z = B_r (\cos \varphi \vec{e}_x + \sin \varphi \vec{e}_y) + B_z \vec{e}_z \quad (7.3)$$

wegen $\partial_\varphi B_r = 0$ die in Gl. (2.20) auftretenden Magnetfeldgradienten durch

$$\vec{\nabla} B_x = \cos \varphi \frac{\partial B_r}{\partial r} \vec{e}_r + \cos \varphi \frac{\partial B_r}{\partial z} \vec{e}_z - \sin \varphi \frac{B_r}{r} \vec{e}_\varphi \quad (7.4)$$

bzw.

$$\vec{\nabla} B_y = \sin \varphi \frac{\partial B_r}{\partial r} \vec{e}_r + \sin \varphi \frac{\partial B_r}{\partial z} \vec{e}_z + \cos \varphi \frac{B_r}{r} \vec{e}_\varphi \quad (7.5)$$

ausgedrückt werden. Dabei wurde der $\vec{\nabla}$ -Operator in Zylinderkoordinaten $\vec{\nabla} = \partial_r \vec{e}_r + (1/r) \partial_\varphi \vec{e}_\varphi + \partial_z \vec{e}_z$ verwendet.

Der für die longitudinale Relaxationsrate relevante Ausdruck in Gl. (2.20) nimmt dann die Form

$$G_r^2 = \frac{|\vec{\nabla}B_x|^2 + |\vec{\nabla}B_y|^2}{B^2} = \frac{1}{B^2} \left(\left(\frac{\partial B_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{B_r}{r} \right)^2 \right) \quad (7.6)$$

an.

Ferner lauten die Maxwellgleichungen für das zylindersymmetrische Magnetfeld \vec{B} wegen $B_\varphi = \partial_i B_\varphi = \partial_\varphi B_i = 0$:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{B_r}{r} + \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (7.7)$$

und

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\varphi = 0 \quad , \quad (7.8)$$

wobei Gl. (7.8) nur im statischen Fall und innerhalb eines Volumens gilt, in dem keine elektrischen Ströme fließen. Es werden nun zwei häufig auftretende Spezialfälle diskutiert, bei denen diese beiden Bedingungen erfüllt sind.

- Im Fall zylindersymmetrischer, axialer *Sattelpunktfelder*, d. h. Magnetfelder, wie sie z. B. von rotations- und spiegelsymmetrischen Spulenkonfigurationen oder zwischen kreisförmigen Polshuhen erzeugt werden, gilt in der Umgebung des Zentrums, weil die Taylorentwicklung des Felds im Zentrum frühestens mit der zweiten Ordnung beginnt,

$$\frac{B_r}{r} \ll \frac{\partial B_r}{\partial r} \quad . \quad (7.9)$$

Dann folgt mit den Gln. (7.6), (7.7) und (7.8)

$$\boxed{G_r^2 \approx \frac{1}{B^2} \left(\left(\frac{\partial B_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial B_z}{\partial r} \right)^2 \right) = \left(\frac{\vec{\nabla}B_z}{B} \right)^2 \approx \left(\frac{\vec{\nabla}B}{B} \right)^2} \quad . \quad (7.10)$$

Mithilfe der linken Seite dieser Gleichung ist es möglich, die longitudinale Relaxationsrate gemäß Gl. (2.20) allein durch die leicht messbare, dominierende z -Komponente des Magnetfelds zu bestimmen²; die beiden Ausdrücke auf der rechten Seite sind geeignet, um anhand von berechneten Feldkarten auf die Relaxationsrate zu schließen.

²Allerdings ist hierzu zwingend die Messung der Feldvariation sowohl in axialer als auch in radialer Richtung notwendig.

- Bei zylindersymmetrischen Magnetfeldern mit *konstantem* Gradienten $\partial_r B_r = B_r/r$ gilt dagegen nach Gl. (7.7)

$$\frac{\partial B_r}{\partial r} = \frac{B_r}{r} = -\frac{1}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z} \implies \vec{B}(\vec{r}) = B_0 \vec{e}_z + \frac{\partial B_z}{\partial z} (\vec{z} - \vec{r}/2) \quad (7.11)$$

und wegen $\partial_z B_r = \partial_r B_z = 0$ (Gln. (7.8) und (7.11)) folgt aus Gl. (7.6)

$$G_r^2 = \frac{2}{B^2} \left(\frac{\partial B_r}{\partial r} \right)^2 = \frac{1}{2B^2} \left(\frac{\partial B_z}{\partial z} \right)^2 \approx \frac{1}{2B^2} \left(\frac{\partial B}{\partial z} \right)^2, \quad (7.12)$$

womit auch für diesen praktischen Fall eine leicht prüfbare Formulierung von Gl. (7.6) gefunden ist. Nach Gl. (7.11) gelten diese Betrachtungen auch für den Fall $\partial_z B_z = \text{const.}$, da diese Eigenschaft aus $\partial_r B_r = \text{const.}$ folgt.

Bis auf den Faktor $3\pi/8 \approx 1$, der aus dem Verhältnis zwischen $v_{\text{rms}} = \overline{v^2}$ und $\overline{v^2}$ resultiert, lässt sich die longitudinale Relaxationsrate in konstanten Magnetfeldgradienten $G = \partial_r B_r$ nach [Sch65] aus den Gln. (2.20) [Cat88], (3.4), (6.23), (7.6) und (7.12) ableiten, wenn in [Sch65] die mittlere Zeit zwischen zwei atomaren Stößen als viel kleiner als die inverse Larmorfrequenz $\omega_0^{-1} = (\gamma B)^{-1}$ vorausgesetzt wird.

Für *beliebige* Magnetfelder mit dominierender z -Komponente gilt mit der Definition von G_r auf der linken Seite von Gl. (7.6) sowie mit $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$ in kartesischen Koordinaten der Zusammenhang

$$\left| \vec{\nabla} B \right|^2 \approx \left| \vec{\nabla} B_z \right|^2 = B^2 G_r^2 + 2 \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_x}{\partial y} \frac{\partial B_y}{\partial x} \right), \quad (7.13)$$

der sich im Allgemeinen nicht weiter vereinfachen lässt. In praktischen Fällen, z. B. zwischen rechteckigen Polschuhen, werden aber die gemischten Glieder in der Klammer auf der rechten Seite von Gl. (7.13), die auf azimuthale Feldkomponenten empfindlich sind, i. Allg. auch kaum eine Rolle spielen.

7.1.1 Die Entwicklung von Magnetfeldern in Legendre-Polynome

Zur Erzeugung von B_0 -Führungsmagnetfeldern für die MRT verwendet man zumeist Stromspulen, die bei hohen Feldstärken supraleitend ausgeführt werden (vgl. Einführung in Kap. 7). In den folgenden Abschnitten werden zunächst bekannte Verfahren zur Homogenisierung solcher Magnetfelder vorgestellt, bevor auf eigene Konzepte zur Erzeugung homogener B_0 -Felder für die MRT eingegangen wird.

In [Rom84] ist gezeigt, dass man das axiale Magnetfeld einer kreisförmigen Stromschleife im Vakuum, die am Polarwinkel θ' im Abstand $|\vec{x}'|$ von Koordinatenursprung einen Strom I führt, auf der Rotationsachse z durch

$$H_z(z) = \frac{I \sin \theta'}{2 |\vec{x}'|} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{|\vec{x}'|} \right)^n P_{n+1,1}(\cos \theta') \quad (7.14)$$

als unendliche Reihe zugeordneter Legendre-Polynome der Ordnung n und des Grades $m \in \{0; \dots; n\}$ $P_{n,m}(\cos \theta) = \sin^m \theta \frac{\partial^m}{\partial \cos^m \theta} P_n(\cos \theta)$ mit $P_n(\cos \theta) \equiv P_{n,0}(\cos \theta) = \frac{1}{2^n n!} \frac{\partial^n [(\cos^2 \theta - 1)^n]}{\partial \cos^n \theta}$ darstellen kann.

Der Vorteil dieser Darstellungsweise ist, dass sie sich leicht auf Bereiche außerhalb der Symmetrieachse verallgemeinern lässt (hier für K verschiedene Einzelspulen):

$$H_z(\vec{x}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \frac{I_k \sin \theta'_k}{|\vec{x}'_k|} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{|\vec{x}|}{|\vec{x}'_k|} \right)^n P_{n+1,1}(\cos \theta'_k) P_n(\cos \theta) \quad . \quad (7.15)$$

Der Konvergenzbereich der Gln. (7.14) bzw. (7.15) für z bzw. $|\vec{x}|$ ist beschränkt auf den Abstand $|\vec{x}'|$ der Stromschleife vom Ursprung.

Mit räumlichen Integralen der rechten Seite von Gl. (7.15) über die jeweiligen Spulenquerschnitte lassen sich die theoretischen Magnetfelder der meisten in der MRT verwendeten B_0 -Spulensysteme hinreichend beschreiben, wenn die Ströme I_k in Gl. (7.15) durch die jeweiligen Stromdichten j_k ersetzt und ausgedehnte Spulenkörper, wie in Kap. 7.2 dieser Arbeit gezeigt, in Stromschleifen mit punktförmigem Querschnitt zerlegt werden.

Soll ein existierendes Magnetfeld $H^{(0)}$ mit dominierender z -Komponente durch den nachträglichen Einbau von Stromschleifen in einem endlichen Volumen um die Symmetrieachse bis einschließlich einer bestimmten Ordnung N homogenisiert werden, ist es nach Gl. (7.15) im Prinzip lediglich notwendig, das axiale Magnetfeld *entlang der Symmetrieachse* zu messen und die Parameter der Korrekturspulen I_k , θ'_k und $|\vec{x}'_k|$ so zu wählen, dass mit den aus der Anpassung der Funktion $H_z^{(0)}(z) =: \sum_{n=0}^N c_n z^n$ (vgl. Gl. (7.14)) an die Messdaten zu bestimmenden Entwicklungskoeffizienten c_n gilt:

$$\sum_{k=1}^K I_k \sin \theta'_k |\vec{x}'_k|^{-n-1} P_{n+1,1}(\cos \theta'_k) = -2 c_n \quad \forall n \in \{1; \dots; N\} \quad . \quad (7.16)$$

Dann verschwinden im Gesamtfeld, also in der Summe aus $H^{(0)}$ und dem Korrekturfeld nach Gl. (7.15) für *alle* \vec{x} sämtliche Summanden mit $0 < n \leq N$ und es bleibt nach Gl. (7.15) wegen $P_0(\cos \theta) = 1$ und $P_{1,1}(\cos \theta'_k) = \sin \theta'_k$ nur noch das homogenisierte Magnetfeld

$$H_z^{(\text{hom})}(\vec{x}) = c_0 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \frac{I_k \sin^2 \theta'_k}{|\vec{x}'_k|} + \mathcal{O}\left(|\vec{x}|^{N+1} P_{N+1}(\cos \theta)\right) \quad (7.17)$$

übrig, in dem wie gewünscht die Ortsabhängigkeit erst in der $(N+1)$ -ten Ordnung auftritt.

Die Tatsache, dass die Lösung des Gleichungssystems (7.16) $3K - N$ freie Parameter enthält, kann man ausnutzen, um die Auslegung der Korrekturspulen an äußere Designanforderungen anzupassen.

Bricht man bei der Konstruktion der Korrekturspulen die Zylindersymmetrie (siehe z. B. die Abbildungen in [Rom84]), wird der Feldbeitrag eines Stromelements entlang des Azimutwinkels φ' ähnlich zu Gl. (7.15) durch Funktionen der Form

$$dH_z(\vec{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n c_{n,m}(\alpha, |\vec{x}'|) |\vec{x}|^n P_{n,m}(\cos \theta) \cos[m(\varphi - \varphi')] d\varphi' \quad (7.18)$$

beschrieben, d. h. der Feldverlauf wird i. Allg. auch vom Azimutwinkel φ abhängig. Die dann im Vergleich zu Gl. (7.15) wesentlich komplizierteren Entwicklungskoeffizienten $c_{n,m}(\alpha, |\vec{x}'|)$ sind z. B. [Rom84] zu entnehmen. Außerdem treten nun im Gegensatz zu Gl. (7.15) auch in der Feldabhängigkeit vom Polarwinkel θ zugeordnete Legendre-Polynome ($m \neq 0$) auf.

Wegen $P_{n,m}(1) = \delta_{m,0}$ wird der Feldverlauf der einzelnen Korrekturspulen $H_z^{(k)}$ jedoch auf der Symmetrieachse ($\theta = 0$) ausschließlich von Beiträgen mit $m = 0$ bestimmt. Daher genügt die Bestimmung des Feldverlaufs auf der Achse nicht, um Magnetfeldbeiträge mit $m \neq 0$, die auch bei einem rotationssymmetrischen Spulendesign z. B. durch Fertigungstoleranzen stets auftreten, auszugleichen.

Die rechnerische Lösung des Gleichungssystems (7.16) liefert also nur für kreisförmige Korrekturspulen mit punktförmigem Querschnitt die zur Homogenisierung eines Ausgangsfelds $H^{(0)}$ ohne Beiträge der Grade $m \neq 0$ geeigneten Parameter.

Kombiniert man jedoch entsprechend dünne Spulen in geeigneter Weise [Rom84] zu Korrekturspulen„blöcken“, kann man erreichen, dass jeder Spulenblock bis zu einer bestimmten Ordnung nur Korrekturen einer gewünschten Ordnung n und eines Grades m (einschließlich des Falls $m \neq 0$ bei Brechung der Zylindersymmetrie) liefert.

Verfügt man dann über einen vollständigen Satz getrennt mit Strom zu versorgender Korrekturspulenblöcke bis zur Ordnung N , kann man gezielt auf Störungen des Ausgangsfelds $H^{(0)}$ bis einschließlich dieser Ordnung und auch mit $m \neq 0$ reagieren, indem man die Ströme durch die einzelnen Korrekturspulenblöcke entsprechend anpasst. Zu diesem Prinzip existieren zahlreiche, zum Teil weitgehend automatisierte Prozeduren, die in der Praxis bei MR-Geräten nach einer Feldmessung an geeigneten Punkten auch außerhalb der Symmetrieachse, z. B. nach der Neuinstallation, angewandt werden.

Jedoch auch wenn sich Größe, Form oder magnetische Eigenschaften der zu untersuchenden Objekte bzw. Patienten stark ändern, ist eine Feldkorrektur notwendig. Als Alternative zu einer dann unmöglichen Magnetfeldmessung kann z. B. die effektive transversale Relaxationszeit T_2^* nach Gl. (2.23) als Maß für die integrale Magnetfeldinhomogenität innerhalb des Abbildungsvolumens betrachtet werden.

Da die zugeordneten Legendre-Polynome ein orthogonales Funktionensystem bezüglich der Integration über ein sphärisches Volumen bilden, sollten theoretisch Korrekturen unterschiedlicher Ordnungen oder Grade nicht miteinander wechselwirken, wenn zur Optimierung der Homogenität beispielsweise die T_2^* -Zeit innerhalb eines *sphärischen* Volumens maximiert wird [Rom84]. In der Realität wird jedoch der homogene Bereich des B_1 -Felds (Kap. 3.1.2 und 5.3.2) nicht exakt sphärisch sein.

Zur optimalen Homogenisierung des unbeladenen Ausgangsfelds B_0 eignet sich daher theoretisch am besten eine sphärische Probe, die sich vollständig innerhalb des homogenen Bereichs des B_1 -Felds befindet. Um die Signalamplitude zu maximieren, wird man allerdings i. d. R. die Probenform an die zumeist etwas zylindrische Form des homogenen B_1 -Bereichs anpassen. Wird die Probe außerdem schnell rotiert, resultiert daraus ein ähnlicher Effekt, wie er im Fall der Diffusionsbewegung zur Herleitung von Gl. (6.36) beschrieben wurde und daher zu einer Erhöhung der T_2^* -Zeit bzw. Reduzierung der Linienbreite führt (Gl. (3.20)).

[Chm90] diskutiert ein entsprechendes Verfahren und nennt die gebräuchlichen Bezeichnungen für Spulenblöcke zur Erzeugung von Korrekturfeldern bestimmter Ordnungen und Grade, die üblicherweise nach den Ordnungen der auftretenden Ortsabhängigkeiten von den kartesischen Koordinaten x , y und z gewählt werden.

Zum Beispiel gilt für den Spulenblock, der näherungsweise nur das Korrekturfeld mit $n = 3$ und $m = 1$ erzeugt wegen $P_{3,1}(\cos \theta) = 3 \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1)/2$ mit Gl. (7.15):

$$H_z^{(3,1)}(\vec{x}) \propto \frac{3}{2} |\vec{x}|^3 \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1) \cos \varphi = [4z^2 - (x^2 + y^2)] x \quad . \quad (7.19)$$

Dabei wurden die Kugelkoordinaten r , φ und θ in kartesische Koordinaten umgewandelt und der Faktor $\cos \varphi$ wurde eingeführt, weil zur Kompensation der Beiträge $P_{n,m}(\cos \theta) \cos[m(\varphi - \varphi'_{n,m})]$ (Gl. 7.18) sowohl die Amplituden der zugeordneten Legendre-Polynome als auch die Phasen der cos-Funktionen angepasst werden müssen. Entsprechend ist auch ein Korrekturspulensatz mit

$$H_z^{(3,1')}(\vec{x}) \propto \frac{3}{2} |\vec{x}|^3 \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1) \sin \varphi = [4z^2 - (x^2 + y^2)] y \quad (7.20)$$

notwendig, der üblicherweise den Namen „ z^2y -Shim“ erhält. Entsprechend heißt der Spulensatz nach Gl. (7.19) „ z^2x -Shim“.

Da die Erzeugung von Magnetfeldgradienten $\partial_i B_z$ entlang der kartesischen Koordinaten zur MR-Bildgebung ohnehin notwendig ist (Kap. 3.2), können die „ x “- , „ y “- und „ z “-Korrekturfelder durch zeitlich konstante Stromanteile in den entsprechend gestalteten Gradientenspulenblöcken erzeugt werden. Kommerziell erhältliche Gradientenspulensysteme beinhalten im Regelfall auch die Spulenblöcke für die höheren Ordnungen.

Das hier beschriebene Verfahren ist nach [Rom84] maximal bis zur Ordnung $n = 4$ praktikabel, weil z. B. durch Fertigungstoleranzen der Korrekturspulen unerwünschte Feldbeiträge niedriger Ordnungen auftreten, die in, gemessen an der Spulengröße, zentrumsnahen Feldbereichen dominieren. Um das Volumen dieses Bereichs zu minimieren, sollten Spulen zur Korrektur höherer Ordnungen möglichst klein sein. Dies lässt sich nicht mit der Tatsache vereinbaren, dass die tolerablen *relativen* Fertigungstoleranzen ebenfalls mit zunehmender Ordnung immer kleiner werden.

In der Regel sind Korrekturen vierter Ordnung jedoch völlig ausreichend, um selbst B_0 -Felder von mehreren Tesla zur MR-Bildgebung genügend zu homogenisieren.

Je höher die Ordnung der Feldkompensation ist, desto weiter außerhalb des Zentrums, aber auch desto steiler erfolgt eine signifikante räumliche Änderung des resultierenden Magnetfelds. Da die Zahl der kompensierbaren Ordnungen beschränkt ist, ist eine möglichst exakte Kompensation der adressierbaren Ordnungen nur anzuraten, wenn ein möglichst homogener Feldverlauf *in der Nähe des Zentrums* gewünscht ist.

Bei der MRT besteht jedoch zumeist das Problem, eine *bestimmte* Homogenitätsanforderung in einem *möglichst großen Volumen* zu erfüllen. Um dies zu erreichen, kann es im Einzelfall sinnvoller sein, die niedrigsten Ordnungen nicht vollständig zu annullieren, sondern deren verbleibende Beiträge auf Kosten der Homogenität im Zentrum zu einer Dämpfung des steileren Feldverlaufs weiter außerhalb aus den höheren Ordnungen auszunutzen.

Im Fall der Feldhomogenisierung mithilfe von Stücken magnetisierbaren Materials („Shims“), für die bei bekannter magnetischer Suszeptibilität χ ein analoges Verfahren angewandt werden kann [Rom84], treten zusätzliche Probleme auf:

- Die induzierte Magnetisierung des Materials gemäß Gl. (7.26) erfolgt nicht streng in z -Richtung, wenn transversale $\vec{H}^{(0)}$ -Komponenten vorhanden sind.
- Die magnetische Suszeptibilität ändert sich mit dem äußeren Magnetfeld (Kap. 7.3), was i. d. R. ein iteratives Vorgehen erforderlich macht.
- Die magnetische Suszeptibilität lässt sich im Gegensatz zu einem Spulenstrom nicht frei wählen (insbesondere ist das Vorzeichen festgelegt), sodass im Gleichungssystem analog zu (7.16) ein freier Parameter pro Shimelement wegfällt.

Dennoch findet auch diese Methode, bevorzugt zur stromsparenden Kompensation von Inhomogenitäten niedriger Ordnungen, beim Bau von MR-Geräten Verwendung.

7.1.2 Homogenisieren von Magneten mit großen Polschuhen

Ein mathematisches Homogenisierungsverfahren für Magnetfelder zwischen zwei ursprünglich zylindrischen Polschuhen mit großem Durchmesser wird in [Ros38] diskutiert. Dabei wird die Form der Polshuhoberflächen mittels einer konformen Abbildung durch ein Wegintegral beschrieben. Die Änderung des Feldverlaufs durch das Hinzufügen von Ringen aus magnetisch hochpermeablem Material an den Rändern der Polschuhe kann dann berechnet und durch Anpassung zweier freier Parameter pro Ringpaar (Höhe und Breite der Ringe) optimiert werden. So erhält man eine optimierte Form für die Herstellung der Polschuhe.

[And52] erweitert dieses Prinzip auf konische Polschuhe, deren Umfang in Richtung der Symmetrieebene abnimmt. Dadurch erhält man einen zusätzlichen freien Parameter (Öffnungswinkel der Polshuhränder) zur Homogenisierung des Magnetfelds.

Ein Verfahren unter der Verwendung von Stromspulen auf den Polshuhoberflächen schildert [Pri57]. Es greift auf das Konzept der Spiegelströme zurück, d. h. die realen Ströme werden rechnerisch an den Grenzflächen der Polschuhe wegen deren großer relativer magnetischer Permeabilität unendlich oft gespiegelt (die magnetischen Flusslinien stehen nahezu senkrecht auf den Polshuhoberflächen) und so das resultierende Magnetfeld einfach mit einer endlichen Zahl von virtuellen Spiegelströmen z. B. nach dem Biot-Savart-Gesetz berechnet. Der Einfluss des Polshuhmaterials auf den Magnetfeldverlauf ist damit hinreichend berücksichtigt und die optimalen Parameter der Korrekturspulen auch ohne ein numerisches Verfahren zur expliziten Berechnung des Magnetfeldbeitrags der Polschuhe berechenbar.

Einen ähnlichen Ansatz, mit dem vor allem die lokalen Feldstörungen durch die Welligkeit der Polshuhoberflächen ausgeglichen werden, beschreibt [Zin89]. Dabei wird ein optimaler Abstand von den Polshuhoberflächen berechnet, in dem mittels Messung eine Feldkarte erstellt wird. Entlang der Höhenlinien dieser Feldkarte werden dann flache Korrekturspulen angefertigt und in Form einer Folie auf die Polshuhoberflächen aufgebracht.

Alle in Kapitel 7.1.2 beschriebenen Korrekturverfahren eignen sich nur für Polschuhe mit großem Durchmesser im Vergleich zum Polshuhabstand und sind daher für Magnete zur MRT am Menschen nicht sonderlich gut geeignet. Da außerdem inzwischen Computerprogramme zur Simulation von Magnetfeldern unter Berücksichtigung von ferromagnetischen Materialien zumindest bei Problemen, die auf zwei Raumdimensionen reduziert werden können, so schnell ablaufen, dass sie eine iterative Optimierung der Strom- und Materialverteilungen auf individuelle Fragestellungen erlauben, werden insbesondere die rechnerischen Verfahren hier nicht ausführlicher diskutiert.

7.2 Das Magnetfeld ausgedehnter Spulenkörper

Das axiale Magnetfeld rotationssymmetrischer Spulenkörper im Vakuum, die einen rechteckigen Querschnitt besitzen, berechnet sich auf der Rotationsachse zu

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 I}{2 \Delta z' \Delta r'} \left[\left[(z' - z) \ln \frac{r' + \sqrt{r'^2 + (z' - z)^2}}{1 \text{ m}} \right]_{r'=r'_0}^{r'=r'_0+\Delta r'} \right]_{z'=z'_0-\Delta z'/2}^{z'=z'_0+\Delta z'/2} . \quad (7.21)$$

r'_0 und z'_0 bezeichnen den *Innenradius* und die *mittlere* axiale Position des rechteckigen Spulenkörpers mit der radialen Ausdehnung $\Delta r'$ und der axialen Ausdehnung $\Delta z'$, der vom Strom I durchflossen wird.

Wie in Kap. 7.1.1 dargelegt, genügt zur Erzeugung eines räumlich homogenen Magnetfelds, das von rotationssymmetrischen Spulen erzeugt wird, die Homogenisierung des Felds auf der Symmetrieachse. Daher kann anhand von Gl. (7.21) durch Optimierung der Spulenparameter leicht eine Spulenkonfiguration gefunden werden, die bestimmte Homogenitätsanforderungen erfüllt. Dies wurde mithilfe der Routine MINUIT [MIN94] realisiert, mit der zunächst die Funktion

$$\sum_{i=1}^{N_z} [B_z(z_i) - \bar{B}_z]^2 = \sum_{i=1}^{N_z} \left[B_z^{(0)}(z_i) + \left(\sum_{k=1}^K B_z^{(k)}(z_i) \right) - \left(\sum_{i=1}^{N_z} \sum_{k=0}^K \frac{B_z^{(k)}(z_i)}{N_z} \right) \right]^2 \quad (7.22)$$

durch Anpassung der Parameter I , r'_0 , z'_0 , $\Delta r'$ und $\Delta z'$ (Gl. (7.21)) *nur* der K Korrekturspulen numerisch minimiert wird. N_z bezeichnet die Anzahl der Punkte entlang der z -Achse, an denen das Magnetfeld berechnet wird, \bar{B}_z das mittlere Magnetfeld in diesem Bereich und $B_z^{(0)}$ das unkorrigierte Ausgangsfeld, erzeugt z. B. durch einen gestreckten Solenoiden oder ein Helmholtz-Spulenpaar, die bereits für eine relativ gute Grundhomogenität sorgen. Zur Erzeugung eines möglichst homogenen Magnetfelds werden als Korrekturspulen nur spiegelsymmetrisch angeordnete Spulenpaare verwendet.

Dabei hat es sich als sinnvoll herausgestellt, die Parameter $\Delta r'$ durch \sqrt{Aq} und $\Delta z'$ durch $\sqrt{A/q}$ zu ersetzen, wobei A die Querschnittsfläche und q das Verhältnis von radialer zu axialer Ausdehnung des Spulenkörpers bezeichnen. Dadurch kann einerseits einfacher sichergestellt werden, dass der jeweilige Spulenstrom I und die entsprechende Querschnittsfläche A aufeinander abgestimmt sind und andererseits können wicklungstechnisch unrealistische Spulenparameter q leicht durch Einschränkung des Parameterraums bei der Optimierung vermieden werden.

Die Minimierung der Funktion (7.22) hat sich bewährt, um relativ unabhängig von den Startwerten unter den zumeist zahlreichen *lokalen* Minima im Parameterraum der Korrekturspulenparameter solche zu finden, die sich in den Funktionswerten der Funktion (7.22) nur wenig unterscheiden. Daher wurde im ersten Schritt diese Funktion verwendet; man kann aber nie sicher sein, das idealerweise anzustrebende *globale* Minimum durch eine derartige Minimierung zu finden.

Ausgehend von dem so gefundenen Parametersatz können dann durch Minimierung einer weiteren Funktion abweichend von (7.22), die an die jeweilige spezielle Problemstellung angepasst ist, diejenigen Korrekturspulenparameter gefunden werden, die die konkreten Anforderungen an das Magnetfeld am besten erfüllen. Dies können z. B. eine möglichst geringe absolute Feldabweichung innerhalb des Abbildungsvolumens im Fall von B_0 -Magneten für die MRT oder ein minimaler mittlerer quadratischer relativer Gradient im betrachteten Bereich für Transport- und Speichervorrichtungen für kernspinpolarisierte Gase sein (siehe Einführung in Kap. 7).

Ist nach diesem zweiten Optimierungsschritt eine geeignete Konfiguration gefunden, kann deren Empfindlichkeit gegen Fertigungstoleranzen überprüft werden. Dazu wird beispielsweise der erlaubte Parameterbereich auf den Bereich realistischer Toleranzen eingeschränkt und der *Kehrwert* der im zweiten Schritt minimierten Funktion minimiert. Daraus ergibt sich die maximale Inhomogenität, wenn die Designparameter der Spulen bei der Herstellung maximal verfehlt werden.

Weitere wichtige Aspekte bei der Konzeption von Magnetfeldspulen sind die Masse und der Bedarf an elektrischer Leistung zu ihrem Betrieb. Je massiver die Wicklungen bei einem bestimmten Material ausgeführt werden, desto geringer fällt der Leistungsbedarf aus.

Entsprechend kann man bei gegebener elektrischer Leistung und festen Wicklungsquerschnitten durch die Variation von Windungszahlen und Einzelströmen³ bei konstanter Stromdichte das Verhältnis von Strom und Spannung an die einzusetzende Stromquelle anpassen. Dabei wird bei wenigen dicken Wicklungsdrähten ein großer Strom bei geringer Spannung benötigt und umgekehrt. Die benötigte elektrische Leistung bleibt dabei konstant.

Grundlegende Formeln aus der Elektrotechnik führen für das Helmholtz-Feld als Ausgangsfeld für einen offenen MR-Tomographen aus dünnen⁴, normal leitenden Spulen zu der Beziehung

$$\boxed{mP \approx \frac{125 \pi^2 B_0^2 r^4 \rho \varrho}{4 \mu_0^2}} \quad , \quad (7.23)$$

d. h. bei gegebenen Anforderungen an das zu erzeugende Magnetfeld B_0 und die Größe des homogenisierbaren Abbildungsbereichs, die durch den Radius r parametrisiert wird, ist das Produkt aus Masse m und benötigter elektrischer Leistung P eine Konstante, die nur noch vom spezifischen Gewicht ρ und dem spezifischen elektrischen Widerstand ϱ des gewählten Wicklungsmaterials abhängt.

Für einen Solenoiden, der den Vorteil eines von allen Seiten offenen Abbildungsbereichs im Gegensatz zum Helmholtz-Feld nicht bietet (Einleitung von Kap. 7), gilt entsprechend

$$\boxed{mP \approx \frac{16 \pi^2 B_0^2 (r^4 + r^2 l^2 / 4) \rho \varrho}{\mu_0^2}} \quad , \quad (7.24)$$

wobei zur Berechnung des Magnetfelds die Integration des differentiellen Magnetfeldbeitrags dünner Stromschleifen über die Länge des Solenoiden ausgeführt wurde⁵. Beim Solenoiden hängt die Ausdehnung des homogenisierbaren Bereichs insbesondere auch von dessen Länge l ab, die für die Gültigkeit von Gl. (7.24) nicht notwendigerweise größer als sein Radius r sein muss.

Bei beiden Konfigurationen wird anhand der Gln. (7.23) bzw. (7.24) deutlich, wie stark die Wirtschaftlichkeit normal leitender B_0 -Magnete von der Magnetfeldstärke (siehe Kap. 5) und vor allem von den räumlichen Abmessungen abhängt. Letzteres bedeutet beim Helmholtz-Feld, das auf jeden Fall Spulendurchmesser benötigt, die deutlich größer als der Abbildungsbereich (z. B. der menschliche Thorax) sind, dass es entscheidend darauf ankommt, einen möglichst großen *Volumenanteil* gemäß den Anforderungen zu homogenisieren.

³Die einzelnen Windungen *aller* Spulen sollten seriell geschaltet werden, um Magnetfeldverzerrungen bei unterschiedlicher Erwärmung und damit Widerstandsänderung der einzelnen Spulen zu vermeiden.

⁴Die Querschnitte der Spulenkörper wurden bei der Rechnung berücksichtigt, kürzen sich aber im Ergebnis heraus.

⁵Das Ergebnis dieser Integration ist explizit in Gl. (7.28) angegeben.

Beim Solenoiden, der ein entlang des Radius näherungsweise konstantes Magnetfeld erzeugt und dessen Radius daher entsprechend klein gewählt werden kann, ist eine wirksame Homogenisierung in *axialer* Richtung entscheidend. Dazu bietet es sich an, den Feldabfall in Richtung der Enden durch zusätzliche, außerhalb des Solenoiden angebrachte Spulen zu kompensieren.

7.2.1 Konzepte für homogene Spulenmagnetfelder

Die vorigen Überlegungen zu einem möglichst leichten, energiesparenden MRT-Magneten für den menschlichen Thorax wurden angestellt, weil im Rahmen dieser Arbeit für die europäische Raumfahrtorganisation ESA ein entsprechendes Konzept für die Untersuchung der menschlichen Atmung mittels ^3He -MRT unter Bedingungen der Schwerelosigkeit an Bord der internationalen Raumstation ISS entwickelt wurde [Ott03], [Hie04]. Unter den dort herrschenden Bedingungen ist der Betrieb größerer supraleitender Magnetspulen unerwünscht (wenn auch nicht unmöglich), da die Aufrechterhaltung der dafür notwendigen Kühlung mit einem beträchtlichen organisatorischen Aufwand bzw. dauerhaften elektrischen Leistungsbedarf verbunden wäre.

Als Alternative bleiben entweder Permanentmagnete, bei denen bei einer Anwendung im Weltraum im interessanten Feldbereich zwischen 10 und 100 mT (Kap. 5.3) die Masse eine kritische Eigenschaft darstellt oder normal leitende Spulen. Mögliche Konzepte, die auf Permanentmagneten basieren, werden in Kap. 7.3.4 dieser Arbeit diskutiert; zunächst werden allerdings normal leitende Spulen betrachtet.

Zunächst zeigt sich, dass von den beiden klassischen, für die Herstellung von normal leitenden Spulen in Frage kommenden Materialien Kupfer und Aluminium letzteres die günstigeren Eigenschaften hat, wenn gemäß den Gln. (7.23) bzw. (7.24) Masse und Bedarf an elektrischer Leistung gleich gewichtet werden. Das Produkt aus spezifischem Gewicht und spezifischem elektrischem Widerstand ist bei Al etwa um den Faktor 2 günstiger als bei Cu. Dies stellt jedoch kein endgültiges Ausschlusskriterium für die Materialauswahl dar, da auch bei kurzen Betriebsintervallen des Hauptmagnetfelds die für eine Aufnahme(serie) benötigte elektrische Energie aus einem Energiespeicher bereitgestellt werden muss, sofern die Anschlussleistung die ohne gesonderte Vorrichtungen abrufbare Kapazität übersteigt. Dann muss die Masse der Energiespeichervorrichtung ebenfalls berücksichtigt werden. Für die mit dem eingangs von Kap. 7.2 beschriebenen Homogenisierungsverfahren gefundenen Spulenkonfigurationen zur Erzeugung von Magnetfeldern mit möglichst geringer Feldvariation innerhalb einer Sphäre von 40 cm Durchmesser (entsprechend dem Aufnahmebereich des menschlichen Thorax) werden die entsprechenden Daten für Masse und Leistungsaufnahme dennoch jeweils für Al als Spulenmaterial angegeben.

Tab. 7.1 zeigt darüber hinaus die Wicklungsparameter für zwei Helmholtz-artige Spulenkonfigurationen (für ca. 10 mT und ca. 100 mT) und für einen Solenoiden mit Korrekturspulen für ca. 100 mT.

Bei den symmetrischen Spulenpaaren bezeichnet $2|z'_0|$ jeweils den axialen Abstand der Mittelpunkte der Spulenkörper und die Angaben für Masse und Leistung beziehen sich auf das *Paar*. Spulenströme mit negativem Vorzeichen laufen in azimuthaler Richtung den Hauptfeldspulen entgegengesetzt.

Beim Solenoiden wurde die Stromdichte geringer gewählt als bei den Helmholtz-Konfigurationen, um die Integration einer Kühlwasserleitung in die Wicklung zu ermöglichen.

Spule	j [A/cm ²]	r'_0 [cm]	$2 z'_0 $ [cm]	$\Delta r'$ [cm]	$\Delta z'$ [cm]	m_{Al} [kg]	P_{Al} [kW]
Helmholtz 9.28 mT	500.00	70.000	75.500	4.472	4.472	49.0	12.7
Korr. 1	-499.85	47.960	62.630	1.414	1.414	3.30	0.855
Korr. 2	431.84	26.840	142.110	1.414	1.414	1.87	0.361
Korr. 3	-499.72	58.170	61.750	1.414	1.414	3.99	1.03
Helmholtz 94.8 mT	500.00	80.000	89.900	14.142	14.142	591	153
Korr. 1	482.80	52.311	142.364	4.472	4.472	37.0	8.95
Korr. 2	-414.37	48.402	70.106	4.472	4.472	34.4	6.12
Solenoid 101 mT	350.00	40.000	0	2.400	160.000	268	34.1
Korr. 1	350.00	42.400	164.310	4.000	17.000	102	13.0

Tabelle 7.1: Die Parameter zweier Helmholtz-artiger Konfigurationen und eines Solenoiden, jeweils mit Korrekturspulen zur Erzeugung homogener Magnetfelder, wie sie zur ³He-MRT der menschlichen Lunge bei etwa 10 mT bzw. etwa 100 mT geeignet sind.

Die Abbildungen 7.1, 7.2 und 7.3 zeigen die Tab. 7.1 entsprechenden Spulenkonfigurationen (die Längenangaben haben die Einheit 1 cm und sind teilweise verdeckt) mit den berechneten Magnetfeldern. Die Stromrichtungen sind jeweils durch Pfeile gekennzeichnet. In Falschfarben dargestellt sind die B_z -Komponenten in Gauß (1 G = 0.1 mT), jeweils in einem Bereich von ± 100 ppm Abweichung vom Mittelwert des Darstellungsbereichs. Diese einheitliche Darstellungsweise wurde trotz der unterschiedlichen Homogenitätsanforderungen bei unterschiedlichen Feldstärken (siehe Einführung in Kap. 7) gewählt, um die relative Homogenität der verschiedenen Spulenkonfigurationen direkt miteinander vergleichen zu können.

Die Magnetfeldberechnungen erfolgten in Zusammenarbeit mit dem Institut für Kernphysik der Universität Mainz mit dem Programm OPERA-3d [OPE96] nach der Finite-Elemente-Methode. Die dreidimensionale Berechnungsmethode wurde gewählt, um eine räumliche Darstellung der Spulensysteme zu ermöglichen, obwohl aufgrund der Zylindersymmetrie des Problems für die Feldberechnung eine zweidimensionale Methode ausreichend gewesen wäre und die Darstellung der berechneten Felder auch nur zweidimensional in der Schnittebene durch die Symmetrieachse erfolgt. Da die Spulenparameter zuvor mittels der zu Beginn von Kap. 7.2 geschilderten Methode optimiert wurden und demzufolge jeweils nur eine Rechnung nötig war, stellte der deutlich gesteigerte Zeitaufwand für die 3d-Berechnung in diesem Fall kein Problem dar.

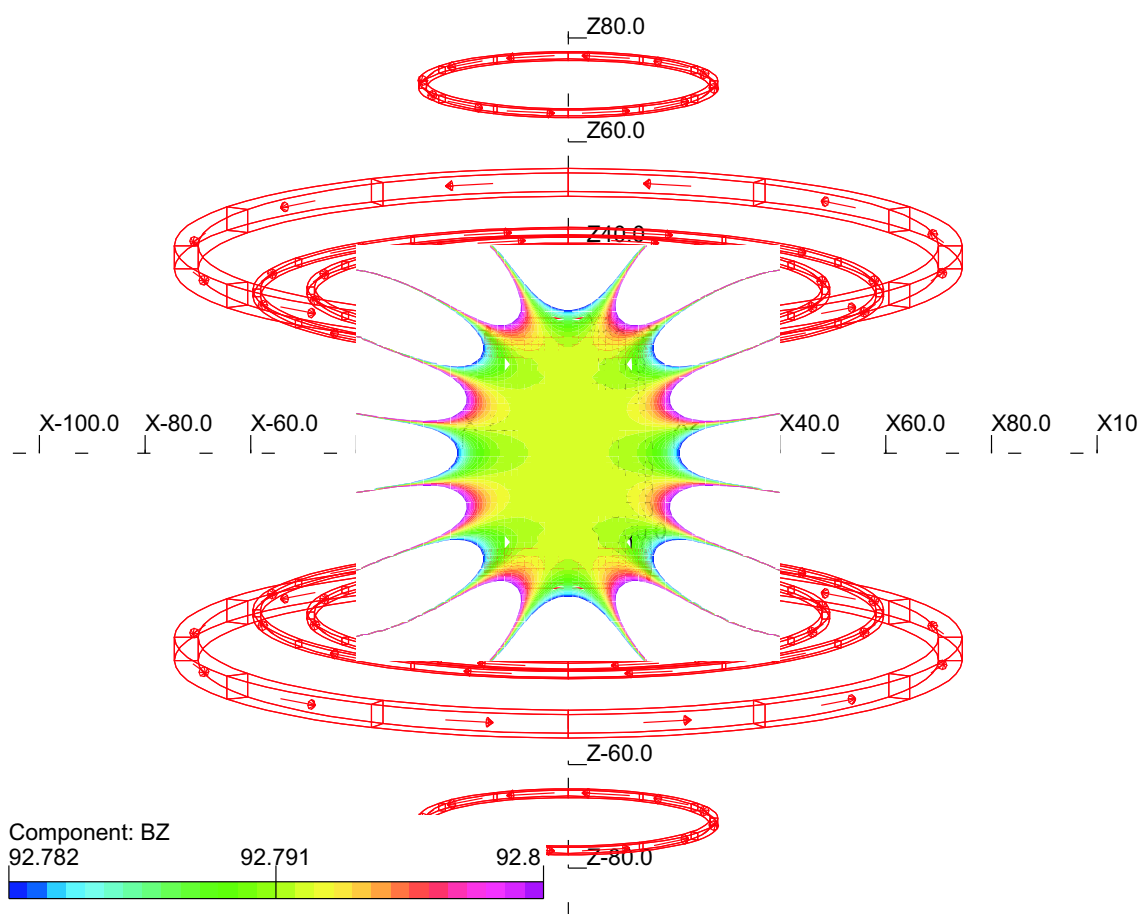


Abbildung 7.1: Eine Helmholtz-artige Spulenkonfiguration mit drei Korrekturspulenpaaren zur Erzeugung des eingezeichneten homogenen Magnetfelds von ca. 100 G in axialer Richtung (z).

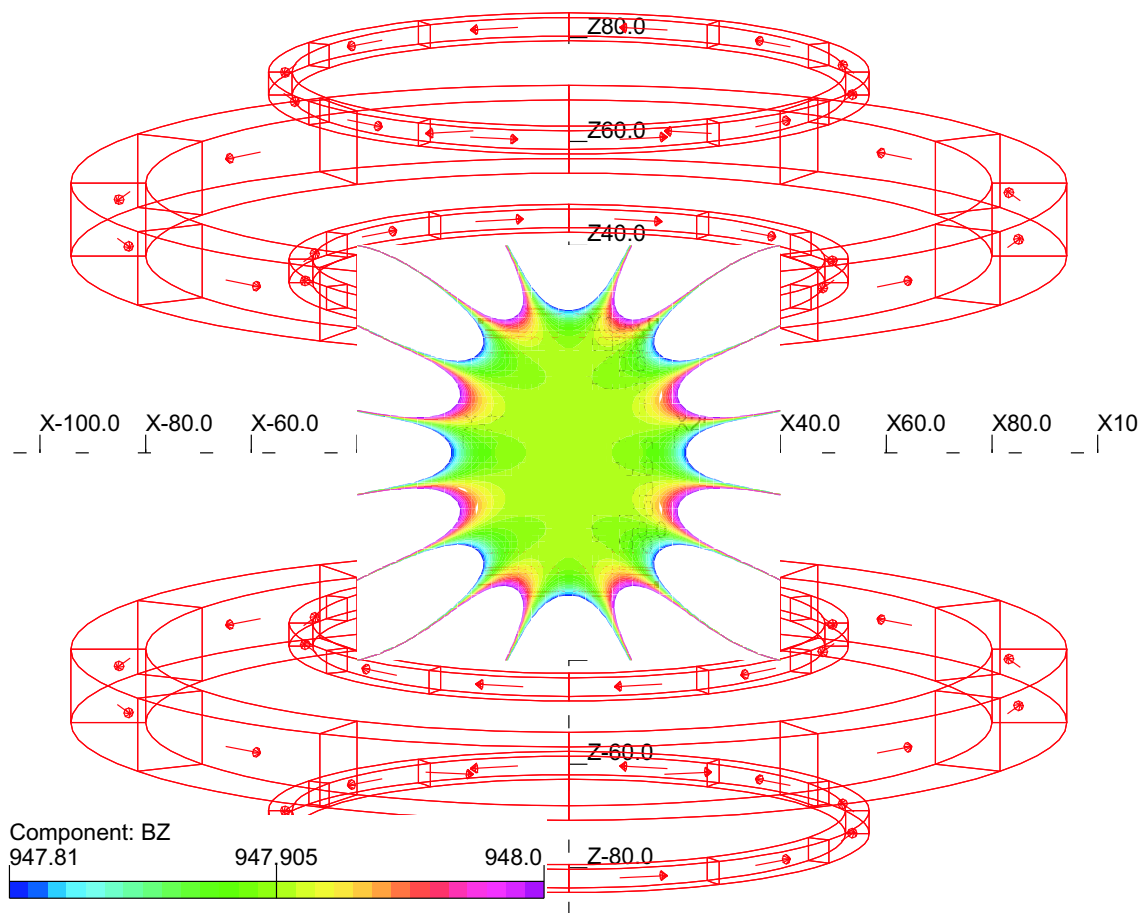


Abbildung 7.2: Eine Helmholtz-artige Spulenkonfiguration mit zwei Korrekturspulenpaaren zur Erzeugung des eingezeichneten homogenen Magnetfelds von ca. 1000 G in axialer Richtung (z).

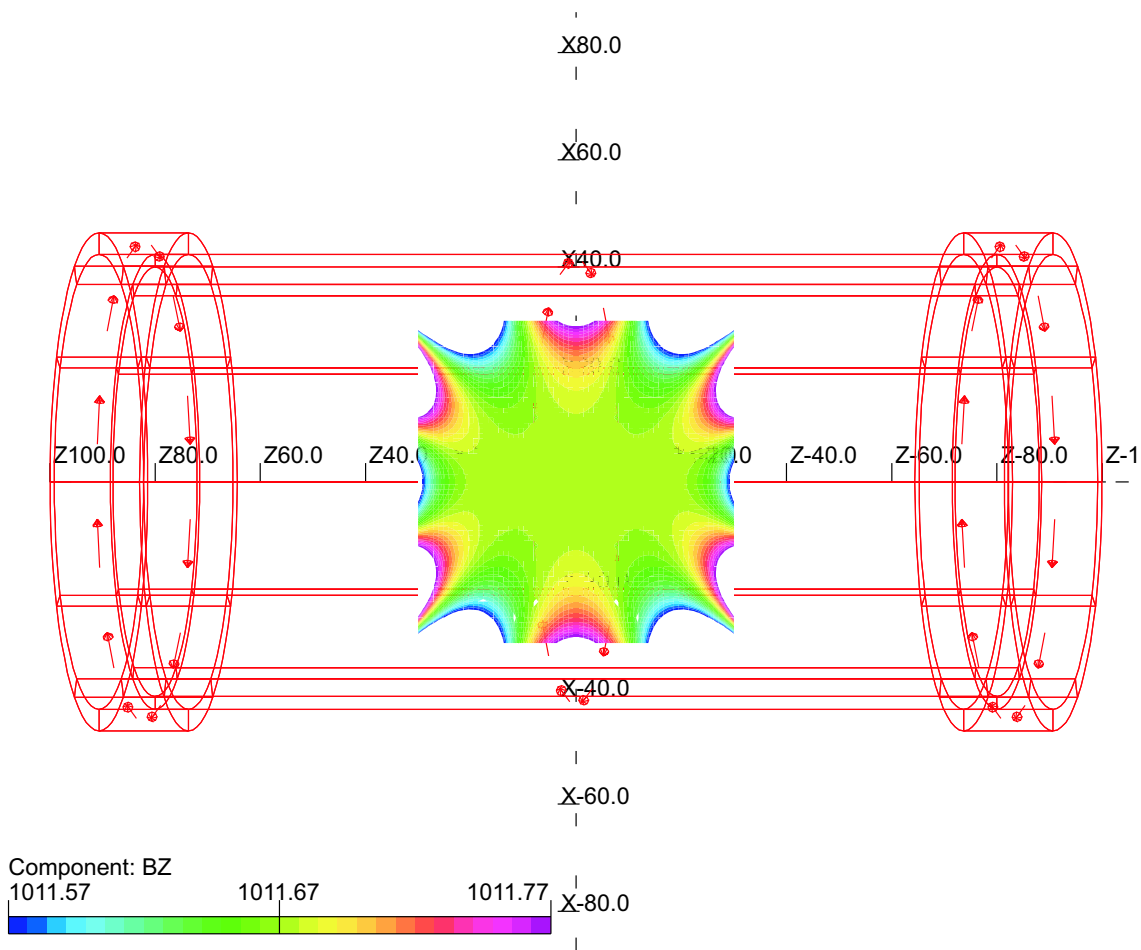


Abbildung 7.3: Ein Solenoid mit einem Korrekturspulenpaar zur Erzeugung des eingezeichneten homogenen Magnetfelds von ca. 1000 G in axialer Richtung (z).

Die in den Abb. 7.1, 7.2 bzw. 7.3 dargestellten Spulensysteme erreichen theoretisch auf der Symmetrieachse im Bereich zwischen $z = -20$ cm und $z = 20$ cm eine relative Feldabweichung

$$q := \frac{B_z^{(\max)} - B_z^{(\min)}}{B_z^{(\max)} + B_z^{(\min)}} \quad (7.25)$$

vom Durchschnittswert von ± 0.4 ppm, ± 0.34 ppm bzw. ± 0.86 ppm. Diese Werte beruhen jedoch auf den mittels MINUIT gefundenen Spulenparametern, die in der berechneten Genauigkeit von 8 Byte bei einer realen Konstruktion niemals einzuhalten wären. Daher wird nun der Weg zur Bestimmung der realistischen zu erwartenden relativen Homogenität exemplarisch am Beispiel der Konfiguration aus Abb. 7.2 dargestellt:

- Zunächst erhält man durch Minimierung der Funktion aus Gl. (7.22) einen Parametersatz für die Korrekturspulen, der die relative Feldabweichung gemäß Gl. (7.25) des unkorrigierten axialen Helmholtzfelds im Bereich von ± 20 cm Entfernung vom Zentrum auf der Symmetrieachse von $q = \pm 380$ ppm auf $q = \pm 20$ ppm verringert.
- Im nächsten Schritt konnte durch die Minimierung der Größe q selbst deren Wert auf ± 0.34 ppm reduziert werden. Die dementsprechenden Werte sind unterhalb von Gl. (7.25) für alle drei diskutierten Konfigurationen angegeben.
- Die Rundung der so erhaltenen Parameter auf die in Tab. 7.1 angegebenen Werte, die auch zur Simulation der Feldkarten (hier: Abb. 7.2) verwendet wurden, liefert $q = \pm 0.53$ ppm.
- Durch die Minimierung der Funktion $1/q$ bei einer maximal zulässigen Variation der Korrekturspulenparameter von ± 1 A bzw. ± 1 mm ergibt sich eine im Rahmen dieser Toleranzen schlimmstenfalls erreichte relative Feldvariation von ± 84 ppm im Bereich von ± 20 cm. Die durch Fertigungstoleranzen der Hauptmagnetfeldspulen auftretenden Abweichungen vom berechneten Feldverlauf ließen sich durch die Anpassung der Korrekturspulenströme ausgleichen.

Die in den Abbn. 7.1 und 7.2 dargestellten korrigierten Helmholtz-Felder zeigen in jedem Quadranten vier strahlenförmig verlaufende Zonen konstanter magnetischer Flussdichte entsprechend dem Wert im Zentrum, d. h. es handelt sich um Sattelflächen, auf denen die räumliche Abhängigkeit der Flussdichte erst in der achten Potenz auftritt (ungerade Ordnungen treten aufgrund der Symmetrie der hier diskutierten Spulenkonfigurationen nicht auf). Ein unkorrigiertes Helmholtz-Feld mit einer Ortsabhängigkeit der magnetischen Flussdichte in der vierten Potenz würde hier pro Quadrant nur zwei solcher Zonen aufweisen.

Der Feldverlauf des korrigierten Solenoiden in Abb. 7.3 hängt demnach in der sechsten Potenz vom Ort ab. Dass die relative Homogenität des kompensierten Magnetfelds in diesem Fall trotz der geringeren niedrigsten Ordnung der Ortsabhängigkeit mit denen der Helmholtz-artigen Konfigurationen vergleichbar ist, liegt an der im Vergleich dazu besseren Grundhomogenität des unkorrigierten Magnetfelds eines langen Solenoiden.

Mit weiteren Spulen wäre in allen Fällen eine noch bessere Kompensation möglich, jedoch wurde wegen der strengen Anforderungen an die Wirtschaftlichkeit der Spulensysteme (Gesamtmasse und Leistung) an dieser Stelle darauf verzichtet. Außerdem muss bei dieser Art von Rechnungen stets berücksichtigt werden, dass eine Kompensation immer höherer Ordnungen aufgrund von Fertigungstoleranzen in der Praxis immer schwieriger zu realisieren sein wird. Für die endgültige Homogenisierung sollte daher auf die variable Methode der Anpassung von Strömen in einem System von Gradientenspulen (Kap. 7.1.1) zurückgegriffen werden.

Die in den Abbn. 7.2 und 7.3 dargestellten Spulenkonfigurationen wären geeignet, um die minimal erforderliche Magnetfeldstärke zur Durchführung verschiedener ^3He -MRT-Techniken zur Untersuchung der menschlichen Lunge (Kap. 5), insbesondere der funktionellen Bildgebungstechniken (Kap. 4), unterhalb von 100 mT zu untersuchen. Die Realisierung eines der diskutierten Aufbauten einschließlich der dazugehörigen Stromversorgung und der Bildgebungselektronik und -Software wurde jedoch wegen des hohen Aufwands im Rahmen dieser Arbeit nicht angestrebt.

Ein nach dem beschriebenen Prinzip unter Anwendung von Gl. (7.21) berechneter, korrigierter Solenoid wurde allerdings zur Untersuchung des optischen Pumpens metastabiler ^3He -Atome (Kap. 2.2.1) bei unterschiedlichen Magnetfeldstärken angefertigt [Bat06]. Er erreicht bei einer Länge von 120 cm und einem Innendurchmesser von 28 cm ein maximales Magnetfeld von 35 mT bei einem maximalen relativen Gradienten $\Delta B/(B \Delta |\vec{x}|)$ von $< \pm 30$ ppm/cm innerhalb eines Bereichs von ± 15 cm auf der Symmetrieachse und 3 cm entlang des Radius.

Die zur Umsetzung des beschriebenen Homogenisierungsverfahrens entwickelte Software wurde außerdem verwendet, um die Parameter eines Spulensystems zur Erzeugung eines möglichst homogenen Magnetfelds zu berechnen, innerhalb dessen vor allem mittels der Klappmethode (Kap. 3.1.1) die MR-Signalamplituden und aus deren zeitlicher Änderung während mehrerer Tage die longitudinalen Relaxationszeiten von polarisiertem ^3He innerhalb von verschiedenen Glaszellen gemessen werden (Kap. 2.3.1).

Aufgrund der zahlreichen Lieferungen von kernspinpolarisiertem ^3He an unterschiedliche Abnehmer [Sch04a] musste ein Aufbau geschaffen werden, der bei unwesentlich höherem Bedarf an Laborfläche als das bis dahin verwendete Helmholtz-Feld [Wil95] statt eines zwei Messplätze mit ausreichend homogenem Magnetfeld zur Verfügung stellt. Dazu wurde mit dem hier beschriebenen Verfahren eine symmetrische Anordnung von vier Spulen mit einem Radius von jeweils etwa 70 cm gefunden, die bei einer Gesamtlänge von etwa 160 cm in zwei Bereichen auf der Symmetrieachse von jeweils etwa 35 cm Länge ein Magnetfeld von etwa 1 mT mit einem mittleren relativen Gradienten von nur $\sqrt{(\partial_z B_z)^2}/B_z = 32 \pm 2$ ppm/cm erzeugt. Der theoretische Wert von 26 ppm/cm wird dabei fast erreicht.

Nach den Gln. (7.1) und (7.10) resultiert daraus mit der Annahme $(\partial_z B_z)^2 \approx (\partial_r B_z)^2$ eine magnetfeldbedingte longitudinale Relaxationszeit $T_1^{(G)}$ von etwa 70000 h bei Standardbedingungen. Diese ist in jedem Fall ausreichend, um bei den Relaxationszeitmessungen die Gradientenrelaxation innerhalb des Messaufbaus vernachlässigen zu können (siehe auch Kap. 8.2.1).

Hinsichtlich der Konstruktion eines MR-Tomographenfelds für Feldstärken bis 100 mT würde ein solcher Aufbau bei eingeschränkt möglicher radialer Zugänglichkeit einen Kompromiss zwischen einem radial frei zugänglichen Helmholtz-artigen Spulensystem und einer solenoidartigen Konfiguration darstellen. Der Solenoid bietet die beste Wirtschaftlichkeit, weil der Strom im Mittel am dichtesten am Abbildungsbereich fließt, schließt jedoch eine radiale Zugänglichkeit vollständig aus.

Zur Erzeugung homogener Magnetfelder mit moderaten Anforderungen an die Feldstärke eignen sich neben Stromspulen auch Permanentmagnete (vgl. Einführung in Kap. 7). Nach einigen Überlegungen zu den Eigenschaften ferromagnetischer Werkstoffe wird im verbleibenden Teil dieses Kapitels auf ein im Rahmen dieser Arbeit neu entwickeltes Verfahren zur weiträumigen Homogenisierung von Magnetfeldern eingegangen, das auf diesen Eigenschaften beruht.

7.3 Homogene Magnetfelder mit Permanentmagneten

Die grundlegenden Eigenschaften ferromagnetischer Materialien sind in zahlreichen Lehrbüchern der theoretischen (z. B. [Jac83]⁶, [Nol93]) oder Experimentalphysik (z. B. [Ger93], [Ott98]) ausführlich beschrieben. Eine explizite Beschreibung des grundsätzlichen Verhaltens von Materie in äußeren Magnetfeldern erscheint daher an dieser Stelle nicht notwendig.

Im Folgenden sollen vielmehr diese Darstellungen um einige technische Aspekte erweitert werden, die sich im thematischen Zusammenhang dieser Arbeit als wichtig erwiesen haben. Dabei werden die Bezeichnungen der relevanten Größen so gewählt, dass die grundlegende Beziehung zwischen magnetischer Erregung \vec{H} und Induktion \vec{B} die Form

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}} \implies \mu_r = 1 + \chi \quad (7.26)$$

⁶Dieser Autor verwendet durchgehend das CGS-Einheitensystem, stellt aber im Anhang eine Tabelle zur Umrechnung aller physikalischer Größen in das übliche MKSA-Einheitensystem zur Verfügung.

annimmt, die in dieser Form nur bei vernachlässigbarer remanenter Magnetisierung gilt, also nicht für Permanentmagnete.

Der Zusammenhang zwischen B und H ist bei ferromagnetischen Materialien nicht eindeutig, sondern hängt von den zuvor angenommenen Zuständen ab. Diese magnetische Hysterese wird durch eine Kurvenschar charakterisiert. Die Einhüllende dieser Kurvenschar wird oft missverständlich als „die Hysteresekurve“ bezeichnet.

Die magentafarbene Kurve in Abb. 7.4 zeigt *einen* möglichen Verlauf der Auf- und Ummagnetisierung eines anfangs unmagnetisierten ferromagnetischen Materials; in schwarz ist die Einhüllende aller möglichen Wege dargestellt. Alternativ zu der hier gewählten Darstellung von $B(H)$ können in Datenblättern auch Kurven der Zusammenhänge $J(H)$, $M(H)$, $\mu_r(H)$ oder $\chi(H)$ gemäß Gl. (7.26) angegeben sein. An dieser Stelle sollen anhand der magentafarbenen Beispielkurve in Abb. 7.4 einige Merkmale der magnetischen Hysterese erläutert werden; detaillierte technische Informationen hierzu findet man z. B. in [Bol90].

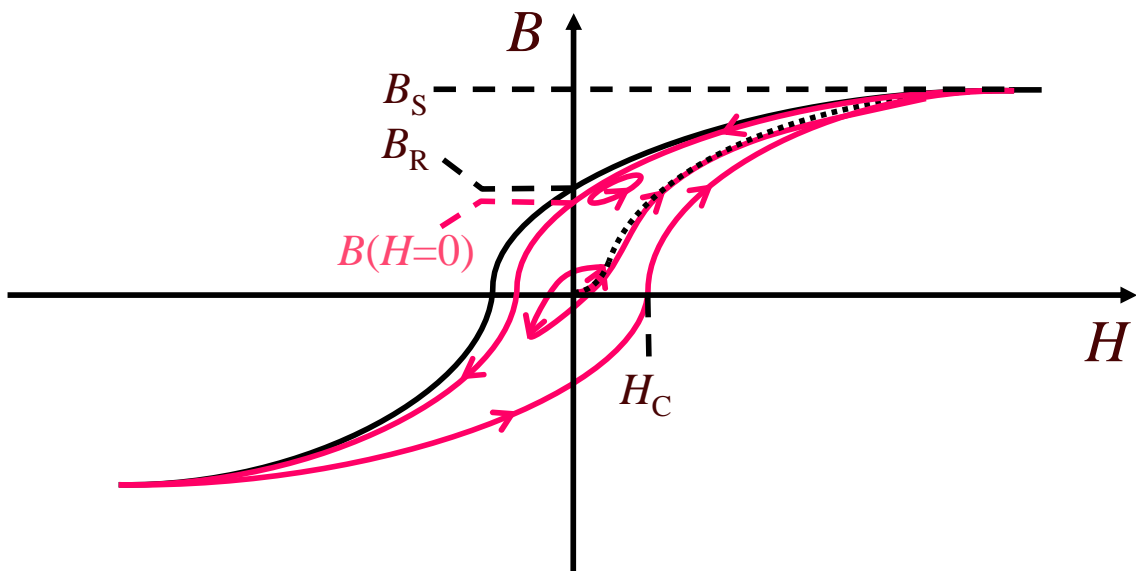


Abbildung 7.4: Ein möglicher Weg (magentafarben) zur Auf- und Ummagnetisierung eines ferromagnetischen Materials und die Einhüllende aller möglichen Wege (schwarz). Die Neukurve ist gepunktet dargestellt (Erläuterungen siehe Text).

B_S bezeichnet die Sättigungsflussdichte, B_R/μ_0 die remanente Magnetisierung als Materialkonstante, $B(H=0)$ die Remanenz im speziellen Fall des in Magenta dargestellten Wegs, H_C die Koerzitivfeldstärke. Gelegentlich findet man in Datenblättern auch die Größe $H_C^{(J)}$, für die der Zusammenhang $|H(J=0)| =: H_C^{(J)} > H_C := |H(B=0)|$ gilt, da im Falle von H_C nach Gl. (7.26) und Abb. 7.4 das der Magnetisierungsrichtung des Materials entgegengerichtete äußere H -Feld mit eingerechnet wird, um die Bedingung $B=0$ zu erfüllen. Bei $J=0$ ist dagegen das B -Feld in seiner Richtung bereits dem äußeren H -Feld gefolgt.

Der dargestellte Magnetisierungsweg beginnt am Punkt $B=H=0$ bei wachsendem äußerem Magnetfeld H und liegt damit zunächst auf der gepunktet dargestellten „Neukurve“. Vor dem

Erreichen des Permeabilitätsmaximums wird jedoch die äußere Feldrichtung umgekehrt und der nach einer erneuten Feldumkehr und wieder steigendem H -Feld verfolgte Weg weicht leicht von der Neukurve ab. Bei maximalem, positivem H wird in Abb. 7.4 die Sättigungsflussdichte nicht ganz erreicht, weshalb die Kurve bei wieder sinkendem H -Feld ebenfalls leicht von der Einhüllenden schwarzen Kurve abweicht.

Kurz vor der zweiten Feldumkehr des H -Felds wird dieses wieder gesteigert und erneut verringert. Dadurch beschreibt die Kurve eine kleine Schleife und erreicht nach der Feldumkehr von H mit $0 < B(H = 0) < B_R$ in diesem Beispiel im negativen Bereich die Sättigung. Schließlich wird das H -Feld wieder gesteigert und durchläuft den Punkt $B(H_C) = 0$, wobei nun wegen der zuvor erreichten Sättigung die magentafarbene Kurve mit der Einhüllenden zusammenfällt.

Bei geringerer Aussteuerung des äußeren H -Felds bleiben die Flächen der durchlaufenen Hysteresekurven kleiner (siehe z. B. [Ger93]) und nur bei vollständigem Erreichen der Sättigung bewegt man sich entlang der in Datenblättern zumeist angegebenen *ein*hüllenden $B(H)$ -Kurve. Diese ist bei ferromagnetischen Materialien punktsymmetrisch bezüglich des Ursprungs und kann Wendepunkte, jedoch keine Extrema enthalten. Die relative magnetische Permeabilität μ_r besitzt dagegen zumeist ein Maximum. μ_r ist stets endlich, bei Ferromagnetika größer als 1 und nach Gl. (7.26) an jedem Punkt $(H; B(H))$ im ersten Quadranten der Hysteresekurve als die Steigung des Dreiecks mit den Eckpunkten $(0; 0)$, $(\mu_0 H; B(H))$ und $(\mu_0 H; 0)$ anzusehen. Im Gegensatz dazu lässt sich auch die differentielle Permeabilität $\partial B(H)/\partial H/\mu_0$ angeben, die jedoch in Gl. (7.26) nicht auftritt. Ferner findet man in Datenblättern oft Angaben über die Anfangspermeabilität, die maximale Permeabilität oder die Permeabilität bei bestimmten H -Feldwerten.

Ferromagnetische Materialien mit relativ geringen Werten von B_R und H_C heißen „weichmagnetisch“, Permanentmagnete sind magnetisch „hart“ und besitzen demnach eine relativ hohe Remanenz und Koerzitivfeldstärke. In Simulationsprogrammen zur Berechnung von Magnetfeldern in der Umgebung von ferromagnetischen Materialien (z. B. [OPE96], [FEM05]) werden zumeist für weichmagnetische Materialien die Eingabe von einigen Punkten auf der Neukurve und für Permanentmagnete auf der einhüllenden „Entmagnetisierungskurve“, entsprechend der schwarzen Kurve im zweiten Quadranten der Abb. 7.4, verlangt.

Vom Verlauf der Entmagnetisierungskurve hängt beispielsweise ab, welche Flussdichte an den Oberflächen eines Stabmagneten auftritt, auch wenn sich in dessen Nähe *keine* magnetisierbaren Körper befinden. Handelt es sich beispielsweise um einen langen Rundstab ($l \gg r$) aus einem permanentmagnetischen Material mit hoher Koerzitivfeldstärke H_C , ist die Flussdichte an beiden Stirnflächen auf der Symmetrieachse halb so groß wie die Remanenz B_R des Materials [IBS99]. Wegen der Stetigkeit der senkrechten Komponente des \vec{B} -Felds an der Grenzfläche verschiedener Materialien ist auch $|\vec{B}|$ auf der Symmetrieachse an der Grenzfläche stetig, d. h. auch *innerhalb* des Permanentmagneten in der Nähe der Grenzfläche ist die Flussdichte nur halb so groß wie die Remanenz. Im Zentrum des Magneten ist die Flussdichte dann gleich der Remanenz.

Dasselbe Ergebnis erhält man, wenn man unter Beachtung von Gl. (2.1) den langen Permanentmagneten durch einen Solenoiden gleicher Länge l und Stirnfläche A mit dem Mantelstrom⁷

$$I = \frac{M V}{A} = M l = \frac{B_R l}{\mu_0} \quad (7.27)$$

⁷Der Mantelstrom kann als derjenige Strom aufgefasst werden, der als resultierender Strom an der Oberfläche übrig bleibt, wenn man die Elementarströme aller magnetischen Momente innerhalb des Permanentmagneten addiert und sich die gegenläufigen Stromanteile innerhalb des Magneten an deren Berührungsflächen gegenseitig aufheben.

ersetzt. Dabei werden die magnetischen Momente von Permanentmagnet ($\mu = \sum_i |\vec{\mu}_i| = MV = B_R \pi r^2 l / \mu_0$) und Solenoid ($\mu = IA = I \pi r^2$) gleichgesetzt und der Grenzfall von Gl. (7.21) für $\Delta r' \rightarrow 0$, $\Delta z' = l$, $r'_0 = r$ sowie $z'_0 = 0$:

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 I}{2l} \left[\frac{z' - z}{\sqrt{r^2 + (z' - z)^2}} \right]_{z'=-l/2}^{z'=l/2} \quad (7.28)$$

an den Stellen $z = 0$ bzw. $z = \pm l/2$ verwendet.

Bei geringerer Koerzitivfeldstärke des Materials ist die Flussdichte an den Stirnflächen jedoch bei gleicher Geometrie und Remanenz geringer als die halbe Remanenz. Im Zentrum herrscht auch bei kleiner Koerzitivfeldstärke noch etwa die Flussdichte B_R , solange $l \gg r$ gilt.

Bei einem geringeren Verhältnis l/r sinkt das Magnetfeld an den Stirnflächen sowohl für hohe als auch für niedrige Koerzitivfeldstärken, wobei die Gln. (7.27) und (7.28) weiterhin gelten. Für kurze Rundmagnete ($l \ll r$) mit hoher Koerzitivfeldstärke beträgt die Flussdichte an der Grenzfläche $B_R l / (2r)$ [IBS99], was sich ebenfalls anhand der Gln. (7.27) und (7.28) nachprüfen lässt. In diesem Fall ändert sich die Flussdichte auf der Symmetrieachse des Magneten im Bereich dessen geringer Länge nicht wesentlich, sodass auch bei hoher Koerzitivfeldstärke die magnetische Flussdichte an keiner Stelle die Remanenz erreicht.

Für Ferromagnetika mit magnetischer Remanenz $B_R \neq 0$ muss die Beziehung (7.26) zu

$$B = B(H = 0) + \mu_0 \mu_r H \implies \mu_r = \frac{B - B(H = 0)}{\mu_0 H} \quad (7.29)$$

ergänzt werden, da sonst bei endlicher Remanenz an der Stelle $H = 0$ in der Hysteresekurve μ_r unendlich groß wäre. Hierbei ist zu beachten, dass nur bei zuvor erfolgter Sättigung $B(H = 0) = B_R$ ist (vgl. Abb. 7.4).

7.3.1 Die Erzeugung von Magnetfeldern mit Permanentmagneten

Das Magnetfeld \vec{H} am Ort \vec{x} , das durch Volumenelemente mit der Magnetisierung \vec{M} hervorgerufen wird, lässt sich nach [Mom96] wie folgt berechnen:

$$\boxed{H_k^{(i)}(\vec{x}) = \left(\sum_{j \neq i} \left[F^{(j)}(\vec{x}) \right]_{k,k'} M_{k'}^{(j)} \right) - \left[D^{(i)}(\vec{x}) \right]_{k,k} M_k^{(i)}} \quad (7.30)$$

Dabei stehen die Indizes k und k' für die Raumkoordinaten $\{x, y, z\}$ in kartesischen bzw. $\{r, \varphi, z\}$ in Zylinderkoordinaten, i bezeichnet das Volumenelement, in dem das Magnetfeld berechnet wird und j eines aller anderen betrachteten Volumenelemente. F und D sind 3×3 -Matrizen, wobei D i. Allg. diagonalisiert werden kann. Der Summand in Gl. (7.30), in dem Elemente der Matrix D auftreten, bezeichnet den Beitrag zum Magnetfeld am Ort \vec{x} innerhalb des i -ten Volumenelements, der durch die Magnetisierung des i -ten Volumenelements selbst entsteht.

Die Elemente der Matrizen D und F sind durch die Gleichungen

$$\left[D^{(i)}(\vec{x}) \right]_{k,k} = \frac{1}{4\pi} |\partial_k \vec{x}|^{-1} \partial_k \left(\int_{V_i} |\partial_k \vec{x}|^{-1} \partial_k \left(\frac{1}{|\vec{x}|} \right) dV' \right)$$

bzw.

$$\left[F^{(j)}(\vec{x}) \right]_{k,k'} = -\frac{1}{4\pi} |\partial_k \vec{x}|^{-1} \partial_k \left(\int_{V_j} |\partial_{k'} \vec{x}|^{-1} \partial_{k'} \left(\frac{1}{|\vec{x}|} \right) dV' \right)$$
(7.31)

bestimmt. Sie lauten in kartesischen Koordinaten ($x_k, x_{k'} \in \{x, y, z\}$ und $x'_k, x'_{k'} \in \{x', y', z'\}$)

$$D_{k,k}(\vec{x}) = \left[\left[\left[\frac{1}{4\pi} \arctan \frac{(x-x')(y-y')(z-z')}{(x_k-x'_k)^2 |\vec{x}-\vec{x}'|} \right]_{x'=x'_0-l'_x/2}^{x'=x'_0+l'_x/2} \right]_{y'=y'_0-l'_y/2}^{y'=y'_0+l'_y/2} \right]_{z'=z'_0-l'_z/2}^{z'=z'_0+l'_z/2},$$

$$F_{k,k}(\vec{x}) = -D_{k,k}(\vec{x}) \text{ und für } k \neq k' \quad (7.32)$$

$$F_{k,k'}(\vec{x}) = \left[\left[\left[-\frac{1}{4\pi} \ln \frac{(x-x') + (y-y') + (z-z') - (x_k-x'_k) - (x_{k'}-x'_{k'}) + |\vec{x}-\vec{x}'|}{1 \text{ m}} \right]_{x'=x'_0-l'_x/2}^{x'=x'_0+l'_x/2} \right]_{y'=y'_0-l'_y/2}^{y'=y'_0+l'_y/2} \right]_{z'=z'_0-l'_z/2}^{z'=z'_0+l'_z/2}$$

mit denselben Intervallgrenzen für $D_{k,k}$ und $F_{k,k'}$, wobei die Indizes i bzw. j aus Gründen der Übersichtlichkeit hier weggelassen wurden. (x'_0, y'_0, z'_0) sind die Koordinaten des Mittelpunkts des betrachteten Quaders, l'_k dessen Kantenlängen. Die arctan-Funktion ist im Bogenmaß zu berechnen. In Zylinderkoordinaten lassen sich die Matrixelemente zum Teil nur numerisch berechnen [Lab98].

Im Prinzip lassen sich durch die Anwendung der Gln. (7.30) und (7.32) geeignete Magnetkonfigurationen finden, um z. B. homogene Magnetfelder zu erzeugen. Dabei kann zusätzlich auf Felder zurückgegriffen werden, die von Stromspulen erzeugt werden und die einfach zum Feld der Permanentmagnete addiert werden können, solange sie deren Magnetisierung nicht wesentlich beeinflussen. Darin sowie in den relativ schwierig genau einzuhaltenden magnetischen Eigenschaften von Permanentmagneten liegen allerdings große Fehlerquellen bei der praktischen Umsetzung solcher Konzepte [Mom96].

Für das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte neuartige Konzept zur weiträumigen Homogenisierung von Magnetfeldern wurde deshalb die homogenisierende Wirkung von weichmagnetischen Materialien ausgenutzt, deren magnetische Eigenschaften in dem Sinne besser zu beherrschen sind, dass Abweichungen von den theoretischen Werten sich bei geeigneten Konstruktionen weniger drastisch auf die Homogenität des Magnetfelds auswirken.

7.3.2 Das neu entwickelte Prinzip zur Magnetfeldhomogenisierung

Das neu entwickelte Verfahren zur Homogenisierung von Magnetfeldern beruht im Grunde auf der Stetigkeit der Parallelkomponente des \vec{H} -Felds an der Grenzfläche zwischen Materialien unterschiedlicher relativer magnetischer Permeabilitäten μ_r und μ'_r . Im oberen Teil der Abb. 7.5 ist dieser Zusammenhang veranschaulicht: Auf der linken Seite befindet sich Luft mit $\mu_r = 1$, auf der rechten Seite ein ferromagnetischer Werkstoff der Dicke d_0 mit $\mu'_r \gg 1$, der den magnetischen Fluss Φ_0 führt. Verläuft das Magnetfeld \vec{H}' auf der rechten Seite parallel zur Grenzfläche (in Abb. 7.5 gestrichelt dargestellt), besitzt wegen dieser Stetigkeitsbedingung auch das \vec{H} -Feld auf der linken Seite ausschließlich eine parallele Komponente, ist also absolut homogen.

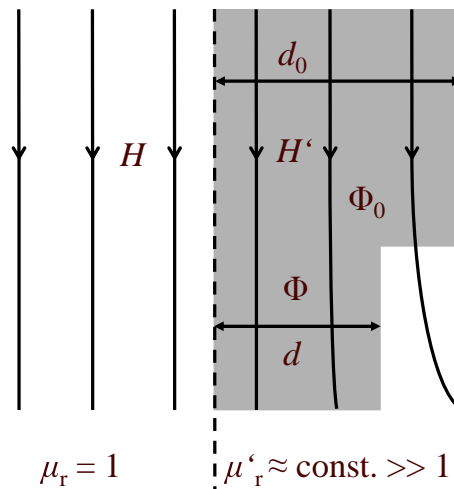


Abbildung 7.5: Das Prinzip zur weiträumigen Homogenisierung von Magnetfeldern durch Anpassung der Materialstärke d an den lokalen magnetischen Fluss.

Durch den magnetischen Streufluss, der bei endlichem μ'_r in der Realität immer aus dem ferromagnetischen Material austreten wird (rechts unten in Abb. 7.5), ändert sich dort die Parallelkomponente des Magnetfelds H'_{\parallel} in Richtung des Verlaufs der Grenzfläche (in Abb. 7.5 in vertikaler Richtung). Dadurch wäre auch das Magnetfeld in der Luft inhomogen. Durch Anpassung der Dicke d des ferromagnetischen Materials kann man diese Streuverluste jedoch ausgleichen und somit das Magnetfeld in der Luft homogenisieren. Dies lässt sich wie folgt begründen:

Bei annähernd konstantem Betrag von H' innerhalb des ferromagnetischen Materials gilt dort $\mu'_r \approx \text{const.}$ (Einführung in Kap. 7.3). Sorgt man für die Einhaltung der Bedingung $H'_{\parallel} = B'_{\parallel}/(\mu'_r \mu_0) = \Phi/(\mu'_r \mu_0 A) = \text{const.}$ in der Richtung entlang der Grenzfläche, ist wegen $H_{\parallel} = H'_{\parallel}$ auch in der Luft die Parallelkomponente des Magnetfelds konstant und das Magnetfeld in der Luft damit absolut homogen. Wenn, wie z. B. in zylindersymmetrischen oder quaderförmigen Anordnungen, $A \propto d$ gilt, ist dies einfach durch Anpassung der Materialstärke d an den verringerten magnetischen Fluss $\Phi < \Phi_0$ möglich.

Die magnetische Flussdichte in der Luft ist dann entlang der Grenzfläche konstant und beträgt $B_{\parallel} \equiv \mu_0 H_{\parallel} = \mu_0 H'_{\parallel} = B'_{\parallel}/\mu'_r$. Die in der Praxis auftretende Änderung der relativen magnetischen Permeabilität des ferromagnetischen Materials μ'_r (Kap. 7.3) beeinträchtigt die praktische Anwendbarkeit des geschilderten Verfahrens nur insofern, als die richtige Anpassung der Materialstärke d entlang der Grenzfläche nicht direkt aus der Änderung des Magnetfelds entlang der Grenzfläche berechnet werden kann, sondern iterativ erfolgen muss. Darauf wird in Kap. 8.2 dieser Arbeit näher eingegangen.

Das hier beschriebene Homogenisierungsverfahren bietet Anwendungsmöglichkeiten sowohl für Speichergefäße kernspinpolarisierter Gase als auch für B_0 -Felder zur MR-Spektroskopie und Tomographie bei mittleren und niedrigen Magnetfeldern bis etwa 0.1 T (siehe Einführung in Kap. 7). Als Feldquellen können jeweils Stromspulen oder Permanentmagnete verwendet werden, wobei sich die folgenden Betrachtungen auf Konstruktionen mit Permanentmagneten beschränken werden, sofern sie dieses neue Prinzip betreffen.

Das Verfahren sowie die darauf beruhenden Vorrichtungen, die in den folgenden Kapiteln 7.3.3, 7.3.4 und 8 beschrieben werden, sind Gegenstand eines Patentierungsverfahrens der Universität Mainz [Ott06].

7.3.3 Anwendung auf Transportbehälter für kernspinpolarisierte Gase

Zunächst sollen die bisher bekannten Speicherungs- und Transportkonzepte für hyperpolarisierte Gase kurz beschrieben werden, bevor anhand von Magnetfeldsimulationen mit der Finite-Elemente-Methode auf die Vorteile des neu entwickelten Prinzips der Magnetfeldführung und des neuen Homogenisierungsverfahrens bei solchen Anwendungen eingegangen wird.

Die einfachste Methode zur Erzeugung eines relativ homogenen, mobilen Magnetfelds stellt das Helmholtz-Spulenpaar dar, das einen freien Zugang zur gelagerten Speicherzelle gestattet. Eine bessere Homogenität bei kleinerem Durchmesser und geringerer Masse bzw. geringerem Bedarf an elektrischer Leistung erreicht eine lange Solenoidspule [Has03], die allerdings keinen radialen Zugang zur Speicherzelle ermöglicht (vgl. Kap. 7.2).

Wenn die Endflächen eines Solenoiden *ohne Zwischenräume* durch Platten aus einem Material mit hoher relativer magnetischer Permeabilität μ_r gebildet und der magnetische Fluss außerhalb des Solenoiden kurzgeschlossen, ist das Feld innerhalb des Solenoiden im Grenzfall $\mu_r \rightarrow \infty$ absolut homogen.

Es entspricht dann dem Magnetfeld innerhalb eines unendlich langen Solenoiden. Dies gilt unabhängig von dessen Querschnittsform, denn jeder Solenoid mit beliebiger Querschnittsform, die entlang seiner gestreckten Achse (hier: z) konstant ist, lässt sich durch eine Zerlegung in rechteckige Solenoide beschreiben, da sich die gegenläufigen inneren Ströme an den Berührungsflächen der rechteckigen Solenoide gegenseitig aufheben. Beim Grenzübergang⁸ $l_z \rightarrow \infty$ ist das Magnetfeld eines rechteckigen Solenoiden wegen

$$B_x(\vec{x}) = \frac{\mu_0 N I}{4\pi l_z} \left[\left[\left[\operatorname{atanh} \frac{y'}{|\vec{x}'|} \right]_{x'=x+l_x/2}^{x'=x-l_x/2} \right]_{y'=y+l_y/2}^{y'=y-l_y/2} \right]_{z'=z+l_z/2}^{z'=z-l_z/2} \xrightarrow{l_z \rightarrow \infty} 0, \quad (7.33)$$

$$B_y(\vec{x}) = \frac{\mu_0 N I}{4\pi l_z} \left[\left[\left[\operatorname{atanh} \frac{x'}{|\vec{x}'|} \right]_{x'=x+l_x/2}^{x'=x-l_x/2} \right]_{y'=y+l_y/2}^{y'=y-l_y/2} \right]_{z'=z+l_z/2}^{z'=z-l_z/2} \xrightarrow{l_z \rightarrow \infty} 0$$

und *innerhalb* des Solenoiden

$$B_z(\vec{x}) = \frac{\mu_0 N I}{4\pi l_z} \left[\left[\left[\arctan \frac{x' z'}{y' |\vec{x}'|} + \arctan \frac{y' z'}{x' |\vec{x}'|} \right]_{x'=x+l_x/2}^{x'=x-l_x/2} \right]_{y'=y+l_y/2}^{y'=y-l_y/2} \right]_{z'=z+l_z/2}^{z'=z-l_z/2} \xrightarrow{l_z \rightarrow \infty} \frac{\mu_0 N I}{l_z}$$

⁸Zu beachten ist, dass bei $l_z \rightarrow \infty$ auch $N \rightarrow \infty$ gilt.

im gesamten Raum⁹ konstant und unabhängig von den Kantenlängen l_x und l_y des Rechtecks¹⁰. Daher gilt die absolute Homogenität des Magnetfelds innerhalb eines unendlich langen Solenoiden unabhängig von dessen Querschnittsform. Die Stromkomponente in z -Richtung wird hierbei allerdings vernachlässigt, was gerechtfertigt ist, wenn die Wicklung in der Realität aus mehreren Lagen mit alternierenden Wicklungsrichtungen besteht.

Auf dieser Feststellung basiert die in [Roh98] beschriebene quaderförmige Speichervorrichtung für kernspinpolarisiertes ^3He , die durch drei unabhängig ansteuerbare Solenoidfelder in allen Raumrichtungen die Erzeugung eines sehr homogenen Magnetfelds in beliebiger Richtung erlaubt. Durch die Einbettung in magnetisch hochpermeables Material (μ -Metall) kann dies bei relativ kompakten Abmessungen (Kantenlängen 60 und 80 cm) erreicht werden. Mit dieser Vorrichtung werden am Mainzer Elektronenbeschleuniger MAMI Experimente zur Messung des elektrischen Formfaktors des Neutrons durchgeführt [Roh99], [Ber01], [Ber03].

[Pet06] beschreibt eine ^3He -Speichervorrichtung zur Anwendung an einem Neutronenstrahl experiment, die allerdings an zwei gegenüberliegenden Seiten offen ist und die mit Stromspulen *oder* Permanentmagneten als Feldquellen konzipiert werden kann.

Die Patente [Has01] und [Has04] beziehen sich auf Transport- und Speichervorrichtungen für kernspinpolarisierte Gase, die mithilfe einer Anordnung von magnetisierten, rechteckigen Stäben ein homogenes Magnetfeld erzeugen. Sie beinhalten jedoch keine Abschirmung äußerer Störfelder. Prinzipiell ähnlich ausgelegt ist die in [Rai04] beschriebene Anordnung, die zur polarisationserhaltenden Speicherung von gefrorenem hyperpolarisiertem ^{129}Xe dient.

Die in [Ott97] und [Gro00] vorgestellte und in [Sch04a] optimierte Transportvorrichtung für kernspinpolarisierte Gase verfolgt ebenfalls das komfortable Konzept von Permanentmagneten als Feldquellen und wird erfolgreich zum polarisationserhaltenden Transport von hyperpolarisiertem ^3He eingesetzt.

Im Rahmen der regelmäßigen Verwendung dieser Transportbehälter zeigte sich jedoch, dass eine weitere Reduzierung der Abmessungen und des Gewichts, bzw. eine Steigerung der mechanischen Stabilität bei gleichem Gewicht der verwendeten Transportvorrichtung wünschenswert sind. Mit dem bisher verwendeten Prinzip zur Magnetfeldführung sind, wie im Folgenden erläutert wird, diese Anforderungen bei gleichem „homogenem Volumen“, d. h. gleichem Volumen, innerhalb dessen die Bedingung

$$G_r \approx \left| \vec{\nabla} B \right| / B \leq 10^{-3} / \text{cm} \quad (7.34)$$

eingehalten wird (Gln. (7.1) und (7.10) mit $T = 293 \text{ K}$, $p = 2.7 \text{ bar}$ und $T_1^{(G)} \geq 400 \text{ h}$), nicht erfüllbar¹¹. Daher wird das neu entwickelte Verfahren zur weiträumigen Homogenisierung von Magnetfeldern (Kap. 7.3.2) ausgenutzt, um im Rahmen dieser Arbeit eine neue Generation von Transportbehältern für kernspinpolarisierte Gase zu konstruieren.

⁹ Außerhalb eines unendlich langen Solenoiden gilt $\vec{B} = 0$.

¹⁰ Gl. (7.33) folgt nach Anwendung einiger Additionstheoreme aus der Integration des Biot-Savart-Gesetzes. Auch hier ist die arctan-Funktion im Bogenmaß zu berechnen.

¹¹ Die übliche Versandeinheit besteht aus drei sphärischen Zellen mit jeweils 1.1ℓ polarisiertem ^3He pro Transportbehälter. Das hierzu benötigte homogene Speichervolumen hat bei dichter Packung der sphärischen Glaszellen eine Höhe von 13 cm und einen Durchmesser in der Mittelebene von 28 cm.

Das bisher verfolgte Konzept für die Transportbehälter mit einem homogenen Magnetfeld im Innenraum beruht auf einem zylindrischen Topfmagneten mit zwei doppelt ausgeführten Polschuhplatten aus magnetisch hochpermeablem μ -Metall als Stirnflächen und einem Zylindermantel, der aus Weicheisen oder ebenfalls aus μ -Metall gefertigt ist und als Joch den magnetischen Fluss zwischen den Polschuhplatten zurückführt [Gro00]. Alle bisher erwähnten Teile dienen außerdem der Abschirmung äußerer magnetischer Störfelder.

Die magnetischen Feldquellen sind bei dieser Konstruktion Permanentmagnete, die sich jeweils zwischen den äußeren Polschuhplatten und dem rückführenden Mantel befinden.

Die relativ homogene Verteilung des Magnetfelds im Innenraum resultiert im Grunde allein aus der Tatsache, dass die magnetischen Feldlinien aus den inneren Oberflächen der zweilagigen Polschuhplatten wegen deren hoher magnetischer Permeabilität nahezu senkrecht austreten. Da jedoch der magnetische Fluss im Mantel bei diesem Konzept demjenigen im Zentrum entgegengesetzt ist und sich, wie im oberen Teil von Abb. 7.5 dargestellt, die Tangentialkomponente des \vec{H} -Felds zunächst stetig vom Mantel in den Innenraum fortsetzt, erfährt das Magnetfeld entlang des Radius in der Mittelebene eine Vorzeichenumkehr. Dies führt zu einer engen Einschränkung des homogenen Bereichs.

Abb. 7.6 zeigt dies anhand einer mit dem Programm *femm 4.0* [FEM05] simulierten Magnetfeldverteilung. Dargestellt ist der erste Quadrant der zylindersymmetrischen Anordnung, d. h. die Rotationsachse befindet sich am linken und die Mittelebene am unteren Bildrand. Die Richtung des Magnetfeldverlaufs sowie die Magnetisierungsrichtung des Rings aus permanentmagnetischem Material sind im vergrößerten Bildausschnitt mit weißen Pfeilen gekennzeichnet. Der Ring in der unteren Hälfte des Behälters ist ebenfalls nach oben axial magnetisiert, was die Spiegelsymmetrie bezüglich der Mittelebene bricht.

Die Falschfarben stellen den Betrag des \vec{B} -Felds in Stufen von $5 \cdot 10^{-4}$ des zentralen Feldwertes von 0.535 mT dar, d. h. die Homogenitätsbedingung (7.34) entspricht einem Sprung von zwei Farbstufen innerhalb von 1 cm.

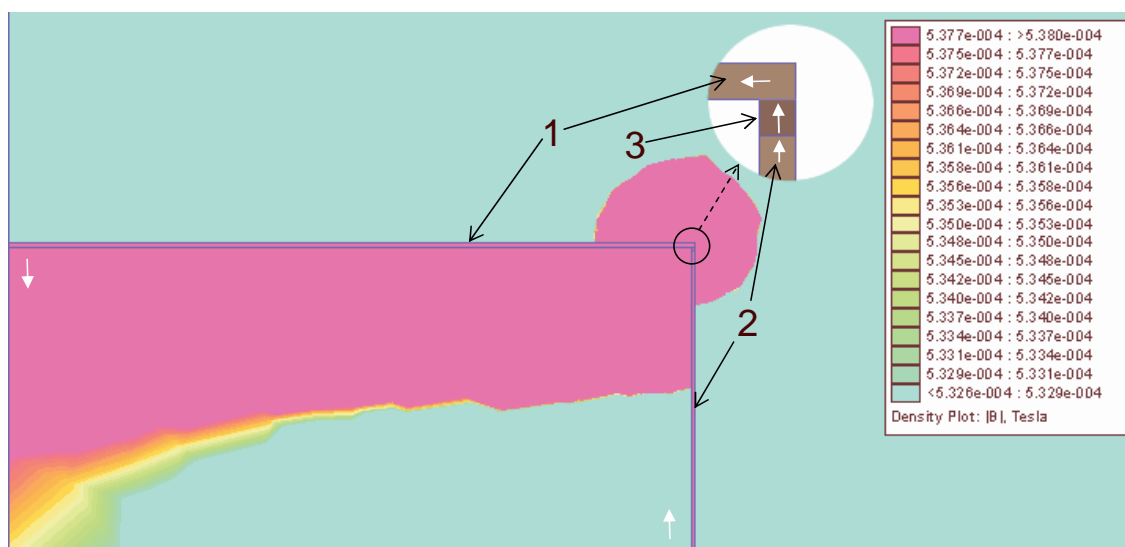


Abbildung 7.6: Falschfarbendarstellung des simulierten Magnetfeldverlaufs eines ^3He -Transportbehälters nach dem bisher verwendeten Konstruktionsprinzip, allerdings ohne Korrekturmagnete.

Der Abstand der hier nur einfach ausgeführten Polschuhplatten **1** beträgt 18 cm und ihr Radius 20 cm. Die Wandstärke aller Bleche (Pos. **2** bezeichnet den Mantel) wurde zu 1 mm und deren relative magnetische Permeabilität konstant zu 10^5 gewählt. Die Permanentmagnetringe **3** haben einen quadratischen Querschnitt bei einer Kantenlänge von 1 mm und sind mit $1.15 \text{ T}/\mu_0$ axial magnetisiert. Die Homogenitätsbedingung (7.34) wird in Abb. 7.6 praktisch in keinem Bereich eingehalten, denn die hellblauen bzw. magentafarbenen Flächen kennzeichnen die Bereiche, in denen $|\vec{B}|$ unterhalb bzw. oberhalb des Darstellungsbereichs liegt und somit keineswegs konstant ist.

Die Situation in Abb. 7.6 konnte bei den bisher verwendeten Transportbehältern dadurch verbessert werden, dass in der Mittelebene weitere Permanentmagnete **4** in den (hierfür unterbrochenen) Mantel eingefügt wurden, die zusätzlichen magnetischen Fluss in Richtung des zentralen Magnetfelds in den Innenraum des Behälters einbringen. Dadurch wird der Feldabfall in radialer Richtung teilweise kompensiert und die Vorzeichenumkehr des Magnetfelds weiter nach außen verdrängt. Sie findet jedoch weiterhin *innerhalb* des Behälters statt. Durch geeignete Anpassung der Höhe der Korrekturmagnete¹² (hier: 2.2 mm bei 1 mm Breite) kann die Homogenitätsbedingung (7.34) in der Simulation bei gleichen Abmessungen und magnetischen Eigenschaften des Behälters wie in Abb. 7.6 bis zu einem Radius von 11 cm eingehalten werden. Das Magnetfeld im Zentrum steigt dabei auf 1.01 mT, was für die Verwendung als Transportvorrichtung für hyperpolarisierte Gase mehr als ausreicht.

Der „Füllfaktor“, d. h. das Verhältnis von gemäß Gl. (7.34) nutzbarem zu gesamtem Innenraumvolumen beträgt damit etwa 30 %. Dies ist in Abb. 7.7 dargestellt und quantifiziert die Wirksamkeit des in der Praxis bisher angewandten Homogenisierungsverfahrens.

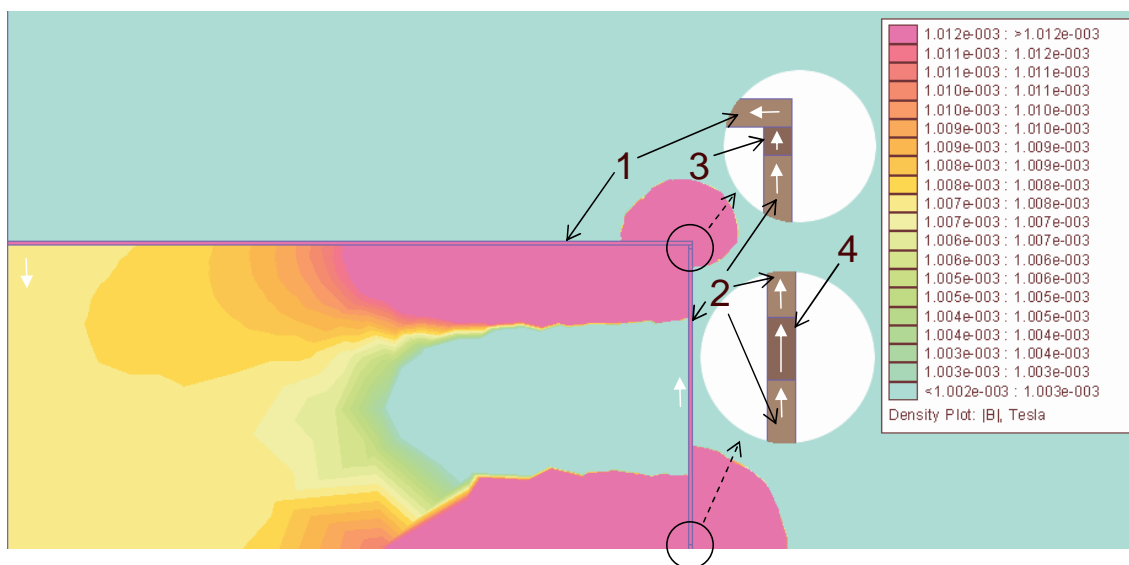


Abbildung 7.7: Falschfarbendarstellung des simulierten Verlaufs des homogenisierten Magnetfelds eines ^3He -Transportbehälters nach dem bisher verwendeten Konstruktionsprinzip.

¹²In der Praxis geschieht die Anpassung dagegen aus praktischen Gründen durch sukzessives Hinzufügen bzw. Wegnehmen von Stücken der Hauptmagnete **3** bei fester Verteilung der Korrekturmagnete **4**.

Bei einem Polschuhradius von 30 cm konnte der Füllfaktor in der Realität auf 35 % gesteigert werden, womit allerdings die Grenzen der Abmessungen und des Gewichts erreicht wurden, die von einer Person noch zu handhaben sind. Eine weitere deutliche Steigerung des Füllfaktors bei gleichen Abmessungen ist mit dieser Methode nicht möglich, da die Vorzeichenumkehr des Magnetfelds in der Mittelebene des Behälters die Existenz eines Bereichs mit stark inhomogenem Magnetfeld im Innenraum des Behälters erzwingt.

Grundsätzlich anders verhält sich dies beim neuen Konzept der Magnetfeldführung gemäß dem oberen Teil der Abb. 7.5. Da der magnetische Fluss demjenigen im Innenraum des Behälters gleichgerichtet ist, entfällt die erwähnte Feldumkehr und bei Einhaltung der Randbedingung $\vec{H}_{\text{Mantel}} = \text{const.}$ sowie beliebig hoher magnetischer Permeabilität der Polflächen als Äquipotentialflächen ist das Magnetfeld im gesamten Innenraum senkrecht zu den Polflächen und ausschließlich entlang der Achse ausgerichtet und damit absolut homogen. Dann sind alle zu den Polflächen parallelen Flächen sowohl im Innenraum als auch im Mantel Äquipotentialflächen des magnetischen Potentials, unabhängig von der Querschnittsform des Behälters.

Dies ist das magnetostatische Analogon zu einem Plattenkondensator, der von einem homogenen Leiter berandet wird, wodurch auch am Rand ein gleichmäßiger Potentialabfall auftritt. Entsprechend der elektrostatischen Analogie muss zwischen den Polflächen die magnetische Spannung

$$\Xi = \int_{\text{Polfläche 1}}^{\text{Polfläche 2}} \vec{H} \cdot d\vec{s} \quad (7.35)$$

anliegen. In Abb. 7.8 wird dies durch einen remanent magnetisierten Mantel **5** mit Stirnfläche¹³ A_5 und Magnetisierung M_5 in axialer Richtung erreicht, der den magnetischen Fluss

$$\Phi_5 = \mu_0 \int_{A_5} \vec{M}_5 \cdot \vec{A} \quad (7.36)$$

den Stirnplatten **1** zuführt, die nun im Gegensatz zu den Konstruktionen in den Abbn. 7.6 und 7.7 direkt auf dem inneren Mantel **2** aufliegen.

Abmessungen, Materialeigenschaften und Farbabstufung sind in Abb. 7.8 gleich gewählt wie in den Abbn. 7.6 und 7.7. Daran kann man erkennen, dass die Homogenität des Magnetfelds nun praktisch im gesamten Innenraum der Bedingung (7.34) genügt. Allerdings ist das Magnetfeld nun mit nur $13.8 \mu\text{T}$ zu gering für praktische Anwendungen, da ein so geringes Hauptmagnetfeld u. a. enorme Anstrengungen zur Abschirmung äußerer Störfelder erfordern würde.

¹³Mit „Stirnfläche“ ist hier das Produkt aus Dicke und Umfang des Mantels **5** gemeint.

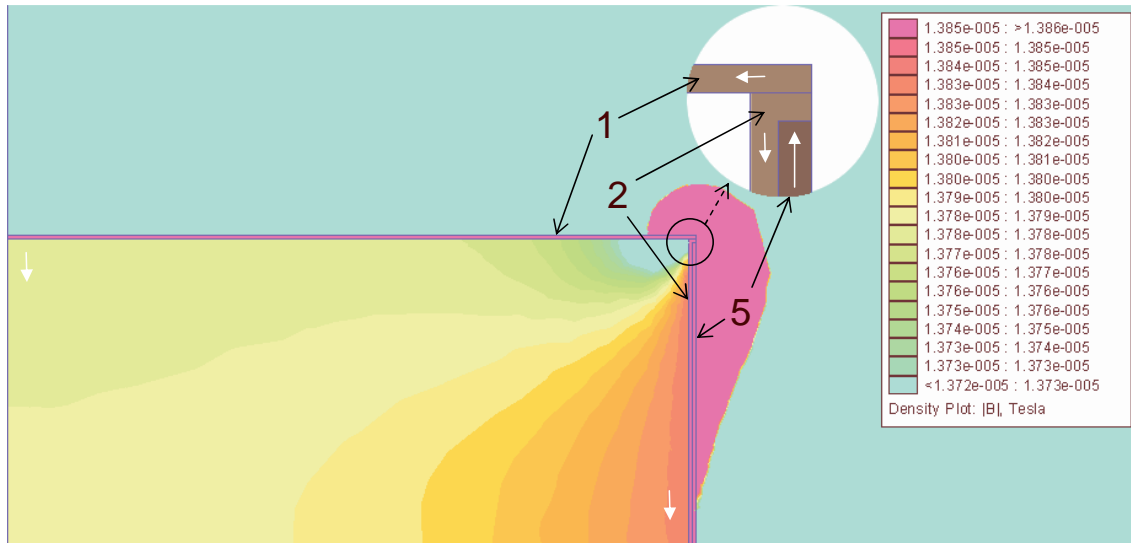


Abbildung 7.8: Falschfarbendarstellung des simulierten Magnetfeldverlaufs eines flachen Zylindermagneten nach dem neuen Konstruktionsprinzip.

Die Ursache hierfür liegt in der bei dieser Simulation zur Demonstration des neuen Prinzips mit konstant zu 10^5 sehr hoch angenommenen relativen magnetischen Permeabilität des inneren Mantels **2**. Da sich praktisch der gesamte durch den remanent magnetisierten Mantel **5** in die Konstruktion eingebrachte magnetische Fluss Φ_5 (Gl. (7.36)) zwischen dem Innenraum und dem inneren Mantel **2** gemäß deren magnetischer Leitwerte (Produkt aus magnetischer Permeabilität und Fläche) aufteilt, gilt für den Betrag des \vec{H} -Felds, der wie oben begründet im inneren Mantel **2** etwa gleich groß ist wie im Innenraum des Behälters,

$$H \approx \frac{\Phi_5}{\mu_0 \pi (r^2 + 2 \mu_r r d_2)} \quad (7.37)$$

Dabei bezeichnen r den Radius des zylinderförmigen Behälters, μ_r die relative magnetische Permeabilität des inneren Mantels **2** und d_2 dessen Wandstärke.

Da in diesem Fall $2 \mu_r d_2 \gg r$ gilt, stellt der innere Mantel **2** einen kräftigen magnetischen Kurzschluss dar und bindet fast den gesamten magnetischen Fluss.

Gl. (7.37) ist insofern eine Näherung, als bei endlichem μ_r des inneren Mantels **2** bzw. der Polflächen **1**, die den magnetischen Fluss von den außen befindlichen Permanentmagneten in Richtung der Mittelachse transportieren müssen, magnetische Streuflüsse aus dem inneren Mantel **2** heraus auftreten bzw. das Magnetfeld nicht genau senkrecht aus den Polflächen **1** austritt. Beides führt zu der in Abb. 7.8 zu erkennenden restlichen Magnetfeldinhomogenität. Im Grenzfall $\mu_r \rightarrow \infty$ wäre das Magnetfeld wegen der strengen Einhaltung der Randbedingungen zwar beliebig homogen, sein Betrag würde allerdings nach Gl. (7.37) gegen Null gehen.

Für die in Abb. 7.8 gezeigte Simulationsrechnung wurde die Breite des remanent magnetisierten Mantels **5** zu $d_5 = 1.2$ mm angenommen. Mit $r = 20$ cm und $M_5 = 1.15$ T/ μ_0 ergibt sich daraus mit Gl. (7.36) ein magnetischer Gesamtfluss von $\Phi_5 = 17.3$ Tcm² und mit $\mu_r = 10^5$ sowie $d_2 = 1$ mm aus Gl. (7.37) ein Magnetfeld von $\mu_0 H = 13.8$ μ T in Übereinstimmung mit dem Simulationsergebnis.

Abb. 7.9 zeigt das Ergebnis der gleichen Simulationsrechnung wie in Abb. 7.8, allerdings für einen gestreckten Zylindermagneten mit einem Radius von 9 cm und einem Polflächenabstand von 40 cm.

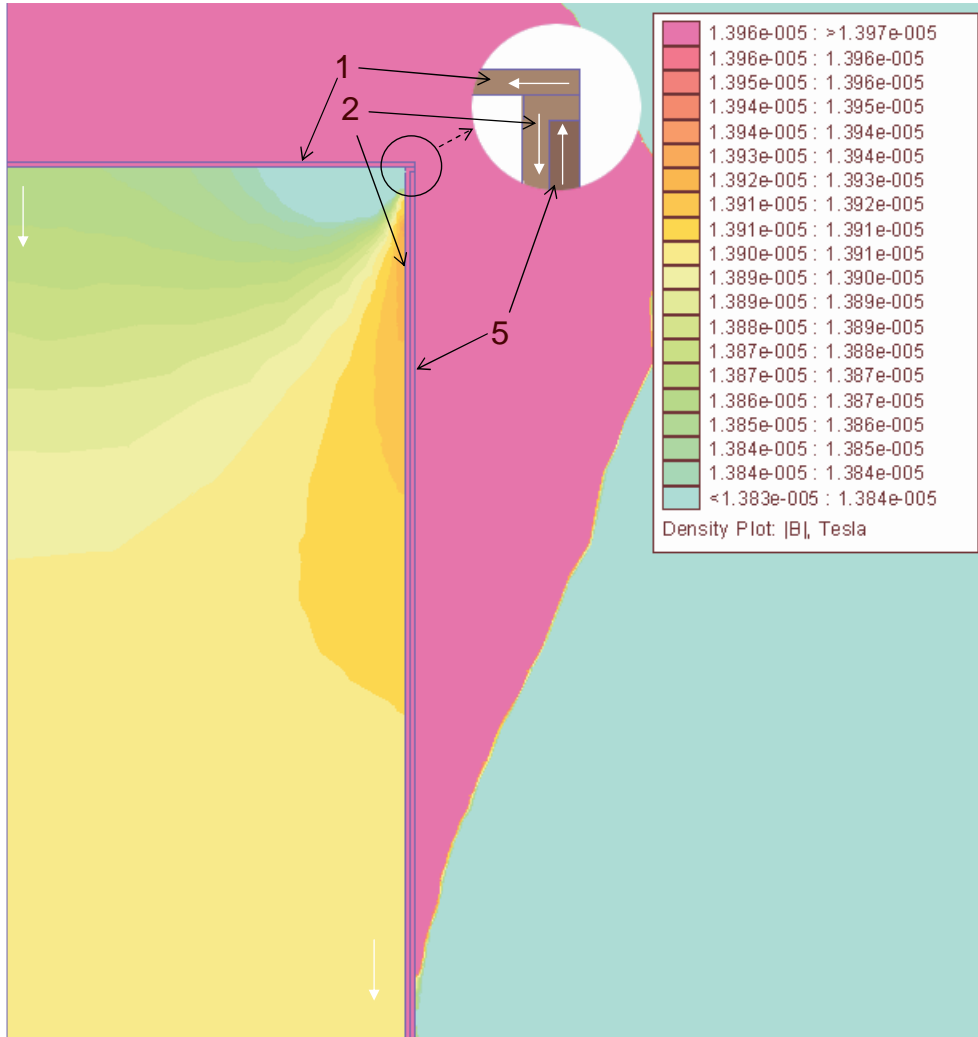


Abbildung 7.9: Falschfarbendarstellung des simulierten Magnetfeldverlaufs eines gestreckten Zylindermagneten nach dem neuen Konstruktionsprinzip.

In diesem Fall wird die Homogenität des Magnetfelds weit überwiegend durch die quantitative Konstanz der Tangentialkomponente des \vec{H} -Felds im inneren Mantel **2** bestimmt; der senkrechte Austritt des Magnetfelds aus den Polflächen **1** spielt hier im Gegensatz zu Abb. 7.8 nur eine untergeordnete Rolle. Auch bei diesem ungünstigen Aspektverhältnis homogenisiert die gleichsinnige Mantelfeldführung bei $\mu_r = 10^5$ das Magnetfeld fast im gesamten Innenraum gemäß Gl. (7.34). Die herkömmliche Methode der Magnetfeldführung wie in den Abbn. 7.6 und 7.7 würde dagegen hier zu einer extrem inhomogenen Magnetfeldverteilung führen.

Berücksichtigt man die realistischen magnetischen Eigenschaften möglicherweise zu verwendender ferromagnetischer Materialien, d. h. die Magnetisierungs-Neukurven für das μ -Metall (in den folgenden Abbildungen mittelgrau unterlegt) der Stirnplatten **1** [Vac88] und für den inneren Mantel **2** aus ARMCO-Reineisen (hellgrau) [Koe05] sowie die Entmagnetisierungskurve für AlNiCo 500-Permanentmagnete **5** (dunkelgrau) [IBS99], ändern sich die relativen magnetischen Permeabilitäten der weichmagnetischen Materialien und die Magnetisierung des Permanentmagneten in Abhängigkeit der im entsprechenden Material herrschenden magnetischen Erregung H (siehe Einführung in Kap. 7.3)¹⁴. Diese veränderte Situation führt beim flachen Zylindermagneten zu einer quantitativ von Abb. 7.8 abweichenden Magnetfeldverteilung, wie sie in Abb. 7.10 dargestellt ist.

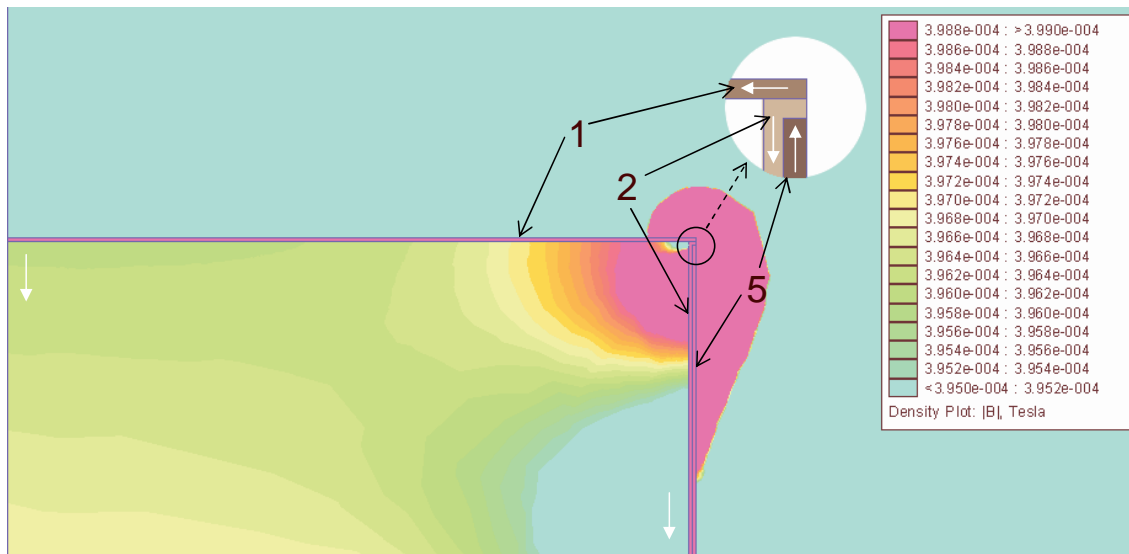


Abbildung 7.10: Falschfarbendarstellung des Magnetfeldverlaufs eines flachen Zylindermagneten nach dem neuen Konstruktionsprinzip bei realistischen magnetischen Materialeigenschaften.

Durch die nun insgesamt geringere relative magnetische Permeabilität μ_r des inneren Mantels im Vergleich zu Abb. 7.8 steigt nach Gl. (7.37) das Magnetfeld im Innenraum des Behälters, und zwar auf 0.397 mT. Andererseits nimmt nun der Streufluss aus dem inneren Mantel **2** heraus zu und die Homogenitätsbedingung (7.34) ist nun im Gegensatz zu Abb. 7.8 nur noch bis zu einem Radius von 13.5 cm erfüllt.

Im Fall des gestreckten Zylindermagneten in Abb. 7.11 wird bei einem Magnetfeld von 0.355 mT die Bedingung (7.34) sogar im gesamten Innenvolumen verletzt, wenn man die realistischen Materialeigenschaften verwendet. Dieser drastische Unterschied zu Abb. 7.9 kann durch den beim gestreckten Zylinder die Homogenität dominierenden Einfluss des Magnetfelds im inneren Mantel **2** erklärt werden. Bei dieser Konfiguration ist es sogar vorteilhaft, die Stirnplatten wegzulassen, um auf anderem Weg eine gewisse Grundhomogenität des Magnetfelds zu erzielen (siehe Kap. 7.3.4).

¹⁴In der qualitativ so auf alle ferromagnetischen Werkstoffe zutreffenden Abb. 7.4 ist die Neukurve im ersten Quadranten durch die gepunktete Linie dargestellt und die verwendete äußerste Entmagnetisierungskurve wird durch die schwarze Kurve im zweiten Quadranten repräsentiert.

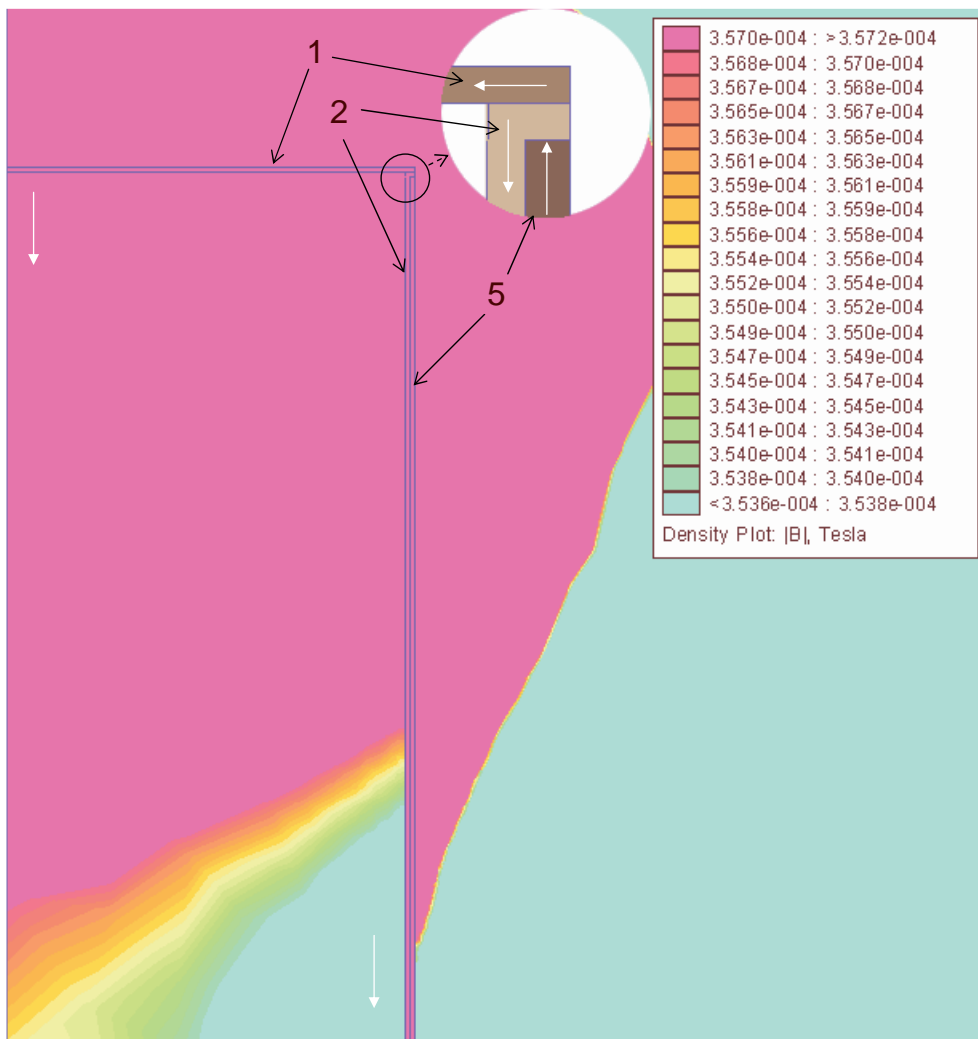


Abbildung 7.11: Falschfarbendarstellung des Magnetfeldverlaufs eines gestreckten Zylinder- magneten nach dem neuen Konstruktionsprinzip bei realistischen magnetischen Materialei- genschaften.

Die magnetische Flussdichte im inneren Mantel **2** erreicht in den Abbn. 7.10 und 7.11 jeweils einen Maximalwert von etwa 1.4 T bei einer minimalen relativen magnetischen Permeabilität von etwa 2500. Im μ -Metall der Stirnplatten **1** betragen die entsprechenden Werte 0.65 T und $\mu_{r,\min} \approx 7000$. Beide Materialien sind damit noch weit genug von ihrer jeweiligen magnetischen Sättigungsflussdichte entfernt, bei der $\mu_r \rightarrow 1$ gilt. Diese beträgt 2.15 T für Reineisen und 0.75 T für μ -Metall.

An dieser Stelle tritt die Frage auf, bis zu welcher maximalen Magnetfeldstärke im Innen- raum bzw. im inneren Mantel **2** das neuartige Konzept der parallelen Mantelfeldführung angewandt werden kann. Zur Beantwortung dieser Frage eignet sich Gl. (7.37):

Um ein erträgliches Verhältnis H/Φ_5 realisieren zu können, sollte die Materialstärke des inneren Mantels d_2 möglichst klein sein. Andererseits darf der Mantel **2** nicht zu sehr in die Sättigung

getrieben werden, um von der homogenisierenden Wirkung seiner hohen magnetischen Permeabilität zu profitieren. In entsprechenden Simulationen hat sich gezeigt, dass bei einem inneren Mantel aus ARMCO-Reineisen das H -Feld bis etwa auf 10^5 A/m (entsprechend über 0.1 T im Innenraum) gesteigert werden kann, während das Homogenisierungsverfahren gemäß Abb. 7.5 durch Anpassung der Manteldicke an den magnetischen Streufluss noch funktioniert. Bei dieser magnetischen Erregung besitzt ARMCO-Eisen noch eine relative magnetische Permeabilität μ_r von etwa 17. Eine deutliche Steigerung dieses Werts ist bei der Wahl anderer weichmagnetischer Materialien nicht zu erwarten.

Aufgrund des erwähnten Streuflusses aus dem Mantel **2** heraus fällt das H -Feld darin von den Polflächen **1** bis zur Mittelebene um 5.3 % im Fall des flachen Zylinders (Abb. 7.10) und um 20 % im Fall des gestreckten Zylinders (Abb. 7.11) ab. In diesem Maße ist bei diesen Konstruktionen die ideale Randbedingung eines konstanten Mantelfelds verletzt, jedoch bei Weitem nicht so stark wie bei der konventionellen gegenläufigen Mantelfeldführung (Abb. 7.6).

Die Inhomogenität des Magnetfelds aufgrund des magnetischen Streuflusses aus dem inneren Mantel heraus lässt sich gemäß Abb. 7.5 durch entsprechende Anpassung der Manteldicke ausgleichen. Die Ergebnisse solcher stufenweiser Anpassungen sind in den Abbn. 7.12 für den flachen Magneten und 7.13 für den gestreckten Zylindermagneten gezeigt.

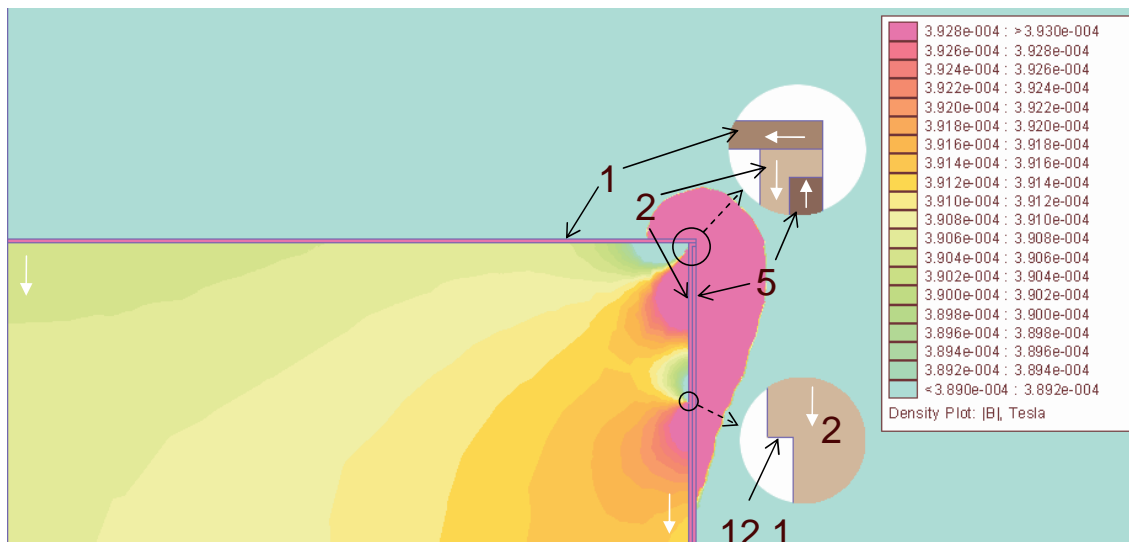


Abbildung 7.12: Falschfarbendarstellung des simulierten Magnetfeldverlaufs eines flachen Zylindermagneten mit realistischen magnetischen Materialeigenschaften nach Anwendung des neuen Homogenisierungsprinzips.

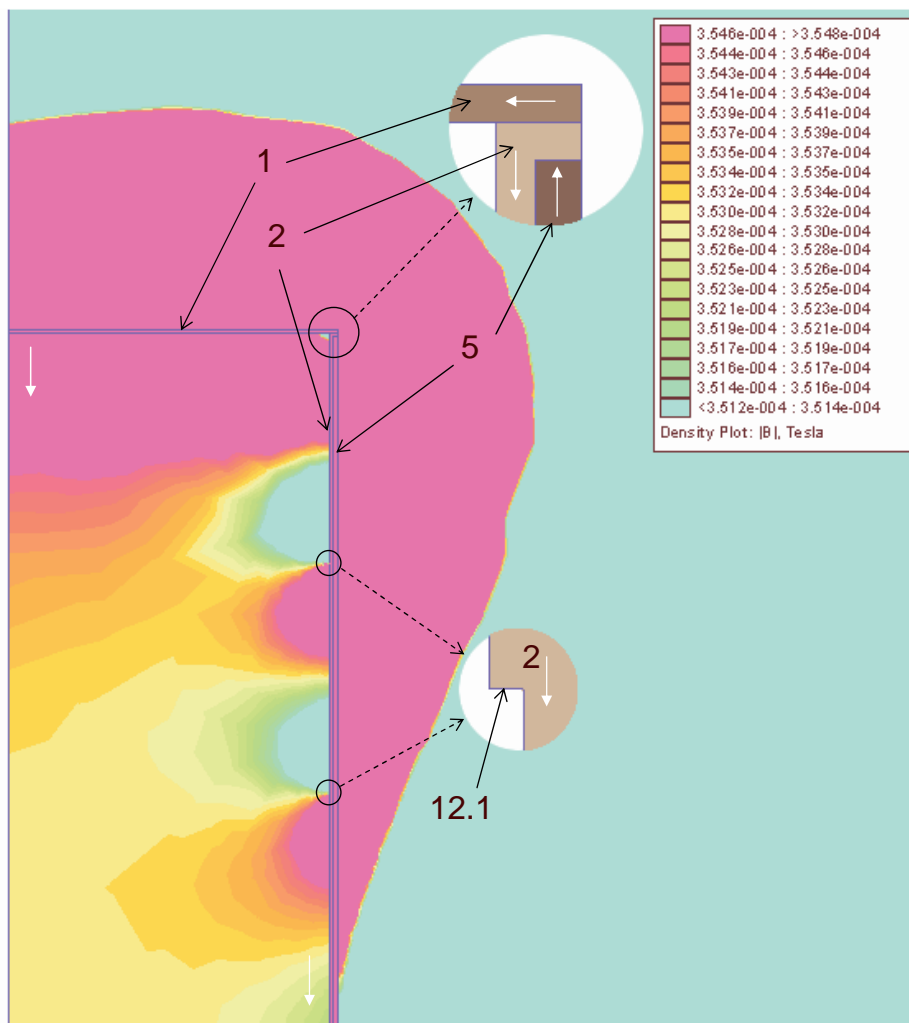


Abbildung 7.13: Falschfarbendarstellung des simulierten Magnetfeldverlaufs eines gestreckten Zylindermagneten mit realistischen magnetischen Materialeigenschaften nach Anwendung des neuen Homogenisierungsprinzips.

Im Gegensatz zu Abb. 7.5 erfolgte die Anpassung der Manteldicke jeweils auf der Innenseite des Mantels und außerdem durch *Verstärkung* des Mantels an Stellen *erhöhten* magnetischen Flusses. Dies kommt praktischen Überlegungen entgegen, die Anpassung am realen Magneten durch Aufbringen dünner Folien aus magnetisch hochpermeablem Material durchzuführen. Idealerweise würde die Anpassung allerdings kontinuierlich erfolgen.

Beim flachen Magneten (Abb. 7.12) genügt in dieser Simulation jedoch die Anpassung der Manteldicke durch nur eine Stufe **12.1** von $7\ \mu\text{m}$ Dicke und $4.7\ \text{cm}$ Breite, um den homogenen Feldbereich gemäß Gl. (7.34) ohne nennenswerte Reduzierung des Feldbetrags gegenüber Abb. 7.10 auf einen Radius von $18.5\ \text{cm}$ auszudehnen. Dies entspricht einem Füllfaktor von $85\ \%$, was gegenüber der in [Ott97] veröffentlichten Anordnung bei ähnlichen Abmessungen fast eine Verdreifachung des nutzbaren Volumens bedeutet.

Beim gestreckten Zylinder (Abb. 7.13) reichen zwei Shimstufen von 14 bzw. 28 μm Höhe aus, um den homogenen Bereich gemäß Gl. (7.34) entlang der Symmetrieachse auf 31 cm zu erweitern. Auch hier wird der Feldbetrag gegenüber Abb. 7.11 nicht wesentlich reduziert.

An den von den Stufen ausgehenden Feldstörungen erkennt man, dass bei feinerer Abstufung der Manteldicke prinzipiell noch höhere Füllfaktoren zu erreichen wären. Insbesondere bei der bevorzugten flachen Ausführung (Abb. 7.12) reichen diese Störungen jedoch nicht in den vorgesehenen Speicherbereich hinein, weshalb hier auf weitergehende Maßnahmen verzichtet wurde.

Eine weitere Möglichkeit zur Magnetfeldhomogenisierung im Innenraum des Behälters ist die kontinuierliche Verjüngung des inneren Mantels **2** zur Mittelebene hin. Dadurch wird der im Vergleich zu den Enden geringere magnetische Fluss in der Mitte des Zylindermagneten auf einen engeren Raumbereich eingeschnürt, sodass die Flussdichte entlang der Mittelachse annähernd konstant bleibt. Abb. 7.14 zeigt die entsprechende Simulationsrechnung, bei der das Profil des inneren Mantels durch einen Kreisbogen mit einem Radius von 2.56 m gebildet wird. Der homogene Feldbereich nach Gl. (7.34) reicht hier bis zu einem Radius von 18 cm, vergleichbar mit dem Resultat aus Abb. 7.12.

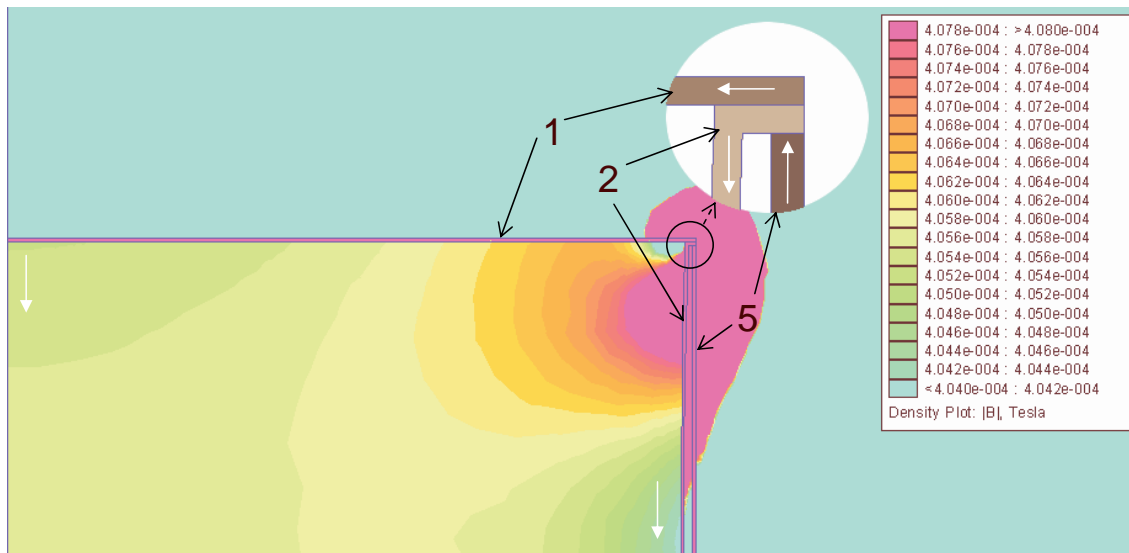


Abbildung 7.14: Falschfarbendarstellung des simulierten Magnetfeldverlaufs eines flachen Zylindermagneten mit realistischen magnetischen Materialeigenschaften nach der Homogenisierung durch Einschnüren des magnetischen Flusses.

Für den gestreckten Zylindermagneten ist dieses evtl. produktionstechnisch vorteilhafte Verfahren jedoch nicht praktikabel, da sich die Taille in der Mitte des Magneten nur auf einen kleinen Bruchteil dessen Durchmessers zusammenschnüren müsste, um den Verlust an magnetischem Fluss auszugleichen.

Die hier diskutierten Ideen wurden in Form eines Prototyps eines flachen, abgeschirmten Transportbehälters für kernspinpolarisiertes ^3He („Spinkoffer“ oder „Spinbox“) mit stufenweiser Manteldickenkorrektur umgesetzt. Abb. 7.15 zeigt alle ferromagnetischen Teile dieses Aufbaus sowie den berechneten Magnetfeldverlauf nach der simulierten „Shim“-prozedur mit mehreren

μ -Metallfolien **12.2** von jeweils $50\ \mu\text{m}$ Dicke. Die Magnetisierung des remanent magnetisierten Mantels **7** aus AlNiCo 500 wurde in der zylindersymmetrischen Simulation auf $1/4$ des realen Werts reduziert, um die Bestückung mit einzelnen säulenförmigen Stabmagneten, die im realen Aufbau gleichmäßig mit einer Belegung von etwa $1/4$ auf den Umfang verteilt wurden, anzunähern. Außerdem wurde die Dicke des magnetischen Mantels **7** in der Simulation so gewählt, dass der gesamte magnetische Fluss dem realen Fluss durch die Belegung eines Viertels des Umfangs mit runden Stabmagneten von je $5\ \text{mm}$ Durchmesser entspricht.

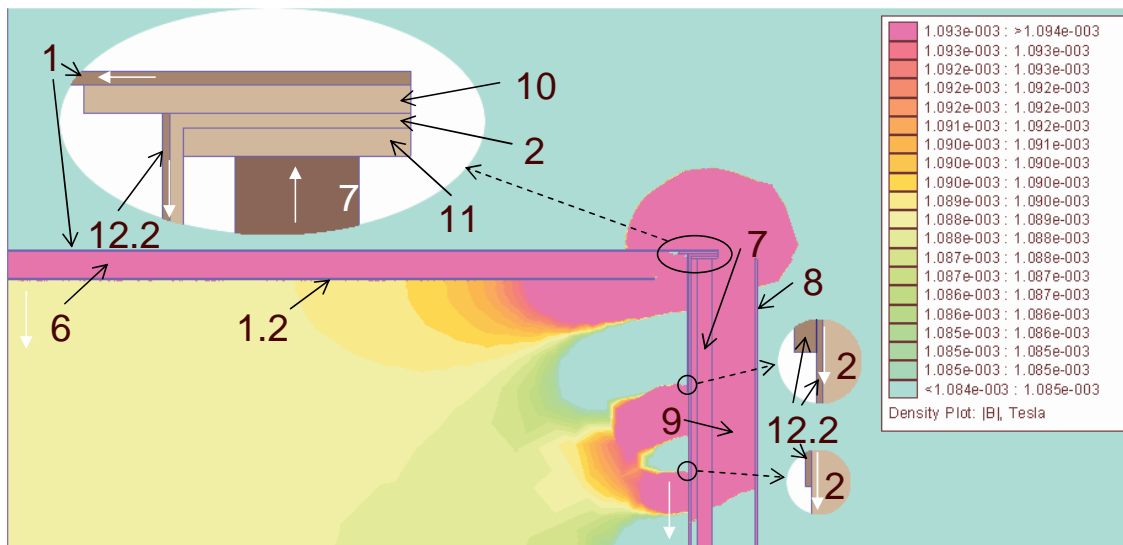


Abbildung 7.15: Die ferromagnetischen Teile mit realistischen Eigenschaften und die Falschfarbendarstellung des simulierten Magnetfeldverlaufs des „Spinkoffer“-Prototyps.

Der Homogenitätsbereich des Prototyps gemäß der Bedingung (7.34) reicht nach der simulierten Feldkarte bis zu einem Radius von $17\ \text{cm}$, was einem Füllfaktor von $70\ \%$ entspricht.

Abweichend von bzw. zusätzlich zu der in Abb. 7.12 gezeigten Konfiguration besitzt der in Abb. 7.15 dargestellte Prototyp des „Spinkoffers“ folgende Teile:

- Die Dicke der äußeren Stirnplatten **1** und des inneren Mantels **2** wurde auf $0.5\ \text{mm}$ reduziert, um Gewicht zu sparen und das Magnetfeld im Zentrum zu steigern. In der Simulation erreicht man dadurch $1.09\ \text{mT}$; die Shimprozedur wird dadurch allerdings etwas aufwändiger als bei der in Abb. 7.12 beschriebenen Konfiguration.
- Zwei innere Stirnplatten **1.2** als Polflächen aus magnetisch hochpermeablem Material ($0.5\ \text{mm}$ starkes μ -Metall), die von den äußeren Stirnplatten **1** durch ein unmagnetisierbares Material (in diesem Fall $8\ \text{mm}$ starke, leichte, druckstabile sog. „Luftleitwaben“ von der Fa. Plascore in Waldlaubersheim) **6** getrennt sind. Durch die doppelte Ausführung der Stirnplatten fließt der magnetische Fluss schon sehr gleichmäßig und senkrecht auf die innen liegenden Polflächen auf, sodass diese trotz ihrer geringen Dicke und endlichen magnetischen Permeabilität optimale magnetische Äquipotentialflächen darstellen. Ihr vertikaler Abstand beträgt $15.8\ \text{cm}$, ihr Durchmesser $38\ \text{cm}$.
- Anstelle des geschlossenen remanent magnetisierten Mantels **5** aus Abb. 7.12 eine Reihe der bereits erwähnten runden Stabmagnete **7** aus AlNiCo 500 mit einer Länge von jeweils $17\ \text{cm}$.

Durch die Belegung des Umfangs mit diesen Stabmagneten lässt sich der Feldwert im Innern des Behälters variieren. Wegen des Messbereichs der in der Arbeitsgruppe verfügbaren Präzisions-Magnetfeldsonden ist im realen Aufbau ein Wert etwas unterhalb von 1 mT anzustreben.

- Ein äußerer Mantel **8** aus magnetisch hochpermeablem Material (hier: 0.5 mm starkes μ -Metall) zur besseren Abschirmung äußerer Störfelder. Er ist ebenfalls mit dem bereits erwähnten Wabenmaterial **9** durch Stege zwischen den Permanentmagnetsäulen **7** mit dem inneren Mantel **2** verklebt. Je geringer der Abstand des äußeren Mantels **8** vom inneren Mantel **2** gewählt wird, desto mehr Streufluss wird vom äußeren Mantel **8** angezogen, was die Grundhomogenität des Magnetfelds und die Ausbeute an magnetischem Fluss im Innenraum des Behälters negativ beeinflusst. Beim erwähnten Prototyp beträgt der Außendurchmesser des äußeren Mantels **8** 44 cm.
- Ein Paar Ringe **10** aus Material hoher Sättigungsflussdichte (hier: 1 mm starkes ARMCO-Reineisen der Fa. AK Steel, Köln), um den magnetischen Fluss von den Permanentmagnetsäulen gleichmäßig auf die äußeren Stirnplatten **1** zu transportieren.
- Ein Paar Ringe **11** aus einem in seinen magnetischen Eigenschaften dem inneren Mantel **2** ähnlichen Material (hier: 1 mm starkes ARMCO-Eisen), um den magnetischen Kontakt zwischen den Permanentmagneten und der gebördelten Kante des inneren Mantels **2** zu verbessern.
- Die bereits erwähnten μ -Metallfolien **12.2**, um den magnetischen Fluss durch den mit diesen Folien verstärkten inneren Mantel **2** entlang dessen Höhe möglichst konstant zu halten.

Auf das Herstellungsverfahren des Prototyps und die daran durchgeführten Messungen wird in Kap. 8 dieser Arbeit eingegangen.

7.3.4 Anwendung auf MR-Magnete mit Permanentmagneten

Die Möglichkeiten der ^3He -MRT bei Magnetfeldern bis 100 mT wurden in Kap. 5 dieser Arbeit bereits ausführlich diskutiert. In der Einführung von Kap. 7 wurde auf Vor- und Nachteile verschiedener Konzepte zur Erzeugung der dafür benötigten B_0 -Führungsmagnetfelder eingegangen. In diesem Abschnitt folgt eine Beschreibung dreier verschiedener Konzepte, wie das in Kap. 7.3.2 beschriebene Verfahren zur Magnetfeldhomogenisierung durch Konstanthalten des gleichsinnigen Mantelfelds für die Konstruktion von Führungsmagnetfeldern für die MR-Spektroskopie und Tomographie bei moderaten Feldstärken genutzt werden kann. Zunächst wird jedoch kurz auf andere Konzepte mit Permanentmagneten als Feldquellen eingegangen.

Insbesondere für die ^3He -MRT ist der Bereich zwischen 10 und 100 mT sehr interessant: einerseits technisch, weil in diesem Feldbereich wirtschaftliche Magnetsysteme auch mit permanentmagnetischen Feldquellen realisiert werden können und andererseits aus wissenschaftlicher Sicht, weil hier der Übergang zwischen praktisch uneingeschränkt möglicher, auch funktioneller ^3He -Kernspintomographie (Kap. 5.2) und auf spezielle Fragestellungen beschränkter Bildgebung bei sehr niedrigen Magnetfeldern (Kap. 5.3.1) stattfindet.

Dieser Feldbereich ist jedoch experimentell noch immer weitgehend unerforscht. Von der ^3He -Lungenbildgebung bei $B_0 = 15$ mT berichtet [Ven03]. [Suc05] schildert einen Aufbau zur Erzeugung eines B_0 -Felds von 88 mT mit NdFeB-Permanentmagneten, die auf zwei parallele, runde Polschuhplatten aus ARMCO-Reineisen aufgebracht sind. Der Abstand der Polschuhe beträgt 25 cm bei einer Gesamtmasse des Magneten von 1.5 t. Die Größe des homogenen Feldbereichs ($2q \approx 42$ ppm gemäß Gl. (7.25) bei erwarteten 30 ppm innerhalb eines sphärischen Volumens von 10 cm Durchmesser) ist zu gering, um Bildgebung am menschlichen Thorax durchzuführen. Zu diesem Zweck geeignete,

kommerziell erhältliche Systeme mit permanentmagnetischen Feldquellen (z. B. der C-Magnetförmige „SIEMENS MAGNETOM Concerto“ mit $B_0 = 200$ mT) sind größer und deutlich schwerer. Das erwähnte Gerät besitzt z. B. bei einer Gesamthöhe von knapp 2 m und einer Breite von 1.2 m eine Gesamtmasse von 11 t.

Bei derartigen Konzepten mit Polschuhplatten zwischen den permanentmagnetischen Feldquellen kann das magnetische Streufeld durch ein (z. B. C-förmiges, daher der Name „C-Magnet“) Joch, das die Feldquellen außen umschließt, gebunden und so dem zentralen Volumen zwischen den Polschuhen zugeführt werden.

Eine Abschätzung nach Gl. (7.35) ergibt einen Anteil der magnetischen Spannung¹⁵ von

$$\frac{\Xi}{2I} = \frac{d}{2\sqrt{d^2 + r^2}} \quad , \quad (7.38)$$

der zwischen zwei parallelen, *flachen*, nicht magnetisch leitend miteinander verbundenen Magnetplatten abfällt, die den Radius r und den Abstand d haben. Dabei werden die Magnetplatten gemäß Gl. (7.27) durch deren Mantelströme I ersetzt und der Integrationsweg zwischen den Polflächen entlang der gemeinsamen Spulenachse gewählt, sodass die Näherung von Gl. (7.28) für $l \rightarrow 0$

$$H_z(z) = \frac{I r^2}{2 [r^2 + (z - d/2)^2]^{3/2}} \quad (7.39)$$

angewandt werden kann.

Nach Gl. (7.38) lässt sich durch ein Joch beliebig großer magnetischer Permeabilität, innerhalb dessen das \vec{H} -Feld wegen der Stetigkeit der Vertikalkomponente des \vec{B} -Felds an Grenzflächen unterschiedlicher magnetischer Permeabilität und Gl. (7.26) verschwindend klein ist, das zentrale Magnetfeld bei dünnen Magnetplatten mit einem für die hier diskutierte Anwendung realistischen Aspektverhältnis $d/r \approx 1$ etwa um den Faktor $\sqrt{8}$ steigern.

Analog erhält man für $d \gg r$ mit Joch bei gleichem magnetischem Moment der Feldquellen gegenüber Konstruktionen mit *nicht* magnetisch verbundenen Feldquellen das doppelte Magnetfeld im Zentrum [IBS99].

Ebenfalls eine Verdoppelung des Magnetfelds folgt nach [IBS99] an der dem Zentrum zugewandten *Oberfläche* flacher Rundmagnetscheiben, wenn auf deren Rückseite eine „Rückschlussronde“, d. h. eine magnetische Spiegelplatte, z. B. aus Eisen angebracht wird. Der so erzielte Feldzuwachs nimmt allerdings schon im Abstand der doppelten Plattendicke von der Plattenoberfläche auf unter 30 % ab. Neben der geringen Effizienz zur Feldsteigerung stört diese Maßnahme die Grundhomogenität des Magnetfelds zwischen zwei Platten mit $d \approx r$, denn mit den Spiegelplatten nimmt die Feldstärke entlang der Achse in Richtung des Zentrums stärker ab als ohne.

Die Magnetfeldsteigerung mittels eines Jochs ist also deutlich effektiver; allerdings bringt eine solche Maßnahme erhebliches Mehrgewicht mit sich, was den gewünschten Effekt einer höheren Feldstärke pro Masseneinheit schnell zunichte machen kann. Das Konzept eines offenen MR-Magneten mit Polschuhplatten und Permanentmagneten als Feldquellen für die Abbildung des menschlichen Thorax an Bord einer Raumstation wurde daher verworfen [Ott03], [Hie04].

¹⁵Nach dem Ampère-Gesetz ist das Integral über das \vec{H} -Feld entlang eines geschlossenen Weges gleich dem eingeschlossenen Strom (hier: $2I$).

Das in Kap. 7.3.2 vorgestellte neuartige Prinzip zur Erzeugung homogener Magnetfelder führt dagegen zu verschiedenen Konzepten für MR-Spektroskopie- oder Tomographiemagnete, die bei einem Feldbetrag in der interessierenden Größenordnung von 10 bis 100 mT ein homogenes Feldvolumen auch in den Dimensionen des menschlichen Thorax erzeugen und dabei relativ gewichtsgünstig zu realisieren sind. Um die Entwicklung dieser Idee aufzuzeigen, wird nun zuerst ein kleinformatiger, geschlossener Magnet vorgestellt, der auf dem in Abb. 7.12 beschriebenen Konzept basiert, jedoch ein wesentlich höheres Magnetfeld in der gewünschten Größenordnung erzeugt.

Abb. 7.16 zeigt den entsprechenden Aufbau mit dem simulierten Magnetfeldverlauf. Die Materialien und inneren Abmessungen entsprechen denen der Konfiguration in Abb. 7.12, jedoch ist nun der remanent magnetisierte Mantel **5** erheblich dicker ausgeführt. Der auf diese Weise gesteigerte magnetische Fluss führt zu einem deutlich stärkeren Magnetfeld (48.4 mT im Zentrum) und erfordert eine entsprechende Verstärkung des inneren Mantels **2** sowie der Stirnplatten **1**, um eine zu starke magnetische Sättigung zu vermeiden und weiterhin den magnetischen Fluss ins Zentrum transportieren zu können.

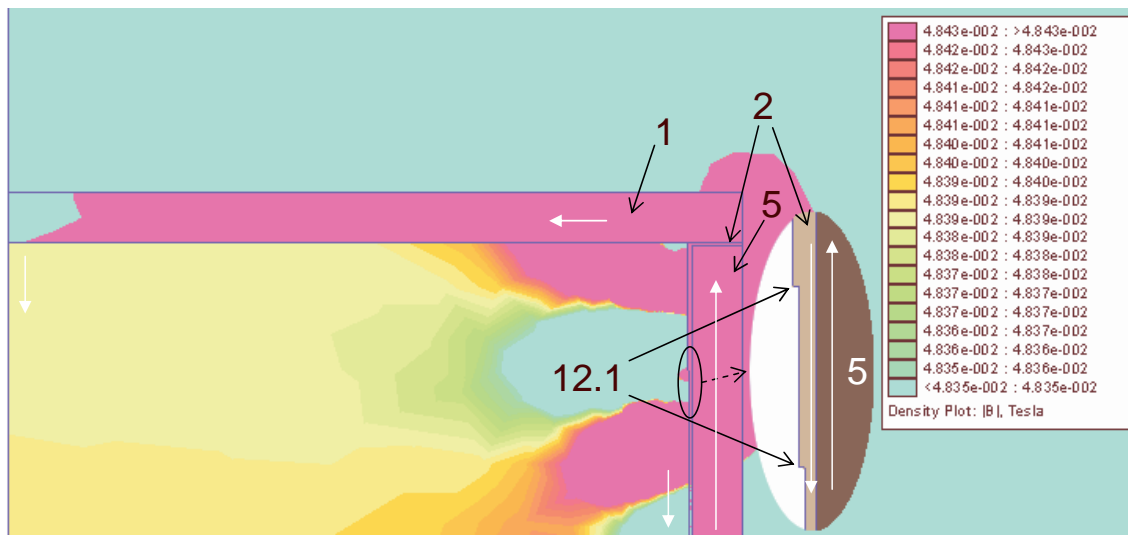


Abbildung 7.16: Der mit realistischen Materialeigenschaften simulierte Magnetfeldverlauf eines kleinen, geschlossenen Magneten nach dem neuen Konstruktionsprinzip, beispielsweise für MR-Anwendungen an kleinen Versuchstieren geeignet.

Eine Farbstufe in Abb. 7.16 repräsentiert eine Feldänderung um $4 \mu\text{T}$, also weniger als 10^{-4} des Feldbetrags. Durch nur zwei Shimstufen **12.1** im inneren Mantel aus ARMCO-Reineisen wird in der Hälfte des Innenvolumens der Feldgradient auf weniger als $4 \mu\text{T}/\text{cm}$ reduziert. Die eingangs von Kap. 7 hergeleitete Grenze einer Feldabweichung von $7.5 \mu\text{T}$ (entsprechend etwa zwei Farbstufen in Abb. 7.16) für kernspintomographische Anwendungen ist hier in einem für den Kleintierbereich ausreichenden Volumen erfüllt.

Für den Humanbereich muss eine geeignete Magnetfeldvorrichtung nicht nur größer, sondern auch zumindest in einer Richtung frei zugänglich sein. Eine vergrößerte Ausführung der in Abb. 7.16 gezeigten Konfiguration scheidet daher aus.

Vielmehr kann man ausgehend von der gestreckten Version (Abb. 7.13) durch Vergrößerung der Anordnung und Weglassen der Stirnplatten **1** eine für den Humanbereich geeignete Konstruktion ableiten. Beim gestreckten Zylindermagneten kann man auf die Stirnplatten verzichten, denn die Magnetfeldhomogenität wird weniger durch das Austreten des magnetischen Flusses aus den offenen Stirnflächen, sondern überwiegend durch den Verlauf des Magnetfelds im näher gelegenen inneren Mantel **2** bestimmt. Der durch den magnetischen Streufluss verursachte Feldabfall im Mantel zur Mittelebene hin tritt in Konkurrenz zum Feldabfall entlang der Symmetrieachse in Richtung der Enden. Durch die geeignete Wahl der Magnetlänge als freiem Parameter kann dann eine Kompensation der Magnetfeldänderung in der zweiten Ordnung erreicht werden. Für die entsprechende in Abb. 7.17 gezeigte Konfiguration mit einem Innenradius von 30 cm erweist sich eine Länge von 124 cm in dieser Hinsicht als optimal. Dabei wurde etwas über die Länge der vollständigen Gradientenkompensation von ca. 120 cm hinaus gegangen, um auf Kosten der Homogenität im Zentrum den Bereich einer akzeptablen Grundhomogenität räumlich auszudehnen. Durch diese „Überkompensation“ entstehen entlang der Symmetrieachse zwei Feldmaxima, die eine leichte Mulde im Zentrum einschließen und die sich durch drei Shimstufen **12.1** ausshimmen lassen.

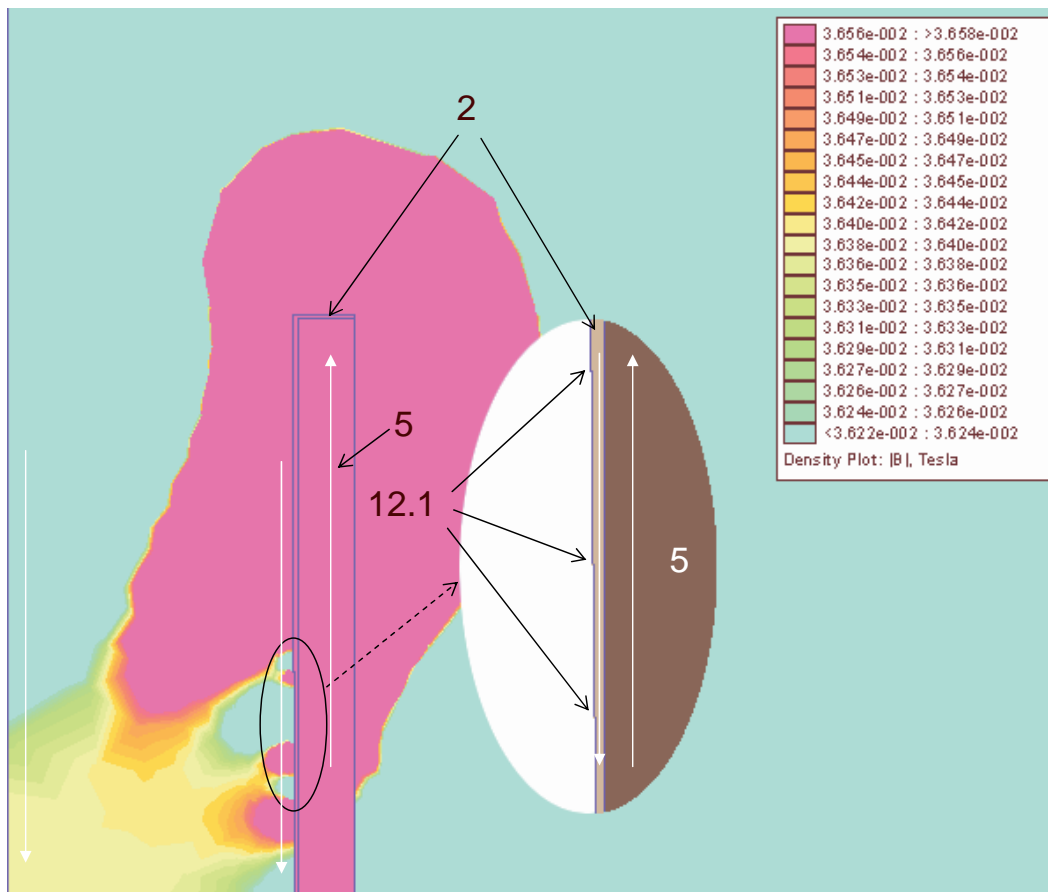


Abbildung 7.17: Der simulierte Magnetfeldverlauf eines zylindersymmetrischen MR-Magneten nach dem neuen Konstruktionsprinzip mit realistischen Materialeigenschaften, der auch für die ^3He -MRT der menschlichen Lunge geeignet ist.

Der verbleibende Magnetfeldgradient am Rand des Homogenitätsbereichs in Abb. 7.17 von 30 cm Länge und 30 cm Durchmesser beträgt etwa $10 \mu\text{T}/\text{cm}$. Eine Farbstufe entspricht dabei einer Feldänderung von $18 \mu\text{T}$ bzw. $5 \cdot 10^{-4}$ des Zentralwerts von 36.4 mT . Um den nach klinischen Maßstäben für die MRT geeigneten Feldbereich (siehe Einführung in Kap. 7) auf die Größe des menschlichen Thorax zu erweitern, wären weitere Maßnahmen zum Ausschimmen am fertigen Magneten notwendig.

Eine bessere Magnetfeldhomogenität besitzt im Prinzip die in Abb. 7.18 gezeigte, quaderförmige Konfiguration. Dabei ist der erste Quadrant des Querschnitts gezeigt; die Magnetlänge entlang der zur Zeichenebene senkrechten Achse ist in der Simulation als unendlich angenommen, um eine zweidimensionale Feldrechnung zu ermöglichen. In der Realität würde man erwartungsgemäß mit einer Länge von etwa 120 cm auskommen, da sich erfahrungsgemäß der Magnetfeldabfall entlang der gestreckten Achse eines solchen Magneten zumindest im zentralen Viertel, zumeist sogar im zentralen Drittel z. B. durch Reduktion der Magnethöhe oder durch Stromshims ausgleichen lässt (siehe z. B. [Roh98]) und für die MRT des menschlichen Thorax eine Länge des Homogenitätsbereichs von etwa 35 cm benötigt wird.

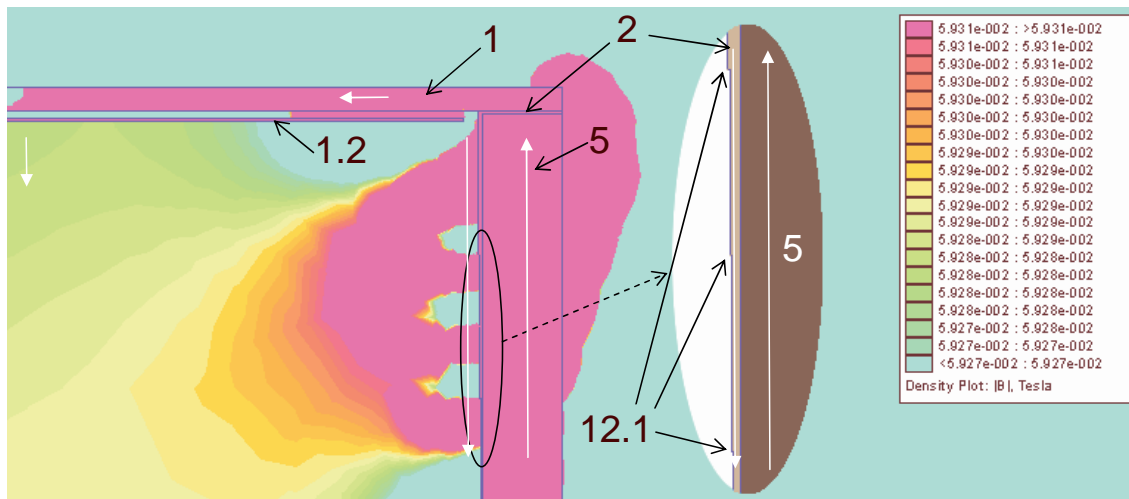


Abbildung 7.18: Der simulierte Magnetfeldverlauf eines quaderförmigen MR-Magneten nach dem neuen Konstruktionsprinzip mit realistischen Materialeigenschaften, der auch für die ^3He -MRT der menschlichen Lunge geeignet ist.

Die Seitenwände des in Abb. 7.18 gezeigten Magneten bestehen aus dem inneren Mantel **2** und den Permanentmagneten **5** (hier: AlNiCo 500). Ober- und Unterseite werden von den äußeren Stirnplatten **1** (hier aus ARMCO-Reineisen) und den inneren Polplatten **1.2** aus μ -Metall gebildet. Letztere wurden in ihrer Stärke (hier: 1.1 mm) so angepasst, dass der magnetische Fluss möglichst gleichmäßig über ihre Breite verteilt aus ihnen austritt. Die beiden Seiten entlang der langen Achse (senkrecht zur Zeichenebene) sind offen und das lichte Innenmaß der Konstruktion beträgt (Breite \times Höhe) $59.8 \times 48.8 \text{ cm}^2$, sodass die zu untersuchende Person dort eingeführt werden kann. Nach der dreifachen Abstufung **12.1** des inneren Mantels **2** aus ARMCO-Eisen besitzt das in Abb. 7.18 vertikal verlaufende Magnetfeld einen Betrag von 59.3 mT . Eine Farbabstufung entspricht hier $2 \mu\text{T}$ bzw. weniger als 34 ppm des zentralen Feldwerts. Die zulässige Feldabweichung von $7.5 \mu\text{T}$ (s. o.) wird hier im Bereich des menschlichen Thorax eingehalten.

Die Masse der in Abb. 7.18 dargestellten Konfiguration beträgt nur 567 kg pro Meter Länge, d. h. bei einer angenommenen Länge¹⁶ von 120 cm würden 680 kg für alle ferromagnetischen Teile ausreichen, um mit Permanentmagneten ein Magnetfeld von knapp 60 mT mit einer für die MRT ausreichenden Homogenität im Bereich des menschlichen Thorax zu erzeugen. Bei dieser Feldstärke ist evtl. sogar die simultane Bildgebung von hyperpolarisiertem ³He und Boltzmann-polarisierten Protonen möglich (siehe Einführung in Kap. 2.2), die beispielsweise zur räumlichen Orientierung bei Lungenaufnahmen nützlich ist. Da [Suc05] Protonenaufnahmen bei $B_0 = 88$ mT zeigt, gilt dies außerdem auf jeden Fall für die in den Abbn. 7.2 und 7.3 vorgestellten *Spulenkonfigurationen*.

Da bei dem hier diskutierten Permanentmagnetkonzept der Feldwert B_0 lediglich die *Stärke* und nicht eine *Querschnittsfläche* der zu verwendenden ferromagnetischen Materialien bestimmt, hängt seine Masse nur linear von B_0 ab. Tendenziell wird es daher bei steigender Feldstärke im Vergleich zu normal leitenden Magnetspulen, für die nach den Gln. (7.23) bzw. (7.24) $mP \propto B_0^2$ gilt, immer interessanter.

Die Masse von 680 kg entspricht mit $mP \propto B_0^2$ und den Parametern aus Tab. 7.1 (letzte und vorletzte Spalte in der letzten und vorletzten Zeile) bei gleichem erzeugtem Magnetfeld von etwa 60 mT der Wicklungsmasse eines normal leitenden Solenoiden mit Al-Wicklung und etwa 9 kW elektrischer Leistungsaufnahme einschließlich der Korrekturspulen. Allerdings kommen bei diesem im Gegensatz zum Permanentmagnetsystem noch die Massen der elektrischen Stromversorgung sowie des Spulenkörpers hinzu. Eine weitere Gewichtsreduzierung muss bei normal leitenden Systemen durch eine – zumindest kurzzeitig zur Verfügung zu stellende – erhöhte elektrische Leistung ausgeglichen werden.

Die in Anschaffung und Betrieb wirtschaftlichste Entscheidung für das eine oder andere Magnetkonzept muss je nach Aufstellungsort und gewünschter Betriebszeit die Gesamtmasse und die elektrische Leistungsaufnahme berücksichtigen. Sie kann daher nicht ohne die Kenntnis der gewünschten (minimalen) Magnetfeldstärke getroffen werden.

Bei allen in den Abbn. 7.10 bis 7.18 dargestellten Konfigurationen wurden für die permanentmagnetischen Feldquellen die Eigenschaften von AlNiCo 500 gewählt. Dieser Magnettyp wurde für den in Abb. 7.15 gezeigten Aufbau verwendet (siehe Kap. 8), da er in Form von langen Stabmagneten¹⁷ verfügbar ist.

Der Nachteil von AlNiCo 500 gegenüber anderen hochremanenten Magnettypen wie z. B. NdFeB ist die um mehr als eine Größenordnung geringere Koerzitivfeldstärke (siehe Einführung in Kap. 7.3). Diese führt zu einer hohen Empfindlichkeit gegen äußere Störeinflüsse bzw. nicht abgeschirmte Bildgebungsgradienten bei MRT-Magneten (Kap. 3.2).

Bei dem in [Suc05] beschriebenen, aus NdFeB-Magneten aufgebauten MR-Tomographen führt jedoch der im Vergleich zu anderen Magnetwerkstoffen um fast eine Größenordnung höhere Temperaturbeiwert der Remanenz des NdFeB [IBS99] zu der äußerst unangenehmen Notwendigkeit einer genauen Temperaturstabilisierung der Experimentierumgebung.

Angesichts solcher Abwägungen ist die Wahl des geeigneten Magnettyps sorgfältig der jeweiligen Anwendungsumgebung anzupassen.

Eine relativ hohe Remanenz und Koerzitivfeldstärke bei gleichzeitig geringem Temperaturbeiwert besitzen z. B. verschiedene SmCo-Legierungen, die jedoch mechanisch sehr spröde sind [IBS99]. Dies ist bei einigen Anwendungen durchaus kritisch zu berücksichtigen.

¹⁶Äußere Breite und Höhe der Konstruktion betragen 70.4 cm und 53 cm.

¹⁷Bei dem in Kap. 8 beschriebenen Prototyp wurden jeweils zwei Magnete à 85 mm Länge und 5 mm Durchmesser zu einem Stabmagneten verklebt.

Kapitel 8

Realisierung eines weiträumig homogenen Transportmagnetfelds

Die praktische Realisierbarkeit und die Vorzüge der in den Kap. 7.3.3 und 7.3.4 dieser Arbeit geschilderten Erfindungen wurden im Rahmen dieser Arbeit durch die Fertigung des Prototyps einer Transporteinrichtung für kernspinpolarisierte Gase mit bisher unerreicht hohem Füllfaktor gezeigt (Abb. 7.15), auf den nun näher eingegangen wird.

8.1 Konstruktive Umsetzung des neuen Homogenisierungsprinzips

Abb. 8.1 zeigt den Einsatz aus innerem Mantel **2**, Permanentmagneten **7** und Luftleitwaben als Füllmaterial, oben während des Verklebens der mit schwarzem Kunststoffschlauch umhüllten, zweiseitigen AlNiCo 500-Stabmagnete (Fa. BVI Magnetprodukte, Dortmund) und der Zwischenstücke aus Wabenmaterial sowie unten während des Trocknens nach Anbringung einer weiteren Lage (11 mm) des Füllmaterials **9**. Die Eisenringe **11** zur Verbesserung des magnetischen Kontakts zwischen den Permanentmagneten und dem inneren Mantel sind wegen der wie gewünscht geringen Welligkeit dessen gebördelter Kante im oberen Bild nur sehr schlecht zu erkennen; im unteren Bild sind diese Teile bereits vollständig verdeckt. Die Eisenringe **10** zwischen innerem Mantel und äußeren Stirnplatten **1** zum besseren radialen Transport des magnetischen Flusses sind hier noch nicht angebracht. Die Bezeichnungen der Teile entsprechen den jeweiligen Zahlen in Abb. 7.15.

Abb. 8.2 zeigt den fertigen, einseitig geöffneten Transportbehälter mit den inneren Polplatten **1,2**, die durch das Wabenmaterial **6** von den äußeren Stirnplatten **1** getrennt sind (vgl. Abb. 7.15). Diese liegen direkt auf den Eisenringen **10** auf, von denen der obere nun sichtbar ist. Die Qualität dieses magnetischen Kontakts ist entscheidend für die Reduzierung von Streuverlusten und somit für die Grundhomogenität des Transportmagnetfelds.

Im Innern des Behälters befinden sich hier zwei Messkabel für Magnetfeldsonden, die durch einen Schlitz im unteren Eisenring **10** geführt werden. Ebenfalls zu erkennen sind die Shims aus Eisenstreifen und Stücken aus selbstklebender μ -Metallfolie (Fa. Haug, Stuttgart), deren Positionierung in Kap. 8.2 dieser Arbeit beschrieben wird.

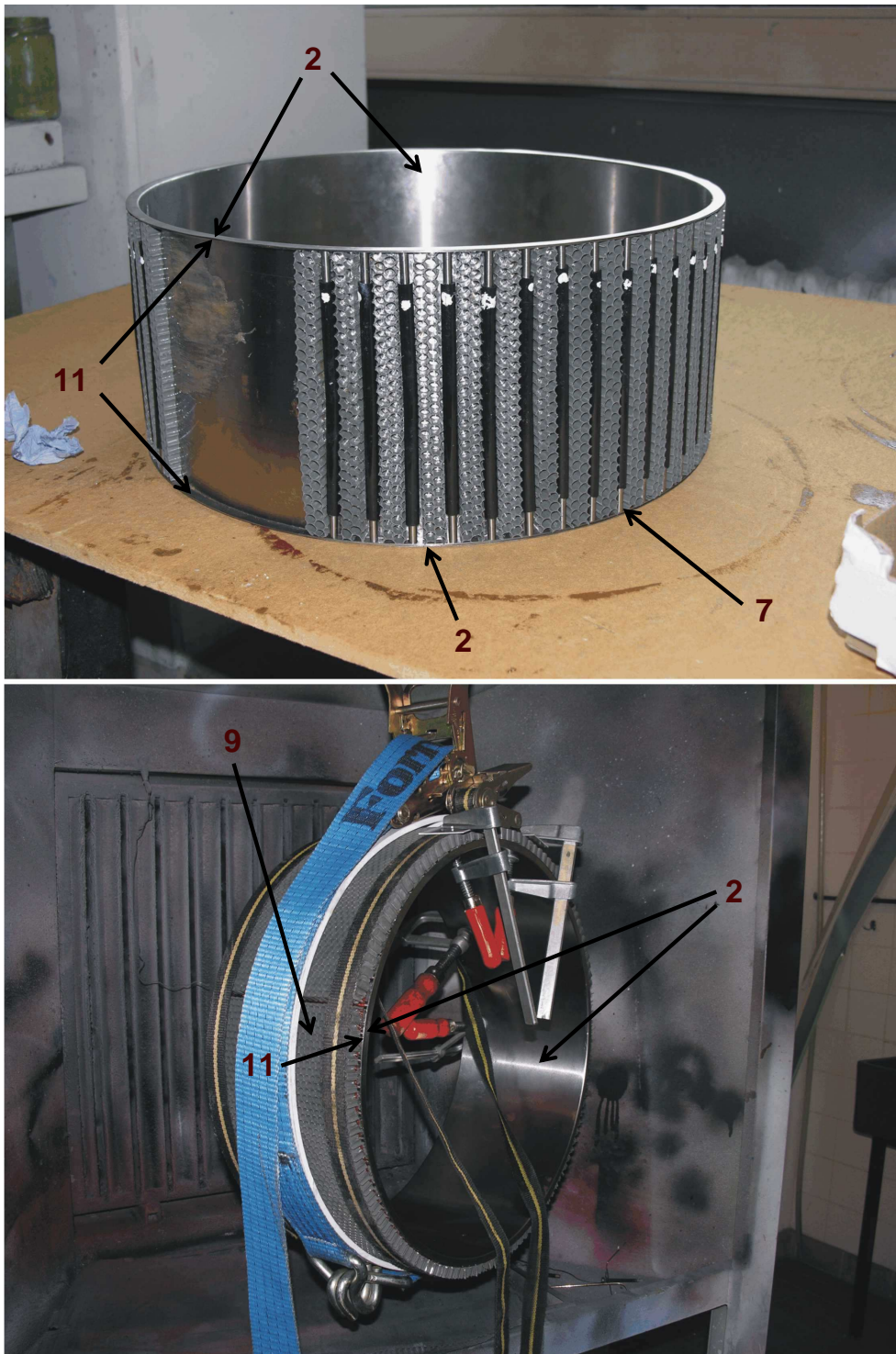


Abbildung 8.1: Aufnahme während des Verklebens der Permanentmagnetstäbe **7** (die Seiten der Nordpole sind jeweils mit einem weißen Punkt markiert) und der Zwischenstücke aus Luftleitwaben mit dem inneren Mantel **2** (oben) und während des Trockenvorgangs mit einer zusätzlichen Lage der Ummantelung **9** als Abstandhalter für den äußeren Mantel **8** (unten). Die Nummerierung der Teile entspricht derjenigen in Abb. 7.15.

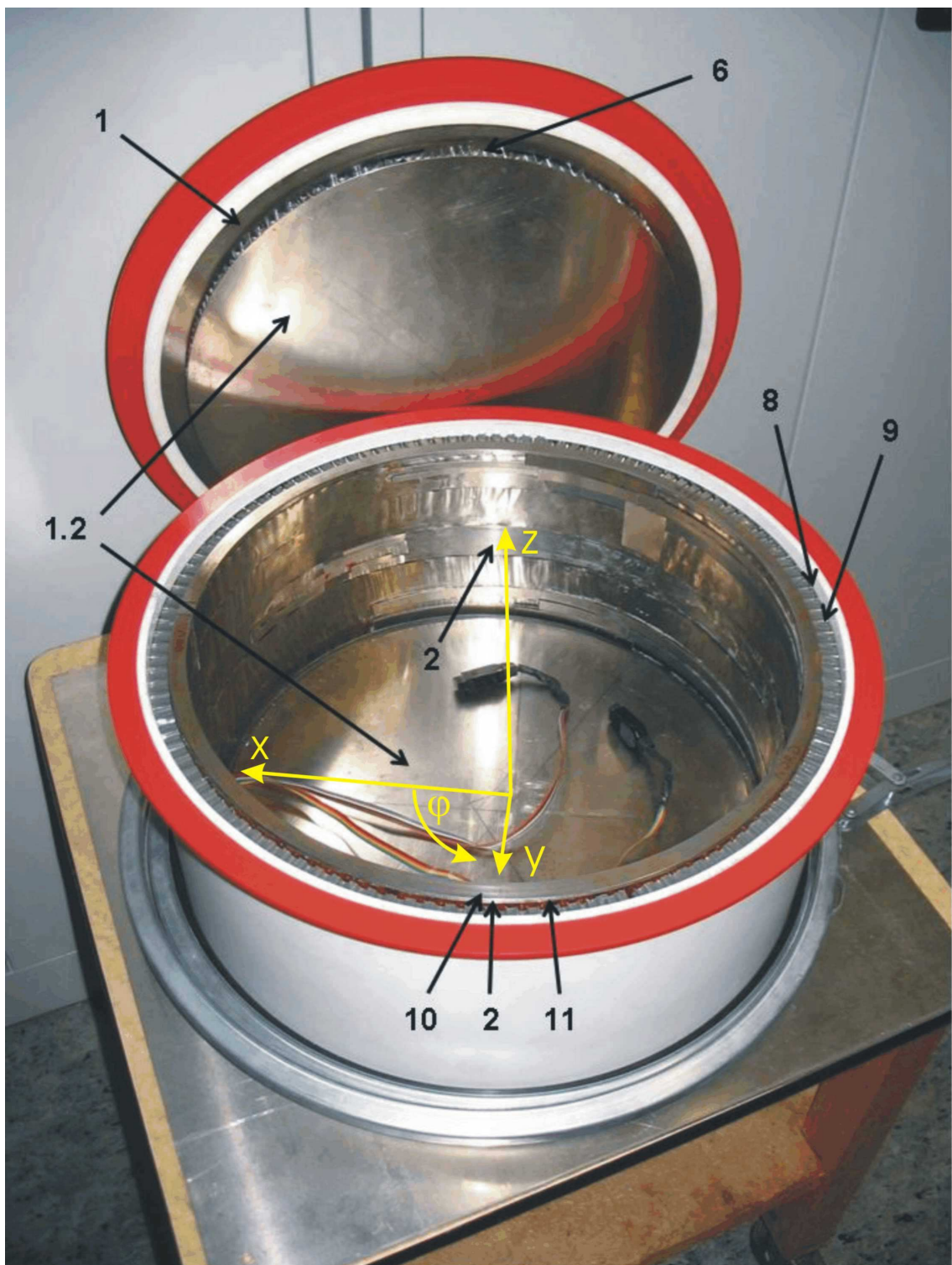


Abbildung 8.2: Aufnahme des fertigen Prototyps eines ^3He -Transportbehälters nach Abb. 7.15 mit Shims aus Eisenstreifen und Stücken aus μ -Metallfolie an der Innenseite des inneren Mantels **2** mit dem leichten Innendurchmesser von 40 cm. Im geöffneten Behälter befinden sich zwei Messkabel für die Magnetfeldsonden. Rechts unten im Bild ist eine der beiden Verschlussklammern zu erkennen. In gelber Farbe ist das verwendete Koordinatensystem dargestellt.

Dieser Aufbau besitzt hinsichtlich der mechanischen Stabilität gegenüber der bisherigen Konstruktion [Sch04a] den Vorteil einer vollständigen Kunststoffummantelung. Abb. 8.2 zeigt den weißen Mantel aus leichtem PVC-Integralschaum der Fa. Simona in Kirn (spezifisches Gewicht: 0.55 g/cm^3), aus dem auch die abschließenden Deckelplatten gefertigt sind. Die jeweils zweigeteilten roten bzw. schwarzen Flansche sind aus PVC ($\rho = 1.5 \text{ g/cm}^3$) hergestellt und werden jeweils mit einem handelsüblichen Spannring für sog. „Maischefässer“ verschlossen. Allerdings wurde für diesen Zweck eine Sondergröße der Spannringe benötigt, die von der Fa. Latza in Attendorn angefertigt wurde. Die Verschlussklammer eines solchen Spannringes ist rechts unten in Abb. 8.2 teilweise zu sehen.

Um den Behälter fest zu verschließen und so den notwendigen stabilen magnetischen Kontakt zwischen äußeren Stirnplatten **1** und äußeren Eisenringen **10** zu gewährleisten, muss das Verschlussystem unter mechanischer Spannung stehen. Dies wird dadurch erreicht, dass die Flansche der Deckelplatten nicht fest mit diesen verbunden, sondern lediglich gleitend gegen sie zentriert sind. Die Deckelplatten mit den an ihnen befestigten Stirnplatten **1** und Polplatten **1.2** werden dann jeweils durch einen umlaufenden Silikonschlauch zwischen Flansch und Deckelplatte fest auf die mit dem inneren Mantel **2** verklebten Eisenringe **10** gedrückt.

Dieses Verschlussystem ist leicht mit einem Handgriff von einer Person zu bedienen. Zum Be- und Entladen des Behälters wird dieser an einer Seite geöffnet, wobei wegen der einen verbleibenden Deckelplatte als Äquipotentialfläche das Magnetfeld in seinem Innern noch homogen genug ist, um eine nennenswerte longitudinale Relaxation während des kurzen Entnahmevorgangs zu vermeiden (Gln. (2.18) und (7.1)).

Der Außendurchmesser der Flansche des in Abb. 8.2 gezeigten Behälters beträgt 495 mm bei einer Höhe von etwa 220 mm. Die letzte Entwicklungsstufe des bisherigen Konzepts besitzt die entsprechenden Maße¹ 650 mm bzw. 253 mm. Demnach konnte durch das neue Konzept das Packvolumen des Behälters halbiert werden.

Die Gesamtmasse ist mit 15 kg gegenüber dem alten Konzept gleich geblieben, jedoch konnte nun bei gleicher Masse ein deutlich robusterer Aufbau realisiert werden, bei dem nicht wie bisher die äußeren Polschuhplatten, die äußere magnetische Abschirmung sowie die zur Feldrückführung benötigten Teile direkt mechanischen Belastungen ausgesetzt sind.

8.2 Messungen am Prototyp

Abb. 8.3 zeigt zwei bei einem Radius von jeweils 17.6 cm an gegenüberliegenden Seiten aufgenommene Profile der vertikalen Magnetfeldkomponente entlang der Höhe innerhalb des geschlossenen Prototyps des ^3He -Transportbehälters aus Abb. 8.2. Das in dieser Abbildung ebenfalls dargestellte Koordinatensystem ist so gewählt, dass sich die Schweißnaht des inneren Mantels **2** bei $x = 20 \text{ cm}$ und $y = 0$ befindet. Das Magnetfeld verläuft innerhalb des Behälters vom magnetischen Nordpol (roter Flansch in Abb. 8.2) zum Südpol (schwarzer Flansch), also in negativer z -Richtung, wenn sich der Behälter in der in Abb. 8.2 gezeigten Position befindet.

Die schwarzen Kurven zeigen den Zustand ohne Shims. Die Messfehler werden von der Ungenauigkeit bei der Positionierung der Magnetfeldsonde von wenigen mm dominiert. Zur Homogenisierung des Magnetfelds wurde in vier Schritten vorgegangen, die nun einzeln erläutert werden.

¹Diese schließen die vier Verschlüsse ein, die bei dieser Konstruktion bei jedem Öffnen und Schließen des Behälters einzeln zu bedienen sind.

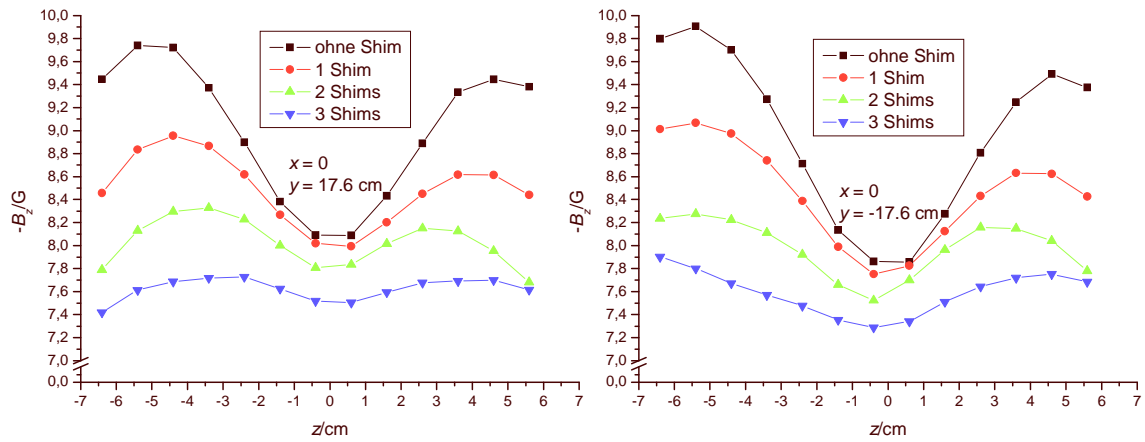


Abbildung 8.3: Gemessene vertikale Magnetfelder am inneren Rand des Prototyps aus Abb. 8.2 als Funktion der Höhe im Rohzustand (schwarz) und nach sukzessivem Hinzufügen von drei Shimstufen (farbig) aus umlaufenden μ -Metallstreifen (jeweils $50 \mu\text{m}$ stark). Die links und rechts dargestellten Messungen erfolgten entlang diametral gegenüberliegender Linien. Die Verbindungslinien zwischen den Messpunkten dienen der Orientierung. Die in Abb. 8.2 zu erkennenden einzelnen Stücke aus Eisenblechen und μ -Metallfolien wurden erst nach dieser Messung angebracht.

- In diesem ersten Homogenisierungsschritt wurden jeweils von der Ober- und Unterkante des inneren Mantels **2** beginnend sukzessive drei umlaufende Streifen $50 \mu\text{m}$ starker, selbstklebender μ -Metallfolie auf der Innenseite des Mantels angebracht (farbige Messkurven). Deren Breite entspricht jeweils dem Bereich der im vorigen Schritt gemessenen erhöhten magnetischen Flussdichte im Innenraum des Behälters, sodass die durch den magnetischen Streufluss aus dem Mantel heraus verursachte Magnetfeldabnahme zur Mittelebene ($z = 0$) hin gemäß dem in Kap. 7.3.2 sowie Abb. 7.15 dargestellten Verfahren teilweise ausgeglichen wird.

Abweichend vom Simulationsergebnis in Abb. 7.15 beträgt das absolute Magnetfeld im Zentrum des Behälters nur etwa 0.8 mT . Dies liegt vermutlich daran, dass im Bereich der Stabmagnete **7** lokal eine verstärkte Sättigung der weichmagnetischen Komponenten **1**, **2**, **10** und **11** auftritt, die einen im Vergleich zur zylindersymmetrischen Simulation erhöhten Streufluss in den Außenraum verursacht. Auch die in der Realität größere Anzahl der benötigten Shimstufen sowie deren Position weichen vom Simulationsergebnis ab, was allerdings angesichts der Empfindlichkeit des Magnetfeldverlaufs auf die lokale magnetische Permeabilität der einzelnen Komponenten nicht verwunderlich ist.

Durch die in Abb. 8.3 dargestellte Homogenisierungsmaßnahme ausschließlich mit umlaufenden Shims wird der relative axiale Magnetfeldgradient $\partial_z B_z / B_z$ im Bereich näherungsweise linearer Feldvariation bereits um eine Größenordnung von etwa $4 \cdot 10^{-2} / \text{cm}$ auf etwa $4 \cdot 10^{-3} / \text{cm}$ reduziert. Zur abschließenden Magnetfeldhomogenisierung bis zur Erfüllung der Bedingung (7.34) sind allerdings weitere, die Zylindersymmetrie brechende Maßnahmen erforderlich. Die entsprechenden Shims waren bei der Aufnahme von Abb. 8.2 bereits vorhanden; die Verfahren zu ihrer Positionierung werden nun erläutert.

- Der globale axiale Magnetfeldgradient $\partial_z B_z$ entlang der Symmetrieachse des Behälters wurde durch 18 zusätzliche rechteckige Stücke aus 2 mm starken BaFe-Permanentmagnetfolien

(Kantenlängen 15 bis 20 mm) ausgeglichen, die in der Nähe des Rands auf der einen Deckelplatte *außerhalb* des Behälters umlaufend regelmäßig angeordnet wurden. Diese Maßnahme war jedoch nur beim provisorischen Messaufbau notwendig; bei Verwendung des endgültigen Gehäuses konnten diese Magnete wieder entfernt werden (siehe Kap. 8.3).

- Zum Ausgleich der azimutalen Inhomogenität wurde als nächstes der in Abb. 8.1 (unten) gezeigte Innenteil des Transportbehälters von den Deckelplatten und dem Rest der Konstruktion getrennt und zur Minimierung der Messfehler nach dem im Labor herrschenden äußeren Magnetfeld ausgerichtet. Die in der Mittelebene beim maximalen Radius des Nutzvolumens ($r = 14$ cm, siehe Fußnoten in Kap. 7.3.3) gemessene B_z -Inhomogenität entlang des Azimutwinkels wurde dann durch ca. 5 bis 10 mm breite, 0.5 und 1 mm starke, dem Mantelradius angepasste Eisenstreifen sowie Stücke aus 50 μm starker, selbstklebender μ -Metallfolie bis zu einer Abweichung von etwa ± 0.3 % über den gesamten Umfang von $2\pi \cdot 14$ cm = 88 cm ausgeglichen. Dabei wurden bei zu schwachem Feld in der Mittelebene Eisenstreifen symmetrisch oben und unten an den Rändern des inneren Mantels **2** angebracht. Dadurch wird an diesen Azimutpositionen mehr magnetischer Fluss in den Mantel geleitet und das Magnetfeld steigt in der Mittelebene an. Bei zu starkem Feld in der Mittelebene wurde dort μ -Metallfolie aufgeklebt.
- Im letzten Schritt der Magnetfeldhomogenisierung wurde der Behälter wieder vollständig zusammengebaut, verschlossen und die axiale Magnetfeldkomponente am Rand des Nutzvolumens ($r = 14$ cm) an den drei vorgesehenen Zellenpositionen entlang der Höhe gemessen. Durch Stücke der selbstklebenden μ -Metallfolie wurde dann selektiv an den drei Azimutpositionen nach dem in Abb. 8.3 dargestellten Verfahren vorgegangen, bis der Betrag des relativen axialen Magnetfeldgradienten $\partial_z B_z / B_z \approx \partial_z B_z / B$ im überwiegenden Teil des Höhenprofils unterhalb der geforderten $10^{-3}/\text{cm}$ lag.

Zur Vorhersage der magnetfeldbedingten longitudinalen Relaxationszeit $T_1^{(G)}$ innerhalb des Transportbehälters ist nach den Gln. (7.1) und (7.10) außerdem zwingend die Messung des Betrags des relativen *radialen* Magnetfeldgradienten $\partial_r B_z / B_z \approx \partial_r B_z / B$ erforderlich. Dafür wurde ein vollständiges Raster von Messpunkten mit zwei vertikalen und 18 horizontalen Positionen erfasst, anhand dessen sowohl der radiale als auch der axiale relative Magnetfeldgradient in der Nähe der Mittelebene durch Bildung von Differenzenquotienten berechnet werden können.

Abb. 8.4 zeigt die vertikale Magnetfeldkomponente (links) sowie den gemäß Gl. (7.10) aus dem gemessenen Raster berechneten relativen Magnetfeldgradienten G_r (rechts), jeweils entlang des Durchmessers in einer Höhe 0.2 cm oberhalb der Mittelebene. Es gilt wieder das in Abb. 8.2 dargestellte Koordinatensystem.

Zur Aufnahme dieser Daten mussten, wie auch bei dem in Abb. 8.3 dargestellten ersten und den o. e. zweiten und dem letzten Homogenisierungsschritt für jeden Messpunkt der Behälter geöffnet, die Magnetfeldsonden von Hand positioniert und der Behälter wieder verschlossen werden. Insbesondere bei diesen iterativen Homogenisierungsverfahren bedeutet dies einen erheblichen Zeitaufwand, sodass bei der Serienproduktion der Transportbehälter über die Konstruktion einer unmagnetisierbaren, fernsteuerbaren Verschiebevorrichtung nachgedacht werden sollte.

Die Messfehler in Abb. 8.4 sind wiederum durch die Positionierungsfehler der Sonden dominiert.

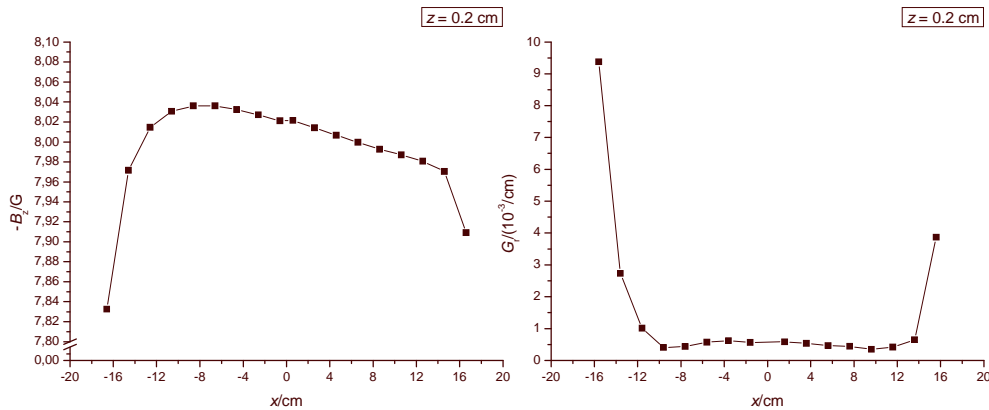


Abbildung 8.4: Das horizontale Magnetfeldprofil (links) und der relative Magnetfeldgradient (rechts) innerhalb des Prototyps eines ^3He -Transportbehälters, jeweils entlang des Durchmessers 0.2 cm oberhalb der Mittelebene gemessen. Die Verbindungslinien zwischen den Messpunkten dienen der Orientierung.

Der links in Abb. 8.4 erkennbare schief-symmetrische relative radiale Gradient von 0.04 %/cm liegt deutlich unterhalb der in Gl. (7.34) geforderten Grenze und stört daher hier nicht weiter.

Die ^3He -Zelle befände sich hier zum Transport im Bereich positiver x -Werte. In diesem Teil des Behälters ist die Homogenitätsbedingung (7.34) wie gefordert bis zu einem Radius von 14 cm erfüllt; der reale Füllfaktor liegt damit bei etwa 50 %.

Die Simulation in Abb. 7.15 liefert dagegen die Werte 17 cm bzw. 70 %. Als mögliche Ursachen für das im Vergleich zur Simulation schwächere experimentelle Ergebnis lassen sich aufführen: Verformungen und lokale Variationen der ferromagnetischen Eigenschaften der Materialien im realen Aufbau, der remanente Magnetismus der weichmagnetischen Komponenten sowie unvollkommener magnetischer Kontakt der Permanentmagnetstäbe **7** und der äußeren Stirnplatten **1**.

Mit dem alten Konzept [Sch04a] wurde bei deutlich größeren Abmessungen² $G'_r := \partial_r B_z / B_z < 10^{-3}/\text{cm}$ innerhalb von 35 % des inneren Volumens gefunden, wobei G'_r nur den *radialen* Gradienten beinhaltet und der i. Allg. ähnlich starke *axiale* Gradient $\partial_z B_z / B_z$ unberücksichtigt blieb.

Die Positionen der drei ^3He -Zellen im Transportbehälter sind bei einem Maximalradius von 14 cm in der Nähe der Schweißnaht des inneren Mantels **2** sowie jeweils um $\Delta\varphi = 120^\circ$ versetzt dazu vorgesehen. Die im Folgenden beschriebene T_1 -Relaxationszeitmessung erfolgte bei $\varphi = 240^\circ$, d. h. gemäß der hier benutzten Definition des Koordinatensystems bei $x < 0$ und $y < 0$. Diese Position liegt *nicht* auf dem Profil bei $y = 0$, das in Abb. 8.4 dargestellt ist. Stattdessen zeigt Abb. 8.5 das gemessene *vertikale* Magnetfeldprofil am äußeren Rand der Zelle ($r = 14$ cm) an der Position bei der Relaxationsmessung. Die Messfehler sind wieder durch die Unsicherheit bei der Positionierung der Magnetfeldsonde dominiert. Es ergibt sich ein relativer *axialer* Magnetfeldgradient $\partial_z B_z / B_z$ von weniger als $4 \cdot 10^{-4}/\text{cm}$.

²Da der relative Magnetfeldgradient G'_r die Dimension einer *inversen* Länge besitzt, skaliert dieser in negativer Potenz mit den Abmessungen des Behälters. Eine Steigerung der Abmessungen erleichtert somit das Erreichen eines hohen Füllfaktors.

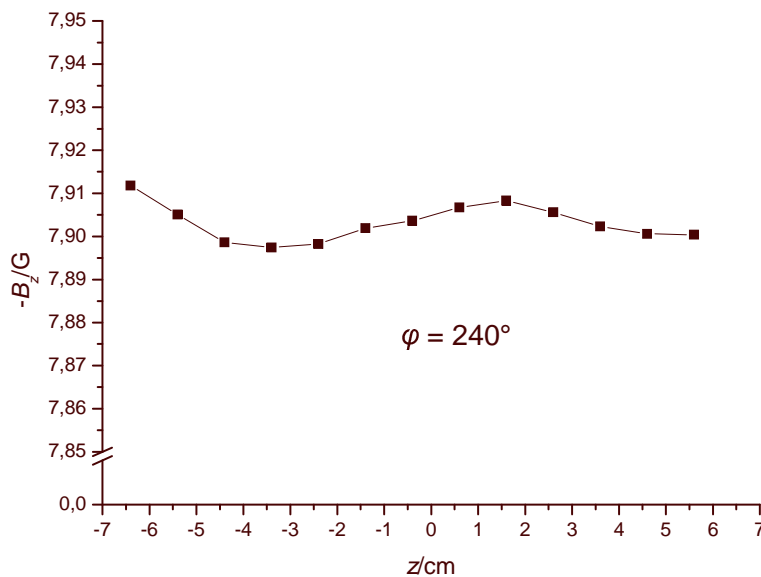


Abbildung 8.5: Das vertikale Magnetfeldprofil am äußeren Rand der Zellenposition bei der T_1 -Bestimmung innerhalb des Transportbehälters. Die Verbindungslinien zwischen den Messpunkten dienen der Orientierung. Es gilt das in Abb. 8.2 dargestellte Koordinatensystem.

Zur Relaxationszeitmessung wurden innerhalb von zwei Tagen im zeitlichen Abstand von jeweils einer halben Stunde durch die Klappmethode (Kap. 3.1.1) MR-Pulse auf das bei einem Druck von 2.6 ± 0.1 bar in einer Speicherzelle im Innern der Transportdose befindliche kernspinpolarierte ^3He -Gas appliziert. Um die Messung innerhalb des Behälters zu ermöglichen und dadurch Polarisationsverluste bei häufig wiederholten Umladevorgängen in das für solche Messungen in der Arbeitsgruppe ursprünglich vorgesehene homogene Magnetfeld³ auszuschließen, wurde eine Kombination von MR-Spulen konstruiert, die im Transportbehälter Platz finden. Dieser Aufbau besteht aus einer Helmholtz-artigen Anregungs- und einer solenoidartigen Empfängerspule. Diese mussten nicht als Resonatoren ausgeführt werden, da durch die Behälterwände und den verwendeten Lock-In-Verstärker (siehe Kap. 3.3) elektromagnetische Störfelder mit der Messfrequenz von $\nu_0 \approx 26$ kHz bei $B_0 \approx 0.8$ mT (Gl. (3.4)) recht gut unterdrückt werden.

Am Ausgang des Lock-In-Verstärkers ist die Trägerfrequenz des gemessenen Realteils des Signals nur noch die mittlere Differenzfrequenz der innerhalb der Speicherzelle auftretenden Larmorfrequenzen zur Referenzfrequenz des Lock-In-Verstärkers (vgl. Gl. (3.40)).

Im Gegensatz zu der Rechnung in Kap. 3.3 werden bei diesen Messungen jedoch keine Ortskodiergradienten verwendet, sondern das Frequenzspektrum entsteht durch die restliche Inhomogenität des magnetischen Führungsfelds B_0 .

Abb. 8.6 zeigt exemplarisch eines der innerhalb einer Serie im Behälter gemessenen MR-Signale. Die Erfassung und Auswertung der Messdaten erfolgt mit dem Programm LabVIEW [Lab04]. Jedes einzelne Signal fällt als Funktion der Zeit mit der effektiven transversalen Relaxationsrate $1/T_2^*$ ab; die Amplitude der Signale zerfällt mit der longitudinalen Relaxationsrate $1/T_1$ (vgl. Kap. 3.1.3).

³Es handelt sich hierbei um den am Ende von Kap. 7.2.1 beschriebenen Aufbau.

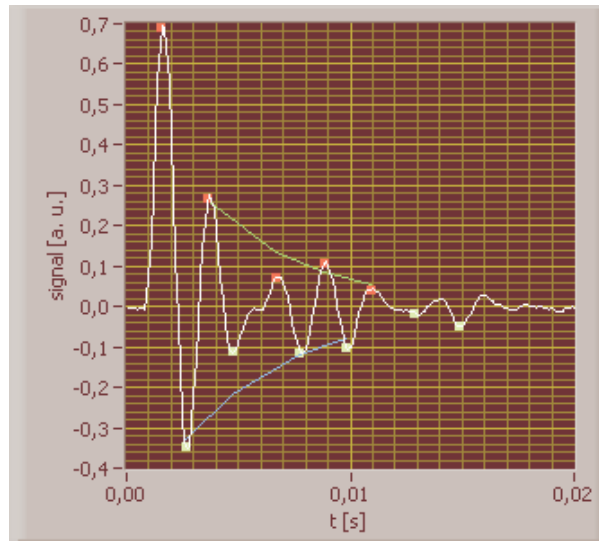


Abbildung 8.6: *Beispiel eines gemessenen MR-Signals (willkürliche Einheiten) innerhalb des Prototyps eines ^3He -Transportbehälters.*

Man könnte nun versuchen, anhand der Gl. (3.4) und (3.20) aus dem gemessenen transienten Signal die totale Magnetfeldvariation ΔB_0 innerhalb des Zellenvolumens zu berechnen. Diese Abschätzung wäre jedoch äußerst ungenau, denn aufgrund der Inhomogenität des Anregungsmagnetfelds B_1 der im Vergleich zur Zelle nicht viel größeren Anregungsspulen setzt sich das gemessene Induktionssignal aus Beiträgen zusammen, die mit unterschiedlichen Klappwinkeln (Kap. 3.1.1) aus Bereichen verschiedener Führungsmagnetfelder B_0 entstehen. Daher bildet sich ein Gemisch aus Signalen unterschiedlicher Larmorfrequenzen (Gl. (3.4)) mit unbekanntem Gewichtungsfaktoren $\sin \alpha$ (Abb. 3.2)⁴. Dieses unsaubere Frequenzgemisch macht sich auch durch die unregelmäßige Schwebung in der Kurvenform in Abb. 8.6 bemerkbar.

Da die Erzeugung des MR-Signals bei hyperpolarisierten Gasen die Polarisation sukzessive zerstört (Kap. 3.1), muss zur Bestimmung der longitudinalen Relaxationsrate T_1 durch wiederholte Anregungen zunächst der Klappwinkel der Anregung bestimmt werden. Wie in Kap. 3.1.1 beschrieben, beträgt das Signal bei der N -ten Anregung mit der Klappmethode und dem Klappwinkel α

$$S_N = S_0 \cos^{2N} \alpha \quad . \quad (8.1)$$

Durch wiederholte Anregungen innerhalb kurzer Zeit⁵ (hier: zwei Stunden lang alle 15 s) kann unter Vernachlässigung der longitudinalen Relaxationsrate $1/T_1$ durch den auftretenden Signalverlust der Klappwinkel α bestimmt werden. Berechnet man den Mittelwert und gemäß Gl. (6.30) dessen Fehler jeweils aus den ersten drei und den letzten drei Signalen, erhält man $\overline{S}_{0,1,2} = 0.685 \pm 0.011$

⁴Die mittlere freie Diffusionsstrecke für ^3He -Atome nach Gl. (4.1) während der Messzeit von etwa 10 ms (Abb. 8.6) beträgt nur wenige mm und spielt daher hier keine Rolle.

⁵Dabei darf die Wiederholrate nicht zu hoch gewählt werden, damit sich das ^3He -Gas innerhalb der Zelle zwischen zwei Anregungen gemäß Gl. (4.1) durch Selbstdiffusion wieder einigermaßen durchmischt.

und $\overline{S}_{238,239,240} = 0.641 \pm 0.009$, jeweils in willkürlichen Einheiten. Mit $N = 238$ ergibt sich dann nach Gl. (8.1) $\alpha = 0.96 \pm 0.15^\circ$.

Bei dieser Messung ist es, wie auch bei der im Folgenden beschriebenen Relaxationsmessung innerhalb des Transportbehälters, notwendig, die Phase des transienten Signals mit dem Referenzsignal des Lock-In-Verstärkers zu synchronisieren, damit die Amplituden trotz der wegen der kurzen T_2^* -Zeit innerhalb einer Periode der Trägerfrequenz deutlich abnehmenden Signale (siehe Abb. 8.6) mit befriedigender Genauigkeit bestimmt werden können. Das hierfür verwendete Gerät wurde in der Elektronik-Werkstatt des Instituts für Physik der Universität Mainz entwickelt und gebaut.

Da sich die bisher angewandte Methode zur Bestimmung der Amplituden der MR-Signale mittels numerischer Fourier-Transformation (Gl. (3.52)) für diese Relaxationsmessung als nicht zuverlässig erwiesen hat, wurde in Zusammenarbeit mit dem Mitglied der Arbeitsgruppe J. K. ein anderes Verfahren entwickelt. In Abb. 8.6 sind einige der dafür notwendigen Schritte zu erkennen.

- Zunächst werden mit einer in LabVIEW [Lab04] vorhandenen Routine Maxima (rote Punkte in Abb. 8.6) und Minima (gelbe Punkte) in jedem Signalverlauf bestimmt. Die Datennahme erfolgt mit einer Zeitauflösung von 0.1 ms.
- Aus dem zeitlichen Abstand der so bestimmten Extrema wird ein erster Schätzwert für die Larmorfrequenz des jeweiligen Signals berechnet. Die Anpassung einer Exponentialfunktion mit minimalem χ^2 an die Extrema (grüne bzw. blaue Kurve) liefert den Schätzwert für die Amplituden und die T_2^* -Zeiten. Dabei werden alle Datenpunkte gleich gewichtet.
- Ausgehend von diesen Startwerten, von deren richtiger Wahl der Erfolg der nachfolgenden Schritte entscheidend abhängt, wird ein Modell für die Signalform ebenfalls mit minimalem χ^2 und bei gleicher Gewichtung aller Datenpunkte an einen Bereich der Signale angepasst, der etwas mehr als die erste Periode der Trägerfrequenz abdeckt. Die Larmorfrequenz ω beträgt nach dem Lock-In-Verstärker $|\overline{\omega}_0 - \omega_{\text{Ref}}|$ (Kap. 3.3).

Das Modell für die Signalform besteht aus der Lösung der Differentialgleichung [Mat04]

$$U_{\text{in}}(t) = R\dot{Q}(t) + \frac{Q(t)}{C} \quad (8.2)$$

mit der Eingangsspannung

$$U_{\text{in}}(t) = U_0 e^{-t/T_2^*} \cos(\omega t - \phi) \quad (8.3)$$

am RC -Tiefpassfilter des Lock-In-Verstärkers für die Ausgangsspannung

$$U_{\text{out}}(t) = \frac{Q(t)}{C} = \quad (8.4)$$

$$= U_0 e^{-t/(RC)} \frac{(T_2^* - RC) \left(\cos \phi - e^{-\frac{t}{RC} - \frac{t}{T_2^*}} \cos(\omega t - \phi) \right) - \omega RC T_2^* \left(\sin \phi + e^{-\frac{t}{RC} - \frac{t}{T_2^*}} \sin(\omega t - \phi) \right)}{2 RC - (RC)^2 / T_2^* - T_2^* (1 + (\omega RC)^2)}$$

unter der Anfangsbedingung $Q(t=0) = 0$.

Dabei ist es wichtig, dass der Lock-In-Verstärker mit einer Dämpfung von 6 dB/Oktave, d. h. mit einem einzigen Tiefpassfilter betrieben wird. Die Zeitkonstante des Tiefpassfilters beträgt hier $RC = 1$ ms. Da die Zerfallszeitkonstante des Eingangssignals T_2^* und die Periodendauer der Präzessionsfrequenz $2\pi/\omega$ ebenfalls in dieser Größenordnung liegen (vgl. Abb. 8.7), kann für das Modell der Signalfunktion in Gl. (8.4) keine Näherung angewandt werden.

Der Startwert für die Phase ϕ des Signals kann dank der Phasenstabilisierung ebenfalls festgelegt werden. Er beträgt in diesem Fall π .

- Mit dem zusätzlich bestimmten Klappwinkel α (s. o.) kann dann durch die Anpassung einer Exponentialfunktion mit minimalem χ^2 bei gleicher Gewichtung aller Datenpunkte an die Amplituden aller Signale die longitudinale Relaxationszeit T_1 bestimmt werden.

Abb. 8.7 zeigt den zeitlichen Verlauf der entsprechenden Parameter und die exponentielle Anpassung (rote Kurve) an den Verlauf der Amplituden.

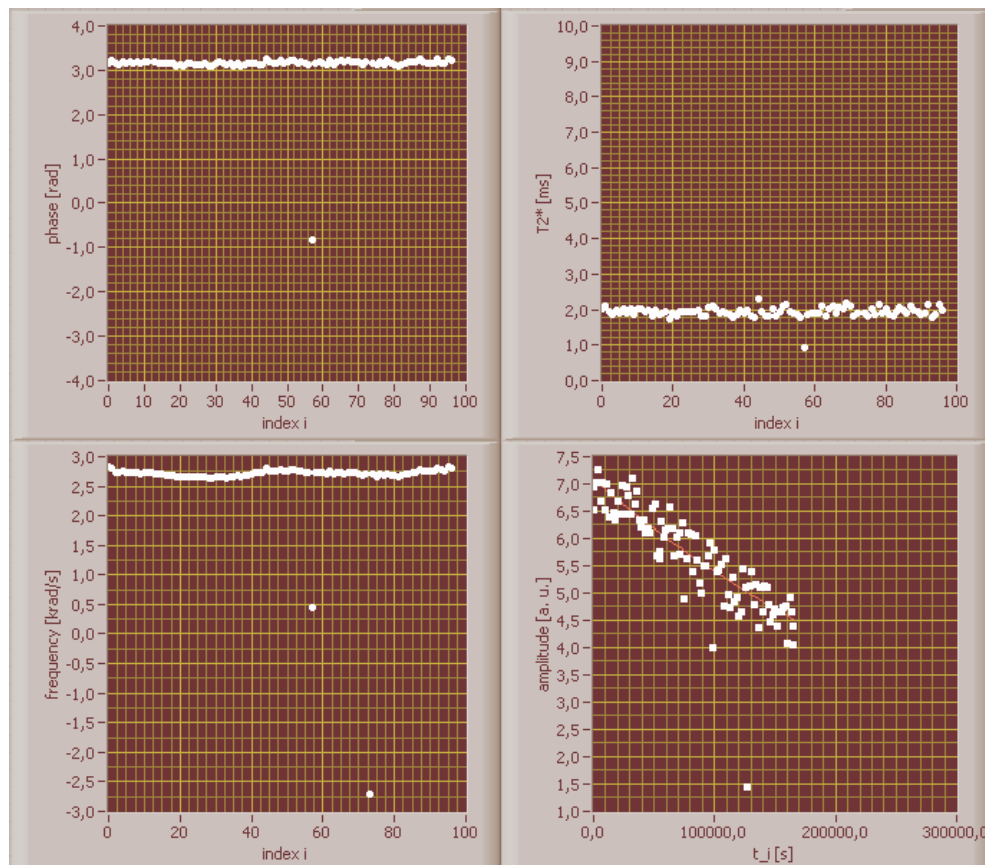


Abbildung 8.7: Die Fitparameter der gemessenen MR-Signale (links oben: Phase [rad], rechts oben: T_2^* [ms], links unten: Larmorfrequenz [krad/s]) und die zeitliche Entwicklung der Polarisation (willkürliche Einheiten, rechts unten) während zweier Tage innerhalb des Prototyps eines ^3He -Transportbehälters.

Die verbleibende Schwankung der rekonstruierten Signalamplituden (rechts unten in Abb. 8.7) resultiert aus dem immer noch unvollkommenen Fitmodell, das vereinfachend von einem exponentiellen Zerfall der transversalen Magnetisierung in der Eingangsfunktion für den Lock-In-Verstärker (Gl. (8.3)) ausgeht (siehe hierzu z. B. Gl. (2.24)). Die wenigen Ausreißer der Fitparameter sind Ergebnisse grob fehlerhafter Fits.

Von ihnen abgesehen betragen die in Abb. 8.7 dargestellten Parameter $\phi \approx \pi$, $T_2^* \approx 2$ ms und $\nu = |\bar{\nu}_0 - \nu_{\text{Ref}}| = 420 \dots 460$ Hz mit der im durch Permanentmagnete erzeugten Magnetfeld $B_0 \approx 0.8$ mT temperatur- und damit tageszeitabhängigen mittleren Larmorfrequenz (Gl. (3.4)) $\bar{\nu}_0 \approx \nu_{\text{Ref}} \approx 26$ kHz.

Die wie oben beschrieben bestimmte longitudinale Relaxationszeit beträgt $T_1 = 102$ h. Der Fehler des Klappwinkels führt nach Einsetzen der Unter- und Obergrenzen für den Klappwinkel in das Auswerteprogramm zu einem Fehler der T_1 -Zeit von ± 2 h und liegt deutlich unterhalb des Fehlers der exponentiellen Anpassung an die Signalamplituden, sodass der Messfehler der longitudinalen Relaxationszeit insgesamt zu 10 h abgeschätzt werden kann.

8.2.1 Die Separation der reinen Gradientenrelaxation

Um aus der in Kap. 8.2 gemessenen gesamten longitudinalen Relaxationsrate $1/T_1$ die reine magnetfeldbedingte Relaxationsrate $1/T_1^{(\text{G})}$ zu bestimmen, bedarf es der Kenntnis der anderen Relaxationsraten in Gl. (2.19).

- Die Messung in Kap. 8.2 erfolgte ab dem 14. März 2006 bei Raumtemperatur (293 K) und bei einem Druck von 2.6 ± 0.1 bar. Damit lässt sich die dipolare Relaxationszeit gemäß Gl. (2.22) zu 311 ± 12 h bestimmen. Der Fehler der Temperatur kann hier gegenüber dem des Drucks vernachlässigt werden.
- Mit der hier verwendeten Glaszelle „C67“ wurde am 17. Februar 2006 bei $\tilde{T} = 293$ K (ohne Fehlerangabe, s. o.) und $\tilde{p} = 1.24 \pm 0.05$ bar eine Relaxationsmessung gestartet, die eine totale Relaxationszeit \tilde{T}_1 von 214 h ergab. Die Genauigkeit dieser Bestimmung beträgt etwa ± 5 %, sodass hier ein Fehler von 10 h angenommen wird. Die Zelle befand sich dabei in dem am Ende von Kap. 7.2.1 beschriebenen Magnetfeld, sodass bei diesem Resultat die Relaxationsrate durch Magnetfeldgradienten $1/\tilde{T}_1^{(\text{G})}$ vernachlässigt werden kann. Die dipolare Relaxationszeit $\tilde{T}_1^{(\text{D})}$ beträgt hier nach Gl. (2.22) 652 ± 26 h.

Aus diesen Angaben lässt sich gemäß Gl. (2.19) die zellenspezifische Relaxationszeit $\tilde{T}_1^{(\text{Z})} \equiv T_1^{(\text{Z})}$ zu 319 ± 23 h bestimmen.

- Die Relaxationsraten durch paramagnetische Beimischungen $1/T_1^{(\text{P})}$ bzw. $1/\tilde{T}_1^{(\text{P})}$ können jeweils vernachlässigt werden.

Mit diesen Angaben ergibt sich mit Gl. (2.19) eine magnetfeldbedingte Relaxationsrate innerhalb des neu entwickelten Transportbehälters von $1/T_1^{(\text{G})} = 290 \pm 83$ h. Dies entspricht nach Gl. (7.1) einem mittleren relativen Magnetfeldgradienten im Zellenvolumen von $\boxed{\bar{G}_r = (1.16 \pm 0.17) \cdot 10^{-3}/\text{cm}}$.

Die Relaxationsmessung bestätigt also das aus der Messung des relativen Magnetfeldgradienten (Abb. 8.4) abgeleitete Ergebnis, dass innerhalb des Nutzvolumens des neu entwickelten Transportbehälters im Großen und Ganzen die Homogenitätsanforderung (7.34) erfüllt ist. Dennoch besteht die Möglichkeit einer weiteren Verbesserung der Konstruktion. Diese ergibt sich vor allem aus der Tatsache, dass für den Prototyp zur Demonstration der Umsetzbarkeit des neuen

Konzepts zur weiträumigen Homogenisierung von Magnetfeldern (Kap. 7.3.2) auf die ausschließliche Verwendung teurer, magnetisch schlussgeglühter Materialien mit definierten ferromagnetischen Eigenschaften verzichtet, sondern stattdessen zum Teil auf vorhandene Reststücke zurückgegriffen wurde. Darauf wird nun näher eingegangen.

8.2.2 Der Einfluss äußerer Störfelder

Zu einer Verwendbarkeit des neu entwickelten Behälters als Transportgefäß für kernspinpolarisierte Gase gehört auch die ausreichende Abschirmung äußerer Magnetfelder. Um diese Abschirmwirkung zu überprüfen, wurde der Behälter in das am Ende von Kap. 7.2.1 beschriebene Magnetfeld gebracht, sodass das Magnetfeld des Transportbehälters antiparallel oder senkrecht zu diesem äußeren homogenen Magnetfeld von 0.8 mT ausgerichtet werden konnte. Aus den Differenzen der mit und ohne äußerem Magnetfeld innerhalb des Behälters gemessenen axialen Magnetfelder ergibt sich bei senkrechten Magnetfeldachsen ein Abschirmfaktor von etwa 23.5, bei antiparalleler Ausrichtung von 2.73. Letzterer Wert ist jedoch von geringerer praktischer Bedeutung, da in diesem Fall ein gewisser Teil des äußeren Magnetfelds einfach zum Innenfeld addiert wird, was die Magnetfeldhomogenität im Inneraum des Behälters nicht wesentlich beeinflusst, da auch der *zusätzliche* magnetische Fluss durch die Stirnplatten gleichmäßig auf den Querschnitt verteilt wird.

Im Vergleich dazu wurden bei einer alten, nicht schlussgeglühten Serie der bisher verwendeten Transportbehälter ein radialer Abschirmfaktor von 6.2 und ein axialer Abschirmfaktor von 1.7 gemessen. Bei der ausschließlichen Verwendung nach der mechanischen Bearbeitung magnetisch schlussgeglühten μ -Metalls erreicht man radial einen Faktor von 99 und axial von 4 [Sch04a]. Damit liegt die Abschirmwirkung des hier diskutierten Prototyps bei Verwendung *nicht* schlussgeglühter Materialien zwischen jener dieser beiden Versionen, wobei sich auch die niedrigsten Werte in der Praxis als ausreichend erwiesen haben.

Im Gegensatz zu den alten, deutlich größeren Konstruktionen reagiert jedoch der nach dem neuen Prinzip entwickelte Prototyp äußerst empfindlich auf Änderungen der ferromagnetischen Eigenschaften der verwendeten Materialien, insbesondere des inneren Mantels aus ARMCO-Reineisen. Dieses besitzt eine relativ hohe Koerzitivfeldstärke, die für verschiedene Sorten von Reineisen als zwischen 12 und 160 A/m liegend angegeben wird [SIE87]. Auch hierfür wäre eine Schlusssglühung angebracht.

Vermutlich aus diesem Grund erreichte der Transportbehälter *nach* der oben beschriebenen Messung der Abschirmfaktoren nicht mehr die geforderte Magnetfeldhomogenität. Auch die relativ geringe Koerzitivfeldstärke der verwendeten AlNiCo 500-Magnete kann hierbei eine Rolle spielen.

Da z. B. die Umgebung eines Kernspintomographen zu den Verwendungsbereichen eines solchen Behälters gehört, ist für den praktischen Gebrauch diese Empfindlichkeit gegen äußere Magnetfelder nicht hinnehmbar. Daher werden derzeit weitere Schritte unternommen, um das Problem der Auf- bzw. Entmagnetisierung der verwendeten ferromagnetischen Materialien zu beseitigen.

8.3 Weitere Verbesserungsmöglichkeiten

Die geringste Veränderung der Konstruktion in Richtung einer geringeren Empfindlichkeit gegen äußere Magnetfelder stellt das magnetische Schlussglühen der verwendeten weichmagnetischen Materialien dar. Dadurch können die Koerzitivfeldstärken gesenkt und die magnetischen Permeabilitäten zwecks einer verbesserten Abschirmwirkung (vgl. z. B. [Vac88]) gesteigert werden. Beides würde zu einer Reduzierung der Empfindlichkeit gegen äußere Magnetfelder führen und eine bessere Homogenisierung durch Shimmen ermöglichen.

Eine weitere Maßnahme wäre das Ersetzen der Reineisenteile durch Materialien mit geringerer Koerzitivfeldstärke. Für den inneren Mantel bietet sich hier z. B. sog. „Trafoblech“ (Fachbegriff: Elektrolech) an, wie es z. B. von der Fa. ThyssenKrupp Electrical Steel GmbH vertrieben wird. Dabei kann optional ein „kornorientiertes“ Material (z. B. ThyssenKrupp PowerCore[®] [Thy04]) gewählt werden, d. h. ein Werkstoff mit definiert ausgerichteter Kristallstruktur. Dies verbessert die magnetischen Eigenschaften beim typischen Einsatz als Transformatorenkern deutlich, d. h. Koerzitivfeldstärke und Remanenz sinken und die magnetische Permeabilität steigt. Dies ergibt eine größtmögliche Energiedichte im elektrischen Transformator bei gleichzeitig minimalen Hystereseverlusten und gilt jeweils nur bei einer Magnetisierung in Vorzugsrichtung. Diese Materialeigenschaften sind außerdem umso günstiger, je geringer die Ummagnetisierungsfrequenz ist. Dabei treten bei technischen Wechselstromfrequenzen (z. B. 50 Hz) bereits deutliche Unterschiede zum Gleichfeld auf.

Für die hier diskutierte Anwendung kommt wegen seiner sehr geringen Koerzitivfeldstärke außerdem μ -Metall in Frage. Weil dieses Material im Gegensatz zu kornorientiertem Elektrolech (erhältliche Materialstärken 0.23 bis 0.35 mm) in der gewünschten Stärke von 0.5 mm erhältlich ist, wird dieser Werkstoff vorgezogen. Die Bauteile werden nach der mechanischen Bearbeitung bei der Fa. Sekels in Ober-Mörlen magnetisch schlussgeglüht, um die optimalen magnetischen Eigenschaften wiederherzustellen.

Bei der Dimensionierung der geänderten Konstruktion, die in Abb. 8.8 zusammen mit dem simulierten Magnetfeldverlauf gezeigt ist, muss unter Berücksichtigung von Gl. (7.37) eine so starke magnetische Sättigung des inneren Mantels **14** vorgesehen werden, dass die relative Permeabilität μ_r des μ -Metalls niedrig genug ist, um im Innenraum ein ausreichend hohes Magnetfeld zu erzeugen. Bei einer Materialstärke des μ -Metalls von 0.5 mm ist dies hier gemäß Abb. 8.8 der Fall. Eine Farbabstufung beträgt dort wie bei den in Kap. 7.3.3 diskutierten Konstruktionen $5 \cdot 10^{-4}$ des zentralen Feldwertes von hier 1.09 mT. Der homogene Bereich gemäß der Bedingung (7.34) erstreckt sich laut der Simulation bis zu einem Radius von 15 cm, entsprechend einem Füllfaktor von 56 %.

Als magnetische Feldquellen **13** kommen aufgrund weiterer Veränderungen des Aufbaus nun 2 mm starke, axial magnetisierte Folien aus kunststoffgebundenen BaFe bzw. SrFe-Magneten zum Zuge. Auch hier sind sog. „anisotrope“ Werkstoffe zu bevorzugen, die aufgrund einer stärker ausgerichteten Kristallstruktur höhere Remanenzen und Koerzitivfeldstärken erreichen. Insbesondere ist die Koerzitivfeldstärke des gewählten anisotropen SrFe-Magnetgummis [Sch04b] fast dreimal so hoch wie bei den bisher verwendeten AlNiCo 500-Rundstabmagneten. Diese Ersetzung sorgt zusätzlich für eine Reduzierung der Masse der Feldquellen bei dieser Konstruktion gegenüber dem Prototyp aus Abb. 7.15 von 1.3 kg. Außerdem kann nun auf die in Abb. 8.2 noch vorhandenen PVC-Ringe zur Aufnahme von Korrekturmagneten auf den Deckelplatten verzichtet werden. Diese wurden bei den Messungen mit einem provisorischen Gehäuse aus Aluminium, deren Ergebnisse in den Abbn. 8.4 bis 8.7 dargestellt sind, noch verwendet, um den globalen axialen Magnetfeldgradienten innerhalb des Behälters auszugleichen. Mit der Verwendung des in Abb. 8.2 gezeigten Kunststoffgehäuses wurde dann, wahrscheinlich durch verbesserten magnetischen Kontakt der äußeren Stirnplatten **1** mit den

Ring **10**, der globale axiale Magnetfeldgradient so weit verringert, dass auf die Korrekturmagnete auf den Deckelplatten verzichtet werden konnte.

Allerdings steigt aufgrund der nun vorgesehenen verstärkten äußeren Abschirmung **8** aus 1.5 mm starkem μ -Metall die Masse der weichmagnetischen Bauteile gegenüber dem Prototyp um 2.8 kg. Diese Materialstärke ist nicht nur durch die Abschirmwirkung, sondern auch durch die magnetische Leitfähigkeit des μ -Metalls nach unten limitiert. Der äußere Mantel **8** dient nämlich bei dieser Konstruktion zusätzlich dem Schließen des magnetischen Flusses durch die Permanentmagnete **13**, die wegen der vollständigen axialen Einbettung in ferromagnetisches Material trotz ihrer flachen Ausführung nicht unter einem hohen geometrischen „Entmagnetisierungsfaktor“ [IBS99] leiden. Dies bestätigen Erfahrungen mit dem herkömmlichen Konzept der ^3He -Transportbehälter nach [Ott97], [Gro00] und [Sch04a].

Die Abmessungen in Abb. 8.8 wurden so gewählt, dass die neuen ferromagnetischen Teile wieder in den in Abb. 8.2 dargestellten Kunststoffmantel eingeführt werden können. Dabei würde ein größerer Abstand zwischen feldprägendem Mantel **14** und äußerer Abschirmung **8** die Grundhomogenität des Magnetfelds verbessern, was das Ausshimmen erleichtern und den erreichbaren Füllfaktor steigern würde.

Zum Shimmen wurden in Abb. 8.8 ein Paar an der *Außenseite* des inneren Mantels **14** angebrachte Shims **12.3** aus μ -Metall der Stärke 250 μm sowie ein Paar μ -Metallstreifen **12.2** der Stärke 50 μm an der *Innenseite* benötigt.

Die verstärkenden Ringe **15** zur radialen Magnetfeldführung auf den inneren Mantel **14** sollten nach der Simulation mindestens 1 mm stark sein, werden aber aus fertigungstechnischen Gründen beim realen Aufbau voraussichtlich mit aus dem 1.5 mm starken Material des äußeren Mantels **8** gefertigt.

Wegen der simulierten relativen magnetischen Permeabilität μ_r von über 70000 im weit überwiegenden Teil des auf 1.5 mm verstärkten äußeren Mantels **8**, der Existenz einer im Gegensatz zum Prototyp nun nahezu vollständig geschlossenen Abschirmung (vgl. die Abbn. 7.15 und 8.8), des vollständigen Entfalls weichmagnetischer Teile aus Material mit höherer Koerzitivfeldstärke (Reineisen) und der Verwendung von Permanentmagneten mit wesentlich höherer Koerzitivfeldstärke kann nun von einer stark verbesserten Abschirmwirkung und damit einhergehend von einer weitgehenden Unempfindlichkeit des Transportbehälters gegen äußere Magnetfelder ausgegangen werden.

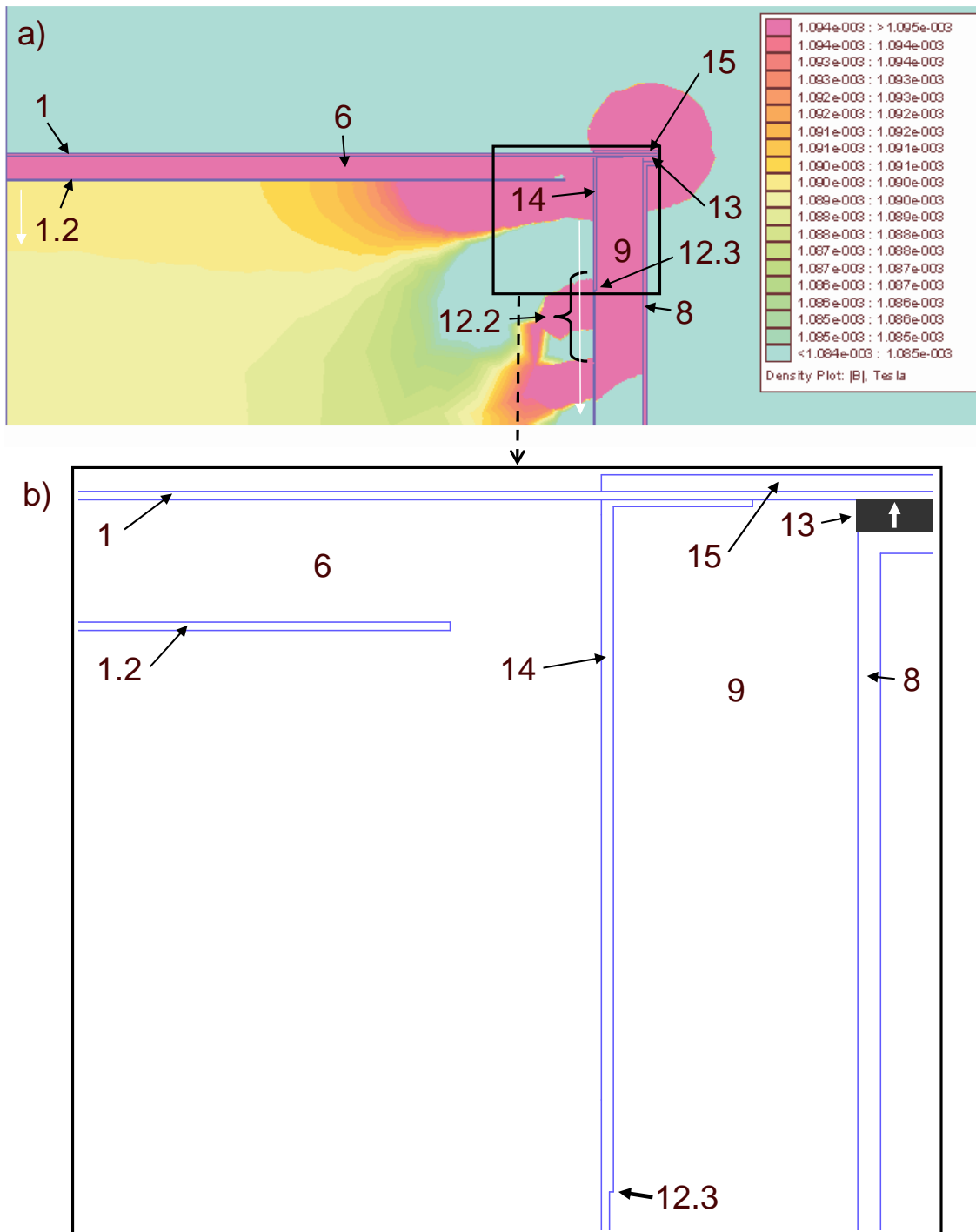


Abbildung 8.8: a) Mit realistischen Materialeigenschaften und einer Shimstufe **12.3** simulierter Magnetfeldverlauf eines Transportbehälters aus μ -Metall für kernspinpolarisierte Gase. Gegenüber dem zum Teil aus Reineisen bestehenden Prototyp (Abb. 7.15) bietet dieses Konzept den Vorteil einer besseren Abschirmung äußerer Störfelder bei gleichzeitig geringerer Empfindlichkeit der verwendeten Permanentmagnete **13** sowie des feldprägenden Mantels **14** gegen diese. Die Homogenitätsbedingung (7.34) ist hier bis zu einem Radius von 15 cm erfüllt.

b) Vergrößerter Bildausschnitt, auf dem u. a. die außen liegende Shimstufe **12.3** zu sehen ist.

Kapitel 9

Diskussion und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden diagnostische und technische Möglichkeiten und Limitierungen der MR-Lungentomographie mit hyperpolarisiertem ^3He untersucht. Dazu war die Anstellung grundlegender theoretischer Überlegungen bezüglich der Magnetresonanztomographie notwendig. Darüber hinaus wurden zur Erweiterung der lungendiagnostischen Möglichkeiten dieser Methode flexible numerische Simulationsverfahren angewandt und durch Experimente am Max-Planck-Institut für Polymerforschung sowie der Universitätsklinik Mainz in vereinfachten Modellsituationen überprüft. Ein besonders wichtiger Aspekt bei diesen Untersuchungen ist die Abhängigkeit der Methode von der Stärke des äußeren Führungsmagnetfelds. Diesbezüglich wurden verschiedene Magnetkonzepte entwickelt sowie in Zusammenarbeit mit französischen Partnern *in vivo* Pilotexperimente zur funktionellen ^3He -Lungenbildgebung bei niedrigen Magnetfeldern (0.1 T) durchgeführt.

Zum technischen Fortschritt in dieser Hinsicht wurde durch die Entwicklung eines neuen, zum Patent angemeldeten Verfahrens zur Erzeugung von weiträumig homogenen Magnetfeldern ein Beitrag geleistet. Die praktische Realisierbarkeit dieses Verfahrens wurde durch die Konstruktion eines kleinformatigen Magnetsystems zur Verwendung als Behälter zum polarisationsverlustarmen Transport von kernspinpolarisiertem ^3He demonstriert.

Die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeiten lassen sich im Einzelnen wie folgt zusammenfassen:

- Da bestimmte Schädigungen der Mikrostruktur der menschlichen Lunge mit der ^3He -MRT räumlich nicht direkt aufgelöst werden können, wurde im methodischen Teil der Arbeit die diffusionsgewichtete MR-Bildgebung als indirekte Messmethode mikroskopischer Veränderungen des Lungengewebes besonders eingehend untersucht. Durch Monte-Carlo-Simulationen und die o. e. Referenzexperimente in Zusammenarbeit mit anderen Mainzer Instituten wurde eine verbesserte Interpretierbarkeit der Ergebnisse diffusionsgewichteter Lungenaufnahmen erreicht. Auch die erstmalige analytische Anwendung eines nicht zylindrischen Atemwegsmodells auf die an der Universitätsklinik Mainz mit hoher Reproduzierbarkeit erzielten Messergebnisse führt zu einem verbesserten quantitativen Verständnis der diffusionsgewichteten *in vivo* Messungen.
- Die systematische simulatorische Untersuchung des Einflusses von Diffusions- und Suszeptibilitätsartefakten auf die MRT der Lunge zeigte, dass bei ^3He die *Diffusionsgewichtung* unter klinischen Bedingungen bei $B_0 = 1.5$ T nur gering von Suszeptibilitätseffekten gestört wird. Deren Einfluss äußert sich vor allem durch Bildverzerrungen und Signalauslöschungen, die bereits bei der rein morphologischen Bildgebung eine Rolle spielen. Erst bei stärkeren suszeptibilitätsbedingten Magnetfeldgradienten als denen, die bei der *in vivo* Bildgebung erreicht werden, besteht auch ein Einfluss auf die Diffusionsgewichtung selbst.

Dagegen zeigt z. B. die ^{19}F -Bildgebung mit dem SF_6 -Molekül bei gleichen Sequenzparametern eine deutlich stärkere Empfindlichkeit gegen Suszeptibilitätsartefakte als ^3He , die bei relativ hoher, aber durchaus realistischer Magnetisierung des Lungengewebes auch nennenswert die Diffusionsgewichtung beeinträchtigt.

- Auch für höhere Führungsmagnetfelder B_0 wurde mittels entsprechender Monte-Carlo-Studien der Einfluss der freien Diffusionskonstante des Kontrastgases auf Suszeptibilitätsartefakte der rein morphologischen Bildgebung untersucht. Dadurch konnten experimentell beobachtete Signalauslöschungen in der Nähe großer Blutgefäße bei der ^3He -MRT von Rattenlungen bei $B_0 = 4.7 \text{ T}$ auf Suszeptibilitätssprünge in diesen Bereichen der Lunge zurückgeführt werden.
- Die Verwendung magnetischer Führungsfelder unterhalb der im klinischen Bereich üblichen 1.5 T ist bei der ^3He -MRT der menschlichen Lunge nicht nur fast uneingeschränkt möglich, sondern bietet auch Vorteile, wenn die Nachteile des mit konventionellen Bildgebungstechniken geringeren erreichbaren räumlichen- oder zeitlichen Auflösungsvermögens durch geeignete Bildgebungssequenzen überwunden werden. Dabei kann bis zu einem gewissen Grad insbesondere die bei niedrigeren B_0 -Feldern verlängerte effektive Phasenkohärenzzeit T_2^* ausgenutzt werden.
- Die morphologische Bildgebung als Basis für funktionelle Techniken sowie die funktionelle Bildgebung selbst wurden bei $B_0 = 0.1 \text{ T}$ in Zusammenarbeit mit den Gruppen aus Orsay und Paris erfolgreich erprobt. Dabei wurde bei drei der angewandten Verfahren (hochauflösende morphologische Bildgebung, diffusionsgewichtete Bildgebung und Bestimmung des lokalen Sauerstoff-Partialdrucks) keinerlei Einschränkung der Bildqualität gegenüber dem Hochfeldbereich festgestellt. Die geringere erreichte Orts- und Zeitauflösung bei der dynamischen Bildgebung mit Gradientenecho-Sequenzen stellt keine grundsätzliche Limitierung der Niederfeld-Tomographie dar, sondern war auf die eingeschränkte Leistungsfähigkeit der zur Verfügung stehenden Hardware zurückzuführen.
- Unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten sowie bei angestrebten besonderen äußeren Bedingungen (mobile Geräte, Einsatz in der Schwerelosigkeit etc.) ist der Bereich von Magnetfeldern unterhalb von 100 mT besonders interessant. Hierzu wurden im Rahmen dieser Arbeit verschiedene Konzepte zur Realisierung ausreichend homogener Führungsmagnetfelder entwickelt. Für Untersuchungen zur Feldstärkeabhängigkeit der ^3He -MRT bieten sich Magnete aus normal leitenden Spulen an; zur stromlosen Erzeugung konstanter Magnetfelder eignen sich Permanentmagnetsysteme. Hierzu wurde mithilfe eines neuartigen Verfahrens zur weiträumigen Homogenisierung von Magnetfeldern durch parallele Mantelfeldführung ein neuer Typ von Thorax-Magnetsystemen entwickelt, der im Vergleich zu herkömmlichen Konzepten eine deutliche Reduzierung der Masse erlaubt. Bei dem neuen System liegt die Masse der ferromagnetischen Teile bei $B_0 \approx 60 \text{ mT}$ in der Größenordnung realistisch dimensionierter normal leitender Spulensysteme, bei denen allerdings zusätzlich eine Stromversorgung und ein Kühlsystem zu installieren ist. Die wirtschaftlichste Entscheidung für das eine oder andere Magnetkonzept erfordert die Kenntnis der für die gewünschten Aufnahmetechniken minimal notwendigen Magnetfeldstärke.
- Der nach dem neuen, zum Patent angemeldeten Prinzip zur weiträumigen Homogenisierung von Magnetfeldern entwickelte Transportbehälter für kernspinpolarisiertes ^3He erfüllt die an ihn gestellten Anforderungen an die Magnetfeldhomogenität. Dies wurde durch die Messung der longitudinalen Relaxationszeit T_1 bestätigt, die erstmals *innerhalb* des Transportbehälters durchgeführt werden konnte und daher keine Unsicherheiten durch häufig wiederholte Umladevorgänge des hyperpolarisierten ^3He -Gases beinhaltet. Für diese Messung wurde ein geeignetes MR-Spulensystem angefertigt und das Auswerteprogramm an die geänderte Situation

mit ungünstigeren Signalformen als im ansonsten verwendeten, räumlich ausgedehnteren und daher homogeneren Magnetfeld angepasst. Ferner wurde die Vorhersage der durch Magnetfeldgradienten bedingten longitudinalen Relaxationszeit in quasi homogenen Magnetfeldern anhand von Magnetfeldmessungen durch theoretische Überlegungen präzisiert.

Für zukünftige Untersuchungen, die auf den Ergebnissen dieser Dissertation aufbauen, wäre im experimentellen Bereich die Wiederholung der in vivo ^3He -Lungenbildgebung bei 0.1 T und insbesondere darunter am erwähnten normal leitenden Ganzkörpertomographen in Orsay höchst interessant, um optimale bzw. minimale Magnetfeldstärken für bestimmte Bildgebungstechniken zu erhalten. Diese Messungen könnten heute mit einem leistungsfähigeren Gradientensystem sowie deutlich höheren Polarisationsgraden des ^3He (etwa doppelte Polarisation bei der Applikation) durchgeführt werden.

Letzteres gilt auch für die Bildgebung bei sehr niedrigen Magnetfeldern (3 mT) in Paris.

Beides ist jedoch aufgrund der medizinrechtlichen Situation in Frankreich derzeit im Humanbereich nicht möglich.

Unerwähnt blieben Monte-Carlo-Studien zur Unterdrückung von Sekundärelektronen durch zusätzliche Magnetfelder, die am geplanten Karlsruher Neutrinomassenexperiment KATRIN [KAT05] zu einer Reduzierung des Untergrundsignals im Hauptspektrometer beitragen könnten. Zum Teil wurden diese Konzepte auch experimentell getestet. Da der Zusammenhang dieser Untersuchungen mit dem Rest der Arbeit nur methodisch, jedoch nicht thematisch besteht, wurde auf ihre Diskussion verzichtet.

Anhang A

Die Lösung der Bloch'schen Gleichungen für zirkuläre HF-Anregung und starke Hyperpolarisation

Die Bloch'schen Gleichungen unter Berücksichtigung der longitudinalen und transversalen Relaxationsraten $1/T_1$ und $1/T_2$ (Kap. 2.3) lauten im Laborsystem:

$$\dot{\vec{M}} = \gamma \vec{M} \times \vec{B} - \frac{1}{T_2} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{T_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_z - M_B \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

mit der Boltzmann-Magnetisierung M_B gemäß Gl. (2.14) für $B = B_0$. Für eine zirkuläre HF-Einstrahlung gemäß Gl. (3.5) gilt nach Transformation ins mit $\omega := \omega_{\text{HF}}$ rotierende Koordinatensystem analog zur Vorgehensweise in Kap. 3.1.2:

$$\dot{M}'_x = \text{sign } \gamma (\omega_0 - \omega) M'_y - M'_x/T_2 \quad (\text{A.2})$$

$$\dot{M}'_y = \text{sign } \gamma (\omega_1 M'_z - (\omega_0 - \omega) M'_x) - M'_y/T_2 \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{M}'_z = -\text{sign } \gamma \omega_1 M'_y - (M'_z - M_B)/T_1 \quad (\text{A.4})$$

Zur Lösung leitet man zunächst Gl. (A.3) nach der Zeit ab und setzt \dot{M}'_z aus Gl. (A.4) in den so erhaltenen Ausdruck ein. Danach bildet man die dritte Zeitableitung von M'_x durch zweimaliges Differenzieren von Gl. (A.2) nach der Zeit und setzt den zuvor erhaltenen Ausdruck für \dot{M}'_y herein ein.

Daraus erhält man eine Differentialgleichung dritter Ordnung in der Zeit für M'_x , die sich für $M_B \ll M'_z$, d. h. für den Fall starker Hyperpolarisation, durch den Ansatz $M'_x(t) = A e^{\lambda t}$ mithilfe der Cardanischen Formeln analytisch lösen lässt. Mit der soeben geschilderten Vereinfachung lautet sie:

$$\begin{aligned} \ddot{M}'_x + \left(\frac{1}{T_1} + \frac{2}{T_2} \right) \dot{M}'_x + \left((\omega_0 - \omega)^2 + \omega_1^2 + \frac{2}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_2^2} \right) M'_x + \\ + \left(\frac{(\omega_0 - \omega)^2}{T_1} + \frac{\omega_1^2}{T_2} + \frac{1}{T_1 T_2^2} \right) M'_x = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

und besitzt die Lösung

$$\begin{aligned} M'_x(t) = A e^{(u+v-\frac{1}{3T_1}-\frac{2}{3T_2})t} + \\ + e^{-(\frac{u+v}{2}+\frac{1}{3T_1}+\frac{2}{3T_2})t} \left[B \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(u-v)t \right) + C \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(u-v)t \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

mit folgenden Ersetzungen:

$$u, v := \sqrt[3]{\pm \sqrt{p^3 + q^2} - q} \quad (\text{A.7})$$

$$p := \frac{3((\omega - \omega_0)^2 + \omega_1^2 + 2/(T_1 T_2) + 1/T_2^2) - (1/T_1 + 2/T_2)^2}{9} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} q := \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2T_1} + \frac{1}{2T_1 T_2^2} + \frac{\omega_1^2}{2T_2} + \frac{(1/T_1 + 2/T_2)^3}{27} + \\ - \frac{(1/T_1 + 2/T_2)((\omega - \omega_0)^2 + \omega_1^2 + 2/(T_1 T_2) + 1/T_2^2)}{6} . \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

In Gl. (A.7) gilt das obere Vorzeichen für u , das untere für v .

Mit der Anfangsbedingung $\vec{M}(0) = M_0 \vec{e}_z$ gilt:

$$B = -A \quad (\text{A.10})$$

sowie

$$C = \frac{\sqrt{3}(u+v)}{v-u} A \quad (\text{A.11})$$

und

$$A = M_0 \frac{\omega_1(\omega_0 - \omega)}{3(u^2 + uv + v^2)} . \quad (\text{A.12})$$

Die Lösungen für die anderen Komponenten findet man durch Auflösen der Gln. (A.2) bzw. (A.3) mit $M_B \rightarrow 0$ nach M'_y bzw. M'_z und Einsetzen der entsprechenden Ableitungen der Lösung von $M'_x(t)$ aus Gl. (A.6). Sie lauten:

$$M'_y(t) = \text{sign } \gamma \frac{\dot{M}'_x(t) + M'_x(t)/T_2}{\omega_0 - \omega} \quad (\text{A.13})$$

bzw.

$$M'_z(t) = \frac{1}{\omega_1} \left[M'_x(t) (\omega_0 - \omega) + \text{sign } \gamma (M'_y(t)/T_2 + \dot{M}'_y(t)) \right] \quad (\text{A.14})$$

Häufig gilt $1/T_1 \ll 1/T_2 \ll \omega' := \sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + \omega_1^2}$. Dann lauten die Lösungen der Bloch'schen Gleichungen im rotierenden Koordinatensystem:

$$M'_x(t) = M_0 \frac{\omega_1 (\omega_0 - \omega)}{\omega'^2} (1 - \cos \omega' t) e^{-\frac{2t}{3T_2}} \quad (\text{A.15})$$

$$M'_y(t) = \text{sign } \gamma M_0 \frac{\omega_1}{\omega'^2} \left[\frac{1}{3T_2} (1 - \cos \omega' t) + \omega' \sin \omega' t \right] e^{-\frac{2t}{3T_2}} \quad (\text{A.16})$$

$$M'_z(t) = M_0 \frac{1}{\omega'^2 T_2} \left[\frac{2}{3} \omega' \sin \omega' t + \frac{1}{9T_2} (1 - \cos \omega' t) + T_2 ((\omega - \omega_0)^2 + \omega_1^2 \cos \omega' t) \right] e^{-\frac{2t}{3T_2}}, \quad (\text{A.17})$$

wobei

$$u, v = \pm \frac{\omega'}{\sqrt{3}} \quad (\text{A.18})$$

gilt.

In all diesen Fällen ist die in Kap. 3.1.2 verwendete Randbedingung $|\vec{M}'(t)| \equiv |\vec{M}(t)| = M_0$ nicht mehr erfüllt. Erst wenn außerdem $T_2 \rightarrow \infty$ gilt, gilt diese wieder und es ergibt sich aus den Gln. (A.15) bis (A.17) die Lösung aus Gl. (3.11), bei der von Anfang an alle Relaxationsterme vernachlässigt wurden.

Anhang B

Symmetrie des k -Raums bei reeller Magnetisierung

Zunächst folgt durch Einsetzen in die Definition der Fourier-Transformation (Gl. (3.48)) in einer Dimension mit $M(x) \in \mathbf{R}$:

$$\tilde{M}(-k) = \tilde{M}^*(k) \quad . \quad (\text{B.1})$$

Definiert man die Funktion

$$\tilde{f}(k) := e^{-i\phi_0} \tilde{M}(k) \quad , \quad (\text{B.2})$$

so folgt aus Gl. (3.48)

$$\tilde{f}(-k) = e^{-i\phi_0} \int_{-\infty}^{\infty} M(x) e^{2\pi i k x} dx = e^{-2i\phi_0} \tilde{f}^*(k) \quad . \quad (\text{B.3})$$

Außerdem gilt mit Gl. (B.1)

$$\begin{aligned} M(x) &\equiv \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk = \int_{-\infty}^0 \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk + \int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk = \\ &= - \int_0^{\infty} \tilde{M}(-k) e^{-2\pi i k x} dk + \int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk = \int_0^{\infty} \tilde{M}^*(k) e^{-2\pi i k x} dk + \int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk = \\ &= \left(\int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right)^* + \int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk = 2 \Re \left[\int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right] \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Ferner ist mit den Gln. (B.1) und (B.4)

$$\begin{aligned}
2 \Im \left[\int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right] &= \int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk - \int_0^{\infty} \tilde{M}^*(k) e^{-2\pi i k x} dk = \\
&= \int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk - \int_0^{\infty} \tilde{M}(-k) e^{-2\pi i k x} dk = \\
&= \int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk - \int_{-\infty}^0 \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk = \\
&= M(x) - 2 \int_{-\infty}^0 \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk = \\
&= M(x) - 2 \Re \left[\int_{-\infty}^0 \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right] - 2i \Im \left[\int_{-\infty}^0 \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right] = \\
&= M(x) - 2 \Re \left[\int_0^{\infty} \tilde{M}^*(k) e^{-2\pi i k x} dk \right] - 2i \Im \left[\int_0^{\infty} \tilde{M}^*(k) e^{-2\pi i k x} dk \right] = \\
&= M(x) - 2 \Re \left[\left(\int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right)^* \right] - 2i \Im \left[\left(\int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right)^* \right] = \\
&= 2i \Im \left[\int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right]
\end{aligned} \tag{B.5}$$

$$\Rightarrow 2 \Im \left[\int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right] = 2i \Im \left[\int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right] \Rightarrow \Im \left[\int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right] = 0 \tag{B.6}$$

und mit Gl. (B.2), der Linearität der Fourier-Transformation und Gl. (B.3) analog zu der Rechnung in Gl. (B.4)

$$M(x) e^{-i\phi_0} = f(x) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(k) e^{2\pi i k x} dk = e^{-2i\phi_0} \left(\int_0^{\infty} \tilde{f}(k) e^{2\pi i k x} dk \right)^* + \int_0^{\infty} \tilde{f}(k) e^{2\pi i k x} dk \quad . \tag{B.7}$$

Daraus folgt mit den Gln. (B.2) und (B.4)

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} \tilde{f}(k) e^{2\pi i k x} dk &= M(x) e^{-i\phi_0} - e^{-2i\phi_0} \left(\int_0^{\infty} \tilde{f}(k) e^{2\pi i k x} dk \right)^* = \\
&= e^{-i\phi_0} \left[M(x) - \left(\int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right)^* \right] = \\
&= e^{-i\phi_0} \left(\frac{M(x)}{2} + i \Im \left[\int_0^{\infty} \tilde{M}(k) e^{2\pi i k x} dk \right] \right)
\end{aligned} \tag{B.8}$$

und schließlich mit Gl. (B.6)

$$\left| \int_0^{\infty} \tilde{f}(k) e^{2\pi i k x} dk \right| = \left| \frac{M(x)}{2} \right| . \tag{B.9}$$

Literaturverzeichnis

- [Abr73] A. Abragam; *The Principles of Nuclear Magnetism*; Clarendon Press Oxford (1973)
- [Agu04] L. Agulles Pedrós; *Influence of Diffusion on Contrast and Sensitivity in MRI of Gases*; Diplomarbeit am Institut für Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2004)
- [Alb94] M. S. Albert *et al.*; *Biological Magnetic Resonance Imaging Using Laser-Polarized ^{129}Xe* ; Nature **370** (1994) 199 – 201
- [And52] E. R. Andrew and F. A. Rushworth; *Ring Shims for Coned Magnet Polecaps*; Proceedings of the Physical Society B **65** (1952) 801 – 805
- [Bac96] P. Bachert *et al.*; *Nuclear Magnetic Resonance Imaging of Airways in Human Lungs with Use of Hyperpolarized ^3He* ; Magnetic Resonance in Medicine **36** (1996) 192 – 196
- [Bar74a] R. Barbé, M. Leduc et F. Laloë; *Résonance magnétique en champ de radiofréquence inhomogène. 1^{re} partie: Etude théorique*; Le Journal de Physique **35** (1974) 699 – 725
- [Bar74b] R. Barbé, M. Leduc et F. Laloë; *Résonance magnétique en champ de radiofréquence inhomogène. 2^e partie: Vérifications expérimentales; mesure du coefficient de self-diffusion de ^3He* ; Le Journal de Physique **35** (1974) 935 – 951
- [Bar00] P. J. Barnes; *Chronic Obstructive Pulmonary Disease*; The New England Journal of Medicine **343** (2000) 269 – 280
- [Bas94] P. J. Basser, J. Mattiello and D. Le Bihan; *Estimation of the Effective Self-Diffusion Tensor from the NMR Spin Echo*; Journal of Magnetic Resonance B **103** (1994) 247 – 254
- [Bat06] M. Batz; laufende Dissertation am Institut für Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz
- [Bee03] E. J. R. van Beek *et al.*; *Hyperpolarized 3-Helium MR Imaging of the Lungs: Testing the Concept of a Central Production Facility*; European Radiology **13** (2003) 2583 – 2586
- [Bee04] E. J. R. van Beek *et al.*; *Functional MRI of the Lung Using Hyperpolarized 3-Helium Gas*; Journal of Magnetic Resonance Imaging **20** (2004) 540 – 554
- [Ber01] J. Bermuth; *Bestimmung des elektrischen Formfaktors des Neutrons $G_{e,n}$ in der Reaktion $^3\vec{He}(\vec{e}, e'n)$ bei einem Impulsübertrag $Q^2 = 0.67 (\text{GeV}/c)^2$* ; Dissertation am Fachbereich Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2001)

- [Ber03] J. Bermuth *et al.*; *The Neutron Charge Form Factor and Target Analyzing Powers from ${}^3\text{He}(\vec{e}, e'n)$ Scattering*; Physics Letters B **564** (2003) 199 – 204
- [Ber04] M. Bernstein, K. King and X. Zhou; *Handbook of MRI Pulse Sequences*; Elsevier Verlag (2004)
- [Bid03] C. P. Bidinosti, J. Choukeife, P.-J. Nacher, G. Tastevin; *In Vivo NMR of Hyperpolarized ${}^3\text{He}$ in the Human Lung at Very Low Magnetic Fields*; Journal of Magnetic Resonance **162** (2003) 122 – 132
- [Bid04] C. P. Bidinosti, J. Choukeife, G. Tastevin, A. Vignaud and P.-J. Nacher; *MRI of the Lung Using Hyperpolarized ${}^3\text{He}$ at Very Low Magnetic Field (3 mT)*; Magnetic Resonance Materials in Physics, Biology and Medicine **16** (2004) 255 – 258
- [Bih01] D. Le Bihan *et al.*; *Diffusion Tensor Imaging: Concepts and Applications*; Journal of Magnetic Resonance Imaging **13** (2001) 534 – 546
- [Blo40] F. Bloch and A. Siegert; *Magnetic Resonance for Nonrotating Fields*; Physical Review **57** (1940) 522 – 527
- [Blo48] N. Bloembergen, E. M. Purcell and R. V. Pound; *Relaxation Effects in Nuclear Magnetic Resonance Absorption*; Physical Review **73** (1948) 679 – 715
- [Bol90] R. Boll; *Weichmagnetische Werkstoffe*; Vacuumschmelze GmbH (1990)
- [Bri03] E. Brief *et al.*; *Signal to Noise (SNR) for In Vivo MRI of Hyperpolarized (HPG) ${}^3\text{He}$ Gas at 1.5 T and 0.1 T*; Proceedings of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine **11** (2003) 1387
- [Cal88] P. T. Callaghan and C. D. Eccles; *Diffusion-Limited Resolution in Nuclear Magnetic Resonance Microscopy*; Journal of Magnetic Resonance **78** (1988) 1 – 8
- [Cal93a] P. T. Callaghan; *Principles of Magnetic Resonance Microscopy*; Clarendon Press Oxford (1993)
- [Cal93b] P. T. Callaghan, A. Coy, L. C. Forde and C. J. Roife; *Diffusive Relaxation and Edge Enhancement in NMR Microscopy*; Journal of Magnetic Resonance A **101** (1993) 347 – 350
- [Car54] H. Y. Carr and E. M. Purcell; *Effects of Diffusion on Free Precession in Nuclear Magnetic Resonance Experiments*; Physical Review **94** (1954) 630 – 642
- [Cat88] G. D. Cates, S. R. Schaefer and W. Happer; *Relaxation of Spins Due to Field Inhomogeneities in Gaseous Samples at Low Magnetic Fields and Low Pressures*; Physical Review A **37** (1988) 2877 – 2885
- [Che99] X. J. Chen *et al.*; *Spatially Resolved Measurements of Hyperpolarized Gas Properties in the Lung In Vivo. Part II: T_2^** ; Magnetic Resonance in Medicine **42** (1999) 729 – 737
- [Chm90] G. N. Chmurny and D. I. Hoult; *The Ancient and Honourable Art of Shimming*; Concepts in Magnetic Resonance **2** (1990) 131 – 149
- [Con06] M. S. Conradi, B. T. Saam, D. A. Yablonskiy and J. C. Woods; *Hyperpolarized ${}^3\text{He}$ and Perfluorocarbon Gas Diffusion MRI of Lungs*; Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy **48** (2006) 63 – 83
- [Coo65] J. W. Cooley and J. W. Tukey; *An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series*; Mathematics of Computation **19** (1965) 297 – 301

- [Den99] A. J. Deninger *et al.*; *Quantification of Regional Intrapulmonary Oxygen Partial Pressure Evolution During Apnea by ^3He MRI*; Journal of Magnetic Resonance **141** (1999) 207 – 216
- [Den00a] A. J. Deninger *et al.*; *^3He -MRI-Based Measurements of Intrapulmonary $p\text{O}_2$ and its Time Course During Apnea in Healthy Volunteers: First Results, Reproducibility, and Technical Limitations*; NMR in Biomedicine **13** (2000) 194 – 201
- [Den00b] A. Deninger; *Methodische Entwicklung der sauerstoff-sensitiven ^3He Kernspintomographie*; Dissertation am Fachbereich Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2000)
- [Den02] A. J. Deninger *et al.*; *Assessment of a Single-Acquisition Imaging Sequence for Oxygen-Sensitive ^3He -MRI*; Magnetic Resonance in Medicine **47** (2002) 105 – 114
- [Den06] A. Deninger *et al.*; *Paramagnetic Relaxation of Spin Polarized ^3He at Coated Glass Walls. Part II*; The European Physical Journal D **38** (2006) 439 – 443
- [Dur01] E. Durand; *Mise en oeuvre de l'imagerie par résonance magnétique du noyau d'hélium-3 hyperpolarisé et contribution à la caractéristique tissulaire des voies aériennes pulmonaires*; Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay (2001)
- [Dur02] E. Durand *et al.*; *CPMG Measurements and Ultrafast Imaging in Human Lungs with Hyperpolarized Helium-3 at Low Field (0.1 T)*; Magnetic Resonance in Medicine **47** (2002) 75 – 81
- [Ebe96] M. Ebert *et al.*; *Nuclear Magnetic Resonance Imaging with Hyperpolarized Helium-3*; The Lancet **347** (1996) 1297 – 1299
- [Ein05] A. Einstein; *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen*; Annalen der Physik **17** (1905) 549 – 560
- [Fal96] J. R. MacFall *et al.*; *Human Lung Air Spaces: Potential for MR Imaging with Hyperpolarized He-3*; Radiology **200** (1996) 553 – 558
- [Fan57] U. Fano; *Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques*; Reviews of Modern Physics **29** (1957) 74 – 93
- [FEM05] D. Meeker; *fem 4.0 – Finite Element Method Magnetics*; Aladdin Enterprises, Menlo Park, CA, USA (2005)
- [Fic04a] S. Fичeले *et al.*; *Investigating ^3He Diffusion NMR in the Lungs Using Finite Difference Simulations and In Vivo PGSE Experiments*; Journal of Magnetic Resonance **167** (2003) 1 – 11
- [Fic04b] S. Fичeले *et al.*; *Finite-Difference Simulations of ^3He Diffusion in 3D Alveolar Ducts: Comparison with the „Cylinder Model“*; Magnetic Resonance in Medicine **52** (2004) 917 – 920
- [Gem06] C. Gemmel; *Voruntersuchungen zu Lorentzinvarianz-Tests mit Hilfe eines ^3He -Magnetometers*; Diplomarbeit am Institut für Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2006)
- [Ger93] C. Gerthsen und H. Vogel; *Physik*; Springer-Lehrbuch, 17. Auflage (1993)
- [Gra87] U. Graf, H.-J. Henning, K. Stange und P.-T. Wilrich; *Formeln und Tabellen der angewandten mathematischen Statistik*; Springer-Verlag Berlin 1987

- [Gre90] D. D. McGregor; *Transverse Relaxation of Spin-Polarized ^3He Gas Due to a Magnetic Field Gradient*; Physical Review A **41** (1990) 2631 – 2635
- [Gro96] T. Großmann; *Optimierung beschichteter ^3He -Zellen mit Anwendungen in der Kernspintomographie*; Diplomarbeit am Institut für Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (1996)
- [Gro00] T. Großmann; *Realisierung des ^3He -Kreislaufs zur ^3He -Magnet-Resonanz-Tomographie*; Dissertation am Fachbereich Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2000)
- [Haa86] A. Haase, J. Frahm, D. Matthaei, W. Hänicke and K.-D. Merboldt; *FLASH Imaging. Rapid NMR Imaging Using Low Flip-Angle Pulses*; Journal of Magnetic Resonance **67** (1986) 258 – 266
- [Haa99] E. M. Haacke, R. W. Brown, M. R. Thompson and R. Venkatesan; *Magnetic Resonance Imaging – Physical Principles and Sequence Design*; Wiley-Liss Verlag (1999)
- [Haa00] A. Haase *et al.*; *NMR Probeheads for In Vivo Applications*; Concepts in Magnetic Resonance **12** (2000) 361 – 388
- [Hae88] B. Haefeli-Bleuer and E. R. Weibel; *Morphometry of the Human Pulmonary Acinus*; The Anatomical Record **220** (1988) 401 – 414
- [Hah50] E. L. Hahn; *Spin Echoes*; Physical Review **80** (1950) 580 – 601
- [Has01] K. C. Hasson, W. Happer and G. T. K. Zollinger; *Hyperpolarized Gas Transport Devices and Associated Transport Methods Using Permanent Magnets*; International Publication Number WO 01/11285 A1; World Intellectual Property Organization (2001)
- [Has03] K. C. Hasson, G. T. K. Zollinger, D. L. Zollinger, P. L. Bogorad and B. A. Wheeler; *Hyperpolarized Gas Containers, Solenoids, Transport and Storage Devices and Associated Transport and Storage Methods*; US Patent No. US 2003189182 (2003)
- [Has04] K. C. Hasson, W. Happer and G. T. K. Zollinger; *Hyperpolarized Gas Transport and Storage Devices and Associated Transport and Storage Methods Using Permanent Magnets*; US Patent No. US 2004065563 (2004)
- [Hen86] J. Hennig, A. Nauertth and H. Friedburg; *RARE Imaging: A Fast Imaging Method for Clinical MR*; Magnetic Resonance in Medicine **3** (1986) 823 – 833
- [Hie04] S. Hiebel and E. W. Otten; *Design Concept Development for a Thorax Scanner*; Final Report for ESTEC, Contract No. 15308/01/NL/PA CCN 2, 2004
- [Hir65] J. O. Hirschfelder, C. F. Curtis and R. B. Bird; *Molecular Theory of Gases and Liquids*; John Wiley & Sons, New York (1965)
- [Hys91] W. B. Hyslop and P. C. Lauterbur; *Effects of Restricted Diffusion on Microscopic NMR Imaging*; Journal of Magnetic Resonance **94** (1991) 501 – 510
- [IBS99] Bestellkatalog der Firma IBS Magnet, Berlin (1999)
- [Jac83] J. D. Jackson; *Klassische Elektrodynamik*; Verlag Walter de Gruyter 1983
- [Jea48] Sir J. Jeans; *An Introduction to the Kinetic Theory of Gases*; Cambridge at the University Press (1948)
- [Kar80] R. F. Karlicek and I. J. Lowe; *A Modified Pulsed Gradient Technique for Measuring Diffusion in the Presence of Large Background Gradients*; Journal of Magnetic Resonance **37** (1980) 75 – 91

- [KAT05] KATRIN Design Report 2004; Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Februar 2005
- [Kli73] V. Kliment; *Similarity and Dimensional Analysis, Evaluation of Aerosol Deposition in the Lungs of Laboratory Animals and Man*; Folia Morphologica **21** (1973) 59 – 64
- [Koe05] Datenblatt der Firma Koenig Feinstahl AG, CH-8953 Dietikon (2005)
- [Kop56] H. Kopfermann; *Kernmomente*; Akademische Verlagsgesellschaft Frankfurt am Main (1956)
- [Lab98] A. Labiche; *Génération de champs magnétiques statiques par courant et aimant permanent. Méthode de calcul de la synthèse de champ et réalisation de profil quelconque*; Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay (1998)
- [Lab04] LabVIEW™ 7.1; © 2004 National Instruments
- [Lin92] J. Link; *The Design of Resonator Probes with Homogeneous Radiofrequency Fields*; NMR Basic Principles and Progress **26** (1992) 3 – 31; Springer-Verlag Berlin
- [Lip05] D. A. Lipson and E. J. R. van Beek; *Functional Lung Imaging*; Lung Biology in Health and Disease **200** (2005) Taylor & Francis Group
- [Lue03] R. Lüllmann-Rauch; *Histologie*; Georg Thieme Verlag Stuttgart (2003)
- [Mai05] R. W. Mair *et al.*; *³He Lung Imaging in an Open Access, Very-Low-Field Human Magnetic Resonance Imaging System*; Magnetic Resonance in Medicine **53** (2005) 745 – 749
- [Man77] P. Mansfield; *Multi-Planar Image Formation Using NMR Spin Echoes*; Journal of Physics C **10** (1977) L 55 – L 58
- [MAT03] MATLAB®; *The Language of Technical Computing*; © 1984 – 2003 The MathWorks, Inc.
- [Mat04] Mathematica 5.1; © 1988 – 2004 Wolfram Research, Inc.
- [Mei58] S. Meiboom and D. Gill; *Modified Spin-Echo Method for Measuring Nuclear Relaxation Times*; The Review of Scientific Instruments **29** (1958) 688 – 691
- [MIN94] F. James; *MINUIT – Function Minimization and Error Analysis*; CERN Program Library Long Writeup D 506, Version 94.1 (1994)
- [Moe02] H. E. Möller *et al.*; *MRI of the Lungs Using Hyperpolarized Noble Gases*, Magnetic Resonance in Medicine **47** (2002) 1029 – 1051
- [Mom96] A. M. Momy; *Aimant pour l'imagerie par résonance magnétique structure mixte: résistif – permanent. Étude et réalisation*; Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay (1996)
- [Mor05] A. E. Morbach *et al.*; *Diffusion-Weighted MRI of the Lung with Hyperpolarized Helium-3: A Study of Reproducibility*; Journal of Magnetic Resonance Imaging **21** (2005) 765 – 774
- [Mor06a] A. E. Morbach *et al.*; *Mikrostruktur der Lunge: Untersuchung mittels Diffusionsmessung von hochpolarisiertem Helium-3*; Zeitschrift für Medizinische Physik **16** (2006) 114 – 122
- [Mor06b] A. E. Morbach; *Diffusionsgewichtete Helium-3 Magnetresonanztomographie zur Untersuchung der Lunge*; Dissertation am Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2006)
- [Mur68] J. S. Murday and R. M. Cotts; *Self-Diffusion Coefficient of Liquid Lithium*; The Journal of Chemical Physics **48** (1968) 4938 – 4945

- [Nac85] P.-J. Nacher and M. Leduc; *Optical Pumping in ^3He with a Laser*; Journal de Physique **46** (1985) 2057 – 2073
- [Neu74] C. H. Neuman; *Spin Echo of Spins Diffusing in a Bounded Medium*; The Journal of Chemical Physics **60** (1974) 4508 – 4511
- [New93] N. R. Newbury, A. S. Barton, G. D. Cates, W. Happer and H. Middleton; *Gaseous ^3He – ^3He Magnetic Dipolar Spin Relaxation*; Physical Review A **48** (1993) 4411 – 4420
- [Nol93] W. Nolting; *Grundkurs: Theoretische Physik, Band 3: Elektrodynamik*; Verlag Zimmermann-Neufang, Ulmen (1993)
- [OPE96] OPERA-3d; *Software for Electromagnetic Design*; Vector Fields Limited, Kidlington, Oxford, England (1996)
- [Oro04] A.-M. Oros and N. J. Shah; *Hyperpolarized Xenon in NMR and MRI*; Physics in Medicine and Biology **49** (2004) R 105 – R 153
- [Ott97] E. W. Otten *et al.*; *Transporteinrichtung für kernspinpolarisierte Gase, insbesondere Edelgase, wie die Isotope ^3He , ^{129}Xe* ; Offenlegungsschrift DE 19742548 A1, Deutsches Patent- und Markenamt (1997)
- [Ott98] E. W. Otten; *Repetitorium Experimentalphysik*; Springer-Verlag Berlin (1998)
- [Ott03] E. W. Otten, S. Hiebel, C. Pschierer, E. Rommel and A. Haase; *Design Concept of a MR Tomograph for Imaging the Airways in Human Lungs with Hyperpolarized ^3He* ; Final Report for ESTEC, Contract No. 15308/01/NL/PA, 2003
- [Ott04] E. W. Otten; *Take a Breath of Polarized Noble Gas*; Europhysics News **35** (2004) No. 1
- [Ott06] E. W. Otten, S. Hiebel, W. Heil und J. Schmiedeskamp; *Verfahren und Vorrichtungen zur weiträumigen Homogenisierung von Magnetfeldern durch Ummantelung mit gleichsinnig magnetisiertem ferromagnetischem Material*; Patentantrag No. 10 2006 055 559.7 vom 24.11.2006, Deutsches Patent- und Markenamt (2006)
- [Par05] J. Parra-Robles, A. R. Cross and G. E. Santyr; *Theoretical Signal-to-Noise Ratio and Spatial Resolution Dependence on the Magnetic Field Strength for Hyperpolarized Noble Gas Magnetic Resonance Imaging of Human Lungs*; Medical Physics **32** (2005) 221 – 229
- [Pet06] A. K. Petoukhov *et al.*; *Compact Magnetostatic Cavity for Polarized ^3He Neutron Spin Filter Cells*; Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A **560** (2006) 480 – 484
- [PHI00] *Magnetic Resonance Imaging Using Hyperpolarized Helium Gas as a Tool for the Diagnosis of Selected Respiratory Diseases*; EU Project Number QLG1-2000-01559 (2000), <http://www.phil.ens.fr>
- [Pre92] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery; *Numerical Recipes in FORTRAN 77*; Cambridge University Press (1992)
- [Pri57] H. Primas und Hs. H. Günthard; *Herstellung sehr homogener axialsymmetrischer Magnetfelder*; Helvetica Physica Acta, Bericht über die Tagung (1957) 331 – 346
- [Pri97] W. S. Price; *Pulsed-Field Gradient Nuclear Magnetic Resonance as a Tool for Studying Translational Diffusion: Part 1. Basic Theory*; Concepts in Magnetic Resonance **9** (1997) 299 – 336

- [Pue91] B. Pütz, D. Barsky and K. Schulten; *Edge Enhancement by Diffusion: Microscopic Magnetic Resonance Imaging of an Ultrathin Glass Capillary*; Chemical Physics Letters **183** (1991) 391 – 396
- [Pue92] B. Pütz, D. Barsky and K. Schulten; *Edge Enhancement by Diffusion in Microscopic Magnetic Resonance Imaging*; Journal of Magnetic Resonance **97** (1992) 27 – 53
- [Rai04] H. Raich and P. Blümler; *Design and Construction of a Dipolar Halbach Array with a Homogeneous Field from Identical Bar Magnets: NMR Mandhalas*; Concepts in Magnetic Resonance B **23** (2004) 16 – 25
- [Roh98] D. Rohe; *Messung des elektrischen Formfaktors des Neutrons $G_{e,n}$ an ${}^3\overline{\text{He}}$ mit dem A1-Elektronenspektrometer*; Dissertation am Fachbereich Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (1998)
- [Roh99] D. Rohe *et al.*; *Measurement of the Neutron Electric Form Factor $G_{e,n}$ at 0.67 (GeV/c) 2 via ${}^3\overline{\text{He}}(\overline{e}, e'n)$* ; Physical Review Letters **83** (1999) 4257 – 4260
- [Rom84] F. Roméo and D. I. Hoult; *Magnet Field Profiling: Analysis and Correcting Coil Design*; Magnetic Resonance in Medicine **1** (1984) 44 – 65
- [Ros38] M. E. Rose; *Magnetic Field Corrections in the Cyclotron*; Physical Review **53** (1938) 715 – 719
- [Rud06] D. Rudersdorf; laufende Dissertation am Institut für Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz
- [Saa95] B. Saam, W. Happer and H. Middleton; *Nuclear Relaxation of ${}^3\text{He}$ in the Presence of O_2* ; Physical Review A **52** (1995) 862 – 865
- [Saa99] B. Saam, D. A. Yablonskiy, D. S. Gierada and M. S. Conradi; *Rapid Imaging of Hyperpolarized Gas Using EPI*; Magnetic Resonance in Medicine **42** (1999) 507 – 514
- [Sal01a] M. Salerno *et al.*; *Hyperpolarized Noble Gas MR Imaging of the Lung: Potential Clinical Applications*; European Journal of Radiology **40** (2001) 33 – 44
- [Sal01b] M. Salerno, T. A. Altes, J. R. Brookeman, E. E. de Lange and J. P. Mugler III; *Dynamic Spiral MRI of Pulmonary Gas Flow Using Hyperpolarized ${}^3\text{He}$: Preliminary Studies in Healthy and Diseased Lungs*; Magnetic Resonance in Medicine **46** (2001) 667 – 677
- [Sal03] M. Salerno, T. A. Altes, J. R. Brookeman, E. E. de Lange and J. P. Mugler III; *Rapid Hyperpolarized ${}^3\text{He}$ Diffusion MRI of Healthy and Emphysematous Human Lungs Using an Optimized Interleaved-Spiral Pulse Sequence*; Journal of Magnetic Resonance Imaging **17** (2003) 581 – 588
- [Sal05] M. Salerno, J. R. Brookeman, E. E. de Lange and J. P. Mugler III; *Hyperpolarized ${}^3\text{He}$ Lung Imaging at 0.5 and 1.5 Tesla: A Study of Susceptibility-Induced Effects*; Magnetic Resonance in Medicine **53** (2005) 212 – 216
- [Sch65] L. D. Schearer and G. K. Walters; *Nuclear Spin-Lattice Relaxation in the Presence of Magnetic-Field Gradients*; Physical Review **139** (1965) A 1398 – A 1402
- [Sch99] W. Schreiber und R. Surkau; *Kernspintomographie der Lunge mit hochpolarisiertem Helium-3*; Physikalische Blätter **3** (1999) 45 – 48
- [Sch00a] D. J. Schaefer, J. D. Bourland and J. R. Nyenhuis; *Review of Patient Safety in Time-Varying Gradient Fields*; Journal of Magnetic Resonance Imaging **12** (2000) 20 – 29

- [Sch00b] W. G. Schreiber *et al.*; *Ultraschnelle MRT der Lungenventilation mittels hochpolarisiertem Helium-3*; Fortschritte auf dem Gebiet der Röntgenstrahlen und der bildgebenden Verfahren **172** (2000) 129 – 133
- [Sch01] W. G. Schreiber *et al.*; *Dynamic ^{19}F -MRI of Pulmonary Ventilation Using Sulfur Hexafluoride (SF_6) Gas*; Magnetic Resonance in Medicine **45** (2001) 605 – 613
- [Sch04a] J. Schmiedeskamp; *Weiterentwicklung einer Produktionsanlage und der Speichers- bzw. Transportkonzepte für hochpolarisiertes $^3\vec{\text{He}}$ – Anwendungen in Kernspintomographie und physikalischer Grundlagenforschung*; Dissertation am Fachbereich Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2004)
- [Sch04b] Internetseite der Fa. Schallenkammer Magnetsysteme GmbH, Rimpar (2004), <http://www.magnetsysteme.de>
- [Sch05] W. G. Schreiber *et al.*; *Assessment of Lung Microstructure with Magnetic Resonance Imaging of Hyperpolarized Helium-3*; Respiratory Physiology & Neurobiology **148** (2005) 23 – 42
- [Sch06a] J. Schmiedeskamp *et al.*; *Paramagnetic Relaxation of Spin Polarized ^3He at Bare Glass Surfaces. Part I*; The European Physical Journal D **38** (2006) 427 – 438
- [Sch06b] J. Schmiedeskamp *et al.*; *Relaxation of Spin Polarized ^3He by Magnetized Ferromagnetic Contaminants. Part III*; The European Physical Journal D **38** (2006) 445 – 454
- [Sch06c] W. G. Schreiber; persönliche Mitteilung
- [She00] F. G. Shellock; *Radiofrequency Energy-Induced Heating During MR Procedures: A Review*; Journal of Magnetic Resonance Imaging **12** (2000) 30 – 36
- [SIE87] *Technische Tabellen*; SIEMENS AG (1987)
- [Sli92] C. P. Slichter; *Principles of Magnetic Resonance*; Springer-Verlag (1992)
- [Sob82] J. Sobotta; *Atlas der Anatomie des Menschen*; Urban & Schwarzenberg Verlag München (1982)
- [Spe01] W. M. Spees, D. A. Yablonskiy, M. C. Oswald and J. J. H. Ackerman; *Water Proton MR Properties of Human Blood at 1.5 Tesla: Magnetic Suszeptibility, T_1 , T_2 , T_2^* , and Non-Lorentzian Signal Behavior*; Magnetic Resonance in Medicine **45** (2001) 533 – 542
- [Ste65a] E. O. Stejskal and J. E. Tanner; *Spin Diffusion Measurements: Spin Echoes in the Presence of a Time-Dependent Field Gradient*; The Journal of Chemical Physics **42** (1965) 288 – 292
- [Ste65b] E. O. Stejskal; *Use of Spin Echoes in a Pulsed Magnetic-Field Gradient to Study Anisotropic, Restricted Diffusion and Flow*; The Journal of Chemical Physics **43** (1965) 3597 – 3603
- [Suc05] M. Suchanek *et al.*; *Magnetic Resonance Imaging at Low Magnetic Field Using Hyperpolarized ^3He Gas*; Acta Physica Polonica A **107** (2005) 491 – 506
- [Suk03] A. L. Sukstanskii, J. J. H. Ackerman and D. A. Yablonskiy; *Effects of Barrier-Induced Nuclear Spin Magnetization Inhomogeneities on Diffusion-Attenuated MR Signal*; Magnetic Resonance in Medicine **50** (2003) 735 – 742
- [Swi95] T. M. De Swiet; *Diffusive Edge Enhancement in Imaging*; Journal of Magnetic Resonance B **109** (1995) 12 – 18

- [Tan68] J. E. Tanner and E. O. Stejskal; *Restricted Self-Diffusion of Protons in Colloidal Systems by the Pulsed-Gradient, Spin-Echo Method*; The Journal of Chemical Physics **49** (1968) 1768 – 1777
- [Thy04] Datenblatt der ThyssenKrupp Electrical Steel GmbH (2004), <http://www.tkes.com>
- [Tor56] H. C. Torrey; *Bloch Equations with Diffusion Terms*; Physical Review **104** (1956) 563 – 565
- [Tse98] C. H. Tseng *et al.*; *Low-Field MRI of Laser Polarized Noble Gas*; Physical Review Letters **81** (1998) 3785 – 3788
- [Vac88] Firmenschrift *Magnetische Abschirmungen*, Vacuumschmelze GmbH, Hanau (1988)
- [Ven03] A. K. Venkatesh *et al.*; *MRI of the Lung Gas-Space at very Low-Field Using Hyperpolarized Noble Gases*; Magnetic Resonance Imaging **21** (2003) 773 – 776
- [Ver88] S. Verbanck and M. Paiva; *Effective Axial Diffusion in an Expansible Alveolar Duct Model*; Respiration Physiology **73** 273 – 278 (1988)
- [Vig03a] A. Vignaud; *Influence de l'intensité du champ magnétique sur l'imagerie RMN des poumons à l'aide d'hélium-3 hyperpolarisé*; Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay (2003)
- [Vig03b] A. Vignaud *et al.*; $T_2^{(CPMG)}$ in Human Lungs with Hyperpolarized Helium-3 at 0.1 T and 1.5 T: Sensitivity to Lung Filling Conditions; Proceedings of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine **11** (2003) 1384
- [Vig05] A. Vignaud *et al.*; *Magnetic Susceptibility Matching at the Air-Tissue Interface in Rat Lung by Using a Superparamagnetic Intravascular Contrast Agent: Influence on Transverse Relaxation Time of Hyperpolarized Helium-3*; Magnetic Resonance in Medicine **54** (2005) 28 – 33
- [Way66] R. C. Wayne and R. M. Cotts; *Nuclear-Magnetic-Resonance Study of Self-Diffusion in a Bounded Medium*; Physical Review **151** (1966) 264 – 272
- [Wil95] E. Wilms; *Absolutmessung der Kernspinpolarisation in abfüllbaren polarisierten ^3He -Hochdruckzellen*; Diplomarbeit am Institut für Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (1995)
- [Wil02] J. M. Wild *et al.*; *MR Imaging of the Lungs with Hyperpolarized Helium-3 Gas Transported by Air*; Physics in Medicine and Biology **47** (2002) N 185 – N 190
- [Wil04] J. M. Wild *et al.*; *Comparison Between 2D and 3D Gradient-Echo Sequences for MRI of Human Lung Ventilation with Hyperpolarized ^3He* ; Magnetic Resonance in Medicine **52** (2004) 673 – 678
- [Wol04] M. Wolf; *Erzeugung höchster ^3He Kernspinpolarisation durch metastabiles optisches Pumpen*; Dissertation am Fachbereich Physik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2004)
- [Won99] G. P. Wong *et al.*; *A System for Low Field Imaging of Laser-Polarized Noble Gas*; Journal of Magnetic Resonance **141** (1999) 217 – 227
- [Yab02] D. A. Yablonskiy *et al.*; *Quantitative In Vivo Assessment of Lung Microstructure at the Alveolar Level with Hyperpolarized ^3He Diffusion MRI*; Proceedings of the National Academy of Sciences **99** (2002) 3111 – 3116

- [Yab05] D. A. Yablonskiy, A. L. Sukstanskii and J. J. H. Ackerman; *Image Artifacts in very Low Magnetic Field MRI: The Role of Concomitant Gradients*; Journal of Magnetic Resonance **174** (2005) 279 – 286
- [Zin89] P. Zinnecker; *Eigenschaften und Korrektur der Umlenkmagnete der dritten Stufe von MAMI*; Diplomarbeit am Institut für Kernphysik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz (1989)