

Verwendung von Präzisionsmessungen zur Eingrenzung von Effekten jenseits des Standardmodells mittels eines effektiven feldtheoretischen Zugangs



Dissertation zur Erlangung des Grades
“Dr. rer. nat.”
im Institut für Physik
des Fachbereichs Physik, Mathematik und Informatik der
Johannes Gutenberg-Universität, Mainz

Astrid Bauer
geboren in Worms

Mainz, 25.09.2006



**Verwendung von Präzisionsmessungen zur
Eingrenzung von Effekten jenseits des Standardmodells
mittels eines effektiven feldtheoretischen Zugangs**
Dissertation, Universität Mainz

Termin der mündlichen Prüfung: 01.12.2006

Astrid Bauer
Theoretische Elementarteilchenphysik
Institut für Physik
Staudingerweg 7
55128 Mainz
Astrid.Bauer@ThEP.Physik.Uni-Mainz.de

“... gebrauche gewöhnliche Worte
und sage ungewöhnliche Dinge!”

(Arthur Schopenhauer, 1788-1860)

Abstract

The standard model of elementary particle physics (SM) is perhaps the most significant theory in physics. It describes the interacting matter and gauge fields at high precision. Nevertheless, there are a few requirements, which are not fulfilled by the SM, for example the incorporation of gravity, neutrino oscillations and further open questions.

On the way to a more comprehensive theory, one can make use of an effective power series ansatz, which describes the SM physics as well as new phenomena. We exploit this ansatz to parameterize new effects with the help of a new mass scale and a set of new coupling constants. In the lowest order, one retrieves the SM. Higher order effects describe the new physics. Requiring certain properties under symmetry transformations gives a proper number of effective operators with mass dimension six. These operators are the starting point of our considerations.

First, we calculate decay rates and cross sections, respectively, for selected processes under the assumption that only one new operator contributes at a time. Assuming that the observable's additional contribution is smaller than the experimental error, we give upper limits to the new coupling constant depending on the new mass scale. For this purpose we use leptonic and certain semileptonic precision data.

On the one hand, the results presented in this thesis give physicists the opportunity to decide, which experiments are good candidates to increase precision. On the other hand, they show which experiment has the most promising potential for discoveries.

Zusammenfassung

Es gibt kaum eine präzisere Beschreibung der Natur als die durch das Standardmodell der Elementarteilchen (SM). Es ist in der Lage bis auf wenige Ausnahmen, die Physik der Materie- und Austauschfelder zu beschreiben. Dennoch ist man interessiert an einer umfassenderen Theorie, die beispielsweise auch die Gravitation mit einbezieht, Neutrinooszillationen beschreibt, und die darüber hinaus auch weitere offene Fragen klärt.

Um dieser Theorie ein Stück näher zu kommen, befasst sich die vorliegende Arbeit mit einem effektiven Potenzreihenansatz zur Beschreibung der Physik des Standardmodells und neuer Phänomene. Mit Hilfe eines Massenparameters und einem Satz neuer Kopplungskonstanten wird die Neue Physik parametrisiert. In niedrigster Ordnung erhält man das bekannte SM, Terme höherer Ordnung in der Kopplungskonstanten beschreiben die Effekte jenseits des SMs. Aus gewissen Symmetrie-Anforderungen heraus ergibt sich eine definierte Anzahl von effektiven Operatoren mit Massendimension sechs, die den hier vorgestellten Rechnungen zugrunde liegen.

Wir berechnen zunächst für eine bestimmte Auswahl von Prozessen zugehörige Zerfallsbreiten bzw. Wirkungsquerschnitte in einem Modell, welches das SM um einen einzigen neuen effektiven Operator erweitert. Unter der Annahme, dass der zusätzliche Beitrag zur Observablen innerhalb des experimentellen Messfehlers ist, geben wir anhand von vorliegenden experimentellen Ergebnissen aus leptonischen und semileptonischen Präzisionsmessungen Ausschlussgrenzen der neuen Kopplungen in Abhängigkeit von dem Massenparameter an.

Die hier angeführten Resultate versetzen Physiker zum Einen in die Lage zu beurteilen, bei welchen gemessenen Observablen eine Erhöhung der Präzision sinnvoll ist, um bessere Ausschlussgrenzen angeben zu können. Zum anderen erhält man einen Anhaltspunkt, welche Prozesse im Hinblick auf Entdeckungen Neuer Physik interessant sind.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	vi
Tabellenverzeichnis	x
Motivation	1
I Theoretische Grundlagen	5
1 Das Standardmodell der Elementarteilchen	7
1.1 Fermionfelder	8
1.2 Eichfelder	9
1.3 Der Higgs-Mechanismus	9
1.4 Symmetrien und Erhaltungsgrößen	12
2 Effektive Feldtheorien	15
2.1 Entkoppelnde und nicht entkoppelnde Theorien	15
2.2 Die Fermi-Feynman-Gell-Mann-Theorie	15
2.3 Chirale Störungstheorie für Mesonen	18
3 Der modellunabhängige effektive Ansatz	23
3.1 Theoretische Annahmen und Voraussetzungen	23
3.2 Die Notation betreffende Bemerkungen	26
3.3 Der effektive Operator mit Dimension Fünf	28
3.4 Die effektiven Operatoren mit Dimension Sechs	29
3.4.1 Die leptonischen Vier-Fermion-Operatoren	29
3.4.2 Die leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren	30
3.4.3 Die semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren	32
3.4.4 Die hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren	33
4 Modelle	35
4.1 Compositeness	35
4.2 Leptoquarks	37
4.3 Supersymmetrie	40
4.3.1 Lagrange-Dichte des MSSM	40
4.3.2 R_p -Parität	47
4.3.3 MSSM mit R_p -Paritätserhaltung	48

4.3.4	MSSM mit R_p -Paritätsverletzung	52
4.3.5	Verbindung zwischen Supersymmetrie und dem effektiven Ansatz	53
4.4	Allgemeine Modelle mit zwei Higgs-Doublets	55
4.5	Das allgemeine Higgs-Triplett-Modell	58
4.6	Grand Unified Theories	59
II	Phänomenologische Betrachtungen	63
5	Zur Bestimmung experimenteller Grenzen für effektive Kopplungen	65
5.1	Zur Auswahl der betrachteten Prozesse	65
5.2	Zur Herleitung von Ausschlussgrenzen	67
6	Leptonische Zerfallsprozesse	69
6.1	Die Myon-Lebensdauer	69
6.2	Der polarisierte Myon-Zerfall	82
6.3	Tau-Zerfälle in ein geladenes Lepton und zwei Neutrinos	92
6.4	Vergleich der Ergebnisse aus den Zerfällen $l \rightarrow l' \nu \nu$	99
6.5	Zerfall des Myons in drei Elektronen	100
6.6	Zerfall des Tau-Leptons in drei Elektronen	103
6.7	Zerfall des Tau-Leptons in drei Myonen	105
6.8	Vergleich der Ergebnisse aus den Zerfällen $l^- \rightarrow l'^- l'^+ l'^-$	105
6.9	Tau-Zerfall in ein Leptonpaar l^+, l^- und ein Antilepton l'^+	108
6.10	Tau-Zerfall in ein Antilepton l^+ und zwei identische Leptonen l'^-	111
7	Leptonische Streuprozesse	113
7.1	Der inverse Myon-Zerfall	113
7.2	Elastische Myon(anti)neutrino-Elektron-Streuung	118
7.3	Elastische Elektron-Elektronneutrino-Streuung	122
7.4	Vergleich der Ergebnisse aus den Streuprozessen	125
8	Prozesse mit reellem, neutralem Eichboson	127
8.1	Der neutrinolose Myon-Zerfall	128
8.2	Neutrinolose τ -Zerfälle	130
8.3	Vergleich der Ergebnisse der neutrinolosen Leptonzerfälle	132
8.4	Zerfälle $Z^0 \rightarrow l^+ l^-$	132
9	Semileptonische Prozesse	137
9.1	Vorbemerkungen zu Zerfällen der geladenen Mesonen	138
9.2	Das Pion-Zerfallsverhältnis	143
9.3	Das Kaon-Zerfallsverhältnis	151
9.4	Zerfälle des neutralen Pions $\pi^0 \rightarrow l \bar{l}$	156
9.4.1	Zerfälle $\pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$, $i, j = e, \mu, \tau$	156

9.4.2	LNC-Zerfälle $\pi^0 \rightarrow l^+l^-$	156
9.4.3	LNV-Zerfälle $\pi^0 \rightarrow l^+l'^-$	157
9.5	Vorbemerkungen zu den Zerfällen $\tau \rightarrow \text{Meson} + \text{Neutrino}$	161
9.6	τ -Zerfall in Pion und Neutrino	163
9.7	τ -Zerfall in Kaon und Neutrino	165
9.8	Zerfälle des Tau-Leptons in ein neutrales Pion und ein geladenes Lepton	167
9.9	Lepton-Nukleon-Streuung	169
9.10	Myon-Konversion	173
III	Zusammenfassung	177
10	Ergebnisse	179
10.1	Allgemeine Bemerkungen	179
10.2	Die stärksten Ausschlussgrenzen	183
11	Ausblick	195
IV	Anhang	197
A	Konventionen	199
A.1	Dirac-Matrizen und Spinoren	199
A.2	Gell-Mann-Matrizen	201
B	Nützliche Relationen	203
B.1	Die Fierz-Transformation	203
C	Feynman-Regeln im Standardmodell	205
D	Feynman-Regeln für effektive Operatoren mit Dimension Sechs	209
D.1	Leptonische Vier-Fermion-Operatoren	210
D.2	Leptonische Drei-Teilchen-Operatoren	213
D.3	Semileptonische Vier-Fermion-Operatoren	218
D.4	Hadronische Drei-Teilchen-Operatoren	223
E	Physikalische Konstanten	229
E.1	Allgemeine Konstanten	229
E.2	Massen	229
E.3	Lebensdauern und verwandte Konstanten	229
	Literaturverzeichnis	231

Abbildungsverzeichnis

2.1	Übergang von elektroschwacher zur Fermi-Theorie	16
4.1	loop-induzierter Vier-Fermion-Vertex mit SUSY und R_p	48
4.2	Zu einem Impuls proportionaler Drei-Teilchen-Vertex mit SUSY und R_p	49
4.3	Drei-Teilchen-Vertex mit SUSY und R_p	50
4.4	Leptonfamilienzahl verletzender Drei-Teilchen-Vertex mit SUSY und R_p	50
4.5	Neutrinomischung mit Hilfe des Superpotenzials eines SUSY-Modells mit R_p	51
4.6	$\mu^\pm \rightarrow e^\pm \gamma$ aus SUSY mit R_p	51
4.7	Vier-Fermion-Vertex aus SUSY mit \cancel{R}_p	52
4.8	Drei-Teilchen-Vertex aus SUSY mit \cancel{R}_p	53
4.9	Neutrinomischung mit SUSY und \cancel{R}_p	53
4.10	Higgs-Kopplung an Fermionen im 2HDM	57
4.11	Drei-Teilchen-Vertizes im 2HDM	58
4.12	Vereinheitlichung der Eichkopplungen durch SUSY	60
5.1	Neutrinomischung als Ursache effektiver Drei-Teilchen-Wechselwirkungen mit LFV	65
6.1	Feynman-Graph zum Myon-Zerfall im Standardmodell.	69
6.2	Diagramme des s - und t -Kanals für $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$	101
7.1	Elektron-Myon-neutrino-Streuung	113
9.1	Schematische Darstellung eines Mesonzerfalls in zwei Leptonen	137
9.2	Mesonzerfall realisiert durch einen semileptonischen Vier-Fermion-Operator	138
9.3	Mesonzerfall realisiert mit Hilfe eines hadronischen bzw. leptonischen Drei-Teilchen-Operators	138
9.4	Feynman-Diagramm für $\pi^0 \rightarrow l\bar{l}$	156
9.5	Feynman-Diagramm für $\pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$	157

Tabellenverzeichnis

1.1	Die drei Fermionengenerationen	7
4.1	Die erste Generation des Teilchen- und Superteilchenspektrums des MSSM	40
4.2	Bausteine des MSSM	41
6.1	Exemplarisch: maximale Anzahl von Flavor-Kombinationen.	72
6.2	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}$, $\mathcal{O}_{ll(3)}$, \mathcal{O}_{le} (Myon-Lebensdauer) .	74
6.3	Schranken für die Kopplungen von \mathcal{O}_{lB} (Myon-Lebensdauer)	75
6.4	Schranken für die Kopplungen von \mathcal{O}_{lW} (Myon-Lebensdauer)	76
6.5	Schranken für die Kopplungen von \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} (Myon-Lebensdauer) .	77
6.6	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{\phi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\phi l(3)}$, $\mathcal{O}_{\phi e}$ (Myon-Lebensdauer)	78
6.7	Schranken für die Kopplungen von \mathcal{O}_{De} , $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ (Myon-Lebensdauer)	79
6.8	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}$, $\mathcal{O}_{ll(3)}$, \mathcal{O}_{le} (KARMEN)	80
6.9	Schranken für die Kopplungen der Drei-Teilchen-Operatoren (KARMEN) .	81
6.10	Kopplungsstärke der Vier-Fermion-Operatoren beim normalen Myonzerfall	87
6.11	Schranken für die Operatoren $\mathcal{O}_{ll(1)}$, $\mathcal{O}_{ll(3)}$, \mathcal{O}_{le} (Michel-Parameter)	89
6.12	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}$, $\mathcal{O}_{ll(3)}$, \mathcal{O}_{le} , $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu} \nu)$. . .	93
6.13	Schranken für die Kopplungen von \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} , \mathcal{O}_{lW} , $\text{BR}(\tau^- \rightarrow$ $e^- \bar{\nu} \nu)$	94
6.14	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{\phi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\phi l(3)}$, $\mathcal{O}_{\phi e}$, \mathcal{O}_{De} , $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$, $\text{BR}(\tau^- \rightarrow$ $e^- \bar{\nu} \nu)$	95
6.15	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}$, $\mathcal{O}_{ll(3)}$, \mathcal{O}_{le} , $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu} \nu)$. . .	96
6.16	Schranken für die Kopplungen von \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} , \mathcal{O}_{lW} , $\text{BR}(\tau^- \rightarrow$ $\mu^- \bar{\nu} \nu)$	97
6.17	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{\phi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\phi l(3)}$, $\mathcal{O}_{\phi e}$, \mathcal{O}_{De} , $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$, $\text{BR}(\tau^- \rightarrow$ $\mu^- \bar{\nu} \nu)$	98
6.18	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}$, $\mathcal{O}_{ll(3)}$, \mathcal{O}_{ee} , \mathcal{O}_{le} , \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} , \mathcal{O}_{lW} , $\mathcal{O}_{\phi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\phi l(3)}$, \mathcal{O}_{De} , $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$, $\text{BR}(\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-)$, SINDRUM	102
6.19	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}$, $\mathcal{O}_{ll(3)}$, \mathcal{O}_{ee} , \mathcal{O}_{le} , \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} , \mathcal{O}_{lW} , $\mathcal{O}_{\phi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\phi l(3)}$, \mathcal{O}_{De} , $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$, $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-)$, BABAR	104
6.20	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}$, $\mathcal{O}_{ll(3)}$, \mathcal{O}_{ee} , \mathcal{O}_{le} , \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} , \mathcal{O}_{lW} , $\mathcal{O}_{\phi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\phi l(3)}$, \mathcal{O}_{De} , $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$, $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-)$, BABAR	106
6.21	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}$, $\mathcal{O}_{ll(3)}$, \mathcal{O}_{ee} , \mathcal{O}_{le} , \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} , \mathcal{O}_{lW} , $\mathcal{O}_{\phi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\phi l(3)}$, \mathcal{O}_{De} , $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$, $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-)$, BELLE	108

Tabellenverzeichnis

6.22	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{ee}, \mathcal{O}_{le}, \mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}, \mathcal{O}_{\phi l(1)}, \mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}$, BR($\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$), BELLE	109
6.23	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{le}$, BR($\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ e^-$), BABAR	112
6.24	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{le}$, BR($\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ \mu^-$), BABAR	112
7.1	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{le}, \sigma_{as}^0(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_e \mu^-)$, CHARM	115
7.2	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}, \mathcal{O}_{\phi l(1)}, \mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, \sigma_{as}^0(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_e \mu^-)$, CHARM	116
7.3	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{le}, \mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}, \mathcal{O}_{\phi l(1)}, \mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, \sigma_0(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_j e^-)$, E734	120
7.4	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{le}, \mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}, \mathcal{O}_{\phi l(1)}, \mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, \sigma^0(\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_j e^-)$, E734	121
7.5	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{le}, \mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}, \mathcal{O}_{\phi l(1)}, \mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, \sigma^0(\nu_e e^- \rightarrow \nu_j e^-)$, CNTR	123
8.1	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}$ BR($\mu^- \rightarrow e^- \gamma$), MEGA	129
8.2	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}, \tau^- \rightarrow e^- \gamma$, BELLE	130
8.3	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}, \tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, BABAR	131
8.4	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}, \mathcal{O}_{\phi l(1)}, \mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{\phi e}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, Z \rightarrow e^\pm \mu^\mp, Z \rightarrow e^\pm \tau^\mp, Z \rightarrow \mu^\pm \tau^\mp$	133
9.1	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, \pi^+ \rightarrow e^+ \nu_i$	146
9.2	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, \pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_i$	147
9.3	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{lq(3)}, \mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}, \pi^+ \rightarrow e^+ \nu_i$	148
9.4	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{lq(3)}, \mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}, \pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_i$	149
9.5	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{Du}, \mathcal{O}_{Dd}, \mathcal{O}_{\bar{D}u}, \mathcal{O}_{\bar{D}d}, \pi^+ \rightarrow l^+ \nu_l$	150
9.6	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{\phi q(3)}, \mathcal{O}_{\phi\phi}, \pi^+ \rightarrow l^+ \nu_l$	150
9.7	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, K^+ \rightarrow e^+ \nu_i$	152
9.8	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_i$	152
9.9	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{lq(3)}, \mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}, K^+ \rightarrow e^+ \nu_i$	153
9.10	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{lq(3)}, \mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}, K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_i$	154
9.11	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{Du}, \mathcal{O}_{Dd}, \mathcal{O}_{\bar{D}u}, \mathcal{O}_{\bar{D}d}, K^+ \rightarrow l^+ \nu_l$	154
9.12	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{\phi q(3)}, \mathcal{O}_{\phi\phi}, K^+ \rightarrow l^+ \nu_l$	155
9.13	Schranken für die Kopplung von $\mathcal{O}_{\phi l(1)}, \mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{\phi e}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, \pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$	160
9.14	Schranken für die Kopplung von $\mathcal{O}_{l\phi(3)}, \mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}, \mathcal{O}_{eu}, \mathcal{O}_{ed}, \mathcal{O}_{lu}, \mathcal{O}_{ld}, \pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$	161
9.15	Schranken für die Kopplung von $\mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, \tau^- \rightarrow \pi^- \nu$	164

9.16	Schranken für die Kopplung von $\mathcal{O}_{lq(3)}, \mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}, \tau^- \rightarrow \pi^- \nu$	164
9.17	Schranken für die Kopplung von $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}, \mathcal{O}_{\varphi\varphi}, \mathcal{O}_{Du}, \mathcal{O}_{Dd}, \mathcal{O}_{\bar{D}u}, \mathcal{O}_{\bar{D}d}, \tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$	165
9.18	Schranken für die Kopplung von $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, \tau^- \rightarrow K^- \nu$	166
9.19	Schranken für die Kopplung von $\mathcal{O}_{lq(3)}, \mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}, \tau^- \rightarrow \pi^- \nu$	166
9.20	Schranken für die Kopplung von $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}, \mathcal{O}_{\varphi\varphi}, \mathcal{O}_{Du}, \mathcal{O}_{Dd}, \mathcal{O}_{\bar{D}u}, \mathcal{O}_{\bar{D}d}, \tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$	167
9.21	Schranken für die Kopplung von $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}, \mathcal{O}_{\varphi e}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}, \pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$	168
9.22	Schranken für die Kopplung von $\mathcal{O}_{l\varphi(3)}, \mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}, \mathcal{O}_{eu}, \mathcal{O}_{ed}, \mathcal{O}_{lu}, \mathcal{O}_{ld}, \pi^0 \rightarrow$ $e^\pm \mu^\mp$	168
9.23	LNV Lepton-Nukleon-Streuung, H1	170
9.24	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}$, Myon-Konversion	174
9.25	Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{lq(1)}, \mathcal{O}_{lq(3)}, \mathcal{O}_{qe}, \mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}, \mathcal{O}_{eu}, \mathcal{O}_{ed},$ $\mathcal{O}_{lu}, \mathcal{O}_{ld}$, Myon-Konversion	175
10.1	Überblick über die Beiträge leptonischer Operatoren, rein leptonische Prozesse	180
10.2	Überblick über die leptonischen Operatoren, Prozesse mit Z, γ bzw. Mesonen	181
10.3	Überblick über die semileptonischen und hadronischen Operatoren	182
10.4	Zusammenfassung: $\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{le}, \mathcal{O}_{ee}$	184
10.5	Zusammenfassung (Fortsetzung): $\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{le}, \mathcal{O}_{ee}$	185
10.6	Zusammenfassung: $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}, \mathcal{O}_{\varphi e}, \mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}$	186
10.7	Zusammenfassung: $\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}$ mit Flavor $(e\mu), (\mu e)$	187
10.8	Zusammenfassung: $\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}$ mit Flavor $(e\tau), (\tau e)$	188
10.9	Zusammenfassung: $\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}, \mathcal{O}_{lW}$ mit Flavor $(\mu\tau), (\tau\mu)$	189
10.10	Zusammenfassung: $\mathcal{O}_{lq(3)}, \mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}$	190
10.11	Zusammenfassung (Fortsetzung): $\mathcal{O}_{lu}, \mathcal{O}_{ld}$	192
10.12	Zusammenfassung: $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}, \mathcal{O}_{\varphi\varphi}, \mathcal{O}_{Du}, \mathcal{O}_{Dd}, \mathcal{O}_{\bar{D}u}, \mathcal{O}_{\bar{D}d}$	192

Motivation

Seit nunmehr fast vierzig Jahren erlebt das *Standardmodell der Elementarteilchen* [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] einen unvergleichlich erfolgreichen Siegeszug im Hinblick auf Vorhersagen und Nachprüfbarkeit. Keine andere Theorie in irgendeinem Teilgebiet der Physik kann mit seiner breitgefächerten Vorhersagekraft konkurrieren. Die Entdeckung des top-Quarks [8], der W - und Z -Bosonen [9] sowie die Quarkmischung [10, 11] sind nur einige Beispiele, in denen sich die Symmetrie der theoretischen Formulierung des Modells in der Natur widerspiegelt. Insgesamt werden die Phänomene der elektroschwachen und starken Wechselwirkungen mit hoher Präzision erklärt und beschrieben. Und doch gibt es vereinzelt Fragestellungen, auf die das Standardmodell keine rundum zufrieden stellende Antwort liefert und wie ein mehr oder weniger zufällig zusammengestelltes Regelwerk erscheinen lässt. Da wir uns in einer Zeit befinden, in der wir immer dichter an die Entdeckung neuer Teilchen bzw. neuer Wechselwirkungen heranreichen, besteht die konkrete Hoffnung auf baldige Beantwortung der offenen Probleme und Fragen u.a. durch Experimente an Hadronbeschleunigern wie dem Tevatron¹, dem LHC² oder dem ILC³.

Vor allem durch Hochenergieexperimente mit kosmischer Strahlung, beschleunigten Teilchen, aber auch durch Miteinbeziehen der astrophysikalischen Beobachtungen, tasten wir uns weiter an die Antworten zu den fundamentalen Fragestellungen heran:

Wieso kommen die Elementarteilchen in einem Schema vor, das sich mindestens dreimal zu wiederholen scheint, obwohl eine Generation von Teilchen zum Aufbau der Materie völlig ausreichend ist? Sollte das Ergebnis von LSND [12, 13], welches durch KARMEN [14] nicht bestätigt wurde, durch MiniBoone [15] bekräftigt werden, ist es wahrscheinlich, dass wir uns sogar mit vier Neutrinoarten befassen müssen⁴. Zum augenblicklichen Zeitpunkt ist der Higgs-Mechanismus [17, 18] zwar vielerorts akzeptiert, weil er sich widerspruchsfrei in das Standardmodell eingliedern lässt und zusätzlich sowohl eine Erklärung für die Masse der Eichbosonen als auch eichinvariante Massenterme für die Materiefelder liefert, jedoch fehlt die experimentelle Evidenz der Existenz des Higgs-Bosons und somit die wesentliche Grundlage. Spielen vielleicht andere skalare Multipletts (doppelt geladene, mehrere Doublets, Triplets, usw.) in diesem Sektor eine Rolle? Wieso ist es so eingerichtet, dass die Quarkmassen innerhalb einer Generation nur wenig variieren, die Massen der von Lepton und zugehörigem Neutrino allerdings um viele Größenordnungen auseinanderklaffen? Im

¹ Tera **eV** synchro**tron** am Fermilab, Chicago

² Large **H**adron **C**ollider am CERN, Genf

³ International **L**inear **C**ollider, dessen Lokalisierung bisher nicht feststeht.

⁴ Erste Ergebnisse werden in 2006 erwartet [16].

Rahmen des Standardmodells werden Neutrinos sogar als masselose Teilchen behandelt, was sich jedoch durch die Experimente mit solaren [19, 20, 21], atmosphärischen [22] und Reaktor-neutrinos [23] als irri-ge Annahme herausgestellt hat. Weshalb sind die Mischungen im Quarksektor klein, wohingegen die Mischungen im Leptonsektor groß zu sein scheinen? Die Existenz der Neutrinooszillationen beinhaltet die Verletzung einer bis dahin als exakt erachteten Symmetrie. Impliziert die Verletzung der Leptongenerationzahl eventuell ebenfalls die Verletzung der Gesamtleptonzahl? Welchen Einfluss hätte das auf den Baryonsektor, auf die Leptogenesis und auf die Entwicklung des Universums? Neutrinos sind das verbindende Glied zwischen dem Mikrokosmos der Elementarteilchen und den kosmischen Größenordnungen und rechtfertigen unter anderem die Frage nach der großen Vereinheitlichung. Ist es möglich, eine einheitliche Formulierung der vier bekannten Wechselwirkungen anzugeben und wie sieht sie aus? Kann man ausschließen, dass es weitere Kräfte gibt, die sich unseren bisherigen Beobachtungen entziehen? Wie verhält sich das Standardmodell bei sehr großen Energien, in deren Bereich wir heute noch keinen Blick werfen können? Wird sich einmal mehr herausstellen, dass die Phänomene, die wir jetzt beobachten, beschreiben und vorhersagen können, nur eine unscharfe Darstellung einer tieferliegenden Art von Kraft bzw. Symmetrie sind, wie es in der Geschichte der physikalischen Modellbildung schon des Öfteren der Fall war [24]?

Es erscheint uns unbefriedigend, das Standardmodell der Elementarteilchen in seiner heutigen Form als der Weisheit letzter Schluss zu akzeptieren und durch Berechnung von Strahlungskorrekturen beliebiger Ordnung die Präzision allein der durch das Standardmodell beschreibbaren Phänomene zu erhöhen. Deshalb gehen wir speziell der Frage nach, ob es möglich ist, anhand der vorliegenden experimentellen Daten, bzw. in Kürze erreichbarer Genauigkeit, Neue Physik zu sehen. In welchen Prozessen könnte man eine neue Kraft durch Messungen sichtbar machen? Welche Messgrößen sind nicht sensitiv auf neue Effekte?

An dieser Stelle scheint uns ein kurzer Leitfaden für die Lesende⁵ von Bedeutung. Der mit dem Standardmodell vertrauten Leserin bieten Kapitel 1 und 2 eine knappe Wiederholung der für diese Arbeit wesentlichen Aspekte des Standardmodells und der Terminologie der effektiven Feldtheorien. Die Kapitel dienen zur Einführung der später benutzten Bezeichnungen und Schreibweisen. Daran schließt sich in Kapitel 3 zunächst eine Darstellung der Parametrisierung der Lagrangedichte durch effektive Operatoren und deren Konstruktionsweise an. Um eine Motivation des effektiven Ansatzes zu geben, verweisen wir auf prominente Modelle, die Physik jenseits des Standardmodells beschreiben. In Kapitel 4 stellen wir den Zusammenhang dieser Modelle mit der modellunabhängigen Parametrisierung aus Kapitel 3 her. Unser Ziel ist es, Ausschlussgrenzen für effektive Kopplungskonstanten bzw. neue Massenskalen zu berechnen. Dazu werden experimentelle Schranken benutzt, die die Größe von Effekten jenseits des Standardmodells direkt oder indirekt eingrenzen. Diese werden schließlich in Bedingungen übersetzt, die für die Kopplungskonstanten gelten. In Kapitel 5 wird zunächst die verwendete Methode vorgestellt, wie experimentelle Daten und

⁵ Die weibliche Form der Anrede schließt im Folgenden die männliche stets mit ein.

der effektive Ansatz (Kapitel 3) so miteinander in Beziehung gesetzt werden können, dass die maximalen Größen neuer effektiver Kopplungen gefolgert werden können. Die Methode wird in den darauf folgenden Kapiteln auf Messergebnisse aus Zerfalls-, Streu- und Konversionsprozessen angewandt. Um schließlich einen Überblick über die von uns gewonnenen Resultate zu bekommen, nutzen wir den letzten Teil der Arbeit, wo die Ergebnisse und Perspektiven abschließend diskutiert werden.

Teil I.

Theoretische Grundlagen

1. Das Standardmodell der Elementarteilchen

Zur Beschreibung der physikalischen Phänomene, die wir unter dem Begriff *Elementarteilchenphysik* zusammenfassen, dient das sogenannte *Standardmodell der Elementarteilchen* (SM), wie es in den Sechziger und Siebziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts formuliert wurde [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Diese physikalische Theorie umfasst drei wesentliche Bausteine:

- die Fermionfelder, die die Materie aufbauen,
- die Eichfelder, die als Vermittler der vier fundamentalen Kräfte auftreten, und
- den Higgsmechanismus, der den Materiefeldern und einigen Eichfeldern ihre Masse verleiht.

Leptonen						
Ladung	Isospin = $\pm\frac{1}{2}$			Isospin = 0		
0	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	e_R	μ_R	τ_R
-1						

Quarks						
Ladung	Isospin = $\pm\frac{1}{2}$			Isospin = 0		
$\frac{2}{3}$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	u_R	c_R	t_R
$-\frac{1}{3}$				d_R	s_R	b_R

Tab. 1.1.: Die drei Fermiongenerationen

Die mögliche Entdeckung neuer Phänomene setzt ein Verständnis der *Standard*phänomene voraus. In den nächsten Abschnitten werden die bisher bekannten Säulen der Elementarteilchenphysik eingeführt und die für diese Arbeit relevanten Aspekte näher betrachtet. Dabei wird die verwendete Notation erklärt und im Weiteren auf diese Erklärungen verwiesen. Mit der Diskussion von Erweiterungen des Standardmodells beginnen wir in Kapitel 3.

1.1. Fermionfelder

Leptonen und Quarks sind die fundamentalen Felder aus denen die Materie aufgebaut ist. Genauer gesagt gibt es jeweils drei Generationen von Leptonen und Quarks, von denen nur die erste, leichteste maßgeblich am Aufbau der Materie beteiligt ist. Sie werden üblicherweise nach Ladung und Isospin charakterisiert. Sie alle sind fermionische Felder, die den zugehörigen Antivertauschungsrelationen genügen.

Die linkshändigen Lepton- und Quarkfelder tragen den Index L und bilden ein Isospindublett, das mit l bzw. q bezeichnet wird. Die obere Komponente trägt den Isospin $+1/2$, die untere entsprechend den Isospin $-1/2$. Felder mit dem Index R sind rechtshändig. Alle Quarks treten auch als rechtshändige Felder auf. Sie werden im Folgenden zusammenfassend mit u für *up*-artige (u, c, t) bzw. mit d für *down*-artige Felder (d, s, b) bezeichnet. Andererseits gibt es im Standardmodell nur geladene rechtshändige Leptonen e, μ und τ (Sammelbezeichnung e), nicht aber rechtshändige Neutrinos. Wegen der mittlerweile experimentell etablierten Neutrinooszillationen [21, 22] ist die Nichtexistenz der rechtshändigen Neutrinos ein hervorstechender Makel und Ausgangspunkt für eine Vielzahl von Erweiterungen des Standardmodells [30, 31]. Als Spin-1/2-Teilchen unterliegt die Dynamik der Fermionen f der Dirac-Gleichung, die sich aus der Lagrange-Dichte¹

$$\mathcal{L}_{Fermion} = \sum_f i \bar{f} \not{D} f. \quad (1.1)$$

unter Verwendung der kovarianten Ableitung

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s \frac{1}{2} \lambda_a G_\mu^a - ig \frac{1}{2} \tau_i W_\mu^i - ig' Y B_\mu \quad (1.2)$$

ableiten lässt. g_s, g und g' sind die Kopplungskonstanten der starken, schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkung. T_a, I_i bezeichnen die Generatoren der $SU(3)$ der starken bzw. die der $SU(2)$ der schwachen Wechselwirkung. Je nachdem, ob die kovariante Ableitung auf Quark- oder Leptonfelder angewandt wird, werden die allgemeinen Generatoren durch ihre Darstellung ersetzt. Man benötigt die Gell-Mann-Matrizen $\lambda_a/2 = T_a$ ($a = 1, \dots, 8$) als Darstellung der $SU(3)$ für die Farbladung tragenden Quarks und die Pauli-Matrizen $\tau_i/2 = I_i$ ($i = 1, 2, 3$) als Darstellung der $SU(2)$ für die Isospin tragenden Leptondubletts. Die Algebra und explizite Realisierung dieser Darstellungen sind in Anhang A.1 aufgeführt. Die Hyperladung ist mit Y bezeichnet und beträgt $-\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{6}$) für die leptonischen (hadronischen) Dublettfelder, -1 ($-\frac{1}{3}$) für die down-artigen Singulettfelder, $\frac{2}{3}$ für die up-artigen Quarks und $+1/2$ für das Higgs-Feld² φ . Isospin und Hyperladung legen die Ladung der Teilchen gemäß der Gell-Mann-Nishijima-Relation $Q = Y + I_3$ fest. Bei G_μ^a, W_μ^i und B_μ handelt es sich um die masselosen Eichfelder der starken, schwachen

¹ Auf die explizite Erwähnung der Dirac-Indizes wird völlig verzichtet. Ebenso wird gemäß der Einsteinschen Summenkonvention bei Summation über zwei gleiche Indizes in der Regel auf das Summenzeichen verzichtet.

² Details zum Higgs-Feld und dem Higgs-Mechanismus werden in Abschnitt 1.3 vorgestellt.

und elektromagnetischen Wechselwirkung. Der erste Term der Lagrange-Dichte $\mathcal{L}_{Fermion}$ beschreibt masselose freie Fermionen. Die anderen Terme beschreiben die Wechselwirkung der Materiefelder mit den Eichbosonen der lokalen $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -Symmetrie. Die Vermittler der Gravitation spielen im Rahmen des Standardmodells der Elementarteilchen keine Rolle, da die Stärke der Gravitation vernachlässigbar ist³. Bis heute ist keine einheitliche Theorie des Standardmodells und der Gravitation erfolgreich formuliert worden.

1.2. Eichfelder

Die Dynamik der Eichfelder wird beschrieben durch die Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (1.3)$$

wobei die Feldstärketensoren gegeben sind durch⁴

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c, \quad (1.4)$$

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g \epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k, \quad (1.5)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (1.6)$$

Die Eichfelder gehorchen der bosonischen Statistik mit den bekannten Vertauschungsrelationen.

Innerhalb der bis hier beschriebenen Theorie sind sowohl alle Fermionen als auch die Eichbosonen masselos, was den experimentellen Beobachtungen widerspricht. Zur Beschreibung der experimentell bestimmten Observablen benötigt man sowohl massive Fermionen als auch massive Eichfelder der schwachen Wechselwirkung.

1.3. Der Higgs-Mechanismus

Der dritte fundamentale Bestandteil des Standardmodells, der die Massenterme der Fermionen und der Eichbosonen generiert, kann auf verschiedene Arten eingeführt werden. Es ist möglich, explizite Massenterme der Form $m \bar{\psi}\psi$ zu der Lagrange-Dichte hinzuzufügen. Dieses Vorgehen bringt jedoch eine Reihe von Nachteilen mit sich, die darin begründet sind, dass Massenterme dieser Art nicht eichinvariant sind. Eine derartige Theorie ist nicht renormierbar und verfügt aus diesem Grund nur über eingeschränkte Vorhersagekraft bezüglich der physikalischen Observablen. Allerdings kann gezeigt werden, dass

³ Verhältnis der Kopplungskonstanten: elektromagnetische zu gravitativer Wechselwirkung = $1/10^{-42}$, schwache zu gravitativer Wechselwirkung = $10^{-12}/10^{-42}$

⁴ Anmerkungen zum Epsilontensor ϵ_{ijk} und den Strukturkonstanten f^{abc} befinden sich im Anhang A.1

jede spontan gebrochene lokale Eichtheorie renormierbar ist [25, 26]. Eine solche Theorie erhält man durch Einführung eines komplexen, skalaren Feldes φ , das sich unter $SU(2)$ -Eichtransformationen wie ein Dublett verhält [17, 18]. Es wird durch die Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \varphi)^\dagger (D^\mu \varphi) - \frac{\lambda}{2} (\varphi^\dagger \varphi - v^2)^2 + \sum_f (g_f^d \bar{f}_L^d \varphi f_R^d + g_f^u \bar{f}_L^u \tilde{\varphi} f_R^u + h.c.) \quad (1.7)$$

beschrieben, wobei f für ein beliebiges Lepton⁵- oder Quark-Feld steht. Der erste Term bestimmt die Dynamik des komplexen, skalaren Feldes

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

Der zweite Term, das Potential, ist $SU(2)$ -symmetrisch und besitzt unendlich viele gleichberechtigte Grundzustände mit $\varphi^\dagger \varphi = v^2$. Zeichnet man einen davon als Vakuumzustand aus, etwa $\begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$, spricht man von spontan gebrochener Symmetrie. Der Massenterm von φ ist proportional zu $-\lambda v^2$. Durch die Einführung des Higgs-Feldes φ werden mittels des sogenannten Higgs-Mechanismus Massenterme für Fermionen und Eichbosonen generiert, die invariant unter der lokalen Eichsymmetrie $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ des Standardmodells sind. Dabei erzeugt φ die Massenterme der down-artigen Fermionen f^d , das ladungskonjugierte Higgsfeld $\tilde{\varphi} = i\tau_2 \varphi^*$ die der up-artigen Fermionen f^u auf eine renormierbare Art. Diese Eigenschaft lässt das Konzept erfolgversprechend erscheinen, allerdings entzieht sich das Higgs-Feld nach wie vor einer experimentellen Bestätigung und wirft anderenorts seinerseits neue Fragen auf (z.B. das *Hierarchieproblem*). Die spontane Symmetriebrechung (SSB) reduziert die $SU(2)_I \times U(1)_Y$ der elektroschwachen Wechselwirkung auf eine $U(1)_Q$ -Symmetrie. In der kovarianten Ableitung ist die Information kodiert, wie das Higgs-Feld an die Eichfelder koppelt und deren Massenterme erzeugt. Die Massenmatrix der Eichbosonen W_μ^i und B_μ ist demnach nicht diagonal. Die Masseneigenzustände, die man durch Diagonalisierung erhält, sind die geladenen W -Bosonen

$$W^{\pm\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(W^{1\mu} \mp iW^{2\mu}), \quad (1.9)$$

deren Masse⁶ $m_{W^\pm}^2 = \frac{1}{2}g^2v^2$ beträgt. Die ungeladenen Felder sind Mischungen aus den Feldern W_μ^3 und B_μ

$$Z^\mu = (\cos \theta_W W^{3\mu} - \sin \theta_W B^\mu), \quad (1.10)$$

$$A^\mu = (\sin \theta_W W^{3\mu} + \cos \theta_W B^\mu). \quad (1.11)$$

⁵ Ausgenommen sind die im SM nicht vorkommenden rechts-händigen Neutrinos.

⁶ Um das wiederholte Zitieren der von der Particle Data Group herausgegebenen Werte für physikalische Observable [36] zu vermeiden und um die Lesbarkeit zu erleichtern, sind die im Text nicht explizit erwähnten Messgrößen, die zur Berechnung einzelner Größen innerhalb dieser Arbeit eine Rolle spielen, in Anhang E, S.229f. zusammengestellt.

Der elektroschwache Mischungswinkel⁷ θ_W ist durch das Verhältnis $\tan \theta_W = g'/g$ festgelegt. Als Resultat der gebrochenen Symmetrie hat nur eines der neutralen Felder eine verschwindende Masse. Das Photonfeld A_μ ist masselos $m_\gamma = 0$, während die Masse des Z -Bosons durch die Relation $m_Z^2 = \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)v^2$ gegeben ist.

Der Quarksektor weist gegenüber dem Leptonsektor eine Besonderheit auf, die darin begründet liegt, dass es zu jeder Komponente des linkshändigen Quarkdubletts einen rechtehändigen Partner gibt. Das ist bei den Leptonen nicht der Fall, weil es im Teilcheninhalt des Standardmodells keine rechtshändigen Neutrinos gibt. Alle Arten von messbaren Größen sind stets eine hermitesche Kombination von Feldoperatoren. Deshalb bleibt die komplexe Phase, die in den einzelnen Feldoperatoren enthalten ist, unbestimmt. Es ist speziell im Leptonsektor mit masselosen Neutrinos möglich, durch eine Umdefinition der geladenen Felder diese Phase zu eliminieren und für die Felder stets eine unitäre Transformation zu finden, die die (3×3) -Massenmatrix der geladenen Leptonen auf Diagonalgestalt bringt. In der QCD muss berücksichtigt werden, dass es keine unitäre Transformation gibt, mit deren Hilfe sowohl die Massenmatrix der up- wie der down-artigen Felder gleichzeitig diagonalisiert werden kann. Stattdessen kann nur eine der beiden Massenmatrizen diagonal und reell gewählt werden. Gibt man die Zustände der up-artigen Felder vor, resultiert die sogenannte Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix V , die die Wechselwirkung der Quarks mit dem W -Boson beschreibt. Diese sogenannten geladenen Ströme verknüpfen die up- und down-artigen Quarks verschiedener Generationen (*flavor changing charged currents*). Man spricht auch von der Mischungsmatrix V .

Mit Hilfe der Lagrange-Dichte der Fermionen (1.1), der Eichfelder (1.3) und des Higgs-Feldes (1.7) ist die Möglichkeit gegeben, Phänomene der Elementarteilchenphysik mit großer Präzision zu beschreiben. Die Miteinbeziehung von Strahlungskorrekturen verringert oft die Diskrepanz zwischen theoretischer Voraussage und experimentellem Messwert. Demnach ist das Standardmodell der Elementarteilchen die am besten verifizierte Theorie in der Geschichte der physikalischen Modellbildung, und doch ist es nicht der Weisheit letzter Schluss. Zu viele Fragen bleiben unbeantwortet, zu viele Aspekte unberücksichtigt.

An dieser Stelle weisen wir darauf hin, dass lediglich die minimale Anzahl der Materiefelder durch Experimente festgelegt ist. Die tatsächliche Anzahl der Fermionen und ebenso die Anzahl der skalaren Felder ist weder experimentell, noch durch ein bekanntes fundamentales Prinzip vorgegeben. Beispielsweise ist die Beschränkung auf masselose Neutrinos zwar aufgrund des Experiments von [27] eine naheliegende Erklärung für die Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung, jedoch nicht die einzig mögliche. Die scheinbare Abwesenheit von grundlegenden Ursachen zusammen mit der Evidenz von Neutrinooszillation lässt Raum, um das Standardmodell zu erweitern.

⁷ An Stelle von $\sin \theta_W$, $\cos \theta_W$ und $\tan \theta_W$ wird auch s_W , c_W bzw. t_W verwendet.

1.4. Symmetrien und Erhaltungsgrößen

Aufgrund der aus der spontanen Symmetriebrechung, wie oben beschrieben, resultierenden lokalen $U(1)_Q$ -Symmetrie ist die Ladung Q gemäß dem Noether Theorem eine Erhaltungsgröße. Baryonzahl B und Leptonzahl L sind von solchen *Noether-Ladungen* qualitativ verschieden. Sie sind das Resultat von globalen Symmetrien, die nicht aus fundamentalen Prinzipien abgeleitet werden, sondern per Konstruktion in der Lagrange-Dichte enthalten sind. B - und L -Erhaltung resultieren aus dem für das Standardmodell gewählten Teilchengehalt, der weitestgehend willkürlich ist, bzw. den Massentermen, deren Form und Anwesenheit gewisse, experimentell nicht geklärte⁸ bzw. falsifizierte⁹ Annahmen beinhalten.

Wegen der experimentellen Beobachtung, dass man sowohl linkshändige Neutrinos ν_L als auch rechtshändige Antineutrinos $\bar{\nu}_R$ nachweisen kann, der Nachweis von rechtshändigen Neutrinos ν_R und linkshändigen Antineutrinos $\bar{\nu}_L$ bis heute jedoch nicht gelungen ist, geht man davon aus, dass jede Neutrinogeneration nur einen Helizitätszustand besitzt. Als Folge gibt es keine Dirac-Massenterme $\bar{\nu}_R\nu_L$ bzw. $\bar{\nu}_L\nu_R$ entsprechend der übrigen Fermionmassenterme der Lagrange-Dichte. Die einzige Möglichkeit mit den Teilchen des Standardmodells Neutrinomassen zu implementieren sind sogenannte Majorana-Massenterme der Form $\nu_L^T C^{-1} \nu_L$, die nur einen Helizitätszustand erfordern. Sie bestehen aus einer Kombination von linkshändigen Neutrinos und dem Ladungskonjugationsoperator C . Solche Massenterme sind nicht eichinvariant und verletzen die Leptonzahl um zwei Einheiten. Sind Neutrinos tatsächlich Majorana-Teilchen, besitzen sie weder eine lokale, noch eine globale additive Quantenzahl, die erhalten ist. Die Majorana-Massenterme müssen von Hand zusätzlich eingeführt werden, da die Leptonzahl im Standardmodell eine exakte Erhaltungsgröße ist, was zur Folge hat, dass in keiner Ordnung der Störungsreihe ein Leptonzahl-verletzender Majorana-Massenterm neu auftreten kann. Aus den experimentell untermauerten Neutrinooszillationen folgt, dass Neutrinos massive Teilchen sind und die Leptonfamilienzahlen L_e , L_μ und L_τ keine globalen Erhaltungsgrößen¹⁰ sind.

An dieser Stelle könnte man nun davon ausgehen, dass B und L zwei von einander unabhängige Größen sind und die Erhaltung bzw. Verletzung einer der beiden keine Auswirkungen auf die andere hat. Allerdings lässt sich motivieren, dass Quarks und Leptonen enger miteinander in Beziehung stehen und es demnach zum einen vernünftig ist, die Erhaltung einer Größe, die aus der Differenz von Baryon- und Leptonzahl gebildet wird, zu erwarten. Zum anderen kann man es als Hinweis darauf verstehen, dass Leptonen und Quarks Komponenten eines vereinheitlichten Multipletts sind, die auf Supersymmetrie oder *Grand Unified Theories* (GUT) zurückgehen. Zur Bekräftigung der Verwandtschaft der beiden Ma-

⁸ Sind Neutrinos Majorana- oder Dirac-Teilchen? [28]

⁹ Die experimentell etablierten Neutrinooszillationen lassen nur den Schluss zu, dass Neutrinos massive Teilchen sind.

¹⁰ Um auszudrücken, dass die Größen L , B etc. nicht erhalten sind, verwenden wir in Zukunft auch die Abkürzung \cancel{L} , \cancel{B} etc.

teriefeldarten sei die Triangle-Anomalie angeführt. Eine Quantenfeldtheorie ist nur dann nützlich und auf physikalische Probleme anwendbar, wenn sie renormierbar ist. Wenn Stromerhaltung nur auf Baumgraphen-, nicht aber auf Schleifenniveau gilt, spricht man von *Anomalien*. Adler-Bell-Jackiw- oder Triangle-Anomalien werden durch Diagramme beschrieben, in dem eine Fermionschleife an zwei Vektor- und einen Axialvektorstrom koppelt. Diese sind linear divergent. Wenn die elektrischen Ladungen von Quarks und Leptonen einer Generation in genau dem Zusammenhang $q(\nu) + q(e) + N_c(q(u) + q(d)) = 0 - 1 + N_c(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}) = 0$ stehen, kompensieren sich die divergenten Schleifenbeiträge und die Theorie ist renormierbar.

2. Effektive Feldtheorien

2.1. Entkoppelnde und nicht entkoppelnde Theorien

Das Ziel effektiver Feldtheorien¹ besteht darin, die Dynamik von Systemen im Niederenergiebereich, in dem die fundamentale Form der Wechselwirkung nicht direkt beobachtet werden kann, zu beschreiben. Den Teilcheninhalt der zugrunde liegenden fundamentalen Theorie kann man in den Sektor der leichten Felder mit Masse m und den Sektor der schweren Felder mit Masse M aufteilen. Bei der Formulierung der Niederenergiethorie für Energien μ , mit $\mu \ll M$, treten die schweren Freiheitsgrade nicht explizit in Erscheinung, weder als reelle noch als virtuelle Teilchen. Die Dynamik der physikalischen Prozesse wird durch den Sektor der leichten Teilchen bestimmt. Die schweren Freiheitsgrade werden erst sichtbar, wenn man zu höheren Energien $\mu \gg M$, d.h. kleineren Abständen, übergeht.

Die Art wie die Informationen über die schweren Teilchen in der effektiven Beschreibung kodiert sind, hängt davon ab, ob es sich um eine sogenannte *entkoppelnde Theorie* [34] handelt oder nicht. Entkoppeln im Grenzwert $M \rightarrow \infty$ die schweren Teilchen von den leichten, tragen die schweren Felder sowohl zur Renormierung der leichten Felder und der Kopplungskonstanten bei als auch durch Terme, die mit Potenzen von M^{-1} unterdrückt sind. Das rechtfertigt einen Potenzreihenansatz in dem Massenparameter M^{-1} , von dem wir im nächsten Kapitel Gebrauch machen werden. Der leichte und der schwere Sektor entkoppeln nicht, wenn es Observablen gibt, die Beiträge enthalten, die proportional zu der Masse M oder zu $\log M$ sind [34]. Aus dem Appelquist-Carazzone-Theorem [34] lassen sich jedoch keine eindeutigen Aussagen ableiten über ein Szenario, in dem Observablen von der Ordnung $\mathcal{O}(1)$ sind.

2.2. Die Fermi-Feynman-Gell-Mann-Theorie

Neben der Quantenchromodynamik, in der bei Energien unterhalb der schweren Quarkmassen $m_c \ll m_b \ll m_t$ nur Phänomene beobachtet werden, in denen die drei leichtesten Quarks eine Rolle spielen, kann auch die Fermi-Theorie an dieser Stelle als Beispiel für eine effektive Beschreibung physikalischer Phänomene herangezogen werden. Sie geht aus der elektroschwachen Wechselwirkung für kleine Impulsüberträge ($k^2 \ll m_W^2$), wie sie beim

¹ Eine umfassende Diskussion effektiver Lagrangedichten im Hinblick auf das SM findet sich in [33].

Zerfall des Myons auftreten, hervor [24, 35]. Statt durch ein- und auslaufende Felder, die ein virtuelles W -Boson austauschen, wird der Myon-Zerfall in diesem Modell vollständig durch eine 4-Fermion-Wechselwirkung beschrieben. Aus dem Propagator des W -Bosons wird in niedrigster Ordnung eine Konstante, die in die Kopplungsstärke G_μ der effektiven Beschreibung absorbiert werden kann. Diagrammatisch schrumpft der Propagator beim Übergang $m_Z \rightarrow \infty$ auf einen Punkt zusammen. An der schwachen Wechselwirkung sind nur linkshändige Felder beteiligt. Man erhält sie aus den vierkomponentigen Dirac-Feldern durch Projektion

$$\psi_L = P_L \psi, \text{ wobei } P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5). \quad (2.1)$$

Wie man aus Abbildung 2.1 leicht abliest, erfüllt G_μ auf Baumgraphenniveau, d.h. in niedrigster Ordnung der Störungsentwicklung, die Gleichung

$$\frac{G_\mu}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2} = \frac{1}{2\sqrt{2}v^2}, \quad (2.2)$$

die die Kopplung G_μ der effektiven Lagrangedichte mit den fundamentalen Parametern g und m_W in Beziehung setzt. Nach Durchführung dieser Näherung lässt sich nicht mehr eindeutig sagen, welche Fermionlinien ursprünglich zusammengehörten. Diese Tatsache findet mathematisch ihre Entsprechung in der Existenz der *Fierz*-Transformation, die die verschiedenen Kontraktionsmöglichkeiten in Beziehung setzt (Erläuterungen in Anhang B.1).

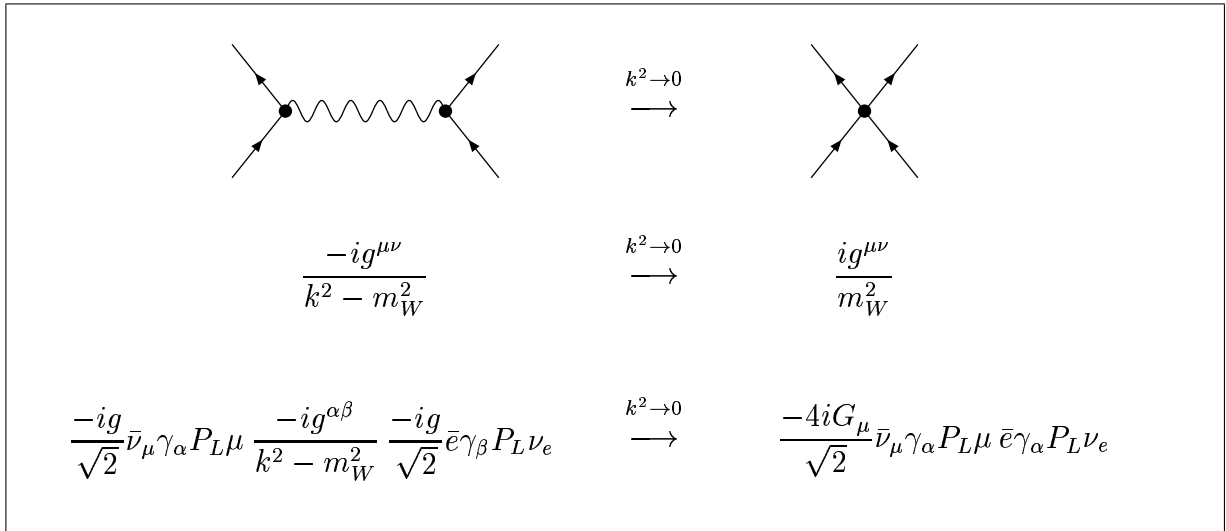


Abb. 2.1.: Übergang von elektroschwacher zur Fermi-Theorie

Umgekehrt kann man durch Symmetrieüberlegungen, deren Grundlage die begrenzten Informationen zu beobachteten Prozessen sind, auch ohne Kenntnis der fundamentalen Theorie auf die Struktur der zu beschreibenden effektiven Lagrangedichte schließen. Den Wert

des Kopplungsparameters erhält man schließlich aus den Messungen. Historisch wurde erst durch die Formulierung des SMs klar, dass die vorliegende 4-Fermion-Wechselwirkung als effektive Theorie des SMs aufgefasst werden kann.

Die Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung ist ein Beispiel für eine entkoppelnde Theorie. Man unterscheidet aufgrund der großen Massendifferenz leichte Leptonen und schwere Eichbosonen voneinander. Aufgrund der Schwäche der Kopplung spielen schwere Teilchen wie das W - und Z -Boson, die bei hohen Energien erzeugt bzw. vernichtet werden können, im Niederenergiebereich keine explizite Rolle.² Die schweren Teilchen können im Energiebereich $E \ll m_W, m_Z$ bei keinem Prozess als ein- oder auslaufendes Teilchen beobachtet werden. Man nimmt sie nur dann, als propagierende Teilchen wahr, wenn die Experimente, die prinzipiell sensitiv auf Eigenschaften der schweren Teilchen sind, präzise genug sind. Anderenfalls beobachtet man stattdessen eine Punktwechselwirkung mit effektiver Kopplungskonstante. Diese spiegelt die charakteristischen Eigenschaften der bei niedrigen Energien nicht beobachtbaren schweren Teilchen, wie Masse und Spin, wieder.

Prinzipiell gibt es zwei mögliche Szenarien von entkoppelnden Theorien:

Die Fermi-Theorie zählt zu den Yukawa-Theorien, in denen das bosonische Feld eine viel größere Masse besitzt als das Fermion. In diesem Fall enthalten alle Terme der effektiven Wechselwirkung einen Unterdrückungsfaktor mit Potenzen von M^{-1} . Die effektive Theorie ist nicht renormierbar [34]. Liegt dagegen die Situation vor, dass die Theorie masselose Eichfelder und massive Fermionen enthält, sind alle Diagramme, die Schleifen von Fermionlinien und eine beliebige Anzahl ein- und auslaufender Bosonen enthalten, gegenüber den Diagrammen mit gleichen Anfangs- und Endzuständen (ohne Fermionschleifen) mit Potenzen von M^{-1} unterdrückt. Diese Theorie behält ihre ursprüngliche Renormierbarkeit.

Anders verhält sich eine Theorie, in der eine starke Kopplung vorliegt. Das Auftreten eines auf diese Art wechselwirkenden Teilchens kann nicht mehr in eine Konstante der Theorie absorbiert werden, weil eine energieabhängige Relation zwischen der Kopplungskonstanten und der Masse des Teilchens besteht.³ Auf nicht entkoppelnde Theorien wird im Folgenden nicht weiter eingegangen, da wir uns mit einem modellunabhängigen Zugang befassen wollen, der auf verschiedene Szenarien angewandt werden kann. Bei nichtentkoppelnden Theorien ist genaue Kenntnis der einzelnen Parameter und deren Relationen untereinander nötig. Da diese sehr modellspezifisch sind, können keine allgemein gültigen Aussagen gewonnen werden. Sie sind deshalb nicht Gegenstand der weiteren Diskussion.

² In der Sprache des Pfadintegralformalismus sind die schweren Felder ausintegriert worden [33].

³ Als Beispiel sei hier der Einfluss des top-Quarks auf die Fermi-Konstante angeführt [36, 37, 38]. Überlegungen zum Einfluss effektiver Theorien auf das anomale Moment des Myons findet man in [39].

2.3. Chirale Störungstheorie für Mesonen

In diesem Abschnitt erläutern wir knapp die, für die in Kapitel 9ff. dargestellten Prozesse, wesentlichen Aspekte der chiralen Störungstheorie. Umfassendere und detailliertere Darstellungen findet man beispielsweise in [40, 41, 42, 43, 44].

Die Lagrange-Dichte der starken Wechselwirkung lautet

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{Q}(i\not{D} - m)Q - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} + \mathcal{L}_{FP} \quad (2.3)$$

mit der kovarianten Ableitung $D_\mu = \partial_\mu - ig_s G_\mu^a \frac{\lambda_a}{2}$, dem Feldstärketensor $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c$, dem Quarkfeld $Q = P_L Q + P_R Q = Q_L + Q_R$ und den übrigen Bezeichnungen wie in Kapitel 1. Eine störungstheoretische Betrachtung der QCD ist nur bei großen Skalen sinnvoll. Da die starke Kopplungskonstante g_s zu groß ist, um die starke Wechselwirkung bei kleinen Energien mittels der fundamentalen Quark- und Gluonfreiheitsgrade perturbativ zu beschreiben, ist es hilfreich, eine effektive Formulierung dieser Wechselwirkung zu finden. Die bei niedrigen Energien relevanten Freiheitsgrade sind die Bindungszustände der drei leichten Quarks, die sogenannten Goldstone-Bosonen. Ihre Dynamik wird durch die Symmetrie der QCD festgelegt. Die chirale Störungstheorie (CHPT) baut auf der Idee auf, dass eine Entwicklung um einen Energieparameter wie die Quarkmassen bzw. die Impulse der Goldstone-Bosonen die QCD bei niedrigen Energien als effektive Theorie beschreibt. Dies liefert gute Erkenntnisse auf den Gebieten der Kern- und Teilchenphysik.

Die Massen der sechs Quarks variieren in einem großen Bereich von einigen MeV bis in den GeV-Bereich. Dabei unterscheidet man zwischen den drei leichten Quarks up, down und strange und den drei schweren Quarks charm, bottom und top. Es ist sinnvoll, den Gültigkeitsbereich der chiralen Störungstheorie auf Energien unterhalb von Resonanzenergien im Teilchenspektrum anzusetzen. Die leichteste Resonanz ist das ρ -Meson mit einer Masse $m_\rho \simeq 770$ MeV. Damit liegt die Skala Λ_χ zwischen den beiden Quarkmassenbereichen:

$$m_u, m_d, m_s \ll \Lambda_{QCD} \sim 1 \text{ GeV} \sim \Lambda_\chi \ll m_c, m_b, m_t \quad (2.4)$$

Es ist deshalb möglich, eine Theorie im Grenzfall $m_c, m_b, m_t \rightarrow \infty$, $m_u, m_d, m_s \rightarrow 0$ zu formulieren:

$$\mathcal{L}_{QCD}^0 = \bar{Q}i\not{D}Q - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \quad (2.5)$$

Diese Lagrange-Dichte \mathcal{L}_{QCD}^0 ist invariant unter der globalen Symmetriegruppe $SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R \times U(1)_V \times U(1)_A$. Der Baryonzahlerhaltung entspricht $U(1)_V$, die anomale axiale Symmetrie wird repräsentiert durch $U(1)_A$. Von besonderem Interesse ist die chirale Gruppe $SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$ mit den Transformationseigenschaften

$$Q_L \rightarrow LQ_L, Q_R \rightarrow RQ_R, L, R \in SU(N_f). \quad (2.6)$$

Gemäß dem Noether-Theorem existieren erhaltene Vektor- und Axialvektorströme

$$J_\mu^{V,a} = \bar{Q}\gamma_\mu T^a Q \quad (2.7)$$

$$J_\mu^{A,a} = \bar{Q}\gamma_\mu\gamma_5 T^a Q, \quad (2.8)$$

im allgemeinen Fall von N_f Quarks bezeichnen T^a die Generatoren der Fundamentaldarstellung der $SU(N_f)$. Aus mehreren Gründen kann $SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$ nicht die richtige Symmetriegruppe sein, um die chirale Lagrange-Dichte zu formulieren. Wäre sie die zugrunde liegende Symmetriegruppe, gäbe es Zustände mit gleichen Quantenzahlen und entgegengesetzter Parität. Sie werden experimentell nicht beobachtet. Ausserdem würden Vakuumerwartungswerte von Produkten der Axialströme ebenso groß wie Produkte der Vektorströme. Auch diese Aussage steht im Widerspruch zum Experiment. Durch den Mechanismus der spontanen Symmetriebrechung reduziert sich die Symmetriegruppe auf die vektorielle Untergruppe $SU(N_f)_{L+R}$. Gemäß dem Goldstone-Theorem treten dabei $N_f^2 - 1$ neue masselose, pseudoskalare Goldstone-Bosonen auf, genausoviele wie Generatoren durch die Symmetriebrechung verloren gehen. Sie sind die leichtesten Hadronen der Theorie. Im Grenzfall zweier masseloser Quarks ($N_f = 2$) treten die Goldstone-Bosonen der Theorie in Form der drei Pionen auf, die ein Isospin-Multiplett bilden und in der Natur tatsächlich mit annähernd gleicher und kleiner Masse $m_\pi \simeq 140 \text{ MeV} \ll \Lambda_\chi$ vorkommen. Stellt man eine Theorie mit drei masselosen Quarks auf ($N_f = 3$), existieren acht pseudo-skalare Goldstone-Bosonen: die drei Pionen, die vier Kaonen und das η -Meson. Hier ist die Symmetrie nicht mehr so gut realisiert, weil die Massen der Goldstone-Bosonen von etwa 140 bis 550 MeV variieren. Das Bild der spontan gebrochenen chiralen Symmetrie verliert an Gültigkeit, je schwerer die in der Natur vorkommenden Goldstone-Bosonen tatsächlich sind.

Um die allgemeinste, effektive, chirale Lagrange-Dichte formulieren zu können, betrachten wir zunächst die Lagrange-Dichte \mathcal{L}_{QCD}^0 und führen externe, hermitesche Felder $v_\mu(x)$, $a_\mu(x)$, $s(x)$, $p(x)$ ein, die an die Vektor- und Axialvektorströme und die skalaren und pseudoskalaren Dichten koppeln:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \mathcal{L}_{QCD} + \mathcal{L}_{ext} \\ &= \mathcal{L}_{QCD} + \bar{Q}\gamma^\mu(v_\mu + \gamma_5 a_\mu)Q - \bar{Q}(s - i\gamma_5 p)Q \end{aligned} \quad (2.9)$$

Die Dichten besitzen Matrixcharakter bezüglich der Flavor u, d, s und sind farbneutrale 3×3 -Matrizen. Diese Art der Herangehensweise hat vor allem den Vorteil, dass sie die Einführung einer Wechselwirkung mit externen Feldern in die effektive Theorie ermöglicht, was bei der Beschreibung der Meson-Zerfälle nötig sein wird. Durch Verwendung von rechts- und linkshändigen Feldern lautet die Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{QCD} + \bar{Q}_L\gamma^\mu L_\mu Q_L + \bar{Q}_R\gamma^\mu R_\mu Q_R - \bar{Q}_R(s + ip)Q_L - \bar{Q}_L(s - ip)Q_R, \quad (2.10)$$

mit $R_\mu = v_\mu + a_\mu$ und $L_\mu = v_\mu - a_\mu$. Nun betrachtet man lokale Transformationen, die die globalen als Spezialfall enthalten. Man stellt fest, dass die Lagrange-Dichte invariant unter

lokalen Transformationen der Felder $Q_L \rightarrow V_L(x)Q_L, Q_R \rightarrow V_R(x)Q_R$ (mit $V_L \in SU(2)_L$ und $V_R \in SU(2)_R$) ist, wenn man zusätzlich fordert

$$R_\mu \rightarrow V_R R_\mu V_R^\dagger + iV_R \partial_\mu V_R^\dagger, \quad L_\mu \rightarrow V_L L_\mu V_L^\dagger + iV_L \partial_\mu V_L^\dagger \quad (2.11)$$

$$s + ip \rightarrow V_R(s + ip)V_L^\dagger, \quad s - ip \rightarrow V_L(s - ip)V_R^\dagger. \quad (2.12)$$

Andererseits lautet die allgemeinste, effektive, chirale Lagrange-Dichte, die die Dynamik der Goldstone-Bosonen für $N_f = 3$ beschreibt und eine minimale Anzahl von Ableitungen enthält [45]

$$\mathcal{L}_{CHPT} = \frac{F_0^2}{4} \text{Sp}(D_\mu U (D_\mu U)^\dagger) + \frac{F_0^2}{4} \text{Sp}(U \chi^\dagger + \chi U^\dagger), \quad (2.13)$$

wobei F_0 die Meson-Zerfallskonstante bezeichnet und U durch die Goldstone-Bosonen $\pi^a(x)$, $a = 1, \dots, 8$ gegeben ist

$$U = \exp\left(i \frac{\Pi(x)}{F_0}\right), \quad \text{mit} \quad (2.14)$$

$$\Pi(x) = \lambda_a \pi^a(x) = \begin{pmatrix} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta & \sqrt{2}\pi^+ & \sqrt{2}K^+ \\ \sqrt{2}\pi^- & -\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta & \sqrt{2}K^0 \\ \sqrt{2}K^- & \sqrt{2}\bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{3}}\eta \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

und sich gemäß

$$U \rightarrow V_R U V_L^\dagger \quad (2.16)$$

unter $G = SU(3)_L \times SU(3)_R$ transformiert. Die kovariante Ableitung ist für Objekte A , die sich unter G wie U transformieren, gegeben durch

$$D_\mu A = \partial_\mu A - iR_\mu A + iAL_\mu. \quad (2.17)$$

Die Größe $\chi = 2B_0(s + ip)$ ist eine Linearkombination aus der skalaren und pseudoskalaren Dichte der externen, hermiteschen Felder. Die Konstante B_0 steht über die Gleichung $3F_0^2 B_0 = -\langle \bar{Q}Q \rangle$ mit dem chiralen Quarkkondensat in Beziehung.

Im Rahmen dieser Arbeit sind diejenigen Terme in der Lagrangedichte \mathcal{L}_{CHPT} von Interesse, die den Zerfall der Goldstone-Bosonen beschreiben. Man gewinnt sie aus Glg. (2.13) durch die spezielle Wahl $\chi = 0$ und eine Reihenentwicklung nach den Goldstone-Feldern π^a . Betrachtet man nur die Terme niedrigster Ordnung in den Goldstone-Feldern und setzt neben $R_\mu = 0$ für das externe Feld $L_\mu = \frac{\lambda_a}{2} l_\mu^a$ an, kann man die Lagrange-Dichte mit Hilfe des Noether-Stroms

$$J_L^{\mu,a} = i \frac{F_0^2}{4} \text{Sp}(\lambda^a \partial^\mu U^\dagger U) \quad (2.18)$$

ausdrücken durch:

$$\mathcal{L} = l_\mu^a J_L^{\mu,a} \quad (2.19)$$

Die Entwicklung des Noether-Stroms nach Goldstone-Feldern liefert

$$J_L^{\mu,a} = \frac{F_0^2}{4} \text{Sp}(\lambda^a \partial^\mu \Pi) + \mathcal{O}(\Pi^2) \quad (2.20)$$

$$= \frac{F_0}{2} \partial^\mu \pi^a + \mathcal{O}(\Pi^2). \quad (2.21)$$

Die Matrixelemente erfüllen die Relation⁴

$$\begin{aligned} \langle 0 | J_L^{\mu,a}(0) | \pi^b(p) \rangle &= \frac{F_0}{2} \langle 0 | \partial^\mu \pi^a(0) | \pi^b(p) \rangle \\ &= -ip^\mu \frac{F_0}{2} \delta^{ab}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Der erhaltene Strom, der sich aus der Symmetrie von Gleichung (2.3) aus dem Noether-Theorem ergibt, lautet

$$J^\mu = \bar{Q} \gamma^\mu P_L Q. \quad (2.23)$$

Nimmt man an, dass die beiden Ströme (2.21) und (2.23) den gleichen physikalischen Sachverhalt bei niedrigen bzw. hohen Energien beschreiben, gilt ausserdem die Gleichheit

$$\langle 0 | \bar{Q}^j \gamma_\mu P_L Q^n | M \rangle = -\frac{1}{2} \langle 0 | \bar{Q}^j \gamma^\mu \gamma_5 Q^n | M \rangle = -ip^\mu \frac{F_0}{2}. \quad (2.24)$$

M ist ein Meson, das sich aus den Quarks Q^n und Q^j zusammensetzt. Da es sich um ein pseudoskalares Meson handelt, muss der Vektoranteil im Strom J^μ verschwinden.

⁴ Zwischen den brackets befindliche Ausdrücke bestehen aus Feldoperatoren. In den bra- und ket-Vektoren befindliche Ausdrücke sind Zustände. Für beides werden im Folgenden die gleichen Bezeichnungen verwendet und darauf vertraut, dass sich der Unterschied aus dem Zusammenhang ergibt.

3. Der modellunabhängige effektive Ansatz

3.1. Theoretische Annahmen und Voraussetzungen

Unser Ziel ist es, anhand eines effektiven Ansatzes der Lagrange-Dichte, die die Phänomene der elektroschwachen Teilchenphysik beschreiben soll, Aussagen über die maximale Größe neuer Effekte zu gewinnen, die mit der heutigen experimentellen Präzision in Einklang zu bringen ist. Da wir annehmen, dass wir uns mit heutigen Experimenten gerade an der Schwelle bewegen, bis zu der die effektive Theorie, die wir als Standardmodell bezeichnen, Gültigkeit besitzt, ist es berechtigt, potenzielle neue Effekte näher in Augenschein zu nehmen. Als *neue Effekte* bezeichnen wir Phänomene, deren Ursache auf einen Term der Lagrange-Dichte zurückzuführen ist, der nicht in der Lagrange-Dichten der Fermionen (1.1), der Eichfelder (1.3) bzw. des Higgs-Feldes (1.7) vorkommt. Da sich *Neue* (d.h. bisher unentdeckte) *Physik* nur innerhalb der aktuellen Fehlergrenzen abspielen kann, könnte sie mit genaueren Experimenten aufgespürt oder weiter ausgeschlossen werden. Die typische Energieskala Neuer Physik scheint oberhalb des experimentell direkt zugänglichen Bereichs zu liegen, deshalb hegen wir die Hoffnung, dass Präzisionstests der Niederenergieparameter Rückschlüsse auf die Struktur der Physik bei hohen Energien zulassen.

Wir setzen voraus, dass es sich bei dem Standardmodell um die effektive Formulierung einer fundamentalen Theorie handelt, die ihre speziellen Eigenschaften weit oberhalb der elektroschwachen Skala und damit weit oberhalb der uns experimentell direkt zugänglichen Energiebereichen offenbart. Das Konzept einer entkoppelnden Theorie findet seine Anwendung. Als Ausgangspunkt unserer Überlegungen dient eine Entwicklung um einen Massenparameter Λ , der oberhalb der elektroschwachen Skala anzusetzen ist und bei den folgenden Berechnungen exemplarisch als 1 TeV angenommen wird,

$$\mathcal{L}_{eff} = \sum_{i=0}^{\infty} \Lambda^{-i} \mathcal{L}_i, \text{ wobei } \mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_{SM}. \quad (3.1)$$

Die Ergebnisse können nach Bedarf auf andere Energieskalen umgerechnet werden, sollte der Lesenden ein plausiblerer Wert für Λ vorliegen. Dazu muss nur überlegt sein, mit welcher Potenz die Massenskala in der Observablen auftritt. Jeder neuartige Vertex ist, für die von uns schwerpunktmäßig diskutierten Operatoren mit Massendimension sechs, proportional zu Λ^{-2} . Zur Erläuterung der Umskalierung von Ergebnissen hier ein Beispiel:

Man betrachte einen Prozess, der auf Baumgraphenniveau (d.h. in niedrigster Ordnung) mit Hilfe eines aus zwei Vertizes bestehenden Feynman-Graphen beschrieben werden kann, von denen einer durch einen neuen Operator, der andere durch eine im Standardmodell vorhandene Feynman-Regel beschrieben wird. Handelt es sich zusätzlich um einen Leptonzahlverletzenden Prozess, resultiert der führende Beitrag in der neuen Kopplungskonstanten, der zu der betrachteten Observablen beiträgt, aus dem Matrixelementquadrat und ist damit proportional zu Λ^{-4} . Beschreibt der Feynman-Graph einen Leptonzahl-erhaltenden Prozess, ist der Term in niedrigster Potenz der neuen Kopplung α der Interferenzterm zwischen dem Matrixelement des Standardmodells und dem aus neuem Vertex und Standardmodellvertex gebildeten Matrixelement. Demnach ist das Ergebnis proportional zu Λ^{-2} . Verschwindet der Interferenzterm, liegt die gleiche Situation wie bei den LNV-Prozessen¹ vor. Ist also die Potenz von Λ bekannt, die in das Ergebnis eingeht, kann somit jede im Folgenden aufgeführte Abschätzung der Kopplung bezüglich eines anderen Wertes für die Entwicklungsskala als dem von uns benutzten, umskaliert werden.

Als beobachtbare Freiheitsgrade lassen wir nur die Felder des SMs zu, also insbesondere keine rechtshändigen schweren Neutrinofelder. Damit sind Neutrinos innerhalb dieses Zugangs weiterhin als masselose Teilchen zu behandeln. In Anbetracht der verschwindenden Größe der Neutrinomassen [21, 22, 46] spielen Effekte, die direkt aus der Mischung folgen und gemäß Glg. (3.1) durch eine große Massenskala unterdrückt sind, keine Rolle.

Zur Konstruktion der Operatoren trägt maßgeblich die Betrachtung der Dimension des neuen Operators bei. Da fermionische Felder Massendimension $3/2$ tragen, das Higgs-Feld, die kovariante Ableitung und alle Bosonen genau eine Massendimension tragen, ist offensichtlich, dass nur gewisse Kombinationen von Standardmodellfeldern und Ableitungen zu den gesuchten neuen Operatoren miteinander kombiniert werden können. Durch die Vorgabe der Dimension liegt eine feste Anzahl von neuen Operatoren vor. Die Lagrange-Dichte mit Dimension $i + 4$ ist dann eine Summe aus Operatoren \mathcal{O}_k

$$\mathcal{L}_i = \sum_k \mathcal{O}_k. \quad (3.2)$$

Jeder dieser neuen Operatoren enthält eine eigene Kopplungskonstante² α_k , deren maximal zulässige Größe es im Hinblick auf die vorliegenden experimentellen Daten zu bestimmen gilt. Desweiteren sind nicht alle Kombinationen von Feldoperatoren sinnvoll, die obiges Dimensionskriterium erfüllen. Zusätzlich fordern wir, dass ausschließlich solche Produkte von Feldoperatoren zulässig sind, die unter der Symmetriegruppe des Standardmodells $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ invariant sind. Desweiteren wird die Erhaltung der Leptonzahl (sowohl die der Familien als auch die der gesamten) von uns nicht gefordert. Diese gegenüber dem Standardmodell zugelassene Freiheit begründet sich in der vielfachen Beobachtung

¹ Die Abkürzung LNV steht für **L**epton **N**umber **V**iolating und wird bei der Beschreibung von Prozessen verwendet, in denen mindestens eine der Leptonfamilienzahlen nicht erhalten ist. Umgekehrt bezeichnet LNC (**L**epton **N**umber **C**onserving) solche Prozesse, bei denen alle drei Leptonzahlen erhalten sind.

² Der Index der Kopplungskonstanten wird nur dann explizit ausgeschrieben, wenn er sich aus dem Kontext nicht eindeutig ergibt.

von Leptonzahlverletzung im Neutrinosektor. Da wir uns nicht auf die Leptonzahlerhaltung beschränken, unterscheidet sich unser Ansatz grundlegend vom Standardmodell, wo die Annahme, dass die Leptonzahl eine Erhaltungsgröße sei, wesentlich in die Konstruktion der Lagrange-Dichte und der Wahl der Teilchen mit einfließt.

Im Bereich der Neutrinomischung bewegen sich die Experimente von der Entdeckungsphase auf die Phase der präzisen Vermessung der Mischungswinkel [47, 48, 49], CP- [50] und Majorana-Phasen [51] zu. Insbesondere dieser Teilchensektor scheint für weitere Entdeckungen prädestiniert. Sollte beispielsweise die Frage nach der Majorana-Eigenschaft der Neutrinos positiv beantwortet werden, kann die Leptonzahl nicht mehr als exakte Erhaltungsgröße behandelt werden. Aus diesem Grund befassen wir uns neben den üblichen Leptonzahl-erhaltenden SM-Reaktionen auch mit Prozessen, die die Leptonfamilienzahlen verletzen. Modellansätze, bei denen sich innerhalb eines Prozesses die Gesamtleptonzahl ändert, lassen wir ausser Acht. Wie im Folgenden aufgezeigt wird, sind Operatoren, die die Gesamtleptonzahl ändern, proportional zu höheren Potenzen der inversen Massenskala Λ als LNC bzw. Familienzahl verletzende Operatoren. Die Effekte, die durch einen Prozess, in dem sich die Gesamtleptonzahl ändert, hervorgerufen werden, sind somit stärker unterdrückt als die von uns betrachteten. Deshalb sind für die Kopplungen dieser Operatoren im Allgemeinen schwächere Grenzen zu erwarten.

Nun ist es schwierig, konkrete Aussagen über obere Schranken für die neuen Kopplungskonstanten zu finden, wenn man die Vielfalt der möglichen Operatoren nicht einschränkt. Aus diesem Grund befassen wir uns nur mit Erweiterungen des Standardmodells, die auf einen einzigen der neuen Operatoren zurückzuführen sind. Ausserdem lassen wir die Reihe bei der zweiten Potenz der inversen Massenskala abbrechen. Alle Effekte, die durch entsprechend höherdimensionale Operatoren beschrieben werden, sind zwangsläufig mit höheren Potenzen von Λ unterdrückt. Es ist deshalb zu erwarten, dass die Abschätzungen der zugehörigen Kopplungskonstanten entsprechend schwächer werden. In der Literatur findet man dennoch Hinweise zur Struktur von Operatoren deren Dimension die Zahl sechs überschreitet [52, 53].

In den nächsten Abschnitten werden in Anlehnung an [32] systematisch nach diesen Kriterien konstruierbare effektive Operatoren aufgelistet. Da leptonische Prozesse im Allgemeinen sehr präzise vermessen werden können, beschäftigen wir uns schwerpunktmäßig mit Operatoren (vgl. Abschnitte 3.4.1 und 3.4.2), die Prozesse mit vier Leptonen in Anfangs- und Endzustand realisieren. Dazu zählen unter anderem der Myonzerfall, Neutrino-Streuung an geladenen Leptonen, aber auch exotische Zerfälle wie $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$ und $Z \rightarrow e^\pm \mu^\mp$. In den Abschnitten 3.4.3 und 3.4.4 werden die Betrachtungen auf semileptonische Prozesse ausgeweitet, an denen Mesonen beteiligt sind. Da hier stets zwei Quarks zu einem Meson hadronisieren, gibt es in Anfangs- und Endzustand zusammen jeweils drei beobachtbare Teilchen. Zu diesen Prozessen gehören die hadronischen Zerfälle des τ -Leptons und der leichten Mesonen π und K . Rein hadronische Prozesse werden bei unseren Überlegungen nicht berücksichtigt, da in diesem Fall nach wie vor zu viele Aspekte der Wirkungsweise der starken Wechselwirkung nicht gut genug verstanden sind, um innerhalb der bis heute

erreichten Genauigkeit nach Neuer Physik zu suchen.

Diese modellunabhängige Herangehensweise birgt den Vorteil in sich, dass man ihre Resultate dem Stand der Forschung jederzeit – sofern keine Teilchen berücksichtigt werden müssen – anpassen kann, ohne alle Berechnungen und Überlegungen von neuem durchführen zu müssen. Man muss hauptsächlich den Zusammenhang zwischen den Modellparametern und den effektiven Kopplungen herstellen. Auf die Beziehung zwischen dem effektiven Ansatz (3.1) und einigen populären konkreten Erweiterungen des Standardmodells gehen wir in den einzelnen Abschnitten von Kapitel 4 näher ein. Dort werden spezielle Modelle diskutiert und diese dem modellunabhängigen Ansatz und den daraus resultierenden Ergebnissen gegenübergestellt.

3.2. Die Notation betreffende Bemerkungen

Die in Kapitel 1 vorgestellte Notation wird im Weiteren verwendet und um die in diesem Abschnitt aufgeführten Aspekte erweitert.

Um die Lesbarkeit zu gewährleisten, werden weitestgehend Indizes dort unterdrückt, wo ihre Bedeutung aus dem Kontext hervorgeht. Die Summation über Dirac-Indizes wird grundsätzlich durch Klammerung angedeutet, wo es zum besseren Verständnis notwendig erscheint. Dabei steht $(\bar{\psi}\Gamma_i\psi)$ für $\bar{\psi}_a(\Gamma_i)_{ab}\psi_b$, wobei Γ_i eine Dirac-Matrix bezeichnet. Zum Umgang mit Isospin-Doublets sei angemerkt, dass das Produkt von zwei Doublets

$$D^1 = \begin{pmatrix} d_1^1 \\ d_2^1 \end{pmatrix} \text{ und } D^2 = \begin{pmatrix} d_1^2 \\ d_2^2 \end{pmatrix} \text{ durch } (\bar{D}^1\Gamma_i D^2) = \bar{d}_1^1\Gamma_i d_1^2 + \bar{d}_2^1\Gamma_i d_2^2 \quad (3.3)$$

als Singlett, nicht als Triplet, definiert ist. Die Komponente j des Isospin-Triplets erhält man durch Kombination zweier Doublets D^1 und D^2 mit einer der Pauli-Matrizen τ^j :

$$(\bar{D}^1\Gamma_i\tau^j D^2) = \bar{d}_k^1\Gamma_i(\tau^j)_{kl}d_1^l \quad (3.4)$$

Das Produkt eines Isospin-Doublets und einem Singulett S ist gemäß

$$(\bar{D}^1\Gamma_i S) = \begin{pmatrix} \bar{d}_1^1\Gamma_i S \\ \bar{d}_2^1\Gamma_i S \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

zu verstehen und bildet ein Doublet.

Der hermitesch konjugierte Operator ist stets mit eingeschlossen und unterscheidet sich mindestens in der Kopplungskonstanten von dem explizit erwähnten Term, da α als komplexwertig angenommen wird, um eine eventuelle CP -Verletzung nicht von Vorneherein auszuschließen.

Anknüpfend an die in Kapitel 1 vorgestellte Notation, werden Dubletts im Folgenden mit l bzw. q bezeichnet während Singletts mit e, u, d bezeichnet werden. Auf die explizite Verwendung von Projektionsoperatoren kann deshalb unter Berücksichtigung der Gleichungen

$$\begin{aligned} l &= \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_L \nu \\ P_L e \end{pmatrix}, & q &= \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_L u \\ P_L d \end{pmatrix} \\ e &= e_R = P_R e, & u &= u_R = P_R u, & d &= d_R = P_R d \end{aligned} \quad (3.6)$$

verzichtet werden.

Desweiteren werden in den nachfolgenden Abschnitten dieser Arbeit Operatoren vorkommen, die mehrere Leptonfelder l bzw. e beinhalten. Um die Notation möglichst übersichtlich zu gestalten, sehen wir davon ab, jedem der vorkommenden Leptonen einen eigenen Index zu geben, der die zugehörige Leptongeneration widerspiegelt. Gemeint sind stets alle Möglichkeiten, die drei Leptonflavor e, μ und τ in irgendeiner Weise auf die Felder zu verteilen. Somit steht jeder der folgenden Operatoren als Platzhalter für eine Klasse von Operatoren, die sich nur in der Art und Reihenfolge der zugeordneten Leptonflavor unterscheiden. Die einzelnen Operatoren werden im Folgenden als **Operator X mit Flavor-Kombination Y** bezeichnet. Die Flavor-Kombination der Vier-Fermion-Operatoren kann durch ein geordnetes Vier-Tupel, etwa $(\mu e \tau \mu)$, die der Drei-Teilchen-Operatoren entsprechend der Anzahl der Fermionen durch ein geordnetes Zwei-Tupel, etwa $(e \mu)$, gegeben werden. Für die hadronischen Zustände gilt Entsprechendes. Mit 1 bzw. 2 wird die erste bzw. die zweite Generation der Quarks bezeichnet. Erst wenn eine bestimmte Flavor-Kombination vorgegeben ist, kann man den Feldern alle Charakteristika wie u.a. Leptonfamilienzahl und Masse zuordnen und erst dann lässt sich feststellen, welche Prozesse der Operator beschreiben kann. Um Beiträge der Operatoren zu den betrachteten Observablen zu bestimmen, ist es an erster Stelle wichtig, diejenigen Flavor-Kombinationen zu finden, deren zugehöriger Operator den Prozess realisiert. Die maximale Anzahl der Flavor-Kombinationen hängt von der Anzahl der Generationen ab und beträgt im Falle der Zweitupel $3^2 = 9$, im Falle der Viertupel $3^4 = 81$. Die Anzahl reduziert sich gemäß der vorgegebenen Flavor der Anfangs- und Endzustände³.

Um manche Ideen anschaulicher zu erläutern, werden gegebenenfalls Feynman-Graphen zu Hilfe genommen. Dabei ist zu beachten, dass bei der graphischen Darstellung der Feynman-Regeln Vertizes, die Neue Physik enthalten, durch einen dicken Punkt gekennzeichnet werden. Hadronische Zustände werden durch eine Kombination von Quarklinien gekennzeichnet, die durch eine Ellipse führen.

³ Eine exemplarische und ausführliche Diskussion, wie man die tatsächliche Anzahl der verschiedenen Flavor-Kombinationen eines in den nächsten Abschnitten vorgestellten Operators bestimmt, findet man in der Diskussion des Myon-Zerfalls, S.72f.

3.3. Der effektive Operator mit Dimension Fünf

Zur Massendimension fünf kann nur ein einziger eichinvarianter Operator aus den Feldern des Standardmodells konstruiert werden [54]:

$$\mathcal{L}_1 = \frac{\alpha}{\Lambda} \epsilon_{ij} \bar{l}_R^{Ci} \varphi^j \epsilon_{kl} l_L^k \varphi^l + h.c. \quad (3.7)$$

Er besteht aus je zwei Lepton- und zwei Higgs-Feldern und hat die Form eines Majorana-Massenterms. Dabei steht ϵ_{ij} für den total antisymmetrischen Tensor, analog zu Glg. (A.1) mit (12) an Stelle von (123), C für den Operator der Ladungskonjugation und

$$\bar{l}_R^{Ci} = (\bar{l}_L)^{Ci} \quad (3.8)$$

bezeichnet die ladungskonjugierten links-händigen Felder l_L^i . Ausführen der Summationen über i, j, k und l liefert zusammen mit dem Übergang vom Higgs-Feld zu seinem Vakuumerwartungswert den Ausdruck

$$\frac{\alpha}{\Lambda} v^2 \bar{\nu}_R^C \nu_L, \quad (3.9)$$

der aus einem links-händigen Neutrino-Feld ν_L und einem rechts-händigen ladungskonjugierten Neutrino-Feld $\bar{\nu}_R^C$ besteht. Dieser Term führt zu einer Neutrinomasse

$$m_\nu^2 = \frac{\alpha}{\Lambda} v^2, \quad (3.10)$$

die von dem Kopplungsparameter α , dem Vakuumerwartungswert des Higgs-Feldes v und der neuen Massenskala Λ abhängt.

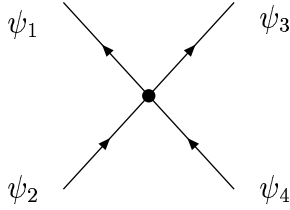
Man erhält eine Abschätzung der Skala Λ , die als Majorana-Massenskala interpretiert werden kann, indem man aufgrund experimenteller Ergebnisse $m_\nu \sim 1$ eV und $\alpha \sim 1$ setzt. Damit folgt

$$\frac{1}{\Lambda} (246 \text{ GeV})^2 \sim m_\nu = 10^{-9} \text{ GeV} \quad \Rightarrow \quad \Lambda \sim 6 \times 10^{13} \text{ GeV}. \quad (3.11)$$

Mit anderen Worten sind Phänomene mit typischen Energien E , die aus Gleichung (3.7) resultieren um etwa den Faktor $\frac{E}{10^{13}} \text{ GeV}^{-1}$ unterdrückt. Um in dem Bereich der in Zukunft experimentell erreichbaren Energieregionen einen messbaren Effekt zu erzielen, müsste die Kopplung α wesentlich größer sein als im Rahmen des Potenzreihenansatzes sinnvoll erscheint.

Da wir an Effekten interessiert sind, die sich auf einen Massenparameter $\Lambda = 1 \text{ TeV}$ beziehen, spielt dieser Operator im Weiteren keine Rolle.

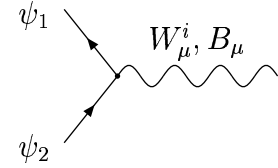
3.4. Die effektiven Operatoren mit Dimension Sechs



Es gibt zwei Arten von effektiven Operatoren, die in erster Ordnung der Störungstheorie Prozesse mit vier beteiligten Teilchen realisieren. Dazu gehören sogenannte Vier-Fermion-Operatoren. An den durch sie beschriebenen Vertizes treffen vier Fermionlinien aufeinander, ohne dass man eine Aussage über die sie vermittelnden Teilchen machen kann. Wir beschränken uns auf Wechselwirkungen, die die Lepton- und Baryonzahlerhaltung nicht verletzen, lassen jedoch die Änderung der Leptongeneration zu. Die so konstruierten Operatoren

sind bis auf Fierz-Transformationen (vergleiche Anhang B.1) eindeutig. $\psi_1 \dots \psi_4$ bezeichnet die ein- bzw. auslaufenden Leptonen und Quarks. Mit Hilfe dieser Operatoren lassen sich Drei-Körperzerfälle und $(2 \rightarrow 2)$ -Streuprozesse.

Die zweite Art von Operatoren beschreibt Vertizes, an denen drei Teilchen, ein Eichboson W_μ^i ($i = 1, 2, 3$) bzw. B_μ und zwei Fermionen ψ_1, ψ_2 , miteinander wechselwirken. Ein solcher Vertex alleine beschreibt Zerfälle von Eichbosonen und Fermionen. Kombiniert man die neuen Drei-Punkt-Vertizes mit einem Standardmodellpropagator für das Eichboson und einem Standardmodell- oder aber einem neuartigen Vertex, der die Wechselwirkung von Fermionen mit Eichbosonen beschreibt (vgl. Anhang C), kann man auch hier Zerfalls- und Streuprozesse diagrammatisch darstellen, bei denen sich die Leptonfamilienzahlen L_e, L_μ, L_τ ändern, Baryonzahl B und Gesamtleptonzahl L jedoch konstant bleiben.



Es ist nicht möglich Leptonzahl-verletzende Operatoren mit Dimension sechs zu konstruieren [55], die den oben genannten Anforderungen genügen. Details zur Konstruktion findet man in [32, 56, 57].

3.4.1. Die leptonischen Vier-Fermion-Operatoren

Wie in Referenz [56] ausführlich diskutiert, gibt es vier Operatoren, die vier Fermion-Felder enthalten und obigen Anforderungen genügen:

$$\mathcal{O}_{ee} = \alpha_{ee}(\bar{e}\gamma_\mu e)(\bar{e}\gamma^\mu e) \quad (3.12)$$

$$\mathcal{O}_{ll(1)} = \alpha_{ll(1)}(\bar{l}\gamma^\mu l)(\bar{l}\gamma_\mu l) \quad (3.13)$$

$$\mathcal{O}_{ll(3)} = \alpha_{ll(3)}(\bar{l}\gamma^\mu \tau^i l)(\bar{l}\gamma_\mu \tau_i l) \quad (3.14)$$

$$\mathcal{O}_{le} = \alpha_{le}(\bar{l}e)(\bar{e}l) \quad (3.15)$$

Wie man sofort sieht, beschreibt der Operator \mathcal{O}_{ee} ausschließlich Prozesse, die geladene Leptonen involvieren. Die anderen drei Vier-Fermion-Operatoren beschreiben dagegen auch Prozesse, bei denen auch Neutrinos erzeugt oder vernichtet werden können. Multipliziert man die Faktoren in $\mathcal{O}_{ll(1)}$ unter Berücksichtigung des Skalarprodukts aus, sieht man, dass innerhalb der einzelnen Faktoren $(\bar{l}\gamma_\mu l)$ stets zwei neutrale bzw. geladene Leptonen aneinander koppeln. Im Fall von \mathcal{O}_{ee} koppeln ausschließlich rechtshändige, geladene Felder aneinander. Sollte dieser effektiven Modifikation des Standardmodells ein unbekanntes, schweres Austauscheteilchen zugrundeliegen, lässt das den Schluss zu, dass es sich bei dem Austauscheteilchen bei beiden Operatoren um ein neutrales handelt. Eine analoge Argumentation führt zu der Annahme, dass bei dem Operator $\mathcal{O}_{ll(3)}$ bzw. \mathcal{O}_{le} sowohl geladene wie neutrale Teilchen ausgetauscht werden. Ob und wie diese Austauscheteilchen im Rahmen einer zugrundeliegenden Theorie beschrieben werden können, wird in Kapitel 4 diskutiert.

3.4.2. Die leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren

Bei den leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren handelt es sich um Produkte von Feldoperatoren, die genau zwei Lepton-Felder involvieren. Die Energiedimension einer solchen Kombination beträgt deshalb mindestens drei. Dementsprechend müssen weitere Faktoren in den Operator mit aufgenommen werden, damit das Resultat die Energiedimension sechs trägt. Als weitere Faktoren kommen kovariante Ableitungen, Higgs-Felder, Eichbosonen und deren Feldstärketensoren in Frage. Unter Berücksichtigung der Eichinvarianz kommen nicht beliebige Kombinationen von rechts- und linkshändigen Feldern in Frage. Diejenigen Operatoren, die unseren Anforderungen genügen, sind an dieser Stelle aufgelistet:

$$\mathcal{O}_{eeB} = \alpha_{eeB}(\bar{e}\gamma_\mu D_\nu e)B^{\mu\nu} \quad (3.16)$$

$$\mathcal{O}_{eB} = \alpha_{eB}(\bar{l}\sigma^{\mu\nu} e)\varphi B_{\mu\nu} \quad (3.17)$$

$$\mathcal{O}_{eW} = \alpha_{eW}(\bar{l}\sigma^{\mu\nu}\tau_i e)\varphi W_{\mu\nu}^i \quad (3.18)$$

$$\mathcal{O}_{lB} = i\alpha_{lB}(\bar{l}\gamma_\mu D_\nu l)B^{\mu\nu} \quad (3.19)$$

$$\mathcal{O}_{lW} = i\alpha_{lW}\bar{l}\tau^i\gamma_\mu D_\nu l W_i^{\mu\nu} \quad (3.20)$$

$$\mathcal{O}_{\varphi l(1)} = i\alpha_{\varphi l(1)}(\varphi^\dagger D_\mu \varphi)(\bar{l}\gamma^\mu l) \quad (3.21)$$

$$\mathcal{O}_{\varphi l(3)} = i\alpha_{\varphi l(3)}(\varphi^\dagger D_\mu \tau^i \varphi)(\bar{l}\gamma^\mu \tau_i l) \quad (3.22)$$

$$\mathcal{O}_{\varphi e} = i\alpha_{\varphi e}(\varphi^\dagger D_\mu \varphi)(\bar{e}\gamma^\mu e) \quad (3.23)$$

$$\mathcal{O}_{De} = \alpha_{De}\bar{l}(D_\mu e)D^\mu \varphi \quad (3.24)$$

$$\mathcal{O}_{\bar{D}e} = \alpha_{\bar{D}e}(D_\mu \bar{l})eD^\mu \varphi \quad (3.25)$$

Hierbei handelt es sich bereits um eine verkürzte Liste. Alle Operatoren, die eine kovariante Ableitung enthalten und sich mittels der Bewegungsgleichungen auf die Form eines der

oben angeführten Operatoren reduzieren lassen, enthalten keine neuen Informationen und werden deshalb im Folgenden nicht gesondert behandelt.

Desweiteren sind von den hier aufgeführten Operatoren, im Hinblick auf die in Kapitel 6 ff. berechneten Messgrößen, nur diejenigen Terme von Interesse, die drei Teilchen – genauer ein Eichboson und zwei Leptonen – involvieren, da wir die Berechnungen ohne Berücksichtigung jedweder Schleifenkorrekturen durchführen. Das Higgs-Feld wird durch seinen Vakuumerwartungswert ersetzt, da es bei den Energien, die für die im Folgenden besprochenen Experimente typisch sind, nicht als Freiheitsgrad in Erscheinung tritt. Von den Feldstärketensoren tragen diejenigen Ausdrücke zu den uns interessierenden Feynman-Regeln bei, die proportional zu genau einem Eichboson sind. Wird die kovariante Ableitung auf ein Leptonfeld angewendet, wirkt sie wie ∂_μ . Um aus dem Term $D_\mu\varphi$ einen nichtverschwindenden Beitrag zu erhalten, nachdem das Higgs-Feld mit seinem Erwartungswert identifiziert wurde, betrachten wir den zu den Eichfeldern proportionalen Ausdruck. Die schließlich resultierenden Feynman-Regeln sind in Anhang C zusammen mit den Feynman-Regeln des Standardmodells aufgelistet und liegen den Rechnungen in Kapitel 5 zugrunde.

Operatoren, die Ableitungen enthalten, bezeichnen wir im Folgenden als Operatoren mit Ableitungskopplungen. Ist die Lorentz-Struktur der Kopplung beispielsweise proportional zu Γ_S (Γ_P), dann bezeichnen wir die Art der Wechselwirkung als (pseudo-)skalare Ableitungskopplung etc.

Für unsere Betrachtungen sind propagierende oder reelle Higgs-Teilchen wegen der großen Ruhemasse nicht von Interesse. Deshalb wird in jedem Operator die Ersetzung $\varphi \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$ durchgeführt. Dieses Vorgehen schränkt auch die Anzahl der relevanten Vertizes ein, die von den Operatoren (3.16)–(3.25) im Rahmen unseres Ansatzes generiert werden. Nach dem Übergang von dem Higgs-Feld zu dessen Vakuumerwartungswert kann man alle Drei-Teilchen-Operatoren in vier Gruppen einteilen, die sich durch das an der Wechselwirkung beteiligte Eichboson charakterisieren lassen. Zu der einen Gruppe, in der ausschließlich die beiden neutralen Eichbosonen ausgetauscht werden, zählen \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} und \mathcal{O}_{lB} . $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$ und $\mathcal{O}_{\varphi e}$ beschreiben ausschließlich den Austausch eines Z -Bosons und bilden die zweite Gruppe. Die Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$, \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ enthalten sowohl Terme mit geladenen W -Bosonen als auch dem Z -Boson und zählen zur dritten Gruppe. Nur die Operatoren \mathcal{O}_{eW} und \mathcal{O}_{lW} bestehen aus Termen, die zusammen alle vier Eichbosonen der elektroschwachen Wechselwirkung involvieren und bilden die vierte Gruppe. Dementsprechend variiert auch die Anzahl der Feynman-Regeln pro Operator je nachdem, welcher Gruppe er angehört, wie aus Anhang C ersichtlich ist.

Im Standardmodell koppelt das Feldquant der elektromagnetischen Wechselwirkung an die elektrische Ladung der Teilchen. Deshalb bleibt besonders zu erwähnen, dass unter obigen Voraussetzungen auch Operatoren \mathcal{O}_{lB} und \mathcal{O}_{lW} konstruiert werden, die die Kopplung des Photonfeldes an Neutrinofelder beschreiben. Bei beiden Operatoren sind die Wechselwirkungsterme von der Form $\bar{\nu}\gamma_\mu\partial_\nu\nu A^{\mu\nu}$ und damit proportional zu den Impulsen eines der Neutrinos und des Photons. Vertizes, die vektorielle Lorentz-Struktur haben, beeinflus-

sen den Ladungsradius der Neutrinos, also die spin-unabhängige Wechselwirkung zwischen Neutrino und Photon. Experimentelle Aussagen über die maximale Größe des Ladungsradius von Neutrinos werden anhand von astrophysikalischen Messungen gemacht [58]. Sie sind sehr präzise, allerdings abhängig von den Modellannahmen des kosmologischen Modells. Beschleunigerexperimente [59] zur Bestimmung des Ladungsradius sind noch nicht präzise genug, um strenge Limits an neue effektive Kopplungen ableiten zu können.

Tensorielle Kopplungen $\bar{\nu}\sigma^{\mu\nu}\nu A_{\mu\nu}$ wirken sich auf das magnetische Moment der Neutrinos aus und beziehen den Spin des Neutrinos in die Wechselwirkung mit ein. Da wir keine neuen rechtshändigen Neutrinofelder in den modellunabhängigen Zugang miteinbeziehen wollen, findet man diese Wechselwirkungsterme in keinem der obigen Operatoren wieder. Messergebnisse zum magnetischen Moment von Neutrinos können mit Hilfe der hier verwendeten Ansatzes deshalb nicht ausgewertet werden, obwohl Ergebnisse mit hoher Präzision vorliegen. Das Reaktorexperiment MUNU⁴ [60] liefert die Obergrenze $\mu_\nu < 0.9 \times 10^{-10} \mu_B$ für das magnetische Moment des Elektron-Antineutrinos.

3.4.3. Die semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren

Ähnlich wie bei den leptonischen Operatoren können auch semileptonische Vier-Fermion-Operatoren gebildet werden. Durch die Forderung nach Baryonzahlerhaltung können wir uns auf Operatoren beschränken, die genau zwei Quarkfelder enthalten. Damit liegt auch die Anzahl der Leptonfelder fest. Da es im Gegensatz zum Leptonsektor bei den Quarks zwei verschiedene rechtshändige Felder (u und d) gibt, kann man mehr semileptonische als leptonische Vier-Fermion-Operatoren bilden. Die Operatoren (3.26)–(3.30) beschreiben Zerfälle von geladenen Mesonen bzw. Zerfälle von Leptonen in geladene Mesonen, von denen nur der Zerfall des Taus kinematisch möglich ist. Sowohl Prozesse, die zwei Leptonen und neutrale Mesonen involvieren als auch Neutrino-Nukleon- bzw. Elektron-Nukleon-Streuung, werden durch die Operatoren (3.31)–(3.34) beschrieben.

$$\mathcal{O}_{lq(1)} = \alpha_{lq(1)} (\bar{l}\gamma_\mu l) (\bar{q}\gamma^\mu q) \quad (3.26)$$

$$\mathcal{O}_{lq(3)} = \alpha_{lq(3)} (\bar{l}\gamma_\mu \tau_i l) (\bar{q}\gamma^\mu \tau^i q) \quad (3.27)$$

$$\mathcal{O}_{qe} = \alpha_{qe} (\bar{q}e) (\bar{e}q) \quad (3.28)$$

$$\mathcal{O}_{qde} = \alpha_{qde} (\bar{l}e) (\bar{d}q) \quad (3.29)$$

$$\mathcal{O}_{lq} = \alpha_{lq} (\bar{l}e) \epsilon (\bar{q}u) \quad (3.30)$$

$$\mathcal{O}_{eu} = \alpha_{eu} (\bar{e}\gamma_\mu e) (\bar{u}\gamma^\mu u) \quad (3.31)$$

$$\mathcal{O}_{ed} = \alpha_{ed} (\bar{e}\gamma_\mu e) (\bar{d}\gamma^\mu d) \quad (3.32)$$

⁴ MU steht für das magnetische Moment des Neutrinos NU.

$$\mathcal{O}_{lu} = \alpha_{lu}(\bar{l}u)(\bar{u}l) \quad (3.33)$$

$$\mathcal{O}_{ld} = \alpha_{ld}(\bar{l}d)(\bar{d}l) \quad (3.34)$$

Wie in Abschnitt 3.4.1 können Isospin-Singulett- und Triplet-Kombinationen gebildet werden. Die semileptonischen Operatoren haben eine Struktur, die der Struktur der leptonischen ähnelt. Den leptonischen Operatoren $\mathcal{O}_{ll(1)}$ und $\mathcal{O}_{ll(3)}$ entsprechen die beiden semileptonischen Operatoren $\mathcal{O}_{lq(1)}$ und $\mathcal{O}_{lq(3)}$, die man durch Austausch von zwei Leptonfeldern durch zwei Quarkfelder erhält. Da sowohl up- als auch downartige Quarks als rechtshändige Felder vorkommen, entsprechen dem Operator \mathcal{O}_{le} die vier semileptonischen Operatoren \mathcal{O}_{qe} , \mathcal{O}_{qde} , \mathcal{O}_{lu} und \mathcal{O}_{ld} . Da die Operatoren keine Ladung tragen dürfen, müssen bei \mathcal{O}_{lq} die Isospinkomponenten mittels des Epsilon-Tensors verknüpft werden. \mathcal{O}_{eu} und \mathcal{O}_{ed} entsprechen dem leptonischen Operator \mathcal{O}_{ee} .

Die Überlegungen in Abschnitt 3.4.1 zum möglichen Austausch von schweren Teilchen behalten auch hier ihre Gültigkeit: Die effektive Struktur der Operatoren $\mathcal{O}_{lq(1)}$, \mathcal{O}_{eu} und \mathcal{O}_{ed} kann auf den Austausch eines neutralen Teilchens zurückgeführt werden, das sowohl an ein Lepton- als auch ein Quarkpaar koppelt. Ebenso kann man die Operatoren $\mathcal{O}_{lq(3)}$, \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} durch den Austausch von schweren geladenen Teilchen interpretieren. Führt man die durch die Operatoren \mathcal{O}_{qe} , \mathcal{O}_{lu} bzw. \mathcal{O}_{ld} beschriebenen Vier-Fermion-Vertizes auf analoge Weise auf zwei Drei-Teilchen-Vertizes zurück, muss das entsprechende Feldquant eine drittelzahlige Ladung besitzen, um an die Paare νd , νu , ed und eu koppeln zu können.

3.4.4. Die hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren

Die Drei-Teilchen-Operatoren enthalten neben dem Eichboson genau zwei Fermionen. Die Kombinationen von Feldern, die sich aus dem Teilcheninhalt des Standardmodells bilden lassen, können wegen der geforderten Baryonzahlerhaltung⁵ nur zwei Quarks, nicht aber Leptonen enthalten. Da die up- und die down-artigen Quarks jeweils als rechts- und linkshändige Felder auftreten können, übersteigt die Anzahl der hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren die der leptonischen.

$$\mathcal{O}_{qW} = \alpha_{qW} i \bar{q} \tau^i \gamma_\mu D_\nu q W_i^{\mu\nu} \quad (3.35)$$

$$\mathcal{O}_{qB} = \alpha_{qB} i \bar{q} \gamma_\mu D_\nu q B^{\mu\nu} \quad (3.36)$$

$$\mathcal{O}_{\varphi q(1)} = \alpha_{\varphi q(1)} i (\varphi^\dagger D_\mu \varphi) (\bar{q} \gamma^\mu q) \quad (3.37)$$

$$\mathcal{O}_{\varphi q(3)} = \alpha_{\varphi q(3)} i (\varphi^\dagger D_\mu \tau_i \varphi) (\bar{q} \gamma^\mu \tau^i q) \quad (3.38)$$

$$\mathcal{O}_{\varphi\varphi} = \alpha_{\varphi\varphi} i (\varphi^\dagger \epsilon D_\mu \varphi) (\bar{u} \gamma^\mu d) \quad (3.39)$$

$$\mathcal{O}_{Du} = \alpha_{Du} (\bar{q} D_\mu u) D^\mu \tilde{\varphi} \quad (3.40)$$

⁵ Experimentell gibt es bislang noch keinerlei Hinweise auf Prozesse, die die Baryonzahl ändern.

$$\mathcal{O}_{Dd} = \alpha_{Dd}(\bar{q}D_\mu d)D^\mu\varphi \quad (3.41)$$

$$\mathcal{O}_{\bar{D}u} = \alpha_{\bar{D}u}(D_\mu\bar{q}u)D^\mu\tilde{\varphi} \quad (3.42)$$

$$\mathcal{O}_{\bar{D}d} = \alpha_{\bar{D}d}(D_\mu\bar{q}d)D^\mu\varphi \quad (3.43)$$

$$\mathcal{O}_{uW} = \alpha_{uW}(\bar{q}\sigma^{\mu\nu}\tau^i u)\tilde{\varphi}W_{\mu\nu}^i \quad (3.44)$$

$$\mathcal{O}_{uB} = \alpha_{uB}(\bar{q}\sigma^{\mu\nu}u)\tilde{\varphi}B_{\mu\nu} \quad (3.45)$$

$$\mathcal{O}_{dW} = \alpha_{dW}(\bar{q}\sigma^{\mu\nu}\tau^i d)\varphi W_{\mu\nu}^i \quad (3.46)$$

$$\mathcal{O}_{dB} = \alpha_{dB}(\bar{q}\sigma^{\mu\nu}d)\varphi B_{\mu\nu} \quad (3.47)$$

$$\mathcal{O}_{\varphi u} = \alpha_{\varphi u}i(\varphi^\dagger D_\mu\varphi)(\bar{u}\gamma^\mu u) \quad (3.48)$$

$$\mathcal{O}_{\varphi d} = \alpha_{\varphi d}i(\varphi^\dagger D_\mu\varphi)(\bar{d}\gamma^\mu d) \quad (3.49)$$

Wie bei der Betrachtung der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren bereits diskutiert wurde, wird von der kovarianten Ableitung der Anteil proportional zu den Eichfeldern betrachtet, wenn sie auf das Higgs-Feld wirkt. Wirkt sie auf Fermionen, wird nur die einfache Ableitung berücksichtigt. Insbesondere weisen wir bei dieser Aufzählung von Produkten von Feldoperatoren und deren Ableitung im hadronischen Sektor, wie schon bei den leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren, darauf hin, dass Mehrdeutigkeiten, die durch Ausnutzung der Bewegungsgleichung ausgeräumt werden können, nicht explizit aufgeführt werden.

Um schließlich Drei-Teilchen-Vertizes zu erhalten, werden die Anteile der Feldstärketensoren, die mehr als ein Eichfeld enthalten, vernachlässigt. Das Higgs-Feld wird wie oben durch seinen Vakuumserwartungswert ersetzt, um letztendlich die zu den Operatoren gehörenden Feynman-Regeln zu bestimmen, die in Anhang C zu finden sind.

Alle Feynman-Regeln die man aus (3.35)–(3.49) ableiten kann und die für die uns interessierenden Prozesse relevant sind, beschreiben Vertizes an denen ein Eichboson an zwei Quarks koppelt. Zusammen mit Standardmodell-Feynman-Regeln für die Wechselwirkung zwischen Eichbosonen und Leptonen und dem entsprechenden Propagator kann man u.a. Zerfälle $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu$, $K^- \nu$ und $\pi^- \rightarrow l^- \nu$, $\pi^0 \rightarrow l\bar{l}'$ bzw. $K \rightarrow e\nu, \mu\nu$ realisieren, mit denen wir uns in Kapitel 9 beschäftigen werden.

Man kann die Reihe von Operatoren wieder entsprechend der Art des Austauschteilchens unterteilen. Hierzu benötigt man wieder die beiden geladenen W -Bosonen, das Z -Boson und das Photon. Die drei Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi q(1)}$, $\mathcal{O}_{\varphi u}$ und $\mathcal{O}_{\varphi d}$ beschreiben lediglich die Kopplung an das Z -Boson. Bei den Operatoren \mathcal{O}_{qB} , \mathcal{O}_{uB} und \mathcal{O}_{dB} , treten zusätzlich Terme auf, die proportional zum Photonfeld A_μ sind. Geladene W -Bosonen und das Z -Boson treten in den Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$, \mathcal{O}_{Dd} und $\mathcal{O}_{\bar{D}d}$ auf. Operatoren, die in bestimmter Weise an jedes der vier Eichfelder koppeln sind \mathcal{O}_{qW} , \mathcal{O}_{Du} , $\mathcal{O}_{\bar{D}u}$, \mathcal{O}_{uW} und \mathcal{O}_{dW} . Lediglich der Operator $\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$ ist auf die Kopplung von Quarks an geladene W -Bosonen beschränkt.

4. Modelle

4.1. Compositeness

Hinter dem Begriff *Compositeness* verbirgt sich die Annahme, dass Fermionen, Eichbosonen bzw. skalare Teilchen des Standardmodells keine elementaren Teilchen sind, sondern eine Substruktur besitzen. Wäre die Annahme korrekt, ließen sich insbesondere Leptonen und Quarks als Bindungszustände von mehreren anderen Komponenten beschreiben, die in bestimmten Modellen als *Preonen* bezeichnet werden. Auf diesen Fall wollen wir uns im Hinblick auf die oben aufgeführten effektiven Operatoren beschränken und auf die Diskussion anomalen Verhaltens der Eichbosonen und des Higgs-Bosons verzichten. Im Gegensatz zu Atomen, bei denen im Vergleich zu den Massen von Kern und Elektronen kleine Bindungsenergien vorliegen, müssen die Konstituenten der Quarks und Leptonen stark gebunden und verhältnismäßig leicht sein. Man führt eine sogenannte Compositeness-Skala Λ_C ein, die in dieser Beschreibung die Rolle des Entwicklungsparameters Λ in dem effektiven Ansatz (3.1) übernimmt. Die Längenskala, auf der die Substruktur gesehen werden kann, ist $1/\Lambda_C$. Die Physik der Bausteine von Quarks und Leptonen spielt sich im Bereich Λ_C ab und ist deshalb relativistisch zu behandeln. Phänomene, die mit der Substruktur von Leptonen und Quarks zusammenhängen, sind umgekehrt im Niederenergiebereich mit Potenzen von Λ_C^{-1} unterdrückt. Die dominanten Effekte sind wiederum durch effektive Operatoren mit der kleinstmöglichen Massendimension größer vier zu erwarten, d.h. von Vier-Fermion-Operatoren der Form (3.12)–(3.15) für Leptonen bzw. (3.26)–(3.34) für Lepton-Quark-Wechselwirkungen. Diese werden im folgenden Abschnitt näher untersucht. Modelle in denen eine oder beide Komponenten ψ_L und ψ_R zusammengesetzte Teilchen sind, enthalten Kontaktwechselwirkungs-Terme, die helizitätserhaltend sind [61]. Die Lagrange-Dichte kann dann in der Form ausgedrückt werden

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C = & \frac{g^2}{2\Lambda_C^2} (\alpha_{LL} \bar{\psi}_L \gamma_\mu \psi_L \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L + \alpha_{RR} \bar{\psi}_R \gamma_\mu \psi_R \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R \\ & + \alpha_{LR} \bar{\psi}_L \gamma_\mu \psi_L \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R + \alpha_{RL} \bar{\psi}_R \gamma_\mu \psi_R \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L), \end{aligned} \quad (4.1)$$

wobei ψ_L die Komponenten u, d, ν, e der linkshändigen Quark- bzw. Leptondoublets bezeichnet, während ψ_R für die rechtshändigen Fermionen u, d, e steht. Auf Generationenindizes verzichten wir der Übersichtlichkeit halber. Den so beschriebenen Wechselwirkungen können der Austausch von Preonen oder Feldquanten zwischen den Fermionen zugrunde liegen. Neben der Vier-Fermion-Wechselwirkung, die oft auch als Kontaktwechselwirkung

bezeichnet wird, könnte sich Compositeness in einer Änderung der Eichboson-Fermion-Kopplungen manifestieren, die sich wiederum als Formfaktor auswirkt. Dieser Effekt ist allerdings gegenüber dem der Kontaktwechselwirkung in bestimmten Modellen unterdrückt [61]. Desweiteren ist im Falle von zusammengesetzten Fermionen zu erwarten, dass es zusätzlich angeregte Zustände gibt.

Üblicherweise wird bei der Diskussion von *Compositeness* die Kopplungskonstante g fest gewählt, etwa $g^2/4\pi = 1$, und daraus unter der Annahme, dass nur eine der Kopplungskonstanten α_{ij} nicht Null, sondern gleich eins ist, eine Schranke für die Massenskala abgeleitet. Diese liegt bei einem Konfidenzniveau von 95% für rein leptonische Prozesse etwa bei mindestens 1 TeV [36], bei hadronischen oberhalb von etwa 2 TeV [36]. Die Grenzen an Λ_C stützen sich vor allem auf Ergebnisse der LEP-Kollaborationen sowie der Tevatron- und HERA-Experimente. Am LEP werden mittels Elektron-Positron-Vernichtung neben rein leptonischen Prozessen $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$ auch semileptonische Prozesse $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ beobachtet. Dementsprechend können Grenzen für $\Lambda(e\ell\ell)$ und $\Lambda(eeqq)$ bestimmt werden. Am Tevatron werden Protonen zur Kollision gebracht. Deshalb kann man dort die Prozesse $q\bar{q} \rightarrow e^+e^-$, aber auch $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ beobachten und Grenzen für $\Lambda(llqq)$ sowie $\Lambda(qqqq)$ bestimmen. Am Elektron-Proton-Speicherring HERA, DESY (**D**eutsches **E**lektron **S**ynchrotron), können u.a. Daten aus dem Prozess $qe^- \rightarrow qe^-$ gewonnen werden, woraus man Untergrenzen an $\Lambda(eeqq)$ ermitteln kann. Man kann Gleichung (4.1) verwenden, um das Verhältnis von Kopplungskonstanten zu Energieskala in der Terminologie von Gleichung (3.1) zu schreiben

$$\frac{\alpha}{\Lambda} \longrightarrow \frac{g^2}{2\Lambda_C} \alpha_{ij} = \frac{2\pi}{\Lambda_C} \alpha_{ij}. \quad (4.2)$$

Unter der von uns verwendeten Annahme, dass $\Lambda = 1$ TeV, lassen sich obige Grenzen für die Compositeness-Skala auf einfache Weise in eine Grenze für die Kopplungskonstante α übersetzen

$$\alpha_C \sim \frac{2\pi}{1 \dots 2 \text{ TeV}} 1 \text{ TeV} \sim 3.1 \dots 6.2, \quad (4.3)$$

wobei zu beachten ist, dass dieser Wert einem 95%-igem Konfidenzniveau entspricht. So erhält man anhand der minimalen Werte für Λ_C eine grobe Abschätzung der Vier-Fermion-Kopplungskonstanten α , die man mit den ab Kapitel 6 vorgestellten Ergebnissen vergleichen kann. Zu beachten ist bei einem direkten Vergleich, dass die von uns berechneten Ausschlussgrenzen auf einem 90%-tigem Konfidenzniveau angegeben werden. Unter der Annahme, dass die Fehler sich Gaußisch verhalten, muss, abhängig von der Ordnung von α , mit der der neue Beitrag zu dem Prozess beiträgt, der Faktor 1.64/1.96 bzw. eine Potenz davon berücksichtigt werden. Desweiteren muss beachtet werden, welchen der Vier-Fermion-Operatoren (3.12)–(3.15) bzw. (3.26)–(3.34) mit gewissen Flavor-Verteilungen die in Referenz [36] zusammengestellten Energieskalen Λ entsprechen. Denn jeder der effektiven Vier-Fermion-Operatoren realisiert nur eine Teilmenge der am LEP, Tevatron bzw. DESY beobachteten Prozesse. Sowohl die Limits der einzelnen Experimente als auch der von uns durchgeführten Rechnungen beziehen sich auf eine gewisse Kombination von Quark- und

Leptongenerationen. Beim Vergleich verschiedener Limits ist zu beachten, dass es durchaus denkbar ist, dass Compositeness sich für unterschiedliche Flavor-Kombinationen durch verschiedene Λ_C äussert¹.

Wir vergleichen an dieser Stelle explizit die aus $\Lambda(l\nu l\nu) > 3.1 \text{ TeV}$ [36] resultierende maximale Kopplungskonstante $\alpha_C < 2$ mit den Ergebnissen aus den leptonischen Zerfallsprozessen $l^- \rightarrow l'^-\nu\bar{\nu}$, was gleichbedeutend mit der Einschränkung auf die leptonische Vier-Fermion-Operatoren (3.13)–(3.15) ist. Der Zusammenhang zwischen $\Lambda(eeqq)$ etc., der Lepton-Nukleon-Streuung (Kapitel 9.9) und den semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren (3.26)–(3.34) lässt sich analog herstellen.

Wie man anhand der Tabellen 6.2, 6.12 und 6.15 sieht, sind die von uns gewonnenen Abschätzungen der neuen Kopplung der LNC-Mode um zwei Größenordnungen besser als die durch $\Lambda(l\nu l\nu)$ gewonnenen, während die der LNV-Moden von der gleichen Größenordnung wie α_C sind.

Anhand der seltenen Zerfälle von Myon und Tau $l' \rightarrow lll$ können mit der modellunabhängigen Methode Obergrenzen für α bestimmt werden, die eine bis fünf Größenordnungen kleiner sind als in (4.3). Diese gelten allerdings für Operatoren, die drei gleiche Lepton-Felder l enthalten, während sich die experimentellen Bestimmungen von Λ_C auf Prozesse mit Paaren von Lepton-Feldern beziehen.

Die leptonischen Streuprozesse aus Kapitel 7 führen zu Abschätzungen in der Größenordnung von $0.1 \dots 50$ und streuen damit um eine Größenordnung um α_C .

Die semileptonischen Operatoren führen, wie aus Kapitel 9 ersichtlich, zu Abschätzungen im Prozentbereich und sind damit ebenfalls um zwei Größenordnungen besser als mittels der Bestimmung der Compositeness-Skala Λ_C .

4.2. Leptoquarks

Unter Leptoquarks (LQ) versteht man Teilchen, die gleichzeitig an Leptonen und Quarks koppeln. Sie tragen drittelzahlige elektrische Ladung und Farbladung, Lepton- und Baryonzahl. Der Spin kann 0 oder 1 betragen. Man kann den LQs eine Fermionzahl F zuordnen, die sich aus Lepton- und Baryonzahl L und B derjenigen Teilchen zusammensetzt, an die das LQ koppelt: $F = L + 3B$. Falls die Masse des LQs groß gegen die Energie des Prozesses ist, kann der Austausch eines schweren, virtuellen LQs entsprechend des LQ-Spins effektiv sowohl durch skalare als auch durch vektorielle Kontaktwechselwirkungen, wie sie im vorhergehenden Abschnitt, Glg. (4.1) eingeführt wurden, beschrieben werden. Dazu benutzen wir eine von unserer üblichen Konvention abweichende Schreibweise. Bei keinem der im Folgenden aufgeführten Feldoperatoren handelt es sich um ein Isospinvektorartiges Objekt. Es treten in der folgenden Lagrange-Dichte lediglich rechtshändige Singletts oder einzelne Komponenten der links-händigen Dubletts auf. Die Händigkeit wird durch die

¹ Bis heute sind nicht alle Λ_C experimentell bestimmt, die innerhalb von Modellen denkbar sind. Beispielsweise gibt es zwar Messungen, die Obergrenzen für den Prozess $\mu^- \rightarrow e^-e^+e^-$ bestimmen, aber keine Analyse, die daraus eine Untergrenze für $\Lambda_C(eee\mu)$ bestimmt.

beiden Indizes L bzw. R gekennzeichnet. Die diese Art von Wechselwirkung beschreibende effektive Lagrange-Dichte lautet damit:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{LQ} &= \frac{\alpha_{LL,V}^{ijkl}}{\Lambda_{LQ}^2} (\bar{L}_{L,i} \gamma^\mu L_{L,j}) (\bar{Q}_{L,k} \gamma_\mu Q_{L,l}) + \frac{\alpha_{RR,V}^{ijkl}}{\Lambda_{LQ}^2} (\bar{L}_{R,i} \gamma^\mu L_{R,j}) (\bar{Q}_{R,k} \gamma_\mu Q_{R,l}) \\
&+ \frac{\alpha_{LR,V}^{ijkl}}{\Lambda_{LQ}^2} (\bar{L}_{L,i} \gamma^\mu L_{L,j}) (\bar{Q}_{R,k} \gamma_\mu Q_{R,l}) + \frac{\alpha_{RL,V}^{ijkl}}{\Lambda_{LQ}^2} (\bar{L}_{R,i} \gamma^\mu L_{R,j}) (\bar{Q}_{L,k} \gamma_\mu Q_{L,l}) \\
&+ \frac{\alpha_S^{ijkl}}{\Lambda_{LQ}^2} (\bar{L}_{L,i} L_{R,j}) (\bar{Q}_{R,k} Q_{L,l}), \tag{4.4}
\end{aligned}$$

wobei L_L, L_R (Q_L, Q_R) für ein links- bzw. rechts-chirales Lepton- (Quark-)feld steht und i, j, k, l Generationenindizes sind. Eine systematische Erfassung aller möglichen skalaren und vektorartigen LQs findet man beispielsweise in Form des Buchmüller-Rückl-Wyler-Modells (BRW-Modell) [62]. Auf die dortigen Definition beziehen sich viele experimentelle Ergebnisse. Durch die Einführung von Leptoquarks werden der Baryon- und der Leptonsektor miteinander verknüpft, um im Weiteren beides als einen einzigen Baustein einer fundamentaleren Theorie auffassen zu können. Unter Angabe einer bestimmten Symmetrie, die dieser Vereinheitlichung zugrunde liegt, findet man in der Literatur einige Beispiele für Modelle mit Leptoquarks im Bezug auf Compositeness [63], GUT [30] oder Technicolor [64, 65]. Baryon- und Leptonzahl sind in Modellen mit Leptoquarks nicht notwendig Erhaltungsgrößen. Verzichtet man auf die Erhaltung der Baryonzahl, würde sich die durch den Austausch von Leptoquarks vermittelte Wechselwirkung im Protonzerfall bemerkbar machen. Aufgrund der großen unteren Schranke der Protonlebensdauer $\tau_p > 2.1 \times 10^{29}$ yr auf einem 90%–igem Konfidenzniveau [66] wäre die Masse eines solchen Leptoquarks von der Größenordnung 10^{15} GeV und deshalb von wenig direktem Interesse für die in naher Zukunft experimentell zugänglichen Messungen. Die Lebensdauer des Elektrons spielt hierbei keine Rolle, da der durch einen entsprechenden Drei-Teilchen-Vertex beschriebene Zerfall $e \rightarrow q LQ$ kinematisch ausgeschlossen ist. Neben der Annahme einer extrem großen LQ-Masse, besteht eine weitere Möglichkeit FCNC-Prozesse zu unterdrücken darin, die nicht-diagonalen Kopplungen von Hand klein zu wählen.

Der direkte Hinweis für die Existenz von Leptoquarks steht bis heute aus. Jedoch kann man anhand einiger Experimente Untergrenzen für die Masse dieser hypothetischen Teilchen angeben. H1 [67] und ZEUS [68] finden eine Untergrenze für die Masse in Abhängigkeit vom Typ des Leptoquarks von bis zu 325 GeV bzw. 386 GeV unter der Annahme, dass die Größe der Kopplung 0.3 beträgt und damit vergleichbar zur elektromagnetischen Kopplung ist. Aus einer globalen Analyse der LEP-Daten [69] unter der Annahme, dass die Kopplungsstärke 1 beträgt, erhält man eine minimale Masse für skalare Leptoquarks von 0.7...1.1 TeV. In einer Analyse, die sowohl HERA- als auch LEP- und Tevatron-Daten berücksichtigt, findet man, dass die Daten mit der Hypothese der Existenz von Leptoquarks am besten in Einklang zu bringen sind, falls die Masse der Leptoquarks bei 276 GeV und die Kopplungsstärke bei 0.095 [70] liegen. Andererseits lassen sich anhand dieser Messungen auch Ausschlussgrenzen formulieren, die mit allen Datensätzen vereinbar sind. Sie führen

zu Untergrenzen für das Verhältnis aus Kopplungskonstanten und Leptoquarkmasse von $\lambda/m_{LQ} \gtrsim 0.12 \dots 0.52 \text{ TeV}^{-1}$.

Für einige Flavor-Verteilungen, die die dritte Generation betreffen, findet man direkte Limits anhand der $D\theta$ - und CDF-Messungen, die völlig unabhängig von der Größe des neuen Kopplungsparameters Grenzen für die Masse eines vektoriellen Leptoquarks $m_{LQ} > 344 \text{ GeV}$ liefern [71].

Den Experimenten am LHC wird prognostiziert, dass sie ein Entdeckungspotenzial für skalare (vektorielle) Leptoquarks mit Massen bis zu 1.2 TeV (1.5 TeV) besitzen [72].

Eine Messung der Hyperfeinstruktur-Übergänge im Cäsium-Atom [73] warf Ende der Neunziger Jahre Fragen im Hinblick auf die schwache Wechselwirkung auf. Anhand der Vermessung der $6S \rightarrow 7S$ -Übergänge kann die effektive schwache Ladung Q_W , die durch die Form des Nukleon-Elektron-Potenzial gegeben ist, bestimmt werden. Q_W kann andererseits auch durch den schwachen Mischungswinkel θ_W ausgedrückt werden. Anhand der Analyse [73] ist eine Abweichung um 2.5σ von der theoretischen Voraussage der Ein-Loop-Korrekturen des SMs [74] festgestellt worden. Diese Diskrepanz konnte durch verbesserte Kenntnis der Hyperfeinstruktur-Amplitude [75] und SM-Rechnung [76], der Einbeziehung der Breit-Wechselwirkung [77] und anderer bis dato unterschätzter Effekte [78, 79, 80, 82] in den auf die Messung folgenden Jahren jedoch beseitigt werden. Allerdings könnte sich ein möglicher Leptoquark-Austausch, wie in Referenz [76] diskutiert, durch ein vom SM abweichenden Wert von Q_W bemerkbar machen.

Der Zusammenhang zwischen einem Modell mit Leptoquarks und unserem Zugang besteht in den effektiven semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren, die sowohl zwei Lepton- als auch zwei Quarkfelder enthalten. Die Operatoren (3.26)–(3.34) müssen also mit den Kontaktwechselwirkungen in (4.4) in Beziehung gebracht werden. Im Falle skalarer bzw. vektorieller Kopplungen wie bei den Operatoren (3.28)–(3.30) bzw. (3.26), (3.27) und (3.31)–(3.34) entspräche die Art des Leptoquarks der eines skalaren bzw. vektoriellen Teilchens. Die einzigen von uns betrachteten Prozesse, die sowohl Leptonen als auch Quarks involvieren, werden in Kapitel 9 behandelt. Mittels der dort diskutierten Ergebnisse² können wir, auf einem Konfidenzniveau von 95 Prozent und unter der Annahme, dass die Kopplungen $\alpha^{ijkl} = 1$ ($\alpha^{ijkl} = \sqrt{0.3}$) sind, auf eine Untergrenze der an diesen Prozessen möglicherweise beteiligten Leptoquarkmassen schließen. Die Grenzen an die effektiven Kopplungen für die Leptonzahl-erhaltenden Moden variieren im Bereich von 10^{-6} bis 10^{-2} . Gemäß

$$\frac{\alpha^{ijkl}}{m_{LQ}^2} = \frac{\alpha(95\%C.L.)}{\Lambda^2} \sim \frac{1.96}{1.64} \frac{10^{-6} \dots 10^{-2}}{1 \text{ TeV}^2} \quad (4.5)$$

ergeben sich dann auf einem Konfidenzniveau von 95% untere Grenzen der Leptoquarkmassen von

$$m_{LQ} > 9 - 912 \text{ TeV bzw. } 3 - 274 \text{ TeV}, \quad (4.6)$$

² Alle von uns bestimmten Abschätzungen für die effektiven Kopplungen werden für ein Konfidenzniveau von 90 Prozent aufgelistet und müssen deshalb an dieser Stelle umgerechnet werden.

falls $\alpha^{ijkl} = 1$ bzw. $\alpha^{ijkl} = \sqrt{0.3}$. Die Schranken für α sind für die Leptonzahl-verletzenden Moden teilweise schwächer und liegen im Bereich von 10^{-2} bis 1. Ausserdem geht die Massenskala Λ in die Observable mit der vierten Potenz ein. Die Ausschlussgrenzen der Leptoquark-Massen sind deshalb schwächer als für die LNC-Prozesse:

$$m_{LQ} > 0.8 - 3 \text{ TeV bzw. } 240 - 900 \text{ GeV.} \quad (4.7)$$

Insgesamt können die hier vorgestellten Ergebnisse nicht als absolute Ausschlussgrenze an die Leptoquark-Masse verstanden werden. Sie gelten nur für eine bestimmte Flavor-Kombination und zusätzlich nur genau dann, wenn die von uns in Kapitel 3 gemachten Annahmen erfüllt sind. Deshalb sollte die direkte Suche nach LQs in jedem Fall weiter voran gebracht werden.

Ergebnisse zu Abschätzungen von Leptoquark-Kopplungen, die aus Zerfällen, die zwei Mesonen involvieren, bzw. aus Zerfällen von neutralen Mesonen stammen, findet man z.B. in [81].

4.3. Supersymmetrie

4.3.1. Lagrange-Dichte des MSSM

Chirale Supermultipletts		Spin 0	Spin $\frac{1}{2}$	$U(1)$	$SU(2)$	$SU(3)$
SQuark, Quark	q	$(\tilde{u}_L, \tilde{d}_L)$	(u_L, d_L)	$\frac{1}{6}$	2	3
	\bar{u}	\tilde{u}_R	$(u_R)^C$	$-\frac{2}{3}$	1	$\bar{3}$
	\bar{d}	\tilde{d}_R	$(d_R)^C$	$\frac{1}{3}$	1	$\bar{3}$
SLepton, Lepton	l	$(\tilde{\nu}_{eL}, \tilde{e}_L)$	(ν_{eL}, e_L)	$-\frac{1}{2}$	2	1
	\bar{e}	\tilde{e}_R	$(e_R)^C$	1	1	1
Higgs, Higgsino	H_u	(H_u^+, H_u^0)	$(\tilde{H}_u^+, \tilde{H}_u^0)$	$\frac{1}{2}$	2	1
	H_d	(H_d^0, H_d^-)	$(\tilde{H}_d^0, \tilde{H}_d^-)$	$-\frac{1}{2}$	2	1
Eich-Supermultipletts		Spin $\frac{1}{2}$	Spin 1	$U(1)$	$SU(2)$	$SU(3)$
Gluino, Gluon		\tilde{G}	G	0	1	8
Wino, W -Boson		$\tilde{W}^\pm, \tilde{W}^0$	W^\pm, W^0	0	3	1
Bino, B -Boson		\tilde{B}	B	0	1	1

Tab. 4.1.: Die erste Generation des Teilchen- und Superteilchenspektrums des MSSM

An dieser Stelle seien kurz die für uns wesentlichen Aspekte einer supersymmetrischen Theorie beschrieben. Grundlegende bzw. ausführliche Darstellungen findet man u.a. in [83, 84, 85].

Supersymmetrie (SUSY) zeichnet sich dadurch aus, dass sie bosonische und fermionische Felder miteinander verknüpft. Durch SUSY-Transformationen führt man Fermionen und Bosonen eines Supermultipletts in einander über. Jedem Teilchen aus dem Spektrum des Standardmodells wird auf diese Weise ein supersymmetrischer Partner zugeordnet, dessen Spin sich um eine halbe Einheit von dem des Teilchens unterscheidet. Es stellt sich heraus, dass man, obwohl die Fermionen des Standardmodells Spin $\frac{1}{2}$ tragen und das Standardmodell ausserdem über ein skalares Higgs-Boson verfügt, keinem der Fermionen das Higgs-Boson als Partner zuordnen kann. Ausserdem muss aus mehreren Gründen³ ein zweites Higgs-Dublett zu dem des Standardmodells eingeführt werden. Ebenso wenig können Photon und Neutrino oder andere Teilchenpaare in einem Supermultiplett zusammengefasst werden. Die Superpartner tragen im Folgenden den gleichen Namen wie die Standardmodellfelder und werden mit $\tilde{}$ gekennzeichnet. Der üblichen Konvention folgend, werden alle Fermionen durch linkshändige Spinoren beschrieben. Die rechtshändigen Fermionfelder $f_R = \psi_{f-}$ werden durch ihre ladungskonjugierten linkshändigen Antiteilchen $f_L^+ = \chi_{f+}$ beschrieben, d.h. $f_R^- = (f_L^+)^C = i\sigma_2 \chi_{f+}^{\dagger T}$. Deswegen sind in Tabelle 4.1 linkshändige $SU(2)$ -Dublettfelder u_L, d_L, ν_L, e_L und rechtshändige ladungskonjugierte Singlettfelder $(u_R)^C, (d_R)^C, (e_R)^C$ aufgelistet.

Das verbreitetste Szenario ist das sogenannte Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM), das im Niederenergielimes auf das Standardmodell der Elementarteilchen zurückführt (vgl. Kapitel 1), eine minimale Anzahl von Teilchen beinhaltet und in dem es ein stabiles leichtestes SUSY-Teilchen (LSP) resultierend aus der R_P -Erhaltung (vgl. Abschnitt 4.3.2) gibt. Eine Auflistung der im MSSM auftretenden Teilchen und deren Superpartner findet man in Tabelle 4.1 zusammen mit den zugehörigen Quantenzahlen bezüglich der Symmetriegruppe des Standardmodells $U(1)_Y \times SU(2)_L \times SU(3)_c$.

(1)	$U(1)_Y, SU(2)_L, SU(3)_c$ Eich-Supermultipletts
(2)	chirale Supermultipletts für Quarks und Leptonen
(3)	zwei Higgs-Dubletts
(4)	tri-skalare Kopplungen im Superpotenzial

Tab. 4.2.: Bausteine des MSSM

Um ein supersymmetrisches Modell zu formulieren, ist es nötig, den Minkowski-Raum

³ Zum einen fordert man, dass das Superpotenzial W eine analytische Funktion in den Variablen, nicht aber der dazu komplex konjugierten Felder ist. Zum anderen benötigt man zwei Felder mit Hyperladung $\pm\frac{1}{2}$ für die passende Beschreibung der Yukawa-Kopplungen der up- und down-artigen Quarks. Desweiteren benötigt man zwei Higgs-Supermultipletts, um die Aufhebung von Anomalien zu garantieren.

um je eine links- und rechts-chirale Grassmann-Variable θ, θ^* zu erweitern. Ein Superfeld $\Phi(x^\mu, \theta, \theta^*)$ ist ein Feld, das sowohl von den spinorartigen Grössen θ, θ^* als auch von den Ortskoordinaten x^μ abhängt. Man unterscheidet zwei Arten von Superfeldern. Die links-chiralen hängen nur von θ und x^μ ab, die rechts-chiralen hängen dagegen von θ^* und x^μ ab. Die Entwicklung eines links-chiralen⁴ Superfeldes in der Grassmann-Variable θ , das zur Beschreibung der „Materie“-Felder, die den Fermionfeldern des SMs entsprechen, und deren Superpartner dient, lautet dann

$$\Phi(x^\mu, \theta) = \phi(x^\mu) + \theta \cdot \chi(x^\mu) + \frac{1}{2} \theta \cdot \theta F(x^\mu), \quad (4.8)$$

wobei ϕ das komplexe skalare Feld, χ das fermionische Feld und F ein Hilfsfeld bezeichnen⁵. Für jedes einzelne der fermionischen SM-Felder χ muss in einem SUSY-Modell ein chirales Supermultiplett Φ eingeführt werden. Beide tragen im Weiteren einen Index i . Die Einführung des Hilfsfeldes F ist notwendig, da die Anzahl der Freiheitsgrade des skalaren Feldes (zwei reelle) und des chiralen Feldes (vier reelle) nicht übereinstimmen. Der fermionische Charakter der Variable θ lässt die Entwicklung nach dem in θ quadratischen Term abbrechen. Die technischen Einzelheiten dieser erweiterten Raumzeitsymmetrie sind im Weiteren nicht wesentlich, deshalb verweisen wir die interessierte Leserin an die ausführliche Diskussion der Transformationseigenschaften in [84]. Wir weisen lediglich darauf hin, dass SUSY-Modelle besonders deshalb als reizvolle Erweiterungen des SM erscheinen, weil sie automatisch eine Verbindung zur Gravitation herstellen können. Der Kommutator der SUSY-Generatoren ist nicht geschlossen, sondern proportional zum Viererimpuls, dem Generator der Raumzeit-Translation.

Ein einfaches supersymmetrisches Modell wurde in [83] vorgestellt. Die freie Lagrange-Dichte des Wess-Zumino-Modells lautet

$$\mathcal{L}_{free}^{WZ} = \partial_\mu \phi_i^\dagger \partial^\mu \phi_i + \chi_i^\dagger i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi_i + F_i^\dagger F_i \quad (4.9)$$

für masselose Supermultipletts Φ_i ohne Wechselwirkung. Diese Lagrange-Dichte ist ein Lorentz-Skalar, der sowohl invariant unter SUSY-Transformationen als auch unter $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$ -Eichtransformationen ist. Um diese Lagrange-Dichte um die allgemeinsten renormierbaren Wechselwirkungsterme

$$\mathcal{L}_{WW} = W_i(\Phi, \Phi^\dagger) F_i - \frac{1}{2} W_{ij}(\Phi, \Phi^\dagger) \chi_i \cdot \chi_j + h.c., \quad (4.10)$$

zu ergänzen, ist die Einführung des Superpotenzials W nützlich. Aus der Forderung nach Invarianz der Wirkung unter SUSY-Transformationen folgt, dass W nicht von Φ^\dagger abhängen

⁴ Eine äquivalente Formulierung der Theorie umfasst ausschliesslich rechts-chirale Superfelder $\Phi(x^\mu, \theta^*)$ und deren Entwicklung um θ^* .

⁵ Unter dem dot-Produkt ist im Zusammenhang mit linkshändigen Spinoren $\chi \cdot \xi = \chi^a \xi_a = \chi^1 \xi_1 + \chi^2 \xi_2 = (\chi^1 \chi^2) \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} = \chi_2 \xi_1 - \chi_1 \xi_2$ zu verstehen. Dabei werden die Komponenten der links-händigen Spinoren $\chi = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}$ und $\xi = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}$ durch untere Indizes beschrieben. Das Herauf- und Herunterziehen der Indizes geschieht mit Hilfe des antisymmetrischen Tensors $\epsilon^{ab} = i(\sigma_2)^{ab}$ gemäß $\chi_a = \epsilon_{ab} \chi^b$.

darf. Da man ausserdem nach einer renormierbaren Theorie sucht, ist die Anzahl der möglichen Kombinationen von Feldoperatoren auf diejenigen eingeschränkt, deren Mas-sendimension kleiner oder gleich vier ist. Charakterisiert werden kann W schließlich durch eine symmetrische Matrix M , die die Dimension einer Masse trägt, und durch dimensionslose Yukawa-Kopplungen y_{ijk} , die symmetrisch unter allen Vertauschungen von i, j und k sind⁶.

$$W = M_{ij} \Phi_i \Phi_j + y_{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k \quad (4.11)$$

Aus der Variation der Lagrange-Dichte erhält man die Zusammenhänge zwischen dem Superpotenzial W und den Koeffizienten in (4.10)

$$W_i = \frac{\partial W}{\partial \phi_i} \quad \text{und} \quad W_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \phi_i \partial \phi_j}. \quad (4.12)$$

Mit ihnen können die Hilfsfelder F_i eliminiert werden. Durch eine konkrete Wahl der Parameter M_{ij} und y_{ijk} legt man die Struktur des Modells fest. Im Falle des MSSM benutzt man ein Superpotenzial⁷ in der allgemeinsten Form, die keine Lepton- oder Baryonzahlverletzung zulässt⁸,

$$W_{MSSM} = y_u^{ij} \bar{\mathbf{u}}_i \mathbf{q}_j \cdot \mathbf{H}_u - y_d^{ij} \bar{\mathbf{d}}_i \mathbf{q}_j \cdot \mathbf{H}_d - y_e^{ij} \bar{\mathbf{e}}_i \mathbf{l}_j \cdot \mathbf{H}_d + \mu \mathbf{H}_u \cdot \mathbf{H}_d, \quad (4.13)$$

das eine Auswahl der gemäß (4.11) erlaubten Produkte von Superfeldern enthält. Bei den Feldern handelt es sich um die Superfelder der in Tab. 4.1 vorgestellten SM-Materiefelder und $i, j = 1, 2, 3$ bezeichnen die Flavor-Indizes. Die Produkte der Felder enthalten also sowohl Kombinationen der SM-Felder, etwa $\bar{t}tH_u^0$, als auch der Superpartner, etwa $\tilde{\tau}\tilde{\nu}_\mu H_d^-$ oder $\bar{e}\tilde{e}\tilde{H}_d^0$. Die Wahl der y_{ijk} ist a priori nicht eingeschränkt ist. Ihr Ursprung ist nicht bekannt, allerdings ist es vernünftig anzunehmen, dass die Matrizen y_u^{ij} , y_d^{ij} und y_e^{ij} durch eine Symmetrie bestimmt werden, die bei Energien weit oberhalb der elektroschwachen Skala sichtbar wird. Durch W_{MSSM} werden u.a. Vertizes beschrieben, an denen Leptonen verschiedener Generationen aneinander koppeln und deshalb die Leptonfamilienzahl verletzen. Diese sind für unsere Betrachtungen im nächsten Abschnitt von Bedeutung.

Die masselosen Eichbosonen V_μ^α und deren links-händige Spin- $\frac{1}{2}$ Superpartner λ^α (*gauginos*) werden durch die Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^\alpha F^{\mu\nu\alpha} + i\lambda^{\alpha\dagger} \bar{\sigma}^\mu (D_\mu \lambda)^\alpha + \frac{1}{2} D_V^\alpha D_V^\alpha \quad (4.14)$$

⁶ Die Wirkung berechnet sich als Integral über den Superraum $(x^\mu, \theta, \theta^*)$ gemäß $\int d^4x \int d^2\theta \int d^2\theta^* \mathcal{L}$. Unter Beachtung des Spinorcharakters der Grassmann-Variablen ist der einzige aus dem Superpotenzial stammende Beitrag der sogenannte *F-Term*, der proportional zu $\theta \cdot \theta$ ist.

⁷ Das hier verwendete dot-Produkt bezieht sich auf die Isospinkomponenten der $SU(2)$ -Dubletts. Um eichinvariante Produkte der Felder zu erhalten, gilt ähnlich wie bei den Grassmann-Variablen $\mathbf{l}_j \cdot \mathbf{H}_d = \nu_j \mathbf{H}_d^- - \mathbf{e}_j \mathbf{H}_d^0$ etc.

⁸ Terme mit $\Delta L = 1$ und $\Delta B = 1$ werden in Abschnitt 4.3.2 behandelt.

beschrieben.

$$F_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu V_\nu^\alpha - \partial_\nu V_\mu^\alpha - g_V f^{\alpha\beta\gamma} V_\mu^\beta V_\nu^\gamma \quad (4.15)$$

bezeichnet den Feldstärketensor und

$$(D_\mu \lambda)^\alpha = \partial_\mu \lambda^\alpha - g_V f^{\alpha\beta\gamma} V_\mu^\beta \lambda^\gamma \quad (4.16)$$

die Wirkung der kovarianten Ableitung auf ein gaugino. Auch hier ist die Einführung eines Hilfsfeldes D_V^α notwendig, um den Unterschied in der Anzahl der on-shell-Freiheitsgrade des masselosen Vektorbosons und des zugehörigen gauginos zu kompensieren. Für drei verschiedene Eichgruppen $U(1)$, $SU(2)$ bzw. $SU(3)$ muss man sowohl $\alpha = 1$, $\alpha = 1, 2, 3$ bzw. $\alpha = 1, \dots, 8$ als auch die Struktur- und Kopplungskonstanten $f^{\alpha\beta\gamma}$ und g_V entsprechend wählen.

Im letzten Schritt der Konstruktion einer supersymmetrischen-, Lorentz- und eichinvarianten Lagrange-Dichte kombiniert man nun die chiralen und die Vektorsupermultipletts. Dann treten neben den oben erklärten Termen auch Wechselwirkungsterme zwischen Eich- und chiralen Supermultipletts auf. Da die resultierende Theorie renormierbar sein soll, kommen aus Dimensionsgründen nur drei verschiedene Kombinationen von Feldoperatoren in Frage. Bemerkenswerterweise enthalten sie die Kopplungskonstanten des Standardmodells. In der gesamten Formulierung einer supersymmetrischen Theorie, die auch unter $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$ invariant ist, müssen neben den Feldoperatoren der Superpartner sowohl ein neuer Parameter μ als auch die Parameter y_{ijk} und M_{ij} eingeführt werden. Da SUSY-Modelle im Grenzfall kleiner Energien das Standardmodell enthalten sollen, muss die exakte $U(1) \times SU(2)$ -Symmetrie spontan gebrochen werden. An dieser Stelle kommen neue Parameter ins Spiel, der Vakuumerwartungswert des neutralen H_d -Feldes v_d und das Verhältnis der beiden Higgs-Vakuumerwartungswerte $\tan \beta = \frac{v}{v_d}$. Die Lagrange-Dichte, die das MSSM vollständig beschreibt, lautet:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MSSM} = & \sum_i \left(D_\mu \phi_i^\dagger D^\mu \phi_i + \chi_i^\dagger i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \chi_i + F_i^\dagger F_i \right) \\ & + \sum_i \left(\frac{\partial W_{MSSM}}{\partial \phi_i} F_i - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W_{MSSM}}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \chi_i \cdot \chi_j + h.c. \right) \\ & - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + i \tilde{B}^\dagger \bar{\sigma}^\mu (D_\mu \tilde{B}) + D_B D_B \\ & - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^\alpha W^{\mu\nu\alpha} + i \tilde{W}^{\alpha\dagger} \bar{\sigma}^\mu (D_\mu \tilde{W})^\alpha + \frac{1}{2} D_W^\alpha D_W^\alpha \\ & - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^\alpha G^{\mu\nu\alpha} + i \tilde{G}^{\alpha\dagger} \bar{\sigma}^\mu (D_\mu \tilde{G})^\alpha + \frac{1}{2} D_G^\alpha D_G^\alpha \\ & - \sum_i \left(\sqrt{2} g [(\phi_i^\dagger T^\alpha \chi_i) \cdot \lambda^\alpha + \lambda^{\alpha\dagger} \cdot (\chi_i^\dagger T^\alpha \phi_i)] + \sum_V g(\phi_i^\dagger T^\alpha \phi_i) D_V^\alpha \right) \quad (4.17) \end{aligned}$$

Sie enthält neben den Feldern des SMs und deren Superpartnern auch alle Hilfsfelder. Summiert wird über alle in Tabelle 4.1 aufgeführten chiralen Supermultipletts unter Beachtung der kovarianten Ableitung für die Fermionen und deren Superpartner

$$D_\mu \chi_i = \partial_\mu \chi_i + ig_V V_\mu^\alpha (T^\alpha \chi)_i, \quad (4.18)$$

$$D_\mu \phi_i = \partial_\mu \phi_i + ig_V V_\mu^\alpha (T^\alpha \phi)_i, \quad (4.19)$$

wobei V_μ^α wieder für eine Sorte Eichfelder steht und die T^α die Generatoren der Eichgruppen in der jeweiligen Darstellung bezeichnen.

Die erste Zeile in (4.17) beschreibt die Dynamik der chiralen Supermultipletts und deren Kopplung an die Eichfelder. In den Ableitungen des Superpotenzials ist die Wechselwirkung der chiralen Superfelder kodiert. Die drei folgenden Zeilen in (4.17) stehen für die Dynamik der Eichbosonen der $U(1)$, $SU(2)$ bzw. $SU(3)$ und deren Superpartner. Die letzte Zeile enthält die Kopplungen zwischen den Eichfeldern und den Superpartnern in den chiralen Supermultipletts. Der letzte Term in glg. 4.17 beschreibt die Kopplung der Sfermionen an die Hilfsfelder.

Mit (4.17) steht nun eine Lagrange-Dichte zur Verfügung, die sowohl ein Lorentz-Skalar als auch eine Invariante unter SUSY- und $U(1)_Y \times SU(2)_L \times SU(3)_c$ -Transformationen ist. Sie enthält das gesamte Teilchenspektrum des Standardmodells und darüber hinaus alle SUSY-Partner. Da Neutrinos innerhalb des Standardmodells als masselose Teilchen beschrieben werden, kommen auch im MSSM keine rechtshändigen Neutrinos vor. In der so beschriebenen supersymmetrischen Welt, besitzen alle Superpartner eines Supermultipletts die gleiche Masse. Sowohl die Fermionen als auch die Eichbosonen sind ohne spontane Symmetriebrechung (SSB) im Higgs-Sektor masselos. Die Gleichheit der Massen von Superpartnern eines Supermultipletts widerspricht allerdings den experimentell gewonnenen Einsichten in die Quantenphysik. Innerhalb der experimentell zugänglichen Energien konnten bisher keine SUSY-Teilchen gefunden werden, also müssen sich deren Massen von denen der Standardmodellteilchen stark unterscheiden. Supersymmetrie kann in dem vermessenen Energiebereich nicht exakt realisiert sein.

Es gibt prinzipiell zwei mögliche Arten von Symmetriebrechung, über deren tatsächliche Realisierung kein eindeutiger Konsens herrscht. Bei der Supersymmetrie könnte es sich, wie bei der chiralen Symmetrie der QCD oder der im elektroschwachen Sektor auftretenden, um eine spontan gebrochene handeln, d.h. die Lagrange-Dichte, nicht aber der Vakuumzustand, wäre invariant unter allen Symmetrietransformationen. Verfolgt man diesen Ansatz, stößt man auf weitere Schwierigkeiten. Deswegen erscheint es sinnvoll, sich nicht für eine bestimmte Art der SSB zu entscheiden. Statt dessen kann man zu (4.17) Terme addieren, die die Supersymmetrie explizit brechen. Auf diese Art parametrisiert man, wie auch schon bei dem effektiven Ansatz (3.1), die Unkenntnis über den konkreten Mechanismus anhand einer großen Massenskala. Von den Zusatztermen verlangt man, dass sie die Massenhierarchie nicht ändern, also nicht zu unerwünschten neuen quadratischen Divergenzen führen (*soft-breaking*). Diejenigen Terme, die Lorentz- und $U(1)_Y \times SU(2)_L \times SU(3)_c$ -invariant

sind, lassen sich in fünf Gruppen aufteilen ($i, j = 1, 2, 3$ sind Flavor-Indizes):

$$\text{Gaugino-Massen:} \quad -\frac{1}{2} \left(M_3 \tilde{G}^\alpha \cdot \tilde{G}^\alpha + M_2 \tilde{W}^\alpha \cdot \tilde{W}^\alpha + M_1 \tilde{B} \cdot \tilde{B} + h.c. \right) \quad (4.20)$$

$$\text{SQQuark-Massen:} \quad -m_{\tilde{q}_{ij}}^2 \tilde{q}_i^\dagger \cdot \tilde{q}_j - m_{\tilde{u}_{ij}}^2 \tilde{u}_i^\dagger \cdot \tilde{u}_j - m_{\tilde{d}_{ij}}^2 \tilde{d}_i^\dagger \cdot \tilde{d}_j \quad (4.21)$$

$$\text{Slepton-Massen:} \quad -m_{\tilde{l}_{ij}}^2 \tilde{l}_i^\dagger \cdot \tilde{l}_j - m_{\tilde{e}_{ij}}^2 \tilde{e}_i^\dagger \cdot \tilde{e}_j \quad (4.22)$$

$$\text{Higgs-Massen:} \quad -m_{\tilde{H}_u}^2 \tilde{H}_u^\dagger \cdot \tilde{H}_u - m_{\tilde{H}_d}^2 \tilde{H}_d^\dagger \cdot \tilde{H}_d - (bH_u \cdot H_d + h.c.) \quad (4.23)$$

$$\text{Tri-skalare Kopplungen:} \quad -a_u^{ij} \tilde{u}_i \tilde{q}_j \cdot H_u + a_d^{ij} \tilde{d}_i \tilde{q}_j \cdot H_d + a_e^{ij} \tilde{e}_i \tilde{l}_j \cdot H_d + h.c. \quad (4.24)$$

Definiert man die Feldoperatoren unter Vermeidung von Redundanzen, bleiben schließlich noch 105 Parameter zur Beschreibung der Massen, Mischungswinkel und Phasen bestehen [86]. Diese Beliebigkeit der physikalisch relevanten SUSY-Lagrange-Dichte wird allerdings durch experimentelle Daten in einigen Bereichen des Parameterraums stark eingeschränkt. Dazu zählen u.a. die Protonlebensdauer und FCNC-Prozesse. Um den Mechanismus der SUSY-Brechung besser verstehen zu können, werden die extrem unterdrückten bzw. tatsächlich nicht vorhandenen FCNC-Prozesse aufschlussreich sein. Der umgekehrte Weg, durch ad hoc Annahmen über die soft-breaking Parameter, die LFV- oder FCNC-Reaktionen zu unterdrücken, wird ebenfalls oft beschritten, denn aufgrund der großen Beliebigkeit des MSSM ist man versucht, einfachere Modelle zu finden, denen mehr Voraussagekraft innewohnt. Steckt man jedoch zusätzliche Annahmen in das MSSM, um den Parameterraum zu begrenzen, muss man sich der Tatsache bewußt sein, dass aus jeder falschen Annahme falsche Aussagen gefolgert werden können.

Allen SUSY-Modellen ist die Grundidee gemeinsam, dass man die Vielzahl der Parameter bei niedrigen Energien als Funktion von einigen wenigen Parametern beschreiben kann, die bei hohen Energien, etwa einer Vereinheitlichungsskala, von Bedeutung sind. Die Teilchen des *hidden sector*, die bei niedrigen Energien nicht sichtbar sind, treten mit den Teilchen des SMS im *visible sector* durch Austauschteilchen, sogenannten *messengers*, in Kontakt. Man kategorisiert Modelle [87] anhand der Art des messengers u.a. in mSUGRA (minimal Supergravity Mediated SUSY Breaking), mGMSB (minimal Gauge Mediated SUSY Breaking) und mAMSB (minimal Anomaly Mediated SUSY Breaking)⁹. In jedem der Modelle ist der soft-breaking-Anteil der Lagrange-Dichte spezieller gewählt als in den Ausdrücken (4.20)–(4.24) für das MSSM. Das mSUGRA-Szenario [89] ist das populärste unter den oben genannten.

Vor der Bestimmung der Feynman-Regeln aus (4.17) ist es sinnvoll, die Massenmatrizen der Felder zu diagonalisieren, um im Weiteren mit Masseneigenzuständen umgehen zu können. Die dann gültigen Feynman-Regeln findet man in [85] vollständig beschrieben. Allerdings wird dort die Anzahl der SUSY-brechenden Parameter eingeschränkt und die

⁹ Näheres siehe z.B. [88]

ersten beiden Generationen der Sleptonen als masselos angenommen. Dieses Modell wird letztlich durch 30 Parameter vollständig beschrieben. Die Feynman-Regeln werden in der folgenden Argumentation teilweise zitiert.

4.3.2. R_p -Parität

In Abschnitt 1.4 wurden die Lepton- und Baryonzahl und deren Eigenschaften besprochen. Legt man ihre Erhaltung dem Modell nicht zugrunde, ist man frei, weitere renormierbare Terme zu der MSSM-Lagrange-Dichte hinzuzufügen:

$$W_{\Delta L=1} = \lambda_e^{ijk} \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{l}_j \bar{\mathbf{e}}_k + \lambda_l^{ijk} \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{q}_j \bar{\mathbf{d}}_k + \mu_l^i \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{H}_u \quad (4.25)$$

$$W_{\Delta B=1} = \lambda_B^{ijk} \bar{\mathbf{u}}_i \bar{\mathbf{d}}_j \bar{\mathbf{d}}_k \quad (4.26)$$

Die Wahl der Koeffizienten ist aus theoretischen Gründen in keiner Weise eingeschränkt, jedoch existieren eine Reihe von experimentellen Beobachtungen, die den Parameterraum der λ^{ijk} eingrenzen. Dazu zählt u.a. die experimentell bestimmte Untergrenze der Protonenlebensdauer. Deshalb liegt es nahe eine weitere multiplikative Quantenzahl, die R -Parität

$$R_p = (-1)^{3B+L+2s} = (-1)^{3(B-L)+2s} \quad (4.27)$$

einzuführen, die die Terme $W_{\Delta L=1}$ und $W_{\Delta B=1}$ verbietet. Mit s wird der Spin des Teilchens bezeichnet. Damit lässt sich u.a. die Stabilität des Protons garantieren. Die R -Parität R_p kann man als das diskrete Überbleibsel einer gebrochenen kontinuierlichen $U(1)_R$ -Symmetrie interpretieren, deren zugehörigen Transformationen nicht auf Teilchen ($R = 0$), sondern nur auf deren Superpartner ($R = \pm 1$) wirken. Sie erlaubt es, zwischen Teilchen mit gerader R -Parität $R_p = +1$ und Superteilchen mit ungerader R -Parität $R_p = -1$ zu unterscheiden. In den meisten Fällen zieht man die diskrete Symmetrie der kontinuierlichen vor, da diese weniger technische und konzeptionelle Schwierigkeiten mit sich bringt.

Die wesentliche Konsequenz aus der Erhaltung der R -Parität ist die Existenz eines leichtesten stabilen supersymmetrischen Teilchens und die Tatsache, dass es keinen Austausch eines einzelnen SUSY-Teilchens zwischen zwei Standardmodellteilchen gibt. Erlaubt man R -Paritätsverletzung \mathcal{R} , folgt daraus unmittelbar die Verletzung der Lepton- und/oder der Baryonzahl und die Möglichkeit von Majorana-Massen der Neutrinos. Umgekehrt, kann die R -Parität nicht erhalten sein, wenn entweder die Lepton- oder die Baryonzahl verletzt sind.

Es gibt zwei Arten der Leptonzahlverletzung. Zum einen die Verletzung der Gesamtleptonzahl und zum anderen die Verletzung der Leptonfamilienzahl. R_p -Erhaltung und die Lagrange-Dichte \mathcal{L}_{MSSM} zusammen erlauben Leptonfamilienzahlverletzung. Gibt man dagegen die Erhaltung von R_p auf, sind sogar Prozesse denkbar, bei denen sich die Gesamtleptonzahl um eine Einheit ändert. Eine umfassende und systematische Diskussion all dieser Möglichkeiten ist nicht unser Anliegen. Statt dessen greifen wir einige Beispiele heraus, um zu untermauern, inwieweit SUSY-Modelle als Interpretation der effektiven Operatoren \mathcal{O}_i denkbar sind.

4.3.3. MSSM mit R_p -Paritätserhaltung

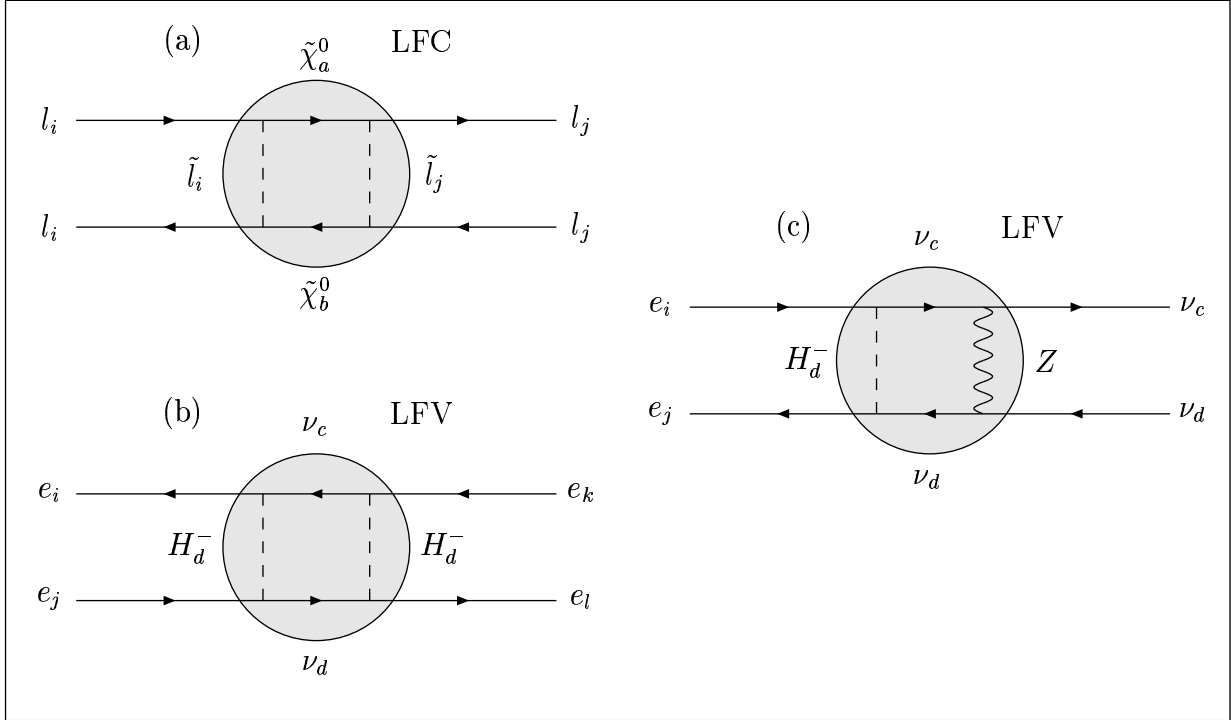


Abb. 4.1.: (a) Leptonfamilienzahl erhaltender bzw. (b), (c) Leptonfamilienzahl verletzender effektiver Vier-Fermion-Operator ($l = \nu, e, a, b = 1, \dots, 4$ und $c, d, i, j, k, l = 1, 2, 3$) in SUSY mit R_p -Erhaltung

Unter der Voraussetzung, dass R_p erhalten ist, kann sich an keinem MSSM-Vertex die Gesamtleptonzahl um eine Einheit ändern. Es lassen sich nur Prozesse realisieren, die entweder alle Arten von Leptonzahl erhalten oder aber nur die Leptonfamilienzahl verletzen.

Vier-Fermion-Vertex

Wegen R_p -Erhaltung ist es ausgeschlossen, dass einer der effektiven Vier-Fermion-Vertizes auf den Austausch eines einzelnen SUSY-Teilchens zurückzuführen ist. Stattdessen kann man die Vier-Fermion-Vertizes durch eine Schleifenkorrektur generieren und so $l_i \bar{l}_i \rightarrow l_j \bar{l}_j$ wie in Abb.4.1 (a) und dazu gekreuzte Prozesse realisieren, bei denen die Leptonfamilienzahl erhalten bleibt (LFC).

Eine beliebige Leptonfamilienzahlverletzung (LFV) ist möglich, wenn man die aus dem Term $y_e^{ij} \bar{e}_i \mathbf{l}_j \cdot \mathbf{H}_d$ im Superpotenzial stammenden Wechselwirkungen $y_e^{ij} \bar{e}_i \nu_j H_d^-$ zwischen beliebigen Generationen von geladenen und neutralen Leptonen mit dem Higgs-Feld erlaubt. Selbst nach Diagonalisierung der Massenmatrizen und dem Übergang zu Massenei-

genzuständen werden die nicht Flavor-diagonalen Kopplungen y_e^{ij} im Allgemeinen nicht verschwinden. So lassen sich Prozesse der Art $\bar{e}_i e_j \rightarrow \bar{e}_k e_l$, wie in Abb. 4.1 (b) gezeigt, darstellen. Den in 4.1 (c) dargestellten Graphen für $\bar{e}_i e_j \rightarrow \bar{\nu}_c \nu_d$ und gekreuzte Reaktionen erhält man aus dem LFV Diagramm in 4.1 (b), wenn man ein Higgs-Feld durch ein Z -Boson ersetzt.

Drei-Teilchen-Vertex mit Ableitungskopplungen

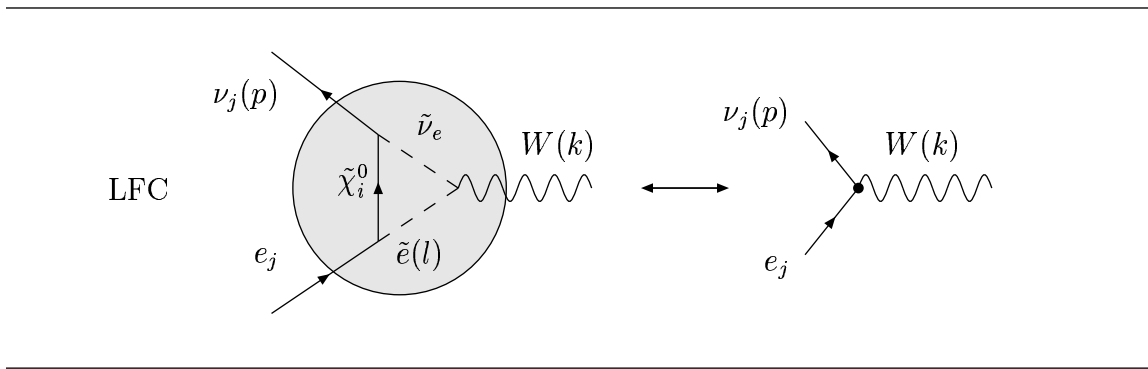


Abb. 4.2.: Zu einem Impuls proportionaler Drei-Teilchen-Vertex mit Schleifenimpuls l , Neutrinoimpuls p , W -Bosonimpuls k , Leptongeneration j und Neutralino $\tilde{\chi}_i^0$

Wie man den Feynman-Regeln der effektiven Operatoren in Anhang D entnehmen kann, gibt es zwei verschiedene Gruppen von Drei-Teilchen-Vertizes: Solche, bei denen die Impulse der beteiligten Teilchen keine Rolle spielen und solche, die proportional zu einem der Teilchenimpulse sind. Mit Blick auf die im MSSM möglichen Feynman-Regeln können letztere durch den Einfluss eines Vertex erklärt werden, der ein Eichboson, zwei Sfermionen sowie eine Ableitung auf eines dieser Sfermionen involviert ((C.2) in [85]). Diese Regel stammt aus dem ersten Term in der Lagrange-Dichte (4.17) und lässt sich zusammen mit der Kopplung von Neutralinos $\tilde{\chi}_i^0$ an ein Fermion und ein Sfermion ((C.31) in [85]) zu dem Vertex in Abb. 4.2 kombinieren. Wenn der in der MSSM-Feynman-Regel auftretende Schleifenimpuls l_μ ausintegriert wird, ist das Ergebnis unabhängig von l_μ . Da der effektive Vertex aber einen Lorentz-Index trägt, kann sich die SUSY-Schleife auf verschiedene Arten ausgewirkt haben: Der Lorentz-Index kann z.B. durch Gamma-Matrizen oder aber eine Ableitungskopplung ins Spiel gebracht werden. Letzteres hätte für die effektive Feynman-Regel zur Auswirkung, dass sie von einem der Impulse der ein- bzw. auslaufenden Teilchen abhängen. Mittels partieller Integration des effektiven Operators, der eine Ableitung enthält, kann man stets erreichen, dass die Ableitung auf dem Niveau der Feynman-Regeln mit dem in Anhang D vorgegebenem übereinstimmt. Im Niederenergielimes sieht dann der Vertex, in dem eigentlich ein Selepton, Sneutrino und ein Neutralino als virtuelle

Teilchen erzeugt und vernichtet werden, wie ein effektiver Vertex aus, an dem Leptonen gleicher Generation an ein W -Boson koppeln. An keinem Teilvertex liegt Leptonzahl- oder Leptonfamilienzahlverletzung vor.

Drei-Teilchen-Vertex ohne Ableitungskopplung

In Anhang D gibt es ausserdem eine Reihe von Feynman-Regeln, die unabhängig von den Impulsen sind. Diese lassen sich beispielsweise mittels eines Vertex mit $W\tilde{\chi}^+\tilde{\chi}^0$ - ((C.6) in [85]), $\tilde{\chi}^+ff$ - ((C.30) in [85]) und $\tilde{\chi}^0ff$ -Kopplungen ((C.31) in [85]), wie in Abb. 4.3 dargestellt, erzeugen. Wie bereits erwähnt, spielt das Superpotenzial bei der Generierung

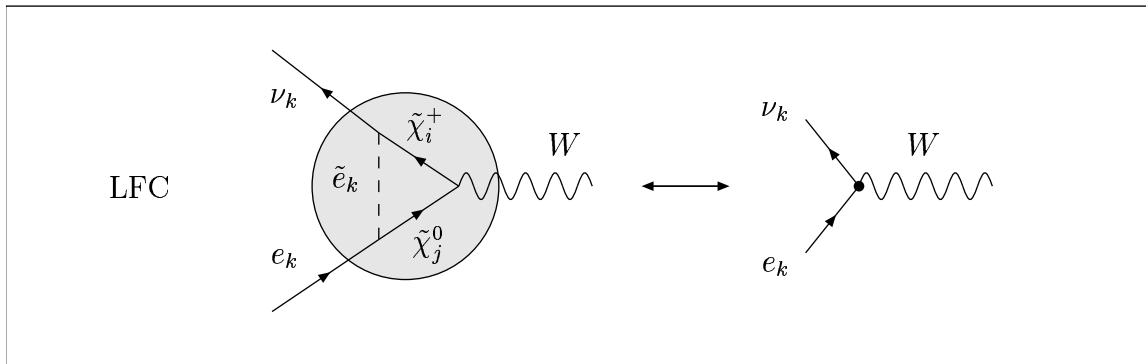


Abb. 4.3.: Drei-Teilchen-Vertex mit Leptongeneration k , Chargino $\tilde{\chi}_i^+$ und Neutralino $\tilde{\chi}_j^0$

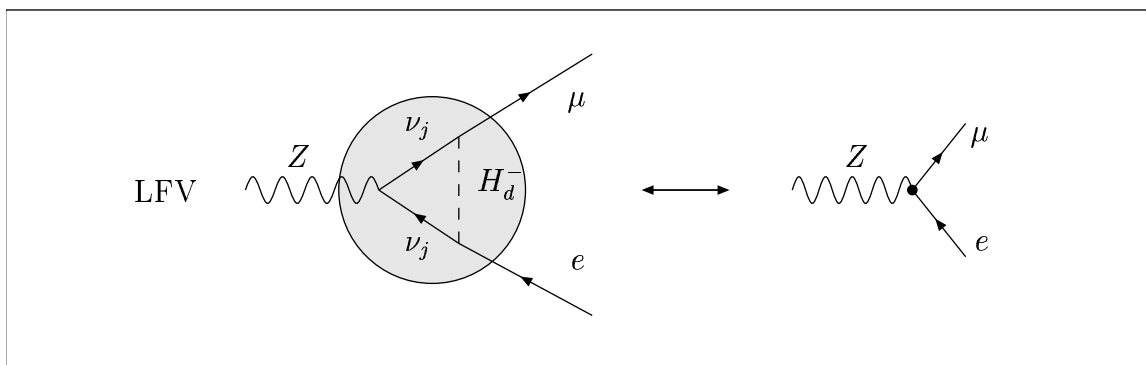


Abb. 4.4.: Leptonfamilienzahl verletzender Drei-Teilchen-Vertex

von Leptonfamilienzahl verletzenden Vertizes die wesentliche Rolle. Der dort auftretende Term $y_e^{ij}\tilde{e}_i\mathbf{l}_j \cdot \mathbf{H}_d$ führt zu Kopplungen, die i.a. nicht mehr Flavor-diagonal sind.

Mit dem Term $\bar{e}_i \nu_j H_d^-$ für $i = e$ und $i = \mu$ zusammen mit der SM-Kopplung des Z -Bosons an Neutrinos lässt sich der Zerfall $Z \rightarrow e^+ \mu^-$ beschreiben (vgl. Abb. 4.4).

Neutrinomischung

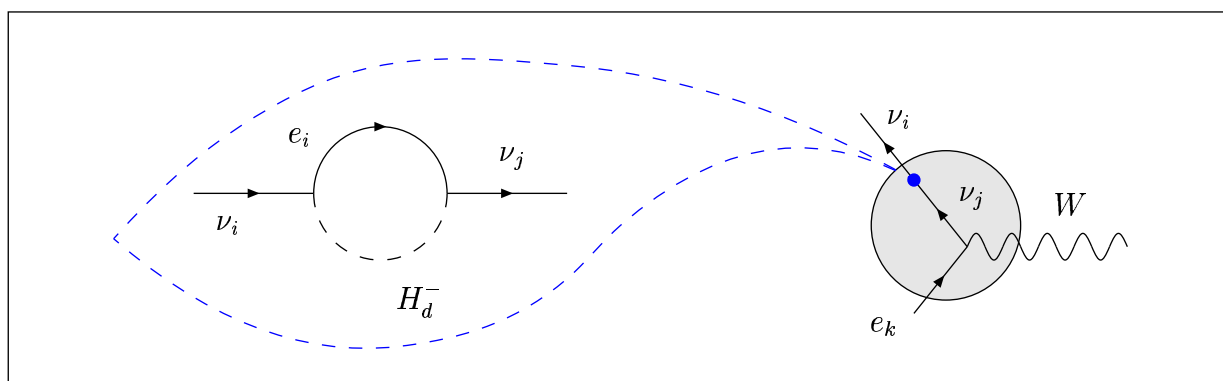


Abb. 4.5.: Zusammenhang zwischen LNV Drei-Teilchen-Operator und durch Superpotenzial induzierter Neutrinomischung, $i, j, k = 1, 2, 3$

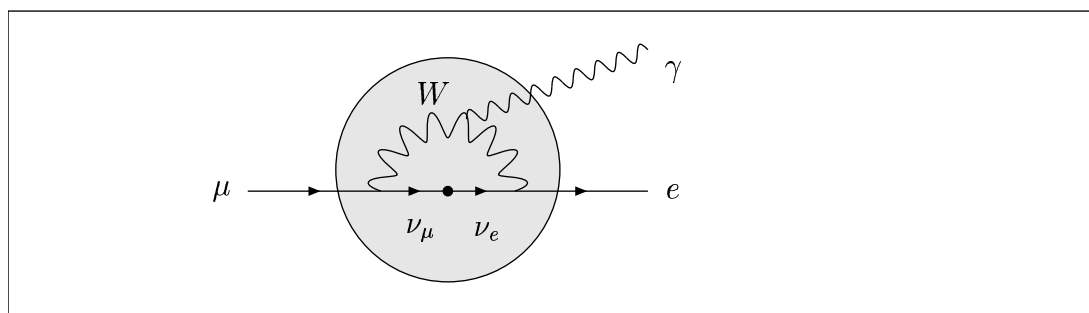


Abb. 4.6.: Neutrinoloser Myon-Zerfall

Desweiteren ist es durch $\bar{e}_i \nu_j H_d^-$ -Vertizes ebenfalls möglich, loop-induzierte Neutrinomischungen zu erzeugen. Damit ist eine zusätzliche Möglichkeit gegeben, effektive Dreiteilchen-Wechselwirkungen zu beschreiben, die Leptonen verschiedener Generationen umfassen (vgl. Abb. 4.5). Sind die Kopplungskonstanten y_e^{ij} in der Natur so realisiert, dass Neutrinomischung möglich ist, ist auch der neutrinolose Myon-Zerfall $\mu^\pm \rightarrow e^\pm \gamma$ gemäß Abb. 4.6 erlaubt. Neben dem Austausch eines virtuellen H_d^- , können Mischungen auch durch $\tilde{\chi}_j^0 f \tilde{f}$ -Vertizes und Mischung im Sleptonsektor entstehen. Dadurch steigt die Anzahl der an einem Prozess beteiligten Parameter.

Hadronische Drei-Teilchen-Operatoren können durch ähnliche Feynman-Graphen beschrieben werden. Da wir unser Augenmerk allerdings hauptsächlich auf Leptonzahl-ändernde Operatoren gerichtet haben, überlassen wir die in ähnlicher Weise erfolgende Konstruktion von Diagrammen der Lesenden.

4.3.4. MSSM mit R_p -Paritätsverletzung

Vier-Fermion-Vertex

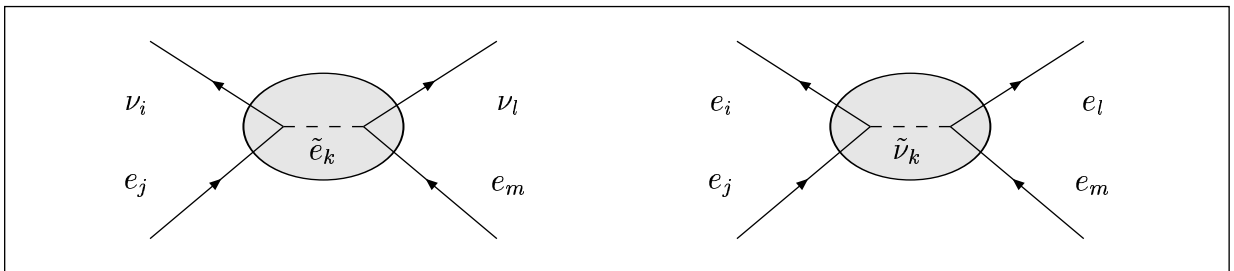


Abb. 4.7.: LFV effektive Vier-Fermion-Vertizes, $i, j, k, l, m = 1, 2, 3$

Die Verletzung der R_p -Parität hat zur Folge, dass die SUSY-Teilchen nicht mehr paarweise an den Vertizes auftreten müssen, sondern auch einzeln vorkommen können. Als Konsequenz gibt es u.a. kein stabiles LSP, da es durch kein Erhaltungsgesetz vor dem Zerfall in SM-Teilchen bewahrt wird. Ausserdem ergibt sich eine naheliegende Interpretation der effektiven Vier-Fermion-Vertizes als Folge des Austauschs eines einzigen virtuellen SUSY-Teilchens. Aus (4.25) folgen Terme wie $\lambda_e^{ijk} \tilde{\nu}_i e_j \bar{e}_k$ und $\lambda_e^{ijk} \nu_i \tilde{e}_j \bar{e}_k$. Daraus lassen sich effektive Vier-Fermion-Vertizes sowohl mit geladenen als auch mit neutralen ein- und auslaufenden Leptonen beliebiger Generation bilden. Zwei Beispiele findet man in Abb. 4.7. Die Leptonfamilienzahlen können auf verschiedene Arten verletzt werden, während die Gesamtleptonzahl erhalten bleibt.

Drei-Teilchen-Vertex mit Ableitungskopplung

Zu Impulsen proportionale Vertizes (vgl. Abb. 4.8) kann man ähnlich wie unter der Annahme, dass R_p erhalten ist, konstruieren. Der Vertex mit W , $\tilde{\nu}_i$ und \tilde{e}_i zusammen mit den Feynman-Regeln für $\tilde{\nu}_i e_j \bar{e}_k$ und $\tilde{e}_i \nu_l \bar{e}_j$ erscheint im Niederenergielimes wie eine Wechselwirkung zwischen einem W -Boson, einem geladenen Lepton der Generation k und einem Neutrino der Generation l .

Analoges gilt für Drei-Teilchen-Vertizes ohne Ableitungskopplung.

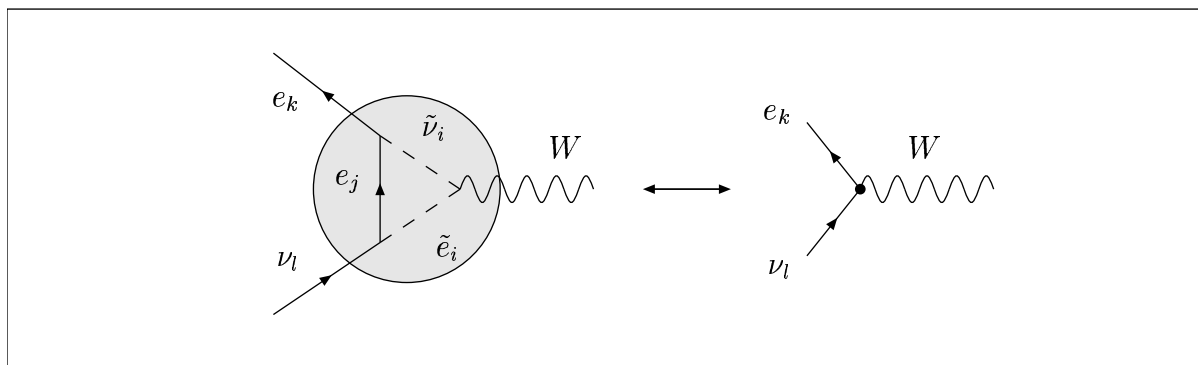


Abb. 4.8.: Drei-Teilchen-Vertex mit effektiver Leptonfamilienzahlverletzung und Kopplung proportional zu einem der Impulse, $i, j, k, l = 1, 2, 3$

Neutrinomischung

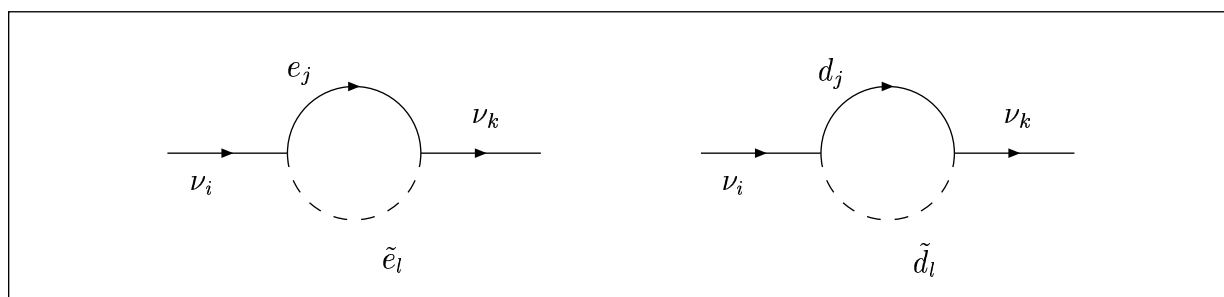


Abb. 4.9.: Neutrinomischung durch $W_{\Delta L}$, $i, j, k, l = 1, 2, 3$

Auch weitere Arten von Neutrinomischungen können mit Hilfe von $W_{\Delta L}$ realisiert werden. Neben den aus dem Operator $\lambda_e^{ijk} \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{l}_j \mathbf{e}_k$ gewonnenen Mischungsdiagrammen lassen sich auch aus $\lambda_l^{ijk} \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{q}_j \mathbf{d}_k$ Diagramme generieren, die den Übergang eines Neutrinos der Generation i in eines der Generation k beschreiben. Analog zu Abb. 4.5 können daraus anschließend Leptonfamilienzahl verletzende Drei-Teilchen-Vertizes gefolgert werden.

4.3.5. Verbindung zwischen Supersymmetrie und dem effektiven Ansatz

Wie in den vorherigen beiden Abschnitten anhand einiger Beispiele dargelegt wurde, kann man Punktwechselwirkungen, die durch effektive Operatoren parametrisiert werden, formal durch Schleifendiagramme - bei \mathcal{R}_p auch durch Baumgraphen - beschreiben, die sich

aus dem MSSM ergeben. Ziel dieser Arbeit ist es, Aussagen bezüglich neuer Effekte frei von konkreten Modellannahmen, gemäß dem effektiven Ansatz (3.1), zu gewinnen. Um die Zusammenhänge zwischen SUSY-Schleifendiagrammen und effektiven Wechselwirkungen systematisch zu diskutieren, gibt es, bedingt durch die große Anzahl freier Parameter des MSSM, zahlreiche Möglichkeiten. Auch in der Literatur findet man lediglich Diskussionen spezieller Prozesse oder Modelle, denen gewisse Annahmen zugrunde liegen. Beispielsweise der Zerfall $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ spielt in Kombination mit der hohen experimentellen Präzision der Zerfallsbreitenmessung [90] eine wichtige Rolle bei der Bestimmung von SUSY-Parametern. Für eine systematische Diskussion verweisen wir auf Referenz [91]. Dort werden die dominanten Einschleifenbeiträge berechnet, die nur von Neutralino-, Chargino- und Sleptonparametern abhängen.

Wir wollen kurz skizzieren, welcher Art die Voraussagen des MSSM sind und in welchem Zusammenhang sie zu den effektiven Kopplungskonstanten α_i stehen.

Zunächst müssen alle dominanten SUSY-Graphen konstruiert werden, die zu einem bestimmten Prozess auf Schleifenniveau beitragen. Sie hängen davon ab, welche Annahmen bezüglich der SUSY-Yukawa-Kopplungen, der soft-breaking-Parameter, der Mischungswinkel und der Teilchenmassen gemacht werden. Bei der Berechnung der Schleifenintegrale treten im Allgemeinen Divergenzen auf, die erst regularisiert werden müssen. Die Größe des Schleifenbeitrags ist gegenüber dem des Baumgraphen um $\mathcal{O}(g^2/4\pi)$ unterdrückt, wobei g die typische Kopplungsstärke bezeichnet, und hängt von der im loop umlaufenden Masse M_{SUSY} ab. Schleifenbeiträge sind mit negativen Potenzen von M_{MSSM} unterdrückt und deshalb umso kleiner, je größer die SUSY-Skala ist. Wegen dieses Unterdrückungsfaktors handelt es sich bei SUSY-Modellen um entkoppelnde Theorien, deren *hidden sector*¹⁰ sich nicht indirekt durch Experimente bei Energien unterhalb von M_{SM} nachweisen lässt. Diagramme, die durch SUSY-Schleifen entstehen, dominieren solche, die zusätzlich noch Neutrinomischungen beinhalten, da eine Neutrinomischung entweder loopinduziert oder aber proportional zu einer weiteren Kopplungskonstanten ist.

Man erkennt schnell, dass eine Vielzahl von unbekanntem Parametern $y_e^{ij}, y_u^{ij}, y_d^{ij}, \lambda_e^{ijk}, \lambda_l^{ijk}, \tilde{m}_i, \dots$ in die Berechnung von SUSY-induzierten Prozessen eingehen und eine eindeutige Abbildung von den effektiven, modellunabhängigen Kopplungskonstanten α_i in den SUSY-Parameterraum nicht existiert. Da wir mit unserer Methode Schranken an α_i angeben können, sind die Aussagen, die man hinsichtlich der SUSY-Parameter treffen kann, nicht eindeutig. Es ist allerdings möglich, bestimmte mehrdimensionale Parameterbereiche auszuschließen.

Eine Reihe von physikalischen Prozessen bieten sich als besonders gute Kandidaten für die Bestimmung von SUSY-Parametern an. Neben vielen anderen, sind gerade die LFV-Zerfälle $l^- \rightarrow l_i^- l_j^+ l_k^-$ interessante Studienobjekte. In der Literatur gibt es einige spezielle Modelle, die sich mit der Größe des Verzweigungsverhältnisses befassen. Betrachtet man mSUGRA [92] mit drei zusätzlichen rechts-händigen Majorana-Neutrinos, deren SUSY-Partnern und

¹⁰Mit dem Begriff *hidden sector* fasst man diejenigen Felder zusammen, die mit den bekannten Teilchen des SMs nicht über eine der SM-Wechselwirkungen interagieren.

dem seesaw-Mechanismus¹¹, liegt ein Modell vor, das durch die drei komplexen Mischungswinkel $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ der Neutrinomassenmatrix, die Massen der rechts-händigen Neutrinos $m_{N_1}, m_{N_2}, m_{N_3}$ und die fünf mSUGRA-Parameter $M_0, M_{1/2}, \tan\beta, R$ beschrieben wird. Hier werden zwei typische Arten von Massenspektren im rechts-händigen Sektor unterschieden. Häufig geht man so vor, dass man alle bis auf einen Parameter fest vorgibt und Ausschlussgrenzen für den verbleibenden Parameter bestimmt. Ist umgekehrt der Zusammenhang der SUSY-Parameter mit der von uns zur Parametrisierung benutzten effektiven Kopplungskonstanten α_i bekannt, können die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Resultate zur Bestimmung der Grenzen dienen, denen die Modellparameter unterliegen.

4.4. Allgemeine Modelle mit zwei Higgs-Doublets

Aus vielerlei Hinsicht handelt es sich bei Modellen, die neben dem Teilcheninhalt des Standardmodells ein zweites komplexes, skalares Higgs-Dublett ϕ enthalten (2HDM), um eine Erweiterung, die es sich zu studieren lohnt. Ein erweiterter Higgs-Sektor tritt u.a. in Modellen auf, die vielversprechend in Bezug auf Vereinheitlichung der Eichkopplungen und in Bezug auf Baryogenese sind. Die Existenz zweier Higgs-Doublets kann eine natürliche Erklärung für die Hierarchie der Yukawa-Kopplungen (und somit der Massenverhältnisse) innerhalb der Quark- und Leptongenerationen liefern, wenn up-artige und down-artige Felder an verschiedene Higgs-Bosonen koppeln. Ausserdem gibt es bisher keinen experimentellen Hinweis darauf, dass der Higgs-Sektor aus genau einem Higgs-Feld besteht. Das ansprechendste unter den Modellen ist sicher die Supersymmetrie. Innerhalb von SUSY-Modellen heben sich die Anomalien der beiden Higgs-Doublets gegenseitig auf, das Hierarchieproblem kann auf natürliche Weise gelöst werden und es kann ein Zusammenhang mit der Gravitation vorliegen, da die SUSY-Generatoren und der Vierer-Impuls über Kommutatorrelationen in Beziehung stehen. Details der SUSY-Theorie wurden in Abschnitt 4.3 näher behandelt. Die einfachste Erweiterung enthält ein skalares Potenzial, das die Selbstwechselwirkung der Higgs-Felder beschreibt, und Yukawa-Kopplungen an Quarks und Leptonen, aber keine neuen Kopplungen der SM-Teilchen untereinander.

Die Modelle mit zwei Higgs-Doublets werden durch die Angabe des skalaren Potenzials, der Higgs-Boson- und der Higgs-Fermion-Wechselwirkungen festgelegt. Die meisten Autoren beschränken sich, auch aus phänomenologischen Gesichtspunkten, auf Modelle mit eingeschränkter Struktur des skalaren Potenzials und der Higgs-Fermion-Wechselwirkungen. Im minimalen supersymmetrischen Standardmodell (MSSM) beispielsweise werden das skalare Potenzial und die Higgs-Fermion-Wechselwirkung durch die Dimensionalität der Terme

¹¹ Unter dem seesaw-Mechanismus versteht man die Generierung von leichten Neutrinomassen durch Mischung der drei masselosen Neutrinofelder des SMs, denen ein definierter Flavor zugeordnet werden kann, mit drei neuen Feldern, die bisher experimentell nicht beobachtet wurden und eine große Masse besitzen. Vereinfachte Ansätze betrachten die Mischung von je zwei Feldern miteinander. Durch Diagonalisierung der Massenmatrix der je drei masselosen und massiven Felder ergeben sich gleichviele leichte und schwere massive Neutrinofelder. Dieses Modell wird oft herangezogen, um die experimentell verifizierten Neutrinooszillationen zu beschreiben.

in der Lagrangedichte beschränkt. Um Beiträge zu FCNC auf Baumgraphenniveau zu unterbinden, kann man alternativ eine neue diskrete Symmetrie einführen. Manche Modelle benötigen eine Feinabstimmung, um mit den experimentellen Daten in Einklang zu sein. Die willkürliche Annahme, dass gewisse Parameter eines Modells im Vergleich zu anderen Parametern extrem klein sind, mutet jedoch unnatürlich an. Deshalb versucht man oft durch Einführung einer zusätzlichen (diskreten oder Super-)Symmetrie die Kleinheit von Parametern zu erzwingen. Sollte die Symmetrie nicht exakt realisiert sein, könnten FCNC-Beiträge auf Baumgraphenniveau allerdings trotzdem möglich sein. Wegen der Vielzahl der Modelle, die sich u.a. auch durch Erhaltung bzw. Verletzung der bekannten Symmetrien CP , T unterscheiden [93, 94, 95], wollen wir nicht zu sehr ins Detail gehen, denn an dieser Stelle geht es uns um die Motivation, inwieweit effektive Operatoren auf Wechselwirkungen fundamentalerer Freiheitsgrade zurückgeführt werden können.

Der Mechanismus der Symmetriebrechung hängt von der Wahl des skalaren Potenzials ab, das die Dynamik und die Wechselwirkung der Higgs-Doublets $\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix}$ und $\phi = \begin{pmatrix} \phi^0 \\ \phi^- \end{pmatrix}$ untereinander beschreibt. Wir setzen voraus, dass die Hyperladung $y(\phi) = -1/2$, wie in dem im letzten Abschnitt behandelten SUSY-Szenario, beträgt¹². Da der Übergang der Darstellung der beiden Higgs-Bosonen von einer allgemeinen zur Masseneigenbasis für die folgenden Überlegungen keine Rolle spielt, ist im Zusammenhang mit den Feynman-Regeln nur noch von den physikalischen Feldern H^\pm , H^0 und A^0 die Rede. Anhand der Anzahl der Freiheitsgrade lässt sich abzählen, dass insgesamt vier neue Higgs-Teilchen H^\pm , H^0 und A^0 auftreten, die sich in ihrem Verhalten unter CP -Transformationen teilweise unterscheiden. Da H^0 ein skalares Feld ist, beträgt der CP -Eigenwert $CP = +1$, während der CP -Eigenwert des pseudoskalaren Feldes A^0 den Wert $CP = -1$ annimmt. Die anderen drei Freiheitsgrade sind die Bosonen G^\pm , G^0 , die den Eichbosonen W^\pm , Z^0 Masse verleihen. Auf einen bestimmten Brechungsmechanismus, d.h. auf eine bestimmte Struktur des Potenzials, wollen wir uns nicht beschränken. Wir setzen lediglich voraus, dass ein Vakuumerwartungswert (VEV) des neutralen SM-Higgs-Bosons $\langle 0|\varphi^0|0\rangle = v \neq 0$ im Bereich der elektroschwachen Energieskala vorliegt. Ob das zusätzliche Higgs-Feld ϕ einen nicht verschwindenden VEV besitzt, lassen wir offen (vgl. [96]). Die Higgs-Boson-Kopplungen sind durch die kovariante Ableitung gegeben, während die Higgs-Fermion-Wechselwirkung durch Yukawa-Kopplungen beschrieben werden. $(D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi)$ führt zu Wechselwirkungen von einem bzw. zwei Higgs-Bosonen mit einem bzw. zwei Eichbosonen. Die Yukawa-Kopplungsterme $y_e^{ij}\bar{l}_i \cdot \phi e_j$, $y_d^{ij}\bar{q}_i \cdot \phi d_j$ und $y_u^{ij}\bar{q}_i \cdot \tilde{\phi} u_j$ führen zu Vertices an denen die rechtshändigen $SU(2)$ -Fermionsingletts zusammen mit einem Doublettfeld an ein Higgs-Boson koppeln, wobei $\tilde{\phi} = \begin{pmatrix} -\phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ gilt¹³. Die Generationenindizes sind dabei zunächst

¹²Die Wahl der Hyperladung $y = 1/2$ ist ebenfalls weit verbreitet und führt zu analogen Ergebnissen, da es sich um zwei äquivalente Beschreibungen handelt. Der Übergang zwischen den beiden Formulierungen geschieht durch Übergang von dem Feld mit negativer Hyperladung $\phi = \begin{pmatrix} \phi^0 \\ \phi^- \end{pmatrix}$ zu dessen Ladungskonjugiertem Feld $\tilde{\phi} = \begin{pmatrix} -\phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$. Entsprechend ist an Stelle des dot-Produktes das gewöhnliche Skalarprodukt zu verwenden.

¹³In Analogie zu Glg. (1.7) und unter Beachtung, dass die $SU(2)$ -Produkte in Kapitel 1 und hier auf verschiedene Arten gebildet werden.

beliebig $i, j = 1, 2, 3$. Des weiteren stellt man fest, dass im allgemeinsten Szenario beide

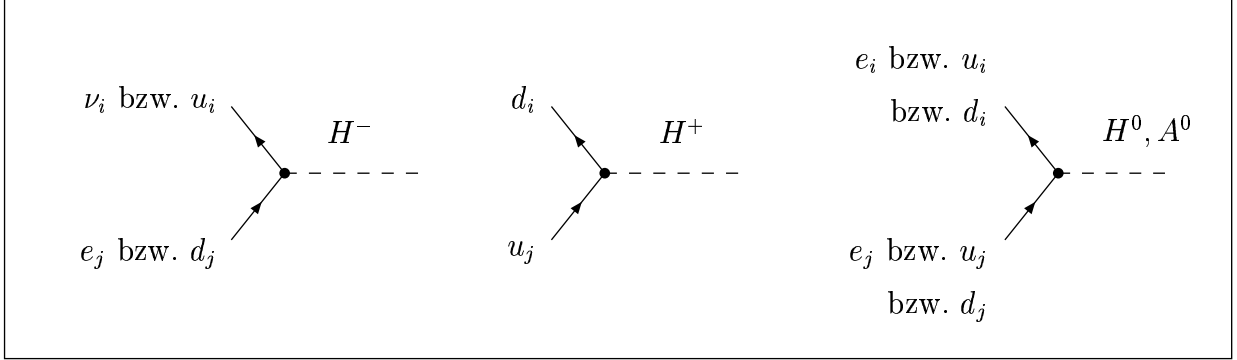


Abb. 4.10.: Higgs-Kopplung an Leptonen bzw. Quarks im 2HDM $i, j = 1, 2, 3$

Felder φ und ϕ gleichzeitig zu den Massen der up- und down-artigen Teilchen beitragen (Typ-III 2HDM) [97], sofern beide Vakuumerwartungswerte verschieden von Null sind. Die Werte der Kopplungskonstanten y_e^{ij} , y_d^{ij} und y_u^{ij} können völlig beliebig gewählt werden. Erst durch Forderung gewisser Symmetrieeigenschaften oder durch *fine tuning* werden sie von theoretischer Seite eingeschränkt. Von Seiten der Experimente liegen bekanntermaßen zahlreiche Ergebnisse vor, die die Auswahl der Kopplungskonstanten, die zu FCNC beitragen, stark begrenzt. Spezielle Symmetrieanahmen können dazu führen, dass nur eines der beiden Higgs-Dubletts an die Fermionen koppelt. Diese Modelle werden in der Literatur mit Typ-I 2HDM [98] bezeichnet. Typ-II 2HDM [98, 99] sind solche Modelle, in denen eines der Higgs-Bosonen an die up- und eines an die down-artigen Fermionen koppelt.

Durch die Einführung eines zweiten Higgs-Dubletts können alle Leptonzahl-erhaltenden und verletzenden effektiven Vier-Fermion-Vertizes, die von den Operatoren in Kapitel 3 generiert werden, auf den Austausch eines der Higgs-Bosonen H^\pm , H^0 bzw. A^0 zurückgeführt werden. Dazu genügt es, zwei der Vertizes aus Abb. 4.10 so zu kombinieren, dass ein virtuelles Higgs-Boson die beiden Vertizes verbindet. Die effektiven Drei-Teilchen-Vertizes lassen sich auf Schleifenniveau mit dem neuen Higgs-Feld in Verbindung bringen.

Effektive Ableitungskopplungen, wie in Abb. 4.11 (a), entstehen durch die Kopplung des W^- -Bosons an zwei der Higgs-Felder H^- und H^0 (A^0), die proportional zu einem der Impulse ist, und zwei Yukawa-Kopplungen an Fermionen. Durch Integration über den Schleifenimpuls kann die resultierende effektive Kopplung, wie im vorigen Abschnitt über SUSY-Modelle bereits besprochen, von einem der äusseren Impulse abhängen. Drei-Teilchen-Vertizes ohne Ableitungskopplungen, siehe Abb. 4.10 (b), kann man z.B. auf zwei Yukawa-Kopplungsterme der Fermionen und einen Wff -Vertex des Standardmodells zurückführen.

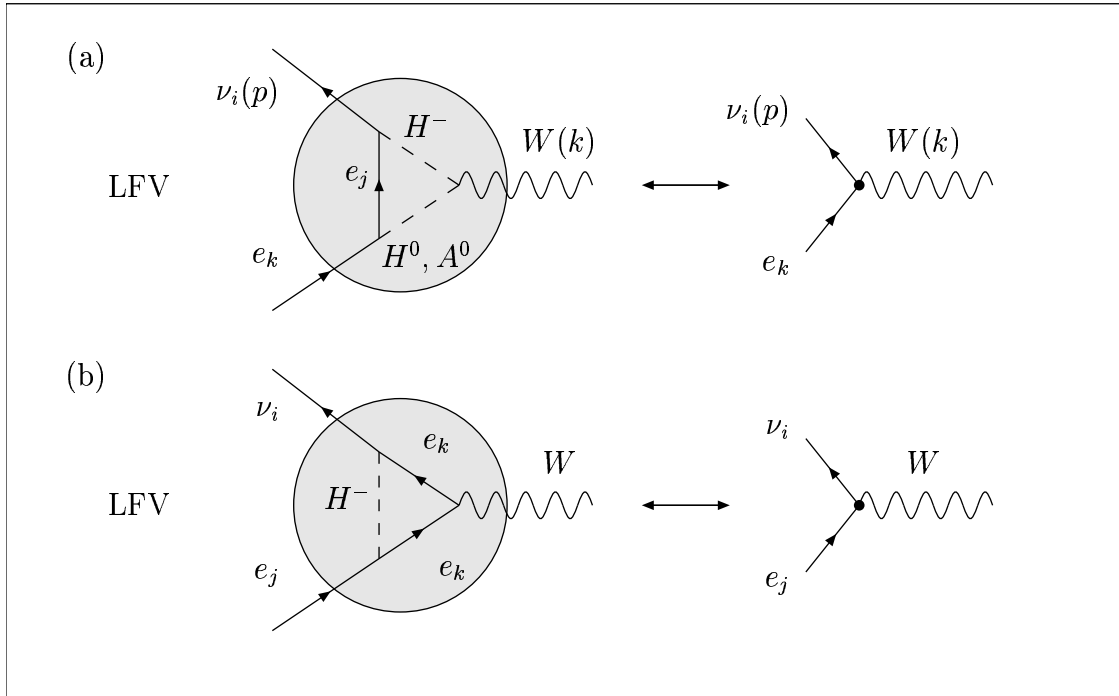


Abb. 4.11.: Drei-Teilchen-Vertizes im 2HDM $i, j, k = 1, 2, 3$

4.5. Das allgemeine Higgs-Triplett-Modell

Über den Anteil der skalaren Felder an einer Theorie, die die Physik der Elementarteilchen beschreibt, kann bis heute nur spekuliert werden. Anstatt neben dem Higgs-Dublett des SMs weitere skalare Dubletts einzuführen, könnte man ebenso skalare Multipletts als fundamentale Bausteine eines erweiterten SMs in Betracht ziehen, deren Hyperladungen und Multiplizitäten verschieden von denen des SM-Higgs sind. Ein prominentes Beispiel für eine solche Erweiterung ist das Higgs-Triplett-Modell (HTM), das neben den Teilchen des SMs noch ein zusätzliches Higgs-Feld Δ enthält. Man kann Triplets mit verschiedenen Ladungszuständen in Betracht ziehen. Für $y(\Delta) = 0$ erhält man das Triplett $\Delta = (\Delta^+, \Delta^0, \Delta^-)^T$ und für $y(\Delta) = 1$ das Triplett $\Delta = (\Delta^0, \Delta^-, \Delta^{--})^T$ [31]. Man kann zeigen [100, 101], dass das HTM mit $y(\Delta) = 0$ durchaus mit den elektroschwachen Präzisionsdaten in Einklang gebracht werden kann. Hat eines der neuen Higgs-Felder einen nicht-verschwindenden Vakuumerwartungswert v_3 , hat das Einfluss auf die Massen der W - und Z -Bosonen. Deshalb sind gewisse Parameterbereiche ausgeschlossen. Ausserdem ist ein Higgs-Triplett mit $\langle \Delta^0 \rangle = v_3 \neq 0$ in der Lage, Majorana-Massenterme zu generieren. Ein solches Modell ist demnach als mögliche Deutung der Neutrinooszillationen denkbar. Majorana-Massenterme können schließlich, wie in Abb. 4.6 dargestellt, zu LNV-Prozessen führen. Das ist im Hinblick auf die ab Kapitel 6 vorgestellten Resultate von Interesse. Ein weiteres Argument

für die Attraktivität der Higgs-Triplett-Modelle ist die Tatsache, dass sie sich auch in ein SUSY-Szenario einbetten lassen [102]. Allerdings muss dazu die Masse m_Δ bei ca. $10^{12} - 10^{14}$ GeV, also weit ausserhalb der experimentellen Reichweite für eine direkte Suche, liegen.

4.6. Grand Unified Theories

Die Grundidee aller Grand Unified Theories (GUT) ist die Vereinheitlichung der Eichgruppe des Standardmodells $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, indem man Modelle formuliert [30, 103], die eine größere Eichsymmetrie haben als das SM. Als Folge kann sich die Anzahl der Fermionen bzw. Eichbosonen erhöhen. Falls die Eichgruppe des SMs auf diese Weise auf eine einfache Gruppe zurückgeführt werden kann, gibt es eine einzige Kopplungskonstante, die bei hohen Energien die Stärke der einzig vorhandenen Wechselwirkung bestimmt. Die Gravitation spielt üblicherweise in den GUT-Modellen keine Rolle, was zeigt, dass GUTs möglicherweise in die richtige Richtung weisen, aber dennoch unvollständig sind. Häufig werden einige der Quarks, AntiQuarks, Leptonen und Antileptonen in einer oder mehreren irreduziblen Darstellung der Symmetriegruppe zusammengefasst. Von der Symmetrie der GUT erwartet man, dass ein Brechungsmechanismus existiert, der für experimentell erreichbare, niedrige Energien zu den bekannten Symmetrieeigenschaften des SMs führt. Dementsprechend sind die potenziellen Symmetriegruppen sehr vielfältig. Die Forderung nach einer höheren Eichsymmetrie impliziert die Vereinheitlichung der drei laufenden Kopplungskonstanten des SMs für Energien im Bereich der GUT-Skala¹⁴ Λ_{GUT} bei dem Wert α_{GUT} . In Anbetracht der zwei weit auseinanderklaffenden Massenskalen m_W und Λ_{GUT} , die bei GUTs eine Rolle spielen, ist es ungewiss, ob in dem dazwischen liegenden Energiebereich weitere Physik jenseits des SMs wie Compositeness, Leptoquarks etc. auftritt und die Extrapolation der GUT-Modelle in hohen Energiebereichen zunichte macht. Fordert man, dass lediglich die bekannten SM-Teilchen bei Prozessen mit typischen Energien $E \ll \Lambda_{GUT}$ beteiligt sind, spricht man von nicht-SUSY-GUT-Modellen. Umgekehrt sind SUSY-GUT-Modelle solche, bei denen oberhalb des SUSY-brechenden Energiebereichs supersymmetrische Teilchen in Erscheinung treten. Die Vereinheitlichung gelingt innerhalb der SUSY-GUT-Modelle im Allgemeinen besser als innerhalb der nicht-SUSY-GUT-Modelle (vgl. Abb. 4.12).

Allerdings gibt es auch dafür Ausnahmen. Betrachtet man beispielsweise $SO(10)$ -Modelle mit einem hinreichend komplizierten Brechungsmechanismus $SO(10) \rightarrow SU(4)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ [105, 106], können auch innerhalb von nicht-SUSY-

¹⁴Indirekte Grenzen an die Masse M_{GUT} eines GUT-Teilchens kann man aus der Protonlebensdauer [66] ableiten $\tau_p \sim M_{GUT}^4 / (\alpha_{GUT}^2 m_p^5) \Rightarrow M_{GUT} > 10^{12}$ GeV, wenn man davon ausgeht, dass der dominante Beitrag zur Zerfallsbreite auf den Austausch eines virtuellen GUT-Teilchens zurückgeht. Direkte Grenzen an M_{GUT} erhält man für einige Modelle aus der Renormierungsgruppengleichung für die drei Eichkopplungen. Diese Abschätzungen bewegen sich um 10^{17} GeV [104]. Damit liegen die Abschätzungen immerhin einige Größenordnungen unterhalb der Planckskala $\Lambda_{Planck} \sim 10^{19}$ GeV, variieren modellabhängig allerdings stark.

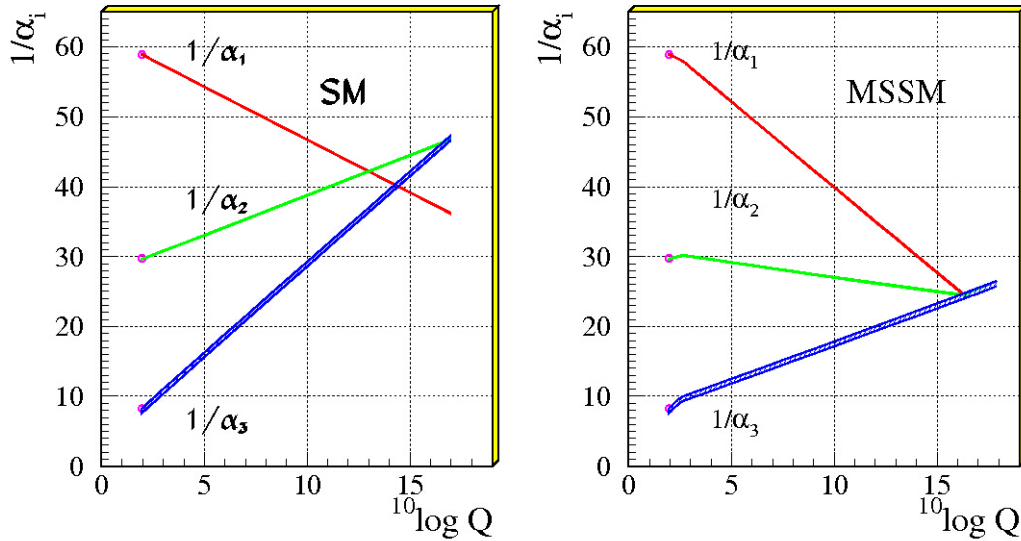


Abb. 4.12.: Das Inverse der drei Kopplungskonstanten des SM (links) und des MSSM (rechts) gegen die logarithmische Energie $\log Q$ aufgetragen. Die Dicke der Linien repräsentiert den Fehler. Aus [88] in Anlehnung an eine Analyse der LEP-Daten von [111].

GUTs die Eichkopplungen bei hohen Energien vereinheitlicht werden. Spezielle Modelle fordern zusätzlich die Vereinheitlichung der Yukawa-Kopplungen [107, 108, 109], die mit den Massen der Materieteilchen zusammenhängen. Dabei liegt besonderes Augenmerk auf der dritten Generation. Die Yukawa-Kopplungen der beiden ersten Generationen zu vereinheitlichen, ist mühsam, da sich das Massenverhältnis der Quarks $m_s/m_d \sim 20$ stark von dem der Leptonen $m_\mu/m_e \sim 200$ unterscheidet, aber möglich [110]. Von einer erfolgreichen Beschreibung der Yukawa-Wechselwirkung erwartet man unter anderem eine Erklärung der Fermionmassenhierarchie, der Mischungswinkel und der Anzahl der Generationen.

Allen GUT-Modellen ist gemeinsam, dass die Baryonzahl keine Erhaltungsgröße mehr ist [112], weswegen stets nach einem Mechanismus Ausschau gehalten werden muss, der die Zerfälle der Nukleonen gemäß der experimentellen Grenzen hinreichend stark unterdrückt. Andererseits kann diese Eigenschaft dazu genutzt werden, die Materie-Antimaterie-Asymmetrie im Universum zu erklären. Die meisten GUTs können die Ladungsquantisierung, das Auftreten massiver Neutrinos und die Seltenheit von FCNC-Prozessen erklären. Anhand weniger Parameter, die bei hohen Energien relevant sind, sollen die willkürlich erscheinenden neunzehn¹⁵ Parameter des SMs in Relation gesetzt werden können.

Da die Vereinheitlichungsskala sehr groß im Vergleich zu den experimentell zugänglichen Energiebereichen ist, kann man aus den GUT-Modellen kaum überprüfbar phänomenologische Aussagen folgern. Aus diesem Grund, formuliert man Modelle, denen ein zweifacher Brechungsmechanismus inne wohnt. Die vollständige GUT-Symmetrie wird im ersten Schritt bei einer Energie im Bereich der elektroschwachen Skala v so gebrochen, dass im

¹⁵ Ein Modelle, das mit dem SM übereinstimmt, in dem es aber zusätzlich massive Neutrinos gibt, wird durch 26 Parameter beschrieben.

zweiten Schritt die Brechung der verbliebenen Symmetrie zur $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -Symmetrie des SMs führen kann. Der Vorteil dieser Modelle besteht darin, dass sich über die Physik im Bereich der elektroschwachen Skala nachprüfbar Aussagen formulieren lassen.

Von besonderem Interesse, im Hinblick auf die im vorigen Kapitel vorgestellten effektiven Operatoren, sind unter anderem die Modelle, die eine Symmetrie zwischen den rechts- und links-chiralen Feldern herstellen. Die rechtshändigen Komponenten werden durch zusätzliche ν_R -Felder komplettiert, die auch zur Neutronmassengenerierung, u.a. in seesaw-Modellen, herangezogen werden können. Da sowohl die starke als auch die elektromagnetische Wechselwirkung nicht zwischen Feldern verschiedener Chiralität unterscheiden, kann die höhere Symmetrie durch eine Eichgruppe gegeben sein, die einen erweiterten, schwach wechselwirkenden Sektor besitzt: $SU(3) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$. Auf diese Art ist garantiert, dass bei Energien oberhalb der Symmetriebrechung nicht nur die elektromagnetische und starke Wechselwirkung paritätserhaltend sind, sondern auch die schwache Wechselwirkung. Die Relation zwischen elektromagnetischer Ladung Q , Isospin I_{3L}, I_{eR} , Baryon- und Leptonzahl eines Teilchens ähnelt der Gell-Mann-Nishijima-Beziehung und ist durch $Q = I_{3L} + I_{3R} + \frac{1}{2}(B - L)$ gegeben. Zusammen mit der neuen Eichgruppe $SU(2)_R$ tritt auch ein neuer Kopplungsparameter α_R zusammen mit weiteren Eichbosonen W_R^\pm, Z_R^0 auf. Fordert man Paritätserhaltung, müssen die Eichkopplungen von $SU(2)_L$ und $SU(2)_R$ übereinstimmen. So enthält das Modell die gleiche Anzahl von Kopplungskonstanten wie das SM. Nachdem die Symmetrie spontan gebrochen ist, mischen die Bosonen der rechts- und links-chiralen Eichgruppen miteinander. Die Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung $W^\pm (Z^0)$, die am LEP etc. nachgewiesen wurden, sind dann Überlagerungen von $W_L^\pm (Z_L^0)$ und $W_R^\pm (Z_R^0, B)$. Im geladenen Eichsektor gibt es den Mischungswinkel ζ , der mittels des τ -Zerfalls durch 0.12 [113] nach oben abgeschätzt wurde. Gemäß der Ergebnisse weiterer Experimente ([114, 115] u.a.), die sich andere Prozesse zunutze machen und teilweise zusätzliche Modellannahmen verwenden, ist ζ sogar um mehr als eine Größenordnung kleiner. Aufgrund der geringen Größe von ζ kann man in guter Näherung annehmen, dass W_L fast völlig durch den leichten Masseneigenzustand und W_R entsprechend durch den schweren Masseneigenzustand beschrieben wird. Im Sektor der neutralen Eichbosonen spielen zwei Mischungswinkel eine Rolle. Der schwache Mischungswinkel des SMs θ_W und ein weiterer Winkel ξ , der die Mischung des rechtshändigen Z_R mit dem massiven Partner des masselosen Photons beschreibt. Die experimentellen Daten schränken $\xi < 10^{-3}$ ein [36]. Deshalb kann auch im neutralen Eichsektor in erster Näherung davon ausgegangen werden, dass die Masseneigenzustände jeweils aus dem schweren Z_R bzw. aus dem leichteren Z_L bestehen. Die übrigen Freiheitsgrade sind Teilchen, für deren Massen bisher lediglich Ausschlussgrenzen bekannt sind [36], die auch von dem Mischungswinkel abhängen können.

Ein spezieller rechts-links-symmetrischer Ansatz ist das Pati-Salam-Modell [116, 117, 118, 119], in dem Leptonen als Komponenten eines Farbmultipletts aufgefasst werden. Bei einem Teil der Eichbosonen in diesem Modell handelt es sich deshalb um Leptoquarks. Die Wechselwirkung zeichnet sich durch Quark-Lepton-Universalität aus. Die Eichgruppe ist

durch $SU(4)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ gegeben. Durch einen bestimmten Brechungsmechanismus wird die $SU(3)_c \times U(1)$ -Symmetrie aus der $SU(4)_c$ -Gruppe zurückgewonnen. Die Ladung hängt auch in diesem Modell mit den Isospinkomponenten, der Baryon- und der Leptonzahl wie oben gemäß $Q = I_{3L} + I_{3R} + \frac{1}{2}(B - L)$ zusammen.

Effektiv kann die Wechselwirkung in dem Energiebereich, in dem die schweren Eichbosonen W_R^\pm, Z_R^0 nicht als freie Teilchen vorkommen, durch einen der effektiven Vier-Fermion-Operatoren, der sich durch eine $(V + A)$ -Struktur auszeichnet, parametrisiert werden: $\mathcal{O}_{ee}, \mathcal{O}_{eu}, \mathcal{O}_{ed}$. Für die semileptonischen Operatoren liegen anhand der von uns betrachteten Prozesse keine Obergrenzen vor. Deshalb können wir lediglich aus der Obergrenze der effektiven Kopplung α_{ee} eine untere Schranke für die Masse m_{Z_R} des schweren Eichbosons Z_R^0 ableiten. Mittels der Relation

$$\frac{\alpha_R^2}{m_{Z_R}^2} \rightarrow \frac{\alpha_{ee}}{\Lambda^2}, \quad (4.28)$$

ergibt sich, analog zur Fermi-Wechselwirkung, mit den Abschätzungen aus den Kapiteln 6 und 7 für LNV-Prozesse, zu denen \mathcal{O}_{ee} beitragen kann, $m_{Z_R} \gtrsim 3 - 77$ TeV, unter der Annahme $\alpha_R = 1$. Dem stehen die experimentellen Ergebnisse der Suche nach schweren Vektorbosonen gegenüber, die für bestimmte Modellannahmen und Prozesse gültig sind [36]. Die Grenzen verlaufen zwischen 54 und 898 GeV für die verschiedenen schweren Z' -Bosonen. Auf den ersten Blick erscheinen die von uns gefundenen indirekten Einschränkungen der Masse eines schweren Eichbosons wesentlich stärker als die durch bisherige direkte Messungen gefundenen. Es ist allerdings zu beachten, dass in beiden Fällen verschiedene Annahmen zugrunde gelegt wurden und die modellunabhängigen Grenzen nur für gewisse Flavor-Verteilungen vorliegen.

Ähnliche Aussagen über die Masse eines zusätzlichen Eichbosons ergeben sich, wenn man als Eichgruppe $SU(3) \times SU(2) \times U(1) \times U'(1)$ zugrundelegt. Durch diese Erweiterung kommt wiederum eine neue Kopplungskonstante und ein zugehöriges neutrales vektorielles Eichboson ins Spiel. Oft wird die Wechselwirkung der Fermionfelder ψ_i mit dem Z' -Boson, analog dem Term für die Fermion- Z^0 -Wechselwirkung im SM, durch

$$\mathcal{L}_{Z'} = -\frac{e}{2c_W s_W} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu (f_V^i - f_A^i \gamma^5) \psi_i Z'_\mu \quad (4.29)$$

parametrisiert. Dabei bezeichnen f_V^i und f_A^i die Stärken der Vektor- bzw. Axialvektorkopplungen.

Teil II.

Phänomenologische Betrachtungen

5. Zur Bestimmung experimenteller Grenzen für effektive Kopplungen

5.1. Zur Auswahl der betrachteten Prozesse

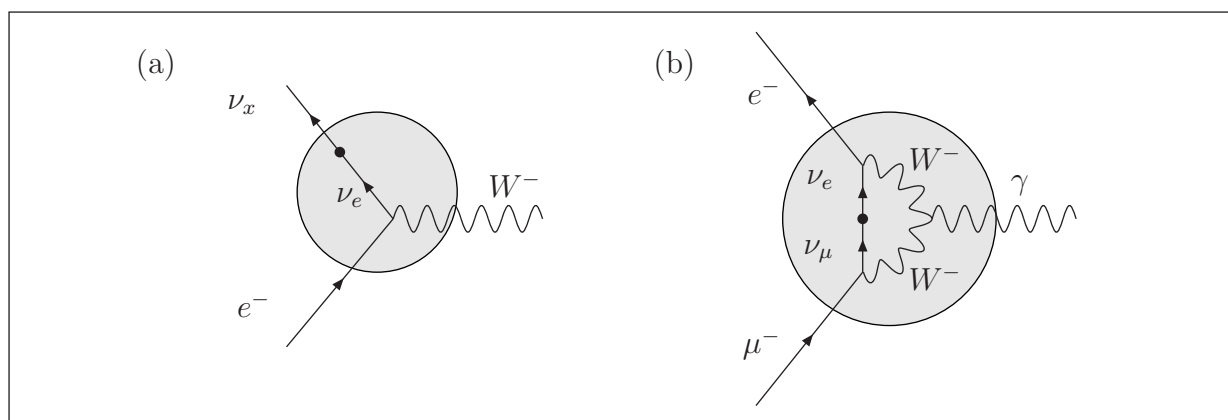


Abb. 5.1.: Neutrinomischung als Ursache effektiver Drei-Teilchen-Wechselwirkungen mit LFV: (a) auf Baumgraphenniveau, (b) auf Schleifenniveau

Innerhalb dieses Kapitels werden Methoden aufgezeigt, wie man anhand der vorliegenden experimentellen Daten die mit ihnen vertäglichen, maximal großen neuen Effekte bestimmen kann. Dabei gehen wir hier auf die grundsätzlichen Überlegungen ein, denen alle im Folgenden besprochenen Prozesse unterliegen. Spezielle Eigenarten semileptonischer Reaktionen werde in Kapitel 9ff. besprochen. Allen Reaktionen liegen die in Kapitel 3 konstruierten Operatoren zugrunde. Jeder dieser Operatoren beschreibt eine gewisse Auswahl von prinzipiell möglichen Prozessen. Diese werden mit den zugänglichen Präzisionsdaten verglichen. Aus dem Vergleich ergibt sich die Information, wie groß Beiträge, die nicht durch das Standardmodell beschrieben werden, höchstens sein können, so dass sie gerade noch mit den aktuellen Messungen verträglich sind. Zu jeder hier beschriebenen Messung werden die durch die effektiven Operatoren verursachten Beiträge bestimmt und in eine Obergrenze für die beteiligte neue Kopplungskonstante umgerechnet. Die angegebenen Obergrenzen werden unter der Annahme berechnet, dass die Skala Λ bei einem TeV liegt,

sie können aber auf einen beliebig großen Wert dieses Parameters umskaliert werden. Um einen Vergleich mit den Ergebnissen anderer Autoren zu erleichtern, geben wir für einige Operatoren, für die wir starke Limits folgern können, im Übersichtskapitel 10 zusätzlich zu den Grenzen für α (unter der Annahme $\Lambda = 1$ TeV) auch die entsprechende untere Schranke für die Massenskala Λ (unter der Annahme $\alpha = 1$) an. Alle Angaben werden auf einem 90%-igen Konfidenzniveau gemacht.

Wegen der experimentellen Evidenzen von Neutrinooszillationen, und da der Großteil der durchgeführten Experimente den Neutrino-Flavor im Endzustand nicht näher bestimmt, betrachten wir neben den SM-Moden auch solche Prozesse, in denen Neutrinos vorkommen, die einen Flavor tragen, der mit Hilfe von Feynman-Regeln des Standardmodells nicht auftreten kann. Wir beschäftigen uns auch mit der Berechnung Leptonzahl-verletzender Moden, weil Flavor-verändernde Prozesse sich in der Vergangenheit des Öfteren als Vorbote neuer Physik herausgestellt haben und eine entscheidende Rolle bei der Etablierung entsprechender Theorien geleistet haben. Allerdings können Reaktionen, in denen sich die Gesamtleptonzahl ändert, weder durch das Standardmodell noch durch die in Kapitel 3 vorgestellten Operatoren realisiert werden. Aus diesem Grund lassen wir in unseren Betrachtungen lediglich die Erhaltung der Leptonfamilienzahlen L_e , L_μ und L_τ fallen.

Effekte, die direkt von Neutrinooszillationen herrühren, lassen wir ausser Acht. Zum einen führen die den Neutrinooszillationen zugrunde liegenden Mischungsterme in der Lagrange-Dichte auf Baumgraphenniveau zu effektiven Vertizes, die mit Hilfe der Operatoren aus dem vorangegangenen Kapitel parametrisiert werden (vgl. Abb. 5.1 (a)). Zum anderen können loop-induzierte Prozesse wiederum als Resultat effektiver Wechselwirkungen aufgefasst werden. In vielen Fällen sind die Beiträge zu Observablen dann proportional zu den sehr kleinen Neutrinomassen und können deshalb nicht zu nennenswerten Grenzen für die effektiven Kopplungen führen. Typische Observablen, mit denen wir uns im Folgenden befassen werden, sind Zerfallsraten, bzw. die Lebensdauer von instabilen Teilchen oder Wirkungsquerschnitte von Streureaktionen. Von besonderem Interesse sind die Fälle, in denen experimentelle Daten mit hoher Präzision vorliegen. Zu diesen Prozessen zählen in erster Linie rein leptonische Reaktionen. Deshalb beschäftigen wir uns in Kapitel 6 mit den Zerfällen geladener Leptonen ($1 \rightarrow 3$), in Kapitel 7 mit Lepton-Neutrino-Streuung ($2 \rightarrow 2$) und in Kapitel 8 mit leptonischen Zerfällen, die auch reelle neutrale Eichbosonen involvieren ($1 \rightarrow 2$). Wegen der hohen Messgenauigkeit diskutieren wir im darauf folgenden Kapitel semileptonische Prozesse, die ein Meson und zwei Leptonen enthalten. Allen diesen Prozessen ist gemeinsam, dass sie sich auf Baumgraphenniveau mit Hilfe des um einen der Operatoren (3.12)–(3.49) erweiterten Standardmodells darstellen lassen.

Wir beschränken uns insgesamt auf Observablen, die aus Reaktionen gewonnen werden können, bei denen drei oder vier reelle Teilchen beteiligt sind. Dabei lassen wir semileptonische Prozesse mit schweren Quarks ausser Acht, da deren theoretische Beschreibung für unsere Zwecke noch zu große Unsicherheiten aufweist. Gleiches gilt für Prozesse, die mehr als ein Meson im Anfangs- bzw. Endzustand enthalten.

5.2. Zur Herleitung von Ausschlussgrenzen

Die hier vorgestellte Methode, um anhand von experimentellen Daten Ausschlussgrenzen für die Kopplungskonstanten α zu gewinnen, kann auf alle leptonischen Prozesse, d.h. sowohl für die Zerfälle wie die Streuprozesse, angewandt werden. Sie wird in diesem Abschnitt kurz erläutert. Auf die Methode zur Bestimmung von Obergrenzen der hadronischen bzw. semileptonischen Kopplungen wird im Einzelnen in Kapitel 9 eingegangen. Das prinzipielle Vorgehen ist analog zu dem hier beschriebenen, jedoch müssen die hadronischen Matrixelemente gesondert berücksichtigt werden.

Zuerst merken wir an, dass stets Erweiterungen des Standardmodells betrachtet werden, die aus dem SM und genau einem der Operatoren (3.12)–(3.49) bestehen. Insofern ist die Zuordnung der im Weiteren auftretenden Kopplung α zu dem entsprechenden Operator eindeutig. Wir indizieren mit dem neuen Operator in Verbindung stehende Größen im Weiteren mit *bSM*. Diese Abkürzung steht für *beyond standard model*.

Um für die Kopplungen der oben konstruierten effektiven Operatoren (3.12)–(3.49) Ausschlussgrenzen zu erhalten, sucht man nach Prozessen, zu denen einer dieser Operatoren beiträgt. Wenn es ein Experiment gibt, mit dem man eine Observable A , wie z.B. die Zerfallsbreite oder den Wirkungsquerschnitt dieses Prozesses, bestimmen kann, dann kann man den angegebenen Messfehler¹ ΔA_{exp} mit der theoretisch berechneten Größe A_{theo} und deren Unsicherheit ΔA_{theo} vergleichen. A_{theo} bestimmt man aus der Lagrange-Dichte des Standardmodells \mathcal{L}_{SM} und dem aus einem neuen Operator \mathcal{O} bestehenden Zusatzterm mit Hilfe der üblichen, störungstheoretischen Methoden². Aus der gesamten Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_{ges} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{\Lambda^2} \mathcal{O} \quad (5.1)$$

werden Feynman-Regeln abgeleitet³. Das so gebildete Matrixelement wird quadriert und über den Phasenraum unter Beachtung der Spins gemäß Fermi's Goldener Regel integriert. Daraus erhält man schließlich einen Ausdruck für die aus diesem Modell gewonnene Observable A_{theo} :

$$A_{theo} = A_{theo}^{SM} + A_{theo}^{bSM}(\alpha_{bSM}, \Lambda) \quad (5.2)$$

Bezüglich des neuen Beitrags $A_{theo}^{bSM}(\alpha_{bSM}, \Lambda)$ zur Observable A , der sich als Funktion der effektiven Kopplung α_{bSM} und der Massenskala Λ schreiben lässt, wird angenommen, dass er innerhalb der Fehlergrenzen des Messwertes und der theoretischen Voraussage durch das Standardmodell liegt⁴, d.h.

$$|A_{theo}^{bSM}(\alpha_{bSM}, \Lambda)| < \Delta(A_{exp} - A_{theo}^{SM}) = \Delta A_{exp} + \Delta A_{theo}^{SM}. \quad (5.3)$$

¹ Handelt es sich bei dem Messfehler um einen unsymmetrischen, legen wir den hier vorliegenden Ergebnissen einen symmetrischen Fehler zugrunde, der mit dem größeren der beiden Fehlerintervalle übereinstimmt.

² Details zur Berechnung der speziellen Observablen findet man in den folgenden Kapiteln.

³ Eine vollständige Liste der Feynman-Regeln zu Operatoren mit Dimension sechs findet man in Anhang D.

⁴ Der Fall, dass $|A_{theo}^{SM} - A_{exp}| > \Delta(A_{exp} - A_{theo}^{SM})$ ist, tritt bei den von uns betrachteten Prozessen nicht auf.

Daraus erhält man eine Ungleichung der Form

$$|\alpha_{bSM}| < f(A_{theo}^{bSM}, \Delta A_{exp}, \Delta A_{theo}^{SM}, \Lambda), \quad (5.4)$$

wobei f eine Funktion von der Voraussage durch den neuen Operator, vom Messfehler, von der Unsicherheit der Voraussage und von der neuen Energieskala ist. Oft tritt der Fall ein, dass der experimentelle Fehler den der Voraussage durch das Standardmodell überwiegt. Dann bestimmt der Messfehler die Güte der Abschätzung (5.4). In diesem Zusammenhang bleibt zu erwähnen, dass die Myon-Zerfallsbreite in dieser Hinsicht eine Ausnahme darstellt. Der Fehler der Vorhersage dominiert den Messfehler des Myon-Zerfalls. Dazu unten mehr.

Die Kenntnis der Strahlungskorrekturen des Standardmodells spielt immer dann eine Rolle, wenn die Unsicherheit in der theoretischen Vorhersage bzw. die Differenz der Vorhersage und des Messwertes groß sind. Strahlungskorrekturen, die durch die Feynman-Regeln der neuen Operatoren induziert werden, sind einerseits als Korrektur zu einem ohnehin kleinen Korrekturterm zum Standardmodell unterdrückt. Andererseits können sie stets in die effektive neue Kopplung absorbiert werden.

Den in dieser Arbeit aufgelisteten oberen Schranken der neuen Kopplungen α liegt ein 90%-iges Konfidenzniveau zugrunde. Die in der Literatur angegebenen 1σ -Fehlerintervalle bzw. die auf 95%-igem Konfidenzniveau ermittelten Werte wurden entsprechend umgerechnet.

Im Folgenden werden einige zusätzliche Annahmen zugrunde gelegt. Dazu zählt, wie oben schon erwähnt, die Annahme, dass nur jeweils genau ein neuer Operator zusätzlich zum Standardmodell in das erweiterte Modell mit eingeht. Aufgrund der begrenzten Anzahl von Präzisionsmessungen ist es nicht möglich, für alle effektiven Operatoren simultan obere Grenzen für die Größe der Kopplungen anzugeben. Deshalb wird die Lagrangedichte des Standardmodells jeweils nur um einen neuen Term erweitert. Alle Ausschlussgrenzen für die Kopplungskonstanten werden unter der Annahme $\Lambda = 1$ TeV bestimmt. Es werden keine neuen Feldoperatoren neben den SM-Feldern zugelassen. Insbesondere enthält dieser Zugang keine rechts-händigen Neutrinofelder.

Wir gehen nicht auf die Möglichkeit ein, dass in einer konkreten, über das SM hinausgehenden Theorie mehrere der Operatoren (3.12)–(3.49) gemeinsam auftreten. In einem solchen Fall wären sowohl schärfere als auch schwächere Ausschlussgrenzen denkbar: ersteres wäre der Fall, wenn sich die Effekte der verschiedenen Operatoren aufsummieren; die zweite Möglichkeit könnte realisiert sein, wenn sich die Effekte der verschiedenen Operatoren bei der Berechnung einer Observablen gegenseitig kompensieren.

6. Leptonische Zerfallsprozesse

6.1. Die Myon-Lebensdauer

Als experimentelles Ergebnis legen wir den von der Particle Data Group angegebenen Mittelwert der Lebensdauer $\tau = (2.19703 \pm 0.00004) \times 10^{-6}$ s zugrunde und gehen im einzelnen nicht weiter auf die verschiedenen experimentellen Gegebenheiten der Messungen aus den 70er und 80er Jahren des vergangenen Jahrhunderts ein. Es sei lediglich darauf hingewiesen, dass der Flavor der Neutrinos stets unbestimmt geblieben ist. Das ist ausschlaggebend für uns, die LNV Moden dieses Zerfalls nicht ausser Acht zu lassen. Eine ausführliche Diskussion der aus der Myon-Lebensdauer und dem Zerfallsspektrum gewonnenen oberen Schranken für die Kopplungskonstanten finden sich in [56, 57]. Dort wurden die Leptonzahlverletzenden Prozesse $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_i \nu_j$ mit $i, j \in \{e, \mu\}$, bei denen als NeutrinoFlavor eine beliebige Kombination von Elektron und Myon zulässig war, diskutiert. Zusätzlich betrach-

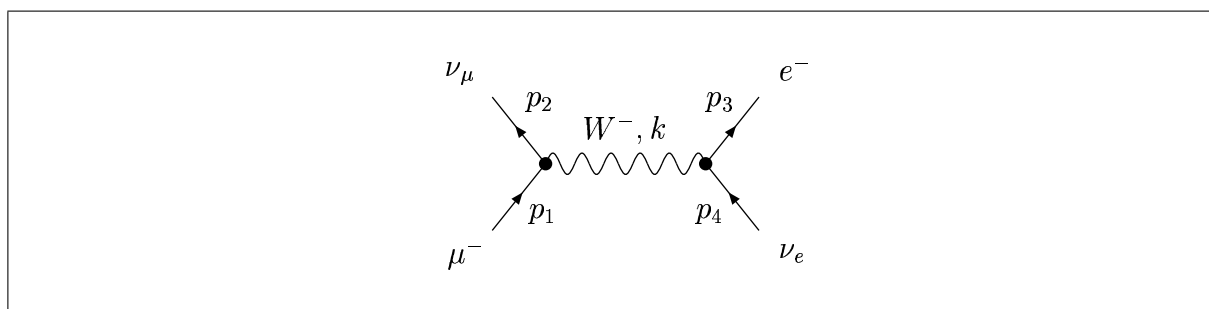


Abb. 6.1.: Feynman-Graph zum Myon-Zerfall im Standardmodell.

ten wir in dieser Arbeit auch Ergebnisse für Tau-Neutrinos im Endzustand. Diese sind in den nachstehenden Tabellen gegeben. Die Angaben können geringfügig von [56] abweichen, da dort mit einem von dem hier verwendeten Fehler der theoretischen Vorhersage leicht abweichenden Wert gerechnet wurde. Die direkten Limits für die Masse des Tau-Neutrinos liegen bei $m_{\nu_\tau} < 18.2$ MeV [36], jedoch erlauben die Ergebnisse für die solaren bzw. atmosphärischen Massendifferenzen $\Delta m_{sol}^2 \sim 10^{-5}$ eV² [120] bzw. $\Delta m_{atm}^2 \sim 2.6 \times 10^{-3}$ eV² [121] zusammen mit der direkten Obergrenze für die Elektronneutrino-Masse $m_{\nu_e} < 2.3$ eV [46] die Vernachlässigung der Tau-Neutrinomasse in unseren Berechnungen.

Berechnung der totalen Zerfallsbreite

Aus *Fermis goldener Regel* ergibt sich der Zusammenhang zwischen differenzieller Lebensdauer, Phasenraumvolumen und Matrixelement des Myonzerfalls

$$d\Gamma = \frac{1}{2m} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 - p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2p_2^0} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2p_3^0} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2p_4^0} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \quad (6.1)$$

mit den Teilchenimpulsen p_1 des zerfallenden Myons, p_2 des Myonneutrinos, p_3 des Elektrons und p_4 des Elektronantineutrinos. Die Myon-Masse ist mit m bezeichnet. Das Betragsquadrat des Übergangsmatrixelements lautet unter Vernachlässigung der Elektronmasse

$$|\mathcal{M}_{fi}|^2 = 128 G_\mu^2 (p_1 \cdot p_4) (p_2 \cdot p_3). \quad (6.2)$$

Wir wählen eine Parametrisierung im Myon-Ruhsystem gemäß

$$p_1 = (m, 0, 0, 0), \quad p_2 = (E_\nu, E_\nu \sin \theta, 0, E_\nu \cos \theta), \quad p_3 = (E_e, 0, 0, E_e) \quad (6.3)$$

und eliminieren den Impuls des Elektron-Antineutrinos unter Ausnutzung der Energie-Impuls-Erhaltung. Der Übergang zu dimensionslosen Größen

$$x_i = \frac{2}{m} E_i, \quad i = \nu, e$$

und Kugelkoordinaten im Impulsraum führt auf folgende Integrationen:

$$\Gamma = \frac{m}{16(2\pi)^3} \int_0^1 dx_e \int_{1-x_e}^1 dx_\nu \int_{-1}^1 d \cos \theta |\mathcal{M}_{fi}|^2 \delta \left(\cos \theta - 1 + \frac{2}{x_e x_\nu} (x_e + x_\nu - 1) \right)$$

Experimentell ist man in der Lage u.a. die differenzielle, normierte Breite in Abhängigkeit von der Elektronenergie zu bestimmen. Man kann die auf die gesamte Zerfallsbreite normierte differenzielle Breite als Polynom in der normierten Elektronenergie mit gewissen Koeffizienten a_i ausdrücken:

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dx_e} = \sum_i a_i x_e^i \quad (6.4)$$

Mit dem Standardmodell als zugrundeliegender Theorie hat die differenzielle Breite, wenn es sich bei dem zerfallenden Myon um ein unpolarisiertes handelt, die Gestalt

$$\frac{d\Gamma}{dx_e} = \frac{G_\mu^2 m^5}{96\pi^3} (3 - 2x_e)x_e^2. \quad (6.5)$$

Integriert man schließlich über die Elektronenergie, so erhält man für die totale Zerfallsbreite des unpolarisierten Myons

$$\Gamma = \int_0^1 dx_e \frac{d\Gamma}{dx_e} = \frac{G_\mu^2 m^5}{192\pi^3}. \quad (6.6)$$

Das Standardmodell liefert Voraussagen für die Koeffizienten in Glg. (6.4) ($a_2 = 6$, $a_3 = -4$, alle anderen $a_i = 0$), die mit den experimentell gewonnenen Daten verglichen werden können. Tragen neben dem Standardmodell noch weitere effektive Operatoren zu dem Myon-Zerfall bei, werden die Koeffizienten bzw. die totale Zerfallsbreite entsprechend von der SM-Voraussage abweichen.

Wie in [56] beschrieben, müssen sich alle neuen Beiträge Γ_{bSM} zur totalen Zerfallsbreite des Myons Γ innerhalb der Fehlergrenzen der theoretischen Voraussage und des Messfehlers bewegen, um nicht schon entdeckt worden zu sein, d.h.

$$\Gamma_{bSM} \lesssim \Delta(\Gamma - \Gamma_{exp}) \quad (6.7)$$

Wegen der hohen Präzision der Messung $\Delta\Gamma_{exp}/\Gamma_{exp} \sim 2 \times 10^{-5}$ fällt der Messfehler im Vergleich zur Unsicherheit der theoretischen Voraussage $\Delta\Gamma/\Gamma \sim 6 \times 10^{-3}$ nicht ins Gewicht. Auf einem 90%-igen Konfidenzniveau gilt daher

$$\frac{\Gamma_{bSM}}{\Gamma} \lesssim 10^{-2}. \quad (6.8)$$

Die totale Breite Γ in Glg.(6.6) lässt sich statt mit Hilfe der Fermi-Konstanten G_μ gemäß

$$\frac{G_\mu}{\sqrt{2}} = \frac{\alpha}{32\pi s_W^2 m_W^2} \quad (6.9)$$

auch durch den schwachen Mischungswinkel s_W , die Feinstrukturkonstante α und die Masse des W -Bosons m_W ausdrücken. Da sowohl die Myonmasse m als auch s_W und α sehr genau bekannt sind, liegt die maßgebliche Ursache für die Ungenauigkeit der theoretischen Vorhersage in dem Fehler der W -Massenbestimmung, der gemäß [122] $\Delta m_W = 42$ MeV beträgt. Man erhält den Fehler der theoretischen Voraussage schließlich, unter Verwendung von (6.6) und (6.9), mit Hilfe der Beziehung

$$\Gamma = \frac{\alpha^2 m^5}{384\pi s_W^4 m_W^4}. \quad (6.10)$$

Um Ungleichung (6.8) ausnutzen zu können, berechnet man zuerst das Quadrat der Summe des Matrixelements des Standardmodells \mathcal{M}_{SM} und des effektiven Operators \mathcal{M}_{bSM}

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= |\mathcal{M}_{SM} + \mathcal{M}_{bSM}|^2 \\ &= |\mathcal{M}_{SM}|^2 + \mathcal{M}_{SM}\mathcal{M}_{bSM}^* + \mathcal{M}_{SM}^*\mathcal{M}_{bSM} + |\mathcal{M}_{bSM}|^2. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Um eine Abschätzung für die Kopplung zu gewinnen, betrachtet man nur die niedrigste Ordnung in der effektiven Kopplungskonstanten α . Stimmen die Endzustände des Zerfallskanals mit denen des Standardmodells überein, ist der Interferenzterm der führende und das Betragsquadrat kann vernachlässigt werden. Handelt es sich um einen Leptonzahlverletzenden Kanal, muss das Betragsquadrat des neuen Matrixelements bestimmt werden, weil es keine Interferenz von \mathcal{M}_{SM} mit \mathcal{M}_{bSM} gibt.

Diskussion der möglichen Flavor-Kombinationen

In Kapitel 3, S.26 wurde dargelegt, dass jeder der in Glg. (3.12)–(3.25) vorgestellten effektiven Operatoren stellvertretend für eine Gruppe von Operatoren mit jeweils der gleichen Struktur, aber unterschiedlichen Kombinationen der Feldoperatoren des Elektrons, Myons, Tau-Leptons und deren Neutrinos steht. Um die Mächtigkeit der zu den Operatoren (3.12)–(3.25) gehörigen Gruppen zu bestimmen, zählen wir die Anzahl der Zwei- und Viertupel, die im Prinzip einen der Zerfälle $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_i \nu_j$ mit $i, j \in \{e, \mu, \tau\}$ darstellen können. Anschließend muss anhand der Struktur der einzelnen Operatoren (3.12)–(3.25) festgestellt werden, welche der im Prinzip möglichen Flavor-Kombinationen zum Myon-Zerfall beitragen, d.h. welcher der Operatoren die passende Kombination von Erzeugern und Vernichtern enthält, um diesen Prozess zu realisieren. Unter Umständen reduziert sich die Anzahl der möglichen Flavor-Kombinationen dadurch auf die Anzahl der Kombinationen, die tatsächlich für den Myon-Zerfall relevant sind.

$e, \mu, \mu, \tau:$	$4 \cdot 3 \cdot 2/2$
$e, \mu, \mu, \mu:$	$4 \cdot 3 \cdot 2/(3 \cdot 2)$
$e, e, \mu, \tau:$	$4 \cdot 3 \cdot 2/2$
$e, e, e, \mu:$	$4 \cdot 3 \cdot 2/(3 \cdot 2)$
$e, \mu, \tau, \tau:$	$4 \cdot 3 \cdot 2/2$
	= 44

Tab. 6.1.: Exemplarisch: maximale Anzahl von Flavor-Kombinationen.

Zunächst machen wir einige Bemerkungen zu der Anzahl der potenziell möglichen Flavor-Kombinationen. Für die Vier-Fermion-Operatoren müssen alle Viertupel bestimmt werden, die mindestens einmal den Elektron- und einmal den Myon-Flavor enthalten. Da wir auch die Leptonzahl-verletzenden Zerfallskanäle betrachten, sind wir in der Wahl der anderen beiden Generationen, die den Neutrinos zugeordnet werden, völlig frei. Für die Platzierung des Myon-Flavors innerhalb des Viertupels hat man vier Möglichkeiten, für den des Elektrons nur noch drei. Der dritte Platz im Viertupel kann auf zwei Arten vergeben werden, für den vierten verbleibt nur noch eine Möglichkeit. Weiterhin ist zu berücksichtigen, wie viele Flavor mehrfach vorkommen und durch diese Multiplizität ist zu teilen. In Tabelle 6.1 sind die Möglichkeiten, Flavor miteinander zu kombinieren, zusammen mit der jeweiligen Anzahl, sie durch ein geordnetes Viertupel auszudrücken, aufgelistet. Die maximale Anzahl von Viertupeln ist insgesamt 44. Nun muss man bei der Diskussion eines jeden Operators entscheiden, ob die auf kombinatorischem Weg gefundenen Flavor-Kombinationen zu dem Myon-Zerfall beitragen. In allen nachstehenden Tabellen sind ausschließlich diejenigen Kombinationen aufgeführt, die tatsächlich für den betrachteten Prozess relevant

sind.

Für die leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren gibt es im Prinzip $3 \cdot 3 = 9$ Möglichkeiten, die Zweitupel mit den drei Generationen zu besetzen. Drei davon enthalten zwei gleiche Flavor. Die übrigen sechs bestehen aus zwei verschiedenen Flavor. Betrachtet man nun die aus den effektiven Operatoren resultierenden Feynman-Regeln, muss überlegt werden, wie diese sich miteinander bzw. mit den Feynman-Regeln des Standardmodells auf Baumgraphenniveau zu Diagrammen zusammensetzen lassen, die den zu beschreibenden Prozess darstellen. Gegebenenfalls kann man die Anzahl der zu berücksichtigenden Flavor-Kombinationen anhand dieser Betrachtungen reduzieren.

Aus Platzgründen wird im Einzelnen darauf verzichtet, im Falle eines jeden Operators im Detail zu erläutern, warum sich die Flavor-Kombinationen in den hier angeführten Tabellen als relevant erweisen. Wir überlassen das Nachvollziehen der interessierten Leserin. Da die Situation der τ -Zerfälle in Abschnitt 6.3 völlig analog ist, kann dort auf die hier vorgestellten Überlegungen zurückgegriffen werden.

Bestimmung der Obergrenzen der effektiven Kopplungen

Die Obergrenzen für die effektiven Kopplungskonstanten, die sich mit Hilfe der Myon-Lebensdauer gewinnen lassen, sind in den Tabellen 6.2–6.7 zusammengefasst. In der ersten Spalte findet man die Operatoren, auf die sich die Zeilen beziehen. Erst durch die Angabe der speziellen Flavor-Kombination in Spalte vier, ist der Operator eindeutig definiert. In der zweiten Spalte befindet sich der analytische Ausdruck für den Beitrag zur Zerfallsbreite im Limes $m_e \rightarrow 0$. Die maximalen Werte, die die Kopplung α annehmen kann, wurden aus den exakten analytischen Ausdrücken für die Zerfallsbreite unter der Annahme $\Lambda = 1$ TeV für $m_e \neq 0$ bestimmt. Diese Ergebnisse kann man mit Hilfe der Formeln für den Beitrag zur totalen Zerfallsbreite auf beliebige Energieskalen Λ umskalieren.

Betrachtet man die Liste der Vier-Fermion-Operatoren, dann fällt auf, dass in dem Operator \mathcal{O}_{ee} keine Neutrinofelder vorkommen. Deshalb leistet dieser Operator keinen Beitrag zur Myon-Zerfallsbreite. Die drei anderen Vier-Fermion-Operatoren realisieren sowohl den LNC¹ als auch die LNV-Zerfallskanäle. Die Drei-Teilchen-Operatoren tragen alle zu den verschiedenen Kanälen bei. Der τ -Flavor spielt nicht bei jedem Operator eine Rolle, wie aus den Tabellen 6.3–6.7 abzulesen ist. Aus Beiträgen zu dem die Leptonzahl-erhaltenden Prozess erhält man Grenzen für den Real- bzw. den Imaginärteil der effektiven Kopplung α . Aus den übrigen Zerfällen gewinnt man Abschätzungen für den Absolutbetrag der neuen Kopplungskonstanten. In diesem Zusammenhang spielen die Operatoren \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ mit der Flavor-Kombination (ee) eine besondere Rolle. Berechnet man die Beiträge zur Zerfallsbreite aus der Interferenz zwischen dem Standardmodell und dem neuem Operator, erhält man einen Ausdruck, der proportional zur Elektronmasse ist. Wegen diesem

¹ Zur Verbesserung der Lesbarkeit verwenden wir im Folgenden auch die Abkürzungen LNC (LNV) an Stelle von Leptonzahl-erhaltend (Leptonzahl-verletzend).

Operator	Γ_{bSM}/Γ_{SM}	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{ll(1)}$	$-\frac{8v^2}{\Lambda^2}\text{Re}(\alpha)$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.06 \times 10^{-2}$	$(e\mu\mu), (\mu e\mu)$
	$\frac{v^4}{\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 3.36$	$(e\mu\mu), (\mu e\mu), (\mu\mu e), (\mu\mu e),$ $(\mu e e), (e\mu e), (e\mu e), (e e\mu),$ $(\mu e\tau), (\mu e\tau), (\mu e\tau\tau), (\mu e\mu\tau),$ $(\mu\tau\mu), (\mu\tau\mu), (\mu e\tau\mu), (e\mu\tau),$ $(e\mu\tau), (e\mu\tau\tau), (e\mu\mu\tau), (\tau\mu\mu),$ $(\tau\mu\mu), (e\mu\tau\mu), (e\tau\mu), (\tau e\mu),$ $(\tau\tau\mu), (e\tau\mu), (\tau e\mu), (\tau\tau\mu)$
$\mathcal{O}_{ll(3)}$	$-\frac{8v^2}{\Lambda^2} \text{Re}(\alpha) $	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.06 \times 10^{-2}$	$(\mu\mu e), (e\mu\mu)$
	$-\frac{2v^2}{\Lambda^2} \text{Re}(\alpha) $	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.162$	$(\mu e\mu), (e\mu\mu)$
	$\frac{v^4}{\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 3.36$	$(\mu e e), (e\mu e), (e\mu e), (e e\mu)$ $(e\mu\mu), (\mu e\mu), (\mu\mu e), (\mu\mu e)$ $(\mu e\tau), (\mu e\tau), (\mu e\tau\tau), (\mu e\mu\tau),$ $(\mu\tau\mu), (\mu\tau\mu), (\mu e\tau\mu), (e\mu\tau),$ $(e\mu\tau\tau), (e\mu\mu\tau), (\tau\mu\mu), (\tau\mu\mu),$ $(e\mu\tau\mu), (e\tau\mu), (\tau e\mu),$ $(\tau\tau\mu), (\tau e\mu), (\tau\tau\mu)$ $(\mu e\mu), (e\mu\mu), (\mu\tau e), (\mu\tau e),$ $(\mu\mu\tau), (\tau\mu e), (\tau\mu\tau), (e\mu\tau),$ $(\tau\mu\tau), (\tau\mu\mu), (e\tau\mu), (e\tau\mu),$ $(e\tau\mu), (e\tau\tau\mu), (\mu\mu\tau)$
$\frac{4v^4}{\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.68$	$(e\mu\mu), (\mu e\mu)$	
\mathcal{O}_{le}	$\frac{v^4}{4\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 6.70$	$(e\mu\mu), (e\mu\mu), (\mu e\mu), (\mu e\mu)$ $(e\mu e), (e\mu\mu), (\mu\mu e), (\mu\mu e)$ $(e\mu\tau), (\mu e\mu\tau), (\tau e\mu\tau), (\tau e\mu),$ $(\tau e\mu), (\tau\mu e), (\tau\mu e), (\tau\mu\tau),$ $(e\mu\tau), (\mu\mu\tau)$

Tab. 6.2.: Schranken für die Kopplungen der Vier-Fermion-Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV anhand der Messung der Myon-Lebensdauer.

Operator	Γ_{bSM}/Γ_{SM}	Kopplung	Flavor	Endzustand
\mathcal{O}_{lB}	$\frac{m_\mu^2 c_W^2 (3m_W^2 - m_\mu^2 s_W^2)}{15g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.98 \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{m_\mu^4 c_W^2 s_W^2}{30g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 7.77 \times 10^7$	(μe)	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
	$(28m_W^4 - 16c_W s_W m_\mu^2 m_W^2 + 3m_\mu^4 s_W^2 c_W^2) \times$ $\times \frac{m_\mu^4 c_W^2}{840g^4 \Lambda^8} \alpha ^4$	$ \alpha \lesssim 6.15 \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
	$\frac{m_\mu^2 c_W^2 (12m_W^2 - 5s_W^2 m_\mu^2)}{15g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 9.92 \times 10^3$	$(e\mu)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{7m_\mu^4 c_W^4 s_W^2}{15g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 2.37 \times 10^7$	$(e\mu)$	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
	$(196m_W^4 - 184c_W s_W m_\mu^2 m_W^2 + 51c_W^2 s_W^2 m_\mu^4) \times$ $\times \frac{m_\mu^4 c_W^2}{840g^4 \Lambda^8} \alpha ^4$	$ \alpha \lesssim 3.78 \times 10^4$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$

Tab. 6.3.: Schranken für die Kopplungen von \mathcal{O}_{lB} unter Vernachlässigung der Elektronmasse mit $i = e, \mu, \tau$ bei $\Lambda = 1$ TeV anhand der Messung der Myon-Lebensdauer.

Unterdrückungsfaktor sind die daraus resultierenden Abschätzungen schlechter als die aus dem Betragsquadrat gewonnen. Letztere sind deshalb in den Tabellen berücksichtigt.

Wie in [56] gesehen, kann man durch Betrachtung des Zerfallsspektrums in Abhängigkeit von der normierten Elektronenergie einige Obergrenzen gegenüber der Betrachtung der totalen Breite nach unten verbessern. Diese Methode ist nicht anwendbar, wenn das Spektrum der neuen Zerfallsbreite die gleiche x_e -Abhängigkeit besitzt wie das Standardmodell. Die in [56] beschriebene Methode führt deshalb insbesondere für alle Vier-Fermion-Operatoren zu keiner Verbesserung der Schranken. Die aus der totalen Breite abgeleiteten oberen Schranken an die Kopplungen findet man in Tab. 6.2.

Operator	Γ_{bSM}/Γ_{SM}	Kopplung	Flavor	Endzustand
\mathcal{O}_{IW}	$\frac{6m_\mu^2}{5g\Lambda^2} \text{Im}(\alpha) ^2$	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 4.96 \times 10^5$	$(\mu\mu),$ (ee)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{m_\mu^4(4-c_W+c_W^2)}{30g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.65 \times 10^7$	(μe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$\frac{m_\mu^4(4+c_W+c_W^2)}{30g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.37 \times 10^7$	(μe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$
	$\frac{m_\mu^4(3c_W^4 m_\mu^4 - 16c_W^2 m_\mu^2 m_W^2 + 28m_W^4)}{840g^4\Lambda^8} \alpha ^4$	$ \alpha \lesssim 5.76 \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
	$\frac{m_\mu^2(3m_W^2 - c_W^2 m_\mu^2)}{15g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.74 \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{m_\mu^4 c_W^2}{30g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 3.75 \times 10^7$	(μe)	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$
	$\frac{m_\mu^4(4-5c_W+7c_W^2)}{30g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.46 \times 10^7$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$\frac{m_\mu^4(4-5c_W+7c_W^2)}{30g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.46 \times 10^7$	$(e\mu)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$
	$\frac{m_\mu^4(51c_W^4 m_\mu^4 - 184c_W^2 m_\mu^2 m_W^2 + 196m_W^4)}{840g^4\Lambda^8} \alpha ^4$	$ \alpha \lesssim 3.54 \times 10^4$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
	$\frac{m_\mu^2(5c_W^2 m_\mu^2 - 12m_W^2)}{15g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 8.70 \times 10^3$	$(e\mu)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{7m_\mu^4 c_W^2}{30g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 3.76 \times 10^3$	$(e\mu)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$
	$\frac{14m_\mu^4}{15g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 6.17 \times 10^6$	$(\tau\mu)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
	$\frac{2m_\mu^4}{15g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.63 \times 10^7$	$(\mu\tau)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
	$\frac{2m_\mu^4}{15g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.63 \times 10^7$	(τe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$
$\frac{2m_\mu^4}{15g^2\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.63 \times 10^7$	$(e\tau)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$	

Tab. 6.4.: Schranken für die Kopplungen von \mathcal{O}_{IW} unter Vernachlässigung der Elektronmasse mit $i = e, \mu, \tau$ bei $\Lambda = 1$ TeV anhand der Messung der Myon-Lebensdauer.

Operator	Γ_{bSM}/Γ_{SM}	Kopplung	Flavor	Endzustand
\mathcal{O}_{eeB}	$\frac{7m_\mu^4 c_W^2 s_W^2}{30g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 2.94 \times 10^7$	$(e\mu)$	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
	$\frac{m_\mu^4 c_W^2 s_W^2}{30g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 7.77 \times 10^7$	(μe)	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
\mathcal{O}_{eB}	$\frac{8m_\mu^2 v^2 c_W^2 s_W^2}{5g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 6.77 \times 10^3$	$(e\mu), (\mu e)$	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
\mathcal{O}_{eW}	$\frac{4m_\mu v}{g\Lambda^2} \text{Re}(\alpha)$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 89.76$	$(\mu\mu)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{12m_\mu^2 v^2}{5g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 2.32 \times 10^3$	(ee)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{12c_W^4 m_\mu^2 v^2}{5g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 3.30 \times 10^3$	(μe)	$e^- \nu_j \bar{\nu}_j$
	$\frac{6(2+c_W+2c_W^4)m_\mu^2 v^2}{5g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.63 \times 10^3$	(μe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$
	$\frac{2c_W^4 m_\mu^2 v^2}{5g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 7.42 \times 10^3$	$(e\mu)$	$e^- \nu_k \bar{\nu}_k$
	$\frac{2(4+c_W^2)^2 m_\mu^2 v^2}{5g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.19 \times 10^3$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$\frac{32m_\mu^2 v^2}{5g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.42 \times 10^3$	$(\tau\mu)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
	$\frac{12m_\mu^2 v^2}{5g^2 \Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 2.32 \times 10^3$	(τe)	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$

Tab. 6.5.: Schranken für die Kopplungen von \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} und \mathcal{O}_{eW} mit $m_e \rightarrow 0$ und $i = e, \mu, \tau$; $j = e, \tau$; $k = \mu, \tau$ bei $\Lambda = 1$ TeV anhand der Messung der Myon-Lebensdauer.

Operator	Γ_{bSM}/Γ_{SM}	Kopplung	Flavor	Endzustand
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	$\frac{v^4}{4\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 6.62$	$(\mu e), (e\mu)$	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
	$\frac{v^8}{4\Lambda^8} \alpha ^4$	$ \alpha \lesssim 14.79$	$(\mu e), (e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
	$\frac{v^4}{\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 3.30$	$(\mu e), (e\mu)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$\frac{4v^4}{\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.65$	$(\mu\tau)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
	$\frac{8v^4}{\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.17$	$(e\tau)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$
	$-\frac{4v^2}{\Lambda^2}\text{Re}(\alpha)$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 8.23 \times 10^{-2}$	$(\mu\mu), (ee)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{25v^4}{4\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.32$	(μe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$
	$\frac{25v^4}{4\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.32$	(μe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$\frac{v^4}{4c_W^4\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 5.07$	$(\mu e), (e\mu)$	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$

Tab. 6.6.: Schranken für die Kopplungen von $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$ und $\mathcal{O}_{\varphi e}$ mit $m_e \rightarrow 0$ für die totale Breite und $i = e, \mu, \tau$ bei $\Lambda = 1$ TeV anhand der Messung der Myon-Lebensdauer.

Operator	Γ_{bSM}/Γ_{SM}	Kopplung	Flavor	Endzustand
\mathcal{O}_{De}	$\frac{vm_\mu}{2\Lambda^2}\text{Re}(\alpha)$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.09 \times 10^3$	$(\mu\mu)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{vm_e(4m_e^2+m_\mu^2)}{2m_\mu^2\Lambda^2}\text{Re}(\alpha)$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.24 \times 10^5$	(ee)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{6v^2m_\mu^2}{40\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.41 \times 10^4$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$\frac{v^2m_\mu^2}{40\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 3.47 \times 10^4$	$(e\mu)$	$e^- \nu_j \bar{\nu}_j$
	$\frac{v^2m_\mu^2}{40\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 3.47 \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$
	$\frac{v^2m_\mu^2}{40\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 3.47 \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_k \bar{\nu}_k$
	$\frac{v^2m_\mu^2}{10\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.73 \times 10^4$	(τe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$
	$\frac{v^2m_\mu^2}{10\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.73 \times 10^4$	$(\tau\mu)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$\frac{vm_\mu}{2\Lambda^2}\text{Re}(\alpha)$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.09 \times 10^3$	$(\mu\mu)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{vm_e(8m_e^2+3m_\mu^2)}{2m_\mu^2\Lambda^2}\text{Re}(\alpha)$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 7.47 \times 10^4$	(ee)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$\frac{6v^2m_\mu^2}{40\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.41 \times 10^4$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$\frac{v^2m_\mu^2}{40\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 3.47 \times 10^4$	$(e\mu)$	$e^- \nu_j \bar{\nu}_j$
	$\frac{6v^2m_\mu^2}{40\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.41 \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$
	$\frac{v^2m_\mu^2}{40\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 3.47 \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_k \bar{\nu}_k$
	$\frac{v^2m_\mu^2}{10\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.73 \times 10^4$	(τe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$
	$\frac{v^2m_\mu^2}{10\Lambda^4} \alpha ^2$	$ \alpha \lesssim 1.73 \times 10^4$	$(\tau\mu)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$

Tab. 6.7.: Schranken für die Kopplungen von \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ mit $m_e \rightarrow 0$ für die totale Breite und $i = e, \mu, \tau$; $j = \mu, \tau$; $k = e, \tau$ bei $\Lambda = 1$ TeV anhand der Messung der Myon-Lebensdauer.

Vergleich mit Messungen zu Leptonzahl-verletzenden Moden

Operator	Kopplung	Flavor	Endzustand
$\mathcal{O}_{ll(1)}$	$ \alpha \lesssim 0.990 \dots 1.36$ $ \alpha \lesssim 0.495 \dots 0.680$ $ \alpha \lesssim 0.990 \dots 1.36$	$(\mu e e e), (e \mu e e), (e e \mu e), (e e e \mu)$ $(e \mu e \mu), (\mu e \mu e)$ $(e \mu e \tau), (\tau e \mu e), (e \tau e \mu), (\mu e \tau e)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_\tau$
$\mathcal{O}_{ll(3)}$	$ \alpha \lesssim 0.990 \dots 1.36$ $ \alpha \lesssim 0.495 \dots 0.680$ $ \alpha \lesssim 0.990 \dots 1.36$	$(\mu e e e), (e \mu e e), (e e \mu e), (e e e \mu)$ $(e \mu e \mu), (\mu e \mu e)$ $(e \mu e \tau), (\tau e \mu e), (e \tau e \mu), (\mu e \tau e)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_\tau$
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 1.98 \dots 2.72$ $ \alpha \lesssim 1.98 \dots 2.72$ $ \alpha \lesssim 1.98 \dots 2.72$	$(e e \mu e), (e \mu e e)$ $(\mu e \mu e), (e \mu e \mu)$ $(e \mu e \tau), (\tau e \mu e)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_\tau$

Tab. 6.8.: LNV-Myon-Zerfall: Ausschlussgrenzen für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{ll(1)}$, $\mathcal{O}_{ll(3)}$ und \mathcal{O}_{le} bei $\Lambda = 1$ TeV in Abhängigkeit von dem Michel-Parameter ($\rho = 0.0 \dots 0.75$, siehe Text).

Für den Leptonzahl-verletzenden Kanal $\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$ liegen direkte Messungen vor. Die in [36] zitierte, genaueste Bestimmung von $\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu)/\Gamma < 1.2\%$ wurde 1993 durch das E645-Experiment am LAMPF (**L**os **A**lamos **M**eson **P**hysics **F**acility) durchgeführt [123]. Diese Genauigkeit liegt oberhalb der Unsicherheit der theoretischen Voraussage der Myon-Lebensdauer (6.8) und führt deshalb zu schwächeren Abschätzungen als den von uns bestimmten.

Der KARMEN-Kollaboration (**K**arlsruhe **R**utherford **M**edium **E**nergy experiment) gelang 2003 eine Messung des Verzweigungsverhältnisses $\text{BR}(\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \bar{\nu}')$ [139]. Die Spallationsquelle ISIS am Rutherford Laboratory stellt Protonen mit einer Energie von 800 MeV zur Verfügung, die auf ein Target treffen und dort positiv und negativ geladene Pionen produzieren, deren Zerfallsprodukte Myonen und Neutrinos sind. Detektiert werden aus dem Zerfall $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \bar{\nu}'$ das Positron und das Elektron-Antineutrino. Stimmen gewisse energetische Eigenschaften und der zeitliche Ablauf mit den Triggerbedingungen überein, liegt ein Positronereignis vor. Des Weiteren muss der Neutrinodetektor, bestehend aus einem 56t-Szintillations-Kalorimeter aus Mineralöl, ein gegenüber einer Positronensignatur verspätetes γ -Signal registrieren, das durch eine CC-Reaktion des Elektron-Antineutrinos und eines Protons mit anschließendem thermalem Neutroneneinfang mit Gammaemission stammt. Das zweite Neutrino aus dem Myonzerfall bleibt unbeobachtet, deshalb kann nicht eindeutig geklärt werden, ob es sich dabei um ein Teilchen oder Antiteilchen handelt, noch welchen

Operator	Kopplung	Flavor	Endzustand
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim (2.33 \dots 3.20) \times 10^7$	(μe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim (7.10 \dots 9.76) \times 10^6$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim (3.37 \dots 3.95) \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
	$ \alpha \lesssim (2.07 \dots 2.43) \times 10^4$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim (4.96 \dots 6.82) \times 10^6$	(μe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim (4.39 \dots 6.03) \times 10^6$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim (3.16 \dots 3.70) \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
	$ \alpha \lesssim (1.94 \dots 2.28) \times 10^4$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim (8.81 \dots 12.1) \times 10^6$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim (2.33 \dots 3.20) \times 10^7$	(μe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim (2.03 \dots 2.79) \times 10^3$	$(e\mu), (\mu e)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim (9.09 \dots 12.5) \times 10^2$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim (3.58 \dots 4.92) \times 10^2$	(μe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	$ \alpha \lesssim 1.99 \dots 2.73$	$(e\mu), (\mu e)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 8.10 \dots 9.50$	$(e\mu), (\mu e)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 1.52 \dots 2.09$	$(e\mu), (\mu e)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
$\mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \alpha \lesssim (4.24 \dots 5.82) \times 10^3$	$(e\mu)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim (1.04 \dots 1.43) \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$

Tab. 6.9.: LNV-Myon-Zerfall: Ausschlussgrenzen für die Kopplungen der Drei-Teilchen-Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV in Abhängigkeit von dem Michel-Parameter ($\rho = 0.0 \dots 0.75$, siehe Text).

Flavor es trägt. Da wir ausschließlich Operatoren betrachten, die zwar die Familienzahlen verletzen, die Gesamtleptonzahl aber invariant lassen, gibt uns das Ergebnis aus [139] einen Anhaltspunkt, wie groß das Verzweigungsverhältnis der Leptonzahl-verletzenden Zerfälle $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_e$, $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\mu$ und $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\tau$ maximal sein kann.

Die KARMEN-Kollaboration legt eine Analyse vor [139], in der der Parameter ρ zwischen 0.0 und 0.75 variiert wird, um Erweiterungen des SMs mit $\rho \neq 0.75$ Rechnung zu tragen. Unter der Annahme, dass der Michel-Parameter die Werte $\rho = 0.75$ bzw. 0.0 annimmt, ist das Verzweigungsverhältnis auf einem 90%-igen Konfidenzniveau kleiner als 0.9×10^{-3} bzw. 1.7×10^{-3} . Diese Genauigkeit ist um etwa eine Größenordnung besser als die in Glg. (6.8) angegebene. Die daraus resultierenden Obergrenzen an die Kopplungen derjenigen Operatoren, die die Leptonzahl-verletzenden Zerfälle $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_e$, $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\mu$ bzw. $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\tau$ beschreiben, sind in den Tabellen 6.8 und 6.9 zusammengefasst. Die Ergebnisse der übrigen Zerfallskanäle bleiben unbeeinflusst.

6.2. Der polarisierte Myon-Zerfall

Neben der partiellen Breite $\text{BR}(\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e)$ des Myon-Zerfalls in Elektron und zugehörige Neutrinos (vgl. den vorangestellten Abschnitt 6.1), sind auch gewisse Parameter, die aus dem Zerfall des polarisierten Myons und dessen Zerfallsspektrum ermittelt werden können, interessante Observablen im Hinblick auf Abweichungen von der $V - A$ -Struktur der schwachen Wechselwirkung. Wir stellen die Parametrisierung der Wechselwirkung zuerst kurz vor, bevor wir auf deren Anwendung auf die in Abschnitt 3.4.1 und 3.4.2 vorgestellten effektiven Operatoren zu sprechen kommen. Für umfassende Diskussionen der Parametrisierung verweisen wir beispielsweise auf [140, 141, 142, 143].

Allgemeine Beschreibung des Myonzerfalls durch Vier-Fermion-Wechselwirkungen

Die Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_{4F} = \sum_k (\bar{u}(e) \Gamma_k u(\mu)) (\bar{u}(\nu_i) \Gamma^k (C_k + C'_k \gamma_5) v(\nu_j)), \quad (6.12)$$

$k = S, P, V, A, T$ – wie in Anhang B.1 eingeführt – beschreibt die Vier-Fermion-Wechselwirkung zwischen einem Myon μ , einem Elektron e und zwei (Anti-)Neutrinos $\nu_i, \bar{\nu}_j$ beliebiger Generation $i, j = e, \mu, \tau$ in allgemeinsten Weise, aber ohne die Verwendung von Ableitungsoperatoren.

Zur Bestimmung der Zerfallsbreite benutzen wir im Folgenden die Impulsbezeichnungen

$$\begin{aligned} p_1 &= (m, 0, 0, 0) && \text{– Myonimpuls,} \\ p_2 &&& \text{– Neutrinoimpuls,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_3 &= (E, 0, 0, p_z) && \text{– Elektronimpuls,} \\
p_4 &&& \text{– Antineutrinoimpuls}
\end{aligned} \tag{6.13}$$

und ergänzen diese um diejenigen, die die Spins betreffen:

$$\begin{aligned}
n_1 &= (0, \vec{n}_1) = (0, n_1^x, n_1^y, n_1^z) && \text{– Myonspin in einer festen Richtung } \vec{n}_1, \\
n_3 &&& \text{– Elektronspin,} \\
\vec{p}_3 \cdot \vec{n}_1 &= |p_z| \cos \theta && \text{– mit dem Winkel } \theta \text{ zwischen dem} \\
&&& \text{Elektronimpuls und dem Myonspin}
\end{aligned} \tag{6.14}$$

Das Vorgehen, um die totale und die in der Elektronenergie differenzielle Breite zu berechnen, wurde bereits im vorigen Abschnitt 6.1 beschrieben (siehe Gln. (6.1) ff.). Im vorliegenden Fall ist mit der Polarsation des Myons eine räumliche Richtung ausgezeichnet. Deshalb ist auch die Verteilung im Winkel θ von Interesse. Zur hier durchgeführten Rechnung nutzen wir aus, dass jeder Term im quadrierten Matrixelement entweder unabhängig von p_2 und p_4 oder proportional zu p_2^α und p_4^β ist. Demnach sind mit der Kenntnis der Integrale

$$I = \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k - p_2 - p_4) \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2p_2^0} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2p_4^0} = \frac{\pi}{2} \tag{6.15}$$

$$\begin{aligned}
I^{\alpha\beta} &= \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k - p_2 - p_4) \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2p_2^0} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2p_4^0} p_2^\alpha p_4^\beta \\
&= \frac{\pi}{12} \left(\frac{1}{2} k^2 g^{\alpha\beta} + k^\alpha k^\beta \right),
\end{aligned} \tag{6.16}$$

die Integrationen über $d^3 p_2$, $d^3 p_4$ für beliebige Vierervektoren k trivial. Unter Ausnutzung der Spinorprodukte für polarisierte Teilchen

$$u(p_i) \bar{u}(p_i) = (\not{p}_i + m) \frac{1}{2} (1 + \gamma_5 \not{h}_i), \quad i = 1, 3 \tag{6.17}$$

der Orthogonalität zwischen 4-Impuls und Spin (d.h. $p_1 \cdot n_1 = 0$, $p_3 \cdot n_3 = 0$), sowie der verschwindenden Neutrinomassen erhält man schließlich, nach der Integration über den Azimutwinkel, die differenzielle Zerfallsbreite vollständig polarisierter Myonen

$$\begin{aligned}
d\Gamma &= \frac{p_z dE d\cos\theta}{64\pi^3 m} \times \\
&\left[(|C_S|^2 + |C'_S|^2 + |C_P|^2 + |C'_P|^2) k^2 ((p_1 \cdot p_3) - m m_e (n_1 \cdot n_3)) \right. \\
&\quad - (|C_S^2 + |C'_S|^2 - |C_P|^2 - |C'_P|^2) k^2 ((p_1 \cdot p_3) (n_1 \cdot n_3) - (p_1 \cdot n_3) (p_3 \cdot n_1) - m m_e) \\
&\quad \left. - (C_S C_P'^* + C'_S C_P^* + C_P C_S'^* + C_P C_S'^*) k^2 (m (n_1 \cdot p_3) - m_e (n_3 \cdot p_1)) \right]
\end{aligned} \tag{6.18}$$

$$\begin{aligned}
& - (C_S C_P'^* + C_S' C_P^* - C_P' C_S^* - C_P C_S'^*) k^2 i \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p_1^\alpha n_1^\beta p_3^\gamma n_3^\delta \\
& + 2 (|C_V|^2 + |C_V'|^2 + |C_A|^2 + |C_A'|^2) \left(\frac{2}{3} (k \cdot p_1) (k \cdot p_3) + \frac{1}{3} k^2 (p_1 \cdot p_3) \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \left. + m m_e \left(\frac{2}{3} (k \cdot n_1) (k \cdot n_3) + \frac{1}{3} k^2 (n_1 \cdot n_3) \right) \right) \\
& - 2 (|C_V|^2 + |C_V'|^2 - |C_A|^2 - |C_A'|^2) \times \\
& \left(\frac{1}{3} k^2 (-(p_1 \cdot p_3) (n_1 \cdot n_3) + (p_1 \cdot n_3) (p_3 \cdot n_1) + 3m m_e) \right. \\
& \qquad + \frac{2}{3} (k \cdot n_1) \left((p_1 \cdot p_3) (k \cdot n_3) - (p_1 \cdot n_3) (k \cdot p_3) \right) \\
& \qquad \left. - \frac{2}{3} (k \cdot p_1) \left((p_3 \cdot n_1) (k \cdot n_3) - (n_1 \cdot n_3) (k \cdot p_3) \right) \right) \\
& + 2 (C_V C_A'^* + C_V' C_A^* + C_A' C_V^* + C_A C_V'^*) \times \\
& \left(m_e \left(\frac{2}{3} (k \cdot p_1) (k \cdot n_3) + \frac{1}{3} k^2 (p_1 \cdot n_3) \right) + m \left(\frac{2}{3} (k \cdot p_3) (k \cdot n_1) + \frac{1}{3} k^2 (p_3 \cdot n_1) \right) \right) \\
& + 2 (C_V C_A'^* + C_V' C_A^* - C_A' C_V^* - C_A C_V'^*) \left(\frac{1}{3} (m_e^2 - m^2) i \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p_1^\alpha n_1^\beta p_3^\gamma n_3^\delta \right) \\
& + 2 (|C_T|^2 + |C_T'|^2) \times \\
& \left(\frac{4}{3} (k \cdot p_1) (k \cdot p_3) - \frac{1}{3} k^2 (p_1 \cdot p_3) - m m_e \left(\frac{4}{3} (k \cdot n_1) (k \cdot n_3) - \frac{1}{3} k^2 (n_1 \cdot n_3) \right) \right) \\
& - 2 (C_T C_T'^* + C_T' C_T^*) \times \\
& \left. \left(\frac{4}{3} m (k \cdot n_1) (k \cdot p_3) - \frac{1}{3} m k^2 (n_1 \cdot p_3) - \frac{4}{3} m_e (k \cdot p_1) (k \cdot n_3) + \frac{1}{3} m_e k^2 (n_3 \cdot p_1) \right) \right]
\end{aligned}$$

mit dem Impulsübertrag $k = p_1 - p_3$. Da die Polarisation des auslaufenden Elektrons durch die bestehenden Experimente nicht bestimmt wird, setzen wir den Vektor für den zugehörigen Spin am Ende der Rechnung Null und multiplizieren das Endergebnis mit dem Faktor 2. Dieses Verfahren ist äquivalent zur Summation über die möglichen Spineinstellungen im Endzustand. Man sieht, dass nur gewisse Kombinationen der Kopplungskonstanten C_k und C_k' auftreten. Deshalb definiert man abkürzend 10 Parameter [144]:

$$a = |C_S|^2 + |C_S'|^2 + |C_P|^2 + |C_P'|^2 \quad (6.19)$$

$$b = |C_V|^2 + |C_V'|^2 + |C_A|^2 + |C_A'|^2 \quad (6.20)$$

$$c = |C_T|^2 + |C_T'|^2 \quad (6.21)$$

$$\alpha = |C_S|^2 + |C_S'|^2 - |C_P|^2 - |C_P'|^2 \quad (6.22)$$

$$\beta = |C_V|^2 + |C_V'|^2 - |C_A|^2 - |C_A'|^2 \quad (6.23)$$

$$a' = C_S^* C_P'^* + C_S' C_P^* + C_S^* C_P' + C_S'^* C_P \quad (6.24)$$

$$b' = C_V C_A'^* + C_V' C_A^* + C_V^* C_A' + C_V'^* C_A \quad (6.25)$$

$$c' = C_T C_T'^* + C_T^* C_T' \quad (6.26)$$

$$\alpha' = C_S C_P'^* + C_S' C_P^* - C_S^* C_P' - C_S'^* C_P \quad (6.27)$$

$$\beta' = C_V C_A'^* + C_V' C_A^* - C_V^* C_A' - C_V'^* C_A \quad (6.28)$$

Der Normierungsfaktor

$$A = a + 4b + 6c \quad (6.29)$$

hängt direkt mit G_F zusammen:

$$A = 16 G_F^2. \quad (6.30)$$

Von diesen 11 Parametern werden die vier sogenannten Michel-Parameter

$$\rho = (3b + 6c)/A \quad (6.31)$$

$$\eta = (\alpha - 2\beta)/A \quad (6.32)$$

$$\xi = (3a' - 4b' + 14c')/A \quad (6.33)$$

$$\delta = \frac{3b' - 6c'}{-3a' + 4b' - 14c'} \quad (6.34)$$

abgeleitet. Sie bilden einen maximalen Satz unabhängiger, meßbarer Parameter.

Mit den Definitionen (6.29)–(6.34) lautet die differenzielle Zerfallsbreite des polarisierten Myon-Zerfalls $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$ für eine Vier-Fermion-Wechselwirkung beliebiger, nicht-derivativer Struktur

$$d\Gamma = \frac{m p_z E dE d\cos\theta}{48\pi^3} A \left[3(W - E) + \frac{2}{3} \rho \left(4E - 3W - \frac{m_e^2}{E} \right) + 3 \frac{m_e}{E} \eta (W - E) \mp P_\mu \frac{p_z}{E} \cos\theta \xi \left((W - E) + \frac{2}{3} \delta \left(4E - 3W - \frac{m_e^2}{m} \right) \right) \right], \quad (6.35)$$

wobei mit $W = (m^2 + m_e^2)/(2m)$ die maximale Elektronenergie bezeichnet wird und $-P_\mu$ ($+P_\mu$) den Polarisationsgrad des Myons (Antimyons) angibt.

Standardmodell

Im Falle des Standardmodells mit dem Spinoranteil des Matrixelements

$$\bar{u}(e) \gamma_\mu P_L v(\nu_e) \bar{u}(\nu_\mu) \gamma^\mu P_L u(\mu) \stackrel{Fierz}{=} \bar{u}(e) \gamma_\mu P_L u(\mu) \bar{u}(\nu_\mu) \gamma^\mu P_L v(\nu_e) \quad (6.36)$$

nehmen die vier von Null verschiedenen Kopplungen C_k, C_k' die Werte

$$C_V^{SM} = C_A^{SM} = -C_V'^{SM} = -C_A'^{SM} =: C^{SM} \quad (6.37)$$

mit $C^{SM} = \frac{ig^2}{8m_W^2}$

an. Dabei ist zu beachten, dass eine $V-A$ -Wechselwirkung durch eine Fierz-Transformation² ihre $V-A$ -Struktur nicht verändert. Mit den Abkürzungen für die Kopplungskonstanten (6.37) und den Definitionen (6.19)-(6.34) gilt im Standardmodell

$$\begin{aligned} a^{SM} &= 0, & b^{SM} &= 4|C^{SM}|^2, & c^{SM} &= 0, \\ \alpha^{SM} &= 0, & \beta^{SM} &= 0, \\ a'^{SM} &= 0, & b'^{SM} &= -4|C^{SM}|^2, & c'^{SM} &= 0, \\ \alpha'^{SM} &= 0, & \beta'^{SM} &= 0 \end{aligned} \quad (6.38)$$

$$\Rightarrow \quad A = 16|C^{SM}|^2, \quad \rho = \frac{3}{4}, \quad \eta = 0, \quad \xi = 0, \quad \delta = \frac{3}{4} \quad (6.39)$$

Neue Vier-Fermion-Wechselwirkungen

Wie man anhand von Glg. (6.12) erkennen kann, lassen sich alle in Abschnitt 3.4.1 vorgestellten leptonischen Vier-Fermion-Operatoren ausser \mathcal{O}_{ee} , in die folgenden Betrachtungen mit einbeziehen. Gegebenenfalls müssen die Operatoren, nachdem den Leptonfeldern gewisse Flavor zugeordnet wurden, mittels einer Fierz-Transformation auf die Gestalt (6.12) gebracht werden. Da $\mathcal{O}_{ll(1)}$ und $\mathcal{O}_{ll(3)}$ über eine $V-A$ -Struktur verfügen, macht die Fierz-Transformation keinen nennenswerten Unterschied, während die $P_R \otimes P_L$ -Kopplung in \mathcal{O}_{le} sich zu $-2\gamma_\mu P_L \otimes \gamma^\mu P_R$ transformiert.

Kopplungskonstanten C_k, C'_k und Parameter A, ρ, \dots , die keinen weiteren oberen Index tragen, beziehen sich im Folgenden auf die Summe des SM-Anteils aus Glg. (6.37) und den Anteil des neuen Operators. Zum Vergleich der neuen Effekte mit der experimentellen Präzision verwenden wir die Ergebnisse der in den 80er Jahren durchgeführten Experimente mit polarisierten Myonen, die in [36] Einzug gefunden haben. Allerdings liegen für die Parameter ρ [145], δ [146] bzw. $\eta, \beta'/A$ [147] aktuellere Daten vor. Diese liegen zusammen mit den älteren Ergebnissen aus [36] der globalen Analyse³ [148] zugrunde, die sowohl Aussagen über Kombinationen von skalaren, vektoriellen und tensoriellen Kopplungen als auch über die Verhältnisse $\alpha/A, \alpha'/A, \beta/A$ und β'/A macht. Einer der dort benutzten Parameter $g_{LR}^S < 8.8 \times 10^{-2}$ entspricht, bis auf die Normierung, der Kopplung α des skalaren Operators \mathcal{O}_{le} . Anhand der totalen Breite erhält man im vorhergehenden Abschnitt 6.1 für die LNC-Mode $|\alpha| \lesssim 6.60$. Trotz der Erhaltung der Leptonzahlen ist der dominante Term proportional zu $|\alpha|^2$, da der Interferenzterm aufgrund der Helizitätserhaltung verschwindet. Das Ergebnis aus Referenz [148], dem nahezu alle von der Particle Data Group akzeptierten und publizierten Zerfallsparameter zugrundeliegen, übersetzt sich in $|\alpha| \lesssim 2.90$

² Details zur Fierz-Transformation sind in Anhang B.1 nachzulesen.

³ In Referenz [148] wird $\frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum g_{\rho\lambda}^\gamma \langle \bar{e}_\rho | \Gamma^\gamma | \nu_e \rangle \langle \bar{\nu}_\mu | \Gamma^\gamma | \mu_\lambda \rangle$ mit der Summation über $\gamma = S, V, T$ und $\rho, \lambda = R, L$ zur Parametrisierung des Matrixelements verwendet. Diese unterscheidet sich durch Fierz-Transformation und Normierung von Glg. (6.12). Sowohl die Obergrenzen für die im SM nicht auftretenden Kopplungen als auch eine Untergrenze für die einzig im SM vorkommende Kopplung g_{LL}^V werden in Referenz [148] angegeben.

und liefert für \mathcal{O}_{le} die bessere Abschätzung. Die Grenze der SM-Kopplung g_{LL}^V aus Referenz [148] kann ebenso in unsere Notation übersetzt werden. Sie beeinflusst die maximale Größe der Kopplungen der Operatoren mit $(V - A)$ -Struktur $\mathcal{O}_{u(1)}$ bzw. $\mathcal{O}_{u(3)}$. Man erhält $|\text{Re}(\alpha)| \lesssim 1.32$, was im Hinblick auf die Ergebnisse in Tabelle 6.2 im LNC-Prozess um zwei Größenordnungen schlechter ist als das Ergebnis anhand der totalen Breite. Das lässt sich darauf zurückführen, dass die totale Lebensdauer bis auf einen relativen Fehler von 10^{-5} genau bekannt ist, während die relativen Fehler der Zerfallsparameter größer sind. Zudem ist der dominante Beitrag, der Interferenzterm zwischen SM und dem neuen Operator, proportional zu α , was das Verhältnis zwischen α_{le} und $\alpha_{u(1)}$, $\alpha_{u(3)}$ erklärt.

Operator	Flavor	z	
$\mathcal{O}_{u(1)}$	$(e\mu\mu e), (\mu e e \mu)$	$\frac{i \text{Re}(\alpha)}{2 \Lambda^2}$	LNC
	$(e\mu e \mu), (\mu e \mu e)$	$\frac{i \alpha}{2 \Lambda^2}$	LNV
	alle aus dem 2. Fall in Tabelle 6.2	$\frac{i \alpha}{4 \Lambda^2}$ bzw. $\frac{i \alpha^*}{4 \Lambda^2}$	LNV
$\mathcal{O}_{u(3)}$	$(ee\mu\mu), (\mu\mu ee)$	$2i \frac{\text{Re}(\alpha)}{\Lambda^2}$	LNC
	$(\mu e e \mu), (e \mu \mu e)$	$-\frac{i \text{Re}(\alpha)}{2 \Lambda^2}$	LNC
	alle aus dem 3. Fall in Tabelle 6.2	$\pm \frac{i \alpha}{2 \Lambda^2}$ bzw. $\pm \frac{i \alpha^*}{2 \Lambda^2}$	LNV
	alle aus dem 4. Fall in Tabelle 6.2	$i \frac{\alpha}{\Lambda^2}$ bzw. $i \frac{\alpha^*}{\Lambda^2}$	LNV
\mathcal{O}_{le}	alle Flavor-Kombinationen in Tabelle 6.2	$i \frac{\alpha}{\Lambda^2}$ bzw. $i \frac{\alpha^*}{\Lambda^2}$	LNC, LNV

Tab. 6.10.: Kopplungsstärke der Vier-Fermion-Operatoren beim Myonzerfall.

$\mathcal{O}_{u(1)}$ und $\mathcal{O}_{u(3)}$ mit LNC

Zuerst betrachten wir die beiden Operatoren $\mathcal{O}_{u(1)}$ und $\mathcal{O}_{u(3)}$ sowie deren Beitrag zu dem Leptonzahl-erhaltenden Prozess $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$. Die Kopplungen sind gegeben durch die

Summe aus der SM- und der neuen Kopplung

$$C_V = C^{SM} + z = C_A, \quad C'_V = -(C^{SM} + z) = C'_A, \quad \text{alle anderen} = 0. \quad (6.40)$$

Dabei hängt z von der Flavor-Kombination des Operators ab. Die möglichen Werte sind in Tabelle 6.10 aufgeführt. Berechnet man gemäß obiger Definitionen (6.19)–(6.34) die Parameter $a, a', \alpha, \dots, A, \rho, \dots$ zeigt sich, dass die beiden Operatoren $\mathcal{O}_{u(1)}$ und $\mathcal{O}_{u(3)}$ bei der Realisierung der LNC-Zerfallsmode den Wert der Parameter b, b' und somit auch A gegenüber dem des SMs ändern:

$$b_{neu} = 4 |C^{SM} + z|^2, \quad b'_{neu} = -4 |C^{SM} + z|^2, \quad A_{neu} = 16 |C^{SM} + z|^2. \quad (6.41)$$

Alle anderen der Parameter (6.19)–(6.28) behalten den SM-Wert bei. Mit (6.41) ändern sich prinzipiell auch die Werte der Parameter ρ und ξ . Man stellt allerdings fest, dass sich beim einfachen Ersetzen von b bzw. b' und A in den Definitionen von ρ bzw. ξ die neuen Beiträge wegheben. Anhand der direkten Messung von ρ [36] und ξ [149], sowie der Bestimmung von A durch Integration von Glg. (6.35) und Ausnutzung der Messung der Myon-Lebensdauer τ_μ [36], lassen sich dennoch Ausschlussgrenzen für b und b' ableiten. In niedrigster Ordnung in der neuen Kopplung gilt mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung:

$$\rho_{neu} = \frac{3b_{neu}}{A_{neu}} \Rightarrow$$

$$\Delta b = (z^* C^{SM} + z C^{*SM}) = \frac{1}{3} \Delta(\rho \cdot A) = \frac{1}{3} \rho A \sqrt{\left(\frac{\Delta \rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2}, \quad (6.42)$$

wobei mit Δb der Beitrag zu b gemeint ist, der durch einen der effektiven Operatoren generiert wird. ΔA ist durch

$$\Delta A = \frac{3072\pi^3}{m_\mu^5} \Delta\left(\frac{1}{\tau_\mu}\right) \quad (6.43)$$

gegeben, während $\Delta \rho$ durch direkte Messung bekannt ist [36]. Analoges gilt für ξ und $\Delta b'$:

$$\Delta b' = (z^* C^{SM} + z C^{*SM}) = -\frac{1}{4} \Delta(\xi \cdot A) \quad (6.44)$$

Nach der Ersetzung von z gemäß Tab. 6.10 erhält man Ausschlussgrenzen für die Kopplungen. Sie sind in Tab. 6.11 zusammengestellt.

Laut [36] gibt es neben dem maximalen Satz unabhängiger Parameter weitere Definitionen von Parametern ξ', ξ'' und $\bar{\eta}$, die sich experimentell bestimmen lassen. ξ'' und $\bar{\eta}$ werden durch die LNC-Effekte der Operatoren $\mathcal{O}_{u(1)}$ und $\mathcal{O}_{u(3)}$ jedoch nicht beeinflusst. Bei ξ' heben sich die neuen Beiträge, wegen der entgegengesetzten Vorzeichen, gegenseitig auf. Ein analoges Vorgehen wie bei ρ bzw. ξ führt deshalb zu nichts.

Gäbe es direkte Messungen von b oder b' , könnten diese benutzt werden, um die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{u(1)}$ und $\mathcal{O}_{u(3)}$ nach oben abzuschätzen.

Operator	Flavor	$\rho \cdot A$	$\xi \cdot A$	
$\mathcal{O}_{U(1)}$	$(e\mu\mu e), (\mu e e \mu)$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 3.65 \times 10^{-2}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.241$	LNC
	$(e\mu e \mu), (\mu e \mu e)$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.11$	$ \alpha \lesssim 2.84$	LNV
	alle aus dem 2. Fall in Tabelle 6.2	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.21$	$ \alpha \lesssim 5.68$	LNV
$\mathcal{O}_{U(3)}$	$(ee\mu\mu), (\mu\mu ee)$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 9.12 \times 10^{-3}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 6.02 \times 10^{-2}$	LNC
	$(\mu e e \mu), (e \mu \mu e)$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 3.65 \times 10^{-2}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.281$	LNC
	alle aus dem 3. Fall in Tabelle 6.2	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.11$	$ \alpha \lesssim 2.84$	LNV
	alle aus dem 4. Fall in Tabelle 6.2	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.553$	$ \alpha \lesssim 1.42$	LNV
\mathcal{O}_{I_e}	alle Flavor-Kombinationen in Tabelle 6.2	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.553$	$ \alpha \lesssim 1.42$	LNV

Tab. 6.11.: Schranken für die Operatoren $\mathcal{O}_{U(1)}$, $\mathcal{O}_{U(3)}$ und \mathcal{O}_{I_e} aus der Messung der Michel-Parameter ρ und ξ im polarisierten Myonzerfall für LNC- bzw. LNV Prozesse.

$\mathcal{O}_{U(1)}$ und $\mathcal{O}_{U(3)}$ mit LNV

Die Flavor-Kombinationen, die zu LNV-Moden führen, können bei der $(V - A)$ -Kopplung ähnlich behandelt werden wie die LNC-Moden. Da die beiden Prozesse jedoch nicht interferieren, gilt

$$b_{neu} = 4 (|C^{SM}|^2 + |z|^2), \quad b'_{neu} = 4 (|C^{SM}|^2 + |z|^2), \quad A_{neu} = 16 (|C^{SM}|^2 + |z|^2), \quad (6.45)$$

während alle übrigen Messgrößen unbeeinflusst bleiben und den durch das SM vorausgesagten Wert annehmen. Wie im vorherigen Abschnitt, über die LNC-Zerfallsmoden kompensieren sich die neuen Beiträge in den Kombinationen von Parametern, die gemessen wurden, wenn man das Verhältnis aus b_{neu} bzw. b'_{neu} und A_{neu} bildet. Erst durch Ausnutzung von Glg. (6.42) und (6.44) kann man Ausschlussgrenzen für die effektive Kopplung α finden (vgl. Tab. 6.11).

\mathcal{O}_{le} mit LNC

Betrachtet man den Operator \mathcal{O}_{le} , stellt man fest, dass aufgrund der unterschiedlichen Helizitäten der Leptonen und der Vernachlässigung der Neutrinomassen der Interferenzterm des SM-Diagramms mit dem neuen Diagramm identisch Null ist. Damit muss für den neuen Beitrag zur Zerfallsrate, sowohl im LNC- als auch im LNV-Fall, die Summe aus den Quadraten der Matrixelemente des SMs und des Operators \mathcal{O}_{le} bestimmt werden. Mit der Kenntniss der neuen Kopplungen

$$C_V^{neu} = -\frac{1}{2}z, \quad C_V'^{neu} = -\frac{1}{2}z, \quad C_A^{neu} = \frac{1}{2}z, \quad C_A'^{neu} = \frac{1}{2}z, \quad (6.46)$$

wobei der Wert von z Tabelle 6.10 zu entnehmen ist, erhält man schließlich

$$b_{neu} = 4 |C^{SM}|^2 + |z|^2, \quad b'_{neu} = -4 |C^{SM}|^2 - |z|^2, \quad A_{neu} = 16 |C^{SM}|^2 + 4 |z|^2. \quad (6.47)$$

Alle bis auf eine bekannte Messgröße behalten den SM-Wert bei: einzig die Messung $(b + b')/A < 1.04 \times 10^{-3}$ [36] wird durch den neuen Beitrag zur Wechselwirkung beeinflusst, allerdings lässt sich dieses Verhältnis nicht in eine Abschätzung der neuen Kopplung übersetzen, weil sich b und b' zu Null addieren. Mit ρ und ξ verhält es sich genauso wie bei den Operatoren $\mathcal{O}_{u(1)}$ und $\mathcal{O}_{u(3)}$ bereits oben beschrieben. Die Ergebnisse findet man ebenfalls in Tab. 6.11.

Zusammenfassung

Gäbe es eine neue effektive Wechselwirkung, die gleichzeitig mehrere der Kopplungen C_S, C_P, C_V, C_A, C_T änderte, dann wäre der polarisierte Myonzerfall ein Instrument, diese Effekte anhand der oben definierten Parameter näher zu bestimmen. In dem von uns gewählten Zugang wird stets nur ein effektiver Operator zur Lagrange-Dichte des SMs hinzugefügt. Ausserdem haben wir die Auswahl aufgrund der von uns vorgegebenen Kriterien wie $SU(2)_L$ -Invarianz und Massendimension sechs, bereits so stark eingeschränkt, dass sich als direkte Folge nur Kopplungsparameter C_V, C_V' bzw. C_A, C_A' gegenüber dem SM ändern können⁴. Schließlich kompensieren sich die Beiträge zu den vom SM abweichenden Größen b, b' und A , die die eigentlichen Messgrößen darstellen, wie oben gesehen gerade so, dass diese mit dem SM verträglich sind. Um Ausschlussgrenzen für b und b' berechnen zu können, haben wir deshalb die Glgn. (6.42) und (6.44) benutzt.

Erst wenn man auch Operatoren betrachtet, die unseren Anforderungen, wie Symmetrie und Dimension, nicht genügen, sind weitere Abweichungen von den SM-Voraussagen möglich, die Einfluss auf existierende Messergebnisse haben.

⁴ Wie in [56] bereits besprochen, kann die tensorielle Vier-Fermion-Wechselwirkung auf die übrigen Strukturen mittels Fierz-Transformation zurückgeführt werden. Die skalare Kopplung in \mathcal{O}_{le} muss, um einen Vergleich mit (6.12) zu ermöglichen, ebenfalls Fierz transformiert werden. In diesem Fall resultieren allein vektorielle und axiale Kopplungskonstanten.

An dieser Stelle verweisen wir auf die Arbeiten [150, 151], in denen ein weiterer Vier-Fermion-Operator vorgestellt wird, der auf den Austausch eines neuen chiralen Bosons zurückgehen kann. Hierbei sind die Koeffizienten C_T und C'_T von Null verschieden und hängen sogar von dem Impulsübertrag ab:

$$-g_{RR}^{T*} \sqrt{2} G_F (\bar{u}(k_2) \sigma^{\alpha\lambda} P_R u(p_1)) \frac{4 q_\alpha q_\beta}{q^2} (\bar{u}(p_2) \sigma^{\beta\lambda} P_L v(k_1)) \quad (6.48)$$

Zählt man die Energiedimensionen der einzelnen Teilchenoperatoren ab und fasst alle skalaren Vorfaktoren zusammen, stellt sich heraus, dass der operatorwertige Anteil die Mas-sendimension acht und die Vorfaktoren die Dimension Energie^{-4} tragen. Damit erfüllt der in Glg. (6.48) dargestellte Operator nicht mehr unser Dimensionskriterium. Seine Dimension ist zwei Einheiten größer als die von uns diskutierten. Daraus resultierende Effekte sind deshalb typischerweise stärker unterdrückt und werden von uns, wie bereits diskutiert, nicht im Detail behandelt. Dennoch ist die folgende exemplarische Diskussion von (6.48) interessant im Hinblick auf den Zusammenhang der Zerfallsparameter und der Drei-Teilchen-Operatoren aus Abschnitt 3.4.2.

Der Operator (6.48) alleine erfüllt nicht die Forderung nach $SU(2)$ -Symmetrie. Addiert man zu ihm allerdings weitere Terme, ist es möglich, ihn auf einen Operator mit voller $SU(2)$ -Symmetrie, etwa

$$(\bar{l} \sigma^{\alpha\lambda} P_R \partial_\alpha \mu) (\bar{e} \sigma^{\beta\lambda} P_L \partial_\beta l), \quad (6.49)$$

zurückzuführen.

Vergleicht man den effektiven Operator (6.48) mit den leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren, stellt man Ähnlichkeiten mit einzelnen Termen des Operators \mathcal{O}_{eW} , der in Gleichung (3.18) definiert ist, fest:

Benutzt man die Feynman-Regeln von \mathcal{O}_{eW} (vgl. Anhang D, S. 214), um ein Matrixelement zu generieren, das den Myon-Zerfall beschreibt, erhält man unter Verwendung der Definition (1.5) des Feldstärketensors $W_{\mu\nu}^i$ mehrere Terme, die die Struktur des 4-Fermion-Operators mit Tensorstruktur aus [151] widerspiegeln

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{eW} : & \quad \frac{|\alpha|^2 v^2}{\Lambda^4} \langle e(p_2) \bar{\nu}_e(k_1) \nu_\mu(k_2) | (\bar{\nu}_\mu \sigma^{\alpha\lambda} P_R \mu) W_{\alpha\lambda}^- W_{\beta\rho}^+ (\bar{e} \sigma^{\beta\rho} P_L \nu_e) | \mu(p_1) \rangle \\ & \longrightarrow \frac{|\alpha|^2 v^2}{\Lambda^4} (\bar{u}(k_2) \sigma^{\alpha\lambda} P_R u(p_1)) \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2 - m_W^2} (\bar{u}(p_2) \sigma^{\beta\lambda} P_L v(k_1)), \end{aligned} \quad (6.50)$$

wobei $q = p_1 - k_2$ den Impulsübertrag bezeichnet. Zu beachten ist bei diesem Vergleich, dass \mathcal{O}_{eW} dahingehend eine eingeschränkte Beschreibung liefert, weil er nur die Eichfelder der elektroschwachen Wechselwirkung beinhaltet, während die Wechselwirkung in [151] auf ein beliebiges Boson zurückgeführt werden kann, das die passenden Quantenzahlen trägt. Insgesamt lassen sich damit die in [151] durchgeführten Überlegungen zum Einfluss neuer tensorieller Wechselwirkungen, die proportional zu Impulsen sind, auf die Parameter des polarisierten Myon-Zerfalls auch auf die Situation übertragen, in der Zusatzterme zum

Matrixelement des Myon-Zerfalls durch Beiträge von \mathcal{O}_{eW} generiert werden, jedoch nur als effektive 4-Fermion-Wechselwirkung in Erscheinung treten.

Man kann ähnliche Überlegungen anstrengen, wie man zwei effektive Drei-Teilchen-Vertizes der Operatoren \mathcal{O}_{lB} , \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$, $\mathcal{O}_{\varphi e}$, \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ so kombinieren kann, so dass die Spinoren die Gestalt (6.36) eines effektiven Vier-Fermion-Vertex annehmen. Dabei stößt man bei den meisten Operatoren, bedingt durch die Symmetrieanforderungen, die an die Operatoren gestellt werden, sowohl auf vektorielle und tensorielle Ableitungskopplungen als auch auf $(V \pm A)$ -Strukturen. Die einzigen Operatoren, bei denen skalare Ableitungskopplungen auftreten, sind \mathcal{O}_{De} bzw. $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$.

Diese Herangehensweise führt von dem gewählten Ansatz weg, der darin besteht, aus elementaren Operatoren der Dimension sechs Auswirkungen auf Messgrößen zu bestimmen. Aus zwei effektiven Drei-Teilchen-Operatoren mit Dimension sechs lassen sich Vier-Fermion-Operatoren mit Dimension acht konstruieren, denen wir aber aus bereits beschriebenen Gründen (vgl. Abschnitt 3.1) keine Beachtung schenken wollen. Stellt man den Myon-Zerfall mit Hilfe eines SM-Vertex und eines neuen effektiven Vertex dar, resultiert zwar ein effektiver Vier-Fermion-Operator mit Dimension sechs. Dieser ist jedoch nicht mehr mit den vorangestellten Symmetriekriterien in Einklang. Ein aus SM und neuem Drei-Teilchen-Operator gebildete effektive Vier-Fermion-Operator entspricht höchstens einem der Terme, die sich ergeben, wenn man die in den leptonischen Vier-Fermion-Operatoren (3.13)–(3.15) auftretenden $SU(2)$ -Produkte explizit bildet. Die Forderung nach $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -Symmetrie führt schließlich dazu, dass ein einzelner Term, wie etwa (6.48), nicht alleine auftreten kann, sondern nur als ein Summand von (3.13)–(3.15). Das macht eine ausführliche Diskussion dieses Mechanismus an dieser Stelle überflüssig.

6.3. Tau-Zerfälle in ein geladenes Lepton und zwei Neutrinos

Bemerkungen zum Experiment

Für unsere Analyse benutzen wir die in [36] angegebene mittlere Lebensdauer des Taus, die $(290.5 \pm 1.1) \times 10^{-15}$ s beträgt. Des weiteren verwenden wir den in [36] angegebenen Fit für das Verzweigungsverhältnis $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) = (17.84 \pm 0.006) \times 10^{-2}$ in Elektron und Neutrinos bzw. $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) = (17.36 \pm 0.006) \times 10^{-2}$ in Myon und Neutrinos. Die Fitwerte wurden aus den Ergebnissen der LEP-Kollaborationen (**L**arge **E**lectron **P**ositron Collider) und der CLEO-Kollaboration des Laboratory for Elementary Particle Physics (LEPP) gebildet. Keines der Experimente ist in der Lage, die Generation der auslaufenden Neutrinos zu bestimmen. Aus diesem Grund betrachten wir neben dem Standardmodellprozess auch die die Leptonzahl-verletzenden Moden, in denen die Neutrino Flavor beliebig gewählt werden können.

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{ll(1)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.47 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 2.45$ $ \alpha \lesssim 1.22$	$(e\tau\tau e), (\tau e e \tau)$ $(e\tau\mu\mu), (\mu\mu e\tau), (\mu\tau e\tau), (\tau\mu e\tau), (e\tau\mu\tau),$ $(e\tau\tau\mu), (e\tau e\mu), (e\tau\mu e), (\mu e e\tau), (e\mu e\tau),$ $(\tau\tau e\tau), (e\tau\tau\tau), (e e e\tau), (e\tau e e), (\tau e e e),$ $(e e\tau e), (\tau e\tau\tau), (\tau\tau\tau e), (e\mu\tau e), (\mu e\tau e),$ $(\tau e e\mu), (\tau e\mu e), (\tau e\mu\tau), (\tau e\tau\mu), (\tau\mu\tau e),$ $(\mu\tau\tau e), (\mu\mu\tau e), (\tau e\mu\mu)$ $(\tau e\tau e), (e\tau e\tau)$
$\mathcal{O}_{ll(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.47 \times 10^{-2}$ $ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.24 \times 10^{-2}$ $ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.22$ $ \alpha \lesssim 2.45$ $ \alpha \lesssim 1.22$	$(e\tau\tau e), (\tau e e\tau)$ $(e e\tau\tau), (\tau\tau e e)$ $(e\tau e\tau), (\tau e\tau e)$ $(\tau e\mu\mu), (\mu\mu\tau e), (e\tau\mu\mu), (\mu\mu e\tau), (\mu\tau e\tau)$ $(\tau\mu\tau e), (\tau\mu e\tau), (e\tau\mu\tau), (e\tau\tau\mu), (\tau e\tau\mu),$ $(\tau e\mu\tau), (\tau e\mu e), (\tau e e\mu), (e\tau e\mu), (e\tau\mu e),$ $(\mu e\tau e), (\mu e e\tau), (e\mu e\tau), (e\mu\tau e), (\tau\tau\tau e),$ $(\tau\tau e\tau), (\tau e\tau\tau), (e\tau\tau\tau), (e e e\tau), (e e\tau e),$ $(e\tau e e), (\tau e e e)$ $(\tau\mu\mu e), (\mu\tau e\mu), (e\mu\mu\tau), (\mu e\tau\mu), (\mu e\tau\tau),$ $(\tau\tau\mu e), (e\mu\tau\tau), (\tau\tau e\mu), (\tau\mu e e), (e e\tau\mu),$ $(\mu\tau e e), (e e\mu\tau)$
\mathcal{O}_{le}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 310.98$ $ \alpha \lesssim 4.90$	$(\tau\tau e e), (e e\tau\tau)$ $(\mu\tau e\mu), (\mu e\tau\mu), (\mu\tau e\tau), (\tau e\tau\mu), (\tau\tau e\mu),$ $(e\tau e\mu), (e e\tau\mu), (\mu\tau e e), (\mu e\tau e), (\tau\tau e\tau),$ $(\tau e\tau\tau), (e e\tau e), (e\tau e e), (\tau e\tau e), (e\tau e\tau)$

Tab. 6.12.: Schranken für die Kopplungen der leptonischen Vier-Fermion-Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ [36].

Operator	Kopplung	Flavor	Endzustand
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 7.51 \times 10^4$	$(e\tau)$	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
	$ \alpha \lesssim 1.99 \times 10^5$	(τe)	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 2.93 \times 10^2$	$(e\tau), (\tau e)$	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
\mathcal{O}_{eW}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.84$	$(\tau\tau)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 1.00 \times 10^2$	$(\mu\mu)$	$\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$
	$ \alpha \lesssim 70.61$	(τe)	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$
	$ \alpha \lesssim 1.31 \times 10^2$	(τe)	$e^- \nu_k \bar{\nu}_k$
	$ \alpha \lesssim 51.62 \times 10^2$	$(e\tau)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 3.21 \times 10^2$	$(e\tau)$	$e^- \nu_j \bar{\nu}_j$
	$ \alpha \lesssim 61.51$	$(\mu\tau)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 1.00 \times 10^2$	(μe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 858$	(τe)	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 3.11 \times 10^3$	(τe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\tau$
	$ \alpha \lesssim 1.99 \times 10^5$	(τe)	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
	$ \alpha \lesssim 429$	$(e\tau)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 1.91 \times 10^3$	$(e\tau)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\tau$
	$ \alpha \lesssim 7.51 \times 10^4$	$(e\tau)$	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
\mathcal{O}_{lW}	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 927$	$(\tau\tau), (ee)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 4.23 \times 10^4$	(τe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 3.51 \times 10^4$	(τe)	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$
	$ \alpha \lesssim 2.91 \times 10^3$	(τe)	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\tau$
	$ \alpha \lesssim 752$	(τe)	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 9.55 \times 10^4$	(τe)	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$
	$ \alpha \lesssim 3.74 \times 10^4$	$(e\tau)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 3.74 \times 10^4$	$(e\tau)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$
	$ \alpha \lesssim 1.79 \times 10^3$	$(e\tau)$	$e^- \nu_e \bar{\nu}_\tau$
	$ \alpha \lesssim 376$	$(e\tau)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 3.61 \times 10^4$	$(e\tau)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$
	$ \alpha \lesssim 1.58 \times 10^4$	$(\mu\tau)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 4.17 \times 10^4$	$(\tau\mu)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$
	$ \alpha \lesssim 4.17 \times 10^4$	(μe)	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$
$ \alpha \lesssim 4.17 \times 10^4$	$(e\mu)$	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$	

Tab. 6.13.: Schranken für die Kopplungen der Drei-Teilchen-Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ mit $i = e, \mu, \tau$; $j = \mu, \tau$ und $k = e, \mu$ [36].

Operator	Kopplung	Flavor	Endzustand
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	$ \alpha \lesssim 4.85$ $ \alpha \lesssim 12.66$ $ \alpha \lesssim 2.42$	$(\tau e), (e\tau)$ $(\tau e), (e\tau)$ $(\tau e), (e\tau)$	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_\tau$ $e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 1.21$ $ \alpha \lesssim 0.854$ $ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 4.41 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 0.967$ $ \alpha \lesssim 0.967$	$(\tau\mu)$ $(e\mu)$ $(\tau\tau), (ee)$ (τe) $(e\tau)$	$e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 3.71$	$(\tau e), (e\tau)$	$e^- \nu_i \bar{\nu}_i$
\mathcal{O}_{De}	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 34.55$ $ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 1.20 \times 10^5$ $ \alpha \lesssim 6.11 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 1.50 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 1.49 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 1.50 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 7.48 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 7.48 \times 10^2$	$(\tau\tau)$ (ee) $(e\tau)$ $(e\tau)$ (τe) (τe) (μe) (τe)	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_j \bar{\nu}_j$ $e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$ $e^- \nu_k \bar{\nu}_k$ $e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_\tau$
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 34.55$ $ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 4.00 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 6.11 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 1.50 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 6.11 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 1.50 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 7.48 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 7.48 \times 10^2$	$(\tau\tau)$ (ee) $(e\tau)$ $(e\tau)$ (τe) (τe) (μe) (τe)	$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_e$ $e^- \nu_j \bar{\nu}_j$ $e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$ $e^- \nu_k \bar{\nu}_k$ $e^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $e^- \nu_e \bar{\nu}_\tau$

Tab. 6.14.: Schranken für die Kopplungen der Drei-Teilchen-Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ mit $i = e, \mu, \tau$; $j = \mu, \tau$ und $k = e, \mu$ [36] (Fortsetzung).

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{ll(1)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 6.02 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 2.84$ $ \alpha \lesssim 1.42$	$(\mu\tau\tau\mu), (\tau\mu\mu\tau)$ $(\mu\tau ee), (ee\mu\tau), (e\tau\mu\tau), (\tau e\mu\tau), (\mu\tau ee\tau),$ $(\mu\tau\tau e), (\mu\tau\mu e), (\mu\tau e\mu), (e\mu\mu\tau), (\mu e\mu\tau),$ $(\tau\tau\mu\tau), (\mu\tau\tau\tau), (\mu\mu\mu\tau), (\mu\tau\mu\mu), (\tau\mu\mu\mu),$ $(\mu\mu\tau\mu), (\tau\mu\tau\tau), (\tau\tau\tau\mu), (\mu e\tau\mu), (e\mu\tau\mu),$ $(\tau\mu\mu e), (\tau\mu e\mu), (\tau\mu e\tau), (\tau\mu\tau e), (\tau e\tau\mu),$ $(e\tau\tau\mu), (ee\tau\mu), (\tau\mu ee)$ $(\tau\mu\tau\mu), (\mu\tau\mu\tau)$
$\mathcal{O}_{ll(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 6.02 \times 10^{-2}$ $ \text{Re}(\alpha) \lesssim 3.01 \times 10^{-2}$ $ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.42$ $ \alpha \lesssim 2.84$ $ \alpha \lesssim 1.42$	$(\mu\tau\tau\mu), (\tau\mu\mu\tau)$ $(\mu\mu\tau\tau), (\tau\tau\mu\mu)$ $(\mu\tau\mu\tau), (\tau\mu\tau\mu)$ $(\tau\mu ee), (ee\tau\mu), (\mu\tau ee), (ee\mu\tau), (e\tau\mu\tau)$ $(\tau e\tau\mu), (\tau e\mu\tau), (\mu\tau ee\tau), (\mu\tau\tau e), (\tau\mu\tau e),$ $(\tau\mu e\tau), (\tau\mu e\mu), (\tau\mu\mu e), (\mu\tau\mu e), (\mu\tau e\mu),$ $(e\mu\tau\mu), (e\mu\mu\tau), (\mu e\mu\tau), (\mu e\tau\mu), (\tau\tau\tau\mu),$ $(\tau\tau\mu\tau), (\tau\mu\tau\tau), (\mu\tau\tau\tau), (\mu\mu\mu\tau), (\mu\mu\tau\mu),$ $(\mu\tau\mu\mu), (\tau\mu\mu\mu)$ $(\tau ee\mu), (e\tau\mu e), (\mu ee\tau), (e\mu\tau e), (e\mu\tau\tau),$ $(\tau\tau e\mu), (\mu e\tau\tau), (\tau\tau\mu e), (\tau e\mu\mu), (\mu\mu\tau e),$ $(e\tau\mu\mu), (\mu\mu e\tau)$
\mathcal{O}_{le}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.75$ $ \alpha \lesssim 5.32$	$(\tau\tau\mu\mu), (\mu\mu\tau\tau)$ $(e\tau\mu e), (e\mu\tau e), (e\tau\mu\tau), (\tau\mu\tau e), (\tau\tau\mu e),$ $(\mu\tau\mu e), (\mu\mu\tau e), (e\tau\mu\mu), (e\mu\tau\mu), (\tau\tau\mu\tau),$ $(\tau\mu\tau\tau), (\mu\mu\tau\mu), (\mu\tau\mu\mu), (\tau\mu\tau\mu), (\mu\tau\mu\tau)$

Tab. 6.15.: Schranken für die Kopplungen der Vier-Fermion-Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ [36].

Operator	Kopplung	Flavor	Endzustand
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 7.45 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 1.97 \times 10^5$	$(\mu\tau)$ $(\tau\mu)$	$\mu^- \nu_i \bar{\nu}_i$ $\mu^- \nu_i \bar{\nu}_i$
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 2.93 \times 10^2$	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\mu^- \nu_i \bar{\nu}_i$
\mathcal{O}_{eW}	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 2.95$ $ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 16.15$ $ \alpha \lesssim 68.96$ $ \alpha \lesssim 1.31 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 52.59$ $ \alpha \lesssim 3.23 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 62.68$ $ \alpha \lesssim 99.29$	$(\tau\tau)$ $(\mu\mu)$ $(\tau\mu)$ $(\tau\mu)$ $(\mu\tau)$ $(\mu\tau)$ $(e\tau)$ $(e\mu)$	$\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$ $\mu^- \nu_k \bar{\nu}_k$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_j \bar{\nu}_j$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 8.44 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 3.10 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 1.97 \times 10^5$ $ \alpha \lesssim 4.28 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 1.91 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 7.45 \times 10^4$	$(\tau\mu)$ $(\tau\mu)$ $(\tau\mu)$ $(\mu\tau)$ $(\mu\tau)$ $(\mu\tau)$	$\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$ $\mu^- \nu_i \bar{\nu}_i$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$ $\mu^- \nu_i \bar{\nu}_i$
\mathcal{O}_{lW}	$ \operatorname{Im}(\alpha) \lesssim 9.55 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 4.30 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 3.85 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 2.90 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 7.40 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 9.47 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 3.75 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 3.69 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 1.79 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 3.76 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 3.38 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 1.60 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 4.27 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 4.19 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 4.25 \times 10^4$	$(\tau\tau), (\mu\mu)$ $(\tau\mu)$ $(\tau\mu)$ $(\tau\mu)$ $(\tau\mu)$ $(\tau\mu)$ $(\mu\tau)$ $(\mu\tau)$ $(\mu\tau)$ $(\mu\tau)$ $(\mu\tau)$ $(e\tau)$ (τe) $(e\mu)$ (μe)	$\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_e \bar{\nu}_e$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_e \bar{\nu}_e$ $\mu^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$

Tab. 6.16.: Schranken für die Kopplungen der Drei-Teilchen-Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ mit $i = e, \mu, \tau$; $j = e, \tau$ und $k = e, \mu$ [36].

Operator	Kopplung	Flavor	Endzustand
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	$ \alpha \lesssim 4.88$ $ \alpha \lesssim 12.7$ $ \alpha \lesssim 2.44$	$(\tau\mu), (\mu\tau)$ $(\tau\mu), (\mu\tau)$ $(\tau\mu), (\mu\tau)$	$\mu^- \nu_i \bar{\nu}_i$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_\tau$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 1.22$ $ \alpha \lesssim 0.854$ $ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 4.47 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 0.973$ $ \alpha \lesssim 0.973$	(τe) (μe) $(\tau\tau), (\mu\mu)$ $(\tau\mu)$ $(\mu\tau)$	$\mu^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 3.74$	$(\tau\mu), (\mu\tau)$	$\mu^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
\mathcal{O}_{De}	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 34.1$ $ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 5.77 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 6.09 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 1.53 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 1.50 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 1.53 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 7.61 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 7.35 \times 10^2$	$(\tau\tau)$ $(\mu\mu)$ $(\mu\tau)$ $(\mu\tau)$ $(\tau\mu)$ $(\tau\mu)$ $(e\mu)$ $(e\tau)$	$\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_j \bar{\nu}_j$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$ $\mu^- \nu_k \bar{\nu}_k$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$ $\mu^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 34.6$ $ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 1.93 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 6.15 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 1.53 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 6.15 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 1.53 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 7.48 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 7.48 \times 10^2$	$(\tau\tau)$ $(\mu\mu)$ $(\mu\tau)$ $(\mu\tau)$ $(\tau\mu)$ $(\tau\mu)$ $(e\mu)$ $(e\tau)$	$\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$ $\mu^- \nu_j \bar{\nu}_j$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\tau$ $\mu^- \nu_k \bar{\nu}_k$ $\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$ $\mu^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$

Tab. 6.17.: Schranken für die Kopplungen der Drei-Teilchen-Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ mit $i = e, \mu, \tau$; $j = e, \tau$ und $k = e, \mu$ [36] (Fortsetzung).

Bestimmung der Zerfallsbreite

Die Zerfälle des Tau-Leptons in Myon bzw. Elektron und Neutrinos $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ und $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ können völlig analog zum Myon-Zerfall beschrieben werden. Wegen der experimentellen Unbestimmtheit der Neutrino-Generierungen befassen wir uns – wie schon beim Zerfall des Myons – in diesem Abschnitt damit, alle Zerfallsbreiten zu Prozessen zu berechnen, bei denen Neutrinos mit beliebigem Flavor auftreten können. Stimmen die Neutrino-Generierungen mit denen des entsprechenden Standardmodellprozesses überein, ist der dominante Beitrag in niedrigster Ordnung in der Kopplungskonstanten α derjenige Term, der die Interferenz zwischen dem neuen Matrixelement und dem des Standardmodells beschreibt. In diesem Fall kann man Aussagen über den Real- bzw. Imaginärteil von α gewinnen. Eine Ausnahme bildet der Prozess $\tau^- \rightarrow e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$, bei dem der neue Beitrag zur Zerfallsbreite proportional zu der Masse des auslaufenden Leptons ist. Dazu zählen die Operatoren \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ mit der Flavor-Kombination (ee) . Wegen des großen Massenunterschiedes zwischen τ und Elektron liefert der Interferenzterm eine um vier Größenordnungen schlechtere Abschätzung als die Summe aus dem Interferenzterm und dem Betragsquadrat des neuen Matrixelements. Man erhält eine Obergrenze für den Betrag von α unter der Voraussetzung, dass α rein reell bzw. rein imaginär ist. Die besseren Grenzen aus $|\mathcal{M}_{bSM}|^2 + \mathcal{M}_{bSM} \mathcal{M}_{lSM}^* + \mathcal{M}_{bSM}^* \mathcal{M}_{lSM}$ sind in Tabelle 6.14 angeführt. Für alle anderen Operatoren und Flavor-Kombinationen erhält man eine Grenze für den Absolutbetrag der komplexen Kopplung. Wir benutzen den Fehler des PDG-Fits [36], der bei beiden Prozessen bei 0.06% des Verzweigungsverhältnisses liegt. Die in den Tabellen 6.2–6.7 angegebenen analytischen Ausdrücke für die neuen Beiträge behalten ihre Gültigkeit, wenn man die Leptonmassen entsprechend ersetzt.

Die totale Zerfallsbreite zu dem Prozess $\tau^- \rightarrow l^- \nu_i \bar{\nu}_j$ mit $i, j = e, \mu, \tau$ erhält man – unter Vernachlässigung der Masse des auslaufenden geladenen Leptons – aus den Tabellen 6.2–6.7, indem man die Normierung auf die totale Myonlebensdauer rückgängig macht, die Myonmasse durch die des Taus ersetzt und bei den Flavor-Kombinationen die Ersetzungen $\mu \rightarrow \tau$ und $e \rightarrow l$ ($l = e, \mu$) durchführt. Aufgrund der großen Massendifferenz zwischen τ und e, μ , ändern sich die Abschätzungen der Kopplungen für den Fall masseloser auslaufender Leptonen gegenüber dem Fall massiver geladener Leptonen nur geringfügig. Dennoch geben wir in den Tabellen 6.12–6.17 stets Ausschlussgrenzen an, die aus Berechnungen mit massiven geladenen Leptonen resultieren. Dementsprechend findet man in Tab. 6.12 bzw. 6.15 auch einen Beitrag von dem Interferenzterm von SM mit \mathcal{O}_{le} , der in 6.2 wegen des Grenzübergangs $m_e \rightarrow 0$ nicht vorkommt.

6.4. Vergleich der Ergebnisse aus den Zerfällen $l \rightarrow l' \nu \nu$

Wegen der offensichtlichen Ähnlichkeiten der Prozesse $\tau^- \rightarrow e^- \nu \bar{\nu}$ und $\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \bar{\nu}$, liegt es nahe, die Ergebnisse zu vergleichen. Da die experimentellen Messfehler gleich

groß sind, könnte man erwarten, dass die daraus abgeleiteten Schranken der effektiven Kopplungen bis auf Umskalierung $m_e \leftrightarrow m_\mu$ übereinstimmen. Das ist nicht der Fall. Man findet keinen globalen Faktor, der die maximalen Kopplungen $\alpha_i(\tau^- \rightarrow e^- \nu \bar{\nu})$ und $\alpha_i(\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \bar{\nu})$ aller Operatoren miteinander verknüpft. Die unterschiedlichen Verhältnisse $R(\mathcal{O}_i) = \alpha_i(\tau^- \rightarrow e^- \nu \bar{\nu})/\alpha_i(\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \bar{\nu})$ der aus dem Beitrag des Operators \mathcal{O}_i resultierenden Schranken der Kopplungen lassen sich nicht pauschal erklären. Verzichtet man auf die Vernachlässigung der Masse des auslaufenden Leptons in beiden Zerfällen $\tau^- \rightarrow e^- \nu \bar{\nu}$ und $\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \bar{\nu}$, ergeben sich für die partielle Zerfallsbreite komplizierte Ausdrücke, die sowohl von den Massen der beteiligten Leptonen als auch von den Massendifferenzen $m_\tau - m_e$ bzw. $m_\tau - m_\mu$ abhängen können. Spielt die Masse des auslaufenden Leptons in der partiellen Zerfallsbreite beispielsweise eine unwesentliche Rolle, findet man anhand der Messfehler beider Breiten ähnlich große Abschätzungen für die Kopplungen. In diesem Fall liegt das Verhältnis $R(\mathcal{O}_i)$ nahezu bei eins, wie man anhand der Vier-Fermion-Operatoren $\mathcal{O}_{U(1)}$ und $\mathcal{O}_{U(3)}$ sieht. Treten Potenzen von Massendifferenzen auf, verhindern diese ein einfaches Umskalieren der Ergebnisse beim Übergang von dem Zerfall in ein Elektron zu dem in ein Myon. Bei den Operatoren, bei denen diese Massendifferenzen eine Rolle spielen, gibt es weiterhin auch keinen globalen Vorfaktor, der den Unterschied der Schranken erklärt. Zu dieser Gruppe gehört die Mehrzahl der leptonischen Operatoren. Generell kann man deshalb nur erwähnen, dass die Obergrenzen umso größer ausfallen, je mehr Ableitungen in dem effektiven Operator auftreten. Diese Tatsache ist bereits von anderen Prozessen her bekannt. Treten dagegen Higgs-Felder in Form ihres Vakuumerwartungswertes und keine Ableitungsoperatoren in einem der effektiven Operatoren auf, liegen die Abschätzungen aus beiden Prozessen in der Größenordnung von eins. Am besten sind dabei die Schranken der Flavor-diagonalen Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$ mit $(ee), (\mu\mu), (\tau\tau)$, die im Prozentbereich liegen. Auch die Kopplungen einiger der Flavor-Kombinationen der Vier-Fermion-Operatoren dürfen nicht größer als einige Hundertstel sein, um mit den Experimenten in Einklang zu sein.

6.5. Zerfall des Myons in drei Elektronen

Bemerkungen zum Experiment

Das etwa ein Meter lange, magnetische Spektrometer SINDRUM I wurde in den Jahren 1982/83 am Paul Scherrer Institut (**PSI**) gebaut und diente dazu, einige seltene Zerfälle von Myonen und Pionen zu vermessen. Ab 1983 konnten Daten zur Bestimmung des Verzweigungsverhältnisses $\text{BR}(\mu \rightarrow 3e)$ genommen werden. Durch Beschuss eines Graphit-targets mit den Protonen, die im PSI-Ringzyklotron beschleunigt werden, erhält man Pionen, die in Myonen und Neutrinos zerfallen. Der Strahl aus positiv geladenen Myonen wird auf ein target fokussiert, in dem die Antimyonen, die anfangs eine Energie von etwa 28 MeV besitzen, gestoppt werden und zerfallen. Der gesuchte Endzustand setzt sich aus zwei Positronen und einem Elektron zusammen. Das SINDRUM I-Spektrometer, das zum

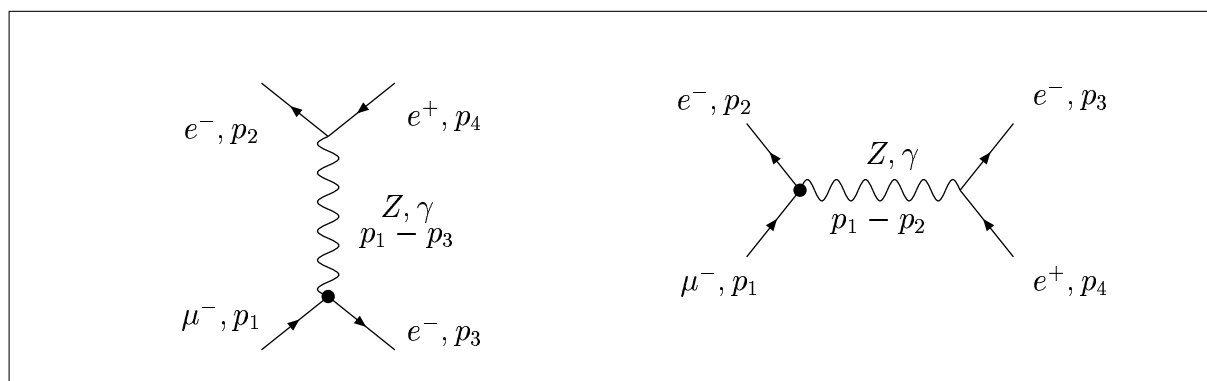


Abb. 6.2.: Diagramme des s - und t -Kanals für $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$.

Detektieren dieser Elektronen und Positronen dient, besteht aus fünf konzentrischen, zylindrischen Drahtkammern, die von 64 zylindrisch angeordneten Szintillatoren umgeben sind. Dieser Aufbau befindet sich wiederum in einem Solenoiden, der ein homogenes Magnetfeld erzeugt. Das Magnetfeld trägt durch seine ablenkende Wirkung auf geladene Teilchen zur Teilchenidentifizierung und Bestimmung des Impulses bei. Ein Ereignis liegt dann vor, wenn einerseits mindestens eine Spur eines negativ geladenen und zwei Spuren eines positiv geladenen Teilchens innerhalb eines vorgegebenen Zeitintervalls detektiert werden und andererseits der gesamte transversale Impuls unterhalb eines bestimmten Maximalwerts liegt. Die SINDRUM-Kollaboration gibt schließlich die obere Grenze des Verzweigungsverhältnisses für den Leptonzahl-verletzenden Kanal $\mu \rightarrow 3e$ mit $\text{BR}(\mu \rightarrow 3e) < 1.0 \times 10^{-12}$ an [132].

Bestimmung der Zerfallsrate

Bei diesem Prozess handelt es sich um einen Zerfall, der sowohl die Elektron-Leptonzahl als auch die Myon-Leptonzahl verletzt. Die Gesamtleptonzahl bleibt erhalten. Der hier betrachtete Zerfall ist in einer Theorie, die durch die Lagrange-Dichte des Standardmodells beschrieben wird, nicht möglich. Aus diesem Grund wird im Folgenden stets das Betragsquadrat des neuen Matrixelements bestimmt. In niedrigster Ordnung in der neuen Kopplung sind solche Diagramme von Interesse, die einen SM-Vertex enthalten, an dem ein Elektron und ein Positron an ein Z -Boson bzw. Photon koppeln, und einen durch einen der neuen Operatoren generierten entsprechenden Myon-Elektron-Vertex. Dieser Vertex kann nur von einem Operator mit der Flavor-Kombination $(e\mu)$ bzw. (μe) herrühren.

Da es sich bei den beteiligten Teilchen ausschließlich um geladene Leptonen handelt, tragen diejenigen Operatoren bei, die einen γ - bzw. Z -Austausch im s - oder t -Kanal ermöglichen (vgl. Tab. 6.2). Da die beiden auslaufenden Elektronen identische Fermionen sind, ist ein relatives Vorzeichen der s - und t -Kanaldiagramme zu berücksichtigen. Die

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{ee}$	$ \alpha \lesssim 1.67 \times 10^{-5}$	$(\mu e e e), (e \mu e e), (e e \mu e), (e e e \mu)$
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 4.73 \times 10^{-5}$	$(\mu e e e), (e \mu e e), (e e \mu e), (e e e \mu)$
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 1.92 \times 10^{-5}$ $ \alpha \lesssim 2.32 \times 10^{-5}$	$(e \mu)$ (μe)
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 3.24 \times 10^{-9}$ $ \alpha \lesssim 3.22 \times 10^{-9}$	$(e \mu)$ (μe)
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 5.90 \times 10^{-9}$ $ \alpha \lesssim 5.90 \times 10^{-9}$	$(e \mu)$ (μe)
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 1.93 \times 10^{-5}$ $ \alpha \lesssim 2.31 \times 10^{-5}$	$(e \mu)$ (μe)
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 3.52 \times 10^{-5}$ $ \alpha \lesssim 2.04 \times 10^{-5}$	$(e \mu)$ (μe)
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 5.53 \times 10^{-5}$	$(e \mu), (\mu e)$
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 5.26 \times 10^{-5}$	$(e \mu), (\mu e)$
$\mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \alpha \lesssim 0.323$ $ \alpha \lesssim 0.329$	$(e \mu)$ (μe)

Tab. 6.18.: Schranken für die effektiven Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$ [132].

Impulse können im Ruhesystem des Myons in der Form

$$\begin{aligned}
 p_1 &= (m_\mu, 0, 0, 0) && \text{– für das Myon,} \\
 p_2 &= (E_2, |\vec{p}_2| \sin \theta, 0, |\vec{p}_2| \cos \theta) && \text{– für ein Elektron,} \\
 p_3 &= (E_3, 0, 0, |\vec{p}_3|) && \text{– für das zweite Elektron,} \\
 p_4 &= p_1 - p_2 - p_3 && \text{– für das Positron}
 \end{aligned}$$

parametrisiert werden, wobei zwei verschiedene Zuordnungen für die Elektronimpulse p_2 und p_3 möglich sind.

Die Integration verläuft im Wesentlichen wie bei dem in Abschnitt 6.1 beschriebenen Myon-

Zerfall, allerdings ist sie umfangreicher, da im Endzustand keine masselosen Teilchen auftreten, sondern drei geladene Leptonen, deren Massen m_2, m_3 und m_4 nicht ohne Weiteres vernachlässigt werden können. Wir integrieren zuerst, mit Hilfe der Energie-Impuls-Beziehung, über den Impuls p_4 . Anschließend werden die trivialen Winkelintegrationen ausgeführt und die Energien E_2 und E_3 auf die halbe Myon-Masse normiert. Schließlich wird die x_3 -Integration innerhalb der Grenzen x_3^{min} und x_3^{max} analytisch ausgeführt.

$$x_3^{min} = \left[m_2^2 m_\mu (x_2 - 2) - m_\mu (m_\mu^2 (x_2 - 1) - m_3^2 + m_4^2) (x_2 - 2) + \sqrt{(m_2^2 - (m_3 - m_4)^2 + m_\mu^2 (1 - x_2))(m_2^2 - (m_3 + m_4)^2 + m_\mu^2 (1 - x_2))} \times \sqrt{m_\mu^2 x_2^2 - 4m_2^2} \right] \times \frac{1}{2m_\mu (m_\mu^2 (x_2 - 1) - m_2^2)} \quad (6.51)$$

$$x_3^{max} = \left[m_\mu (x_2 - 2) (m_\mu^2 (x_2 - 1) - m_2^2 - m_3^2 + m_4^2) + \sqrt{(m_2^2 - (m_3 - m_4)^2 + m_\mu^2 (1 - x_2))(m_2^2 - (m_3 + m_4)^2 + m_\mu^2 (1 - x_2))} \times \sqrt{m_\mu^2 x_2^2 - 4m_2^2} \right] \times \frac{1}{2m_\mu (m_\mu^2 (1 - x_2) + m_2^2)} \quad (6.52)$$

Die verbleibende Integration über x_2 wird im Gegensatz zu der über x_3 numerisch durchgeführt, da die Grenzen der ersten Integration dx_3 zu zwei Wurzelausdrücken führen, die nur durch eine geeignete Substitution so vereinfacht werden können, dass eine nachfolgende analytische Integration möglich ist. Die Integrationsgrenzen sind durch

$$x_2^{min} = \frac{2m_2}{m_\mu}, \quad x_2^{max} = \frac{m_2^2 - (m_3 + m_4)^2 + m_\mu^2}{m_\mu^2} \quad (6.53)$$

gegeben. Da unser Hauptaugenmerk nicht auf analytischen Ausdrücken für die Zerfallsbreite ruht, sondern auf quantitativen Aussagen über effektive Kopplungsstärken, überlassen wir eine analytische Integration der interessierten Leserin.

Zusammen mit der experimentellen Obergrenze der partiellen Zerfallsbreite $\Gamma_i/\Gamma < 1.0 \times 10^{-12}$ [132] für den Zerfall $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$ erhält man die in Tabelle 6.18 dargestellten Abschätzungen.

6.6. Zerfall des Tau-Leptons in drei Elektronen

Bemerkungen zum Experiment

Die folgende Experimentbeschreibung liegt den Messergebnissen dieses Abschnitts und der nachfolgenden Abschnitte 6.7 und 6.10 zugrunde. Das BABAR-Experiment am SLAC

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{ee}$	$ \alpha \lesssim 1.41 \times 10^{-2}$	$(\tau e e e), (e \tau e e), (e e \tau e), (e e e \tau)$
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 3.98 \times 10^{-2}$	$(\tau e e e), (e \tau e e), (e e \tau e), (e e e \tau)$
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 1.19 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 1.23 \times 10^{-2}$	$(e\tau)$ (τe)
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 3.90 \times 10^{-5}$ $ \alpha \lesssim 3.90 \times 10^{-5}$	$(e\tau)$ (τe)
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 5.10 \times 10^{-5}$ $ \alpha \lesssim 5.83 \times 10^{-5}$	$(e\tau)$ (τe)
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 1.19 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 1.30 \times 10^{-2}$	$(e\tau)$ (τe)
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 2.16 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 2.37 \times 10^{-2}$	$(e\tau)$ (τe)
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 4.65 \times 10^{-2}$	$(e\tau), (\tau e)$
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 4.43 \times 10^{-2}$	$(e\tau), (\tau e)$
$\mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \alpha \lesssim 16.1$ $ \alpha \lesssim 16.4$	$(e\tau)$ (τe)

Tab. 6.19.: Schranken für die effektiven Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$ [134].

(Stanford Linear Accelerator Center) bestimmt unter anderem die Verzweigungsverhältnisse der Leptonzahl-verletzenden Tau-Zerfälle $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, $\tau \rightarrow ll'$ ($l, l' = e, \mu$) mit hoher Präzision. Da als einzige Einschränkung Ladungserhaltung gefordert wird, kommen insgesamt sechs Zerfälle in Frage. Die Elektron-Positronpaare aus dem PEP-II-Speicherring wurden bei einer asymmetrischen Schwerpunktsenergie von 10.58 GeV zur Kollision gebracht. Die daraus entstehenden $\tau^+ \tau^-$ -Paare führten zu einem Datensatz, dem insgesamt 160 Millionen Tau-Zerfälle zugrundeliegen. Der Silikon-Vertexdetektor und die Driftkammer dienen zur Spurrekonstruktion. Elektronen und Photonen werden im elektromagnetischen Kalorimeter detektiert. Im Cherenkov-Detektor werden die geladenen Hadronen identifiziert. Im IFR (Instrumented Flux Return) werden die Myon-Signale

aufgenommen. Ein Kandidat für eines der gesuchten Ereignisse liegt dann vor, wenn drei geladene Teilchen, die als Elektron oder Myon identifiziert wurden, mit der invarianten Masse und der Energie des Tau-Leptons detektiert wurden. Zur Unterdrückung des Untergrunds müssen einige weitere Kriterien erfüllt sein, die im Detail in [134] beschrieben sind. Die Analyse [134] liefert eine Obergrenze für den Leptonzahl-verletzenden Zerfall des τ -Leptons in drei Elektronen mit $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-) < 1.3 \times 10^{-7}$ [134] auf einem 90%-igem Konfidenzniveau.

Bestimmung der Zerfallsrate

Die Rechnungen für den Zerfall $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$ sind mit denen im vorigen Abschnitt beschriebenen identisch. Die Bemerkungen zur Integration lassen sich übertragen. Lediglich die Ersetzung der Masse und der totalen Zerfallsbreite des Myons durch die Masse und die Lebensdauer des Tau-Leptons sind durchzuführen. Die experimentelle Obergrenze für das Verzweigungsverhältnis liegt bei 1.3×10^{-7} [134] und ist damit um fünf Größenordnungen schwächer als die des Leptonzahl-verletzenden Myon-Zerfalls. Das macht die Diskrepanz zwischen den in Tab. 6.18 und 6.19 vorliegenden Abschätzungen für die effektive Kopplung α plausibel. Neben den unterschiedlich guten experimentellen Schranken spielen auch die verschiedenen Massen besonders bei den Operatoren mit Ableitungskopplungen eine Rolle.

6.7. Zerfall des Tau-Leptons in drei Myonen

Details zum Experiment findet man im vorigen Abschnitt 6.6. Die Art der Berechnung der Abschätzungen für die Kopplung α wurde in Abschnitt 6.5 ausführlich diskutiert. Es liegt wiederum die von der BABAR-Kollaboration [134] aufgestellte experimentelle Schranke $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-) < 1.9 \times 10^{-7}$ zugrunde, die von der gleichen Größenordnung ist wie die des ähnlichen Zerfalls $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$. Weil die auslaufenden Leptonen in beiden Fällen leichter sind als das zerfallende Tau und ihre Masse daher kaum ins Gewicht fällt, sind die aus den beiden Zerfällen herrührenden Abschätzungen von ähnlicher Größenordnung. Die einzigen Diskrepanzen bestehen bei den Operatoren, die Feldstärkeoperatoren enthalten. Deren Abschätzungen sind sensitiv auf die Massen der auslaufenden Leptonen. Alle übrigen spiegeln lediglich wieder, dass die gemessenen Schranken um 40% differieren.

6.8. Vergleich der Ergebnisse aus den Zerfällen

$$l^- \rightarrow l'^- l'^+ l'^-$$

Bevor wir die Ergebnisse der drei Zerfälle $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$ und $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$ diskutieren, weisen wir darauf hin, dass es sich bei den einzelnen Operatoren, die zu den

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{ee}$	$ \alpha \lesssim 1.79 \times 10^{-2}$	$(\tau\mu\mu\mu), (\mu\tau\mu\mu), (\mu\mu\tau\mu), (\mu\mu\mu\tau)$
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 5.02 \times 10^{-2}$	$(\tau\mu\mu\mu), (\mu\tau\mu\mu), (\mu\mu\tau\mu), (\mu\mu\mu\tau)$
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 4.45 \times 10^{-2}$	$(\mu\tau), (\tau\mu)$
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 9.16 \times 10^{-5}$ $ \alpha \lesssim 9.24 \times 10^{-5}$	$(\mu\tau)$ $(\tau\mu)$
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 1.70 \times 10^{-4}$ $ \alpha \lesssim 1.67 \times 10^{-4}$	$(\mu\tau)$ $(\tau\mu)$
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 2.82 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 4.43 \times 10^{-2}$	$(\mu\tau)$ $(\tau\mu)$
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 5.14 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 8.12 \times 10^{-2}$	$(\mu\tau)$ $(\tau\mu)$
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 5.95 \times 10^{-2}$	$(\mu\tau), (\tau\mu)$
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 5.66 \times 10^{-2}$	$(\mu\tau), (\tau\mu)$
\mathcal{O}_{De}	$ \alpha \lesssim 20.2$ $ \alpha \lesssim 21.1$	$(\mu\tau)$ $(\tau\mu)$
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \alpha \lesssim 20.8$ $ \alpha \lesssim 20.6$	$(\mu\tau)$ $(\tau\mu)$

Tab. 6.20.: Schranken für die effektiven Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$ [134].

jeweiligen Zerfällen beitragen, zwar um Elemente der gleichen Klasse von Operatoren handelt, sie aber aufgrund der Flavor-Kombinationen nicht identisch sind. Zu dem Zerfall des Myons können Drei-Teilchen-Operatoren mit Flavor-Kombinationen $(e\mu)$ bzw. (μe) beitragen. Entsprechend können Operatoren mit $(e\tau)$ bzw. (τe) zu $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-)$ und Operatoren mit $(\mu\tau)$ bzw. $(\tau\mu)$ zu $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-)$ beitragen. Für die Vier-Fermion-Operatoren gilt Ähnliches. Eine obere Schranke einer Kopplung α_i zu einem Operator \mathcal{O}_i , die mit Hilfe eines der drei Prozesse gewonnen wurde, kann also nicht als "beste" Grenze eines Operators \mathcal{O}_i aus den drei Zerfällen verstanden werden. Die Gemeinsamkeiten der drei Prozesse legen allerdings eine vergleichende Diskussion, wie auch schon bei den Zerfällen des Myons und Taus in ein Lepton und zwei Neutrinos, nahe.

An den experimentell bestimmten oberen Grenzen der Verzweigungsverhältnisse liest man ab, dass der Zerfall $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$ um fünf Größenordnungen genauer vermessen wurde als die LNV-Zerfälle des τ -Leptons in drei Elektronen bzw. Myonen. Deshalb ist zu erwarten, dass die aus $\text{BR}(\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-)$ abgeleiteten Obergrenzen der effektiven Kopplungen um etwa 2–3 Größenordnungen kleiner ausfallen als für die beiden anderen Prozesse. Das sehen wir anhand der in den Tabellen 6.18, 6.19 und 6.20 dargestellten Resultate für die Mehrzahl der Operatoren bestätigt. Jedoch bilden die Operatoren \mathcal{O}_{eB} und \mathcal{O}_{eW} eine Ausnahme. Hier sind die Abweichungen zwischen den Grenzen aus dem Myon- und Tau-Zerfall größer als auf den ersten Blick erwartet.

Zu beachten ist, dass es keinen globalen Skalierungsfaktor von den Grenzen eines Zerfalls zu den Grenzen eines der anderen Zerfälle gibt, da nicht nur Potenzen a, b der jeweils beteiligten Massen m_1, m_2 in die Zerfallsbreite eingehen, sondern auch Differenzen der Massen mit unterschiedlichen Gewichten a_1, b_2 : $a_1 m_1^a - b_2 m_2^b$. Deshalb weichen die Grenzen der beiden Flavor-Kombinationen des Operators \mathcal{O}_{eW} für den Tau-Zerfall in drei Elektronen auch von denen des Zerfalls in drei Myonen um eine Größenordnung voneinander ab.

Dass die verschiedenen Flavor-Kombinationen eines Operators in manchen Fällen voneinander abweichen, liegt daran, dass der Ableitungsoperator für die eine Flavor-Kombination auf das einlaufende und für die andere auf das auslaufende Lepton wirkt. Dementsprechend kommen verschiedene Energien von der Größe m_μ, m_τ bzw. m_e zum Tragen, was sich auf die maximale Kopplung auswirkt.

Im Gegensatz zu den Grenzen, die aus den Zerfällen $\mu \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ und $\tau^- \rightarrow e^- \nu\bar{\nu}, \tau^- \rightarrow \mu^- \nu\bar{\nu}$ herrühren, sind die hier berechneten weitaus kleiner. Das liegt vor allem daran, dass bei den Zerfällen in geladene Leptonen auch prinzipiell ein virtuelles Photon ausgetauscht werden kann. Dieses Diagramm und dessen Interferenzterme mit dem Diagramm des Z -Austauschs dominieren den Anteil, der durch den Austausch des Z -Bosons erreicht wird bei den Operatoren $\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{eB}, \mathcal{O}_{eW}, \mathcal{O}_{lB}$ und \mathcal{O}_{lW} um mehrere Größenordnungen. Ausserdem sind die Messgenauigkeiten der neutrinolosen Zerfälle präziser.

6.9. Tau-Zerfall in ein Leptonpaar l^+, l^- und ein Antilepton l'^+

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)},$ \mathcal{O}_{ee}	$ \alpha \lesssim 3.43 \times 10^{-2}$	$(\tau\mu ee), (\mu\tau ee), (ee\tau\mu), (ee\mu\tau)$ $(\tau ee\mu), (\mu ee\tau), (e\tau\mu e), (e\mu\tau e)$
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 6.85 \times 10^{-2}$	$(\tau\mu ee), (\mu\tau ee), (ee\tau\mu), (ee\mu\tau)$ $(\tau ee\mu), (\mu ee\tau), (e\tau\mu e), (e\mu\tau e)$
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 2.70 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 2.42 \times 10^{-2}$	$(\tau\mu)$ $(\mu\tau)$
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 6.10 \times 10^{-5}$	$(\tau\mu), (\mu\tau)$
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 1.11 \times 10^{-4}$	$(\tau\mu), (\mu\tau)$
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 2.45 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 2.28 \times 10^{-2}$	$(\tau\mu)$ $(\mu\tau)$
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 4.48 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 4.16 \times 10^{-2}$	$(\tau\mu)$ $(\mu\tau)$
$\mathcal{O}_{\varphi e}, \mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 4.45 \times 10^{-2}$	$(\tau\mu), (\mu\tau)$
$\mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \alpha \lesssim 13.7$	$(\tau\mu), (\mu\tau)$

Tab. 6.21.: Schranken für die effektiven Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$ [135].

Bemerkungen zum Experiment

Die genauesten Messwerte für die Zerfälle $\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$ und $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$ kommen von der B -Fabrik in Tsukuba (Japan) am KEK (**K**ou **E**nerugii **B**utsurigaku **K**enkyusho). In diesem Abschnitt diskutieren wir die Schranken an neue effektive Kopplungen, die sich aus $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-) < 1.9 \times 10^{-7}$ und $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-) < 2.0 \times 10^{-7}$ [135] ergeben.

Am KEK werden Elektronen und Positronen asymmetrisch bei einer Schwerpunktsenergie

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)},$ \mathcal{O}_{ee}	$ \alpha \lesssim 3.47 \times 10^{-2}$	$(\tau e \mu \mu), (e \tau \mu \mu), (\mu \mu \tau e), (\mu \mu e \tau)$ $(\tau \mu \mu e), (e \mu \mu \tau), (\mu \tau e \mu), (\mu e \tau \mu)$
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 7.03 \times 10^{-2}$	$(\tau e \mu \mu), (e \tau \mu \mu), (\mu \mu \tau e), (\mu \mu e \tau)$ $(\tau \mu \mu e), (e \mu \mu \tau), (\mu \tau e \mu), (\mu e \tau \mu)$
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 4.52 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 6.30 \times 10^{-2}$	$(e\tau)$ (τe)
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 1.38 \times 10^{-4}$	$(e\tau), (\tau e)$
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 2.52 \times 10^{-4}$	$(e\tau), (\tau e)$
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 4.51 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 6.30 \times 10^{-2}$	$(e\tau)$ (τe)
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 8.22 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 0.115$	$(e\tau)$ (τe)
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 4.56 \times 10^{-2}$	$(e\tau), (\tau e)$
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	$ \alpha \lesssim 4.70 \times 10^{-2}$	$(e\tau), (\tau e)$
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 4.66 \times 10^{-2}$	$(e\tau), (\tau e)$
\mathcal{O}_{De}	$ \alpha \lesssim 14.7$ $ \alpha \lesssim 14.8$	$(e\tau)$ (τe)
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \alpha \lesssim 14.6$ $ \alpha \lesssim 14.8$	$(e\mu)$ (μe)

Tab. 6.22.: Schranken für die effektiven Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$ [135].

von 10.6 GeV miteinander zur Kollision gebracht [136]. Mit Hilfe des BELLE-Detektors wurden 8×10^7 $\tau^+\tau^-$ -Paare aufgezeichnet [137]. Das entspricht einer Luminosität von etwa 87.1 fb^{-1} . Daraus werden Obergrenzen der partiellen Breiten aller möglichen Zerfälle in drei geladene Leptonen bestimmt [135]. Sowohl die Energie, bei der die Messung stattfindet, als auch der Detektoraufbau und die Größenordnung der Ergebnisse ähneln denen von BABAR. Die Messung selbst ist um eine Größenordnung besser als die des Vorgängerexperiments der CLEO-Kollaboration [133].

Im Inneren des Detektors befindet sich ein Silikon-Vertex-Detektor, um den herum fünfzig zylindrische Driftkammern angeordnet sind. Beide Komponenten befinden sich in einem magnetischen Feld. Anhand der Energiedeposition in den Driftkammern, der Flugzeitinformation und des Cherenkov-Signals werden Hadronen identifiziert. Photonen werden mit Hilfe des sich weiter aussen befindlichen elektromagnetischen Kalorimeters nachgewiesen. Zur Elektronidentifikation werden die Driftkammern und das elektromagnetische Kalorimeter benutzt. Um den gesamten Aufbau herum befindet sich das Myon-Kalorimeter. Gesucht wird nun nach Ereignissen, die vier geladene Teilchen mit verschwindender Gesamtladung und eine beliebige Anzahl von Photonen involvieren. Ereigniskandidaten besitzen eine 1-prong vs. 3-prong- Topologie, d.h. eine der geladenen Spuren befindet sich in der einen Hemisphäre des Detektors (Signal-Seite) und die übrigen drei geladenen Spuren werden in der anderen Hemisphäre (Tag-Seite) detektiert.

Bestimmung der Zerfallsrate

Die Zerfallsrate wird im Folgenden analog zu der in Abschnitt 6.5 beschriebenen Rechnung bestimmt. Alle Typen von Operatoren mit Dimension sechs realisieren die Zerfälle $\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$ und $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$. In niedrigster Ordnung werden die betreffenden Feynman-Graphen aus einem effektiven Vertex proportional zu der neuen Kopplungskonstanten α und einem SM-Vertex konstruiert. Während der Vertex mit der SM-Kopplung das auslaufende Lepton-Antilepton-Paar beschreibt, das aus dem virtuellen Photon bzw. Z -Boson entsteht, beschreibt der neuartige effektive Vertex den Leptonzahl-verletzenden Anteil des Prozesses (ähnlich wie in Abbildung 6.2 gezeigt). Dort koppeln das zerfallende Tau-Lepton an ein Eichboson und ein Myon bzw. Elektron unter Verletzung der entsprechenden Leptonfamilienzahlen. Deswegen sind bei den Drei-Teilchen-Operatoren diejenigen mit der $(l\tau)$ bzw. (τl) Flavor-Kombination interessant. Für die Vier-Fermion-Operatoren kommen acht verschiedene Flavor-Kombinationen in Betracht. Sie sind in Tabelle 6.21 und 6.22 aufgeführt.

Vergleich der beiden Zerfälle $\tau^- \rightarrow l^+ l^- l'^-$

Wie in den vorigen Abschnitten besprochen, konkurrieren auch hier die Einflüsse zweier verschiedener Effekte auf die Größe der Schranken miteinander: die experimentellen Grenzen sind nahezu gleich, was ähnlich große Obergrenzen erwarten lässt. Dagegen sind

wiederum verschiedene Massen beteiligt. Die Rolle der Elektronmasse im ersten Prozess $\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$ wird im zweiten Prozess $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$ von der Myon-Masse übernommen und umgekehrt. Dementsprechend unterscheiden sich die in den Tabellen 6.21 und 6.22 zusammengetragenen Resultate voneinander. Die maximalen Abweichungen um den Faktor 2 treten bei den Operatoren auf, die Feldstärketensoren beinhalten. Hier kommen die unterschiedlichen Massen der auslaufenden Leptonen stärker zum Tragen als bei allen anderen Operatoren, bei denen sich der Unterschied der Schranken auf weniger als 10 Prozent beläuft. Insgesamt sind die hier beschriebenen Schranken der effektiven Kopplungen denen aus den beiden anderen Tau-Zerfällen $\tau \rightarrow 3l$ gewonnenen sehr ähnlich, was auch wiederum in den ähnlichen experimentellen Genauigkeiten begründet ist. Verglichen dazu sind die Grenzen, die aus den Zerfällen mit Neutrinos im Endzustand resultieren, um viele Größenordnungen ungenauer, teilweise sogar ohne nennenswerte Aussagekraft. Der Grund dafür liegt wie schon bei $l \rightarrow 3l'$ darin, dass hier gleichzeitig mit dem neutralen Z -Boson auch ein Photon ausgetauscht werden kann. Dieses Diagramm dominiert und vergrößert dadurch die Zerfallsrate so stark, dass die resultierenden Schranken entsprechend klein sind.

6.10. Tau-Zerfall in ein Antilepton l^+ und zwei identische Leptonen l'^-

In diesem Abschnitt behandeln wir die beiden gleichartigen Zerfälle $\tau^- \rightarrow l'^- l^+ l'^-$ mit $l \neq l'$ und $l, l' \in \{e, \mu\}$. Die kleinsten experimentell bestimmten Obergrenzen $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ e^-) < 1.1 \times 10^{-7}$ und $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ \mu^-) < 1.3 \times 10^{-7}$ stammen von der BABAR-Kollaboration [134]. Eine kurze Beschreibung des Experiments findet man in Abschnitt 6.6. Die beiden Zerfälle sind unter Berücksichtigung der verschiedenen Massen und Lebensdauern genauso zu behandeln wie der in Abschnitt 6.5 vorgestellte Myon-Zerfall. Die Besonderheit hier ist die Tatsache, dass alle drei bekannten Leptonenzahlen für Elektron, Myon und Tau verletzt werden. Wir beschränken uns auf neue Effekte, die aus einfachst möglichen Ergänzungen zum Standardmodell resultieren, d.h. solche Effekte, die mit Hilfe von genau einem neuen Operator beschrieben werden können. Um die Zerfälle $\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ e^-$ bzw. $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ \mu^-$ zu realisieren, müsste sowohl ein Drei-Teilchen-Operator mit Flavor-Kombination (τe) als auch (μe) bzw. $(\tau \mu)$ und (μe) in der erweiterten Theorie vorhanden sein⁵. Dieses Szenario wollen wir nicht betrachten. Aus diesem Grund sind in diesem Abschnitt allein die Vier-Fermion-Operatoren von Interesse. Sie können potenziell mit jeweils vier verschiedenen Flavor-Kombinationen zu den Zerfällen beitragen.

⁵ Natürlich spielt die Reihenfolge der Flavor in diesem Fall keine Rolle. Gesagtes gilt ebenso für Kombinationen (τe) mit $(e\mu)$, $(e\tau)$ mit (μe) , $(e\tau)$ mit $(e\mu)$ usw.

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{ee}$	$ \alpha \lesssim 1.32 \times 10^{-2}$	$(\tau e \mu e), (\mu e \tau e), (e \tau e \mu), (e \mu e \tau)$
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 3.69 \times 10^{-2}$	$(\tau e \mu e), (\mu e \tau e), (e \tau e \mu), (e \mu e \tau)$

Tab. 6.23.: Schranken für die Kopplungen der Vier-Fermion-Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ e^-$ [134].

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{ee}$	$ \alpha \lesssim 1.44 \times 10^{-2}$	$(\tau \mu e \mu), (e \mu \tau \mu), (\mu \tau \mu e), (\mu e \mu \tau)$
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 4.12 \times 10^{-2}$	$(\tau \mu e \mu), (e \mu \tau \mu), (\mu \tau \mu e), (\mu e \mu \tau)$

Tab. 6.24.: Schranken für die Kopplungen der Vier-Fermion-Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ \mu^-$ [134].

Vergleich der beiden Zerfälle $\tau^- \rightarrow l^+ l^+ l'^-$

Wie in dem vorigen Abschnitt dargelegt, sind die Schranken für die Kopplungen der Vier-Fermion-Operatoren, die anhand von $\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ e^-$ bzw. $\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ \mu^-$ gewonnen wurden, wegen der fast identischen experimentellen Grenze der Verzweigungsverhältnisse nur um wenige Prozent von denen der übrigen Tau-Zerfälle in geladene Leptonen verschieden. Die Ergebnisse aus den beiden Messungen unterscheiden sich um etwa 10% voneinander, da Myon- und Elektronmasse die Rollen tauschen und die experimentellen Werte um 15% voneinander verschieden sind.

7. Leptonische Streuprozesse

Neben den leptonischen Zerfällen der schweren Leptonen μ und τ sind Streuexperimente von Neutrinos an Leptonen in vielerlei Hinsicht aufschlussreich. Für uns sind sie von besonderem Interesse, weil sie eine weitere Möglichkeit darstellen, Obergrenzen für einige der Kopplungskonstanten α_k zu gewinnen.

7.1. Der inverse Myon-Zerfall

Zuerst befassen wir uns mit der Elektron-Myon-neutrino-Streuung $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_e$, die auch als inverser Myon-Zerfall bezeichnet wird, und untersuchen den Wirkungsquerschnitt im Hinblick auf neue Beiträge durch die effektiven Operatoren (3.12)–(3.25). Den Abschätzungen, die mit Hilfe der Ergebnisse der CHARM II-Kollaboration (CERN **H**amburg **R**ome **M**oscow) gewonnen werden können, liegen Messungen der Wirkungsquerschnitte aus den Jahren 1988-1991 [124] und die in Abschnitt 5.2 beschriebene, von uns verwendete Methode zugrunde. Ein aktuelleres Experiment, das sich bis 2001 am Fermilab mit der genauen Vermessung des Wirkungsquerschnitts beschäftigt hat, ist das NuTeV-Experiment (Neutrinos at the **T**evatron). Die dortigen Ergebnisse [128] verfügen allerdings nicht über kleinere Fehlergrenzen als CHARM.

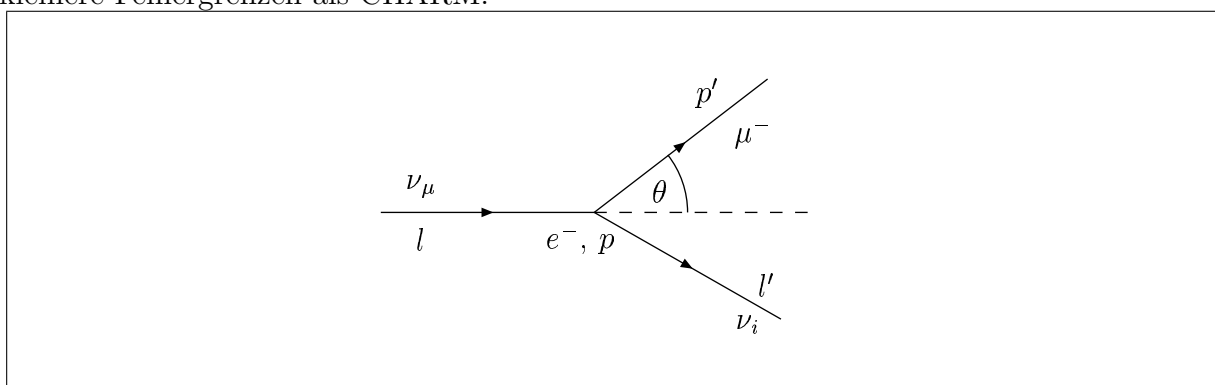


Abb. 7.1.: Elektron-Myon-neutrino-Streuung $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_i$ mit $i = e, \mu, \tau$; die Impulse werden mit p, p', l und l' bezeichnet.

Bemerkungen zum Experiment

Eine ausführliche Darstellung des Detektors findet sich in [131]. An dieser Stelle wird das Prinzip des Experiments knapp erläutert. Der Neutrinostrahl wird erzeugt, indem man zuerst Protonen aus dem SPS (**S**uper **P**roton **S**ynchrotron) am CERN auf ein Beryllium-Target schießt. Von den so erzeugten Hadronen werden die vorwärts gerichteten durch ein Magnetfeld nach Ladungen getrennt. Lässt man die positiv geladenen Hadronen auf das Eisen treffen, entstehen dem Standardmodell zufolge positiv geladene Myonen und Myonneutrinos. Wir nehmen an, dass an diesem Wechselwirkungspunkt reine Myon-Flavor-Zustände entstehen und dass die einzige neuartige Wechselwirkung bei dem tatsächlichen Streuprozess stattfindet, um das Szenario so einfach wie möglich zu halten. Insbesondere beschränken wir uns deshalb auf die Streuung von einem Myon-Neutrino an einem Elektron und betrachten an dieser Stelle keine beliebigen Neutrinos im Anfangszustand. Diese Einschränkung ist sinnvoll, wenn man die typischen Oszillationslängen $L > 10^3$ km bei einer Energie von etwa 20 GeV mit der Wegstrecke von etwa 500 m vergleicht, die die am Eisentarget erzeugten Neutrinos bis zum eigentlichen Wechselwirkungspunkt zurücklegen müssen.

Entscheidet man sich durch Anlegen des Magnetfelds in einer bestimmten Richtung dafür, die negativ geladenen Hadronen mit dem Eisen zur Kollision zu bringen, entstehen entsprechend Myonen und Myonantineutrinos. So stehen dem Experiment ein energetisch breit gefächertes Neutrino- (Antineutrino-) Strahl mit einer mittleren Energie von $\langle E_\nu \rangle = 23.8$ GeV ($\langle E_{\bar{\nu}} \rangle = 19.3$ GeV) zur Verfügung. Das Eisenschild, an dem die (Anti-)Neutrinos erzeugt werden, befindet sich ca. 460 m von dem CHARM-Detektor entfernt. Er setzt sich im Wesentlichen aus dem target-Kalorimeter und einem Myon-Spektrometer zusammen. Es liegt ein inverser Myon-Zerfall vor, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind [124]: erstens fordert man die Erzeugung eines Myons im Kalorimeter und dessen anschließendem Eindringen in das Myon-Spektrometer ohne messbare Rückstoßenergie. Zweitens fordert man, dass zum Zeitpunkt der Erzeugung kaum hadronische Aktivitäten am Vertex stattgefunden haben. Aus diesen beiden Forderungen wird deutlich, dass das auslaufende Neutrino nicht nachgewiesen wird. Insbesondere dessen Flavor bleibt experimentell unbestimmt. Deshalb gehen wir vor wie bei den Zerfällen $l' \rightarrow l\bar{\nu}_l\nu_{l'}$ und betrachten neben dem inversen Myon-Zerfall auch die Leptonzahl-verletzenden Prozesse $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_\mu$ und $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_\tau$.

Berechnung des Wirkungsquerschnitts

Ausgehend von einem ruhenden Elektron mit Viererimpuls $p^\mu = (m_e, \vec{0})$ und Ruhemasse m_e lässt sich der Streuprozess $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_i$, $i = e, \mu, \tau$ schematisch wie in Abb. 7.1 darstellen. Der Impuls des einlaufenden Neutrinos sei so gewählt, dass er keine Komponenten entlang der x - oder y -Achse besitzt, etwa $l^\mu = (E_1, 0, 0, E_1)$. Die Massen der Neutrinos werden vernachlässigt. Die beiden auslaufenden Teilchen bewegen sich in einer Ebene, die wir so wählen, dass der Myonimpuls die Form $p'^\mu = (E_2, p_2 \sin \theta, 0, p_2 \cos \theta)$ hat. Der räumliche

Operator	Kopplung	Flavor	Endzustand
$\mathcal{O}_{u(1)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.719$ $ \alpha \lesssim 9.81$ $ \alpha \lesssim 9.81$	$(e\mu\mu e), (\mu e e \mu)$ $(\mu\mu e \mu), (\mu\mu\mu e), (\mu e \mu \mu), (e\mu\mu\mu)$ $(\mu e \tau \mu), (\mu \tau e \mu), (e\mu\mu\tau), (\tau\mu\mu e)$	$\nu_e\mu^-$ $\nu_\mu\mu^-$ $\nu_\tau\mu^-$
$\mathcal{O}_{u(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.359$ $ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.719$ $ \alpha \lesssim 0.719$ $ \alpha \lesssim 9.81$ $ \alpha \lesssim 9.81$ $ \alpha \lesssim 4.91$	$(\mu\mu e e), (e e \mu\mu)$ $(\mu e e \mu), (e\mu\mu e)$ $(\mu e \mu e)$ $(\mu\mu e \mu), (e\mu\mu\mu), (\mu\mu\mu e), (\mu e \mu \mu)$ $(\mu e \tau \mu), (\tau\mu\mu e), (\mu \tau e \mu), (e\mu\mu\tau)$ $(\mu\mu e \tau), (e\tau\mu\mu), (\mu\mu\tau e), (\tau e\mu\mu)$	$\nu_e\mu^-$ $\nu_e\mu^-$ $\nu_e\mu^-$ $\nu_\mu\mu^-$ $\nu_\tau\mu^-$ $\nu_\tau\mu^-$
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 30.7$ $ \alpha \lesssim 30.7$ $ \alpha \lesssim 30.7$	$(\mu\mu e e), (e e \mu\mu)$ $(\mu\mu e \mu), (\mu e \mu \mu)$ $(\mu\mu e \tau)$	$\nu_e\mu^-$ $\nu_\mu\mu^-$ $\nu_\tau\mu^-$

Tab. 7.1.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{u(1)}$, $\mathcal{O}_{u(3)}$ und \mathcal{O}_{le} bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\sigma_{as}^0(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_i \mu^-)$ mit $i = e, \mu, \tau$ [124]

Impuls ist durch $p_2 = \sqrt{E_2^2 - m_\mu^2}$ gegeben, wobei m_μ die Myonmasse bezeichnet. Die Bewegungsrichtung des auslaufenden Myons schließt mit der z -Achse den Winkel θ ein. Der Impuls des auslaufenden Neutrinos ist wegen der Energie-Impuls-Erhaltung durch die übrigen drei Impulse festgelegt $l^\mu = p^\mu + l^\mu - p'^\mu$. Nach Fermis goldener Regel ist der differenzielle Wirkungsquerschnitt analog zur differenziellen Zerfallsbreite in Gleichung (6.1) das Produkt von Flussfaktor ω^{-1} , Delta-Distribution, Phasenraumdichte und Matrixelementquadrat

$$d\sigma = \frac{1}{2\omega} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p + l - p' - l') \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2p'^0} \frac{d^3 l'}{(2\pi)^3 2l'^0} |\mathcal{M}_{fi}|^2. \quad (7.1)$$

Für Streuung am ruhenden Elektron lautet der Flussfaktor $\omega = 2m_e E_1$. Da nur die Neutrinos polarisiert vorliegen, wird über den Spin des Elektrons gemittelt und über den Myonspin summiert. Über die Energie E_1 des einlaufenden Neutrinos muss ebenfalls gemittelt werden. In guter Näherung kann bei dem CHARM-Experiment statt einer Verteilungsfunktion über den erlaubten Bereich eine mittlere Energie $\langle E_\nu \rangle$ angegeben werden. Deshalb reduziert sich die Mittelung über E_1 auf das Einsetzen des Mittelwerts in den Integranden. Nach der Integration über den Azimutwinkel und unter Berücksichtigung der kinematischen

Operator	Kopplung	Flavor	Endzustand
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 37.9$	$(e\mu), (\mu e)$	$\nu_\mu \mu^-$
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 4.01 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 5.57 \times 10^3$	$(e\mu)$ (μe)	$\nu_\mu \mu^-$ $\nu_\mu \mu^-$
\mathcal{O}_{eW}	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 1.30 \times 10^5$ $ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 7.73 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 5.18 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 3.64 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 3.68 \times 10^2$	(ee) $(\mu\mu)$ $(e\mu)$ (μe) $(e\tau), (\tau e)$	$\nu_e \mu^-$ $\nu_e \mu^-$ $\nu_\mu \mu^-$ $\nu_\mu \mu^-$ $\nu_\tau \mu^-$
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 8.10 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 2.48 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 1.90 \times 10^7$ $ \alpha \lesssim 2.66 \times 10^7$	$(e\mu)$ (μe) $(e\mu)$ (μe)	$\nu_e \mu^-$ $\nu_e \mu^-$ $\nu_\mu \mu^-$ $\nu_\mu \mu^-$
\mathcal{O}_{lW}	$ \operatorname{Im}(\alpha) \lesssim 2.12 \times 10^6$ $ \operatorname{Im}(\alpha) \lesssim 2.56 \times 10^6$ $ \alpha \lesssim 1.48 \times 10^5$ $ \alpha \lesssim 4.52 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 1.04 \times 10^7$ $ \alpha \lesssim 1.81 \times 10^6$ $ \alpha \lesssim 2.72 \times 10^6$ $ \alpha \lesssim 21.1$	(ee) $(\mu\mu)$ $(e\mu)$ (μe) $(e\mu)$ (μe) $(e\tau)$ (τe)	$\nu_e \mu^-$ $\nu_e \mu^-$ $\nu_e \mu^-$ $\nu_e \mu^-$ $\nu_\mu \mu^-$ $\nu_\mu \mu^-$ $\nu_\tau \mu^-$ $\nu_\tau \mu^- \star??$
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	$ \alpha \lesssim 2.53 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 19.4$	$(e\mu), (\mu e)$ $(e\mu), (\mu e)$	$\nu_e \mu^-$ $\nu_\mu \mu^-$
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 0.709$ $ \alpha \lesssim 2.53 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 19.4$ $ \alpha \lesssim 4.84$	$(ee), (\mu\mu)$ $(e\mu), (\mu e)$ $(e\mu), (\mu e)$ $(e\tau)$	$\nu_e \mu^-$ $\nu_e \mu^-$ $\nu_\mu \mu^-$ $\nu_\tau \mu^-$
\mathcal{O}_{De}	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 1.93 \times 10^6$ $ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 9.40 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 8.11 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 4.20 \times 10^3$	(ee) $(\mu\mu)$ (μe) (τe)	$\nu_e \mu^-$ $\nu_e \mu^-$ $\nu_\mu \mu^-$ $\nu_\tau \mu^-$
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 3.53 \times 10^6$ $ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 9.40 \times 10^3$ $ \alpha \lesssim 1.08 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 5.71 \times 10^3$	(ee) $(\mu\mu)$ $(e\mu)$ (τe)	$\nu_e \mu^-$ $\nu_e \mu^-$ $\nu_\mu \mu^-$ $\nu_\tau \mu^-$

Tab. 7.2.: Schranken für die Kopplungen der Drei-Teilchen-Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\sigma_{as}^0(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_e \mu^-)$ [124]

Grenzen erhält man eine Gleichung für den totalen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma = \frac{1}{32\pi m_e E_1^2} \int_a^b dE_2 |\mathcal{M}(E_2, \cos \theta_0)|^2, \quad (7.2)$$

wobei der Streuwinkel θ_0 durch die Energie E_2 des auslaufenden Neutrinos festgelegt ist

$$\cos \theta_0(E_2) = \frac{2E_1 E_2 - 2m_e(E_1 - E_2) - m_e^2 - m_\mu^2}{2E_1 p_2}. \quad (7.3)$$

Da der Cosinus nur Werte zwischen -1 und 1 besitzt, muss die Energie E_2 im Intervall

$$I = \left[\frac{m_e^2 + m_\mu^2}{2m_e}, \frac{(2E_1 + m_e)^2 + m_\mu^2}{2(2E_1 + m_e)} \right] \quad (7.4)$$

liegen. Mit den Feynman-Regeln des Standardmodells lässt sich der Streuprozess $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_e \mu^-$ durch den Austausch eines W -Bosons realisieren, das zwischen dem einlaufenden Neutrino unter Abstrahlung eines Myons und dem einlaufenden Elektron unter Abstrahlung eines Elektroneneutrinos ausgetauscht wird. Der totale Wirkungsquerschnitt hat unter Berücksichtigung, dass der Impulsübertrag klein gegen die Masse des W -Bosons ist, die Gestalt

$$\sigma = \frac{g^4 (2E_1 m_e + m_e^2 - m_\mu^2)^2}{32\pi m_W^4 m_e (2E_1 + m_e)}. \quad (7.5)$$

Da die Energie E_1 des einlaufenden Neutrinos groß gegenüber den beteiligten Massen m_e und m_μ ist, gilt für $E_1 \gg m_\mu \gg m_e$ die Näherung

$$\tilde{\sigma} = \frac{g^4 E_1 m_e}{16\pi m_W^4} = \frac{2sG_\mu^2}{\pi}, \quad (7.6)$$

wobei $s = 2m_e E_1$ das Quadrat der Schwerpunktsenergie bezeichnet. Die Observable, die schließlich von der CHARM-Kollaboration angegeben wird, ist σ_{as}^0 , die sogenannte *asymptotic cross section slope*, die mit dem totalen Wirkungsquerschnitt gemäß

$$\sigma = \sigma_{as}^0 E_1 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{s} \right)^2 \quad (7.7)$$

zusammenhängt. Der numerische Wert von σ_{as}^0 lautet [124]:

$$\sigma_{as}^0 = (16.51 \pm 0.93) \times 10^{-42} \text{ cm}^2 \text{ GeV}^{-1} \quad (7.8)$$

Anhand der Messergebnisse der CHARM-Kollaboration von 1995 [124] findet man Obergrenzen für die neuen Kopplungskonstanten (Tab. 7.1, 7.2), die ähnlich aussagekräftig sind wie die aus dem Myon-Zerfall gewonnenen. Der Operator $\mathcal{O}_{\varphi e}$ trägt überhaupt nicht bei. Die Aussagen über Grenzen der Kopplungen zu Operatoren, die einen Feldstärketensor

enthalten, sind mit Werten oberhalb von einigen Hundert sehr schwach. Das Gleiche gilt für die beiden Operatoren \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$, die auf Leptonfelder angewandte Ableitungen enthalten. Die einzigen Ausnahmen sind \mathcal{O}_{eeB} und \mathcal{O}_{lW} mit der Flavor-Kombination (τe) . Die zu ihnen gehörenden Abschätzungen liegen mit denen von $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$ und $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$ unterhalb von zwanzig. Speziell der durch die Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$ und $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$ mit den Flavor-Kombinationen $(e\mu)$, (μe) beschriebene Leptonzahl-erhaltende Prozess liefert Obergrenzen im Prozentbereich und ist deshalb besonders interessant. Auch bei den Vier-Fermion-Operatoren stellt sich heraus, dass der Leptonzahl-erhaltende Kanal die besten Abschätzungen liefert. Die Obergrenzen für die Kopplungen aller Flavor-Kombinationen des Operators \mathcal{O}_{le} liegen bei etwa 31, die Obergrenzen zu $\mathcal{O}_{ll(1)}$ und $\mathcal{O}_{ll(3)}$ liegen unterhalb von zehn.

7.2. Elastische Myon(anti)neutrino-Elektron-Streuung

Die beiden leptonischen Streuprozesse $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ und $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$ dienen unter anderem zur Bestimmung der Kopplungen g_L und g_A des Elektrons an den schwachen neutralen Strom. Ausserdem liefern die Prozesse Grenzen für den Ladungsradius und das magnetische Moment des Neutrinos. Wir interessieren uns für die Messung des totalen Wirkungsquerschnitts dieser Reaktionen, um daraus Obergrenzen für die effektiven Kopplungskonstanten α abzuleiten. Die Messungen der beiden totalen Wirkungsquerschnitte, die den kleinsten Fehler enthalten, wurden in den 80er Jahren am BNL (**B**rookhaven **N**ational **L**aboratory) mit Hilfe des E734-Detektors durchgeführt [125].

Bemerkungen zum Experiment

An dieser Stelle sollen kurz die wesentlichen Aspekte des E734-Experiments beschrieben werden. Details zum Neutrinostrahl und dem Detektor findet man u.a. in [126, 127].

Am BNL stehen Protonen mit einer durchschnittlichen Energie von 28.3 GeV zur Verfügung. Diese werden auf ein target beschleunigt, das in Experimentierphase A und B aus Saphiren bestand, in Experimentierphase C aus Titan. Die abgebremsten Protonen erzeugen Kaonen und Pionen, die durch ihre Zerfälle auch Neutrinos produzieren. Um zwischen Neutrinos und Antineutrinos selektieren zu können, werden die Mesonen magnetisch fokussiert. Je nach Magnetfeld werden positiv bzw. negativ geladene Mesonen gebündelt und diejenigen Teilchen mit umgekehrter Ladung defokussiert. Um einen Neutrinostrahl zu erhalten, müssen die positiven Mesonen fokussiert werden, für den Antineutrinostrahl bündelt man die negativen Mesonen. Etwa 150 m vom target entfernt befindet sich der Detektor. Wir nehmen aus den gleichen Gründen wie denen in Abschnitt 7.1 beschriebenen an, dass keine Oszillationen auf dem Weg vom target zum Detektor stattgefunden haben und dass am Entstehungspunkt der (Anti-)Neutrinos noch keine neuen Effekte zu Tage treten. Die (Anti-)Neutrinos mit MyonFlavor sind für das Experiment wesentlich. Die Kontaminierung des Strahls durch Elektron(anti)neutrinos aus den Mesonzerfällen trägt zu Untergrunder-

eignissen im Detektor bei, deren Häufigkeit durch quasielastische Reaktionen $\nu_e n \rightarrow ep$ bzw. $\bar{\nu}_e p \rightarrow en$ bestimmt werden kann. Da zwischen run B und C einige Veränderungen am experimentellen Aufbau vorgenommen wurden, weichen die jeweiligen mittleren Energien voneinander ab: In run A und B betragen die mittleren Energien $\langle E_\nu \rangle$ von Neutrinos bzw. Antineutrinos 1.27 GeV bzw. 1.19 GeV, in run C 1.27 GeV bzw. 1.28 GeV. Der Flavor der (Anti-)neutrinos im Endzustand wurde nicht explizit bestimmt, was uns wiederum die Freiheit lässt, neben dem Standardmodellprozess auch die Leptonzahl-verletzenden Reaktionen $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_e e^-$ und $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$ zu betrachten.

Berechnung des Wirkungsquerschnitts

Die kinematischen Bedingungen für die Myon(anti)neutrino-Elektron-Streuung sind die gleichen wie die in Abschnitt 7.1. Deshalb ist die Integration über den Phasenraum analog zu der in Abschnitt 7.1 vorgestellten Berechnung. Anstelle der Integration über die Energie des einlaufenden (Anti-)Neutrinos benutzen wir wiederum die in [125] angegebene mittlere Energie und setzen voraus, dass sie die Energieverteilung hinreichend gut beschreibt.

Einzig die beiden Matrixelemente der Prozesse $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ und $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$ unterscheiden sich von dem des CHARM-Prozesses $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_e \mu^-$. Alle drei Prozesse haben gemeinsam, dass es im SM nur ein Feynman-Diagramm gibt, das den jeweiligen Prozess beschreibt. Es findet bei den in diesem Abschnitt betrachteten Reaktionen keine durch das W -Boson vermittelte Wechselwirkung statt. In den hier betrachteten Prozessen wird ein Z -Boson zwischen den (Anti-)Neutrinos und den Elektronen ausgetauscht. Um den Wirkungsquerschnitt für die Neutrino-Streuung zu berechnen, betrachtet man das Matrixelement

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-) &= -i \frac{g^2}{4c_W^2} (\bar{u}_{\nu_\mu}(l') \gamma_\mu P_L u_{\nu_\mu}(l)) \frac{1}{q^2 - m_Z^2} \\ &\quad \times (\bar{u}_e(p') (2s_W^2 \gamma^\mu - \gamma^\mu P_L) u_e(p)), \end{aligned} \quad (7.9)$$

während für die Antineutrino-Streuung das Matrixelement

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-) &= -i \frac{g^2}{4c_W^2} (\bar{v}_{\bar{\nu}_\mu}(l) \gamma_\mu P_L v_{\bar{\nu}_\mu}(l')) \frac{1}{q^2 - m_Z^2} \\ &\quad \times (\bar{u}_e(p') (2s_W^2 \gamma^\mu - \gamma^\mu P_L) u_e(p)) \end{aligned} \quad (7.10)$$

relevant ist, bei dem die Rollen der beiden ein- und auslaufenden Neutrinos vertauscht wurden. Für $m_W \gg E_\nu$ betragen demnach die totalen Wirkungsquerschnitte

$$\sigma(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-) = \frac{G_F^2 m_e E_\nu}{2\pi} \left((1 - 2s_W^2)^2 + \frac{4}{3} s_W^4 \right) \quad (7.11)$$

und

$$\sigma(\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-) = \frac{G_F^2 m_e E_\nu}{2\pi} \left(\frac{1}{3} (1 - 2s_W^2)^2 + 4s_W^4 \right). \quad (7.12)$$

Operator	Kopplung	Flavor	Endzustand
\mathcal{O}_{le}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 7.86$ $ \alpha \lesssim 15.6$	$(\mu e e \mu)$ $(e e e \mu), (\mu e e e), (i e e \mu), (\mu e e i), i = e, \tau$	$\nu_\mu e^-$ $\nu_i e^-$
$\mathcal{O}_{ll(1)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.564$ $ \alpha \lesssim 4.50$	$(e e \mu \mu), (\mu \mu e e)$ $(e e i \mu), (e e \mu i), (i \mu e e), (\mu i e e)$	$\nu_\mu e^-$ $\nu_i e^-, i = e, \tau$
$\mathcal{O}_{ll(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.282$ $ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.564$ $ \alpha \lesssim 4.50$ $ \alpha \lesssim 2.25$	$(e \mu \mu e), (\mu e e \mu)$ $(e e \mu \mu), (\mu \mu e e)$ $(e e i \mu), (e e \mu i), (i \mu e e), (\mu i e e)$ $(\mu e e \tau), (\tau e e \mu)$	$\nu_\mu e^-$ $\nu_\mu e^-$ $\nu_i e^-, i = e, \tau$ $\nu_\tau e^-$
\mathcal{O}_{eeB}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 5.66 \times 10^8$	(ee)	$\nu_\mu e^-$
\mathcal{O}_{eB}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.31 \times 10^5$	(ee)	$\nu_\mu e^-$
\mathcal{O}_{eW}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.26 \times 10^5$ $ \alpha \lesssim 1.14 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 8.63 \times 10^3$	(ee) (μe) (μe)	$\nu_\mu e^-$ $\nu_\mu e^-$ $\nu_e e^-$
\mathcal{O}_{lB}	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 8.13 \times 10^7$ $ \text{Im}(\alpha) \lesssim 5.69$ $ \alpha \lesssim 28.1$	(ee) $(\mu\mu)$ $(e\mu), (\mu e), (e\tau), (\tau e)$	$\nu_\mu e^-$ $\nu_\mu e^-$ $\nu_i e^-, i = e, \tau$
\mathcal{O}_{lW}	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 4.46 \times 10^7$ $ \text{Im}(\alpha) \lesssim 10.39$ $ \alpha \lesssim 1.61 \times 10^8$ $ \alpha \lesssim 51.20$	(ee) $(\mu\mu)$ $(e\mu), (\mu e)$ $(\mu e), (e\mu), (\mu\tau), (\tau\mu)$	$\nu_\mu e^-$ $\nu_\mu e^-$ $\nu_\mu e^-$ $\nu_i e^-, i = e, \tau$
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 7.71$	(ee)	$\nu_\mu e^-$
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 4.45$ $ \text{Im}(\alpha) \lesssim 7.42$ $ \alpha \lesssim 14.84$	(ee) $(\mu\mu)$ $(e\mu), (\mu e), (\tau\mu), (\mu\tau)$	$\nu_\mu e^-$ $\nu_\mu e^-$ $\nu_i e^-, i = e, \tau$
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.12$ $ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.67$ $ \alpha \lesssim 3.03$ $ \alpha \lesssim 2.55$ $ \alpha \lesssim 14.83$	(ee) $(\mu\mu)$ $(e\mu)$ $(e\mu)$ $(\tau\mu), (\mu e)$	$\nu_\mu e^-$ $\nu_\mu e^-$ $\nu_\mu e^-$ $\nu_e e^-$ $\nu_i e^-, i = e, \tau$
$\mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.08 \times 10^7$ $ \alpha \lesssim 2.18 \times 10^5$ $ \alpha \lesssim 1.05 \times 10^5$	(ee) (μe) (μe)	$\nu_\mu e^-$ $\nu_\mu e^-$ $\nu_e e^-$

Tab. 7.3.: Schranken für die effektiven Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\sigma^0(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-)$ [125]

Operator	Kopplung	Flavor	Endzustand
\mathcal{O}_{le}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.844$ $ \alpha \lesssim 7.27$	$(\mu e e \mu)$ $(e e e \mu), (\mu e e e), (i e e \mu), (\mu e e i), i = e, \tau$	$\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_i e^-$
$\mathcal{O}_{ll(1)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.09$ $ \alpha \lesssim 6.25$	$(e e \mu \mu), (\mu \mu e e)$ $(e e i \mu), (e e \mu i), (i \mu e e), (\mu i e e)$	$\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_i e^-, i = e, \tau$
$\mathcal{O}_{ll(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.544$ $ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.09$ $ \alpha \lesssim 6.25$ $ \alpha \lesssim 3.12$	$(e \mu \mu e), (\mu e e \mu)$ $(e e \mu \mu), (\mu \mu e e)$ $(e e i \mu), (e e \mu i), (i \mu e e), (\mu i e e)$ $(\mu e e \tau), (\tau e e \mu)$	$\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_i e^-, i = e, \tau$ $\nu_\tau e^-$
\mathcal{O}_{eeB}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 6.28 \times 10^7$	(ee)	$\bar{\nu}_\mu e^-$
\mathcal{O}_{eB}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.60 \times 10^5$	(ee)	$\bar{\nu}_\mu e^-$
\mathcal{O}_{eW}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 8.78 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 3.15 \times 10^5$ $ \alpha \lesssim 7.04 \times 10^3$	(ee) (μe) (μe)	$\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_e e^-$
\mathcal{O}_{lB}	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 3.24 \times 10^8$ $ \text{Im}(\alpha) \lesssim 4.97$ $ \alpha \lesssim 22.53$	(ee) $(\mu\mu)$ $(e\mu), (\mu e), (e\tau), (\tau e)$	$\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_i e^-, i = e, \tau$
\mathcal{O}_{lW}	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 1.78 \times 10^8$ $ \text{Im}(\alpha) \lesssim 9.06$ $ \alpha \lesssim 1.33 \times 10^8$ $ \alpha \lesssim 41.08$	(ee) $(\mu\mu)$ $(e\mu), (\mu e)$ $(\mu e), (e\mu), (\mu\tau), (\tau\mu)$	$\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_i e^-, i = e, \tau$
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 3.57$	(ee)	$\bar{\nu}_\mu e^-$
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 6.19$ $ \text{Im}(\alpha) \lesssim 6.42$ $ \alpha \lesssim 12.83$	(ee) $(\mu\mu)$ $(e\mu), (\mu e), (\tau\mu), (\mu\tau)$	$\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_i e^-, i = e, \tau$
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.16$ $ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.25$ $ \alpha \lesssim 4.21$ $ \alpha \lesssim 3.50$ $ \alpha \lesssim 12.83$	(ee) $(\mu\mu)$ $(e\mu)$ $(e\mu)$ $(\tau\mu), (\mu e)$	$\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_e e^-$ $\bar{\nu}_i e^-, i = e, \tau$
$\mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 6.99 \times 10^6$ $ \alpha \lesssim 7.28 \times 10^4$ $ \alpha \lesssim 8.56 \times 10^4$	(ee) (μe) (μe)	$\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_\mu e^-$ $\bar{\nu}_e e^-$

Tab. 7.4.: Schranken für die effektiven Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\sigma^0(\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-)$ [125]

Sie sind eine lineare Funktion von der Energie E_ν . Es bietet sich an, diese Abhängigkeit zu eliminieren und das Ergebnis der Messung als Koeffizient der Neutrinoenergie anzugeben [125]:

$$\sigma^0(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-) = \frac{\sigma(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-)}{\langle E_\nu \rangle} = (1.80 \pm 0.20 \pm 0.25) \times 10^{-42} \text{ cm}^2 \text{ GeV}^{-1} \quad (7.13)$$

$$\sigma^0(\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-) = \frac{\sigma(\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-)}{\langle E_\nu \rangle} = (1.17 \pm 0.16 \pm 0.13) \times 10^{-42} \text{ cm}^2 \text{ GeV}^{-1} \quad (7.14)$$

Anhand der Fehlerintervalle lassen sich die effektiven, neuen Kopplungskonstanten, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, abschätzen. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 7.3 – 7.4 dargestellt.

Vergleicht man die beiden Prozesse miteinander, lässt sich feststellen, dass die aus dem Antineutrino-Streuprozess gewonnenen Obergrenzen bis auf einige Ausnahmen kleiner sind als die aus dem Neutrino-Streuprozess. Der Grund dafür sind die kleineren experimentellen Fehler von $\sigma(\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-)$ gegenüber denen von $\sigma(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-)$. Da die analytischen Ausdrücke der beiden Wirkungsquerschnitte für $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$ und $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ jedoch nicht völlig übereinstimmen, ist es nicht überraschend, dass es Ausnahmen gibt. Dazu zählen folgende Operatoren mit Flavor-Kombinationen:

- $\mathcal{O}_{U(3)}$ mit $(eei\mu)$, $(ee\mu i)$, $(i\mu ee)$, $(\mu i ee)$, $(\mu e e\tau)$, $(\tau e e\mu)$ ($i = e, \tau$),
- \mathcal{O}_{eW} mit (μe) , \mathcal{O}_{lB} mit (ee) , \mathcal{O}_{lW} mit (ee) , $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$ mit (ee) und $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$ mit (ee) , $(e\mu)$.

Bei beiden Streuprozessen sind die maximalen Werte der Kopplungen der Vier-Fermion-Operatoren im interessanten Bereich kleiner gleich 16. Die Leptonzahl-erhaltenden Moden führen für $\mathcal{O}_{U(1)}$ und $\mathcal{O}_{U(3)}$ zu $|\alpha| \lesssim 1$. Wie auch schon bei den Ergebnissen des inversen Myonzerfalls im vorigen Abschnitt beobachtet, sind die Obergrenzen für Kopplungen von Operatoren, die Feldstärketensoren bzw. Ableitungen der Fermionfelder enthalten, im Allgemeinen $\gtrsim 10^3$ und besitzen wenig Aussagekraft. Ausnahmen bilden \mathcal{O}_{lB} und \mathcal{O}_{lW} mit den Flavor-Kombinationen $(\mu\mu)$, $(e\mu)$, (μe) , $(e\tau)$, (τe) . Die dazugehörigen Grenzen sind um 6–7 Größenordnungen besser als die Grenzen zu den anderen Flavor-Kombinationen, was damit zusammenhängt, dass im Falle der Flavor-Kombinationen $(\mu\mu)$, $(e\mu)$, (μe) , $(e\tau)$, (τe) ein Photonaustausch möglich ist. Dieser Prozess ist mit einer anomalen Kopplung $\propto \sigma^{\mu\nu}$ verbunden. Die Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi e}$, $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$ und $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$ führen mit jeder Flavor-Kombination zu Obergrenzen im Bereich 1.25 – 14.8.

7.3. Elastische Elektron-Elektronneutrino-Streuung

Die Streuung von Elektronneutrinos an Elektronen ist ein Prozess, der zu Einblicken in die Natur der schwachen Wechselwirkung in mehrfacher Hinsicht beiträgt. Dazu zählen das

Operator	Kopplung	Flavor	Endzustand
\mathcal{O}_{le}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 23.31$ $ \alpha \lesssim 46.63$	$(eeee)$ $(ieee), (eeei), i = \mu, \tau$	$\nu_e e^-$ $\nu_i e^-, i = \mu, \tau$
$\mathcal{O}_{ll(1)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.932$ $ \alpha \lesssim 13.51$	$(eeee)$ $(eeei), (eeie), (eiee), (ieee)$	$\nu_e e^-$ $\nu_i e^-, i = \mu, \tau$
$\mathcal{O}_{ll(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.932$ $ \alpha \lesssim 13.51$	$(eeee)$ $(eeei), (eeie), (eiee), (ieee)$	$\nu_e e^-$ $\nu_i e^-, i = \mu, \tau$
\mathcal{O}_{eeB}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.26 \times 10^{11}$	(ee)	$\nu_e e^-$
\mathcal{O}_{eB}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.11 \times 10^6$	(ee)	$\nu_e e^-$
\mathcal{O}_{eW}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.33 \times 10^5$ $ \alpha \lesssim 1.63 \times 10^5$	(ee) $(\mu e), (\tau e)$	$\nu_e e^-$ $\nu_i e^-, i = \mu, \tau$
\mathcal{O}_{lB}	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 12.2$ $ \alpha \lesssim 84.5$	(ee) $(e\mu), (\mu e), (e\tau), (\tau e)$	$\nu_e e^-$ $\nu_i e^-, i = \mu, \tau$
\mathcal{O}_{lW}	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 22.2$ $ \alpha \lesssim 1.54 \times 10^2$	(ee) $(e\mu), (\mu e), (e\tau), (\tau e)$	$\nu_e e^-$ $\nu_i e^-, i = \mu, \tau$
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 23.1$	(ee)	$\nu_e e^-$
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 25.1$ $ \alpha \lesssim 15.1$	(ee) $(e\mu), (\mu e), (e\tau), (\tau e)$	$\nu_e e^-$ $\nu_i e^-, i = \mu, \tau$
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.46$ $ \alpha \lesssim 7.68$ $ \alpha \lesssim 44.4$	(ee) $(e\mu), (e\tau)$ $(\mu e), (\tau e)$	$\nu_e e^-$ $\nu_i e^-, i = \mu, \tau$ $\nu_i e^-, i = \mu, \tau$
\mathcal{O}_{De}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 8.95 \times 10^7$ $ \alpha \lesssim 1.96 \times 10^6$	(ee) $(\mu e), (\tau e)$	$\nu_e e^-$ $\nu_i e^-, i = \mu, \tau$
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.08 \times 10^7$ $ \alpha \lesssim 1.99 \times 10^6$	(ee) $(\mu e), (\tau e)$	$\nu_e e^-$ $\nu_i e^-, i = \mu, \tau$

Tab. 7.5.: Schranken für die effektiven Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\sigma^0(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-)$ [129]

elektromagnetische Moment des Elektrons, der schwache Mischungswinkel und die Interferenz der geladenen und neutralen Ströme. Das Messergebnis des am LAMPF zwischen 1985 und 1993 durchgeführten Experiments mit dem CNTR-Detektor zur Bestimmung des Wirkungsquerschnitts kann wie das Ergebnis des CHARM-Experiments in Abschnitt 7.1 benutzt werden, um Obergrenzen für die effektiven Kopplungen der leptonischen Operatoren zu gewinnen.

Bemerkungen zum Experiment

Protonen aus dem Linearbeschleuniger des LAMPF werden mit einer Energie von 800 MeV auf einen *beam stop* beschleunigt. Dort werden positive Pionen erzeugt und gestoppt. Sie zerfallen gemäß einem Zwei-Körper-Zerfall in ein Anti-Myon und ein Myonneutrino $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$. Anschließend zerfällt das Anti-Myon, wie in Abschnitt 6.1 ausführlich beschrieben, in ein Positron und Neutrinos $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$. Die so entstandenen Neutrinos haben eine mittlere Energie von $\langle E_\nu \rangle = 31.7$ MeV. Ausserdem ist es nicht möglich, die verschiedenen Neutrinoarten, die aus den Pionen und Myonen entstehen, voneinander zu trennen und mit ihnen räumlich oder zeitlich separierte Experimente durchzuführen. Obwohl im Grunde nur die Reaktion $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$ von Interesse ist, tragen also auch die Streuprozesse $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ und $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$ zur Ereignisrate bei. Man korrigiert diesen Effekt, indem man die Ergebnisse der Messungen der entsprechenden Wirkungsquerschnitte [125, 130] von der gesamten Messung subtrahiert. Da der Flavor des Neutrinos im Endzustand unbestimmt bleibt, können wir neben den SM-Prozessen ebenfalls die Leptonzahl-verletzenden Reaktionen $\nu_e e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ und $\nu_e e^- \rightarrow \nu_\tau e^-$ betrachten, um aus dem Fehler der Messung Obergrenzen an neue Effekte zu bestimmen.

Berechnung des Wirkungsquerschnittes

Im Grunde berechnet man den Wirkungsquerschnitt $\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-)$ analog zu dem von der CHARM-Kollaboration gemessenen Streuprozess. Die Reaktionen unterscheiden sich kinematisch nicht. Der Unterschied besteht wie bei den Streuprozessen im vorigen Abschnitt einzig im Matrixelement. Im Rahmen des Standardmodells kann bei dem in diesem Abschnitt diskutierten Streuprozess sowohl ein virtuelles W^- - als auch ein virtuelles Z -Boson ausgetauscht werden. Deshalb besteht das Matrixelement aus Beiträgen von zwei verschiedenen Feynman-Diagrammen. Unter Vernachlässigung der Elektronmasse und des Impulsübertrages der Eichbosonen gegenüber deren Massen erhält man

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) = \frac{s G_F^2}{\pi} (3 + 12s_W^2 + 16s_W^4), \quad (7.15)$$

wobei $s = 2m_e E_1$ das Quadrat der Schwerpunktsenergie ist. An Glg. (7.15) erkennt man, dass der Wirkungsquerschnitt, wie auch schon bei den übrigen Streuexperimenten, linear

von der Neutrinoenergie abhängt. Um diese Abhängigkeit zu eliminieren, bildet man wiederum den Quotienten aus dem Wirkungsquerschnitt und der Neutrinoenergie und erhält mit Hilfe der experimentellen Daten [129] schließlich

$$\sigma^0(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) = (10.0 \pm 1.5(\text{stat}) \pm 0.9(\text{sys})) \times 10^{-42} \text{ cm}^2 \text{ GeV}^{-1}. \quad (7.16)$$

Wir betrachten neben dem SM-Prozess auch die Leptonzahl-verletzenden Moden $\nu_e e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ und $\nu_e e^- \rightarrow \nu_\tau e^-$. Die Möglichkeiten, mit den effektiven Operatoren diese Prozesse zu beschreiben, sind aus rein kombinatorischen Gründen nicht so zahlreich wie bei dem CHARM-Prozess. Die Abschätzungen, die sich aus dem Fehlerintervall des LAMPF-Experiments ergeben, sind in Tabelle 7.5 zusammengestellt.

Wie bei den kinematisch verwandten Streuprozessen am CHARM- bzw. am E734-Detektor, sind die oberen Grenzen für die effektiven Kopplungen schlecht, wenn der zugehörige Operator Feldstärketensoren oder Ableitungen der Fermionfelder enthält. Eine Ausnahme bildet dabei nur der Operator \mathcal{O}_{IB} bzw. \mathcal{O}_{IW} mit (ee) . Die aus den restlichen Drei-Teilchen- und Vier-Fermion-Operatoren gewonnenen Abschätzungen sind im zweistelligen Bereich. Lediglich der Leptonzahl-erhaltende Streuprozess führt bei den Operatoren $\mathcal{O}_{u(1)}$, $\mathcal{O}_{u(3)}$ und $\mathcal{O}_{\phi(3)}$ zu interessanten Obergrenzen kleiner zwei.

7.4. Vergleich der Ergebnisse aus den Streuprozessen

Zusammenfassend lässt sich über die mit Hilfe der in den Abschnitten 7.1–7.3 diskutierten Streuprozessen gewonnenen Abschätzungen der effektiven Kopplungen folgendes sagen:

Aus den Vier-Fermion-Operatoren resultieren Ausschlussgrenzen der Größenordnung 10^2 . Diese sind im allgemeinen um mehr als zwei Größenordnungen besser als diejenigen Obergrenzen, die aus den Beiträgen der Drei-Teilchen-Operatoren gewonnen werden können, die Ableitungen von Fermion-Feldern bzw. Feldstärketensoren enthalten. Die kleinste maximale Kopplungskonstante dieser Drei-Teilchen-Operatoren liegt bei 10^4 und dient deshalb nicht zur Eingrenzung der zugehörigen Kopplungen. Am interessantesten sind die Obergrenzen $\lesssim 1$, die sich zum Teil bei den Vier-Fermion-Operatoren und $\mathcal{O}_{\phi(3)}$ finden. Speziell aus dem CHARM-Experiment resultieren zwei Schranken für die Kopplungen $\mathcal{O}_{\phi(1)}$ und $\mathcal{O}_{\phi(3)}$ mit $(e\mu)$, (μe) , die im Prozentbereich liegen.

Vergleicht man die Qualität der Ergebnisse der unterschiedlichen Streuprozesse, so findet man keine Reaktion davon in dem Sinne ausgezeichnet, dass besonders viele starke Abschätzungen aus ihr abgeleitet werden können. Die Anzahl der Obergrenzen im Bereich $\lesssim 1$ ist bei den Prozessen ungefähr gleich. Deshalb ist keines der Messergebnisse aussagekräftiger als die anderen. Um bessere Abschätzungen zu erhalten, muss jede der Kollaborationen versuchen, den Messfehler zu minimieren.

8. Prozesse mit reellem, neutralem Eichboson

Neben den bisher diskutierten Prozessen sind auch solche Zerfälle denkbar, in denen statt der neutralen Neutrinos eines der neutralen Eichbosonen γ bzw. Z auftritt. Aus Gründen der Helizitäts- bzw. Leptonzahlerhaltung sind diese Prozesse im SM jedoch verboten, da sich die Leptonfamilienzahl entlang der Fermionlinie ändert. Myonen können aus kinematischen Gründen nur leptonisch zerfallen, während Tau-Leptonen aufgrund ihrer großen Masse auch hadronisch zerfallen können¹. Mögliche dazu gekreuzte Prozesse sind LNC- und LNV-Zerfälle des Z -Bosons.

Zur Beschreibung der Prozesse, die insgesamt drei Teilchen involvieren, kommen auf Baumgraphenniveau lediglich die leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren in Betracht.

Wie bei den meisten im SM verbotenen Prozessen sind die Ausschlussgrenzen, die man aus den Zerfallsbreiten erhält, sehr klein. Dementsprechend sind die Obergrenzen der effektiven Kopplungen ebenfalls sehr stark, wie aus den folgenden Tabellen ersichtlich ist. Die in diesem Kapitel betrachteten Prozesse dienen deshalb besonders gut zur Eingrenzung der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren.

Erst wenn man voraussetzt, dass es in dem betrachteten Modell nicht möglich ist, durch eine Umdefinition der physikalischen Leptonfelder die Kopplung an die neutralen Eichbosonen zu diagonalisieren, d.h. die Zahl der Leptongeneration entlang der Fermionlinien konstant zu halten, sind solche LNV-Wechselwirkungen überhaupt möglich. In Kapitel 4 wurde gezeigt, dass es eine Vielzahl solcher Modelle gibt, in denen FCNC-Prozesse auf natürliche Weise auftreten und oft nur durch ad hoc-Annahmen unterdrückt werden können. Evidenzen für einen der LNV-Prozesse wären ein wertvoller Hinweis für die Modelle jenseits des SMs.

¹ Auf die semileptonischen Tau-Zerfälle kommen wir in Abschnitt 9.5 zurück.

8.1. Der neutrinolose Myon-Zerfall

Bemerkungen zum Experiment

Ende der Neunziger Jahre wurde am LAMPF das MEGA-Experiment durchgeführt, um die partielle Breite für den neutrinolosen Myon-Zerfall $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ zu bestimmen. Der von LAMPF zur Verfügung gestellte Myonstrahl wird im Zentrum des Magnetfelds eines supraleitenden Solenoiden durch Mylar-Folie gestoppt. Es handelt sich bei dem Prozess $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ um einen Zweikörperzerfall, bei dem sowohl Positron wie Elektron detektiert werden müssen und keine kontinuierlichen Spektren vorliegen. Der Detektor für das Positron besteht aus zylindrischen Drahtkammern, die das Mylar-target umgeben. Spätestens in der äussersten Schicht des Elektronendetektors haben die Positronen all ihre kinetische Energie abgegeben und kommen zur Ruhe. Der Photodetektor liegt weiter ausserhalb und besteht aus drei koaxialen, zylindrischen Paarspektrometern. Getriggert wird auf ein Elektron-Positron-Ereignis, das zu einem Photon mit einer gewissen Mindestenergie rekonstruiert werden kann. Liegen die Energien der rekonstruierten Teilchen, der zeitliche Abstand sowie der Öffnungswinkel im Akzeptanzbereich, liegt das Leptonzahl-verletzende Ereignis vor. Auf einem Konfidenzniveau von neunzig Prozent wurden weniger als 5.1 Kandidaten für den neutrinolosen Myon-Zerfall gefunden [90].

Berechnung der partiellen Zerfallsbreite

Operatoren, die die Kopplung zweier Leptonen an das Photon beschreiben, sind für diesen Abschnitt relevant. Gemäß [90] lautet die Obergrenze für die Zerfallsrate $\Gamma(\mu^- \rightarrow e^-\gamma)/\Gamma_{tot} < 1.2 \times 10^{-11}$ auf einem 90%-igen Konfidenzniveau. Zur Berechnung parametrisieren wir den auslaufenden Impuls des Photons q_μ und des Elektrons k_μ im Ruhesystem $p_\mu = (m_\mu, 0, 0, 0)$ des Myons. Wegen Impulserhaltung gilt

$$q_\mu = (E_q, 0, 0, E_q), \quad k_\mu = (E_e, 0, 0, -|k|) \quad \text{mit} \quad E_q = |k| \quad (8.1)$$

wobei die Energie des Photons und des Elektrons durch

$$E_q = \frac{1}{2}(m_\mu - \frac{m_e^2}{m_\mu}) \quad (8.2)$$

$$E_e = \frac{1}{2}(m_\mu + \frac{m_e^2}{m_\mu}) \quad (8.3)$$

gegeben sind. Die Integration des Matrixlements über den Phasenraum

$$\Gamma(e\gamma) = \frac{1}{16(2\pi)^2 m_\mu} \int \frac{d^3k}{E_e} \frac{d^3q}{E_q} \delta^{(4)}(p - k - q) |\mathcal{M}|^2 \quad (8.4)$$

ist dann trivial und man erhält unter Benutzung der Parametrisierung (8.1) für unpolarisierte Teilchen

$$\Gamma(e\gamma) = \frac{1}{16\pi m_\mu^2} E_e |\mathcal{M}(E_e)|^2. \quad (8.5)$$

Da es sich hier um einen Zerfall handelt, der im Standardmodell nicht realisiert ist,

Operator	Kopplung	Flavor
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha < 7.74 \times 10^{-6}$	für $(\mu e), (e\mu)$
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha < 1.17 \times 10^{-9}$	für $(\mu e), (e\mu)$
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha < 2.36 \times 10^{-9}$	für $(\mu e), (e\mu)$
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha < 7.74 \times 10^{-6}$	für $(\mu e), (e\mu)$
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha < 1.57 \times 10^{-5}$	für $(\mu e), (e\mu)$

Tab. 8.1.: Schranken für die Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ [90]

muss stets das Betragsquadrat des neuen Matrixelements berechnet werden. Einsetzen von Glg. (8.3) in das Matrixelement liefert die totale Zerfallsbreite $\Gamma(e\gamma)$. Die sich daraus ergebenden Obergrenzen für diejenigen Operatoren, die ein Photonfeld enthalten, findet man in Tabelle 8.1.

Bei diesem Prozess spielen die Vier-Fermion-Operatoren und diejenigen Drei-Teilchen-Operatoren, die kein Photonfeld enthalten, offensichtlich keine Rolle. Von allen möglichen Flavor-Kombinationen sind nur diejenigen von Interesse, die einen e^- und einen μ^- -Flavor enthalten. Die Obergrenzen an die Kopplungen der übrigen Operatoren sind in Tab. 8.1 aufgelistet. Die beiden Operatoren \mathcal{O}_{eB} (\mathcal{O}_{lB}) und \mathcal{O}_{eW} (\mathcal{O}_{lW}) liefern analytische Ausdrücke für die Zerfallsbreite, die bis auf den Faktor c_W^2 bzw. s_W^2 übereinstimmen. Dieser Faktor resultiert daraus, dass das Photon und das Z -Boson aus der Mischung des B^- mit dem W^0 -Boson hervorgehen (vgl. Glg. (1.10) und (1.11)). Das Verhältnis $s_W^2/c_W^2 \simeq 4$ schlägt sich als Faktor 2 in dem Verhältnis der Kopplungskonstanten nieder.

Ein Experiment am PSI, welches die Sensitivität um drei weitere Größenordnungen erhöht, ist in Planung [152] und macht diesen LNV-Zerfallsprozess zu einem der interessantesten im Hinblick auf die Einschränkung neuer Kopplungskonstanten von Operatoren, die Photonfelder enthalten.

8.2. Neutrinolose τ -Zerfälle

Operator	Kopplung	Flavor
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha < 1.73 \times 10^{-3}$	für $(\tau e), (e\tau)$
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha < 4.41 \times 10^{-6}$	für $(\tau e), (e\tau)$
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha < 8.93 \times 10^{-6}$	für $(\tau e), (e\tau)$
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha < 1.73 \times 10^{-3}$	für $(\tau e), (e\tau)$
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha < 3.50 \times 10^{-3}$	für $(\tau e), (e\tau)$

Tab. 8.2.: Schranken für die Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow e^- \gamma$ [153]

Bemerkungen zum Experiment $\tau^- \rightarrow e^- \gamma$

Der Analyse liegen die am BABAR-Detektor (Details siehe Abschnitt 6.6) aufgezeichneten Daten zugrunde, die insgesamt 2.07×10^8 $\tau^- \tau^+$ -Paare umfassen. Die Signatur eines Signals besteht aus einem Elektron-Photon-Paar mit einer invarianten Masse der Größe m_τ und einer totalen Energie von $\sqrt{s}/2$. Daneben werden einige Forderungen an die Energien und Impulse der einzelnen Spuren gestellt, um den Untergrund zu minimieren. Es liegen keine Evidenzen für einen neutrinolosen Leptonzerfall vor. Dementsprechend kann man eine Ausschlussgrenze $\text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma) < 1.1 \times 10^{-7}$ [153] aus den gesammelten Daten ableiten. Dieser Wert ist um etwa eine Größenordnung genauer als der des besten Vorgängerexperiments $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- \gamma) < 2.7 \times 10^{-6}$ [156] der CLEO-Kollaboration am Cornell Electron Storage Ring (CESR). Das nahezu zeitgleich durchgeführte Experiment am BELLE-Detektor liefert eine etwas schlechtere Ausschlussgrenze $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- \gamma) < 3.9 \times 10^{-7}$ [138] bei einer geringeren Luminosität.

Bemerkungen zum Experiment $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$

Die kleinste Obergrenze für das Verzweungsverhältnis des Leptonzahl-verletzenden Prozesses $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, die im PDG-update [36] von 2005 erschienen ist, wurde ebenfalls mit dem Belle-Detektor bestimmt und stammt aus dem Jahr 2003. Die Analyse [154] beruht auf einem Datensatz von 86.3 fb^{-1} . Auf einem neunzigprozentigen Konfidenzniveau konnte

Operator	Kopplung	Flavor
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha < 1.03 \times 10^{-3}$	für $(\tau\mu), (\mu\tau)$
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha < 2.63 \times 10^{-6}$	für $(\tau\mu), (\mu\tau)$
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha < 5.33 \times 10^{-6}$	für $(\tau\mu), (\mu\tau)$
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha < 1.03 \times 10^{-3}$	für $(\tau\mu), (\mu\tau)$
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha < 2.08 \times 10^{-3}$	für $(\tau\mu), (\mu\tau)$

Tab. 8.3.: Schranken für die Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ [155]

die Obergrenze für das Zerfallsverhältnis dieses Kanals mit $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < 3.1 \times 10^{-7}$ [154] angegeben werden. Diese Analyse führt zu einem um den Faktor 10 besseren Ergebnis als das vorangegangene Experiment am CLEO-Detektor ($\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < 1.1 \times 10^{-6}$ [157]). Von dem verwandten BABAR-Experiment liegt ebenfalls eine Messung vor, die die Obergrenze um einen weiteren Faktor 10 verkleinert $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < 3.9 \times 10^{-8}$ [155]. Obwohl die jüngste Messung nicht in das Particle Data Book-Update 2005 aufgenommen ist, legen wir den Abschätzungen der effektiven Kopplungen die Ergebnisse aus Referenz [155] zugrunde.

Bestimmung der partiellen Breite

Die partiellen Breiten der beiden Zerfälle $\tau^- \rightarrow e^- \gamma$ und $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ werden, unter Berücksichtigung der verschiedenen Massen, genauso bestimmt wie im vorigen Abschnitt 8.1 beschrieben. Die neuen Beiträge können höchstens den maximalen Wert der gemessenen Verzweigungsverhältnisse annehmen. Aus dieser Bedingung erhält man Grenzen an die neuen, effektiven Kopplungen von Operatoren mit Flavor-Verteilung $(e\tau), (\tau e)$ bzw. $(e\mu), (\mu e)$. Sie sind in den beiden Tabellen 8.2 und 8.3 zusammengefasst.

8.3. Vergleich der Ergebnisse der neutrinolosen Leptonzerfälle

In dem Artikel [153] findet man die beste Obergrenze für $\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \gamma)/\Gamma_{tot} < 1.1 \times 10^{-7}$. Diese experimentelle Schranke ist um vier Größenordnungen schlechter als das Limit für den analogen Zerfall des Myons $\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \gamma)/\Gamma_{tot} < 1.2 \times 10^{-11}$ [90]. Da die neuen Kopplungskonstanten quadratisch in die partiellen Breiten eingehen, sollten die Abschätzungen der Kopplungen entsprechend um etwa zwei Größenordnungen schwächer ausfallen. Zusätzlich spielt aber der größere Phasenraum des Tauzerfalls eine Rolle, der dazu führt, dass sich die Ergebnisse aus den unterschiedlich starken experimentellen Schranken für $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ und $\tau^- \rightarrow e^- \gamma$ unterscheiden (vgl. Tab. 8.1 und 8.2).

Wie man an den Ergebnissen in Tab. 8.2 und Tab. 8.3 erkennen kann, ist nicht das unterschiedliche Phasenraumvolumen maßgeblich für die unterschiedlichen Ergebnisse aus den beiden neutrinolosen Tau-Zerfällen. Wesentlich für die Güte der Obergrenzen der neuen Kopplungskonstanten ist die experimentelle Genauigkeit der jeweiligen Prozesse. Da sie für $\tau^- \rightarrow e^- \gamma$ um etwa 35% schlechter ist als für den Zerfall $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, fallen auch die Obergrenzen für die effektiven Kopplungen aus dem Prozess $\tau^- \rightarrow e^- \gamma$ um 59% schlechter² aus als für $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$.

8.4. Zerfälle $Z^0 \rightarrow l^+ l^-$

Für die totale Rate des Zerfalls eines unpolarisierten Z -Bosons in zwei Leptonen l^+ , l^- mit Impulsen k , l_1 und l_2 gilt

$$\Gamma(Z^0 \rightarrow l^+ l^-) = \frac{1}{24 \cdot (2\pi)^2 m_Z} \int \frac{d^3 l_1}{E_1} \frac{d^3 l_2}{E_2} \delta^{(4)}(k - l_1 - l_2) |\mathcal{M}|^2. \quad (8.6)$$

Das Matrixelement ist im Standardmodell gegeben durch

$$\mathcal{M} = -\epsilon_\alpha \bar{u}(l_1) \gamma^\alpha (g_V - g_A \gamma_5) v(l_2) \frac{g}{2 \cos \theta_W}, \quad (8.7)$$

wobei ϵ_α der Polarisationsvektor des Z -Bosons ist und

$$g_V = I_3 - 2q \sin^2 \theta_W, \quad g_A = I_3 \quad (8.8)$$

die Vektor- bzw. die Axialvektorkopplungen der Leptonen l sind. Summiert man über die Spins und Polarisierungen, erhält man unter der Benutzung der Parametrisierung

$$k_\mu = (m_Z, 0, 0, 0), \quad l_{1\mu} = (E_1, \vec{p}), \quad l_{2\mu} = (E_2, -\vec{p}) \quad (8.9)$$

² Die Kopplungen gehen quadratisch in das Verzweigungsverhältnis ein, deshalb unterscheiden sie sich um $\sqrt{0.35}$ voneinander.

Operator	e^+e^- [36]	$\mu^+\mu^-$ [36]	$(\tau^+\tau^-)$ [36]	$e^\pm\mu^\mp$ [160]	$e^\pm\tau^\mp$ [160]	$\mu^\pm\tau^\mp$ [161]
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 3.03$	$ \alpha \lesssim 4.00$	$ \alpha \lesssim 4.28$	$ \alpha \lesssim 1.40$	$ \alpha \lesssim 3.35$	$ \alpha \lesssim 3.71$
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 0.799$	$ \alpha \lesssim 1.06$	$ \alpha \lesssim 1.13$	$ \alpha \lesssim 0.261$	$ \alpha \lesssim 0.626$	$ \alpha \lesssim 0.693$
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 0.438$	$ \alpha \lesssim 0.580$	$ \alpha \lesssim 0.629$	$ \alpha \lesssim 0.143$	$ \alpha \lesssim 0.343$	$ \alpha \lesssim 0.380$
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 5.44 \times 10^5$	$ \alpha \lesssim 3.50 \times 10^3$	$ \alpha \lesssim 221$	$ \alpha \lesssim 1.40$	$ \alpha \lesssim 3.35$	$ \alpha \lesssim 3.71$
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 2.98 \times 10^5$	$ \alpha \lesssim 1.92 \times 10^3$	$ \alpha \lesssim 121$	$ \alpha \lesssim 0.766$	$ \alpha \lesssim 1.84$	$ \alpha \lesssim 2.03$
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 0.541$	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 0.715$	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 0.765$	$ \alpha \lesssim 0.250$	$ \alpha \lesssim 0.600$	$ \alpha \lesssim 0.663$
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.541$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.715$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.765$	$ \alpha \lesssim 0.250$	$ \alpha \lesssim 0.600$	$ \alpha \lesssim 0.663$
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \text{Im}(\alpha) \lesssim 0.541$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.715$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.765$	$ \alpha \lesssim 0.250$	$ \alpha \lesssim 0.600$	$ \alpha \lesssim 0.663$
\mathcal{O}_{De}	$ \alpha \lesssim 4.09$	$ \alpha \lesssim 5.42$	$ \alpha \lesssim 5.80$	$ \alpha \lesssim 1.34$	$ \alpha \lesssim 3.21$	$ \alpha \lesssim 3.55$
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \alpha \lesssim 4.09$	$ \alpha \lesssim 5.42$	$ \alpha \lesssim 5.80$	$ \alpha \lesssim 1.34$	$ \alpha \lesssim 3.21$	$ \alpha \lesssim 3.55$

Tab. 8.4.: Schranken für die Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus:

$$\begin{aligned}
 \text{BR}(Z \rightarrow e^+e^-) &= (3.363 \pm 0.004)\% [36] & \text{BR}(Z \rightarrow e^\pm\mu^\mp) &< 1.7 \times 10^{-6} [160] \\
 \text{BR}(Z \rightarrow \mu^+\mu^-) &= (3.366 \pm 0.007)\% [36] & \text{BR}(Z \rightarrow e^\pm\tau^\mp) &< 9.8 \times 10^{-6} [160] \\
 \text{BR}(Z \rightarrow \tau^+\tau^-) &= (3.370 \pm 0.008)\% [36] & \text{BR}(Z \rightarrow \mu^\pm\tau^\mp) &< 1.2 \times 10^{-5} [161]
 \end{aligned}$$

und der Eigenschaft $E_1 = E_2$ folgendes Matrixelementquadrat ³

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{g^2(g_A^2 + g_V^2)}{\cos^2 \theta_W} m_Z^2 \quad (8.10)$$

und den Ausdruck für die Zerfallsbreite

$$\Gamma(Z^0 \rightarrow l^+l^-) = \frac{g^2(g_A^2 + g_V^2)}{48\pi \cos^2 \theta_W} m_Z. \quad (8.11)$$

Um einen Wert für die gesamte Breite $\Gamma(Z^0 \rightarrow \text{alle})$ zu erhalten, muss man die Beiträge der drei geladenen Leptonen, der drei leichten Neutrinos und der sechs Quarks aufsummieren. Dabei müssen neben der Farbladung der Quarks auch die unterschiedlichen Vektor- und Axialvektorkopplungen berücksichtigt werden. Schließlich erhält man

$$\mathcal{M}(Z^0 \rightarrow \text{alle}) = \frac{4g^2(3 - 6\sin^2 \theta_W + 8\sin^4 \theta_W)}{\cos^2 \theta_W} m_Z^2 \quad (8.12)$$

bzw.

$$\Gamma(Z^0 \rightarrow \text{alle}) = \frac{g^2(3 - 6\sin^2 \theta_W + 8\sin^4 \theta_W)}{12\pi \cos^2 \theta_W} m_Z \quad (8.13)$$

Die Ergebnisse für die LNC-Zerfälle sind in den ersten drei Spalten von Tabelle 8.4 zusammengestellt. Zur Bestimmung der größtmöglichen mit den Experimenten noch zu vereinbarenden Kopplung, ziehen wir den PDG-fit der Verzweigungsverhältnisse gemäß [36] bzw. [158] heran. Um eine nach α auflösbare Ungleichung zu erhalten, muss für die Operatoren \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{lB} und \mathcal{O}_{lW} , die kein Higgs-Feld enthalten, die Kopplungskonstante α als rein reell bzw. imaginär angenommen werden. Auffällig an den Ergebnissen der LNC-Zerfallskanäle ist, dass sie mit Ausnahme von \mathcal{O}_{lB} und \mathcal{O}_{lW} die Ungleichung

$$|\alpha(Z \rightarrow e^+e^-)| < |\alpha(Z \rightarrow \mu^+\mu^-)| < |\alpha(Z \rightarrow \tau^+\tau^-)| \quad (8.14)$$

erfüllen. Die Ursache dafür liegt in der Größe der experimentellen Messfehler und der Tatsache, dass die analytischen Ausdrücke der partiellen Zerfallsbreite für alle Leptonen die gleiche Form haben und sich nur in den jeweiligen Leptonmassen unterscheiden. Die unterschiedlichen Massen haben kaum Einfluss auf die Abschätzung, die Größe des experimentellen Fehlers ist ausschlaggebend. Erst bei Betrachtung von \mathcal{O}_{lB} und \mathcal{O}_{lW} sind die verschiedenen Leptonmassen trotz der gleichen Struktur der drei Zerfallsbreiten $\Gamma(Z \rightarrow e^+e^-)$, $\Gamma(Z \rightarrow \mu^+\mu^-)$ und $\Gamma(Z \rightarrow \tau^+\tau^-)$ nicht vernachlässigbar, da Differenzen und Summen von m_1, m_2, m_Z in den Breiten auftreten. Sie führen dazu, dass die

³ Dabei ist zu beachten, dass in den folgenden Berechnungen für die effektiven Operatoren im Falle der Leptonzahl-verletzenden Prozesse die Massen der beiden auslaufenden Leptonen verschieden sind und deswegen im Prinzip auch unterschiedliche Energien $E_1 = (m_Z^2 + m_1^2 - m_2^2)/(2m_Z)$, $E_2 = (m_Z^2 - m_1^2 + m_2^2)/(2m_Z)$ vorliegen. Da die Leptonmassen viel kleiner als m_Z sind, kann man diesen Unterschied in guter Näherung vernachlässigen.

Abschätzungen der Kopplungskonstanten mit größerer Leptonmasse abnehmen und um mehr als eine Größenordnung voneinander abweichen. Dieser Effekt verschwindet im LNV-Fall.

Insgesamt lässt sich zu den LNV-Zerfällen folgendes anmerken: Die Messung des Zerfalls in $e^\pm\mu^\mp$ von [159] führt zu schwächeren Obergrenzen als das auf die totale Breite normierte Ergebnis in [160]. Deshalb benutzen wir [160] sowohl für den Zerfall $Z \rightarrow e^\pm\mu^\mp$ als auch für $Z \rightarrow e^\pm\tau^\mp$. Für $Z \rightarrow \mu^\pm\tau^\mp$ werten wir die Messung [161] aus. Die Ergebnisse befinden sich in den letzten drei Spalten von Tabelle 8.4 und zeigen das gleiche Verhalten wie die Ergebnisse aus den LNC-Moden.

9. Semileptonische Prozesse

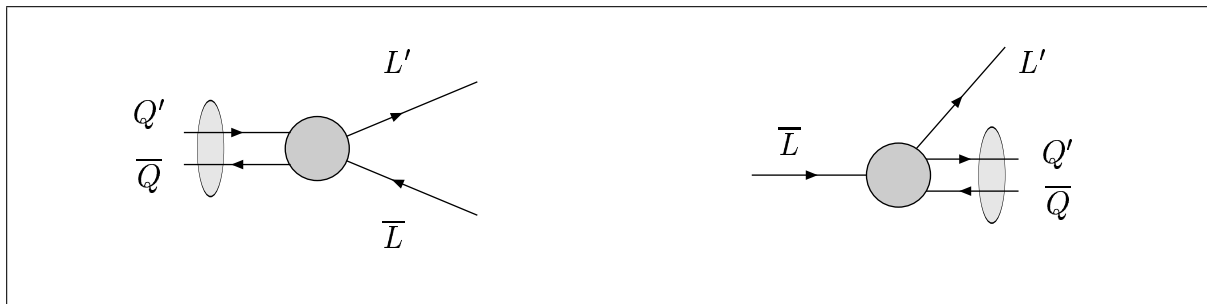


Abb. 9.1.: Schematische Darstellung: $\text{Meson}(Q'\bar{Q}) \rightarrow L'\bar{L}$, $L \rightarrow \text{Meson}(\bar{Q}'Q) L'$

In den folgenden Abschnitten werden Zerfälle diskutiert, an denen zwei Leptonen L und L' sowie ein Meson, bestehend aus zwei Quarks Q und Q' ($= u, d, s$), beteiligt sind. Schematisch¹ sind die beiden möglichen Zerfälle, der des Mesons bzw. der des Leptons, in Abb. 9.1 dargestellt. Handelt es sich bei dem Meson um ein neutrales Teilchen, stimmen die Quarkfelder überein ($Q = Q'$) und als Leptonenpaare kommen ein Neutrino-Antineutrino-Paar bzw. zwei entgegengesetzt geladene Leptonen in Frage. Ist das Meson geladen, besteht das Leptonpaar aus einem geladenen und einem neutralen Lepton.

Die unter diesen Bedingungen möglichen Prozesse und die Abschnitte, in denen sie behandelt werden, sind die folgenden:

- ★ Abschnitt 9.2, S. 143 ff.: $\pi^\pm \rightarrow l^\pm \nu$, $l = e, \mu$
- ★ Abschnitt 9.3, S. 151 ff.: $K^\pm \rightarrow l^\pm \nu$, $l = e, \mu$
- ★ Abschnitt 9.4, S. 156 ff.: $\pi^0 \rightarrow e^+e^-$, $\pi^0 \rightarrow \mu^\pm e^\mp$, $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$
- ★ Abschnitt 9.6, S. 163 ff.: $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu$
- ★ Abschnitt 9.7, S. 165 ff.: $\tau^- \rightarrow K^- \nu$
- ★ Abschnitt 9.8, S. 167 ff.: $\tau^- \rightarrow \pi^0 l^-$, $l = e, \mu$

¹ Zur Erinnerung: Vertizes, die durch neue effektive Operatoren generiert werden, sind durch einen schwarzen Punkt gekennzeichnet. Die grauschattierte Ellipse deutet an, dass sich die Quarks im Anfangszustand in hadronischen Bindungszuständen befinden.

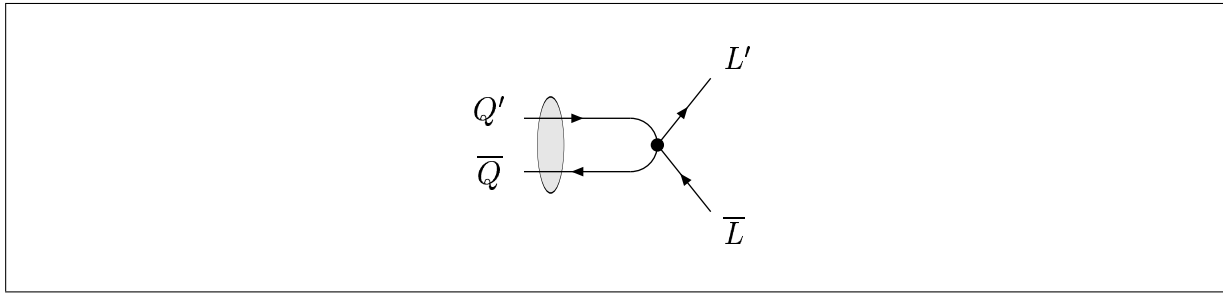


Abb. 9.2.: Mesonzerfall realisiert durch einen semileptonischen Vier-Fermion-Operator

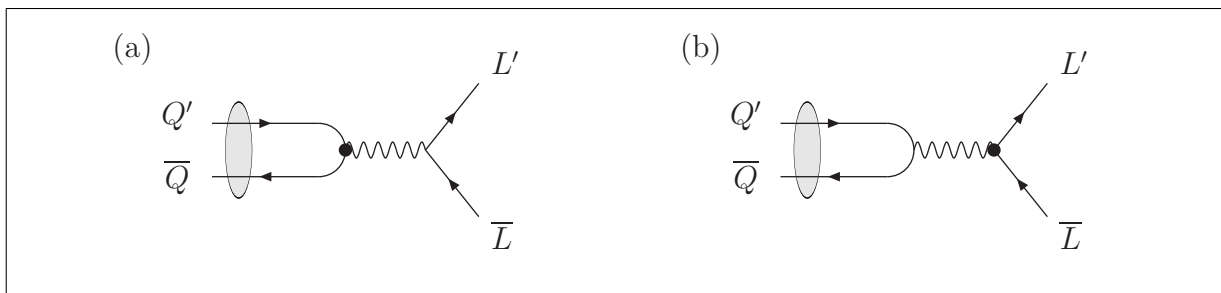


Abb. 9.3.: Mesonzerfall realisiert mit Hilfe eines (a) hadronischen bzw. (b) leptonischen Drei-Teilchen-Operators

Die Zwei-Körper-Zerfälle der geladenen bzw. der neutralen Mesonen können auf Baumgraphenniveau sowohl durch effektive Vier-Fermion-Operatoren realisiert werden (Abb. 9.2) als auch durch das Standardmodell gemeinsam mit einem effektiven Drei-Teilchen-Operator, der die Wechselwirkung am Quark-Boson- oder aber am Lepton-Boson-Vertex beschreibt (Abb. 9.3). Bei Betrachtung der Zerfälle des Tau-Leptons kann man auf die schematischen Darstellungen Abb. 9.2 und 9.3 zurückgreifen, wenn man die Richtung des Zeitpfeils entsprechend wählt.

9.1. Vorbemerkungen zu Zerfällen der geladenen Mesonen

Zunächst werden ausschließlich Zerfälle $M(\bar{Q}Q') \rightarrow \bar{L}L'$ von Mesonen M , die aus den beiden Quarks \bar{Q} und Q' bestehen, in Leptonen L und L' betrachtet. Im Falle geladener Mesonen bestehen die Endzustände aus einem geladenen Lepton und einem Neutrino. Diese Zerfallsmoden sind um ein Vielfaches seltener als der dominante Kanal, der beispielsweise beim Pionzerfall Photonen und beim Kaonzerfall Pionen im Endzustand realisiert.

Die im Endzustand auftretenden Leptonen L und L' können im Prinzip sowohl links- als auch rechtshändig sein. Die Händigkeit wird durch die beiden Projektionsoperatoren P_L, P_R beschrieben. Der Flavor des geladenen Leptons liegt durch die Messung fest, während der Neutrino-Flavor nicht von allen Experimenten explizit bestimmt wird (vgl. Abschnitt 9.2 und 9.3). Das ermöglicht es uns auch Leptonzahl-verletzende Prozesse zu betrachten, in denen die Neutrinos einen anderen Flavor haben als das beteiligte geladene Lepton.

Für die das Pion betreffende Berechnungen wird an einigen Stellen die sogenannte Pionzerfallskonstante f_π als Eingabeparameter benötigt, weswegen wir an dieser Stelle kurz die Definition derselben erläutern wollen². Definiert ist die Pionzerfallskonstante durch die in Abschnitt 2.3 beschriebene Relation (2.24), die den axialen Strom A_μ und ein Pion mit Impuls p in Beziehung setzt. Für geladene Pionen erhält man mit dem geladenen axialen Strom A_μ :

$$\langle 0 | A_\mu(0) | \pi^\pm(p) \rangle = ip^\mu f_{\pi^\pm} \quad (9.1)$$

Dazu wird gemäß (2.22) und (2.24) die für jedes Meson gültige Gleichungskette

$$\langle 0 | f_M \partial^\mu M | M \rangle \equiv \langle 0 | \bar{Q} \gamma^\mu P_L Q' | M \rangle = -\frac{1}{2} \langle 0 | \bar{Q} \gamma^\mu \gamma_5 Q' | M \rangle = -ip^\mu \frac{f_M}{2}. \quad (9.2)$$

unter der Bedingung, dass M ein Bindungszustand von $\bar{Q}Q'$ ist, benutzt. Bei der ersten Gleichheit spielen Symmetrieüberlegungen eine Rolle: Das interpolierende Feld M muss als Skalarfeld realisiert sein, da der betrachtete Zustand $|M\rangle$ zu einem skalaren Teilchen gehört. Ein Vektor lässt sich dann mit Hilfe der Ableitung ∂^μ erzeugen. Der Vektoranteil verschwindet für pseudoskalare Felder, deswegen gilt die zweite Gleichheit. Für das letzte Gleichheitszeichen benutzt man die Transformationseigenschaft des Stroms und des Viererimpulses und bezeichnet die Proportionalitätskonstante mit f_M .

Für neutrale Pionen gilt die analoge Relation mit dem neutralen axialen Strom, wobei der Faktor $\sqrt{2}$ der Tatsache Rechnung trägt, dass das neutrale Pion ein überlagerter Zustand aus $\bar{u}u$ und $\bar{d}d$ ist:

$$\sqrt{2} \langle 0 | A_\mu(0) | \pi^0(p) \rangle = ip^\mu f_{\pi^0} \quad (9.3)$$

Wegen der Isospinsymmetrie, die von den leichten Mesonen noch gut erfüllt wird, ist gemäß dieser Definition zu erwarten, dass die beiden Zerfallskonstanten f_{π^\pm} und f_{π^0} den gleichen Wert annehmen. Das finden wir experimentell bestätigt

$$\begin{aligned} f_{\pi^+} &= 130.7 \pm 0.1 \pm 0.36 \text{ MeV} \\ f_{\pi^0} &= 130 \pm 5 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Jedem der Prozesse $M(\bar{Q}Q') \rightarrow \bar{L}L'$ kann man ein Matrixelement mit der Struktur

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{neu} &\propto \langle \bar{L} L' | \bar{Q} \Gamma_i P_m Q' \cdot \bar{L}' \Gamma^i P_n L | M \rangle, \\ &i = S, P, V, A, T \text{ und } m, n \in \{L, R\} \end{aligned} \quad (9.4)$$

² Für Kaonen gilt Entsprechendes. In einem Modell, in dem die Isospinsymmetrie vollständig realisiert ist, stimmen die Zerfallskonstanten f_π und f_K überein. Tatsächlich ist die Isospinsymmetrie im SM verletzt.

zuordnen, das in zwei Faktoren, ein Lepton- und ein Meson-Matrixelement, zerfällt:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{neu} &= \mathcal{M}_{hadr.}^{neu} \cdot \mathcal{M}_{lept.}^{neu} \\ &\propto \langle 0 | \bar{Q} \Gamma_i P_m Q' | M \rangle \cdot \langle \bar{L} L' | \bar{L}' \Gamma^i P_n L' | 0 \rangle \end{aligned} \quad (9.5)$$

Die leptonischen Matrixelemente können beim Bilden der Interferenz mit dem Standardmodell bzw. beim Quadrieren von \mathcal{M}^{neu} in Spuren von Gamma-Matrizen umgeschrieben werden. Der hadronische Anteil kann im Falle von Vektor- und Axialvektorkopplungen mit Hilfe von (9.1) bzw. (9.3) ausgewertet werden. Bei skalarer bzw. tensorieller Kopplung kann man die Matrixelemente unter Zuhilfenahme neuer Parameter auf Bekanntes zurückführen. Im Einzelnen gehen wir darauf ab Seite 142 ein.

Da die hadronischen Matrixelemente eine, im Vergleich zur Genauigkeit der Messungen der partiellen Breiten, große Unsicherheit tragen, berechnen wir nicht wie bei den rein leptonischen Prozessen Zerfallsbreiten bzw. Wirkungsquerschnitte alleine. Um die Genauigkeit zu erhöhen, bilden wir in den Abschnitten 9.2 und 9.3 stattdessen Verhältnisse von Zerfallsbreiten (vgl. [81]). Dazu betrachten wir zwei Prozesse $M \rightarrow \bar{L}_1 L'_1$ und $M \rightarrow \bar{L}_2 L'_2$, bei denen das gleiche Meson im Anfangszustand auftritt, deren leptonischen Endzustände aber verschieden sind. Trägt ein effektiver Operator zu mindestens einem der beiden Zerfallskanäle bei, gelten nachfolgende Überlegungen.

Betrachten wir zwei Zerfälle, die auch im Standardmodell realisiert werden, lassen sich deren Zerfallsraten als $\Gamma_i(M \rightarrow \bar{L}_i L'_i) = \Gamma_i^{SM} + \Gamma_i^{neu}$ ($i = 1, 2$) darstellen. Für Prozesse, die Leptonzahl-verletzenden Zerfallsmoden beschreiben oder auch in dem Fall, dass der effektive Operator nur zu einem der Zerfallskanäle beiträgt, vereinfachen sich die nachfolgenden Gleichungen entsprechend. Durch das Bilden von Verhältnissen der Zerfallsbreiten $\Gamma_i(M \rightarrow \bar{L}_i L'_i)$, $i = 1, 2$

$$\frac{\Gamma_1(M \rightarrow \bar{L}_1 L'_1)}{\Gamma_2(M \rightarrow \bar{L}_2 L'_2)} = \frac{\Gamma_1^{SM} + \Gamma_1^{neu}}{\Gamma_2^{SM} + \Gamma_2^{neu}}, \quad (9.6)$$

die für kleine Beiträge Γ_i^{neu} entwickelt werden können

$$\frac{\Gamma_1(M \rightarrow \bar{L}_1 L'_1)}{\Gamma_2(M \rightarrow \bar{L}_2 L'_2)} \simeq \frac{\Gamma_1^{SM}}{\Gamma_2^{SM}} \left(1 + \frac{\Gamma_1^{neu}}{\Gamma_1^{SM}} - \frac{\Gamma_2^{neu}}{\Gamma_2^{SM}} \right), \quad (9.7)$$

schaffen wir nun die Möglichkeit, dass die Meson-Zerfallskonstante in (9.7) keine Rolle spielt, weil sie sich in einigen Fällen völlig herauskürzt. Im Verhältnis der Standardmodellbreiten Γ_1^{SM} und Γ_2^{SM} kommt die Zerfallskonstante jeweils in gleicher Weise vor und ist somit für das Ergebnis irrelevant. Analoges ist nicht direkt offensichtlich bei den Verhältnissen der neuen Breiten zur entsprechenden Breite im Standardmodell $\Gamma_i^{neu}/\Gamma_i^{SM}$. Enthält das Matrixelement \mathcal{M}_i^{neu} einen hadronischen Faktor der Gestalt $\langle 0 | \bar{Q} \gamma^\mu P_L Q' | M \rangle$, d.h. ist die Dirac-Struktur gleich der des Standardmodells, hebt sich die Zerfallskonstante auch aus diesem Verhältnis heraus. Dieses Szenario kann auf zwei verschiedene Arten realisiert werden.

Die erste Möglichkeit besteht darin, dass der hadronische Vertex durch das Standardmodell und der leptonische Vertex durch einen neuen effektiven Operator beschrieben wird. Andererseits kann aber auch der leptonische Vertex durch das Standardmodell beschrieben werden und der neue hadronische Operator eine $(V - A)$ -Kopplung beschreiben. In beiden Fällen gilt in niedrigster Ordnung in der neuen Kopplungskonstanten α für die Leptonzahl-erhaltenden Prozesse

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma_i^{neu}}{\Gamma_i^{SM}} &\propto \frac{\mathcal{M}_i^{neu} (\mathcal{M}_i^{SM})^*}{|\mathcal{M}_i^{SM}|^2} \\ &\propto \frac{\langle 0 | \bar{Q} \gamma_\mu P_L Q' | M \rangle \langle \bar{L} L' | \bar{L}' \Gamma_i^\mu L' | 0 \rangle \cdot \langle M | \bar{Q}' \gamma_\nu P_L Q | 0 \rangle \langle 0 | \bar{L}' \gamma^\nu P_L L' | \bar{L} L' \rangle}{\left| \langle 0 | \bar{Q} \gamma_\rho P_L Q' | M \rangle \langle \bar{L} L' | \bar{L}' \Gamma_i^\rho P_n L' | 0 \rangle \right|^2} \end{aligned} \quad (9.8)$$

bzw. für die Leptonzahl-verletzenden Prozesse

$$\frac{\Gamma_i^{neu}}{\Gamma_i^{SM}} \propto \left| \frac{\mathcal{M}_i^{neu}}{\mathcal{M}_i^{SM}} \right|^2 \propto \left| \frac{\langle 0 | \bar{Q} \gamma^\mu P_L Q' | M \rangle \cdot \langle \bar{L} L' | \bar{L}' \Gamma_i^\mu L' | 0 \rangle}{\langle 0 | \bar{Q} \gamma^\nu P_L Q' | M \rangle \cdot \langle \bar{L} L' | \bar{L}' \Gamma_i^\nu P_n L' | 0 \rangle} \right|^2, \quad (9.9)$$

wobei Γ_i^μ für die Kopplungsart der Leptonen sowohl im Standardmodell als auch durch die effektiven Operatoren stehen kann. Unter Benutzung von (9.2) lassen sich die Mesonzerfallskonstanten im Zähler und Nenner der Gleichungen (9.8) und (9.9) kürzen und spielen deshalb keine Rolle mehr bei der Berechnung des Verhältnisses der Zerfallsbreiten.

Haben die hadronischen Matrixelemente $\mathcal{M}_{hadr.}^{neu}$ keine $(V - A)$ -Struktur wie im Standardmodell, kann man sie dennoch unter Berücksichtigung der Lorentz-Struktur und unter Zuhilfenahme eines neuen Parameters auf bekannte Größen wie den Mesonimpuls p_μ und die Zerfallskonstante f_M zurückführen. Für skalare Matrixelemente gibt es eine Definition von Gasser und Leutwyler [40], die der der Zerfallskonstanten f_M entspricht:

$$\langle 0 | \bar{Q} P_{L/R} Q' | M \rangle := \pm \frac{i}{2} G_M. \quad (9.10)$$

Im Rahmen der chiralen Störungstheorie lässt sich der Parameter G_M durch die Mesonzerfallskonstante f_M , die Masse des Mesons und die Massen der Konstituentenquarks ausdrücken. Im Falle des Pions lautet die Beziehung dann

$$\frac{1}{\sqrt{2}} f_\pi m_\pi^2 = \frac{m_u + m_d}{2} G_\pi. \quad (9.11)$$

Bei konkreten Rechnungen stellt sich an dieser Stelle die Frage, welche Art von Definition den Quarkmassen zugrunde liegt. Um diesem Problem auszuweichen und weil wir die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse weitestgehend modellunabhängig angeben wollen, parametrisieren wir das skalare Matrixelement (9.10) durch eine dimensionslose Größe c_S :

$$\langle 0 | \bar{Q} P_{L/R} Q' | M \rangle := c_S \frac{f_M^2}{2} \quad (9.12)$$

Sind von theoretischer Seite mehr Einzelheiten über dieses Matrixelement bekannt, kann man aus den in den folgenden Tabellen angegebenen Ergebnissen den Parameter c_S entsprechend eliminieren.

Anhand der in Kapitel 4 konstruierten Operatoren sieht man, dass skalare und tensorielle Kopplungen sowie solche, die Ableitungen der Quarkfelder enthalten, möglich sind. Tensorielle Kopplungen spielen im Folgenden keine Rolle. Matrixelemente, die Ableitungen enthalten, drücken wir durch neue dimensionslose Parameter c_i , die Meson-Zerfallskonstante f_M und den Meson-Impuls aus. Unter Berücksichtigung der richtigen Dimension erhält man schließlich die notwendigen Definitionen:

$$\langle 0 | \partial_\mu \bar{Q} P_{L/R} Q' | M \rangle := \mp i c_S^D p_\mu \frac{f_M^2}{2} \quad (9.13)$$

$$\langle 0 | \bar{Q} P_{L/R} \partial_\mu Q' | M \rangle := \mp i c_S^{D'} p_\mu \frac{f_M^2}{2} \quad (9.14)$$

In Anlehnung an die übliche Konvention versehen wir die Definitionen (9.13) und (9.14) mit dem Faktor $i/2$, da in den Matrixelementen ein Impulsoperator auftritt. Glg. (9.12) wählen wir entsprechend ohne den Phasenfaktor. Die Parameter c_S , c_S^D und $c_S^{D'}$ können einen Einfluss auf die Zerfälle geladener Mesonen haben. Die rechtshändigen, vektoriell gekoppelten Quarks erfüllen gemäß Glg. (9.2)

$$\langle 0 | \bar{Q} \gamma^\mu P_R Q' | M \rangle = i p^\mu \frac{f_M}{2}. \quad (9.15)$$

Bei den tensoriellen Kopplungen der hadronischen Operatoren tritt eine Besonderheit auf, da sie stets in Verbindung mit dem Feldstärketensor des Eichfeldes vorkommen. Die resultierenden Matrixelemente sind proportional zu $(p_{lep} \cdot p_M) k^\nu - (p_{lep} \cdot k) p_M^\nu$, wobei p_{lep} den Impuls eines der auslaufenden Leptonen beschreibt, p_M für den Meson-Impuls steht und k der Impuls des Eichbosons ist. Aufgrund der Kinematik trägt das Eichboson den Impuls $k = p_\pi$. Deshalb verschwindet der Vorfaktor und damit der gesamte Beitrag des Operators mit vektorieller bzw. tensorieller Kopplung³. Diese Matrixelemente müssen also nicht mit Hilfe von weiteren unbekanntenen Konstanten c_i parametrisiert werden.

Unter Benutzung obiger Definitionen (9.12)-(9.14) für die c_i kann man die Mesonzerfallskonstante schließlich mittels (9.2) ebenso aus dem Verhältnis der Mesonzerfallsbreiten eliminieren, wie oben beschrieben. Durch eine Umdefinition der bisher benutzten effektiven Kopplungskonstanten

$$\alpha \rightarrow \alpha c_i = \alpha' \quad (9.16)$$

lassen sich auch in der Situation, dass keine $(V - A)$ -Kopplung vorliegt, sinnvolle Grenzwerte berechnen. Sie beziehen sich dann nicht wie bisher üblich alleine auf die neue Kopplungskonstante, sondern auf den neu eingeführten Parameter c_i und die effektive Kopplungskonstante α gleichzeitig. Weiterhin ist zu bemerken, dass die c_i genau wie die Zerfallskonstante f_M für verschiedene Mesonen unterschiedliche Werte annehmen können. Auf

³ Diese Argumentation bleibt auch für leptonische Operatoren mit Tensorkopplung richtig.

eine diesbezügliche weitere Indizierung verzichten wir, da wir die unterschiedlichen Mesonen in einzelnen Kapiteln behandeln und so sicher stellen, dass die neuen Parameter c_i nicht verwechselt werden.

Es stehen sich schließlich das experimentelle Ergebnis $R_{exp} \pm \Delta R$ für die direkte Messung des Verhältnisses der beiden partiellen Breiten bzw. das Verhältnis der einzelnen Messungen der beiden Breiten und die Vorhersage aus der Erweiterung des Standardmodells gegenüber:

$$R_{exp} \pm \Delta R = \left(\frac{\Gamma_1(M \rightarrow \bar{L}_1 L'_1)}{\Gamma_2(M \rightarrow \bar{L}_2 L'_2)} \right)_{theo} \simeq \frac{\Gamma_1^{SM}}{\Gamma_2^{SM}} \left(1 + \frac{\Gamma_1^{neu}}{\Gamma_1^{SM}} - \frac{\Gamma_2^{neu}}{\Gamma_2^{SM}} \right), \quad (9.17)$$

wobei Γ_i^{neu} , $i = 1, 2$ den Beitrag zur partiellen Zerfallsbreite bezeichnet, der von einem der neuen Operatoren herrührt. Dabei gilt es zu beachten, dass nur solche Ergänzungen des Standardmodells betrachtet werden, bei denen genau ein neuer Operator beiträgt, d.h. beiden zusätzlichen Termen zur Zerfallsbreite liegt der gleiche Operator zugrunde.

Man kann die beiden zusätzlichen Terme als Funktion g der neuen Kopplung α , der Mesonzerfallskonstante und gegebenenfalls eines der Parameter c_i auffassen und die Abschätzungsrelation wie folgt formulieren:

$$\frac{\Gamma_1^{SM}}{\Gamma_2^{SM}} \left| \frac{\Gamma_1^{neu}}{\Gamma_1^{SM}} - \frac{\Gamma_2^{neu}}{\Gamma_2^{SM}} \right| = |g(\alpha, f_M, c_i)| < \Delta R \quad (9.18)$$

Verschiedene Verhältnisse bieten sich für eine genauere Betrachtung an und werden im Folgenden besprochen.

9.2. Das Pion-Zerfallsverhältnis

Bemerkungen zum Experiment

Bei dem Zerfall $\pi^\pm \rightarrow l^\pm \nu$, der auch zur experimentellen Festlegung der Pionzerfallskonstante dient, müssen radiative Korrekturen berücksichtigt werden. Man bestimmt stets die Zerfallsbreiten beider Zerfälle $\pi^\pm \rightarrow l^\pm \nu$ und $\pi^\pm \rightarrow l^\pm \nu \gamma$. Die Analyse der besten direkten Messung des Verhältnisses

$$R = \frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu(\gamma))}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu(\gamma))} = (1.2346 \pm 0.0035 \pm 0.0036) \times 10^{-4} \quad (9.19)$$

stammt aus dem Jahr 1993 von [163] und wurde am Schweizerischen Institut für Nuklearphysik PSI (ehemals **SIN**) durchgeführt. Ihr liegt eine zweiwöchige Datennahme im Sommer 1988 zugrunde. Im Folgenden benutzen wir den Fehler der direkten Messung [163] auf einem neunzigprozentigen Konfidenzniveau $\Delta R = 8 \times 10^{-7}$. Dieser Präzision entspricht die Genauigkeit der theoretischen Voraussage [164, 165]. Die aus der direkten Messung für den Leptonzahl-verletzenden Prozess $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_e$ resultierende Grenze

$\text{BR}(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_e) < 8 \times 10^{-3}$ (90% C.L.) [167] ist nicht stärker als die aus dem Verzweigungsverhältnis herrührende.

Protonen aus dem Ringbeschleuniger des PSI werden zur Erzeugung von Pionen benutzt, deren positiv geladener Anteil auf einen Plastikszintillator gerichtet und dort innerhalb von etwa 1 cm^3 gestoppt wird. Im Pionstrahl befinden sich auch Elektronen, deren Fluss durch einen elektrostatischen Separator auf 1% des Pionflusses reduziert werden kann. Am Ende der Strahlführung liegen Pionen und Myonen zu etwa gleichen Anteilen vor. Mit Hilfe eines Triggersystems und der Flugzeitinformation kann man die Pionen von den Myonen unterscheiden. Man gibt ein Zeitfenster T vor, das 7.5 ns nach dem Stoppen des Pions beginnt und 200 ns danach endet. Wenn das Pion auf das target trifft, gestoppt wird und gemäß $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu(\gamma)$ zerfällt, werden die Pulse des Pions und des auslaufenden Positrons innerhalb des Zeitintervalls T in Koinzidenz mit einem elektromagnetischen Schauer im umgebenden Kalorimeter registriert. Das Kalorimeter besteht aus 132 identischen BGO-Kristallen, bestehend aus Wismut, Germanium und Sauerstoff, von 20 cm Länge und 5.5 cm Durchmesser. Ein Ereignis des dominanten Zerfallskanals $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu(\gamma)$ liegt dann vor, wenn innerhalb des vorgegebenen Zeitfensters drei Pulse, vom gestoppten Pion, dem auslaufenden Myon und dem anschließend aus dem Myonzerfall entstehenden Positron, in Koinzidenz mit einem elektromagnetischen Schauer detektiert werden. Die Identifizierung der Positronen anhand ihrer Energiedeposition im Kalorimeter benötigt zwei simultane Trigger-Systeme, da die Spektren der seltenen und der dominanten Zerfallsmoden überlappen. Der Flavor des auslaufenden Neutrinos wurde weder im Rahmen der Messung [163] noch im Vorgängerexperiment am TRIUMF [162] bestimmt. Das eröffnet uns die Möglichkeit, auch Leptonzahl-verletzende Zerfallsmoden wie $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_\mu$, $e^+ \nu_\tau$, $\mu^+ \nu_e$ bzw. $\mu^+ \nu_\tau$ näher zu beleuchten.

Berechnung der Zerfallsbreite

Das Matrixelement, das den Pionzerfall $\pi^+(p) \rightarrow l^+(p_1) \nu_l(p_2)$ in ein geladenes Lepton und das zugehörige Neutrino im Rahmen des Standardmodells beschreibt, lautet

$$\mathcal{M}_l^{SM} = -i \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \cos \theta_C \bar{\nu}_l \gamma^\mu P_L l \cdot \langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu P_L u | \pi^+ \rangle \quad (9.20)$$

$$= -i \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \cos \theta_C \bar{\nu}_l \gamma^\mu P_L l \cdot \langle 0 | \frac{f_\pi}{2} \partial_\mu \pi | \pi^+ \rangle \quad (9.21)$$

$$= -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} \cos \theta_C \bar{\nu}_l \gamma^\mu P_L l \cdot p_\mu \frac{f_\pi}{2} \quad (9.22)$$

$$= -\sqrt{2} G_F \cos \theta_C f_\pi \bar{\nu}_l \not{p} P_L l \quad (9.23)$$

mit dem Cabibbo-Winkel θ_C . Man erhält daraus die Zerfallsbreite durch die Wahl einer Parametrisierung, etwa

$$p_1 = (E_l, 0, 0, p_l), \quad p_l = \sqrt{E_l^2 - m_l^2}, \quad (9.24)$$

$$p = (m_\pi, 0, 0, 0), \quad p_2 = p - p_1 \quad (9.25)$$

und anschließender Phasenraumintegration

$$\Gamma_l^{SM} = \frac{1}{8\pi m_\pi^2} \int dE_l \sqrt{E_l^2 - m_l^2} |\mathcal{M}_l^{SM}(E_l)|^2 \quad (9.26)$$

unter Ausnutzung der Energie-Impuls-Erhaltung $E_l = (m_\pi^2 + m_l^2)/(2m_\pi)$. Die totale Zerfallsbreite lautet

$$\Gamma_l^{SM} = \frac{\cos^2 \theta_C f_\pi^2 G_F^2 m_l^2 (m_l^2 - m_\pi^2)^2}{8\pi m_\pi^3}. \quad (9.27)$$

Das Ergebnis ist proportional zu der leichten Masse des Leptons. Im Grenzfall masseloser Leptonen ist der Zerfall gemäß der $V - A$ -Struktur des Standardmodells verboten. Streng genommen koppeln die Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung nur an Teilchen mit negativer und Antiteilchen mit positiver Helizität (*spin flip*). Wegen der nichtverschwindenden Masse des Positrons, findet man im rechtshändigen Feld auch Anteile negativer Helizität. Nur so können die Spins des auslaufenden Neutrinos und Positrons entgegengerichtet sein und in der Summe den Spin des pseudoskalaren Pions ergeben. Der Übergang $\pi^+ \rightarrow l^+ \nu_l$ findet statt, ist allerdings um den Faktor $(m_l/m_\pi)^2$ unterdrückt.

Die aus den effektiven Operatoren resultierenden Matrixelemente, die den Prozess $\pi \rightarrow l \nu_l$ beschreiben, werden auf die gleiche Art integriert wie das Matrixelement des Standardmodells.

Der Beitrag der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren

Das Berechnen der Beiträge der leptonischen Operatoren weist die wenigsten Schwierigkeiten auf, da die Physik am Quark-Boson-Vertex durch das Standardmodell beschrieben wird und Gleichung (9.2) benutzt werden kann, um das hadronische Matrixelement zu eliminieren. Es spielen nur diejenigen Operatoren eine Rolle, die den Austausch eines geladenen Bosons beschreiben. Gemäß Abb. 9.3(b) kombiniert man den Standardmodellvertex für u -, d -Quark und W -Boson mit dem effektiven leptonischen Vertex. Aufgrund der Faktorisierung des Matrixelements in einen leptonischen und einen hadronischen Anteil und unter Verwendung der Relation (9.2) kann die Pion-Zerfallskonstante stets herausgekürzt und danach das Verhältnis der Zerfallsbreiten bestimmt werden. Man kann die Ergebnisse anhand der möglichen Flavor-Kombinationen charakterisieren. Im Fall von (ee) kann ein leptonischer Operator ausschließlich den Pionzerfall in Positron und Elektroneneutrino beschreiben, d.h. $\Gamma_1^{neu} = \Gamma(e^+ \nu_e)$ und $\Gamma_2^{neu} = 0$. Der umgekehrte Fall $\Gamma_2^{neu} = \Gamma(\mu^+ \nu_\mu)$ und $\Gamma_1^{neu} = 0$ tritt ein, wenn die Flavor-Kombination $(\mu\mu)$ vorliegt. In beiden Situationen resultiert der Term führender Ordnung in der effektiven Kopplung aus der Interferenz des neuen mit dem Standardmodellbeitrag. Betrachtet man $(e\tau)$ bzw. (τe) oder $(\mu\tau)$ bzw. $(\tau\mu)$, findet man sich auch in einer der obigen Situationen wieder, allerdings gibt es keine

Interferenz mit dem Matrixelement des Standardmodells da die Zerfälle $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_\tau$ und $\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu_\tau$ Leptonzahl-verletzend sind. Lediglich im Falle $(e\mu)$ bzw. (μe) , könnten beide Prozesse $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_\mu$ und $\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu_e$ gleichzeitig realisiert werden. Bei genauer Betrachtung der Feynman-Regeln stellt man jedoch fest, dass stets nur einer der Zerfallsprozesse beschrieben wird. Da sie Leptonzahl-verletzend sind, gibt es keinen Beitrag aus der Interferenz mit dem Matrixelement des Standardmodells.

Bei dem Operator \mathcal{O}_{lW} stellt man fest, dass die zugehörige Feynman-Regel proportional zu dem Ausdruck $(p \cdot p_\pi)k^\nu - (p \cdot k)p_\pi^\nu$ ist, wobei p den Neutrinoimpuls, k den Impuls des W -Bosons und p_π den Pionimpuls beschreiben. Da ausserdem der Impuls des W -Bosons identisch mit dem Pionimpuls ist, verschwindet dieser Beitrag völlig (vgl. Bem. S. 142). Der gleiche Effekt liegt bei allen anderen Operatoren, die einen Feldstärketensor enthalten, ebenfalls vor. Wegen der Ladungsbilanz bleiben schlussendlich drei leptonische Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$, \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ übrig, die die Pionzerfallsbreite beeinflussen können. Bei allen leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren fällt auf, dass nie beide Zerfälle gleichzeitig realisiert werden. Die Methode der Verhältnisbildung ist ungünstig, falls $\Gamma(e^+\nu)^{neu} = 0$. Denn dann liest sich Ungleichung (9.18) wie eine Abschätzung für das Verzweigungsverhältnis $\text{BR}(\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu)$

$$\frac{\Gamma(e^+\nu)^{SM}}{\Gamma(\mu^+\nu)^{SM}} \left| \frac{\Gamma(\mu^+\nu)^{neu}}{\Gamma(\mu^+\nu)^{SM}} \right| \lesssim \Delta R \quad (9.28)$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{\Gamma(\mu^+\nu)^{neu}}{\Gamma(\mu^+\nu)^{SM}} \right| \lesssim \Delta R \left(\frac{\Gamma(e^+\nu)^{SM}}{\Gamma(\mu^+\nu)^{SM}} \right)^{-1} = 6.6 \times 10^{-3} \quad (9.29)$$

mit $\Delta R = 8 \times 10^{-7}$, da die partielle Breite $\Gamma(\mu^+\nu)$ fast die gesamte Breite ausmacht $\Gamma(\mu^+\nu) = (99.98770 \pm 0.00004)\% \Gamma_{tot}$ [36]. Der Effekt ist bei dem Zerfall in Positron und Neutrino geringer. Dort beträgt das Verzweigungsverhältnis $\text{BR}(\pi^+ \rightarrow e^+\nu) = (1.230 \pm 0.004) \times 10^{-4}$. Die Abschätzung durch den Messfehler des Verzweigungsverhältnisses in Myon und Neutrino ist um 4 Größenordnungen besser als (9.28), deshalb benutzen wir diese für die Eingrenzung der effektiven Kopplungen und stellen diese den Obergrenzen mittels (9.18) in den Tabellen 9.1 und 9.2 gegenüber.

Operator	Kopplung	Flavor	Kopplung	Flavor	Messung
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 5.41 \times 10^{-2}$	(ee)	$ \alpha \lesssim 1.34$	$(e\tau), (e\mu)$	Verhältnis [163]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.30 \times 10^{-2}$	(ee)	$ \alpha \lesssim 1.19$	$(e\tau), (e\mu)$	BR [36]
$\mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.988$	(ee)	$ \alpha \lesssim 24.4$	$(\mu e), (\tau e)$	Verhältnis [163]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.784$	(ee)	$ \alpha \lesssim 21.74$	$(\mu e), (\tau e)$	BR [36]

Tab. 9.1.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$, \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_i$ mit $i \in \{e, \mu, \tau\}$

Operator	Kopplung	Flavor	Kopplung	Flavor	Messung
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 5.41 \times 10^{-2}$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 1.34$	$(\mu\tau), (\mu e)$	Verhältnis [163] BR [36]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 5.40 \times 10^{-6}$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 1.34 \times 10^{-2}$	$(\mu\tau), (\mu e)$	
\mathcal{O}_{De}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.30 \times 10^2$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 3.20 \times 10^3$	$(e\mu), (\tau\mu)$	Verhältnis [163] BR [36]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.29 \times 10^{-2}$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 31.99$	$(e\mu), (\tau\mu)$	
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.68 \times 10^2$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 1.16 \times 10^4$	$(e\mu), (\tau\mu)$	Verhältnis [163] BR [36]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.66 \times 10^{-2}$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 1.15 \times 10^2$	$(e\mu), (\tau\mu)$	

Tab. 9.2.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$, \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_i$ mit $i \in \{e, \mu, \tau\}$

Betrachten wir zuerst die Ergebnisse aus dem Verhältnis der partiellen Zerfallsraten. Dort kann man wie schon des Öfteren beobachten, dass die Grenzen für Leptonzahl-erhaltende Zerfälle etwa um einen Faktor 100 besser sind als die der Leptonzahl-verletzenden Zerfälle, da hier die Kopplung linear eingeht. Ausserdem sind die Abschätzungen, die von Operatoren mit Ableitungen \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ stammen, schwächer als diejenigen des Operators ohne Ableitung $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$. Da die Verzweigungsverhältnisse $\Gamma_i^{neu}/\Gamma_i^{SM}$, die von den Operatoren \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ herrühren, proportional zur inversen Leptonmasse und der Summe bzw. Differenz der Massenquadrate des Pions und des Leptons sind, stimmen die Ergebnisse für den Zerfall in Positron und Neutrino wegen der kleinen Elektronmasse überein. Dagegen hat die Myonmasse einen sichtbaren Einfluss auf die Ergebnisse. Interessant sind die Grenzen an die Kopplungskonstanten des Operators $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$ sowohl für die Leptonzahl-erhaltenden als auch für die Leptonzahl-verletzenden Moden, sowie die Grenze aus dem Prozess $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ der Operatoren \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$. Sie liegen bei etwa 1.

Diese Aussagen bleiben für die aus den Verzweigungsverhältnissen BR [36] stammenden Grenzen qualitativ gültig, jedoch liegen sie bei kleineren Werten. Alle Obergrenzen, die aus Interferenztermen herrühren, sind proportional zu α , während diejenigen, die aus dem Betragsquadrat des neuen Matrixelements herrühren, proportional zu α^2 sind. Deswegen sind die Grenzen für die Leptonzahl-erhaltenden Prozesse um 4 Größenordnungen kleiner gegenüber der Verhältnisbildung, die für Leptonzahl-verletzende Prozesse um etwa 2. Ausserdem stellt man fest, dass die Ergebnisse aus dem Verhältnis der Breiten für den Operator $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$ unabhängig von den Leptonmassen ist, während sich die verschiedenen Massen bei den Verzweigungsverhältnissen widerspiegeln.

Der Beitrag der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren

Im Folgenden befassen wir uns mit den semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren (3.26)–(3.34). \mathcal{O}_{qe} , \mathcal{O}_{eu} , \mathcal{O}_{ed} , \mathcal{O}_{lu} und \mathcal{O}_{ld} enthalten nicht alle notwendigen Feldoperatoren. $\mathcal{O}_{lq(1)}$ enthält nur Terme, deren hadronische Faktoren keine Ladung tragen ($\bar{u}\Gamma_i u$ und $\bar{d}\Gamma_i d$). Damit können sie keine Prozesse, an denen geladene Pionen beteiligt sind, beschreiben. Es bleibt, die Operatoren $\mathcal{O}_{lq(3)}$, \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} zu betrachten.

Wie schon im vorigen Abschnitt über die leptonenischen Drei-Teilchen-Operatoren beschrieben, kann man bei denjenigen Operatoren, die nur einen der Zerfallsmoden $e^+\nu$ oder $\mu^+\nu$ realisieren, an Stelle des Verhältnisses (9.19) auch die Beiträge zum Verzweigungsverhältnis berechnen, um effektive Kopplungen nach oben abzuschätzen. Dies führt wie oben gesehen zu besseren Ergebnissen. Die Beiträge der Flavor-Kombinationen, die ein τ enthalten, werden mit dem Fehler des Verzweigungsverhältnisses verglichen. Bei den Operatoren mit Flavor-Kombination⁴ ($e\mu 11$) bzw. ($\mu e 11$) hängt es von den zugehörigen Feynman-Regeln ab, ob sie beide Zerfälle gleichzeitig realisieren können. Dann wird (9.19) benutzt.

	Kopplung	Flavor	Kopplung	Flavor	Messung
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.63 \times 10^{-2}$	($ee11$)	$ \alpha \lesssim 1.30$	($e\tau 11$), ($\tau e 11$)	[163]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.09 \times 10^{-2}$	($ee11$)	$ \alpha \lesssim 1.16$	($e\tau 11$), ($\tau e 11$)	BR [36]
\mathcal{O}_{qde} ,	$ \text{Im}(\alpha c_S) \lesssim 4.11 \times 10^{-4}$	($ee11$)	$ \alpha c_S \lesssim 1.02 \times 10^{-2}$	($\mu e 11$), ($\tau e 11$)	[163]
\mathcal{O}_{lq}	$ \text{Im}(\alpha c_S) \lesssim 3.26 \times 10^{-4}$	($ee11$)	$ \alpha c_S \lesssim 9.05 \times 10^{-3}$	($\mu e 11$), ($\tau e 11$)	BR [36]

Tab. 9.3.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{lq(3)}$, \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_i$ mit $i \in \{e, \mu, \tau\}$

Betrachtet man den Operator $\mathcal{O}_{lq(3)}$, so stellt man fest, dass das Ergebnis aus den Verhältnissen der Zerfallsbreiten unabhängig von den Leptonmassen ist. Die Grenzen stimmen für beide Leptonen überein. Wiederum sind die Abschätzungen, die mittels der Zerfallsbreiten bestimmt wurden, besser als die anderen. Für Positronen ist dieser Unterschied gering, für Myonen aus den oben beschriebenen Gründen von der Größenordnung 10^{-4} für den Leptonzahl-erhaltenden Kanal, 10^{-2} für den Leptonzahl-verletzenden Prozess. $\mathcal{O}_{lq(3)}$ beschreibt gleichzeitig den Zerfall $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_\mu$ und $\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu_e$, jedoch heben sich die beiden Beiträge gegenseitig auf. Für die Flavor-Kombinationen ($e\mu 11$) und ($\mu e 11$) erhält man also nur Einschränkungen aus den partiellen Zerfallsbreiten.

Bei den Operatoren \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} tritt im hadronischen Anteil eine rechtshändige skalare Kopplung auf, die im Rahmen des Standardmodells nicht erscheint. Deshalb verwenden

⁴ Mit 1 bzw. 2 wird die erste bzw. zweite Generation der Quarks bezeichnet.

	Kopplung	Flavor	Kopplung	Flavor	Messung
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.63 \times 10^{-2}$	$(\mu\mu 11)$	$ \alpha \lesssim 1.30$	$(\mu\tau 11), (\tau\mu 11)$	[163]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.62 \times 10^{-6}$	$(\mu\mu 11)$	$ \alpha \lesssim 1.30 \times 10^{-2}$	$(\mu\tau 11), (\tau\mu 11)$	BR [36]
\mathcal{O}_{qde}	$ \text{Im}(\alpha c_S) \lesssim 8.45 \times 10^{-2}$	$(\mu\mu 11)$	$ \alpha c_S \lesssim 2.09$	$(\tau\mu 11)$	[163]
\mathcal{O}_{lq}	$ \text{Im}(\alpha c_S) \lesssim 8.43 \times 10^{-6}$	$(\mu\mu 11)$	$ \alpha c_S \lesssim 1.02 \times 10^{-2}$	$(e\mu 11)$	[163]
			$ \alpha c_S \lesssim 2.09 \times 10^{-2}$	$(e\mu 11), (\tau\mu 11)$	BR [36]

Tab. 9.4.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{lq(3)}$, \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_i$ mit $i \in \{e, \mu, \tau\}$

wir Definition (9.12) und stellen Ungleichungen auf, die das Produkt aus neuer effektiver Kopplung und neu eingeführter Konstante c_S erfüllen muss. Damit werden die Aussagen über die Größe der neuen Kopplung weniger aussagekräftig als bisher, weil ein weiterer Parameter ins Spiel kommt. Umgekehrt schränkt die Kenntnis einer der beiden Größen die andere ein. Mittels chiraler Störungstheorie oder unter Zuhilfenahme weiterer Annahmen gibt es eventuell Wege, die Konstanten genauer zu bestimmen. Auf konkrete Annahmen wollen wir im Folgenden jedoch verzichten und geben deshalb die Schranken für α und c_s gemeinsam an. Beide Operatoren sind nicht in der Lage mit einer einzigen Flavor-Kombination beide Prozesse zu beschreiben. Wie schon für $\mathcal{O}_{lq(3)}$ besprochen, verhalten sich auch bei diesen Operatoren die verschiedenen Grenzen zueinander.

Der Beitrag der hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren

Betrachten wir als erstes die Gruppe derjenigen hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren, in denen ein Feldstärketensor vorkommt, kommt wieder das oben vorgestellte Argument zum Tragen: W -Boson- und Pionimpuls stimmen überein, weshalb diese Operatoren in keiner Weise zu den semileptonischen Zerfällen beitragen. Deshalb bedürfen die Operatoren \mathcal{O}_{qW} , \mathcal{O}_{qB} , \mathcal{O}_{uW} , \mathcal{O}_{uB} , \mathcal{O}_{dW} , \mathcal{O}_{dB} keiner weiteren Betrachtung. Den Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi u}$ und $\mathcal{O}_{\varphi d}$ fehlt das entsprechende zweite Quarkfeld, $\mathcal{O}_{\varphi q(1)}$ fehlt der Feldoperator eines geladenen Vektorbosons. Zu betrachten sind schließlich die Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$, $\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$, \mathcal{O}_{Du} , \mathcal{O}_{Dd} , $\mathcal{O}_{\bar{D}u}$, $\mathcal{O}_{\bar{D}d}$. Nun kann man diese sechs Operatoren weiter charakterisieren: In den Operatoren \mathcal{O}_{Du} , \mathcal{O}_{Dd} , $\mathcal{O}_{\bar{D}u}$ und $\mathcal{O}_{\bar{D}d}$ wirkt eine Ableitung direkt auf eines der Quarkfelder. Dementsprechend treten Matrixelemente auf, die Ableitungen der Quarkfelder enthalten und gemäß der Definitionen (9.13) und (9.14) ersetzt werden müssen. Die beiden anderen Operatoren enthalten keine Ableitungen, wobei der Operator $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$ die gleiche Lorentz-Struktur wie das Standardmodell besitzt, während bei $\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$ eine rechtshändige Vektorkopplung auftritt. Da Pionen pseudoskalare Mesonen sind, spielt letzteres allerdings keine entscheidende Rolle. Es kann die übliche Definition für den geladenen axialen Strom benutzt werden, um die

Matrizelemente der rechtshändigen Vektorkopplung zu beschreiben.

Das Vorgehen ist bei allen nicht verschwindenden Beiträgen ähnlich. Man stellt das Matrixelement \mathcal{M}_l^{neu} auf und ersetzt gemäß einer der Definitionen (9.2), (9.12)–(9.14) den hadronischen Anteil. Dann bildet man das Verhältnis aus den Raten der Zerfälle $\pi^+ \rightarrow l^+ \nu_l$ für $l = \text{Elektron}$ bzw. $l = \text{Myon}$. Dabei ist zu berücksichtigen, dass im Falle der hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren beide Zerfälle gleichzeitig realisiert werden können. In einigen Fällen kürzt sich bei der Bestimmung des Verhältnisses die neue Kopplung heraus. Deshalb bestimmen wir in diesen Situationen die jeweiligen einzelnen Zerfallsbreiten.

Operator	$\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$	$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$
$\mathcal{O}_{Du}, \mathcal{O}_{Dd}$	$ \text{Re}(\alpha c_S^{D'}) \lesssim 1.11 \times 10^2$	$ \text{Re}(\alpha c_S^{D'}) \lesssim 1.40 \times 10^{-2}$
$\mathcal{O}_{\bar{D}u}, \mathcal{O}_{\bar{D}d}$	$ \text{Re}(\alpha c_S^D) \lesssim 1.11 \times 10^2$	$ \text{Re}(\alpha c_S^D) \lesssim 1.40 \times 10^{-2}$

Tab. 9.5.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren \mathcal{O}_{Du} , \mathcal{O}_{Dd} , $\mathcal{O}_{\bar{D}u}$ und $\mathcal{O}_{\bar{D}d}$ bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\pi^+ \rightarrow l^+ \nu_l$ mit $l \in \{e, \mu\}$

Man erhält schließlich die in Tabelle 9.5 zusammengestellten Ergebnisse. Da man feststellt, dass die Kopplungskonstante der Operatoren \mathcal{O}_{Du} , \mathcal{O}_{Dd} , $\mathcal{O}_{\bar{D}u}$ und $\mathcal{O}_{\bar{D}d}$ bei der Verhältnisbildung (9.17) verschwindet, können die Abschätzungen für die Kopplungskonstante α zusammen mit einem der Parameter c_i nur mit Hilfe der zugehörigen Verzweungsverhältnisse gewonnen werden. Man beachte, dass es sich bei den Parametern c_S und $c_S^{D'}$ gemäß unserer Definitionen um zwei verschiedene Größen handelt.

Auch bei den Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$ und $\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$ hebt sich die Kopplungskonstante bei der Bildung des Verhältnisses (9.17) heraus. Deshalb beschränken wir uns auch in diesem Fall auf die Berechnung der zugehörigen Verzweungsverhältnisse.

Operator	$\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$	$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$
$\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.18 \times 10^{-2}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 5.26 \times 10^{-6}$
$\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 8.36 \times 10^{-2}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.05 \times 10^{-5}$

Tab. 9.6.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$ und $\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$ bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\pi^+ \rightarrow l^+ \nu_l$ mit $l \in \{e, \mu\}$

Bei allen hadronischen Operatoren ist zu beobachten, dass die Abschätzungen für die Kopplung, die sich aus $\text{BR}(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)$ ergibt, um etwa 3 Größenordnungen besser ist als die mittels dem experimentellen Ergebnis für $\text{BR}(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)$ erhaltenen. Da die experimentellen Fehler übereinstimmen, ist der Unterschied allein auf das Massenverhältnis m_e/m_μ

zurückzuführen. Weiter ist zu bemerken, dass keiner der hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren zu LFV-Moden führt, da die Quark-Vertizes stets mit einem leptonischen Standardmodellvertex kombiniert werden.

9.3. Das Kaon-Zerfallsverhältnis

Die Rechnung folgt der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Methode unter Berücksichtigung, dass der Cabibbo-Winkel durch das entsprechende Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Mischungsmatrixelement $|V_{us}|$ zu ersetzen ist und dass statt der Pion- die Kaon-Zerfallskonstante f_K zusammen mit der Kaonmasse m_K auftritt. Die totale Zerfallsrate $K^+ \rightarrow l^+ \nu_l$ lautet demnach für die Standardmodellvorhersage

$$\Gamma_l^{SM} = \frac{|V_{us}|^2 f_K^2 G_F^2 m_l^2 (m_K^2 - m_l^2)^2}{8\pi m_K^3}. \quad (9.30)$$

Analog zum Vorgehen bei den Pionzerfällen, werden in diesem Abschnitt die Operatoren nacheinander betrachtet. Die Argumentation aus Abschnitt 9.2 lässt sich im Einzelnen vollständig auf die Kaon-Zerfälle übertragen, weswegen wir auf eine erneute ausführliche Diskussion verzichten.

Als Ausgangspunkt unserer Diskussion werden zum einen das direkt bestimmte Verhältnis

$$R = \frac{\text{BR}(K^+ \rightarrow e^+ \nu)}{\text{BR}(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu)} = (2.45 \pm 0.11) \times 10^{-5} \text{ [36]}, \quad (9.31)$$

dem u.a. [169, 170] zugrundeliegt, und zum anderen die einzelnen Verzweigungsverhältnisse

$$\text{BR}(K^+ \rightarrow e^+ \nu) = (1.55 \pm 0.07) \times 10^{-5} \text{ [36]} \quad (9.32)$$

$$\text{BR}(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu) = 0.6343 \pm 1.7 \times 10^{-3} \text{ [171]} \quad (9.33)$$

genutzt. Der Flavor des auslaufenden Neutrinos wurde in keinem der Fälle explizit bestimmt, was uns im Weiteren wiederum die Betrachtung der LFV Zerfallskanäle erlaubt.

Zwar liegen Messungen vor, die sich eindeutig auf einen bestimmten Neutrino-Flavor im Endzustand beziehen, jedoch sind sie ungenauer als die oben angeführten Experimente:

$$\text{BR}(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_e) < 4 \times 10^{-3} \text{ [168]} \quad (9.34)$$

$$\text{BR}(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu) < (63.43 \pm 0.17)\% \text{ [36]}. \quad (9.35)$$

Das daraus bestimmte Verhältnis lautet

$$\frac{\text{BR}(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_e)}{\text{BR}(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)} < \frac{4 \times 10^{-3}}{(63.43 \pm 0.17)\%} = 6.5 \times 10^{-3} \quad (9.36)$$

und ist weniger genau als das Ergebnis der direkten Messung Glg.(9.31) dieses Verhältnisses.

Wie bei den Berechnungen zum Pionzerfall gesehen, kann es vorkommen, dass ein neuer Operator beide Zerfallsmoden gleichzeitig realisiert, dann ist gemäß (9.17) das Verhältnis der Raten zu bestimmen. Wird nur eine der beiden Moden realisiert, benutzt man statt der Messung des Verhältnisses R das jeweilige experimentell bestimmte Verzweigungsverhältnis.

Beitrag der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren

Operator	Kopplung	Flavor	Kopplung	Flavor	Messung
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.608$	(ee)	$ \alpha \lesssim 4.48$	$(e\tau)$	Verhältnis [36]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.585$	(ee)	$ \alpha \lesssim 4.40$	$(e\tau), (e\mu)$	BR [36]
\mathcal{O}_{De}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 8.37 \times 10^{-1}$	(ee)	$ \alpha \lesssim 6.54$	$(\mu e), (\tau e)$	Verhältnis [36]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.06 \times 10^{-1}$	(ee)	$ \alpha \lesssim 4.43$	$(\mu e), (\tau e)$	BR [36]
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 8.37 \times 10^{-1}$	(ee)	$ \alpha \lesssim 6.54$	$(\mu e), (\tau e)$	Verhältnis [36]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.06 \times 10^{-1}$	(ee)	$ \alpha \lesssim 4.43$	$(\mu e), (\tau e)$	BR [36]

Tab. 9.7.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$, \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ bei $\Lambda = 1$ TeV aus $K^+ \rightarrow e^+ \nu_i$ mit $i = e, \mu, \tau$

Operator	Kopplung	Flavor	Kopplung	Flavor	Messung
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 0.608$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 4.48$	$(\mu\tau)$	Verhältnis [36]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 3.69 \times 10^{-2}$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 1.10$	$(\mu\tau), (\mu e)$	BR [171]
\mathcal{O}_{De}	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.75 \times 10^2$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 1.29 \times 10^3$	$(e\mu), (\tau\mu)$	Verhältnis [36]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 5.04$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 2.19 \times 10^2$	$(e\mu), (\tau\mu)$	BR [171]
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.80 \times 10^2$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 1.41 \times 10^3$	$(e\mu), (\tau\mu)$	Verhältnis [36]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 5.52$	$(\mu\mu)$	$ \alpha \lesssim 2.39 \times 10^2$	$(e\mu), (\tau\mu)$	BR [171]

Tab. 9.8.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$, \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ bei $\Lambda = 1$ TeV aus $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_i$ mit $i = e, \mu, \tau$

Betrachtet man zunächst die leptonischen Operatoren, ergeben sich die in Tab.9.7 und 9.8 dargestellten Abschätzungen.

Wie bereits beim Pion, sieht man, dass die Abschätzungen mittels R unabhängig von den Leptonmassen sind. Der Messfehler von $\text{BR}(K^+ \rightarrow e\nu)$ ist um den Faktor 10^{-4} kleiner als

der Messfehler des entsprechenden Zerfalls in ein Myon und ein Neutrino. Deswegen wäre zu erwarten, dass sich die Abschätzungen der effektiven Kopplung α ähnlich verhalten. Das ist bei $\mathcal{O}_{\phi l(3)}$ nicht der Fall. Der unterschiedlich große Messfehler wird durch das Massenverhältnis m_e/m_μ kompensiert. Bei Bestimmung des Beitrags zum Interferenzterm tritt der Faktor m_e/m_μ auf. Bei dem Beitrag zum Betragsquadrat tritt der Faktor $(m_e/m_\mu)^2$ auf. Deshalb unterscheiden sich die Abschätzungen um einen Faktor 10^{-2} im Falle der Interferenz bzw. fast nicht im Falle des Betragsquadrats.

Bei \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ überwiegt der Einfluss der verschiedenen großen Messfehler. Die Abschätzungen aus $\text{BR}(K^+ \rightarrow \mu\nu)$ sind um 2 bis 3 Größenordnungen schlechter als aus dem Zerfall in Elektron und Neutrino. Bei den leptonischen Zerfällen des Pions unterscheiden sich die Abschätzung aus der Verhältnismessung und der Messung des Verzweigungsverhältnisses um 3 Größenordnungen, obwohl die Fehlerintervalle etwa gleich groß sind. Bei den Kaonzerfällen hat die Messung des Verhältnisses einen um 3 Größenordnungen kleineren Fehler als das $\text{BR}(K^+ \rightarrow \mu\nu)$, deswegen beträgt in diesem Fall der Unterschied der Abschätzungen der Kopplungen nur etwa 10^2 .

Insgesamt sind die Abschätzungen mit Hilfe der leptonsichen Pionzerfälle genauer als die aus den Kaonzerfällen ermittelten.

Beitrag der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren

	Kopplung	Flavor	Kopplung	Flavor	Messung
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 6.68 \times 10^{-3}$	$(eeij)$	$ \alpha \lesssim 9.85 \times 10^{-1}$	$(e\tau 12), (\tau e 21)$ $(e\mu 12)$	[36]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 3.06 \times 10^{-2}$	$(eeij)$	$ \alpha \lesssim 6.66 \times 10^{-1}$	$(e\tau 12)$	BR [36]
$\mathcal{O}_{qde},$ \mathcal{O}_{lq}	$ \text{Im}(\alpha_S) \lesssim 8.54 \times 10^{-4}$	$(ee21)$	$ \alpha_S \lesssim 6.30 \times 10^{-3}$	$(\mu e 21), (\tau e 21)$	[36]
	$ \text{Im}(\alpha_S) \lesssim 3.91 \times 10^{-4}$	$(ee21)$	$ \alpha_S \lesssim 4.26 \times 10^{-3}$	$(\mu e 21), (\tau e 21)$	BR [36]

Tab. 9.9.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{lq(3)}$, \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} bei $\Lambda = 1$ TeV aus $K^+ \rightarrow e^+\nu_k$ mit $k = e, \mu, \tau$ und $i \neq j = 1, 2$

Bei den semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren fällt auf, dass die Abschätzungen anhand des Verzweigungsverhältnisses $\text{BR}(K^+ \rightarrow e^+\nu)$ stets etwas besser sind als die anhand von R gewonnenen Abschätzungen, da sich auch die Messfehler in dieser Weise zueinander verhalten. Vergleicht man die Grenzen aus R mit denen des Zerfalls in Myon und Neutrino, stellt man Analoges fest. Der Grund besteht hier allerdings im Einfluss der Myon-Masse, nicht in der Größe des Messfehlers. Das Verhältnis R ist bei dem Operator $\mathcal{O}_{lq(3)}$ unabhängig von den Leptonmassen und liefert in beiden Fällen gleich große Abschätzungen. Bei den Verzweigungsverhältnissen dagegen spielen die Massen eine Rolle. Insgesamt sind

	Kopplung	Flavor	Kopplung	Flavor	Messung
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 6.68 \times 10^{-2}$	$(\mu\mu ij)$	$ \alpha \lesssim 9.85 \times 10^{-1}$	$(\mu\tau 12), (\tau\mu 21)$ $(\mu e 12)$	[36]
	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.93 \times 10^{-3}$	$(\mu\mu ij)$	$ \alpha \lesssim 1.67 \times 10^{-1}$	$(\mu\tau 12)$	BR [171]
\mathcal{O}_{qde}	$ \text{Im}(\alpha c_S) \lesssim 1.76 \times 10^{-1}$	$(\mu\mu 21)$	$ \alpha c_S \lesssim 1.26$	$(\tau\mu 21)$	[36]
			$ \alpha c_S \lesssim 6.30 \times 10^{-3}$	$(e\mu 21)$	[36]
\mathcal{O}_{lq}	$ \text{Im}(\alpha c_S) \lesssim 5.07 \times 10^{-3}$	$(\mu\mu 21)$	$ \alpha c_S \lesssim 2.20 \times 10^{-1}$	$(e\mu 21), (\tau\mu 21)$	BR [171]

Tab. 9.10.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{lq(3)}$, \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} bei $\Lambda = 1$ TeV aus $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_k$ mit $k = e, \mu, \tau$ und $i \neq j = 1, 2$

die Abschätzungen anhand des Zerfalls in Myon und Neutrino ein wenig besser als die mittels des Zerfalls $K^+ \rightarrow e^+ \nu$ gewonnenen.

Bei den Operatoren \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} stellt sich die Situation anders dar. Die Abschätzungen aus dem Zerfall in ein Elektron und Neutrino sind um 1 bis 2 Größenordnungen besser als die aus dem Zerfall in Myon und Neutrino. Nur bei der Flavor-Kombination, die beide Zerfälle gleichzeitig realisiert stimmen die Abschätzungen anhand von R natürlich überein.

Die Grenzen der Kopplung $\alpha_{lq(3)}$ aus dem Zerfall $K^+ \rightarrow e^+ \nu$ sind um etwa 30% besser als die vergleichbaren Pion-Werte, dagegen sind die Grenzen an die Kopplungen von \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} um 10 bis 60% schwächer als die aus dem Pionzerfall. Die Grenzen aus $\text{BR}(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu)$ sind um etwa 3 Größenordnungen schlechter als die aus $\text{BR}(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu)$. Das resultiert aus der um 10^4 größeren Messungenauigkeit.

Beitrag der hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren

Operator	$K^+ \rightarrow e^+ \nu_e$	$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, [171]
$\mathcal{O}_{Du}, \mathcal{O}_{Dd}$	$ \text{Re}(\alpha c_S^{D'}) \lesssim 1.33 \times 10^2$	$ \text{Re}(\alpha c_S^{D'}) \lesssim 8.41$
$\mathcal{O}_{\bar{D}u}, \mathcal{O}_{\bar{D}d}$	$ \text{Re}(\alpha c_S^D) \lesssim 1.33 \times 10^2$	$ \text{Re}(\alpha c_S^D) \lesssim 8.41$

Tab. 9.11.: Schranken für die Kopplungen bei $\Lambda = 1$ TeV aus $K^+ \rightarrow l^+ \nu_l$ mit $l = e, \mu$ und mit der Flavor-Kombination (21) für $\mathcal{O}_{Du}, \mathcal{O}_{\bar{D}u}$ bzw. (12) für $\mathcal{O}_{Dd}, \mathcal{O}_{\bar{D}d}$

Für alle hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren gilt: Die neue Kopplung α fällt bei der Bildung des Verhältnisses R wie auch schon bei den betrachteten Pion-Zerfall heraus. Die

Operator	$K^+ \rightarrow e^+ \nu_e$	$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, [171]	Flavor
$\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 6.13 \times 10^{-2}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 3.86 \times 10^{-3}$	(21)
$\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.23 \times 10^{-1}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 7.73 \times 10^{-3}$	(12)

Tab. 9.12.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$ und $\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$ bei $\Lambda = 1$ TeV aus $K^+ \rightarrow l^+ \nu_l$ mit $l = e, \mu$

Grenzen können wie bei dem Pion-Zerfall lediglich anhand der Verzweigungsverhältnisse bestimmt werden. Die aus dem Kaon-Zerfall resultierenden Abschätzungen für den $e^+ \nu$ -Endzustand sind ähnlich groß wie bei dem Pion-Zerfall. Dagegen liegen die Abschätzungen aus der Myon-Mode des Kaon-Zerfalls nur um zwei Größenordnungen unterhalb der der Elektron-Mode. Der Grund dafür ist die Größe des Verhältnisses der Messfehler, das bei etwa 10^4 liegt, zusammen mit dem Einfluss der unterschiedlichen Massen. Die analogen Abschätzungen des Pion-Zerfalls liegen dagegen um vier Größenordnungen auseinander. Bei diesem Vergleich ist zu beachten, dass er nicht quantitativ zu verstehen ist, da es sich bei den Operatoren, die die Pionzerfälle beschreiben um solche mit Flavor-Kombination (11) handelt, während bei den Kaonzerfällen die Flavor-Kombinationen (12) bzw. (21) eine Rolle spielen.

Noch zu erwähnen bleibt unsere Annahme, dass V_{us} der Einfachheit halber wie eine reelle Größe behandelt wird. Da die beiden betrachteten Prozesse die Leptonzahl-erhalten und deshalb auch innerhalb des Standardmodells realisiert werden, sind die Interferenzterme die Terme führender Ordnung in der neuen Kopplung α . Sie liegen unseren Berechnungen zu grunde. Zählt man nun die Vertizes, die proportional zu V_{us} bzw. V_{us}^* sind und in den Interferenztermen berücksichtigt werden müssen, stellt man fest, dass stets genau ein solcher Vertex auftritt. Für beliebiges komplexes V_{us} müsste im Weiteren ein zusätzlicher Parameter eingeführt werden, der den Winkel ϕ zwischen V_{us} und α beschreibt. Zusammen mit den unbestimmten Parametern c_S bzw. $c_S^{D'}$, die bei den Operatoren \mathcal{O}_{Du} , \mathcal{O}_{Dd} , $\mathcal{O}_{\bar{D}u}$ und $\mathcal{O}_{\bar{D}d}$ auftreten, ist ein solcher Ansatz kaum aussagekräftig. Sollte V_{us} rein imaginär sein, dann muss in Tabelle 9.11 der Realteil durch den Imaginärteil ersetzt werden. Bei der Diskussion der Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$ und $\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$ ist es möglich den Winkel ϕ mit einzubeziehen. Wir haben aus Gründen der Einfachheit dennoch darauf verzichtet, da es unser Ziel ist, mit möglichst einem einzelnen Experiment, die Größe der neuen effektiven Kopplung abzuschätzen.

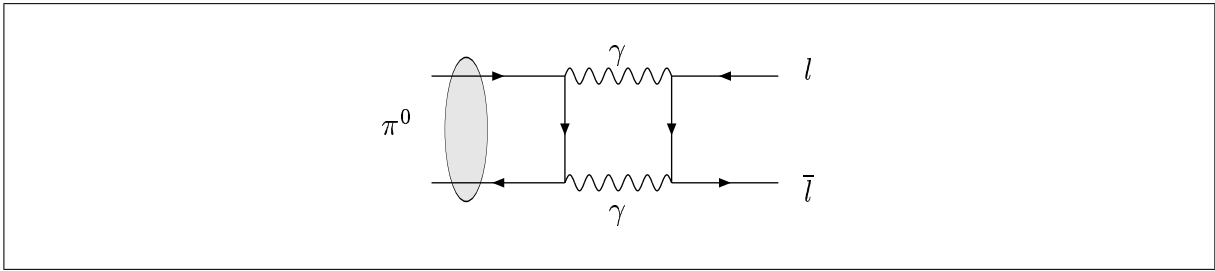


Abb. 9.4.: Feynman-Diagramm für $\pi^0 \rightarrow l\bar{l}$

9.4. Zerfälle des neutralen Pions $\pi^0 \rightarrow l\bar{l}$

Die Zerfälle des neutralen Pions in Leptonpaare $\nu\bar{\nu}$, e^+e^- bzw. $e^\pm\mu^\mp$ unterliegen den gleichen kinematischen Bedingungen wie die in den vorigen Abschnitten besprochenen Zerfälle geladener Mesonen. Die eigentliche Besonderheit der Zerfälle neutraler Pionen gegenüber den Zerfällen geladener Pionen besteht allerdings darin, dass der elektromagnetische Zerfallskanal in zwei Photonen möglich ist. Deshalb ist das dominante Diagramm zu den Zerfällen $\pi^0 \rightarrow l^+l^-$ im Standardmodell nicht analog zur Abbildung 9.3 ein Baumgraph, sondern ein in Abb. 9.4 dargestelltes Schleifendiagramm, in dem über einen Zwischenzustand von zwei virtuellen Photonen der leptonische Endzustand realisiert wird [175]. Angemerkt sei zusätzlich, dass an Stelle der Pionzerfallskonstante f_π im Weiteren die entsprechende Zerfallskonstante des neutralen Pions f_{π^0} aus Definition (9.3) eine Rolle spielt.

9.4.1. Zerfälle $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$, $i, j = e, \mu, \tau$

Für das Verzweigungsverhältnis $\text{BR}(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})$ gibt es die experimentell bestimmte Obergrenze 2.7×10^{-7} [172]. Dieser Prozess ist im SM wegen der Erhaltung des Spins beim Übergang von dem Anfangs- in den Endzustand und wegen der CP-Verletzung im Neutrinosektor verboten. Da wir keine neuen Teilchen zu dem Teilcheninhalt des SMs hinzugefügt haben, lassen sich aus diesem Zerfall keinerlei Schlüsse für die neuen effektiven Kopplungen ziehen.

9.4.2. LNC-Zerfälle $\pi^0 \rightarrow l^+l^-$

Da wir uns bei der Bestimmung von Korrekturen zum Standardmodell auf Baumgraphenbeiträge beschränken wollen, ist es aus folgendem Grund nicht sinnvoll, Berechnungen für die Leptonzahl-erhaltenden Moden durchzuführen: Wie man anhand der vorherigen Abschätzungen für die neuen Kopplungen der leptonischen Operatoren sieht, wären sie lediglich Korrekturen zu dem gemäß Abb. 9.3 dargestellten schwachen Prozess, der ge-

genüber dem elektromagnetischen ohnehin um einige Größenordnungen unterdrückt ist. Um den störungstheoretischen Ansatz zu rechtfertigen, nehmen wir ausserdem an, dass die Kopplungen der hadronischen Operatoren klein sind, auch wenn uns keine berechneten Werte für die oberen Schranken von Operatoren mit $\bar{u}\Gamma_i u, \bar{d}\Gamma_i d$ vorliegen. Für die hadronischen Operatoren gilt also ebenfalls, dass sie zu Korrekturen des unterdrückten Diagramms führen. Die Vier-Fermion-Operatoren spielen bei diesem Prozess ebenfalls keine Rolle.

Weiterhin ist es innerhalb eines effektiven Ansatzes nicht sinnvoll, Korrekturen zu dem dominanten Schleifenbeitrag zu bestimmen. Aus den auftretenden Divergenzen resultieren Counterterme, die innerhalb unserer Vorgehensweise als weitere unbestimmte Parameter in die Diskussion eingehen. Um die Anzahl der gleichzeitig auftretenden neuen Parameter gering zu halten, verzichten wir deshalb auf genauere Betrachtungen von Schleifendiagrammen zu dem Prozess $\pi^0 \rightarrow l^+ l'^-$.

9.4.3. LNV-Zerfälle $\pi^0 \rightarrow l^+ l'^-$

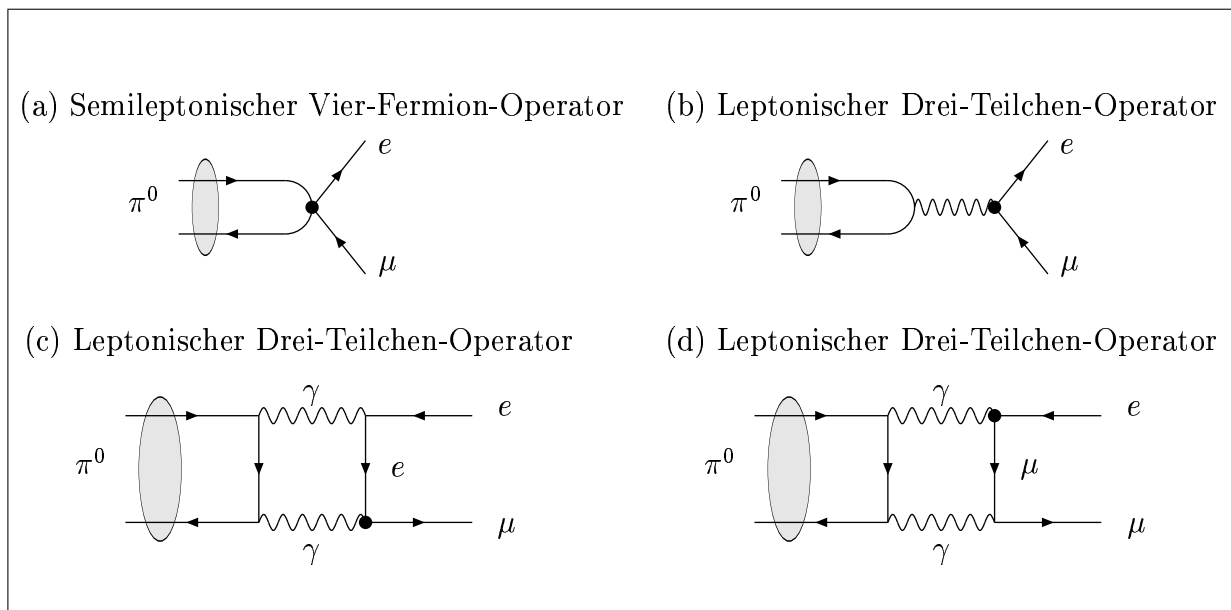


Abb. 9.5.: Feynman-Diagramm für $\pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$.

Zur Realisierung von Leptonzahl-verletzenden Kanälen $\pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ gibt es im Rahmen unseres Zugangs vier verschiedene Möglichkeiten, die Zerfälle mittels eines neuen effektiven Vertex zu beschreiben. Sie sind in Abb. 9.5 dargestellt. Die hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren spielen hier keine Rolle, da ein Vertex beitragen muss, an dem sich die Leptongeneration ändert. Diese Situation wird nur durch semileptonische Vier-Fermion- oder leptonische Drei-Teilchen-Operatoren realisiert. Da die Zerfälle $\pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ im SM verboten sind, gibt es folglich kein dominantes SM-Schleifendiagramm, das berücksichtigt

werden muss. Folglich werden durch neue Operatoren generierte Diagramme nicht durch SM-Physik dominiert und es ist sinnvoll, die Einflüsse der neuen Operatoren genauer zu betrachten:

Wie für den Leptonzahl-erhaltenden Prozess gilt auch hier, dass die Baumgraphenbeiträge gegenüber den Schleifenbeiträgen unterdrückt sind. Jedoch gilt zu beachten, dass nicht jeder der Drei-Teilchen-Operatoren zu beiden Diagrammen 9.5 (b) und (c) oder (d) führt. Es ist aus oben genannten Gründen nicht sinnvoll, sich mit dem Diagramm 9.5 (c) bzw. (d) näher zu befassen, falls der Operator, der den $e\mu$ -Vertex generiert, einen Photonaustausch zulässt. Das betrifft \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} und \mathcal{O}_{lW} . Für die Kopplungen dieser Operatoren existieren bereits starke Einschränkungen $|\alpha| \lesssim 10^{-9} \dots 10^{-5}$ aus dem Zerfall $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ (vgl. Tab. 8.1). Für die Verwertung der Messung $\text{BR}(\pi^0 \rightarrow e^+ \mu^-) \lesssim 3.8 \times 10^{-10}$ [173] und $\text{BR}(\pi^0 \rightarrow e^+ \mu^-) \lesssim 3.4 \times 10^{-9}$ [174] verbleiben somit die leptonicen Drei-Teilchen-Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$, $\mathcal{O}_{\varphi e}$, \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ und alle semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren $\mathcal{O}_{lq(1)}$, $\mathcal{O}_{lq(3)}$, \mathcal{O}_{qe} , \mathcal{O}_{qde} , \mathcal{O}_{lq} , \mathcal{O}_{eu} , \mathcal{O}_{ed} , \mathcal{O}_{lu} und \mathcal{O}_{ld} .

Bemerkungen zum Experiment

Beide Zerfallsraten $\text{BR}(\pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp)$ wurden Mitte der Neunziger Jahre am BNL mit dem E865-Detektor bestimmt. Protonen aus dem AGS (Alternating Gradient Synchrotron) mit einer Energie von 24 GeV treffen auf ein Kupfer-Target, an dem Kaonen erzeugt und nach ihrem Impuls selektiert werden. Diejenigen Kaonen mit einem Impuls von 6 GeV passieren die etwa 5 m lange Zerfallsregion. Etwa 5% der Kaonen zerfallen in diesem Bereich. Die Zerfallsprodukte werden durch einen Dipolmagneten gemäß ihrer Ladung und Masse voneinander getrennt und durchlaufen anschließend vier Driftkammern, bevor sie auf Elektron- und Myonkalorimeter treffen. Die Analysen beziehen sich in erster Linie auf Zerfälle geladener Kaonen in ein Pion und Leptonen. Da das Pion innerhalb des Detektorvolumens zerfällt, schließt man aus der Nichtbeobachtung eines Ereignisses $\pi^0 \rightarrow e^- \mu^+$ auf das maximale Verzweigungsverhältnis.

Berechnung der Zerfallsrate

Wie in Gleichung (9.5) bereits erkannt, zerfällt das Matrixelement, das den Übergang eines neutralen Pions in zwei Leptonen beschreibt, in einen hadronischen und einen leptonicen Anteil. Da Leptonzahl-verletzende Prozesse ausschließlich mit Hilfe der leptonicen Drei-Teilchen- oder semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren beschrieben werden können, benutzen wir im Folgenden, wenn der hadronische Teil durch eine $V \pm A$ -Kopplung beschrieben wird, die Beziehung

$$\langle 0 | \bar{u} \gamma^\mu P_L u - \bar{d} \gamma^\mu P_L d | \pi^0 \rangle = -i p^\mu \frac{f_{\pi^0}}{2}, \quad (9.37)$$

die die Zerfallskonstante f_{π^0} , den Pionimpuls p^μ und den zum neutralen Pion gehörenden axialen Strom verknüpft. Bei den semileptonischen Operatoren, die eine (pseudo-)skalare Kopplung besitzen, müssen wie schon bei den Zerfällen des geladenen Pions neue Parameter c_i eingeführt werden. Die leptonischen Matrixelemente werden wie üblich behandelt. Die Kinematik ist, bis auf die unterschiedlichen von Null verschiedenen Massen der auslaufenden Leptonen, völlig analog zu der in Abschnitt 9.2 diskutierten. Die Impulse lassen sich wie folgt parametrisieren

$$\begin{aligned} p &= (m_\pi, 0, 0, 0) && \text{Impuls des Pions mit Masse } m_\pi, \\ p_- &= (E_-, 0, 0, |\vec{p}_-|) && \text{Impuls des Leptons mit Masse } m_-, \\ p_+ &= p_\pi - p_- && \text{Impuls des Antileptons mit Masse } m_+. \end{aligned} \quad (9.38)$$

Die Energie und der Impuls des auslaufenden Leptons betragen

$$E_- = \frac{m_\pi^2 + m_-^2 - m_+^2}{2m_\pi} \quad \text{und} \quad |\vec{p}_-| = \sqrt{\frac{(m_\pi^2 + m_-^2 - m_+^2)^2}{4m_\pi^2} - m_-^2}. \quad (9.39)$$

Nach Berücksichtigung des Phasenraums und des Flussfaktors erhält man für die Breite

$$\text{BR}(\pi^0 \rightarrow l^- l'^+) = \frac{\sqrt{E_-^2 - m_-^2}}{8\pi m_\pi^2} |\mathcal{M}^{ges}(E_-)|^2 \Big|_{E_- = \frac{m_\pi^2 + m_-^2 - m_+^2}{2m_\pi}}. \quad (9.40)$$

Da die Zerfälle im SM verboten sind, spielt \mathcal{M}^{SM} keine Rolle und es gilt $\mathcal{M}^{ges} = \mathcal{M}^{neu}$.

Der Beitrag der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren

Aufgrund der Größe von Pion- und Taumasse, sind lediglich die Zerfälle $\pi^0 \rightarrow e^- \mu^+$ und $\pi^0 \rightarrow \mu^- e^+$ möglich. Deshalb betrachten wir nur solche Drei-Teilchen-Operatoren mit den Flavor-Verteilungen $(e\mu)$ und (μe) . Der hadronische Teil des Matrixelements wird wie im SM berechnet, so dass man schließlich für den Beitrag eines der effektiven Operatoren

$$\Gamma = \frac{f_{\pi^0}^2}{128\pi m_\pi^2 m_Z^4} \sqrt{E_-^2 - m_-^2} |p^\mu \mathcal{M}_\mu^{lept}(E_-)|^2, \quad (9.41)$$

mit der Energie E_- aus (9.39), erhält.

Die drei Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$, $\mathcal{O}_{\varphi e}$ führen zu den gleichen Ergebnissen, da ihre relevanten Beiträge bis auf die Helizitäten der Leptonen übereinstimmen. Die Abschätzungen anhand der Operatoren \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ sind um viele Größenordnungen schlechter, weil diese Ableitungskopplungen enthalten. Dieser Effekt konnte bereits bei anderen Prozessen beobachtet werden. Die Grenzen aus den verschiedenen Prozessen verhalten sich zueinander wie die Wurzel des Verhältnisses der experimentellen Fehler und sind insbesondere unabhängig von den Massen der auslaufenden Teilchen. Da bei der Ableitungskopplung die unterschiedlichen Massen direkt in die Breite eingehen, ist das Verhältnis der Grenzen dieser Operatoren nicht mehr in einfacher Weise vom Verhältnis der Messfehler abhängig.

Operator	$\pi^0 \rightarrow e^- \mu^+$	Flavor	$\pi^0 \rightarrow \mu^- e^+$	Flavor
$\mathcal{O}_{\phi l(1)}, \mathcal{O}_{\phi l(3)}, \mathcal{O}_{\phi e}$	$ \alpha \lesssim 18.4$	$(e\mu), (\mu e)$	$ \alpha \lesssim 55.0$	$(e\mu), (\mu e)$
\mathcal{O}_{De}	$ \alpha \lesssim 2.30 \times 10^4$	$(e\mu)$	$ \alpha \lesssim 2.79 \times 10^5$	$(e\mu)$
	$ \alpha \lesssim 9.29 \times 10^4$	(μe)	$ \alpha \lesssim 6.86 \times 10^4$	(μe)
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \alpha \lesssim 9.29 \times 10^4$	$(e\mu)$	$ \alpha \lesssim 6.86 \times 10^4$	$(e\mu)$
	$ \alpha \lesssim 2.30 \times 10^4$	(μe)	$ \alpha \lesssim 2.79 \times 10^5$	(μe)

Tab. 9.13.: Schranken für die Kopplung der leptonischen Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$.

Der Beitrag der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren

Die vorangestellten Überlegungen lassen sich auch auf die semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren übertragen. Zu beachten ist, dass einige der Operatoren nur ein up- oder ein down-type Quark enthalten. Dann gilt an Stelle von (9.37) eine andere Beziehung. Um diese herzuleiten, greifen wir auf Definition (12.11) in Referenz [41] zurück:

$$\langle 0 | \bar{u} i \gamma_5 u + \bar{d} i \gamma_5 d | \pi^0 \rangle = \tilde{G}_\pi, \quad (9.42)$$

wobei \tilde{G}_π ein Parameter ist, der z.B. im Rahmen der chiralen Störungstheorie berechenbar ist. Dieses Matrixelement drückt den Überlapp zwischen einem Feld π^0 des Isospin-Tripletts und einem Isospin-Singlett-Operator aus. In einem völlig Isospin symmetrischen Modell verschwindet dieses Matrixelement. Deshalb ist dieses Matrixelement im chiralen Grenzfall $m_u = m_d = 0$ der chiralen Störungstheorie identisch gleich Null. Gegenüber dem Matrixelement aus Glg. (12.7) in [41]

$$\langle 0 | \bar{u} i \gamma_5 u - \bar{d} i \gamma_5 d | \pi^0 \rangle = G_\pi, \quad (9.43)$$

ist (9.42) unterdrückt, da in (9.43) keine Isospin-Verletzung auftritt. Beide Parameter G_π und \tilde{G}_π erfüllen zusammen mit der Pion-Zerfallskonstante die Gleichung

$$\frac{1}{\sqrt{2}} f_\pi m_\pi^2 = \frac{m_u + m_d}{2} G_\pi + \frac{m_u - m_d}{2} \tilde{G}_\pi. \quad (9.44)$$

Für die Matrixelemente, die bei Betrachtung der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren auftreten, folgt daraus

$$\langle 0 | \bar{u} P_{L/R} u | \pi^0 \rangle = \mp \frac{i}{4} (\tilde{G}_\pi - G_\pi) \quad \text{bzw.} \quad \langle 0 | \bar{d} P_{L/R} d | \pi^0 \rangle = \pm \frac{i}{4} (\tilde{G}_\pi - G_\pi). \quad (9.45)$$

Da wir mit Hilfe eines effektiven Ansatzes Neue Physik parametrisieren und da nahezu alle Messungen in Einklang mit dem Standardmodell sind, vernachlässigen wir Effekte, die

aus einer Verletzung der Isospin-Symmetrie hervorgehen. In unserem Zugang setzen wir $\tilde{G}_\pi = 0$, um im Weiteren einfache Zusammenhänge zwischen neuen Matrixelementen und einem zusätzlichen neuen Parameter zu erhalten. Auch das entsprechende Matrixelement mit vektorieller Kopplung wird von uns vernachlässigt:

$$\langle 0 | \bar{u} \gamma^\mu P_{L/R} u + \bar{d} \gamma^\mu P_{L/R} d | \pi^0 \rangle = 0 \quad (9.46)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Verletzung der Isospin-Symmetrie vernachlässigt werden kann, vereinfachen sich die Zusammenhänge zwischen den zu betrachtenden Matrixelementen und der Pion-Zerfallskonstante zu Beziehungen, die der in Glg. (9.12) ähneln:

$$\langle 0 | \bar{u} P_{L/R} u | \pi^0 \rangle = -\langle 0 | \bar{d} P_{L/R} d | \pi^0 \rangle = \pm c_S \frac{f_\pi^2}{2} \quad (9.47)$$

$$\langle 0 | \bar{u} \gamma^\mu P_L u | \pi^0 \rangle = -\langle 0 | \bar{d} \gamma^\mu P_L d | \pi^0 \rangle = -i p^\mu \frac{f_{\pi^0}}{4}, \quad (9.48)$$

Die neu eingeführten Parameter in (9.12) und (9.47) sind wegen der angenommenen Isospin-Symmetrie identisch. Aus dem gleichen Grund tragen die Operatoren $\mathcal{O}_{lq(1)}$, \mathcal{O}_{qe} nicht zu den betrachteten Zerfällen $\pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ bei.

Operator	$\pi^0 \rightarrow e^- \mu^+$	Flavor	$\pi^0 \rightarrow \mu^- e^+$	Flavor
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \alpha \lesssim 8.75$	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$ \alpha \lesssim 26.2$	$(e\mu 11), (\mu e 11)$
$\mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}$	$ \alpha c_S \lesssim 10.0$	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$ \alpha c_S \lesssim 29.8$	$(e\mu 11), (\mu e 11)$
$\mathcal{O}_{eu}, \mathcal{O}_{ed}$	$ \alpha \lesssim 24.7$	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$ \alpha \lesssim 73.9$	$(e\mu 11), (\mu e 11)$
$\mathcal{O}_{lu}, \mathcal{O}_{ld}$	$ \alpha \lesssim 5.59$	$(e 11 \mu), (\mu 11 e)$	$ \alpha \lesssim 13.0$	$(e 11 \mu), (\mu 11 e)$

Tab. 9.14.: Schranken für die Kopplungen der semileptonischen Operatoren aus $\pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ unter der Voraussetzung $\Lambda = 1$ TeV.

9.5. Vorbemerkungen zu den Zerfällen

$\tau \rightarrow \text{Meson} + \text{Neutrino}$

Wir betrachten im Folgenden die Zerfälle des τ -Leptons in ein Meson und ein Neutrino. für die hadronischen Matrixelemente greifen wir auf die Definitionen (9.12)–(9.14) zurück. Innerhalb der experimentellen Messungen der Verzweungsverhältnisse

$$\text{BR}(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu) = (11.06 \pm 0.11)\% \quad [177, 178] \quad (9.49)$$

$$\text{BR}(\tau^- \rightarrow K^- \nu) = (6.86 \pm 0.23) \times 10^{-3} \quad [183, 184, 185, 186] \quad (9.50)$$

wurde der Flavor des auslaufenden Neutrinos nicht bestimmt. Deswegen nehmen wir uns auch hier wiederum die Freiheit, neben dem Leptonzahl-erhaltenden Prozess auch nach den Beiträgen der Leptonzahl-verletzenden Zerfallsmoden zu fragen, in denen die Neutrinos aus der ersten bzw. zweiten Leptongeneration stammen. Wo möglich wurde in den folgenden Berechnungen das hadronische Matrixelement gemäß Glg. (9.2) ersetzt. Treten statt der Standardmodellkopplung neue Matrixelemente auf, werden Definition (9.12)–(9.14) herangezogen.

Berechnung der Zerfallsbreite

Das Matrixelement, das die Zerfälle des τ -Leptons $\tau^-(p_\tau) \rightarrow M^-(p_M)\nu_\tau(p_\nu)$ in ein geladenes Meson M und ein Neutrino ν_τ im Rahmen des Standardmodells beschreibt, lautet

$$\mathcal{M}_M^{SM} = -i \frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_M^* \bar{\nu}_\tau \gamma^\mu P_L \tau \cdot \langle M^- | \bar{q}_M \gamma_\mu P_L u | 0 \rangle. \quad (9.51)$$

Hierbei steht M für eines der beiden Mesonen π und K , V_M für einen der beiden Mischungswinkel $\cos\theta_C$ bzw. V_{us} und q_M für eines der beiden Quarks d bzw. s . Schließlich erhält man als Ausdruck für das Matrixelement in beiden Fällen

$$\mathcal{M}_M^{SM} = -\sqrt{2}G_F V_M^* f_M \bar{\nu}_\tau \not{p}_\tau P_L \tau \quad (9.52)$$

Wählt man die Parametrisierung im τ -Ruhesystem gemäß

$$p_M = (E_M, p \cos\theta, 0, p \sin\theta), \quad p = \sqrt{E_M^2 - m_M^2}, \quad (9.53)$$

$$p_\tau = (m_\tau, 0, 0, 0), \quad p_\nu = p_\tau - p_M \quad (9.54)$$

und integriert anschließend unter Berücksichtigung der Energie–Impuls–Erhaltung $E_M = (m_M^2 + m_\tau^2)/(2m_\tau)$ über den Phasenraum, erhält man für die totale Zerfallsbreite

$$\Gamma_M^{SM} = \frac{|V_M|^2 f_M^2 G_F^2 (m_\pi^2 - m_\tau^2)^2}{16\pi m_\tau}. \quad (9.55)$$

Das Ergebnis ist proportional zu der Differenz der Massenquadrate von Lepton und Meson und umgekehrt proportional zur Ruhemasse des Tau. Aus allen Matrixelementen, die aus den effektiven Operatoren resultieren und einen der Prozesse $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu$ bzw. $\tau^- \rightarrow K^- \nu$ beschreiben, wird auf analoge Weise die totale Zerfallsbreite bestimmt.

Zur Realisierung der mesonischen Tau-Zerfälle stehen die gleichen Operatoren zur Verfügung, die auch für die leptonischen Zerfälle von Pion und Kaon in Frage kommen. Die Beiträge der Operatoren \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lW} , \mathcal{O}_{qW} , \mathcal{O}_{uW} und \mathcal{O}_{dW} verschwinden wiederum wegen der Kinematik. Allen übrigen Operatoren fehlt eines der in den Prozess involvierten Teilchenfelder, weswegen sie keinen Einfluss auf die betrachteten Prozesse haben.

9.6. τ -Zerfall in Pion und Neutrino

Bemerkungen zu den Experimenten

Dem Ergebnis für das Verzweigungsverhältnis $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu)$ liegen zwei Experimente zugrunde [177, 178]. Eines davon wurde Anfang der 80er Jahre am SLAC durchgeführt, während das andere Mitte der 90er Jahre des letzten Jahrhunderts am CERN durchgeführt wurde. Zunächst einige Erklärungen zum SLAC-Experiment mit dem Mark II-Detektor, mit dessen Hilfe u.a. sowohl eine Obergrenze an die Masse des Tau-Neutrinos angegeben wird als auch Aussagen über den Spin des Tau-Leptons gemacht werden können. Zum Aufbau: Die Schwerpunktsenergie der Elektron-Positron-Paare im SPEAR-Speicherring betrug zwischen 3.52 und 6.7 GeV. Durch Kollision wurden etwa 6×10^4 $\tau^+ \tau^-$ -Paare erzeugt. Die geladenen Teilchen weist man im Mark II-Detektor mittels zylindrischer Driftkammern nach. Ausserhalb der Driftkammern befinden sich Szintillatoren, die sich wiederum im Inneren eines Solenoidmagneten befinden. Weiter aussen befinden sich Argon-Zähler und das Myon-Kalorimeter. Ein Ereignis mit einem geladenen Pion liegt dann vor, wenn kein Teilchen als Myon, Elektron, Kaon bzw. Proton identifiziert wird. Ein Pion-Ereignis muss zusätzlich gewisse Kriterien erfüllen: Es müssen zwei Teilchen mit entgegengesetzter Ladung vorliegen $\pi^\pm X^\mp$. Die Energie der auftretenden Photonen darf 100 MeV nicht überschreiten, um den Untergrund zu reduzieren, der aus Reaktionen mit neutralen Teilchen π^0, ρ stammt. Das Ereignis muss sich innerhalb von 10 cm Entfernung vom Wechselwirkungspunkt befinden. Insgesamt konnten anhand dieser Anforderungen 2150 $\pi^\pm X^\mp$ -Ereignisse aufgezeichnet werden, wobei diejenigen mit zwei Pionen doppelt gezählt wurden. Als Ergebnis der Messung erhält man $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu) = 0.117 \pm 0.004 \pm 0.018$.

Das zweite Experiment zur Bestimmung von $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu)$ wurde mit Hilfe des ALEPH-Detektors am LEP durchgeführt. Der Messwert für den Zerfall $\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu)/\Gamma_{tot}$ beträgt $(11.06 \pm 0.11)\%$ [177, 178].

Die Experimente am CERN ermitteln die Ereignisse aus den τ -Paaren, die bei der Kollision von Elektronen und Positronen auf der Z -Resonanz bei LEP I entstehen. Die Analyse der OPAL-Kollaboration umfasst einen Datensatz von 1990 – 95. Mit ALEPH konnten von 1991 – 95 erfolgreich Daten genommen werden, während sich die DELPHI-Analyse auf Daten aus dem Jahr 1992 stützt. Die Anzahl der τ -Ereignisse variiert bei den drei Experimenten von 220652 τ -Zerfallskandidaten bei OPAL, 202000 $\tau^+ \tau^-$ -Paaren bei ALEPH bis zu 392000 hadronischen Z^0 -Ereignissen bei DELPHI. Details zu den Detektoren findet man in [187, 188, 189]. Wiederum lässt sich insgesamt festhalten, dass das Neutrino nur indirekt nachgewiesen wurde, insbesondere also der Flavor unbestimmt blieb. Wir verwenden im Folgenden diese genaueren Messwerte von ALEPH.

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{\phi l(3)}$	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 1.39 \times 10^{-1}$ $ \alpha \lesssim 2.14$	$(\tau\tau)$ $(\tau e), (\tau\mu)$
\mathcal{O}_{De}	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 5.41 \times 10^1$ $ \alpha \lesssim 8.34 \times 10^2$	$(\tau\tau)$ $(e\tau), (\mu\tau)$
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 5.47 \times 10^1$ $ \alpha \lesssim 8.44 \times 10^2$	$(\tau\tau)$ $(e\tau), (\mu\tau)$

Tab. 9.15.: Schranken für die Kopplungen der leptonischen Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_i$ mit $i = e, \mu, \tau$ [177, 178].

Der Beitrag der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren

Man findet für die Kopplungskonstanten der leptonischen Operatoren die in Tabelle 9.15 angegebenen oberen Schranken.

Wie auch schon bei vielen anderen Prozessen beobachtet, sind die Abschätzungen der effektiven Kopplungen α_i umso schwächer, je mehr Ableitungsoperatoren vorkommen. Bei dem betrachteten Zerfall $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu$ spielen sowohl die Masse des Tau-Leptons als auch die Masse des π -Mesons eine Rolle. Die Operatoren \mathcal{O}_{De} und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ führen zu verschiedenen analytischen Asdrücken des Beitrags zur Zerfallsbreite, deshalb unterscheiden sich die Abschätzungen aus diesem Prozess. Erst bei Vernachlässigung der Pionmasse erhält man die gleichen Abschätzungen der Kopplungen.

Der Beitrag der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \operatorname{Re}(\alpha) \lesssim 6.75 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 2.08$	$(\tau\tau 11)$ $(e\tau 11), (\mu\tau 11), (\tau e 11), (\tau\mu 11)$
$\mathcal{O}_{qde},$ \mathcal{O}_{lq}	$ \operatorname{Im}(\alpha c_S^*) \lesssim 3.67$ $ \alpha c_S^* \lesssim 5.66 \times 10^1$	$(\tau\tau 11)$ $(e\tau 11), (\mu\tau 11)$

Tab. 9.16.: Schranken für die Kopplungen der semileptonischen Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_i$ mit $i = e, \mu, \tau$ [177, 178].

Aus der Gruppe der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren tragen die Operatoren

$\mathcal{O}_{lq(3)}$, \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} zu dem τ -Zerfall bei. Wie bereits in Abschnitt 9.2 erklärt, können die Grenzen der Kopplungskonstanten von \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} nur in Abhängigkeit eines weiteren Parameters c_S angegeben werden, der das skalare, hadronische Matrixelement $\langle M|\bar{Q}P_{L/R}Q'|0\rangle$ parametrisiert. Dabei ist zu beachten, dass es sich hier um den gleichen Parameter wie in den Abschnitten 9.2 und 9.3 handelt, er jedoch an dieser Stelle durch sein komplex konjugiertes zu ersetzen ist. Prinzipiell existieren mehrere Experimente, aus denen sich die neu eingeführten Parameter näher bestimmen lassen.

Der Beitrag der hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.35 \times 10^{-1}$	(11)
$\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 2.71 \times 10^{-1}$	(11)
$\mathcal{O}_{Du}, \mathcal{O}_{Dd}$	$ \text{Re}(\alpha c_S^{D' *}) \lesssim 3.60 \times 10^2$	(11)
$\mathcal{O}_{\bar{D}u}, \mathcal{O}_{\bar{D}d}$	$ \text{Re}(\alpha c_S^{D *}) \lesssim 3.60 \times 10^2$	(11)

Tab. 9.17.: Schranken für die Kopplungen der hadronischen Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$ [177, 178].

Die Kopplungen der Operatoren, die drei Hadronen involvieren, unterliegen den in Tabelle 9.17 dargestellten Bedingungen. Hier ist nur eine Flavor-Kombination (11) möglich, um ein Pion im Endzustand zu realisieren. Die Operatoren beeinflussen den Leptonensektor nicht, da der leptonische Vertex durch das Standardmodell beschrieben wird. Aus diesem Grund werden mit Hilfe der hadronischen Operatoren keine Leptonenzahl-verletzenden Zerfallskanäle beschrieben. Aufgrund der Definition von c_S und $c_S^{D'}$ treten bei den τ -Zerfällen stets die komplex konjugierten Parameter c_S^* und $c_S^{D' *}$ zusammen mit der effektiven Kopplung α auf.

9.7. τ -Zerfall in Kaon und Neutrino

Bemerkungen zu den Experimenten

Dem Weltmittelwert $\text{BR}(\tau^- \rightarrow K^- \nu) = (6.86 \pm 0.23) \times 10^{-3}$ liegt je ein Ergebnis der OPAL-, der ALEPH- und der DELPHI-Kollaboration [183, 184, 185] (CERN, Ende des letzten Jahrhunderts) sowie ein Ergebnis der CLEO-Kollaboration [186] (CESR, Mitte der 90er Jahre, vgl. Abschnitt 6.6 über leptonische Tau-Zerfälle) zugrunde.

Der Beitrag der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren

Man findet für die Kopplungskonstanten der leptonischen Operatoren die in Tab.9.18 zusammengefassten oberen Schranken. Wie man durch Vergleich mit Tabelle 9.15 im Hinblick

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.42 \times 10^{-1}$ $ \alpha \lesssim 2.98$	$(\tau\tau)$ $(\tau e), (\tau\mu)$
$\mathcal{O}_{De}, \mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.61 \times 10^2$ $ \alpha \lesssim 1.39 \times 10^3$	$(\tau\tau)$ $(e\tau), (\mu\tau)$

Tab. 9.18.: Schranken für die Kopplungen der leptonischen Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow K^- \nu_i$ mit $i = e, \mu, \tau$ [36].

auf die Abschätzungen zu $\alpha_{\varphi l(3)}$ feststellt, kompensiert sich der Einfluss der unterschiedlichen Mesonmassen mit dem um den Faktor 10 kleineren Fehler der Messung. Bei den Operatoren, die eine Ableitung auf ein Leptonfeld enthalten, sind die Abschätzungen aus $\tau^- \rightarrow K^- \nu$ um Faktor 10 schlechter.

Der Beitrag der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren

Die semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren $\mathcal{O}_{lq(3)}$, \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} realisieren Endzustände mit beliebigem NeutrinoFlavor. Für sie findet man folgende Obergrenzen:

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 4.85 \times 10^{-2}$ $ \alpha \lesssim 8.39 \times 10^{-1}$	$(\tau\tau 12), (\tau\tau 21)$ $(e\tau 21), (\mu\tau 21), (\tau e 12), (\tau\mu 12)$
$\mathcal{O}_{qde},$ \mathcal{O}_{lq}	$ \text{Im}(\alpha c_S^*) \lesssim 2.16$ $ \alpha c_S^* \lesssim 1.87 \times 10^1$	$(\tau\tau 21)$ $(e\tau 21), (\mu\tau 21)$

Tab. 9.19.: Schranken für die Kopplungen der semileptonischen Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow K^- \nu_i$ mit $i = e, \mu, \tau$ [36].

Die Abschätzungen sind geringfügig besser als die entsprechenden aus dem Zerfall $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu$. Hier überwiegt der positive Effekt des kleineren Messfehlers gegenüber dem Einfluss der unterschiedlichen Mesonmassen.

Der Beitrag der hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren

Die Kopplungen der Operatoren, die zwei Quarkfelder involvieren, unterliegen den in Tab. 9.20 gegebenen Bedingungen.

Operator	Kopplung	Flavor
$\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 9.72 \times 10^{-2}$	(21)
$\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$	$ \text{Re}(\alpha) \lesssim 1.94 \times 10^{-1}$	(12)
$\mathcal{O}_{Du}, \mathcal{O}_{\bar{D}u}$	$ \text{Re}(\alpha c_S^{Dl*}) $ bzw. $ \text{Re}(\alpha c_S^{D*}) \lesssim 2.12 \times 10^2$	(21)
$\mathcal{O}_{Dd}, \mathcal{O}_{\bar{D}d}$	$ \text{Re}(\alpha c_S^{Dl*}) $ bzw. $ \text{Re}(\alpha c_S^{D*}) \lesssim 2.12 \times 10^2$	(12)

Tab. 9.20.: Schranken für die Kopplungen der hadronischen Operatoren bei $\Lambda = 1$ TeV aus $\tau^- \rightarrow K^- \nu_\tau$ [36].

Prinzipiell können die Flavor-Kombinationen (12) bzw. (21) einen Beitrag zur Zerfallsbreite liefern. Anhand der Struktur der einzelnen Operatoren stellt man fest, welche Flavor-Kombination ein Kaon im Endzustand realisiert. Die Abschätzungen der hadronischen Operatoren aus $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$ bzw. $\tau^- \rightarrow K^- \nu_\tau$ können quantitativ nicht direkt verglichen werden, da sie zwar von der gleichen Gruppe von Operatoren, jedoch von unterschiedlichen Repräsentanten stammen. Für den Zerfall in Pion und Neutrino sind up- und down-Quarkfelder relevant, während in den Operatoren, die den Zerfall in Kaon und Neutrino beschreiben, up- und strange-Quarkfelder vorkommen. Unter diesem Vorbehalt lässt sich dennoch bemerken, dass die Abschätzungen anhand der Kaon-Zerfallsmode für die Operatoren, die keine Ableitungen enthalten um ca. 30% besser sind, während die Abschätzungen der Operatoren, die Ableitungen enthalten um etwa 40% kleiner sind.

9.8. Zerfälle des Tau-Leptons in ein neutrales Pion und ein geladenes Lepton

Zur Berechnung der Ausschlussgrenzen der neuen Kopplungen benutzen wir sowohl das Wissen über die Kinematik der Zerfälle des Tau-Leptons in ein Meson und ein Neutrino aus Abschnitt 9.5 als auch die Definitionen der Parameter, die eventuelle neue Matrixelemente beschreiben (vgl. Abschnitte 9.1 und 9.4). Das Vorgehen mit Hilfe der oberen Grenze der beiden LNV-Verzweigungsverhältnisse $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \pi^0 e^-) < 1.9 \times 10^{-7}$ [179] und $\text{BR}(\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-) < 4.1 \times 10^{-7}$ [179] wird in diesem Abschnitt nicht weiter ausgeführt, da es analog zu dem bereits in vorhergehenden Abschnitten beschrieben ist.

Die Analyse der mit dem Belle-Detektor⁵ am KEKB genommenen Daten mit einer integrierten Luminosität von 153.8 fb^{-1} ergibt Obergrenzen für die Verzweigungsverhältnisse der LNV-Prozesse $\tau^- \rightarrow \pi^0 l^-$ ($l = e, \mu$) auf einem 90%-igem Konfidenzniveau [179]. Durch zur Kollision gebrachte Elektron-Positron-Paare können $\tau^+ \tau^-$ -Paare erzeugt werden.

Beitrag der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren

Operator	$\tau^- \rightarrow \pi^0 e^-$	Flavor	$\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-$	Flavor
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}, \mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 2.66$	$(e\tau), (\tau e)$	$ \alpha \lesssim 3.92$	$(\tau\mu), (\tau\mu)$
\mathcal{O}_{De}	$ \alpha \lesssim 5.17 \times 10^2$	$(e\tau)$	$ \alpha \lesssim 7.62 \times 10^2$	$(\mu\tau)$
	$ \alpha \lesssim 5.23 \times 10^2$	(τe)	$ \alpha \lesssim 7.71 \times 10^2$	$(\tau\mu)$
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \alpha \lesssim 5.23 \times 10^2$	$(e\tau)$	$ \alpha \lesssim 7.71 \times 10^2$	$(\mu\tau)$
	$ \alpha \lesssim 5.17 \times 10^2$	(τe)	$ \alpha \lesssim 7.62 \times 10^2$	$(\tau\mu)$

Tab. 9.21.: Schranken für die Kopplung der leptonischen Operatoren bei $\Lambda = 1 \text{ TeV}$ aus $\tau^- \rightarrow \pi^0 l^-$ mit $l = e, \mu$.

Für die Realisierung dieses Prozesse kommen die gleichen Operatoren in Betracht, die auch die Zerfälle des neutralen Pions $\pi^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ beschreiben. Die Ergebnisse sind in Tab. 9.21 dargestellt. Die Ausschlussgrenzen für $\tau^- \rightarrow \pi^0 e^-$ und $\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-$ sind vor allem deswegen unterschiedlich, weil sich die experimentellen Messfehler um einen Faktor 2 unterscheiden.

Beitrag der semi-leptonischen Vier-Fermion-Operatoren

Operator	$\tau^- \rightarrow \pi^0 e^-$	Flavor	$\tau^- \rightarrow \pi^0 \mu^-$	Flavor
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \alpha \lesssim 1.26$	$(e\tau 11), (\tau e 11)$	$ \alpha \lesssim 1.87$	$(\mu\tau 11), (\tau\mu 11)$
$\mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}$	$ \alpha c_S \lesssim 24.4$	$(e\tau 11), (\tau e 11)$	$ \alpha c_S \lesssim 35.9$	$(\mu\tau 11), (\tau\mu 11)$
$\mathcal{O}_{eu}, \mathcal{O}_{ed}$	$ \alpha \lesssim 3.57$	$(e\tau 11), (\tau e 11)$	$ \alpha \lesssim 5.28$	$(\mu\tau 11), (\tau\mu 11)$
$\mathcal{O}_{lu}, \mathcal{O}_{ld}$	$ \alpha \lesssim 0.632$	$(e\tau 11), (\tau e 11)$	$ \alpha \lesssim 0.933$	$(\mu\tau 11), (\tau\mu 11)$

Tab. 9.22.: Schranken für die Kopplungen der semileptonischen Operatoren aus $\tau^- \rightarrow \pi^0 l^-$ mit $l = e, \mu$ bei $\Lambda = 1 \text{ TeV}$.

⁵ Eine Beschreibung des Detektors findet man in Abschnitt 6.9.

Die gleiche Argumentation wie in Abschnitt 9.4.3 bezüglich der Operatoren, die die Isospin-Symmetrie verletzen gilt auch hier. Die Operatoren $\mathcal{O}_{lq(1)}$ und \mathcal{O}_{qe} tragen deshalb zu den Zerfällen $\tau^- \rightarrow \pi^0 l$ mit $l = e, \mu$ nicht bei. Wie auch schon bei den leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren unterscheiden sich die Zerfallsraten mit Elektron bzw. Myon im Endzustand um weniger als ein Promille. Die dominante Ursache für die verschiedenen starken Ausschlussgrenzen ist wiederum der experimentelle Fehler.

9.9. Lepton-Nukleon-Streuung

Zu den semileptonischen Prozessen, die es zu betrachten lohnt, zählt neben den oben beschriebenen Zerfällen auch die tiefinelastische Lepton-Nukleon-Streuung. Eine besondere Bedeutung fällt den LNV-Prozessen $e^- p \rightarrow \mu^- X$ und $e^- p \rightarrow \tau^- X$ zu. Bei der Berechnung von Observablen der Leptonzahl-erhaltenden Streuprozesse mit geladenen oder neutralen Leptonen im Anfangszustand spielen stets die Parton-Verteilungsfunktionen freier (PDF) oder gebundener Nukleonen (nPDF) eine Rolle. Sie sind bis heute nicht vollständig bekannt. Nicht in jedem Fall können Beiträge neuer Operatoren von den Werten der PDFs bzw. nPDFs und deren Unsicherheiten getrennt werden. Wenn die Analyse der gemessenen Daten unabhängig von PDF bzw. nPDF ist, können durch direkte Bestimmung der LNV-Reaktionsprodukte bzw. durch Angabe einer für sie geltenden oberen Ausschlussgrenze, neue Effekte und damit effektive Kopplungskonstanten, wie wir sie verwenden, eingegrenzt werden. Die HERA-Kollaborationen H1 und ZEUS legen Analysen vor, aus denen solcherart Schranken gefolgert werden können. Allerdings beschränken sich beide Gruppen auf modellabhängige Aussagen. In Modellen mit LeptoQuarks bzw. in R -Parität verletzenden SUSY-Modellen werden anhand der experimentellen Daten Ausschlussgrenzen an Kopplungen gefolgert.

Aus der Analyse der HERA-Daten unter der Annahme von LeptoQuark-Wechselwirkungen können, wie schon in Abschnitt 4.2 gesehen, Grenzen an die effektiven Kopplungen der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren (3.26)–(3.34) bestimmt werden. Dazu müssen die LeptoQuark-Operatoren, die im Buchmüller-Rückl-Wyler-Modell [62] definiert werden, mit den effektiven Vier-Fermion-Operatoren in Verbindung gebracht werden. Dies geschieht unter der Annahme, dass der Austausch eines der in [62] definierten LeptoQuarks zu einer der effektiven Vier-Fermion-Wechselwirkungen der Gestalt (3.26)–(3.34) führt. Messungen der $e^- p$ -Kollision lassen Rückschlüsse auf LeptoQuarks mit Fermionzahl $F = 2$ zu, während Experimente mit $e^+ p$ -Kollisionen mit dem Austausch eines LeptoQuarks mit Fermionzahl $F = 0$ in Beziehung gebracht werden können.

In Referenz [180] sind den Ergebnissen der ZEUS-Kollaboration für das Verhältnis aus Kopplung an das LQ und Masse des LQs $\lambda_{e\alpha}\lambda_{l\beta}/M_{LQ}^2$ ($l = \mu, \tau$ und $\alpha, \beta = u, d, s, c, b, t$) die besten Ergebnisse anderer Experimente gegenübergestellt, die entsprechende Ausschlussgrenzen für die verschiedenen im BRW-Modell vorkommenden LQs ebenfalls bestimmt haben. Insgesamt lässt sich feststellen, dass die ZEUS-Ergebnisse umso genauer gegenüber

Operator	Flavor	LQ	$\frac{\lambda_{eq}\lambda_{lq}}{M_{LQ}^2}$ [TeV ⁻²] @ 95% C.L.	Prozess	4F-Term	Kopplung @ 90% C.L.
$\mathcal{O}_{lq(1)}, \mathcal{O}_{lq(3)}$	$(e1l\mu), (\mu11e)$ $(e1l\tau), (\tau11e)$	$S_{1/2}^L$	$(0.5/0.4)^2 = 1.6$ $(0.9/0.4)^2 = 5.1$	$e_L^+ u_L \rightarrow \mu^+ u$ $e_L^+ u_L \rightarrow \tau^+ u$	$\bar{e}_L \gamma^\mu P_L u \cdot \bar{u} \gamma_\mu \mu$ $\bar{e}_L \gamma^\mu P_L u \cdot \bar{u} \gamma_\mu \tau$	$ \alpha \lesssim 2.24$ $ \alpha \lesssim 2.24$
\mathcal{O}_{eu}	$(e1l\mu), (\mu11e)$		$(0.55/0.4)^2 = 1.9$	$e_R^+ u_R \rightarrow \mu^+ u$	$\bar{e}_R \gamma^\mu P_R u \cdot \bar{u} \gamma_\mu \mu$	$ \alpha \lesssim 2.71$
\mathcal{O}_{ed}	$(e1l\mu), (\mu11e)$		$(0.55/0.4)^2 = 1.9$	$e_R^+ d_R \rightarrow \mu^+ d$	$\bar{e}_R \gamma^\mu P_R d \cdot \bar{d} \gamma_\mu \mu$	$ \alpha \lesssim 2.71$
\mathcal{O}_{qde}	$(e\mu11), (\mu e11)$	$S_{1/2}^R$	$(0.55/0.4)^2 = 1.9$	$e_R^+ d_R \rightarrow \mu^+ d$	$\bar{e}_R \gamma^\mu P_R d \cdot \bar{d} \gamma_\mu \mu$	$ \alpha \lesssim 1.36$
\mathcal{O}_{eu}	$(e1l\tau), (\tau11e)$		$(0.8/0.4)^2 = 4.0$	$e_R^+ u_R \rightarrow \tau^+ u$	$\bar{e}_R \gamma^\mu P_R u \cdot \bar{u} \gamma_\mu \tau$	$ \alpha \lesssim 5.73$
\mathcal{O}_{ed}	$(e1l\tau), (\tau11e)$		$(0.8/0.4)^2 = 4.0$	$e_R^+ d_R \rightarrow \tau^+ d$	$\bar{e}_R \gamma^\mu P_R d \cdot \bar{d} \gamma_\mu \tau$	$ \alpha \lesssim 5.73$
\mathcal{O}_{qde}	$(e\tau11), (\tau e11)$		$(0.8/0.4)^2 = 4.0$	$e_R^+ d_R \rightarrow \tau^+ d$	$\bar{e}_R \gamma^\mu P_R d \cdot \bar{d} \gamma_\mu \tau$	$ \alpha \lesssim 2.87$
$\mathcal{O}_{lq(1)}, \mathcal{O}_{lq(3)}$	$(e1l\mu), (\mu11e)$ $(e1l\tau), (\tau11e)$	$\tilde{S}_{1/2}^L$	$(0.95/0.4)^2 = 5.6$ $(1.4/0.4)^2 = 12.3$	$e_L^+ d_L \rightarrow \mu^+ d$ $e_L^+ d_L \rightarrow \tau^+ d$	$\bar{e}_L \gamma^\mu P_L d \cdot \bar{d} \gamma_\mu \mu$ $\bar{e}_L \gamma^\mu P_L d \cdot \bar{d} \gamma_\mu \tau$	$ \alpha \lesssim 8.08$ $ \alpha \lesssim 17.6$
\mathcal{O}_{qe}	$(1e\mu1), (1\mu e1)$ $(1e\tau1), (1\tau e1)$	Y_0^L	$(0.7/0.4)^2 = 3.1$ $(1.2/0.4)^2 = 9.0$	$e_L^+ d_R \rightarrow \mu^+ d$ $e_L^+ d_R \rightarrow \tau^+ d$	$\bar{e}_L P_R d \cdot \bar{d} \mu$ $\bar{e}_L P_R d \cdot \bar{d} \tau$	$ \alpha \lesssim 4.39$ $ \alpha \lesssim 12.9$
\mathcal{O}_{lq}	$(e\mu11)$	\tilde{Y}_0^R	$(0.48/0.4)^2 = 1.4$	$e_R^+ u_L \rightarrow \mu^+ u$	$\bar{e}_R P_L u \cdot \bar{u} \mu$	$ \alpha \lesssim 2.06$
\mathcal{O}_{lq}	$(e\tau11)$		$(0.95/0.4)^2 = 5.6$	$e_R^+ u_L \rightarrow \tau^+ u$	$\bar{e}_R P_L u \cdot \bar{u} \tau$	$ \alpha \lesssim 8.08$
\mathcal{O}_{lu}	$(e1l\mu), (\mu11e)$		$(0.35/0.4)^2 = 0.8$	$e_L^+ u_R \rightarrow \mu^+ u$	$\bar{e}_L P_R u \cdot \bar{u} \mu$	$ \alpha \lesssim 1.10$
\mathcal{O}_{ld}	$(e1l\mu), (\mu11e)$		$(0.35/0.4)^2 = 0.8$	$e_L^+ d_R \rightarrow \mu^+ d$	$\bar{e}_L P_R d \cdot \bar{d} \mu$	$ \alpha \lesssim 1.10$
\mathcal{O}_{lq}	$(e\mu11)$	Y_1^L	$(0.35/0.4)^2 = 0.8$	$e_L^+ d_R \rightarrow \mu^+ d$	$\bar{e}_L P_R u \cdot \bar{u} \mu$	$ \alpha \lesssim 1.10$
\mathcal{O}_{lu}	$(e1l\tau), (\tau11e)$		$(0.65/0.4)^2 = 2.6$	$e_L^+ u_R \rightarrow \tau^+ u$	$\bar{e}_L P_R u \cdot \bar{u} \tau$	$ \alpha \lesssim 3.78$
\mathcal{O}_{ld}	$(e1l\tau), (\tau11e)$		$(0.65/0.4)^2 = 2.6$	$e_L^+ d_R \rightarrow \tau^+ d$	$\bar{e}_L P_R d \cdot \bar{d} \tau$	$ \alpha \lesssim 3.78$
\mathcal{O}_{lq}	$(e\tau11)$		$(0.65/0.4)^2 = 2.6$	$e_L^+ d_R \rightarrow \tau^+ d$	$\bar{e}_L P_R u \cdot \bar{u} \tau$	$ \alpha \lesssim 3.78$

Tab. 9.23: Schranken für die Kopplungen der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren anhand von LNV-Zerfallskanälen in der Lepton-Nukleon-Streuung bei HERA [181] mit $M_{LQ} = 0.4$ TeV, $q = u, d$ und $l = \mu, \tau$ (unter der Annahme $\Lambda = 1$ TeV).

den anderen Messungen sind, je mehr Quarks höherer Generationen in den Prozess involviert sind. Das bedeutet umgekehrt, dass es vor allem für Prozesse, die u - und d -Quarks involvieren, Reaktionen gibt, die zur Bestimmung von Ausschlussgrenzen besser geeignet sind als die LNV ep -Prozesse bei HERA. Die Analysen der ZEUS-Kollaboration werden in einem Energiebereich von ca. 50–300 GeV durchgeführt, in dem die LQs direkt produziert werden können. Eine Extrapolation auf den von uns betrachteten Energiebereich von einem TeV ist deshalb nicht sinnvoll, da die Schwerpunktsenergie bei HERA nicht ausreicht, solche LQs als Resonanzen in Erscheinung treten zu lassen. Wir verzichten deshalb auf einen Vergleich mit den von uns gefundenen Limits.

Auch die H1-Kollaboration extrahiert aus den von 1999 – 2000 gemessenen Daten anhand des BRW-Modells Ausschlussgrenzen für LQ-Kopplungen in Abhängigkeit von der LQ-Masse. Die Analyse [181] erstreckt sich über einen Energiebereich von bis zu 400 GeV bei einer Schwerpunktsenergie der e^+p -Kollision von 319 GeV. Demnach können oberhalb von etwa 300 GeV keine LQs resonant produziert werden. Für LQs mit Massen oberhalb von etwa 300 GeV verschwindet im s -Kanal der durch resonante Produktion vermittelte Übergang von $e^+p \rightarrow l^+p$ bei $\sqrt{s} = 319$ GeV. Je größer die LQ-Masse, desto mehr dominiert der Beitrag durch den LQ-Austausch im t -Kanal bzw. u -Kanal. Dieser lässt sich bei Energien $E \gg M_{LQ}$ schließlich durch eine effektive Vier-Fermion-Wechselwirkung beschreiben. Dass dieser Effekt in der Analyse berücksichtigt wurde, ist u.a. an dem Kurvenverlauf der Ausschlussgrenze in der (M_{LQ}, λ_{lq}) -Ebene in [181] (Abb. 5 und 6) ersichtlich. Für Massen $M_{LQ} \gtrsim 300$ GeV verläuft sie annähernd proportional zu M_{LQ}^2 . Anhand dieser Analyse, die sich wegen des Positrons und Protons im Anfangszustand auf LQs mit $F = 0$ beschränkt⁶, leiten wir Ausschlussgrenzen der Kopplungen von semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren unter der Annahme $M_{LQ} = \Lambda = 1$ TeV ab. Unser Vorgehen besteht darin, zuerst aus [181], Abb. 5, für einen festen Wert der LQ-Masse $M_{LQ} = 400$ GeV die Kopplung abzulesen. Der Ablesefehler beträgt zwischen 5 und 10% der Kopplung. Unter der Annahme, dass die Ereignisse Poisson-verteilt sind, werden die abgelesenen Werte der Kopplungen (vgl. Tab. 9.23, 5. Spalte) von dem 95%-igen auf ein 90%-iges Konfidenzniveau umgerechnet. Die so gewonnenen numerischen Ergebnisse müssen dann den Operatoren unter Beachtung der BRW-Konvention [62] für die Bezeichnungen der LQs, die man in der dritten Spalte von Tab. 9.23 wiederfindet, zugeordnet werden. Die Ausschlussgrenzen für die effektiven Kopplungen α findet man in der letzten Spalte von Tab. 9.23.

Im Rahmen dieser Arbeit haben wir uns bei der Auswertung von semileptonischen Prozessen auf solche beschränkt, die u -, d - oder s -Quarks enthalten. Die H1-Ergebnisse ergänzen die hier entwickelten Ergebnisse, nach Übersetzung in unsere Notation, da sie Ausschlussgrenzen für effektive Kopplungen der Vier-Fermion-Operatoren mit Flavor-Kombinationen liefern, die c - oder b -Quarks enthalten. Prozesse mit Beteiligung von t -Quarks können bei HERA energetisch nicht erreicht werden.

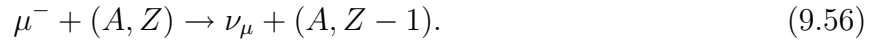
Für die Drei-Teilchen-Operatoren lassen sich anhand dieser Analysen keine Schranken ab-

⁶ Aktuellere Analysen der H1-Kollaboration zu LQs mit $F = 2$ findet man in [182].

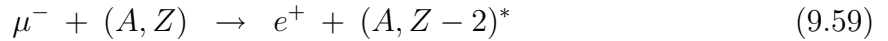
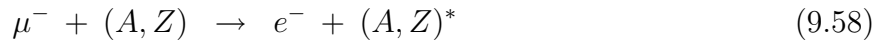
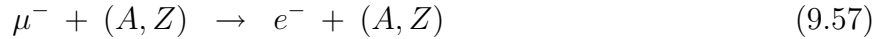
leiten, da sie nicht mit den Operatoren, die aus Lepton, Quark und LeptoQuark bestehen, in Beziehung stehen.

9.10. Myon-Konversion

Die Hülle eines myonischen Atoms enthält neben Elektronen auch ein gebundenes Myon. Solche Atome können z.B. dadurch erzeugt werden, dass man Myonen mit einem Target so zur Kollision bringt, dass es in dem Target gestoppt und von einem der Atome eingefangen wird. Das Myon verliert dann solange Energie, indem es sich in der Atomhülle auf den Kern zu bewegt, bis es im $1s$ -Orbital angekommen ist. Danach gibt es zwei mögliche Prozesse: entweder das Myon zerfällt auf die bekannte Weise oder es tritt mit dem Kern in Wechselwirkung und geht in ein anderes Lepton über. Zu den Prozessen, die man gemäß der Physik des Standardmodells, an solchen Atomen beobachten kann, zählt unter anderem der Myoneinfang, bei dem das Myon in der Hülle mit dem Kern in Wechselwirkung tritt und in ein Myonneutrino übergeht. Damit u.a. die Ladungsbilanz der Reaktion korrekt ist, ändert sich im Kern die Anzahl der Protonen



Die im Standardmodell verbotenen LNV-Prozesse sind interessante Studienobjekte im Hinblick auf neue effektive Operatoren. Dabei kann man verschiedene Arten von $\mu - e$ -Konversion unterscheiden, da der Kern die Ladungsbilanz in der Reaktion sicherstellt:



Man bezeichnet den Prozess, bei dem der Kern während der gesamten Reaktion in seinem Grundzustand verharrt als kohärent, den Prozess mit einem angeregten Kern im Endzustand als inkohärent. Operatoren, die unseren Symmetrieanforderungen genügen, können den Prozess (9.59) nicht realisieren. Die beiden anderen Prozesse bieten allerdings die Möglichkeit, Schranken der neuen effektiven Kopplungen abzuleiten.

Referenz [190] befasst sich mit der kohärenten Konversion. Unter Vorgabe von effektiven Operatoren, die den Operatoren \mathcal{O}_{eB} (3.17), \mathcal{O}_{eW} (3.18) und den semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren (3.26)–(3.34) entsprechen, werden die Übergangsmatrixelemente bestimmt. Die Konversionsrate ist das Verhältnis R der $\mu - e$ -Konversion zum Myoneinfang

$$R = \frac{\sigma(\mu^- + (A, Z) \rightarrow e^- + (A, Z))}{\sigma(\mu^- + (A, Z) \rightarrow \nu_\mu + (A, Z - 1))}. \quad (9.60)$$

Es lässt sich eine Beziehung zwischen der Konversionsrate und den neuen Kopplungskonstanten herstellen [190], Glg.(14). Zu deren Auswertung benötigt man die Kenntnis der Überlappintegrale der Myonwellenfunktion, der Elektronwellenfunktion und der Proton- bzw. Neutrondichten des Atomkerns. Die Überlappintegrale D , $S^{(p)}$, $S^{(n)}$, $V^{(p)}$, $V^{(n)}$ wurden numerisch für verschiedene Atome berechnet [190]. Um dieses Ergebnis mit experimentellen Ergebnissen vergleichen zu können, muss die Myoneinfangrate ω_{capt} bekannt sein. Sie

wurde in [191] experimentell bestimmt und wird im folgenden an Stelle der theoretischen Voraussage verwendet, weil diese vor allem wegen der unbestimmten Energie des angeregten Kerns schwer zu berechnen ist und deshalb eine große Unsicherheit in sich birgt.

Als experimentelle Grenze benutzen wir die Ergebnisse aus [192, 193, 194, 195].

Photonische Wechselwirkung

	\mathcal{O}_{eB}	\mathcal{O}_{eW}	
${}^{32}_{16}S$	$ \alpha \lesssim 5.80 \times 10^{-8}$	$ \alpha \lesssim 1.07 \times 10^{-7}$	[192]
${}^{48}_{22}Ti$	$ \alpha \lesssim 3.55 \times 10^{-9}$	$ \alpha \lesssim 6.47 \times 10^{-9}$	[193]
${}^{63}_{29}Cu$	$ \alpha \lesssim 2.70 \times 10^{-7}$	$ \alpha \lesssim 4.92 \times 10^{-7}$	[194]
${}^{207}_{82}Pb$	$ \alpha \lesssim 1.94 \times 10^{-8}$	$ \alpha \lesssim 3.53 \times 10^{-8}$	[195]

Tab. 9.24.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren \mathcal{O}_{eB} und \mathcal{O}_{eW} mit Flavor-Kombinationen für $(e\mu)$, (μe) bei $\Lambda = 1$ TeV anhand von Myon-Konversionsmessungen.

Der durch die beiden Drei-Teilchen-Operatoren induzierte Übergang wird durch den Austausch eines Photons zwischen dem Leptonpaar und dem Kern vermittelt. Unter Berücksichtigung, dass sich die Beträge der Kopplungskonstanten A_L, A_R aus [190] in unsere Notation übersetzen lassen

$$|A_L|^2 = |A_R|^2 = \frac{|\alpha|^2}{\Lambda^4} \frac{v^2}{8G_F^2 m_\mu^2 \omega_{capt}} \cdot \begin{cases} c_W^2 & \text{für } \mathcal{O}_{eB} \\ s_W^2 & \text{für } \mathcal{O}_{eW} \end{cases}, \quad (9.61)$$

kann man anhand der Messung der Rate R , Grenzen für die effektiven Kopplungen der Operatoren \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} ableiten. In Tabelle 9.24 findet man die Ergebnisse zusammen mit der Referenz für den experimentell bestimmten Wert der Rate R .

Vier-Fermion-Wechselwirkung

Betrachtet man den aus semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren bestehenden Anteil der Lagrange-Dichte, müssen die in Referenz [190] vorkommenden Kopplungen ebenfalls in die von uns verwendete Notation übersetzt werden, bevor wir unter Berücksichtigung der experimentellen Abschätzungen Grenzen in der üblichen Form gewinnen können. Beim Auswerten der Matrixelemente für kohärente Prozesse ist zu beachten, dass nur Vektorströme auftreten, d.h. es gilt:

$$\langle N | \bar{q} \gamma^5 q | N \rangle = \langle N | \bar{q} \gamma^\mu \gamma^5 q | N \rangle = \langle N | \bar{q} \sigma^{\mu\nu} q | N \rangle = 0. \quad (9.62)$$

	$^{32}_{16}\text{S}$ [192]	$^{48}_{22}\text{Ti}$ [193]	$^{63}_{29}\text{Cu}$ [194]	$^{207}_{82}\text{Pb}$ [195]	
$\mathcal{O}_{lq(1)}$	$ \alpha \lesssim 1.57 \times 10^{-5}$	$ \alpha \lesssim 2.84 \times 10^{-6}$	$ \alpha \lesssim 1.82 \times 10^{-4}$	$ \alpha \lesssim 2.69 \times 10^{-5}$	$(e\mu 11), (\mu e 11)$
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \alpha \lesssim 3.68 \times 10^{-3}$	$ \alpha \lesssim 5.26 \times 10^{-5}$	$ \alpha \lesssim 4.17 \times 10^{-3}$	$ \alpha \lesssim 4.08 \times 10^{-5}$	$(e\mu 11), (\mu e 11)$
\mathcal{O}_{qe}	$ \alpha \lesssim 3.93 \times 10^{-6}$	$ \alpha \lesssim 7.31 \times 10^{-7}$	$ \alpha \lesssim 4.65 \times 10^{-5}$	$ \alpha \lesssim 5.06 \times 10^{-6}$	$(1e\mu 1), (1\mu e 1)$
\mathcal{O}_{qde}	$ \alpha \lesssim 5.24 \times 10^{-6}$	$ \alpha \lesssim 9.97 \times 10^{-7}$	$ \alpha \lesssim 6.59 \times 10^{-5}$	$ \alpha \lesssim 5.77 \times 10^{-6}$	$(e\mu 11), (\mu e 11)$
\mathcal{O}_{lq}	$ \alpha \lesssim 5.27 \times 10^{-6}$	$ \alpha \lesssim 1.01 \times 10^{-6}$	$ \alpha \lesssim 6.66 \times 10^{-5}$	$ \alpha \lesssim 5.88 \times 10^{-6}$	$(e\mu 11), (\mu e 11)$
$\mathcal{O}_{eu}, \mathcal{O}_{ed}$	$ \alpha \lesssim 2.36 \times 10^{-5}$	$ \alpha \lesssim 4.39 \times 10^{-6}$	$ \alpha \lesssim 2.79 \times 10^{-4}$	$ \alpha \lesssim 3.03 \times 10^{-5}$	$(e\mu 11), (\mu e 11)$
$\mathcal{O}_{lu}, \mathcal{O}_{ld}$	$ \alpha \lesssim 7.83 \times 10^{-6}$	$ \alpha \lesssim 1.50 \times 10^{-6}$	$ \alpha \lesssim 9.52 \times 10^{-5}$	$ \alpha \lesssim 8.10 \times 10^{-6}$	$(e11\mu), (\mu 11e)$

Tab. 9.25.: Schranken für die Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_{lq(1)}$, $\mathcal{O}_{lq(3)}$, \mathcal{O}_{qe} , \mathcal{O}_{qde} , \mathcal{O}_{lq} , \mathcal{O}_{eu} , \mathcal{O}_{ed} , \mathcal{O}_{lu} und \mathcal{O}_{ld} bei $\Lambda = 1$ TeV anhand von Myon-Konversionsmessungen.

Desweiteren spielen bei der Berechnung der Rate die Proton- und Neutrondichten $\rho^{(p)}$, $\rho^{(n)}$ im Nukleon eine Rolle. Mit ihrer Hilfe können die Matrixelemente der Vektorströme auf die Gestalt

$$\langle N|\bar{q}\gamma^0q|N\rangle = \begin{cases} Z\rho^{(p)} + 2(A - Z)\rho^{(n)} & \text{für } q = d \\ 2Z\rho^{(p)} + (A - Z)\rho^{(n)} & \text{für } q = u \end{cases} \quad (9.63)$$

$$\langle N|\bar{q}\gamma^i q|N\rangle = 0 \quad (9.64)$$

gebracht werden. Im Fall der skalaren Kopplung

$$\langle N|\bar{q}q|N\rangle = ZG_S^{(q,p)}\rho^{(p)} + (A - Z)G_S^{(q,n)}\rho^{(n)} \quad (9.65)$$

werden Koeffizienten $G_S^{(i,j)}$ eingeführt, die in [196] berechnet wurden. Die so erhaltenen Ergebnisse sind in Tabelle 9.25 zusammengefasst. Die beiden Operatoren \mathcal{O}_{qde} und \mathcal{O}_{lq} sind diejenigen, bei denen die Größen $G_S^{(i,j)}$ in das Ergebnis einfließen, weil sie von skalarer Lorentz-Struktur sind. Die Matrixelemente aller übrigen Operatoren haben vektorielle Struktur oder müssen, um mit [190] vergleichbar zu sein, mittels Fierz-Transformation auf eine solche gebracht werden. Deswegen spielen bei den beiden Gruppen von Operatoren unterschiedliche Überlappintegrale eine Rolle. Das spiegelt sich darin wieder, dass die Verhältnisse der Ergebnisse innerhalb einer Zeile von Tab. 9.25 für verschiedene Operatoren variieren. Die experimentelle Grenze für Kupfer ist um drei bis vier Größenordnungen schlechter als die der übrigen Elemente. Deshalb sind die Abschätzungen der Kopplungen durch den Kupfer-Prozess schlechter als durch die drei anderen Prozesse. Die besten Abschätzungen lassen sich aus der Messung mit Titan ableiten, was damit konform ist, dass für dieses Element die stärkste experimentelle Grenze existiert. Bis auf drei Ausnahmen sind alle Abschätzungen der effektiven Kopplungen etwa $\sim 10^{-5}$ oder kleiner. Somit ist die Myon-Konversion in der Tat sehr gut geeignet, um neue Effekte einzugrenzen oder aufzuzeigen.

Teil III.

Zusammenfassung

10. Ergebnisse

10.1. Allgemeine Bemerkungen

Um einen schnellen Überblick zu bekommen, fassen wir auf den folgenden Seiten tabellarisch zusammen, welche Operatoren in der Lage sind, zu den in den Kapiteln 6 bis 9 diskutierten Prozessen einen Beitrag zu leisten. In Tab. 10.1 findet man alle leptonischen Prozesse wieder. Tab. 10.2 bzw. 10.3 spiegelt die Beiträge der leptonischen bzw. semileptonischen und hadronischen Operatoren zu den semileptonischen Prozessen wieder.

Ein “ \star ” bedeutet, dass es Flavor-Kombinationen gibt, die zu dem Prozess in der entsprechenden Spalte beitragen. Ein “ $-$ ” bedeutet, dass keine der möglichen Flavor-Kombinationen eine Änderung der betrachteten Observable herbeiführt.

Um nun die in den vorhergehenden Kapiteln vorgestellten Ergebnisse interpretieren und bewerten zu können, muss man sich zuerst über deren Bedeutung im Klaren sein. In den Kapiteln 5-9 sind wir stets an Ungleichungen interessiert gewesen, die die effektiven, neuen Kopplungskonstanten α_i nach oben abschätzen. Dazu mussten wir annehmen, die Skala der Neuen Physik Λ sei bekannt und liege bei etwa einem TeV. Diese Annahme ist insofern sinnvoll und nicht willkürlich, da die Energieschwelle 1 TeV innerhalb der nächsten Jahre z.B. durch Experimente an Linearbeschleunigern¹ bzw. Hadronbeschleunigern² überschritten wird. Andererseits wird in einigen physikalisch relevanten Modellen eine neue Massenskala kurz oberhalb der elektroschwachen Skala erwartet. Mit der nächsten Generation der Experimente wird sich zeigen, ob neue Effekte in dem dann zugänglichen Energiebereich sichtbar werden und gegebenenfalls auf welche Modelle diese Effekte zurückzuführen sind. Je kleiner die Obergrenze für eine bestimmte Kopplung α_i , desto weniger Spielraum existiert für den zugehörigen Operator \mathcal{O}_i . Gibt es ein physikalisches Phänomen, zu dem dieser Operator einen Beitrag leistet, sollte dieser demnach in naher Zukunft entdeckt werden können. Werden dagegen keine Abweichungen vom Stan-

¹ Der ILC erreicht mit der geplanten Schwerpunktsenergie der beschleunigten Elektronen und Positronen von 0.5...1 TeV [198] gerade den Bereich, bei der Neue Physik erwartet wird. Der Elektron-Positron-Beschleuniger CLIC (**C**ompact **L**inear **C**ollider) hat eine geplante Schwerpunktsenergie von $\sim 1 \dots 5$ TeV [199].

² Das Entdeckungspotenzial des LHC umfasst bei Teilchen, die einzeln erzeugt werden, Massen bis zu 6...7 TeV [198]. Neue Teilchen, die in Paaren erzeugt werden, können am LHC bis zu einer Masse von 2...3 TeV [198] erzeugt werden. Es ist vorstellbar, dass der VLHC (**V**ery **L**arge **H**adron **C**ollider) mit einer geplanten Schwerpunktsenergie von ~ 100 TeV [200], entweder als Proton-Proton- oder als Proton-Antiproton-Beschleuniger betrieben wird [201] und entsprechend schwerere Teilchen sichtbar macht.

Abschnitt	6.1	6.2	6.3	6.3	6.5	6.6	6.7	6.9	6.9	6.10	6.10	7.1	7.2	7.2	7.3	9.10
Operator	μ -Lebensdauer	polarisierter μ -Zerfall	$\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$	$\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, CLEO	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, CLEO	$\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ e^-$, CLEO	$\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ \mu^-$, CLEO	$\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^-$, CLEO	$\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$, CLEO	$\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_e \mu^-$, CHARM	$\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$, E734	$\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$, E734	$\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$, LAMPF	Myon-Konversion
$\mathcal{O}_{ll(1)}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	—
$\mathcal{O}_{ll(3)}$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	—
\mathcal{O}_{le}	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	—
\mathcal{O}_{ee}	—	—	—	—	*	*	*	*	*	*	*	—	—	—	—	—
\mathcal{O}_{eeB}	*	—	*	*	*	*	*	—	—	*	*	*	*	*	*	—
\mathcal{O}_{eB}	*	—	*	*	*	*	*	—	—	*	*	*	*	*	*	*
\mathcal{O}_{eW}	*	—	*	*	*	*	*	—	—	*	*	*	*	*	*	*
\mathcal{O}_{lB}	*	—	*	*	*	*	*	—	—	*	*	*	*	*	*	—
\mathcal{O}_{lW}	*	—	*	*	*	*	*	—	—	*	*	*	*	*	*	—
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	*	—	*	*	*	*	*	—	—	*	*	*	*	*	*	—
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	*	—	*	*	*	*	*	—	—	*	*	*	*	*	*	—
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	*	—	*	*	*	*	*	—	—	*	*	—	*	*	*	—
\mathcal{O}_{De}	*	—	*	*	*	*	*	—	—	*	*	*	*	*	*	—
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	*	—	*	*	*	*	*	—	—	*	*	*	*	*	*	—

Tab. 10.1.: Überblick über die leptonicen Operatoren, die zu rein leptonicen Prozessen beitragen (“—” heißt “trägt nicht bei”, “*” heißt “trägt bei”).

Abschnitt	8.1	8.2	8.2	8.4	9.2	9.3	9.4.3	9.6	9.7	9.8	9.10
Operator	$\mu^- \rightarrow e^- \gamma$	$\tau^- \rightarrow e^- \gamma$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$	$Z^0 \rightarrow l^+ l^-$	Zerfallsverhältnis Pion-	Zerfallsverhältnis Kaon-	$\pi^0 \rightarrow l^+ \bar{l}^-$	$\tau^- \rightarrow \pi^- \nu$	$\tau^- \rightarrow K^- \nu$	$\tau^- \rightarrow \pi^0 l^-$	Myon-Konversion
\mathcal{O}_{eeB}	*	*	*	*	-	-	-	-	-	-	-
\mathcal{O}_{eB}	*	*	*	*	-	-	-	-	-	-	*
\mathcal{O}_{eW}	*	*	*	*	-	-	-	-	-	-	*
\mathcal{O}_{lB}	*	*	*	*	-	-	-	-	-	-	-
\mathcal{O}_{lW}	*	*	*	*	-	-	-	-	-	-	-
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$	-	-	-	*	-	-	*	-	-	*	-
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	-	-	-	*	*	*	*	*	*	*	-
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	-	-	-	*	-	-	*	-	-	*	-
\mathcal{O}_{De}	-	-	-	*	*	*	*	*	*	*	-
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	-	-	-	*	*	*	*	*	*	*	-

Tab. 10.2.: Überblick über die leptonischen Operatoren, die zu Prozessen mit Z , γ bzw. Mesonen beitragen (“-” heißt “trägt nicht bei”, “*” heißt “trägt bei”).

dardmodell experimentell verifiziert, heißt das, dass die Obergrenzen α_i^{max} der effektiven Kopplungen weiter herabgesetzt werden. Sollte sich die Prämisse $\Lambda = 1$ TeV als falsch erweisen, kann man die Abschätzungen der α_i entsprechend umskalieren. Sie werden umso schwächer, je größer Λ ist.

Es ist auch denkbar, dass ein neues Phänomen, das durch den Operator \mathcal{O}_i verursacht wird, erst bei Energien oberhalb 1 TeV sichtbar wird und deshalb die Kopplungskonstante die Bedingung $|\alpha_i| < \alpha_i^{max}$ für kleines α_i^{max} ohnehin erfüllt. Darüber lässt sich anhand der Abschätzung nach oben nichts aussagen. Eine Abschätzung α_i^{min} nach unten kann man eher durch Plausibilitätsüberlegungen als durch experimentelle Daten, die mit dem SM übereinstimmen, finden. Eine mittels vorangestellter Methode bestimmte Ausschlussgrenze α_i^{max} , die von der Größenordnung 10 oder größer ist, lässt umgekehrt ebenso kaum

Abschnitt	9.2	9.3	9.4.3	9.6	9.7	9.9	9.8	9.10
Operator	Pion- Zerfallsverhältnis	Kaon- Zerfallsverhältnis	$\pi^0 \rightarrow l^+l^-$	$\tau^- \rightarrow \pi^- \nu$	$\tau^- \rightarrow K^- \nu$	$\tau^- \rightarrow \pi^0 l^-$	Lepton-Nukleon Steuerung	Myon-Konversion
$\mathcal{O}_{lq(1)}$	–	–	–	–	–	–	★	★
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	★	★	★	★	★	★	★	★
\mathcal{O}_{qe}	–	–	–	–	–	–	★	★
\mathcal{O}_{qde}	★	★	★	★	★	★	★	★
\mathcal{O}_{lq}	★	★	★	★	★	★	★	★
\mathcal{O}_{eu}	–	–	★	–	–	★	★	★
\mathcal{O}_{ed}	–	–	★	–	–	★	★	★
\mathcal{O}_{lu}	–	–	★	–	–	★	★	★
\mathcal{O}_{ld}	–	–	★	–	–	★	★	★
\mathcal{O}_{qW}	–	–	–	–	–	–	–	–
\mathcal{O}_{qB}	–	–	–	–	–	–	–	–
$\mathcal{O}_{\varphi q(1)}$	–	–	–	–	–	–	–	–
$\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$	★	★	–	★	★	–	–	–
$\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$	★	★	–	★	★	–	–	–
\mathcal{O}_{Du}	★	★	–	★	★	–	–	–
\mathcal{O}_{Dd}	★	★	–	★	★	–	–	–
$\mathcal{O}_{\bar{D}u}$	★	★	–	★	★	–	–	–
$\mathcal{O}_{\bar{D}d}$	★	★	–	★	★	–	–	–
\mathcal{O}_{uW}	–	–	–	–	–	–	–	–
\mathcal{O}_{uB}	–	–	–	–	–	–	–	–
\mathcal{O}_{dW}	–	–	–	–	–	–	–	–
\mathcal{O}_{dB}	–	–	–	–	–	–	–	–
$\mathcal{O}_{\varphi u}$	–	–	–	–	–	–	–	–
$\mathcal{O}_{\varphi d}$	–	–	–	–	–	–	–	–

Tab. 10.3.: Überblick über die semileptonischen und hadronischen Operatoren (“–” heißt “trägt nicht bei”, “★” heißt “trägt bei”).

Rückschlüsse über das Auftreten und die Messbarkeit neuer Effekte zu.

Wir müssen aus zwei Gründen davon ausgehen, dass falls eine Kopplungskonstante α_i einen von Null verschiedenen Wert annimmt, der Wert klein sein muss. Zum einen hätte sich eine starke Kopplung bereits experimentell bemerkbar gemacht. Zum anderen ist der von uns benutzte störungstheoretische Ansatz nur für hinreichend kleine Kopplungen sinnvoll. Wir beziehen in die nachfolgenden Überlegungen zusammenfassend also nur solche α_i mit ein, deren von uns bestimmte Ausschlussgrenzen für $\Lambda = 1$ TeV von der Ordnung 10^{-2} oder kleiner sind.

Da die Kopplungskonstante und die Energieskala über die Beziehung (5.4) miteinander zusammenhängen, kann man die Fragestellung umformulieren und den Wert der Kopplungskonstanten fest wählen, während man die Energieskala Λ als freien Parameter behandelt. Dann kann man schließlich für fest gewähltes α den minimalen Wert der Energieskala Λ bestimmen, so dass die experimentellen Daten gerade noch in Einklang mit einem Modell sind, das neben dem SM einen einzigen der effektiven Operatoren enthält. Dann bedeutet $\Lambda > 1$ TeV, analog zu den obigen Überlegungen zu den Ausschlussgrenzen der Kopplungskonstanten entweder, dass man – falls α tatsächlich auch in der Natur den vorgegebenen Wert annimmt – nahe an der Entdeckung eines neuen Phänomens ist, oder dass ein Beitrag zur Lagrange-Dichte von dem zu α gehörigen Operator auf einem 90%-igem Konfidenzniveau ausgeschlossen werden kann. Großes Λ bedeutet allgemein, dass wir höherenergetische Experimente benötigen, um Aussagen über die Struktur der Neuen Physik machen zu können.

10.2. Die stärksten Ausschlussgrenzen

Im Folgenden wird nun tabellarisch ein Überblick über die stärksten Ausschlussgrenzen für die in den vorherigen Kapiteln besprochenen Kopplungskonstanten gegeben. Statt, wie bisher geschehen, die Abschätzungen nach den Prozessen zu ordnen, mit deren Hilfe sie aufgestellt wurden, fassen wir die stärksten Zwangsbedingungen für die verschiedenen Operatoren in Abhängigkeit von deren Flavor-Verteilung zusammen. Dabei geben wir zusätzlich einen Verweis auf den entsprechenden Prozess und den Abschnitt an, in dem dieser im Detail diskutiert wurde (letzte Spalte der nachstehenden Tabellen). In den zweiten Spalten findet man den maximal möglichen Wert der effektiven Kopplung α unter der Annahme, dass die Massenskala $\Lambda = 1$ TeV ist. Um eine bessere Vergleichbarkeit mit der Literatur zu gewährleisten, findet man in den jeweils dritten Spalten die minimalen Werte der Energieskala Λ , die sich aus der Bedingung $\alpha = 1$ zusammen mit den experimentellen Daten und den zusätzlichen Beiträgen der Operatoren zu den Observablen, bestimmen lassen.

Um im Nachhinein sagen zu können, welche Prozesse durch höhere Messgenauigkeit bessere Grenzen liefern könnten, sind mehrmalige Nennungen desselben Operators mit denselben Flavor-Verteilungen möglich, auch wenn die maximalen Werte der Kopplung von der gleichen Größenordnung sind.

Um einen Überblick über die Vielzahl der Kopplungen zu gewinnen, verzichten wir auf die Nennung der Nachkommastellen, die man in den Tabellen in den Kapiteln 6–9 leicht finden kann. Ebenso geben wir an dieser Stelle die minimale Größe der Massenskala Λ nur ganzzahlig an.

Operator	α^{max} $\Lambda = 1 \text{ TeV}$	Λ^{min} $\alpha = 1$	Flavor	Prozess, Abschnitt
$\mathcal{O}_{U(1)}, \mathcal{O}_{U(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	$(e\mu\mu e), (\mu e e \mu)$	Myon-Zerfall, 6.1
$\mathcal{O}_{U(1)}, \mathcal{O}_{U(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	$(e\tau\tau e), (\tau e e \tau)$	$\tau^- \rightarrow e^- \nu \bar{\nu}$, 6.3
$\mathcal{O}_{U(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 2 \times 10^{-2}$	7 TeV	$(ee\tau\tau), (\tau\tau ee)$	$\tau^- \rightarrow e^- \nu \bar{\nu}$, 6.3
$\mathcal{O}_{U(1)}, \mathcal{O}_{U(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 6 \times 10^{-2}$	4 TeV	$(\mu\tau\tau\mu), (\tau\mu\mu\tau)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \bar{\nu}$, 6.3
$\mathcal{O}_{U(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 3 \times 10^{-2}$	6 TeV	$(\mu\mu\tau\tau), (\tau\tau\mu\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \bar{\nu}$, 6.3

Tab. 10.4.: Zusammenfassung: die besten Ausschlussgrenzen der effektiven Kopplungen α (bzw. der neuen Massenskala Λ) der leptonischen Vier-Fermion-Operatoren $\mathcal{O}_{U(1)}, \mathcal{O}_{U(3)}, \mathcal{O}_{le}, \mathcal{O}_{ee}$.

Während der Großteil der hier aufgelisteten effektiven Kopplungen bis auf einen Bereich von einigen Prozent ausgeschlossen sind, heben sich einige Kopplungen durch noch stärkere Ausschlussbedingungen besonders hervor:

Wie aus Tab. 10.5 ersichtlich ist, sind die leptonischen Vier-Fermion-Operatoren, die zu dem LNV-Zerfall des Myons $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$ um drei Größenordnungen stärker eingeschränkt als alle übrigen Flavor-Verteilungen. Die zugehörigen Kopplungskonstanten dürfen $\sim 10^{-5}$ nicht überschreiten, um mit den Experimenten in Einklang zu sein.

Diejenigen Zerfallsprozesse, die alle drei Leptongeneration-Zahlen verletzen, sind im Rahmen des von uns vorgestellten Ansatzes ausschließlich durch ein Modell realisierbar, das durch einen der vier leptonischen Vier-Fermion-Operatoren erweitert wird. Trotz der Tatsache, dass keine der Leptonfamilienzahlen in diesem Zerfall erhalten ist, und solche Prozesse erwartungsgemäß sehr exotisch und deshalb stark unterdrückt sein sollten, sind die aus den Messungen der Verzweigungsverhältnisse resultierenden Ausschlussgrenzen mit $\sim 10^{-2}$ nicht die strengsten.

Die Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$ und $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$ mit den Flavor-Verteilungen $(e\mu)$ und (μe) heben sich aus der Menge der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}, \mathcal{O}_{\varphi e}, \mathcal{O}_{De}$ und $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ mit beliebiger Flavor-Verteilung ab. Die Ergebnisse zu diesen Operatoren sind in Tab. 10.6 dargestellt. Die entsprechenden Kopplungen dürfen maximal im Bereich von $\sim 10^{-5}$ liegen,

Operator	α^{max} $\Lambda = 1 \text{ TeV}$	Λ^{min} $\alpha = 1$	Flavor	Prozess, Abschnitt
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)},$ \mathcal{O}_{ee}	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-5}$	224 TeV	$(\mu e e e), (e \mu e e)$ $(e e \mu e), (e e e \mu)$	$\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.5
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 5 \times 10^{-5}$	141 TeV	$(\mu e e e), (e \mu e e)$ $(e e \mu e), (e e e \mu)$	$\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.5
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)},$ \mathcal{O}_{ee}	$ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-2}$	10 TeV	$(\tau e e e), (e \tau e e)$ $(e e \tau e), (e e e \tau)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.6
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	$(\tau e e e), (e \tau e e)$ $(e e \tau e), (e e e \tau)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.6
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)},$ \mathcal{O}_{ee}	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-2}$	7 TeV	$(\tau \mu \mu \mu), (\mu \tau \mu \mu)$ $(\mu \mu \tau \mu), (\mu \mu \mu \tau)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, 6.7
\mathcal{O}_{le}	$ \alpha \lesssim 5 \times 10^{-2}$	4 TeV	$(\tau \mu \mu \mu), (\mu \tau \mu \mu)$ $(\mu \mu \tau \mu), (\mu \mu \mu \tau)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, 6.7
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)},$ \mathcal{O}_{ee}	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-2}$	6 TeV	$(\tau \mu e e), (\mu \tau e e)$ $(e e \tau \mu), (e e \mu \tau)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$, 6.9
(\mathcal{O}_{le})	$(\alpha \lesssim 7 \times 10^{-2})$	(4 TeV)	$(\tau e e \mu), (\mu e e \tau)$ $(e \tau \mu e), (e \mu \tau e)$	
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)},$ \mathcal{O}_{ee}	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-2}$	6 TeV	$(\tau e \mu \mu), (e \tau \mu \mu)$ $(\mu \mu \tau e), (\mu \mu e \tau)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$, 6.9
(\mathcal{O}_{le})	$(\alpha \lesssim 7 \times 10^{-2})$	(4 TeV)	$(\tau \mu e \mu), (e \mu \mu \tau)$ $(\mu \tau e \mu), (\mu e \tau \mu)$	
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)},$ $\mathcal{O}_{ee} (\mathcal{O}_{le})$	$ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-2}$ $(\alpha \lesssim 4 \times 10^{-2})$	10 TeV (5 TeV)	$(\tau e \mu e), (\mu e \tau e)$ $(e \tau e \mu), (e \mu e \tau)$	$\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ e^-$, 6.10
$\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)},$ $\mathcal{O}_{ee} (\mathcal{O}_{le})$	$ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-2}$ $(\alpha \lesssim 4 \times 10^{-2})$	10 TeV (5 TeV)	$(\tau \mu e \mu), (e \mu \tau \mu)$ $(\mu \tau \mu e), (\mu e \mu \tau)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ \mu^-$, 6.10

Tab. 10.5.: Zusammenfassung (Fortsetzung): die besten Ausschlussgrenzen der effektiven Kopplungen α (bzw. der neuen Massenskala Λ) der leptonischen Vier-Fermion-Operatoren $\mathcal{O}_{ll(1)}, \mathcal{O}_{ll(3)}, \mathcal{O}_{le}, \mathcal{O}_{ee}$.

Operator	α^{max} $\Lambda = 1 \text{ TeV}$	Λ^{min} $\alpha = 1$	Flavor	Prozess, Abschnitt
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 8 \times 10^{-2}$	4 TeV	$(ee), (\mu\mu)$	Myon-Zerfall, 6.1
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	$(ee), (\tau\tau)$	$\tau^- \rightarrow e^- \nu \bar{\nu}$, 6.3
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	$(\mu\mu), (\tau\tau)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \bar{\nu}$, 6.3
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 5 \times 10^{-5}$	141 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.5
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 6 \times 10^{-5}$	129 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.5
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.6
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 5 \times 10^{-2}$	4 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.6
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 6 \times 10^{-2}$	4 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, 6.7
$\mathcal{O}_{\varphi e}$	$ \alpha \lesssim 6 \times 10^{-2}$	4 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, 6.7
$\mathcal{O}_{\varphi e}, \mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$, 6.9
$\mathcal{O}_{\varphi e}, \mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 5 \times 10^{-2}$	4 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$, 6.9
$\mathcal{O}_{\varphi l(1)}, \mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-2}$	6 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\nu_\mu e^- \rightarrow \nu \mu^-$, 7.1
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	(ee)	$\pi^+ \rightarrow e^+ \nu$, aus BR in 9.2
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 5 \times 10^{-2}$ $ \text{Re } \alpha \lesssim 5 \times 10^{-6}$ $ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-2}$	4 TeV 447 TeV 10 TeV	$(\mu\mu)$ $(\mu\mu)$ $(\mu\tau), (\mu e)$	$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu$, aus R in 9.2 aus BR in 9.2 aus BR in 9.2
\mathcal{O}_{De}	$ \text{Re } \alpha \lesssim 1 \times 10^{-2}$	10 TeV	$(\mu\mu)$	$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu$, aus BR in 9.2
$\mathcal{O}_{\bar{D}e}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 5 \times 10^{-2}$	4 TeV	$(\mu\mu)$	$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu$, aus BR in 9.2
$\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	$(\mu\mu)$	$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$, aus BR in 9.3

Tab. 10.6.: Zusammenfassung: die besten Ausschlussgrenzen der effektiven Kopplungen α (bzw. der neuen Massenskala Λ) der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$, $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$, $\mathcal{O}_{\varphi e}$, \mathcal{O}_{De} , $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$.

Operator	α^{max} $\Lambda = 1 \text{ TeV}$	Λ^{min} $\alpha = 1$	Flavor	Prozess, Abschnitt
$\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{lB}$	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-5}$	224 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.5
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-9}$	18 257 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.5
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 6 \times 10^{-9}$	12 910 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.5
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 2 \dots 4 \times 10^{-5}$	158 ... 224 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.5
$\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{lB}$	$ \alpha \lesssim 8 \times 10^{-6}$	354 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- \rightarrow e^- \gamma$, 8.1
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-9}$	31 623 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- \rightarrow e^- \gamma$, 8.1
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-9}$	22 361 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- \rightarrow e^- \gamma$, 8.1
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 2 \dots 4 \times 10^{-5}$	158 ... 224 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- \rightarrow e^- \gamma$, 8.1
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 6 \times 10^{-8}$	4 082 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- + {}^{32}_{16}S$, 9.10
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-9}$	15 811 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- + {}^{48}_{22}Ti$, 9.10
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-7}$	1 826 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- + {}^{63}_{29}Cu$, 9.10
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-8}$	5 774 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- + {}^{207}_{82}Pb$, 9.10
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-7}$	3 162 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- + {}^{32}_{16}S$, 9.10
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 6 \times 10^{-9}$	12 910 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- + {}^{48}_{22}Ti$, 9.10
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 5 \times 10^{-7}$	1 414 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- + {}^{63}_{29}Cu$, 9.10
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-8}$	5 000 TeV	$(e\mu), (\mu e)$	$\mu^- + {}^{207}_{82}Pb$, 9.10

Tab. 10.7.: Zusammenfassung: die besten Ausschlussgrenzen der effektiven Kopplungen α (bzw. der neuen Massenskala Λ) der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} , \mathcal{O}_{lW} mit Flavor-Verteilungen $(e\mu)$ bzw. (μe) .

Operator	α^{max} $\Lambda = 1 \text{ TeV}$	Λ^{min} $\alpha = 1$	Flavor	Prozess, Abschnitt
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-2}$	10 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.6
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-5}$	158 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.6
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 5 \dots 20 \times 10^{-5}$	71 ... 141 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.6
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 1 \dots 4 \times 10^{-2}$	5 ... 10 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.6
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 2 \dots 8 \times 10^{-2}$	4 ... 7 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, 6.6
$\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{lB}$	$ \alpha \lesssim 5 \dots 6 \times 10^{-2}$	4 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$, 6.9
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-4}$	100 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$, 6.9
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-4}$	58 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$, 6.9
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 8 \times 10^{-2}$	4 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ e^-$, 6.9
$\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{lB}$	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-3}$	22 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow e^- \gamma$, 8.2
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-6}$	500 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow e^- \gamma$, 8.2
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 9 \times 10^{-6}$	333 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow e^- \gamma$, 8.2
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-3}$	16 TeV	$(e\tau), (\tau e)$	$\tau^- \rightarrow e^- \gamma$, 8.2

Tab. 10.8.: Zusammenfassung: die besten Ausschlussgrenzen der effektiven Kopplungen α (bzw. der neuen Massenskala Λ) der leptonicchen Drei-Teilchen-Operatoren \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} , \mathcal{O}_{lW} mit Flavor-Verteilung $(e\tau)$ bzw. (τe) .

Operator	α^{max} $\Lambda = 1 \text{ TeV}$	Λ^{min} $\alpha = 1$	Flavor	Prozess, Abschnitt
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, 6.7
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 9 \times 10^{-5}$	105 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, 6.7
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-4}$	71 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, 6.7
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 3 \dots 4 \times 10^{-2}$	5 ... 6 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, 6.7
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 5 \dots 8 \times 10^{-2}$	4 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$, 6.7
\mathcal{O}_{eeB}	$ \alpha \lesssim 2 \dots 3 \times 10^{-2}$	6 ... 7 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$, 6.9
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 6 \times 10^{-5}$	129 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$, 6.9
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-4}$	100 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$, 6.9
\mathcal{O}_{lB}	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-2}$	7 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$, 6.9
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow e^- e^+ \mu^-$, 6.9
$\mathcal{O}_{eeB}, \mathcal{O}_{lB}$	$ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-3}$	32 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, 8.2
\mathcal{O}_{eB}	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-6}$	577 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, 8.2
\mathcal{O}_{eW}	$ \alpha \lesssim 5 \times 10^{-6}$	447 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, 8.2
\mathcal{O}_{lW}	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-3}$	22 TeV	$(\mu\tau), (\tau\mu)$	$\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, 8.2

Tab. 10.9.: Zusammenfassung: die besten Ausschlussgrenzen der effektiven Kopplungen α (bzw. der neuen Massenskala Λ) der leptonischen Drei-Teilchen-Operatoren \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} , \mathcal{O}_{lW} mit Flavor-Verteilung $(\mu\tau)$ bzw. $(\tau\mu)$.

Operator	α^{max} $\Lambda = 1 \text{ TeV}$	$\Lambda^{min}, \alpha = 1$ bzw. $\alpha c_i = 1$	Flavor	Prozess, Abschnitt
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 2 \times 10^{-2}$	7 TeV	($ee11$)	$\pi^+ \rightarrow e^+\nu$, aus dem BR in 9.2
$\mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}$	$ \text{Im}(\alpha c_S) \lesssim 3 \times 10^{-4}$ $ \alpha c_S \lesssim 9 \times 10^{-3}$	58 TeV 11 TeV	($ee11$) ($\mu e11$), ($\tau e11$)	$\pi^+ \rightarrow e^+\nu$, aus dem BR in 9.2 $\pi^+ \rightarrow e^+\nu$, aus dem BR in 9.2
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 3 \times 10^{-6}$	577 TeV	($\mu\mu11$)	$\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu$, aus dem BR in 9.2
$\mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}$	$ \text{Im}(\alpha c_S) \lesssim 8 \times 10^{-6}$ $ \alpha c_S \lesssim 2 \times 10^{-2}$	354 TeV 7 TeV	($\mu\mu11$) ($e\mu11$), ($\tau\mu11$)	$\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu$, aus dem BR in 9.2 $\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu$, aus dem BR in 9.2
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 7 \times 10^{-3}$	12 TeV	($eeij$)	$K^- \rightarrow e^+\nu$, aus R in 9.3
$\mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}$	$ \text{Im}(\alpha c_S) \lesssim 4 \times 10^{-4}$ $ \alpha c_S \lesssim 4 \times 10^{-3}$	50 TeV 16 TeV	($ee21$) ($\mu e21$), ($\tau e21$)	$K^- \rightarrow e^+\nu$, aus BR in 9.3 $K^- \rightarrow e^+\nu$, aus BR in 9.3
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 2 \times 10^{-3}$	22 TeV	($\mu\mu ij$)	$K^+ \rightarrow \mu^+\nu$, aus BR in 9.3
$\mathcal{O}_{qde}, \mathcal{O}_{lq}$	$ \text{Im}(\alpha c_S) \lesssim 5 \times 10^{-3}$ $ \alpha c_S \lesssim 6 \times 10^{-3}$	14 TeV 13 TeV	($\mu\mu21$) ($e\mu21$)	$K^+ \rightarrow \mu^+\nu$, aus BR in 9.3 $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$, aus R in 9.3
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 7 \times 10^{-2}$	4 TeV	($\tau\tau11$)	$\tau^- \rightarrow \pi^-\nu$, aus BR in 9.6
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 5 \times 10^{-2}$	4 TeV	($\tau\tau ij$)	$\tau^- \rightarrow K^-\nu$, aus BR in 9.7

Tab. 10.10.: Zusammenfassung: die besten Ausschlussgrenzen der effektiven Kopplungen α (bzw. der neuen Massenskala Λ) der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren $\mathcal{O}_{lq(3)}$, \mathcal{O}_{qde} , \mathcal{O}_{lq} mit $i \neq j \in \{1, 2\}$.

Operator	α^{max} $\Lambda = 1 \text{ TeV}$	$\Lambda^{min}, \alpha = 1$ bzw. $\alpha c_i = 1$	Flavor	Prozess, Abschnitt
$\mathcal{O}_{lq(1)}$	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-5}$	224 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{32}_{16}S$, 9.10
$\mathcal{O}_{lq(1)}$	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-6}$	577 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{48}_{22}Ti$, 9.10
$\mathcal{O}_{lq(1)}$	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-4}$	71 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{63}_{29}Cu$, 9.10
$\mathcal{O}_{lq(1)}$	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-5}$	183 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{207}_{82}Pb$, 9.10
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-3}$	16 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{32}_{16}S$, 9.10
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \alpha \lesssim 5 \times 10^{-5}$	141 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{48}_{22}Ti$, 9.10
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-3}$	16 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{63}_{29}Cu$, 9.10
$\mathcal{O}_{lq(3)}$	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-5}$	158 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{207}_{82}Pb$, 9.10
\mathcal{O}_{qe}	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-6}$	500 TeV	$(1e\mu 1), (1\mu e 1)$	$\mu^- + {}^{32}_{16}S$, 9.10
\mathcal{O}_{qe}	$ \alpha \lesssim 7 \times 10^{-7}$	1 195 TeV	$(1e\mu 1), (1\mu e 1)$	$\mu^- + {}^{48}_{22}Ti$, 9.10
\mathcal{O}_{qe}	$ \alpha \lesssim 5 \times 10^{-5}$	141 TeV	$(1e\mu 1), (1\mu e 1)$	$\mu^- + {}^{63}_{29}Cu$, 9.10
\mathcal{O}_{qe}	$ \alpha \lesssim 5 \times 10^{-6}$	447 TeV	$(1e\mu 1), (1\mu e 1)$	$\mu^- + {}^{207}_{82}Pb$, 9.10
\mathcal{O}_{qde}	$ \alpha c_S \lesssim 5 \times 10^{-6}$	447 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{32}_{16}S$, 9.10
\mathcal{O}_{qde}	$ \alpha c_S \lesssim 1 \times 10^{-6}$	1 000 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{48}_{22}Ti$, 9.10
\mathcal{O}_{qde}	$ \alpha c_S \lesssim 7 \times 10^{-5}$	120 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{63}_{29}Cu$, 9.10
\mathcal{O}_{qde}	$ \alpha c_S \lesssim 6 \times 10^{-6}$	408 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{207}_{82}Pb$, 9.10
\mathcal{O}_{lq}	$ \alpha \lesssim 5 \times 10^{-6}$	447 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{32}_{16}S$, 9.10
\mathcal{O}_{lq}	$ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-6}$	1 000 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{48}_{22}Ti$, 9.10
\mathcal{O}_{lq}	$ \alpha \lesssim 7 \times 10^{-5}$	120 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{63}_{29}Cu$, 9.10
\mathcal{O}_{lq}	$ \alpha \lesssim 6 \times 10^{-6}$	408 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{207}_{82}Pb$, 9.10
$\mathcal{O}_{eu}, \mathcal{O}_{ed}$	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-5}$	224 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{32}_{16}S$, 9.10
$\mathcal{O}_{eu}, \mathcal{O}_{ed}$	$ \alpha \lesssim 4 \times 10^{-6}$	500 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{48}_{22}Ti$, 9.10
$\mathcal{O}_{eu}, \mathcal{O}_{ed}$	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-4}$	58 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{63}_{29}Cu$, 9.10
$\mathcal{O}_{eu}, \mathcal{O}_{ed}$	$ \alpha \lesssim 3 \times 10^{-5}$	183 TeV	$(e\mu 11), (\mu e 11)$	$\mu^- + {}^{207}_{82}Pb$, 9.10

(Tab.: 10.11 Teil 1)

Operator	α^{max} $\Lambda = 1 \text{ TeV}$	$\Lambda^{min}, \alpha = 1$ bzw. $\alpha c_i = 1$	Flavor	Prozess, Abschnitt
$\mathcal{O}_{lu}, \mathcal{O}_{ld}$	$ \alpha \lesssim 8 \times 10^{-6}$	354 TeV	$(e11\mu), (\mu11e)$	$\mu^- + {}^{32}_{16}\text{S}$, 9.10
$\mathcal{O}_{lu}, \mathcal{O}_{ld}$	$ \alpha \lesssim 2 \times 10^{-6}$	707 TeV	$(e11\mu), (\mu11e)$	$\mu^- + {}^{48}_{22}\text{Ti}$, 9.10
$\mathcal{O}_{lu}, \mathcal{O}_{ld}$	$ \alpha \lesssim 1 \times 10^{-4}$	100 TeV	$(e11\mu), (\mu11e)$	$\mu^- + {}^{63}_{29}\text{Cu}$, 9.10
$\mathcal{O}_{lu}, \mathcal{O}_{ld}$	$ \alpha \lesssim 8 \times 10^{-6}$	354 TeV	$(e11\mu), (\mu11e)$	$\mu^- + {}^{207}_{82}\text{Pb}$, 9.10

Tab. 10.11.: Zusammenfassung: die besten Ausschlussgrenzen der effektiven Kopplungen α (bzw. der neuen Massenskala Λ) der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren anhand der Myon-Konversion.

Operator	α^{max} $\Lambda = 1 \text{ TeV}$	$\Lambda^{min}, \alpha = 1$ bzw. $\alpha c_i = 1$	Flavor	Prozess, Abschnitt
$\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 4 \times 10^{-2}$	5 TeV	(11)	$\pi^+ \rightarrow e^+\nu$, 9.2
$\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 8 \times 10^{-2}$	4 TeV	(11)	$\pi^+ \rightarrow e^+\nu$, 9.2
$\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 5 \times 10^{-6}$	447 TeV	(11)	$\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu$, 9.2
$\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 1 \times 10^{-5}$	316 TeV	(11)	$\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu$, 9.2
$\mathcal{O}_{Du}, \mathcal{O}_{Dd}, \mathcal{O}_{\bar{D}u}, \mathcal{O}_{\bar{D}d}$	$ \text{Re}(\alpha c_S^{D'}) \lesssim 1 \times 10^{-2}$	10 TeV	(11)	$\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu$, 9.2
$\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 4 \times 10^{-3}$	16 TeV	(21)	$K^+ \rightarrow \mu^+\nu$, 9.3
$\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 8 \times 10^{-3}$	11 TeV	(12)	$K^+ \rightarrow \mu^+\nu$, 9.3
$\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$	$ \text{Re } \alpha \lesssim 10 \times 10^{-2}$	3 TeV	(21)	$\tau^- \rightarrow K^-\nu$, 9.7

Tab. 10.12.: Zusammenfassung: die besten Ausschlussgrenzen der effektiven Kopplungen α (bzw. der neuen Massenskala Λ) der hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$, $\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$, \mathcal{O}_{Du} , \mathcal{O}_{Dd} , $\mathcal{O}_{\bar{D}u}$, $\mathcal{O}_{\bar{D}d}$.

um mit den experimentellen Daten verträglich zu sein. Auch hier kommt der beste Wert wiederum von der partiellen Zerfallsbreite $\text{BR}(\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-)$. Der maximale Wert der Kopplung des Operators $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}^{\mu\mu}$ muss um einen weiteren Faktor 10 kleiner sein, wie man aus der Messung der Zerfallsbreite des semileptonischen Prozesses $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu$ folgern kann. Alle Grenzen der anderen Flavor-Verteilungen liegen wieder im Prozentbereich.

In Tab. 10.7 findet man die stärksten Schranken der Kopplungskonstanten, die zu den Operatoren \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} und \mathcal{O}_{lW} gehören. Alle diese Operatoren enthalten neben zwei Leptonfeldern der ersten bzw. zweiten Generation auch einen Feldstärketensor. Die beiden Leptonzahl-verletzenden Myonzerfälle $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$ und $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ sind diejenigen Prozesse, die das potenzielle Auftreten der oben genannten Operatoren mit Flavor-Verteilung $(e\mu)$ und (μe) am stärksten einschränken. Beide Prozesse führen zu Ausschlussgrenzen der gleichen Größenordnung. Die beiden Operatoren \mathcal{O}_{eB} und \mathcal{O}_{eW} , die rechtshändige Leptonfelder involvieren, sind mit maximalen Kopplungen der Größe $\sim 10^{-9}$ diejenigen unter allen Operatoren, für die Schranken berechnet werden konnten, mit der kleinsten erlaubten Kopplungskonstanten.

Betrachtet man die Ergebnisse für \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} und \mathcal{O}_{lW} mit der Flavor-Verteilung $(e\tau)$ bzw. (τe) in Tab. 10.8, stellt man wiederum fest, dass die Leptonzahl-verletzenden Tau-Zerfälle ohne Neutrinos im Endzustand zu den besten Abschätzungen führen. Dabei sind die Grenzen für die Operatoren \mathcal{O}_{eB} und \mathcal{O}_{eW} , wie auch schon bei den LNV-Myon-Zerfällen gesehen, um 2 bis 3 Größenordnungen kleiner als für die anderen Operatoren. Insgesamt führt der neutrinolose Tau-Zerfall $\tau^- \rightarrow e^- \gamma$ zu den besten Ausschlussgrenzen.

Sehr ähnlich verhalten sich die Ergebnisse der Operatoren \mathcal{O}_{eeB} , \mathcal{O}_{eB} , \mathcal{O}_{eW} , \mathcal{O}_{lB} und \mathcal{O}_{lW} mit der Flavor-Verteilung $(\mu\tau)$ bzw. $(\tau\mu)$ zueinander, die in Tab. 10.9 dargestellt sind. Aus dem Messwert des neutrinolosen Tau-Zerfalls $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ resultieren die stärksten Ausschlussgrenzen für die effektiven Kopplungen. Sie stimmen mit den Größenordnungen in Tab. 10.8 überein.

Die Ausschlussgrenzen der Kopplungskonstanten der semileptonischen Vier-Fermion-Operatoren sind in Tab. 10.10 und 10.11 zusammengefasst. Die anhand der Myon-Konversionsmessungen gewonnenen Ausschlussgrenzen sind mit $\sim 10^{-7} \dots 10^{-4}$ am stärksten. Dazu in Konkurrenz tretende Ergebnisse können allerdings auch die Messungen der LNC-Mesonzerfälle liefern.

Die Kopplungen der hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$ und $\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$ unterliegen, wenn man nur solche Operatoren berücksichtigt, die Quarks der ersten Generation enthalten, ebenfalls sehr starken Ausschlussgrenzen von $\sim 10^{-5}$ bis 10^{-6} . Für die Operatoren, die Ableitungskopplungen beschreiben können nur Schranken der Größenordnung 10^{-2} abgeleitet werden. Allerdings bleibt hierbei zu erwähnen, dass sich diese Abschätzungen auf ein Produkt aus der jeweiligen Kopplung α und einem weiteren Parameter $c_S^{D'}$ bezieht, der von dem hadronischen Matrixelement abhängt.

Die Grenzen der Operatoren, die auch ein strange-Quark enthalten sind insgesamt um bis zu vier Größenordnungen größer.

11. Ausblick

Die Liste der im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Prozesse ist innerhalb der von uns eingeschränkten Auswahl von Reaktionen vollständig. Betrachtet und ausgewertet wurden einerseits Messungen von Zerfallsbreiten von Leptonen in zwei Teilchen (in Meson und Lepton bzw. in Lepton und Photon) oder drei Teilchen (in Leptonen), andererseits rein leptonische Streureaktionen und Lepton-Nukleon-Streuung.

Ausserdem wurden Ausschlussgrenzen anhand von Z -Zerfällen bestimmt. Im Hinblick auf die Beteiligung von u - und d -Quarks ist die Liste von weiteren möglichen Prozessen vollständig, da wir unsere Auswahl auf Prozesse beschränkt haben, bei denen zwei Leptonen und ein Meson miteinander in Wechselwirkung treten. Zusätzlich haben wir uns mit einigen Prozessen befasst, bei denen ein strange-Quark beteiligt ist. Dabei haben wir bewusst solcherlei Reaktionen ausser Acht gelassen, die neutrale Mesonen mit strangeness enthalten.

An dieser Stelle sieht man sofort einige Möglichkeiten, die hier vorgestellten Rechnungen zu erweitern, indem man z.B. Reaktionen mit mehreren Mesonen betrachtet oder andererseits den Zugang dahingehend erweitert, dass man Bindungszustände aller bekannten sechs Quarks miteinbezieht. Jedoch spielen bei einer erhöhten Anzahl von Mesonen die Unsicherheiten der hadronischen Matrixelemente eine zunehmende Rolle. In einigen Modellen werden Zusammenhänge zwischen den nicht-SM-Matrixelementen und den Quark-Massen hergestellt. Da man Quark-Massen nur indirekt bestimmen kann, weil Quarks stets nur als farblose Bindungszustände auftreten, entsteht eine zusätzliche Unsicherheit, die sich von neuen Effekten kaum trennen lassen wird. Gleichermaßen bietet sich das Ausnutzen von baryonischen Reaktionen an. Dazu zählen die über die von uns betrachtete Lepton-Nukleon-Streuung hinausgehende Proton-Proton-Streuung, Neutron- und Hyperonzerfälle.

Der Auswertung von Beschleunigerexperimenten stehen Ergebnisse kosmologischer Beobachtungen gegenüber. Anhand der WMAP-Daten [202] kann man beispielsweise die Summe der Neutrinomassen ableiten [203, 204, 205]. Oft geschieht dies unter Verwendung eines bestimmten kosmologischen Modells. Setzt man voraus, dass Neutrinomassen durch neue effektive Operatoren generiert werden, können auf diesem Weg wiederum Ausschlussgrenzen der effektiven Kopplungen bestimmt werden. Um diese Berechnungen ausführen zu können, müssen die Operatoren, die wir benutzt haben, um weitere ergänzt werden, da die von uns betrachteten keine Neutrinomassenterme enthalten. Dazu muss man entweder die Voraussetzung, dass die Massendimension nicht größer als sechs sein soll, fallen lassen oder rechts-händige Neutrinofelder zulassen. Generell besteht eine Verallgemeinerung unseres

Zugangs darin, eine der von uns gestellten Anforderungen aufzugeben.

Sollte das MiniBoone- [16] oder ein anderes Experiment die Existenz einer weiteren Neutrino-Art bestätigen, müssen einige Modellannahmen grundlegend überdacht werden. Ebenso sollte man den effektiven Zugang bei der Entdeckung neuer fundamentaler Teilchen, etwa am LHC, ILC, etc., dahingehend anpassen, dass man weitere Operatoren betrachtet, die eben diese neuen Teilchen enthalten.

Die Physik hat als naturwissenschaftliche Disziplin zwei gleichwertige Seiten. Einerseits ist es wichtig, mittels mathematischer Modellbildung Voraussagen über Werte von Observablen abzuleiten. Unter gewissen Annahmen einen Zugang zur Beschreibung der Natur zu wählen ist der eine Aspekt, der die Physik ausmacht. Andererseits bleibt die Modellbildung ohne Nutzen, wenn es keine Experimente gibt, die in der Lage sind, ein Modell zu falsifizieren oder innerhalb der Messgenauigkeiten zu bestätigen. Wie oben bereits diskutiert, ist deshalb, neben der Ausdehnung der Berechnungen, bei vielen der zu Rate gezogenen Experimente eine Verbesserung der Präzision wünschenswert, da damit sowohl das Entdeckungspotenzial als auch die Güte der Ausschlussgrenzen steigen.

Das heute bekannte Wissen über das Wesen und die Beschaffenheit der Natur ist bei weitem zu umfangreich, als dass jeder Physiker über Spezialwissen in mehr als einigen wenigen Teilbereichen verfügen kann. Beim Lesen dieser Arbeit sollte neben allen physikalischen Details auch vermittelt werden, dass erst durch das Arbeiten an der Schnittstelle zwischen dem "Elfenbeinturm" der Theoretiker(innen) und dem Labor der Experimentalphysiker(innen) dieses Wissen in neue Richtungen gelenkt werden kann, die uns der "Weltformel" ein Stück näher kommen lassen.

Teil IV.

Anhang

A. Konventionen

A.1. Dirac-Matrizen und Spinoren

Die in dieser Arbeit verwendeten Konventionen orientieren sich vor allem an [206]. Die wichtigsten Relationen sind hier noch einmal kurz zusammengefasst.

Im Isospinraum benutzt man den Epsilon-Tensor

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{für gerade Permutationen von (123)} \\ -1 & \text{für ungerade Permutationen von (123)} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Bei der Verwendung von Lorentztensoren tritt der antisymmetrische Tensor

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\lambda} = \begin{cases} 1 & \text{für gerade Permutationen von (0123)} \\ -1 & \text{für ungerade Permutationen von (0123)} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

auf. Für ihn gilt die Gleichung $\epsilon_{\mu\nu\rho\lambda} = -\epsilon^{\mu\nu\rho\lambda}$.

Die Dirac-Matrizen γ^μ , $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$, werden durch die Antikommutatorrelation

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} 1_{4 \times 4} \quad (\text{A.3})$$

definiert. Eine mögliche Darstellung (Standarddarstellung) lautet:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & -1_{2 \times 2} \end{pmatrix}, \quad \gamma^j = \begin{pmatrix} 0 & \tau^j \\ -\tau^j & 0 \end{pmatrix}, \quad j = 1, 2, 3, \quad (\text{A.4})$$

wobei die Pauli-Matrizen τ^j gegeben sind durch

$$\tau^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Sie erfüllen die Vertauschungsrelation

$$[\tau^i, \tau^j] = \epsilon_{ijk} \tau^k. \quad (\text{A.5})$$

Des Weiteren definiert man $\gamma_5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ und $\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)$ und das Produkt der Komponenten eines 4-Vektors a mit den Dirac-Matrizen $\not{a} \equiv a_\mu\gamma^\mu$. Es gilt $\{\gamma_5, \gamma^\mu\} = 0$. Die hermitesch konjugierten Matrizen besitzen die Eigenschaft

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0, \quad \gamma^{5\dagger} = -\gamma^0\gamma^5\gamma^0 = \gamma^5, \quad (\text{A.6})$$

d.h. $P_L^\dagger = P_L$ und entsprechend $P_R^\dagger = P_R$.

Bei Spurberechnungen sind folgende Gleichungen nützlich:

$$\text{Sp}(\gamma^\mu) = \text{Sp}(\gamma_5) = \text{Sp}(\gamma^\mu \gamma_5) = \text{Sp}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma_5) = \text{Sp}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma_5) = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$\text{Sp}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\lambda) = 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\lambda} + g^{\mu\lambda} g^{\nu\rho} - g^{\mu\rho} g^{\nu\lambda}) \quad (\text{A.8})$$

$$\text{Sp}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\lambda \gamma_5) = 4i\epsilon^{\mu\nu\rho\lambda} \quad (\text{A.9})$$

Die Dirac-Gleichung für Fermion-Felder $\psi(x)$ der Masse m lautet

$$(i\partial - m)\psi(x) = 0.$$

Das zu $\psi(x)$ adjungierte Feld $\bar{\psi}(x) = \psi^\dagger(x)\gamma_0$ erfüllt die Gleichung

$$(i\partial + m)\bar{\psi}(x) = 0. \quad (\text{A.10})$$

In beiden Fällen kann die Fourier-Zerlegung der Felder durch Erzeuger $a^+(p, s)$, $b^+(p, s)$ und Vernichter $a(p, s)$, $b(p, s)$ von Teilchen bzw. Antiteilchen mit Impuls p und Spin s ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \psi(x) &= \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \int \frac{d^3p}{2p^0} (a(p, s)u(p, s)f_p(x) + b^+(p, s)v(p, s)f_p^*(x)) \\ \bar{\psi}(x) &= \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \int \frac{d^3p}{2p^0} (b(p, s)\bar{v}(p, s)f_p(x) + a^+(p, s)\bar{u}(p, s)f_p^*(x)) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

mit $f_p(x) = (2\pi)^{-3} e^{-ip \cdot x}$

Für die Spinoren gilt außerdem

$$\begin{aligned} (\not{p} - m)u(p, s) &= 0 \\ (\not{p} + m)v(p, s) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Bei Summation über die beiden Spineinstellungen gelten für Dirac-Spinoren von Teilchen und Antiteilchen die Gleichungen

$$\sum_{s=\pm\frac{1}{2}} u_s(p)\bar{u}_s(p) = \not{p} + m \quad (\text{A.13})$$

$$\sum_{s=\pm\frac{1}{2}} v_s(p)\bar{v}_s(p) = \not{p} - m. \quad (\text{A.14})$$

Desweiteren wird die Zerlegung der Felder ψ mit Hilfe der Projektoren P_R und P_L ($P_R^2 = P_R$, $P_L^2 = P_L$, $P_R P_L = 0$) in rechts- und linkshändige Komponenten ψ_R und ψ_L benutzt:

$$\psi = P_R \psi + P_L \psi = \psi_R + \psi_L \quad (\text{A.15})$$

In der Standarddarstellung haben die Projektoren die Gestalt

$$P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5), \quad P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5). \quad (\text{A.16})$$

A.2. Gell-Mann-Matrizen

Eine dreidimensionale Darstellung der Algebra

$$\left[\frac{\lambda^a}{2}, \frac{\lambda^b}{2} \right] = if^{abc} \frac{\lambda^c}{2} \quad (\text{A.17})$$

mit den Strukturkonstanten

$$f^{123} = 1, f^{147} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = -f^{156} = -f^{367} = \frac{1}{2}, f^{458} = f^{678} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \quad (\text{A.18})$$

ist gegeben durch die acht Gell-Mann-Matrizen

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.19})$$

$$\lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.20})$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda^8 = \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Die Strukturkonstanten sind antisymmetrisch bezüglich Vertauschung zweier Indizes, alle nicht aufgeführten Strukturkonstanten sind Null. Die hermiteschen Gell-Mann-Matrizen sind linear unabhängig und es gilt

$$\text{Sp}(\lambda^a) = 0 \quad (\text{A.21})$$

$$\text{Sp}(\lambda^a \lambda^b) = 2\delta^{ab}. \quad (\text{A.22})$$

Diese Algebra wird vor allem im Zusammenhang mit der Farbsymmetrie der QCD verwendet, um $SU(3)$ -Transformationen zu beschreiben.

B. Nützliche Relationen

B.1. Die Fierz-Transformation

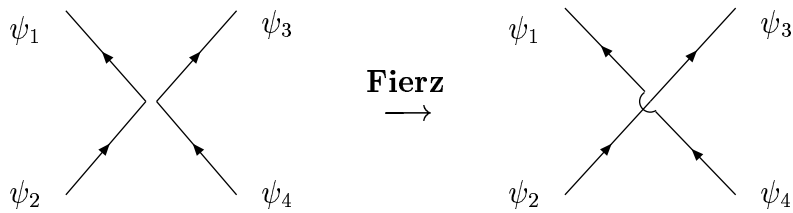
Die allgemeinste, effektive 4F-Lagrangedichte hat, ohne Berücksichtigung von Kopplungen, die proportional zu den Teilchenimpulsen sind (also Ableitungen enthalten), die Form

$$\mathcal{L}(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) = -\frac{G}{\sqrt{2}} \sum_i \bar{\psi}_1 \Gamma_i \psi_2 \bar{\psi}_3 [C_i \Gamma_i + C'_i \Gamma_i \gamma_5] \psi_4. \quad (\text{B.1})$$

Summiert wird über die fünf verschiedenen Kopplungsarten (**Skalare**, **Pseudoskalare**, **Vektorielle**, **Axiale**, **Tensorielle**), wobei die Matrizen durch $\Gamma_S = 1$, $\Gamma_V = \gamma_\mu$, $\Gamma_T = \sigma_{\mu\nu}$, $\Gamma_P = \gamma_5$ und $\Gamma_A = \gamma_\mu \gamma_5$ definiert sind. Mit Hilfe der *Fierz*-Transformation kann in derartigen Ausdrücken die Reihenfolge der Fermionoperatoren verändert werden (*rearrangement formula*), sodass die Gleichung

$$\mathcal{L}(\psi_1, \psi_4, \psi_3, \psi_2) = -\frac{G}{\sqrt{2}} \sum_i \bar{\psi}_1 \Gamma_i \psi_4 \bar{\psi}_3 [D_i \Gamma_i + D'_i \Gamma_i \gamma_5] \psi_2 \quad (\text{B.2})$$

erfüllt ist. Diagrammatisch entspricht die Änderung der Reihenfolge der Felder in der Lagrangedichte einer Uminterpretation des 4F-Vertex.



Die Parameter C_i und D_j werden durch eine lineare Abbildung miteinander in Beziehung gesetzt:

$$\begin{pmatrix} D_S \\ D_V \\ D_T \\ D_A \\ D_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/4 & -1/4 & -1/8 & 1/4 & -1/4 \\ -1 & 1/2 & 0 & 1/2 & 1 \\ -3 & 0 & 1/2 & 0 & -3 \\ 1 & 1/2 & 0 & 1/2 & -1 \\ -1/4 & 1/4 & -1/8 & -1/4 & -1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_S \\ C_V \\ C_T \\ C_A \\ C_P \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$





Entsprechend erhält man die zwischen C'_i und D'_j vermittelnde Matrix durch Multiplikation eines Feldoperators mit γ_5 , etwa $\psi_4 \rightarrow \gamma_5 \psi_4$ (Beweis und Details siehe [206] bzw. [142]). Die Eigenschaften der Lagrangedichte wie Transformationsverhalten unter Parität, Ladungs- und Zeitumkehr spiegelt sich in den Koeffizienten C_i und C'_i bzw. D_i und D'_i wieder und bleiben nach einer Fierz-Transformation erhalten. Interessant ist im Zusammenhang mit der schwachen Wechselwirkung vor allem das Verhalten unter der Paritätstransformation. Hat \mathcal{L} ein bestimmtes Transformationsverhalten, also gerade (ungerade) Parität, so verschwinden alle Parameter C'_i (C_i). Die Paritätsverletzung, die in der schwachen Wechselwirkung auftritt, findet man wieder in der Gestalt der Koeffizienten.

C. Feynman-Regeln im Standardmodell





Zu den Feynman-Regeln, die im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurden, zählen in erster Linie die des Standardmodells. Um sich über die Konventionen und Notationen im Klaren zu sein, werden in diesem Kapitel diejenigen Feynman-Regeln zusammengestellt, die den vorausgegangenen Berechnungen zugrunde gelegt worden sind und das Standardmodell beschreiben. Im nächsten Kapitel folgen die Feynman-Regeln, die sich aus den effektiven Operatoren mit Dimension sechs ergeben und benutzt werden, um neue Beiträge zu bekannten Phänomenen zu bestimmen.

Äussere Linien

Zuerst erklären wir, welche algebraischen Ausdrücke den ein- und auslaufenden Teilchen, d.h. den äusseren Linien, zugeordnet werden. Wir unterscheiden dabei grundsätzlich fermionische und bosonische Felder. Der Punkt deutet an, in welche Richtung sich die Teilchen bewegen. Auslaufende Teilchen laufen von dem Punkt weg, einlaufende darauf zu.

	$u(p)$	Fermion mit Impuls p im Anfangszustand
	$v(p)$	Antifermion mit Impuls p im Anfangszustand
	$\bar{u}(p)$	Fermion mit Impuls p im Endzustand
	$\bar{v}(p)$	Antifermion mit Impuls p im Endzustand

Die Pfeilrichtung steht für die Richtung der positiven Teilchenzahl. Speziell im Falle von Leptonen steht die Pfeilrichtung für den Fluss der negativ geladenen Leptonen, also der positiven Leptonzahl. Im Falle der geladenen Bosonen steht die Pfeilrichtung für die Richtung des Flusses der negativen Ladung.

	ϵ_μ bzw. ϵ_μ^*	Photon im Anfangs- bzw. Endzustand
	$\epsilon_\mu(k)$ bzw. $\epsilon_\mu^*(k)$	Z -Boson im Anfangs- bzw. Endzustand mit Impuls k
	$\epsilon_\mu(k)$ bzw. $\epsilon_\mu^*(k)$	W^- im Anfangszustand, W^+ im Endzustand mit Impuls k
	$\epsilon_\mu^*(k)$ bzw. $\epsilon_\mu(k)$	W^- im Endzustand, W^+ im Anfangszustand mit Impuls k

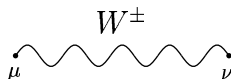
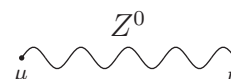

Die Polarisationsvektoren der Eichbosonen werden mit ϵ_μ bezeichnet. Für das W^- und Z -Boson mit Masse m und Impuls k gilt folgende Relation für die Polarisationsvektoren in der von uns benutzten Feynman-Eichung ($\xi = 1$)

$$\sum_{i=1}^3 \epsilon_i^\mu \epsilon_i^{*\nu} = -g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{m^2}. \quad (\text{C.1})$$

Für das Photon vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$\sum_{i=1}^3 \epsilon_i^\mu \epsilon_i^{*\nu} = -g^{\mu\nu}. \quad (\text{C.2})$$

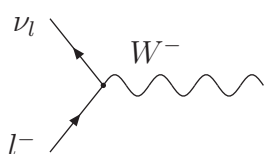
Propagatoren

	$\frac{-ig^{\mu\nu}}{k^2 - m_W^2}$
	$\frac{-ig^{\mu\nu}}{k^2 - m_Z^2}$
	$\frac{-ig^{\mu\nu}}{k^2}$

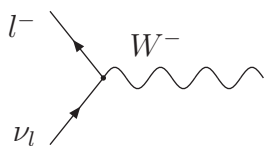
Wie schon die Zustandssummen werden auch die Propagatoren der virtuellen Bosonen in der Feynman-Eichung benutzt. k bezeichnet den Impuls der Eichbosonen.

Elektroschwache und QED-Vertizes

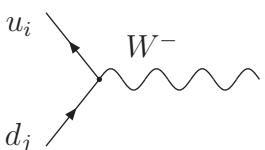
In diesem Zusammenhang werden abweichend von der bisherigen Konvention sowohl die links- als auch die rechtshändigen geladenen Leptonen mit l , die Neutrinos mit ν und die up- bzw. down-Quarks mit u bzw. d bezeichnet. Die Händigkeit geht aus der jeweiligen Feynman-Regel hervor. Oft werden die Kopplungen auch mit Hilfe der Vektor- und Axialvektorkopplungskonstanten g_V und g_A aus Glg. (8.8) angegeben.



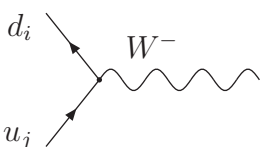
$$-i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L$$



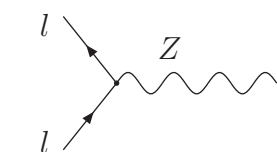
$$-i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L$$



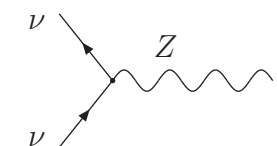
$$-i \frac{g}{\sqrt{2}} V_{ij} \gamma^\mu P_L$$



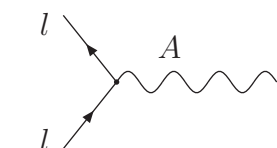
$$-i \frac{g}{\sqrt{2}} V_{ij}^* \gamma^\mu P_L$$



$$-i \frac{g}{2c_W} (-\gamma^\mu P_L + 2s_W^2 \gamma^\mu)$$



$$-i \frac{g}{2c_W} \gamma^\mu P_L$$



$$-ie \gamma^\mu P_L$$

D. Feynman-Regeln für effektive Operatoren mit Dimension Sechs

Zuerst einige Vorbemerkungen zur Notation und zum besseren Verständnis dieses Kapitels:

Bei den Vier-Fermion-Operatoren ist es wesentlich, welche beiden Fermionfelder miteinander kontrahiert werden, deshalb tragen die Teilchen innerhalb der Feynman-Graphen ebenso wie die Matrizen im algebraischen Ausdruck Dirac-Indizes a, b, c, d . Die Flavor werden gemäß dem Viertupel $(ijkl)$ mit den Buchstaben i, j, k, l bezeichnet. i, j, k und l kann eine beliebige der drei Generationen der Leptonen und Quarks sein.

Es werden sowohl bei den leptonischen als auch bei den hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren jeweils die Feynman-Regeln aufgelistet, die zu der Flavor-Kombination (ij) gehören. Auch hier können i und j beliebig eine der drei Generationen der Leptonen und Quarks sein. Auf die Nennung der Spinorindizes wird bei den Drei-Teilchen-Operatoren verzichtet. Das Matrizenprodukt muss stets mit dem Spinor der auslaufenden Fermionlinie von links und dem Spinor der einlaufenden Fermionlinie von rechts gebildet werden.

e_i steht für ein geladenes Leptonen der i -ten Generation, ν_i entsprechend für ein Neutrino der i -ten Generation. Für die *up*- und *down*-artigen Quarks gilt Analoges. Die Händigkeit der Felder ist ausdrücklich durch die Angabe der Projektionsoperatoren P_L und P_R in der Feynman-Regel gegeben.

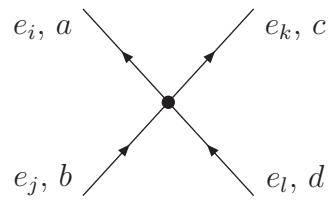
Feynman-Regeln, die aus dem hermitesch konjugierten Teil des Operators stammen, sind proportional zu α^* .

Durch Kontraktion der doppelt auftretenden Indizes wird erreicht, dass jeder Vertex maximal einen freien Lorentzindex trägt. Dieser entspricht dem Lorentz-Index, den das Eichboson trägt.

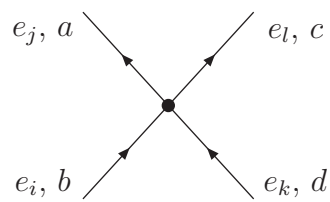
Alle Impulse, die an einem Vertex auftreten werden einlaufend gezählt.

Diejenigen Impulse, die zu geladenen (neutralen) Eichbosonen gehören, werden mit k (q) bezeichnet.

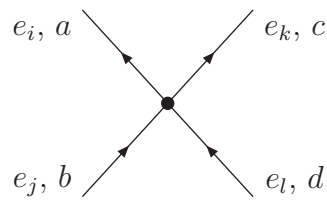
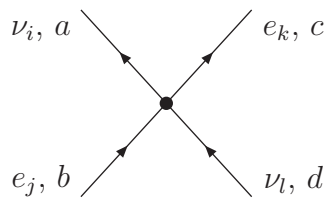
Die Impulse p_i bzw. p_j sind den Teilchen mit Generation i bzw. j zuzuordnen.

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{ee} 

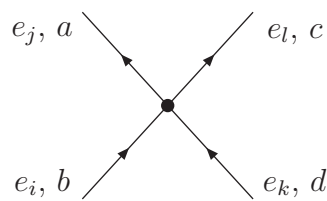
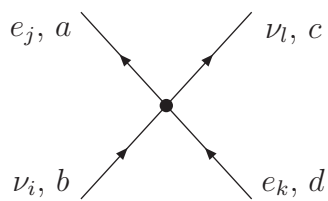
$$i\alpha (\gamma^\mu P_R)_{ab} (\gamma_\mu P_R)_{cd}$$



$$i\alpha^* (\gamma^\mu P_R)_{ab} (\gamma_\mu P_R)_{cd}$$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{le} 

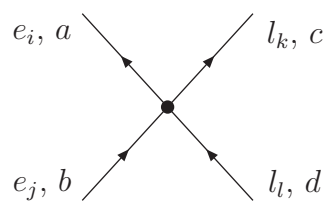
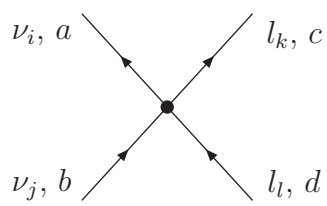
$$i\alpha (P_R)_{ab} (P_L)_{cd}$$



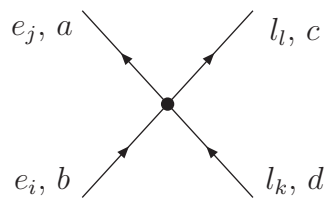
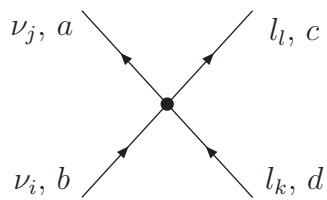
$$i\alpha^* (P_L)_{ab} (P_R)_{cd}$$

D.1. Leptonische Vier-Fermion-Operatoren

Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{U(1)}$
für $l = \nu, e$

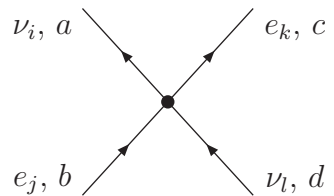
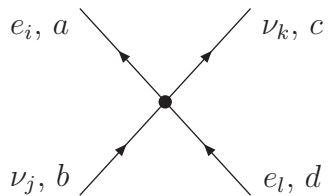
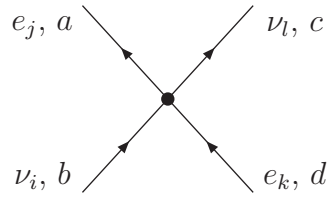
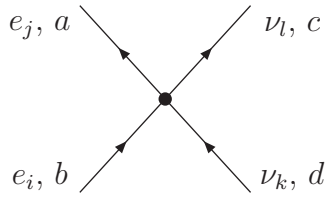
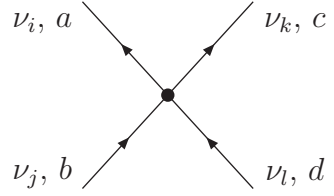
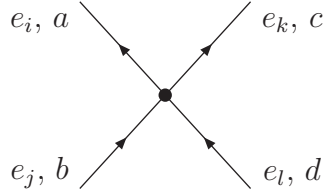
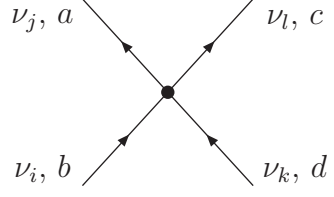
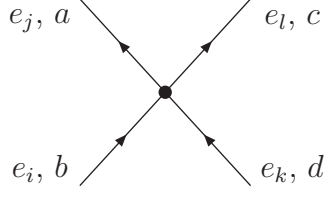
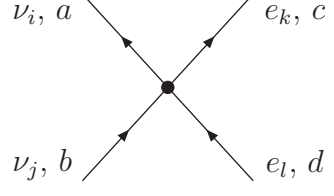
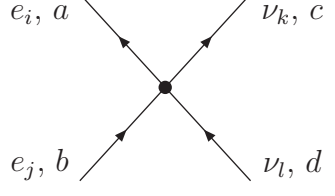
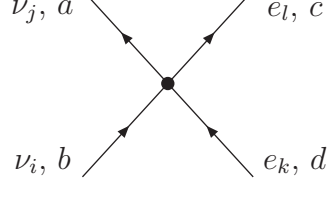
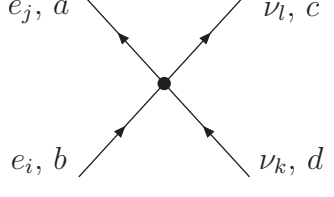


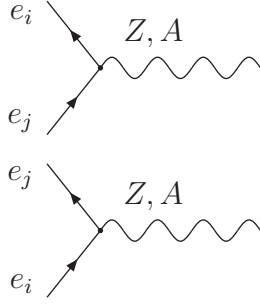
$$i\alpha (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$$



$$i\alpha^* (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$$

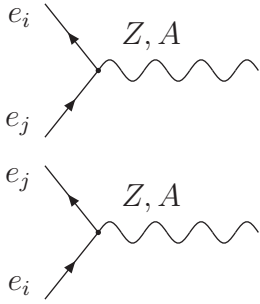
Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{ll(3)}$

		$2i\alpha (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$
		$i\alpha^* (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$
		$i\alpha (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$
		$i\alpha^* (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$
		$-i\alpha (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$
		$-i\alpha^* (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{eeB} 

$$\begin{aligned} e_i e_j A &= i\alpha c_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_R && \text{für } A \\ e_i e_j Z &= -i\alpha s_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_R && \text{für } Z \end{aligned}$$

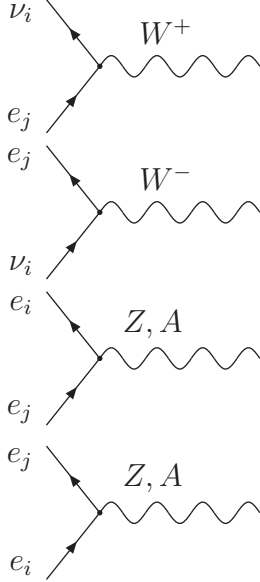
$$\begin{aligned} e_j e_i A &= i\alpha^* c_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_R && \text{für } A \\ e_j e_i Z &= -i\alpha^* s_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_R && \text{für } Z \end{aligned}$$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{eB} 

$$\begin{aligned} e_i e_j A &= -i\alpha c_W v (\gamma^\rho \not{q} - \not{q} \gamma^\rho) P_R && \text{für } A \\ e_i e_j Z &= i\alpha s_W v (\gamma^\rho \not{q} - \not{q} \gamma^\rho) P_R && \text{für } Z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_j e_i A &= -i\alpha^* c_W v (\gamma^\rho \not{q} - \not{q} \gamma^\rho) P_L && \text{für } A \\ e_j e_i Z &= i\alpha^* s_W v (\gamma^\rho \not{q} - \not{q} \gamma^\rho) P_L && \text{für } Z \end{aligned}$$

D.2. Leptonische Drei-Teilchen-Operatoren

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{eW} 

$$\nu_i e_j W = -i\sqrt{2}\alpha v(\gamma^\rho \not{k} - \not{k} \gamma^\rho) P_R$$

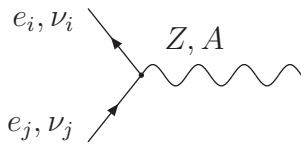
$$e_j \nu_i W = -i\sqrt{2}\alpha^* v(\gamma^\rho \not{k} - \not{k} \gamma^\rho) P_L$$

$$e_i e_j A = i\alpha s_W v(\gamma^\rho \not{q} - \not{q} \gamma^\rho) P_R \quad \text{für } A$$

$$e_i e_j Z = i\alpha c_W v(\gamma^\rho \not{q} - \not{q} \gamma^\rho) P_R \quad \text{für } Z$$

$$e_j e_i A = i\alpha^* s_W v(\gamma^\rho \not{q} - \not{q} \gamma^\rho) P_L \quad \text{für } A$$

$$e_j e_i Z = i\alpha^* c_W v(\gamma^\rho \not{q} - \not{q} \gamma^\rho) P_L \quad \text{für } Z$$

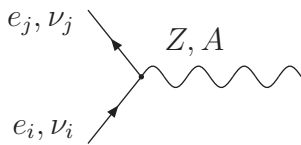
Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{lB} 

$$\nu_i \nu_j A = -\alpha c_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L \quad \text{für } A$$

$$\nu_i \nu_j Z = \alpha s_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L \quad \text{für } Z$$

$$e_i e_j A = -\alpha c_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L \quad \text{für } A$$

$$e_i e_j Z = \alpha s_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L \quad \text{für } Z$$

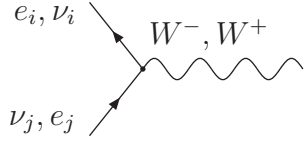


$$\nu_j \nu_i A = \alpha^* c_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L \quad \text{für } A$$

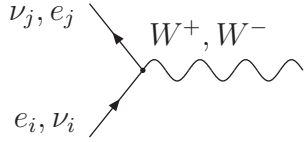
$$\nu_j \nu_i Z = -\alpha^* s_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L \quad \text{für } Z$$

$$e_j e_i A = \alpha^* c_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L \quad \text{für } A$$

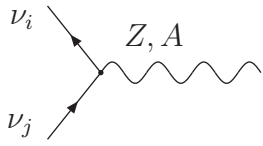
$$e_j e_i Z = -\alpha^* s_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L \quad \text{für } Z$$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{lW} 

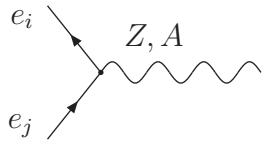
$$e_i \nu_j W = -\sqrt{2}\alpha(k \cdot p_j \gamma^\rho - \not{k} p_j^\rho) P_L = \nu_i e_j W$$



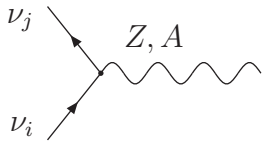
$$\nu_j e_i W = -\sqrt{2}\alpha^*(\not{k} p_j^\rho - k \cdot p_j \gamma^\rho) P_L = e_j \nu_i W$$



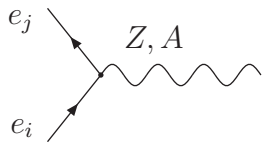
$$\begin{aligned} \nu_i \nu_j A &= -\alpha s_W (q \cdot p_j \gamma^\rho - \not{q} p_j^\rho) P_L && \text{für } A \\ \nu_i \nu_j Z &= -\alpha c_W (q \cdot p_j \gamma^\rho - \not{q} p_j^\rho) P_L && \text{für } Z \end{aligned}$$



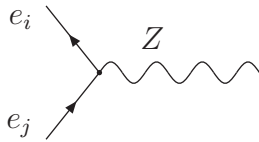
$$\begin{aligned} e_i e_j A &= \alpha s_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L && \text{für } A \\ e_i e_j Z &= \alpha c_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L && \text{für } Z \end{aligned}$$



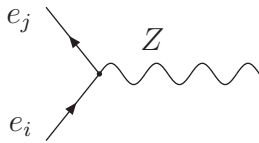
$$\begin{aligned} \nu_j \nu_i A &= \alpha^* s_W (q \cdot p_j \gamma^\rho - \not{q} p_j^\rho) P_L && \text{für } A \\ \nu_j \nu_i Z &= \alpha^* c_W (q \cdot p_j \gamma^\rho - \not{q} p_j^\rho) P_L && \text{für } Z \end{aligned}$$



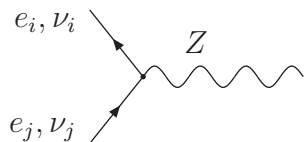
$$\begin{aligned} e_j e_i A &= -\alpha^* s_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L && \text{für } A \\ e_j e_i Z &= -\alpha^* c_W (p_j \cdot q \gamma^\rho - p_j^\rho \not{q}) P_L && \text{für } Z \end{aligned}$$

Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{\varphi e}$ 

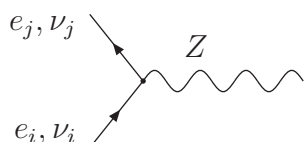
$$e_i e_j Z = -\frac{i}{2} \alpha v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_R$$



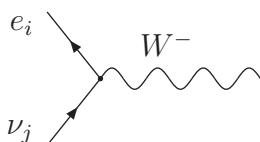
$$e_j e_i Z = \frac{i}{2} \alpha^* v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_R$$

Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{\varphi l(1)}$ 

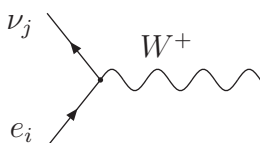
$$e_i e_j Z = -\frac{i}{2} \alpha v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_L = \nu_i \nu_j Z$$



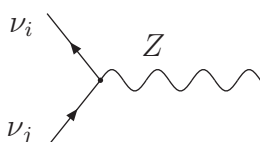
$$e_j e_i Z = \frac{i}{2} \alpha^* v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_L = \nu_j \nu_i Z$$

Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{\varphi l(3)}$ 

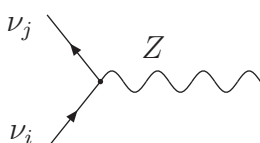
$$e_i \nu_j W = i \alpha v^2 \sqrt{2} g \gamma^\mu P_L$$



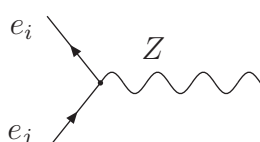
$$\nu_j e_i W = i \alpha^* v^2 \sqrt{2} g \gamma^\mu P_L$$



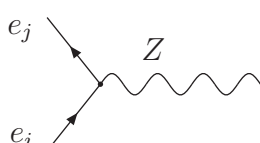
$$\nu_i \nu_j Z = \frac{i}{2} \alpha v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_L$$



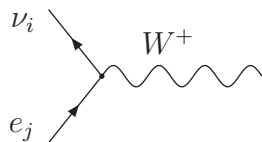
$$\nu_j \nu_i Z = \frac{i}{2} \alpha^* v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_L$$



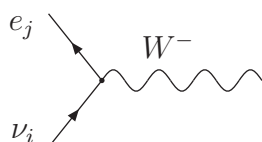
$$e_i e_j Z = -\frac{i}{2} \alpha v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_L$$



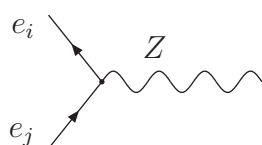
$$e_j e_i Z = -\frac{i}{2} \alpha^* v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_L$$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{De} 

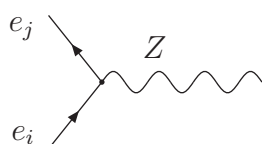
$$\nu_i e_j W = -\frac{i}{\sqrt{2}} \alpha v g p_j^\mu P_R$$



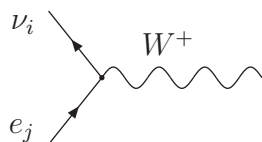
$$e_j \nu_i W = \frac{i}{\sqrt{2}} \alpha^* v g p_j^\mu P_L$$



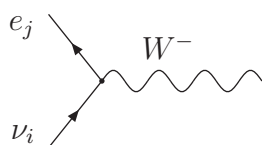
$$e_i e_j Z = \frac{i}{2} \alpha v \sqrt{g^2 + g'^2} p_j^\mu P_R$$



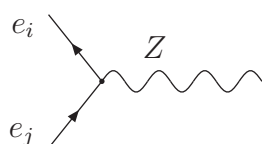
$$e_j e_i Z = -\frac{i}{2} \alpha^* v \sqrt{g^2 + g'^2} p_j^\mu P_L$$

Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{\bar{D}e}$ 

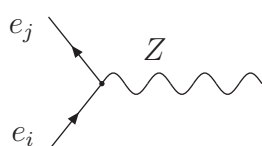
$$\nu_i e_j W = -\frac{i}{\sqrt{2}} \alpha v g p_i^\mu P_R$$



$$e_j \nu_i W = \frac{i}{\sqrt{2}} \alpha^* v g p_i^\mu P_L$$



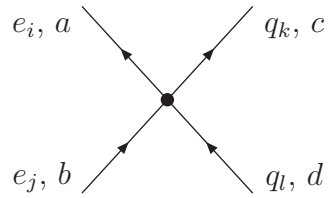
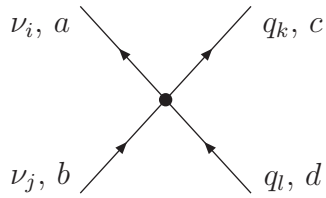
$$e_i e_j Z = \frac{i}{2} \alpha v \sqrt{g^2 + g'^2} p_i^\mu P_R$$



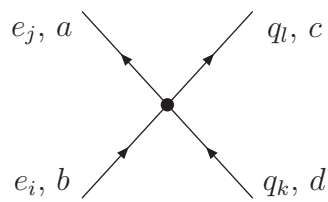
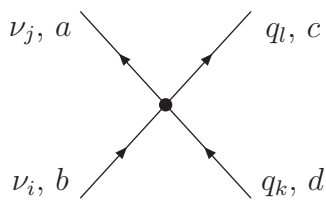
$$e_j e_i Z = -\frac{i}{2} \alpha^* v \sqrt{g^2 + g'^2} p_i^\mu P_L$$

Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{lq(1)}$

$q = u, d$



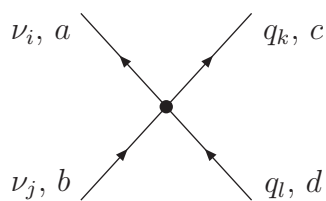
$$i\alpha (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$$



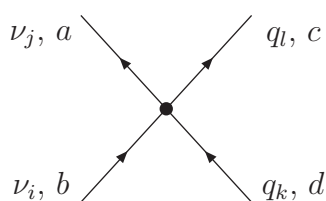
$$i\alpha^* (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$$

D.3. Semileptonische Vier-Fermion-Operatoren

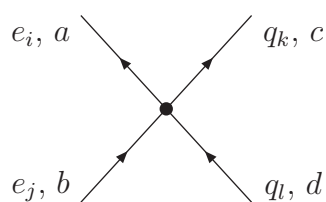
Im Folgenden können an Stelle von q sowohl *up*- als auch *down*-artige Quark-Felder eingesetzt werden.

Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{lq(3)}$
 $q = u, d$


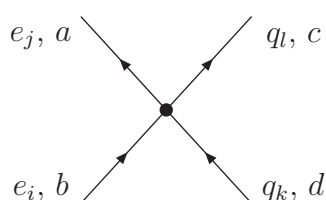
$$i (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd} \begin{cases} \alpha & \text{für } q = u \\ -\alpha & \text{für } q = d \end{cases}$$



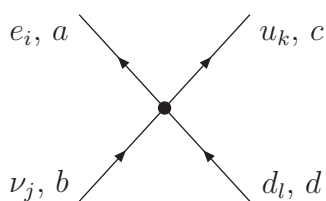
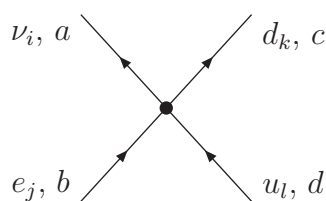
$$i (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd} \begin{cases} \alpha^* & \text{für } q = u \\ -\alpha^* & \text{für } q = d \end{cases}$$



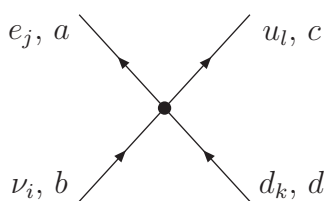
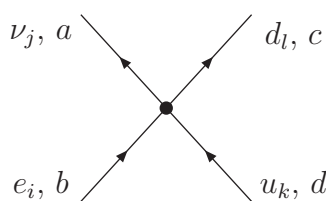
$$i (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd} \begin{cases} -\alpha & \text{für } q = u \\ \alpha & \text{für } q = d \end{cases}$$



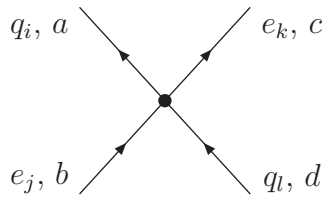
$$i (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd} \begin{cases} -\alpha^* & \text{für } q = u \\ \alpha^* & \text{für } q = d \end{cases}$$



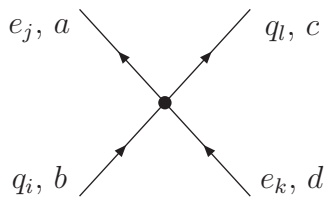
$$2i\alpha (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$$



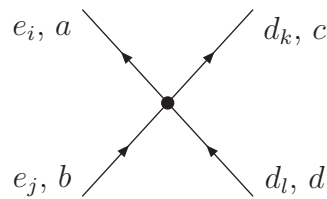
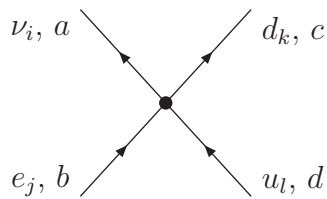
$$2i\alpha^* (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\gamma_\mu P_L)_{cd}$$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{qe} $q = u, d$ 

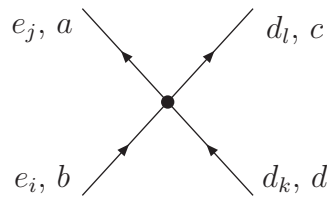
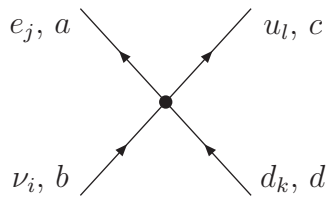
$$i\alpha (P_R)_{ab} (P_L)_{cd}$$



$$i\alpha^* (P_L)_{ab} (P_R)_{cd}$$

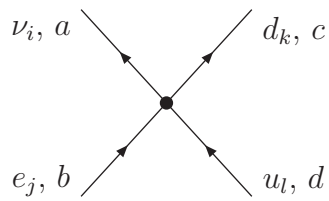
Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{qde} 

$$i\alpha (P_R)_{ab} (P_L)_{cd}$$

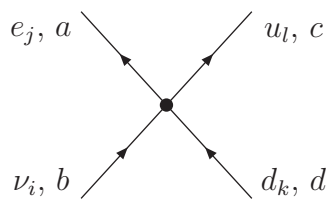


$$i\alpha^* (P_L)_{ab} (P_R)_{cd}$$

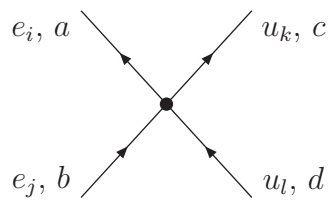
Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{lq}



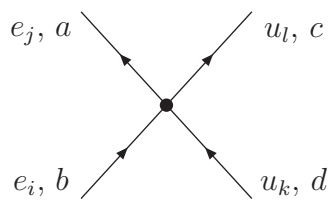
$$i\alpha (P_R)_{ab} (P_R)_{cd}$$



$$i\alpha^* (P_L)_{ab} (P_L)_{cd}$$

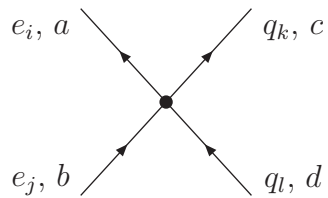


$$-i\alpha (P_R)_{ab} (P_R)_{cd}$$

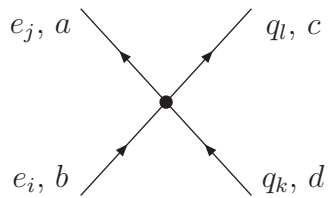


$$-i\alpha^* (P_L)_{ab} (P_L)_{cd}$$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{eu} bzw. \mathcal{O}_{ed}
mit $q = u$ bzw. $q = d$

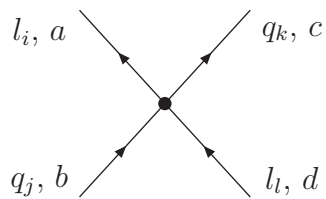


$$i\alpha (\gamma^\mu P_R)_{ab} (\gamma_\mu P_R)_{cd}$$

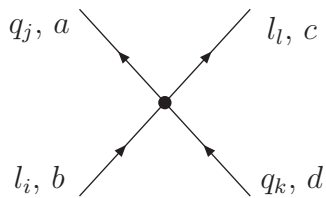


$$i\alpha^* (\gamma^\mu P_R)_{ab} (\gamma_\mu P_R)_{cd}$$

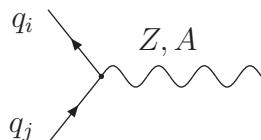
Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{lu} bzw. \mathcal{O}_{ld}
mit $q = u$ bzw. $q = d$ und $l = \nu, e$



$$i\alpha (P_R)_{ab} (P_L)_{cd}$$

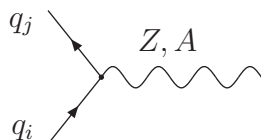


$$i\alpha^* (P_L)_{ab} (P_R)_{cd}$$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{qB} für $q = u, d$ 

$$q_i q_j Z = -\alpha s_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } Z$$

$$q_i q_j A = \alpha c_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } A$$

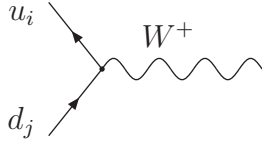


$$q_j q_i Z = \alpha^* s_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } Z$$

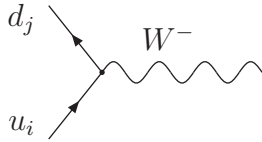
$$q_j q_i A = -\alpha^* c_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } A$$

D.4. Hadronische Drei-Teilchen-Operatoren

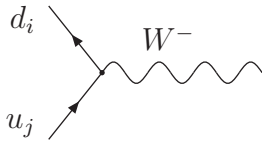
Der Vollständigkeit halber werden im Folgenden alle sich aus den hadronischen Drei-Teilchen-Operatoren Feynman-Regeln aufgelistet. Wir weisen darauf hin, dass Operatoren, die Ableitungen der Quark-Felder enthalten, ganz analog zu den leptonischen Operatoren, zu Feynman-Regeln führen, in denen Impulse der Quarks auftreten. Solcher Art Regeln können nicht direkt zur Berechnung von Observablen verwendet werden, da den Quarks in deren Bindungszuständen kein diskreter Impuls zugeordnet werden kann. Wir verweisen auf Abschnitt 9.1 (S.142), der sich mit dieser Problematik beschäftigt. Dort wird diskutiert, wie man anhand von Symmetriebetrachtungen und unter Einführung eines weiteren Parameters die betreffenden Matrixelemente ohne die Kenntnis der Quarkimpulse ausdrücken kann.

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{qW} 

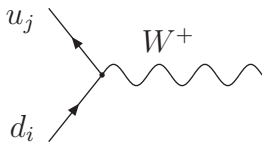
$$u_i d_j W = \sqrt{2}\alpha (\not{k} p_j^\rho - k \cdot p_j \gamma^\rho) P_L$$



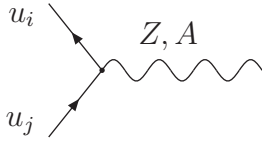
$$d_j u_i W = -\sqrt{2}\alpha^* (\not{k} p_j^\rho - k \cdot p_j \gamma^\rho) P_L$$



$$d_i u_j W = \sqrt{2}\alpha (\not{k} p_j^\rho - k \cdot p_j \gamma^\rho) P_L$$

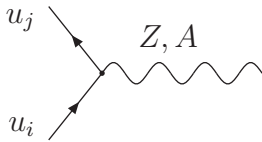


$$u_j d_i W = -\sqrt{2}\alpha^* (\not{k} p_j^\rho - k \cdot p_j \gamma^\rho) P_L$$



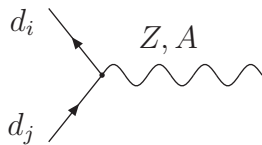
$$u_i u_j Z = \alpha c_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } Z$$

$$u_i u_j A = \alpha s_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } A$$



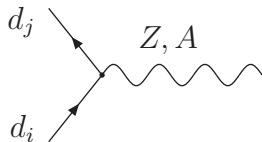
$$u_j u_i Z = -\alpha^* c_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } Z$$

$$u_j u_i A = -\alpha^* s_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } A$$



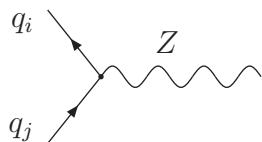
$$d_i d_j Z = -\alpha c_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } Z$$

$$d_i d_j A = -\alpha s_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } A$$

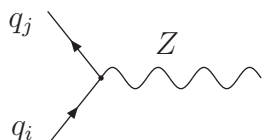


$$d_j d_i Z = \alpha^* c_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } Z$$

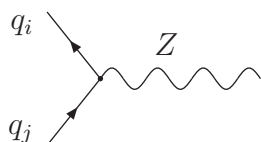
$$d_j d_i A = \alpha^* s_W (\not{q} p_j^\rho - q \cdot p_j \gamma^\rho) P_L \text{ für } A$$

Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{\varphi q(1)}$ für $q = u, d$ 

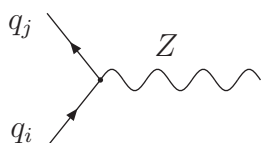
$$q_i q_j Z = -i \frac{\alpha}{2} v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_L$$



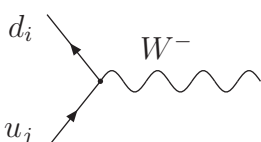
$$q_j q_i Z = -i \frac{\alpha^*}{2} v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_L$$

Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{\varphi q(3)}$ für $q = u, d$ 

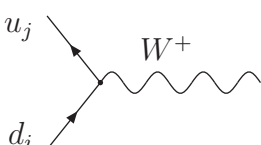
$$q_i q_j Z = i \frac{\alpha}{2} v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_L$$



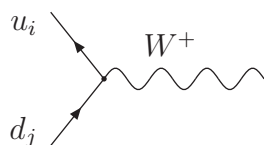
$$q_j q_i Z = i \frac{\alpha^*}{2} v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma^\mu P_L$$



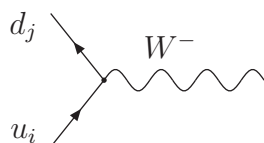
$$d_i u_j W = 2\sqrt{2} i \alpha v^2 g \gamma^\mu P_L$$



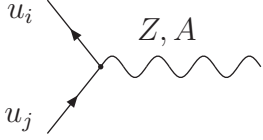
$$u_j d_i W = 2\sqrt{2} i \alpha^* v^2 g \gamma^\mu P_L$$

Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{\varphi\varphi}$ 

$$u_i d_j W = -i \frac{\alpha}{\sqrt{2}} v^2 g \gamma^\mu P_R$$

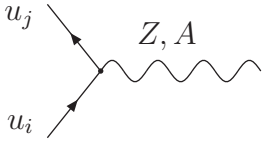


$$d_j u_i W = -i \frac{\alpha^*}{\sqrt{2}} v^2 g \gamma^\mu P_R$$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{Du} und $\mathcal{O}_{\bar{D}u}$ $p = p_j$ für \mathcal{O}_{Du} $p = p_i$ für $\mathcal{O}_{\bar{D}u}$ 

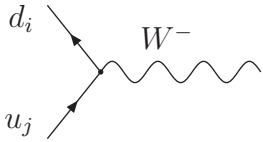
$$u_i u_j A = -i \alpha c_W s_W v \sqrt{g^2 + g'^2} p^\mu P_R$$

$$u_i u_j Z = -i \frac{\alpha}{2} (c_W^2 - s_W^2) v \sqrt{g^2 + g'^2} p^\mu P_R$$

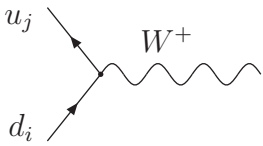


$$u_j u_i A = i \alpha^* c_W s_W v \sqrt{g^2 + g'^2} p^\mu P_L$$

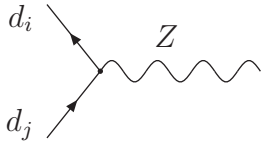
$$u_j u_i Z = i \frac{\alpha}{2} (c_W^2 - s_W^2) v \sqrt{g^2 + g'^2} p^\mu P_L$$



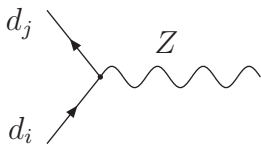
$$d_i u_j W = -i \frac{\alpha}{\sqrt{2}} v g p^\mu P_R$$



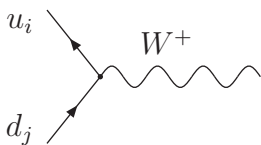
$$u_j d_i W = i \frac{\alpha^*}{\sqrt{2}} v g p^\mu P_L$$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{Dd} und $\mathcal{O}_{\bar{D}d}$ $p = p_j$ für \mathcal{O}_{Dd} $p = p_i$ für $\mathcal{O}_{\bar{D}d}$ 

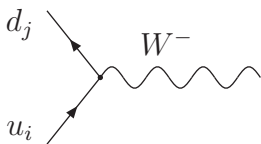
$$d_i d_j Z = i \frac{\alpha}{2} v \sqrt{g^2 + g'^2} p^\mu P_R$$



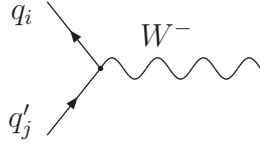
$$d_j d_i Z = -i \frac{\alpha^*}{2} v \sqrt{g^2 + g'^2} p^\mu P_L$$



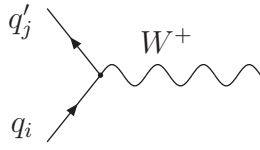
$$u_i d_j W = -i \frac{\alpha}{\sqrt{2}} v g p^\mu P_R$$



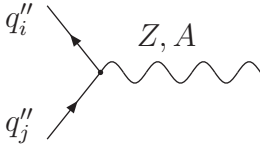
$$d_j u_i W = i \frac{\alpha^*}{\sqrt{2}} v g p^\mu P_L$$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{uW} und \mathcal{O}_{dW} $q = d, q' = u, q'' = u$ für \mathcal{O}_{uW} $q = u, q' = d, q'' = d$ für \mathcal{O}_{dW} 

$$q_i q'_j W = \alpha v (k^\mu g^{\nu\rho} - k^\nu g^{\mu\rho}) \sigma_{\mu\nu} P_R$$

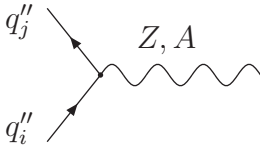


$$q'_j q_i W = \alpha^* v (k^\mu g^{\nu\rho} - k^\nu g^{\mu\rho}) \sigma_{\mu\nu} P_L$$



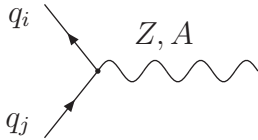
$$q''_i q''_j Z = \alpha c_W v (q^\mu g^{\nu\rho} - q^\nu g^{\mu\rho}) \sigma_{\mu\nu} P_R$$

$$q''_i q''_j A = \alpha s_W v (q^\mu g^{\nu\rho} - q^\nu g^{\mu\rho}) \sigma_{\mu\nu} P_R$$



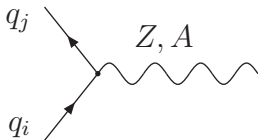
$$q''_j q''_i Z = \alpha^* c_W v (k^\mu g^{\nu\rho} - k^\nu g^{\mu\rho}) \sigma_{\mu\nu} P_L$$

$$q''_j q''_i A = \alpha^* s_W v (q^\mu g^{\nu\rho} - q^\nu g^{\mu\rho}) \sigma_{\mu\nu} P_L$$

Feynman-Regeln für \mathcal{O}_{uB} und \mathcal{O}_{dB} $q = u$ für \mathcal{O}_{uW} $q = d$ für \mathcal{O}_{dW} 

$$q_i q_j Z = -\alpha s_W v (q^\mu g^{\nu\rho} - q^\nu g^{\mu\rho}) \sigma_{\mu\nu} P_R$$

$$q_i q_j A = \alpha c_W v (q^\mu g^{\nu\rho} - q^\nu g^{\mu\rho}) \sigma_{\mu\nu} P_R$$



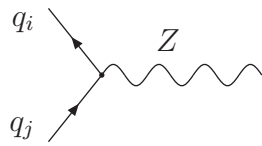
$$q_j q_i Z = -\alpha^* s_W v (k^\mu g^{\nu\rho} - k^\nu g^{\mu\rho}) \sigma_{\mu\nu} P_L$$

$$q_j q_i A = \alpha^* c_W v (q^\mu g^{\nu\rho} - q^\nu g^{\mu\rho}) \sigma_{\mu\nu} P_L$$

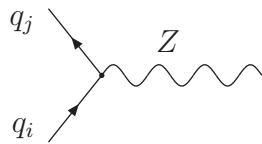
Feynman-Regeln für $\mathcal{O}_{\varphi u}$ und $\mathcal{O}_{\varphi d}$

$q = u$ für $\mathcal{O}_{\varphi u}$

$q = d$ für $\mathcal{O}_{\varphi d}$



$$q_i q_j Z = -i \frac{\alpha}{2} v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma_\mu P_R$$



$$q_j q_i Z = -i \frac{\alpha^*}{2} v^2 \sqrt{g^2 + g'^2} \gamma_\mu P_R$$

E. Physikalische Konstanten

Die folgenden Angaben entsprechen den Ergebnissen der Particle Data Group [36].

E.1. Allgemeine Konstanten

$$\hbar = 6.58211915(56) \times 10^{-22} \text{ MeV s} \quad (\text{E.1})$$

$$c = 299792458 \text{ m/s} \quad (\text{E.2})$$

$$\hbar c = 197.3269602(77) \text{ MeV fm} \quad (\text{E.3})$$

E.2. Massen

$$m_e = (0.51099892 \pm 0.00000004) \text{ MeV} \quad (\text{E.4})$$

$$m_\mu = (105.658369 \pm 0.000009) \text{ MeV} \quad (\text{E.5})$$

$$m_\tau = 1.776.99^{+0.29}_{-0.26} \text{ MeV} \quad (\text{E.6})$$

$$m_u = 1.5 - 4 \text{ MeV} \quad (\text{E.7})$$

$$m_d = 4 - 8 \text{ MeV} \quad (\text{E.8})$$

$$m_s = 80 - 130 \text{ MeV} \quad (\text{E.9})$$

$$m_\pi = (139.57018 \pm 0.00035) \text{ MeV} \quad (\text{E.10})$$

$$m_K = (493.677 \pm 0.016) \text{ MeV} \quad (\text{E.11})$$

$$m_W = (80.425 \pm 0.038) \text{ GeV} \quad (\text{E.12})$$

$$m_Z = (91.1876 \pm 0.0021) \text{ GeV} \quad (\text{E.13})$$

E.3. Lebensdauern und verwandte Konstanten

$$\tau(\mu^\pm) = (2.19703 \pm 0.00004) \times 10^{-6} \text{ s} \quad (\text{E.14})$$

$$\tau(\tau^\pm) = (290.6 \pm 1) \times 10^{-15} \text{ s} \quad (\text{E.15})$$

$$\tau(\pi^\pm) = (2.6033 \pm 0.0005) \times 10^{-8} \text{ s} \quad (\text{E.16})$$

$$\tau(\pi^0) = (8.4 \pm 0.6) \times 10^{-17} \text{ s} \quad (\text{E.17})$$

$$\tau(K^\pm) = (1.2384 \pm 0.0024) \times 10^{-8} \text{ s} \quad (\text{E.18})$$

$$f_\pi := f_{\pi^+} = (130.7 \pm 0.1 \pm 0.36) \text{ MeV} \quad (\text{E.19})$$

$$f_{\pi^0} = 130 \pm 5 \text{ MeV} \quad (\text{E.20})$$

$$f_K = (159.8 \pm 1.4 \pm 0.44) \text{ MeV} \quad (\text{E.21})$$

$$|V_{us}| = 0.2200 \pm 0.0026 \quad (\text{E.22})$$

Literaturverzeichnis

- [1] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264.
- [2] A. Salam, Originally printed in *Svartholm: Elementary Particle Theory, Proceedings Of The Nobel Symposium Held 1968 At Lerum, Sweden*, Stockholm 1968, 367-377.
- [3] S. L. Glashow, J. Iliopoulos und L. Maiani, Phys. Rev. D **2** (1970) 1285.
- [4] M. Y. Han und Y. Nambu, Phys. Rev. **139** (1965) B1006.
- [5] H. Fritzsch, M. Gell-Mann und H. Leutwyler, Phys. Lett. B **47** (1973) 365.
- [6] D. J. Gross und F. Wilczek, Phys. Rev. D **8** (1973) 3633.
- [7] D. J. Gross und F. Wilczek, Phys. Rev. D **9** (1974) 980.
- [8] P. K. Sinervo, UTPT-95-25 *Talk given at Lake Louise Winter Institute: Quarks and Colliders, Lake Louise, Canada, 19-25 Feb 1995*
- [9] G. Arnison *et al.* [UA1 Collaboration], Phys. Lett. B **122** (1983) 103.
- [10] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 531.
- [11] M. Kobayashi und T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 652.
- [12] C. Athanassopoulos *et al.*, LSND Collaboration, Phys. Rev. **C54** (1996) 2685.
- [13] C. Athanassopoulos *et al.*, LSND Collaboration, Phys. Rev. **C58**, (1998) 2489.
- [14] K. Eitel [KARMEN Collaboration], Nucl. Phys. Proc. Suppl. **91** (2000) 191 [arXiv:hep-ex/0008002].
- [15] E. Church *et al.* [BooNe Collaboration], FERMILAB-PROPOSAL-0898
- [16] M. Sorel, J. Phys. Conf. Ser. **39** (2006) 320 [arXiv:hep-ex/0602018].
- [17] P. W. Higgs, Phys. Lett. **12** (1964) 132.
- [18] P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 508.
- [19] J. N. Bahcall, Phys. Rev. Lett. **12** (1964) 300.
- [20] R. Davis, Phys. Rev. Lett. **12** (1964) 303.
- [21] J. Hosaka *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. D **73** (2006) 112001 [arXiv:hep-ex/0508053].
- [22] Y. Ashie *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. D **71** (2005) 112005 [arXiv:hep-ex/0501064].

-
- [23] K. Eguchi *et al.* [KamLand Collaboration], Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 021802 [arXiv:hep-ex/0212021].
- [24] E. Fermi, Z. Phys. **88** (1934) 161.
- [25] G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **33** (1971) 173.
- [26] G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **35**, 167 (1971).
- [27] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes und R. P. Hudson, Phys. Rev. **105** (1957) 1413.
- [28] E. Majorana, Nuovo Cim. **14** (1937) 171.
- [29] R. A. Bertlmann, *Anomalies in Quantum Field Theory*. Oxford, Clarendon Press, 1996
- [30] P. Langacker, Phys. Rept. **72** (1981) 185.
- [31] R. Mohapatra und P. B. Pal, *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*. New Jersey [u.a.], World Scientific, 2004.
- [32] W. Buchmüller und D. Wyler, Nucl. Phys. B **268** (1986) 621.
- [33] A. Dobado, A. Gomez-Nicola, A. L. Maroto, J. R. Pelaez, *Effective Lagrangians of the Standard Model*. Berlin [u.a.], Springer, 1997.
- [34] T. Appelquist und J. Carazzone, Phys. Rev. D **11** (1975) 2856.
- [35] R. P. Feynman und M. Gell-Mann, Phys. Rev. **109** (1958) 193.
- [36] S. Eidelman *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Phys. Lett. B **592** (2004) 1 und 2005 teilweises update für die Edition 2006, <http://pdg.lbl.gov>.
- [37] Z. Hioki, Phys. Rev. D **45** (1991) 1814
- [38] H. Spiesberger, M. Spira und P. M. Zerwas, *The Standard Model: Physical Basis and Scattering Experiments*. hep-ph/0011255, in *Scattering*, Eds. R. Pike und P. Sabatier, San Diego [u.a.], Academic Press, 2002.
- [39] C. Arzt, M. B. Einhorn und J. Wudka, Phys. Rev. D **49** (1994) 1370 [arXiv:hep-ph/9304206].
- [40] J. Gasser und H. Leutwyler, Annals Phys. **158** (1984) 142.
- [41] J. Gasser und H. Leutwyler, Nucl. Phys. B **250** (1985) 465.
- [42] S. Weinberg, Phys. Lett. B **251** (1990) 288.
- [43] E. Jenkins und A. V. Manohar, Phys. Lett. B **255** (1991) 558.
- [44] H. W. Fearing und S. Scherer, Phys. Rev. D **53** (1996) 315 [arXiv:hep-ph/9408346].

-
- [45] S. Scherer und M. R. Schindler, arXiv:hep-ph/0505265.
- [46] C. Kraus *et al.*, Eur. Phys. J. C **40** (2005) 447 [arXiv:hep-ex/0412056].
- [47] M. G. T. Lasserre, arXiv:hep-ex/0606025.
- [48] D. S. Ayres *et al.* [NOvA Collaboration], arXiv:hep-ex/0503053.
- [49] Y. Itow *et al.*, arXiv:hep-ex/0106019.
- [50] C. Albright *et al.*, arXiv:hep-ex/0008064.
- [51] S. M. Bilenky, A. Faessler und F. Simkovic, Phys. Rev. D **70** (2004) 033003 [arXiv:hep-ph/0402250].
- [52] H. A. Weldon und A. Zee, Nucl. Phys. B **173** (1980) 269.
- [53] K. S. Babu und S. Pakvasa, arXiv:hep-ph/0204236.
- [54] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **43** (1979) 1566.
- [55] H. A. Weldon und A. Zee, Nucl. Phys. B **173** (1980) 269.
- [56] A. Bauer, *Beiträge Neuer Physik zum Myon-Zerfall*. Diplomarbeit, Mainz 2002
- [57] A. Bauer, Springer Proc. Phys. **98** (2004) 431.
- [58] G. G. Raffelt, Phys. Rept. **320** (1999) 319.
- [59] S. Davidson, B. Campbell und D. C. Bailey, Phys. Rev. D **43** (1991) 2314.
- [60] Z. Daraktchieva *et al.* [MUNU Collaboration], Phys. Lett. B **615** (2005) 153 [arXiv:hep-ex/0502037].
- [61] E. Eichten, K. D. Lane und M. E. Peskin, Phys. Rev. Lett. **50** (1983) 811.
- [62] W. Buchmüller, R. Rückl und D. Wyler, Phys. Lett. B **191** (1987) 442 [Erratum-ibid. B **448** (1999) 320].
- [63] W. Buchmüller, Acta Phys. Austriaca Suppl. **27** (1985) 517.
- [64] S. Dimopoulos, Nucl. Phys. B **168** (1980) 69.
- [65] K. D. Lane, arXiv:hep-ph/9401324.
- [66] S. N. Ahmed *et al.* [SNO Collaboration], Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 181301 [arXiv:nucl-ex/0309004].
- [67] A. Aktas *et al.* [H1 Collaboration], Phys. Lett. B **629** (2005) 9 [arXiv:hep-ex/0506044].
- [68] S. Chekanov *et al.* [ZEUS Collaboration], Phys. Rev. D **68** (2003) 052004 [arXiv:hep-ex/0304008].

- [69] J. K. Mizukoshi, O. J. P. Eboli und M. C. Gonzalez-Garcia, Nucl. Phys. B **443** (1995) 20 [arXiv:hep-ph/9411392].
- [70] A. F. Zarnecki, Eur. Phys. J. C **17** (2000) 695 [arXiv:hep-ph/0003271].
- [71] J. Kim für D0 und CDF, *Prepared for 14th International Workshop on Deep Inelastic Scattering (DIS 2006), Tsukuba city, Japan, 20-24 Apr 2006*
- [72] A. Belyaev, C. Leroy, R. Mehdiyev und A. Pukhov, JHEP **0509** (2005) 005 [arXiv:hep-ph/0502067].
- [73] S. C. Bennett und C. E. Wieman, Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 2484 [arXiv:hep-ex/9903022].
- [74] W. J. Marciano und J. L. Rosner, Phys. Rev. Lett. **65** (1990) 2963 [Erratum-ibid. **68** (1992) 898].
- [75] M. A. Bouchiat und J. Guena, J. Phys. (France) **49** (1988) 2037.
- [76] J. Erler, A. Kurylov und M. J. Ramsey-Musolf, Phys. Rev. D **68** (2003) 016006 [arXiv:hep-ph/0302149].
- [77] M. G. Kozlov, S. G. Porsev und I. I. Tupitsyn, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 3260 [arXiv:physics/0101053].
- [78] A. I. Milstein, O. P. Sushkov und I. S. Terekhov, Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 283003 [arXiv:hep-ph/0208227].
- [79] W. R. Johnson, I. Bednyakov und G. Soff, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 233001 [Erratum-ibid. **88** (2002) 079903] [arXiv:hep-ph/0110262].
- [80] V. A. Dzuba, V. V. Flambaum und J. S. M. Ginges, Phys. Rev. D **66** (2002) 076013 [arXiv:hep-ph/0204134].
- [81] S. Davidson, D. C. Bailey und B. A. Campbell, Z. Phys. C **61** (1994) 613 [arXiv:hep-ph/9309310].
- [82] V. V. Flambaum und J. S. M. Ginges, Phys. Rev. A **72** (2005) 052115 [arXiv:/0507067].
- [83] J. Wess und B. Zumino, Phys. Lett. B **49** (1974) 52.
- [84] I. J. R. Aitchison, arXiv:hep-ph/0505105.
- [85] M. Kuroda, arXiv:hep-ph/9902340.
- [86] S. Dimopoulos und D. W. Sutter, Nucl. Phys. B **452** (1995) 496 [arXiv:hep-ph/9504415].
- [87] A. Dedes, S. Heinemeyer, S. Su und G. Weiglein, Nucl. Phys. B **674** (2003) 271 [arXiv:hep-ph/0302174].

-
- [88] D. I. Kazakov, arXiv:hep-ph/0012288.
- [89] R. Arnowitt und P. Nath, Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 725.
- [90] M. L. Brooks *et al.* [MEGA Collaboration], Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 1521 [arXiv:hep-ex/9905013].
- [91] D. W. Sutter, arXiv:hep-ph/9704390.
- [92] E. Arganda und M. J. Herrero, Phys. Rev. D **73** (2006) 055003 [arXiv:hep-ph/0510405].
- [93] S. L. Glashow und S. Weinberg, Phys. Rev. D **15** (1977) 1958.
- [94] I. F. Ginzburg und M. Krawczyk, Phys. Rev. D **72** (2005) 115013 [arXiv:hep-ph/0408011].
- [95] J. F. Gunion und H. E. Haber, Phys. Rev. D **72** (2005) 095002 [arXiv:hep-ph/0506227].
- [96] R. Diaz, R. Martinez und J. A. Rodriguez, Phys. Rev. D **63** (2001) 095007 [arXiv:hep-ph/0010149].
- [97] D. Atwood, L. Reina und A. Soni, Phys. Rev. D **55** (1997) 3156 [arXiv:hep-ph/9609279].
- [98] S. Davidson und H. E. Haber, Phys. Rev. D **72** (2005) 035004 [Erratum-ibid. D **72** (2005) 099902] [arXiv:hep-ph/0504050].
- [99] J. F. Donoghue und L. F. Li, Phys. Rev. D **19** (1979) 945.
- [100] M. C. Chen, S. Dawson und T. Krupovnickas, arXiv:hep-ph/0604102.
- [101] M. C. Chen, S. Dawson und T. Krupovnickas, arXiv:hep-ph/0504286.
- [102] J. h. Kang, P. Langacker und T. j. Li, Phys. Rev. D **71** (2005) 015012 [arXiv:hep-ph/0411404].
- [103] P. H. Frampton und B. H. Lee, Phys. Rev. Lett. **64** (1990) 619.
- [104] H. Georgi, H. R. Quinn und S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 451.
- [105] R. N. Mohapatra und M. K. Parida, Phys. Rev. **D47** (1993) 264.
- [106] D. G. Lee *et al.*, Phys. Rev. **D51** (1995) 229.
- [107] H. Georgi und D. V. Nanopoulos, Nucl. Phys. B **159** (1979) 16.
- [108] B. Ananthanarayan, Q. Shafi und X. M. Wang, Phys. Rev. D **50** (1994) 5980 [arXiv:hep-ph/9311225].
- [109] S. Dimopoulos, L. J. Hall und S. Raby, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 1984.

- [110] H. Georgi und C. Jarlskog, Phys. Lett. B **159** (1979) 297.
- [111] U. Amaldi, W. de Boer und H. Fürstenau, Phys. Lett. B **260** (1991) 447.
- [112] M. Gell-Mann *et al.*, in *Supergravity*, Hg. P. Nieuwenhuizen und D. Z. Freedman, North-Holland, Amsterdam, 1979, p. 315
- [113] K. Ackerstaff *et al.* [OPAL Collaboration], Eur. Phys. J. C **8** (1999) 3
[arXiv:hep-ex/9808016].
- [114] M. Czakon, J. Gluza und M. Zralek, Phys. Lett. B **458** (1999) 355
[arXiv:hep-ph/9904216].
- [115] M. Aquino, A. Garcia und A. Fernandez, Phys. Lett. B **261** (1991) 280.
- [116] J. C. Pati und A. Salam, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 661.
- [117] J. C. Pati und A. Salam, Phys. Rev. D **10** (1974) 275.
- [118] R. N. Mohapatra und J. C. Pati, Phys. Rev. D **11** (1975) 566.
- [119] R. N. Mohapatra und J. C. Pati, Phys. Rev. D **11** (1975) 2558.
- [120] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 1810
[arXiv:hep-ex/9812009].
- [121] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone und D. Montanino, Phys. Rev. D **67** (2003) 093006
[arXiv:hep-ph/0303064].
- [122] LEPEWWG Note 2005-1, <http://lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG/stanmod/>
[arXiv:hep-ex/0412015].
- [123] S. J. Freedman *et al.*, Phys. Rev. D **47** (1993) 811
- [124] Vilain *et al.* [CHARM II Collaboration], Phys. Lett. B **364** (1995) 121
- [125] L. A. Ahrens *et al.* [E734 Collaboration], Phys. Rev. D **41** (1990) 3297
- [126] L. A. Ahrens *et al.* [E734 Collaboration], Phys. Rev. D **34** (1986) 75
- [127] L. A. Ahrens *et al.* [E734 Collaboration], Nucl. Instrum. Methods A **254** (1987) 515
- [128] J. A. Formaggio *et al.* [NuTeV Collaboration], Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 071803
[arXiv:hep-ex/0104029].
- [129] R. C. Allen *et al.*, Phys. Rev. D **47** (1993) 11.
- [130] J. Dorenbosch *et al.*, Z. Phys. C **41** (1989) 567
- [131] K. De Winter *et al.* [CHARM-II Collaboration], Nucl. Instrum. Meth. A **278** (1989) 670.
- [132] U. Bellgardt *et al.*, U. Bellgardt *et al.* [SINDRUM Collaboration], Nucl. Phys. B **299** (1988) 1.

- [133] D.W. Bliss *et al.* [CLEO Collaboration], Phys. Rev. D **57** (1998) 5903
- [134] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 121801 [arXiv:hep-ex/0312027].
- [135] Y. Yusa *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Lett. B **589** (2004) 103 [arXiv:hep-ex/0403039].
- [136] S. Kurokawa, Nucl. Instrum. Meth. A **499** (2003) 1.
- [137] A. Abashian *et al.* [MEGA Collaboration], Nucl. Instrum. Meth. A **479** (2002) 117.
- [138] K. Hayasaka *et al.*, Phys. Lett. B **613** (2005) 20 [arXiv:hep-ex/0501068].
- [139] B. Armbruster *et al.*, Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 181804 [hep-ex/0302017]
- [140] T. Kinoshita und A. Sirlin, Phys. Rev. **108**, 844 (1957).
- [141] W. Fetscher, H. J. Gerber und K. F. Johnson, Phys. Lett. B **173** (1986) 102.
- [142] F. Scheck, *Electroweak and strong interactions*, Berlin, Heidelberg, Springer, 1996.
- [143] Y. Kuno und Y. Okada, Rev. Mod. Phys. **73**, 151 (2001) [arXiv:hep-ph/9909265].
- [144] R. E. Marshak, Riazuddin und C. P. Ryan, *Theory of weak interactions in particle physics*, New York [u.a.], Interscience Publ., 1969.
- [145] J. R. Musser [TWIST Collaboration], Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 101805 [arXiv:hep-ex/0409063].
- [146] A. Gaponenko *et al.* [TWIST Collaboration], Phys. Rev. D **71** (2005) 071101 [arXiv:hep-ex/0410045].
- [147] N. Danneberg *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 021802.
- [148] C. A. Gagliardi, R. E. Tribble und N. J. Williams, Phys. Rev. D **72** (2005) 073002 [arXiv:hep-ph/0509069].
- [149] I. Beltrami *et al.*, Phys. Lett. B **194** (1987) 326.
- [150] M. V. Chizhov, Mod. Phys. Lett. A **9** (1994) 2979 [arXiv:hep-ph/9407236].
- [151] M. V. Chizhov, arXiv:hep-ph/0405073.
- [152] S. Ritt [MUEGAMMA Collaboration], Nucl. Instrum. Meth. A **494** (2002) 520.
- [153] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 041801 [arXiv:hep-ex/0508012].
- [154] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 171802 [arXiv:hep-ex/0310029].

- [155] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 041802 [arXiv:hep-ex/0502032].
- [156] K. W. Edwards *et al.* [CLEO Collaboration], Phys. Rev. D **55** (1997) 3919.
- [157] S. Ahmed *et al.* [CLEO Collaboration], Phys. Rev. D **61** (2000) 071101 [arXiv:hep-ex/9910060].
- [158] [ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, SLD Collaborations, LEP Electroweak Working Group, SLD Electroweak Group and SLD Heavy Flavour Group], Phys. Rept. **427** (2006) 257 [arXiv:hep-ex/0509008].
- [159] C. Albajar *et al.* [UA1 Collaboration], Z. Phys. C **44** (1989) 15.
- [160] R. Akers *et al.* [OPAL Collaboration], Z. Phys. C **66** (1995) 555.
- [161] P. Abreu *et al.* [DELPHI Collaboration], Z. Phys. C **73** (1997) 243.
- [162] D. I. Britton *et al.*, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 3000.
- [163] G. Czappek *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 17.
- [164] W. J. Marciano und A. Sirlin, Phys. Rev. Lett. **36** (1976) 1425.
- [165] T. Goldman und W. J. Wilson, Phys. Rev. D **15** (1977) 709.
- [166] E. Argunda und M. J. Herrero, Phys. Rev. D **73** (2006) 055003 [arXiv:hep-ph/0510405].
- [167] A. M. Cooper-Sarkar, J. G. Guy, A. G. Michette, M. Tyndel und W. Venus, Phys. Lett. B **112** (1982) 97.
- [168] L. Lyons, C. Albajar und G. Myatt, Z. Phys. C **10** (1981) 215.
- [169] J. Heintze *et al.*, Phys. Lett. B **60** (1976) 302.
- [170] K. S. Heard *et al.*, Phys. Lett. B **55** (1975) 327.
- [171] I. H. Chiang, J. L. Rosen, S. Shapiro, R. Hundler, S. Olsen und L. Pondrom, Phys. Rev. D **6** (1972) 1254.
- [172] A. V. Artamonov *et al.* [E949 Collaboration], Phys. Rev. D **72** (2005) 091102 [arXiv:hep-ex/0506028].
- [173] R. Appel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 2450 [arXiv:hep-ex/0005016].
- [174] R. Appel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 2877 [arXiv:hep-ex/0006003].
- [175] S. M. Berman und D. A. Geffen, Il Nuovo Cimento XVIII (1960) 4416.
- [176] W. T. Ford, A. Lemonick, U. Nauenberg und P. A. Piroue, Phys. Rev. Lett. **18** (1967) 1214.

- [177] D. Buskulic *et al.* [ALEPH Collaboration], *Z. Phys. C* **70** (1996) 579.
- [178] C. A. Blocker *et al.*, *Phys. Lett. B* **109** (1982) 119.
- [179] Y. Enari *et al.* [Belle Collaboration], *Phys. Lett. B* **622** (2005) 218 [arXiv:hep-ex/0503041].
- [180] S. Chekanov *et al.* [ZEUS Collaboration], *Eur. Phys. J. C* **44** (2005) 463 [arXiv:hep-ex/0501070].
- [181] H1prelim-04-162 [H1 Collaboration], www-h1.desy.de/h1/www/publications/conf/conf_list.html
- [182] H1prelim-06-061 [H1 Collaboration], www-h1.desy.de/h1/www/publications/H1_sci_results.shtml
- [183] G. Abbiendi *et al.* [OPAL Collaboration], *Eur. Phys. J. C* **19** (2001) 653 [arXiv:hep-ex/0009017].
- [184] R. Barate *et al.* [ALEPH Collaboration], *Eur. Phys. J. C* **10** (1999) 1 [arXiv:hep-ex/9903014].
- [185] P. Abreu *et al.* [DELPHI Collaboration], *Phys. Lett. B* **334** (1994) 435.
- [186] M. Battle *et al.* [CLEO Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **73** (1994) 1079 [arXiv:hep-ph/9403329].
- [187] K. Ahmet *et al.* [OPAL Collaboration], *Nucl. Instr. and Meth.* **A305** (1991) 275.
- [188] D. Decamp *et al.* [ALEPH Collaboration], *Nucl. Instrum. Meth. A* **294** (1990) 121 [Erratum-ibid. A **303** (1991) 393].
- [189] P. Aarnio *et al.* [DELPHI Collaboration], *Nucl. Instr. and Meth.* **A303** (1991) 233.
- [190] R. Kitano, M. Koike and Y. Okada, *Phys. Rev. D* **66** (2002) 096002 [arXiv:hep-ph/0203110].
- [191] T. Suzuki, D. F. Measday und J. P. Roalsvig, *Phys. Rev. C* **35** (1987) 2212.
- [192] A. Badertscher *et al.*, *Lett. Nuovo Cim.* **28** (1980) 401.
- [193] C. Dohmen *et al.* [SINDRUM II Collaboration.], *Phys. Lett. B* **317** (1993) 631.
- [194] D. A. Bryman, M. Blecher, K. Gotow und R. J. Powers, *Phys. Rev. Lett.* **28** (1972) 1469.
- [195] W. Honecker *et al.* [SINDRUM II Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) 200.
- [196] T. S. Kosmas, *Nucl. Instrum. Meth. A* **503** (2001) 247 [arXiv:nucl-th/0108045].
- [197] T. Inami und C. S. Lim, *Prog. Theor. Phys.* **65** (1981) 297 [Erratum-ibid. **65** (1981) 1772].
- [198] G. Weiglein *et al.* [LHC/LC Study Group Collaboration], arXiv:hep-ph/0410364.

-
- [199] E. Accomando *et al.* [CLIC Physics Working Group Collaboration],
arXiv:hep-ph/0412251.
- [200] J. Lach, FERMILAB-CONF-98-264 *Published in the proceedings of 14th International Conference on Strong Interactions at High Energies: Experiment, Phenomenology, Theory (Hadrons 98), Crimea, Ukraine, 21-26 Jun 1998*
- [201] R. Yamada, FERMILAB-VLHCPUB-151
- [202] C. L. Bennett *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **148** (2003) 1 [arXiv:astro-ph/0302207].
- [203] S. Hannestad, *JCAP* **0305** (2003) 004 [arXiv:astro-ph/0303076].
- [204] V. Barger, D. Marfatia und A. Tregre, *Phys. Lett. B* **595** (2004) 55
[arXiv:hep-ph/0312065].
- [205] J. R. Kristiansen, H. K. Eriksen und O. Elgaroy, arXiv:astro-ph/0608017.
[\[206\]](#)
- [206] O. Nachtmann, *Elementarteilchenphysik - Phänomene und Konzepte*. Braunschweig, Vieweg, 1986.

Index

- Anomalie, 13
- Baryonzahl, 12
- Baryonzahlerhaltung, 32, 38
- bSM, 67
- chirale Störungstheorie, 18
- Compositeness, 35
- Dirac-Matrizen, 199
- Drei-Teilchen-Operatoren, 27, 29
 - hadronisch, 33, 223
 - leptonisch, 30, 213
- effektive Feldtheorie, 15, 23
- effektiver Ansatz, 23
- effektiver Operator, 25, 29
- entkoppelnde Theorie, 17, 23
- Epsilon-Tensor, 199
- F-Term, 43
- FCNC, 56
- Fermi-Theorie, 15
- Feynman-Regeln
 - äußere Linien, 205
 - elektroschwache und QED, 207
- Fierz-Transformation, 203
- Flavor-Kombination, 27, 72
- Gell-Mann-Matrizen, 8, 201
- Gell-Mann-Nishijima-Relation, 8, 61
- Goldstone-Bosonen, 18–20
- Grassmann-Variable, 42, 43
- GUT, 59
- Hierarchieproblem, 55
- Higgs-Boson
 - SM, 10, 31
 - SUSY, 41
 - zusätzliches Dublett, 55
 - zusätzliches Triplet, 58
- Higgs-Mechanismus, 9
- Hyperladung, 8, 41
- Konvention, 41, 199, 205
- kovariante Ableitung, 8
- Lepton, 8
- Leptonfamilienzahlverletzung, 43
- Leptonzahl, 12, 24, 205
- Leptonzahlerhaltung, 38
- Leptoquarks, 37
- LNC, 24
- LNV, 24
- LSP, 41
- Majorana-Masse, 28
- Meson-Zerfallskonstante, 20
- Myon-Zerfall, 69
- Neutrinomischung, 25
- Neutrinooszillation, 12
- Notation, 26, 27, 209
- Pauli-Matrizen, 26, 199
- Polarisation, 206
- Projektionsoperatoren, 27, 200
- Propagator, 206
- Protonzerfall, 38
- Quark, 8
- R-Parität, 47

Standardmodell der Elementarteilchen, 7

Supermultiplett, 41

Superpotenzial, 41–43

Supersymmetrie, 40, 55

 Brechung, 45

 MSSM, 41, 55

Vier-Fermion-Operatoren, 27, 29

 leptonisch, 29, 210

 semileptonisch, 32, 218

Wess-Zumino-Modell, 42