

Dynamik orographischer Bannerwolken

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades
"Doktor der Naturwissenschaften"

am Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik
der Johannes Gutenberg-Universität
in Mainz

Daniel Reinert
geboren am 13. Dezember 1978
in Merzig

Mainz, den 1. April 2010

Tag der mündlichen Prüfung: 09.07.2010

D77 – Mainzer Dissertation

Für meine Eltern

Inhaltsverzeichnis

Abstract	vii
1 Einleitung	1
1.1 Die Bannerwolke	1
1.2 Stand der Forschung/Existierende Theorien	4
1.3 Ziele und Inhalte dieser Arbeit	6
2 Das verwendete LES-Modell	9
2.1 Grundidee der LES	9
2.2 Prognostische Gleichungen	13
2.3 Verwendete Feinstrukturmodelle	15
2.3.1 Das Lilly-Smagorinsky-Modell	16
2.3.2 Das Eingleichungsmodell nach Deardorff	18
2.3.3 Vergleich der FS-Modelle	20
2.4 Berücksichtigung komplexer Orographie	20
2.5 Parametrisierung der Wolkenmikrophysik	22
2.5.1 Nukleation und Kondensation	25
2.5.2 Evaporation	28
2.5.3 Sedimentation	29
2.5.4 Niederschlagsbildende Mechanismen	31
2.6 Lösungsstrategie und numerische Lösungsverfahren	32
2.7 Randbedingungen	35
2.7.1 Physikalischer unterer Rand	35
2.7.2 Künstliche seitliche und obere Ränder	37
2.7.3 Erzeugung turbulenter Einströmrandbedingungen	38
3 Modellvalidierung	43
3.1 Idealisierte Dichteströmung in 2D	43
3.1.1 Modellaufbau	43
3.1.2 Ergebnisse	44
3.2 Idealisierte regnende Cumulus Wolke in 2D	49
3.2.1 Versuchsaufbau	50
3.2.2 Zeitliche Entwicklung der Wolke	50
3.2.3 Modellvergleich	51
3.2.4 Erhaltungseigenschaften und Analyse der niederschlagsbildenden Prozesse	55
3.3 Hindernisüberströmung	59
3.3.1 Überströmung eines quasi-2D Bergrückens	59

	Modellaufbau und Validierung des Einströmdatensatzes	59
	Methodische Probleme der Einströmtechnik	63
	Ergebnisse	65
3.3.2	Überströmung eines Quaders	68
	Modellaufbau	69
	Charakteristika der mittleren Strömung	71
	Druckverteilung auf dem Hindernis	76
	Dynamische Charakteristika und Momente zweiter Ordnung	78
4	Dynamik orographischer Bannerwolken	85
4.1	Analyse existierender Theorien	85
4.1.1	Mischungsnebel und Kontaktkühlung	85
4.1.2	Bernoulli-Effekt	87
4.1.3	Leerrotor	92
4.2	Messungen am Zugspitzgrat	94
4.3	Simulation der Strömung um ein pyramidenförmiges Hindernis auf Laborskala	98
4.3.1	Modellaufbau	100
4.3.2	Eigenschaften der Strömung	103
4.3.3	Vergleich mit Windkanaldaten	104
4.3.4	Möglichkeit der Bannerwolkenbildung	107
4.3.5	Einfluss von Pyramidenform und Windrichtung	111
4.4	Meteorologische Voraussetzungen für die Bildung von Bannerwolken	114
4.4.1	Graphische Interpretation	116
4.4.2	Diskussion	119
4.5	Strömung um ein pyramidenförmiges Hindernis auf atmosphärischer Skala . .	120
4.5.1	Modellaufbau	120
	Meteorologische Situation	121
	Obere Randbedingung	125
4.5.2	Simuliertes Strömungsfeld und auftretende Wolkenstrukturen	129
	Variation des HKN-Profiles	132
4.5.3	Vergleich mit Messungen am Zugspitzgrat	134
4.5.4	Wechselwirkung zwischen Dynamik und Thermodynamik	136
4.5.5	Einfluss der Schwerewellen	140
4.5.6	Einfluss leeseitiger Feuchtequellen	144
	Einbau einer Fluss-Randbedingung am Boden	145
	Ergebnisse	147
5	Zusammenfassung und Ausblick	151
A	Wandfunktion im Falle nichtneutraler Schichtung	161
B	Mögliche Verbesserungen des Wolkenmodells	163
B.1	Zusätzliche Bilanzgleichung für aktivierte Wolkenkondensationskerne	163
B.2	Modifikation der Autokonversionsrate	164
	Symbolverzeichnis	167
	Literaturverzeichnis	173

Abstract

Banner clouds are an impressive phenomenon that occasionally can be observed near prominent mountain peaks or ridges, e.g. at the Matterhorn in the Swiss Alps or Mount Zugspitze in the Bavarian Alps. The phenomenon is described as a vane or banner-like cloud structure that is attached to the leeward side of the mountain, while the windward side remains cloud free. Banner clouds, despite their regular appearance, were always on the fringe of scientific attention. The mechanism of formation, as well as the relative importance of pure dynamics versus thermodynamics for their formation and maintenance have yet to be clarified.

Mainly three lines of arguments have been put forth in the literature in order to explain its formation. According to these banner clouds develop because of (a) the Bernoulli effect, i.e. cooling in a dynamically induced pressure decrease along quasi-horizontal trajectories originating on the windward side, or (b) mixing of cold air near the ground with warmer air from above, or (c) rising air motions in the upward branch of a leeward vortex.

The overall aim of this numerical study is to develop an improved physical understanding of the banner cloud-phenomenon. In particular we will clarify the dominant mechanism of formation, the relative importance of dynamics versus thermodynamics and investigate the meteorological conditions suitable for banner cloud formation. For this purpose, a new large eddy simulation (LES) model has been developed, which is capable of simulating moist flow in complex terrain without the need for periodic boundary conditions. It is based on an already existing mesoscale (RANS) model. A thorough validation of the new model against both numerical reference data and wind tunnel data is provided, in order to prove its applicability to the scientific question at hand.

We investigated air flow around an idealised mountain peak for Froude Number $Fr \gg 1$ on both laboratory and atmospheric scales, including simulations with and without moist physics. The simulations provide evidence that banner clouds are primarily a dynamical phenomenon. They form in the lee of steep mountain peaks as a result of dynamically forced lee upslope flow. This clearly confirms the lee-vortex theory. Due to the highly asymmetric flow field induced by the extreme orography, banner clouds can form even under horizontally homogeneous initial conditions regarding both moisture and temperature. This led to the novel conclusion that additional leeward moisture sources, distinct air masses on both windward and leeward sides, or radiation effects are no prerequisite for banner-cloud formation. The probability of banner-cloud formation increases with increasing obstacle height and steepness and is, to a first approximation, independent of the pyramid's orientation. Simulations with and without moisture physics reveal that moisture is of only secondary importance regarding the dynamics of prototypical (non-convective) banner clouds. The reinforcement of lee upslope flow and corresponding cloud formation due to latent heat release turns out to be almost negligible. Nevertheless moisture physics are shown to induce a dipole-like structure in the vertical profile of the Brunt-Väisälä frequency, which in turn leads to a moderate increase in leeward turbulence. As will be shown, mountain induced gravity waves are no key

to understanding the dynamics of banner clouds. At the most, these waves tend to reduce the horizontal cloud-scale through increased leeward downwelling. Regarding suitable meteorological conditions, the simulations show that in the case of horizontally homogeneous initial conditions, the equivalent potential temperature θ_e in the approaching flow must decrease with height. We present 3 necessary and sufficient criteria, based on both dynamical and thermodynamical variables, that provide further insight into suitable meteorological conditions.

Zusammenfassung

Der Begriff „Bannerwolke“ bezeichnet ein eindrucksvolles Phänomen aus dem Bereich der Gebirgsmeteorologie. Bannerwolken können gelegentlich im Hochgebirge im Bereich steiler Bergspitzen oder langgezogener Bergrücken, wie z.B. dem Matterhorn in den Schweizer Alpen oder dem Zugspitzgrat in den Bayerischen Alpen beobachtet werden. Der Begriff bezeichnet eine Banner- oder Fahnen-ähnliche Wolkenstruktur, welche an der windabgewandten Seite des Berges befestigt zu sein scheint, während die windzugewandte Seite vollkommen wolkenfrei ist. Bannerwolken fanden bislang, trotz ihres relativ häufigen Auftretens in der wissenschaftlichen Literatur kaum Beachtung. Entsprechend wenig ist über ihren Entstehungsmechanismus und insbesondere die relative Bedeutung dynamischer gegenüber thermodynamischer Prozesse bekannt.

In der wissenschaftlichen Literatur wurden bislang 3 unterschiedliche Mechanismen postuliert, um die Entstehung von Bannerwolken zu erklären. Demnach entstehen Bannerwolken durch (a) den Bernoulli-Effekt, insbesondere durch die lokale adiabatische Kühlung hervorgerufen durch eine Druckabnahme entlang quasi-horizontal verlaufender, auf der windzugewandten Seite startender Trajektorien, (b) durch isobare Mischung bodennaher kälterer Luft mit wärmerer Luft aus höheren Schichten, oder (c) durch erzwungene Hebung im aufsteigenden Ast eines Leerrotors.

Ziel dieser Arbeit ist es, ein besseres physikalisches Verständnis für das Phänomen der Bannerwolke zu entwickeln. Das Hauptaugenmerk liegt auf dem dominierenden Entstehungsmechanismus, der relativen Bedeutung dynamischer und thermodynamischer Prozesse, sowie der Frage nach geeigneten meteorologischen Bedingungen. Zu diesem Zweck wurde ein neues Grobstruktursimulations (LES)-Modell entwickelt, welches geeignet ist turbulente, feuchte Strömungen in komplexem Terrain zu untersuchen. Das Modell baut auf einem bereits existierenden mesoskaligen (RANS) Modell auf. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das neue Modell ausführlich gegen numerische Referenzlösungen und Windkanal-Daten verglichen. Die wesentlichen Ergebnisse werden diskutiert, um die Anwendbarkeit des Modells auf die vorliegende wissenschaftliche Fragestellung zu überprüfen und zu verdeutlichen.

Die Strömung über eine idealisierte pyramidenförmige Bergspitze wurde für Froude-Zahlen $Fr \gg 1$ sowohl auf Labor- als auch atmosphärischer Skala mit und ohne Berücksichtigung der Feuchtephysik untersucht. Die Simulationen zeigen, dass Bannerwolken ein primär dynamisches Phänomen darstellen. Sie entstehen im Lee steiler Bergspitzen durch dynamisch erzwungene Hebung. Die Simulationen bestätigen somit die Leerrotor-Theorie. Aufgrund des stark asymmetrischen, Hindernis-induzierten Strömungsfeldes können Bannerwolken sogar im Falle horizontal homogener Anfangsbedingungen hinsichtlich Feuchte und Temperatur entstehen. Dies führte zu der neuen Erkenntnis, dass zusätzliche leeseitige Feuchtequellen, unterschiedliche Luftmassen in Luv und Lee, oder Strahlungseffekte keine notwendige Voraussetzung für die Entstehung einer Bannerwolke darstellen. Die Wahrscheinlichkeit der Bannerwolkenbildung steigt mit zunehmender Höhe und Steilheit des pyramidenförmigen Hin-

dernisses und ist in erster Näherung unabhängig von dessen Orientierung zur Anströmung. Simulationen mit und ohne Berücksichtigung der Feuchtephysik machen deutlich, dass thermodynamische Prozesse (insbes. die Umsetzung latenter Wärme) für die Dynamik prototypischer (nicht-konvektiver) Bannerwolken zweitrangig ist. Die Verstärkung des aufsteigenden Astes im Lee und die resultierende Wolkenbildung, hervorgerufen durch die Freisetzung latenter Wärme, sind nahezu vernachlässigbar. Die Feuchtephysik induziert jedoch eine Dipol-ähnliche Struktur im Vertikalprofil der Brunt-Väisälä Frequenz, was zu einem moderaten Anstieg der leeseitigen Turbulenz führt. Es wird gezeigt, dass Gebirgswellen kein entscheidendes Ingredienz darstellen, um die Dynamik von Bannerwolken zu verstehen. Durch eine Verstärkung der Absinkbewegung im Lee, haben Gebirgswellen lediglich die Tendenz die horizontale Ausdehnung von Bannerwolken zu reduzieren. Bezüglich geeigneter meteorologischer Bedingungen zeigen die Simulationen, dass unter horizontal homogenen Anfangsbedingungen die äquivalentpotentielle Temperatur θ_e in der Anströmung mit der Höhe abnehmen muss. Es werden 3 notwendige und hinreichende Kriterien, basierend auf dynamischen und thermodynamischen Variablen vorgestellt, welche einen weiteren Einblick in geeignete meteorologische Bedingungen geben.

Kapitel 1

Einleitung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Erforschung orographischer Bannerwolken im Rahmen des sogenannten Bannerwolkenprojektes. Das Bannerwolkenprojekt bestand aus einem theoretischen und einem experimentellen Teilprojekt, angesiedelt an der Johannes-Gutenberg Universität Mainz und der Ludwig-Maximilian Universität München. Mit Hilfe von Messungen am Zugspitzgrat in den Bayrischen Alpen (experimentelles Teilprojekt) sowie numerischer Simulationen und theoretischer Studien (theoretisches Teilprojekt) wurde versucht, bislang offene Fragen bezüglich der Dynamik und Entstehung von Bannerwolken zu beantworten. Die vorliegende Arbeit fasst die Ergebnisse des theoretischen Teilprojektes zusammen. Werden Messungen bzw. Ergebnisse des experimentellen Teilprojektes verwendet, so sind diese explizit gekennzeichnet.

1.1 Die Bannerwolke

Bannerwolken gehören zur Gattung der orographischen Wolken. Streng genommen werden orographische Wolken im 'Internationalen Wolkenatlas' (WMO, 1987) nicht als eigenständige Gattung aufgeführt, sondern den Gattungen *Stratus*, *Stratocumulus*, *Cumulus* sowie *Cumulonimbus* zugeordnet. Da die vorliegende Arbeit sich ausschließlich mit orographischen Wolken befasst, wird von dieser Klassifizierung abgewichen. Orographische Wolken werden gemäß folgender Definition zu einer eigenen Gattung zusammengefasst (siehe Huschke, 1959, S. 405): „Der Begriff *orographische Wolke* bezeichnet Wolken, deren Form und Ausdehnung durch den Einfluss der Orographie auf die darüberströmende Luft bestimmt wird“.

Innerhalb der so definierten Gattung kann eine weitere Unterteilung orographischer Wolken in die Klassen der räumlich (quasi)-stationären und instationären Wolken vorgenommen werden. Die Bannerwolke gehört zur Klasse der quasi-stationären Wolken, zu denen auch Wolkenkappen, Leewellenwolken, Rotorwolken, sowie die Föhnmauer zu zählen sind. Bannerwolken sind bislang kaum erforscht, obwohl sie im Hochgebirge relativ häufig zu beobachten sind. So konnten beispielsweise an der Zugspitze im Mittel 2-3 Ereignisse pro Monat, unabhängig von der Jahreszeit, gezählt werden (Schween et al., 2007). Der folgende Abschnitt gibt einen qualitativen Überblick über die bislang bekannten Eigenschaften dieser Wolke, ohne auf die physikalischen Mechanismen ihrer Entstehung einzugehen.

Bannerwolken treten bevorzugt hinter steilen, isoliert stehenden (meist pyramidenförmigen) Bergspitzen sowie hinter steilen, quasi-zweidimensionalen Bergrücken auf. Abbildung 1.1a,b zeigt prototypische Beispiele für beide Hindernisformen: eine Bannerwolke am Matterhorn (Schweiz), sowie eine Bannerwolke am Zugspitzgrat (Bayrische Alpen). Charakteri-



Abbildung 1.1: (a) Bannerwolke am Matterhorn (Schweiz), (b) Bannerwolke am Zugspitzgrat (Bayerische Alpen). Strömung von Rechts nach Links.

stisch für Bannerwolken ist, dass ihr Auftreten ausschließlich auf das Lee des Hindernisses beschränkt ist, während das Luv des Hindernisses wolkenfrei bleibt. Dabei ist ihr Auftreten unabhängig davon, welche Bergseite sonnenbeschienen ist (Kuettner, 2000). Bannerwolken sind ortsfest, d.h. die Luft strömt durch sie hindurch, ohne dass sich die Position der Wolke signifikant verändert. Sie kann gelegentlich über mehrere Stunden am gleichen Ort beobachtet werden. Während die Wolke mit einem Ende am Berg befestigt zu sein scheint, bewegt sich das andere Ende einer Fahne ähnlich im Wind. Diese Bewegung ist ein Indiz für den ausgeprägten turbulenten Charakter dieser Wolke. Seitlich betrachtet zeigt die Wolke oftmals eine dreieckige beziehungsweise kegelartige Form, mit der größten Vertikalerstreckung in direkter Hindernisnähe (siehe Abb. 1.1a). Alle bisherigen Beobachtungen legen nahe, dass Bannerwolken aus (unterkühlten) Wassertröpfchen mit keiner, bzw. zu vernachlässigender Eisphase bestehen (siehe Schween et al., 2007). Die typische horizontale Skala von Bannerwolken liegt in der Größenordnung von 1 km, kann jedoch von Ereignis zu Ereignis stark variieren. Die typische vertikale Skala variiert ebenfalls stark (wenige Dekameter bis mehrere Hektometer). Maßgebliche Einflussfaktoren sind das Hebungskondensationsniveau (HKN) im Lee sowie die Stabilität der Schichtung für $z \geq H$, wobei H die Höhe des Berges über Normalnull (NN) bezeichnet.

Bannerwolken stellen keine Unterart der bereits erwähnten stationären orographischen Wolkenarten dar, sondern müssen als eigene Wolkenart mit einem für sie charakteristischen Entstehungsmechanismus angesehen werden. Zur besseren Abgrenzung der Bannerwolke gegenüber anderen orographischen Wolken und Phänomenen wie z.B. dem Schneebanner, seien die Unterschiede hier kurz aufgezeigt.

Im Unterschied zu Bannerwolken umfassen Wolkenkappen sowohl das unmittelbare Lee, als auch das Luv eines Berges (siehe Abb. 1.2a). Sie entstehen im Falle stark stabiler Schichtung durch erzwungene Hebung unmittelbar vor und über dem Berggipfel, wobei das Lee durch Absinken und Wolkenauflösung geprägt ist. Sie weisen geringe bis keine Turbulenz auf.

Föhnmauern scheinen auf den ersten Blick Bannerwolken hinter langgestreckten Berggrücken zu ähneln. Die Föhnmauer-Bewölkung bildet sich jedoch durch erzwungene Hebung auf der Luvseite und nicht im Lee (siehe Abb. 1.2b). Zudem können die zumeist stratiformen Wolken einer Föhnmauer zu beträchtlichem Niederschlag führen - eine Eigenschaft, die bei Bannerwolken nicht beobachtet wird.

Wie in Abschnitt 1.2 noch näher erläutert wird, existieren Theorien welche die Bil-

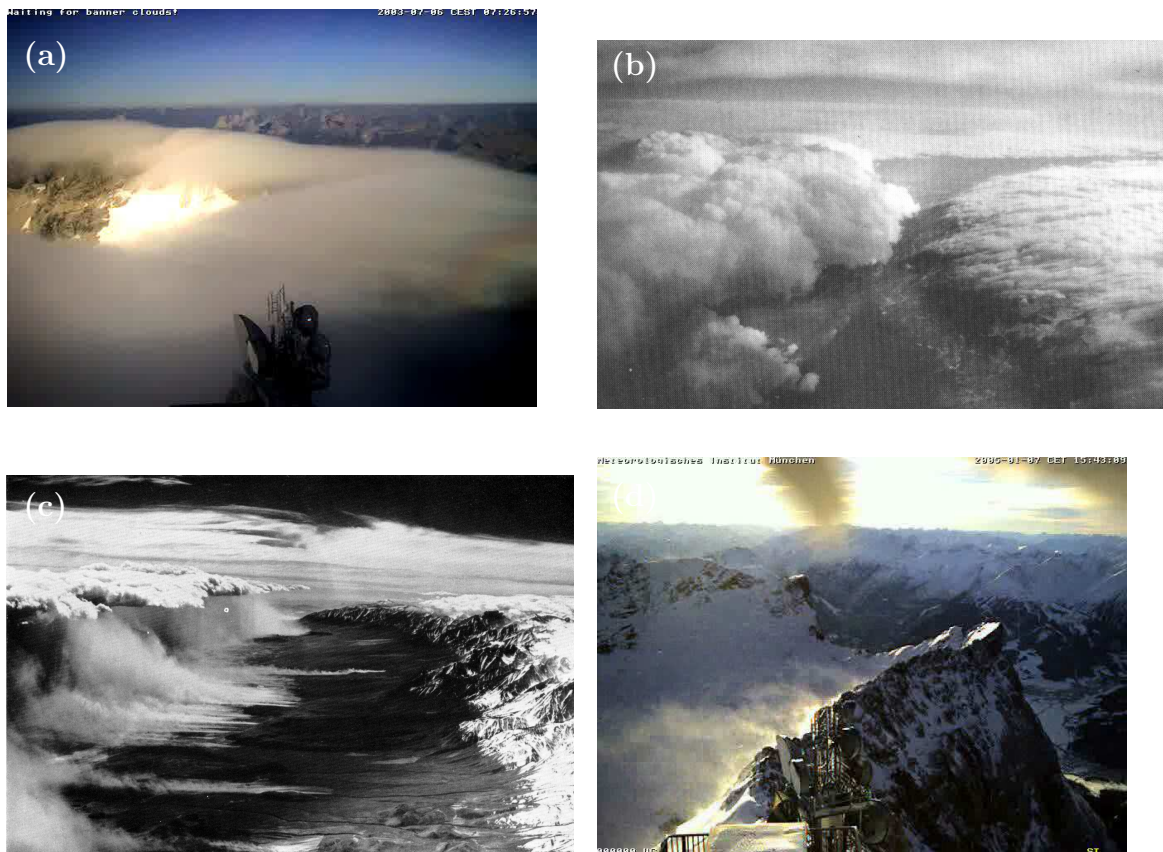


Abbildung 1.2: (a) Wolkenkappe am Zugspitzgrat, (b) Föhnmauer (rechts im Bild) stromaufwärts der Dinarischen Alpen, (c) Rotorwolke stromabwärts der Sierra Nevada Bergkette nahe Bishop in Kalifornien, (d) Schneebanner am Zugspitzgrat. In allen Fällen Hauptströmung von Rechts nach Links.

derung von Bannerwolken mit der Existenz eines Rotors im unmittelbaren Lee des Hindernisses verknüpfen. Bannerwolken dürfen dennoch nicht mit Rotorwolken gleichgesetzt werden. Rotorwolken (oftmals der Gattung *Altostratus* zugeordnet) sind ein sichtbares Resultat von Leewellen-indizierten Rotoren, welche sich gelegentlich im Lee langgestreckter quasi-zweidimensionaler Bergketten bilden (siehe Abb. 1.2c). Der Rotor besitzt eine horizontale Rotationsachse parallel zur Gebirgskette. Im Unterschied zu Bannerwolken liegen Rotorwolken nicht direkt am Berggipfel an, sondern bilden sich einige Kilometer weiter stromabwärts, zumeist in Verbindung mit Lentikularis-Wolken, welche ihrerseits auf die Existenz gefangener Leewellen hindeuten. Der Bereich zwischen den Rotorwolken und dem Bergrücken ist zumeist wolkenfrei, da starke Fallwinde die Wolkenbildung unterdrücken. Der Übergang von den Fallwinden zum Rotor ähnelt einem hydraulischen Sprung, charakterisiert durch eine abrupte Verringerung der horizontalen Windgeschwindigkeit bei zugleich starkem Anwachsen der turbulenten Grenzschicht. Rotoren und Rotorwolken sind ebenfalls Gegenstand aktueller Forschung, da Rotoren mit starker Turbulenz verknüpft sind und eine Gefahr für den Flugverkehr darstellen können (siehe z.B. Doyle und Durran, 2002, 2007; Grubišić und Billings, 2007).

Eine weitere Erscheinung, die oftmals mit Bannerwolken verwechselt wird ist das sogenannte Schneebanner. Bei hohen Windgeschwindigkeiten können Schneekristalle von Berg- oder Gratspitzen aufgewirbelt und ins Lee verblasen werden. Abbildung 1.2d zeigt ein ty-

pisches Beispiel für ein Schneebanner am Zugspitzgrat. Die mittlere Windgeschwindigkeit betrug in diesem Fall 9 ms^{-1} (siehe Schween et al., 2007). Wir bezeichnen dieses Phänomen ausdrücklich nicht als Bannerwolke, da die in der Luft befindlichen Hydrometeore nicht durch heterogene Nukleation aufgrund lokaler Übersättigung entstanden sind.

1.2 Stand der Forschung/Existierende Theorien

Bannerwolken treten in Gebirgsregionen relativ häufig auf und haben selbst Eingang in den Sprachgebrauch einiger Alpenbewohner gefunden („le Mont Blanc fume sa pipe“). Dennoch fanden Bannerwolken in der wissenschaftlichen Literatur bislang kaum Beachtung. Hinsichtlich der zugrundeliegenden Dynamik und dem Mechanismus ihrer Entstehung gibt es noch heute eine Reihe offener Fragen. So schreibt beispielsweise das 'Glossary of Meteorology': „The physics of the formation of such clouds is not completely understood“ (Glickman, 2000, S. 72). Es existieren zwar verschiedene, teilweise mehr als 100 Jahre alte Theorien (Hann, 1896), allerdings steht deren detaillierte wissenschaftliche Überprüfung noch aus. Bislang ist völlig unklar welche relative Bedeutung thermodynamische Prozesse im Vergleich zu dynamischen Prozessen für die Entstehung und Aufrechterhaltung von Bannerwolken haben.

Abgesehen von ein paar Zeichnungen und Fotos existieren nur wenige wissenschaftliche Untersuchungen und Messungen die sich mit dem Thema der Bannerwolke befassen. Die wahrscheinlich älteste und allein auf Beobachtungen beruhende Beschreibung der Dynamik von Bannerwolken geht zurück auf Hann (1896), der die Bannerwolke auf erzwungene Hebung in einem Leerrotor zurückführt. Messungen im Zusammenhang mit Bannerwolken wurden erstmals von Pepler (1927) erwähnt. Er beobachtete Bannerwolken am Säntisgipfel (Schweiz) und berichtete von zwei Arten von Bannerwolken, einer eher laminaren und einer eher turbulenten Art. Die turbulente Bannerwolkenart führte er auf starke Windscherungen in Gipfelhöhe zurück, die mit Hilfe eines Pilotballons gemessen wurden.

Douglas (1928) beschreibt die Unterschiede zwischen Bannerwolken und Wolkenkappen. Die von Pepler (1927) erwähnte laminare Form der Bannerwolke ordnet Douglas (1928) als eine spezielle Art der Wolkenkappen ein. Übereinstimmend mit Hann (1896) führt Douglas (1928) die Bannerwolkenentstehung (turbulente Art) auf erzwungene Hebung im Lee zurück, die er ihrerseits durch ein dynamisch bedingtes Druckminimum im Lee der Bergspitze erklärt. Gleichzeitig widerspricht er alternativen Theorien, welche die Bannerwolke z.B. auf Kühlung durch Kontakt der anströmenden Luft mit der Bergoberfläche oder auf lokale adiabatische Expansion im Bereich des Druckminimums zurückführen. Sämtliche Argumente beruhen jedoch allein auf visuellen Beobachtungen und werden nicht durch quantitative Messungen unterstützt.

Im Jahre 1946 führte Kuettner (2000) Messungen von Temperatur und Feuchte in Bannerwolken am Zugspitzgrat durch. Dabei stellte er fest, dass in den meisten Fällen die Luft auf der Leeseite (innerhalb der Wolke) um $3 - 4 \text{ K}$ wärmer und um $40 - 70 \%$ feuchter war als die wolkenfreie Luft im Luv. Die Ursachen für diese Unterschiede blieben unklar. Da die wolkenfreie, luvseitige Luft über die Wolkenluft ansteigt, weisen die Messungen auf die Existenz einer lokal stark instabilen Schichtung im Lee hin. Kuettner (2000) berichtete jedoch, dass trotz der grotesk instabilen Schichtung die Grenzfläche zwischen Wolken- und wolkenfreier Luft einen eher glatten, laminaren Eindruck machte. In einem anderen Zusammenhang wurde von Kuo (1963), sowie von Benilov (2002) und Kirshbaum und Durran (2004) gezeigt, dass starke Scherung in einer statisch instabilen Umgebung das Auftreten von Rayleigh-Taylor Instabilitäten verhindern oder zumindest abschwächen kann. Ob dieser Effekt für die beobachtete glatte Wolkenobergrenze verantwortlich ist oder ob andere Effekte, wie z.B. die Umkehrung

der Auftriebskraft (Grabowski, 1993, 1995) eine Rolle spielen, ist bislang ungeklärt. Leider gingen diese Messungen verloren. Aus diesem Grunde wurden die Messungen am Zugspitzgrat im Rahmen des experimentellen Teilprojektes mit modernen Mitteln wiederholt.

Dass Bannerwolken in aller Regel keinen Niederschlag bilden, gilt als gesichert. Hauer (1949) berichtet allerdings von Beobachtungen am Zugspitzgrat, bei denen Bannerwolken in seltenen Fällen Schauer von geringer Intensität auslösen konnten, indem sie mit Thermikwolken (*Cumulus congestus*) oberhalb des Gipfels verschmolzen. Maßgeblich hierbei sei das Zusammenspiel einer großräumigen südöstlichen Anströmung mit einem thermisch getriebenen Talwind, welcher häufig das Inntal aus SO hinaufsteigt. Für die Thermikwolken macht Hauer (1949) das lokale, thermisch getriebene Windsystem verantwortlich. Die Bannerwolkenbildung auf der Nordseite erklärt Hauer (1949) (ähnlich wie Hann (1896)) durch erzwungene Hebung im Lee, hervorgerufen durch die großräumige südöstliche Anströmung. Die Schauerbildung sei letztlich auf eine Verstärkung des Aufwindes innerhalb der Thermikwolke durch die erzwungene Hebung im Lee (Leerotor) zurückzuführen.

Hindman und Wick (1989) berichten über Bannerwolken-Beobachtungen am Mount Everest im Rahmen von Transportflügen. Beeinflusst von Douglas (1928) postulieren sie, dass Bannerwolken und Wolkenkappen am Mount Everest sichtbare Anzeichen zweier unterschiedlicher Strömungsmuster seien: Strömungsablösung mit daraus folgender Rotorbildung im Falle der Bannerwolke und laminare Überströmung des Mount Everest (ohne Strömungsablösung) im Falle der Wolkenkappe. Im ersten Fall dominiert Aufsteigen im Lee, im zweiten Fall Absinken. Hindman und Wick (1989) verweisen auf geplante numerische Simulationen, mit dem Ziel, die meteorologischen Bedingungen am Mount Everest, welche die Entstehung einer Bannerwolke bzw. einer Wolkenkappe erlauben näher zu untersuchen. Eine Veröffentlichung dieser Ergebnisse ist uns aber bislang nicht bekannt.

Die wahrscheinlich einzige numerische Analyse mit Bezug zu Bannerwolken wurde von Geerts (1992b) durchgeführt. Das Hauptaugenmerk lag hierbei auf der Bedeutung von Bodenreibung für dynamisch erzwungenes Aufsteigen im Lee. Geerts (1992b) verwendete das Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) Modell von Smolarkiewicz und Rotunno (1989) mit eingebauter Feuchtephysik und parametrisierter Turbulenz. Bei eingeschalteter Bodenreibung war es ihm möglich eine Bannerwolken-ähnliche Wolkenschicht im Lee eines tetraederförmigen Hindernisses zu simulieren. Aufgrund der physikalischen Limitierung der RANS-Technik konnte er allerdings keine verlässlichen Aussagen über die raum-zeitliche Variabilität oder den Turbulenzgrad der Wolke machen.

Existierende Theorien

Die in der wissenschaftlichen Literatur, sowie in klassischen Lehrbüchern angegebenen Theorien der Bannerwolkenentstehung lassen sich zu 4 Gruppen zusammenfassen. Demnach wird die Übersättigung und Kondensation im Lee hervorgerufen durch:

1. *Bernoulli-Effekt*: adiabatische Expansion/Kühlung im Bereich eines dynamisch induzierten Druckminimums während des Durchlaufens quasi-horizontaler, im Luv startender Trajektorien (Humphreys, 1964; Grant, 1944; Huschke, 1959; Beer, 1974).
2. *Mischungsnebel-Theorie*: Mischung von Luftmassen aus der freien Atmosphäre mit Luftmassen aus der bodennahen Grenzschicht, bzw. Mischung zweier Luftmassen mit unterschiedlichen Temperaturen und spezifischen Feuchten in Luv und Lee (Humphreys, 1964).

3. *Kontaktkühlung*: Kühlung der den Berg umströmenden Luftmassen durch Kontakt mit dem kalten Berg (Douglas, 1928).
4. *Hebung im Lee*: adiabatische Kühlung durch dynamisch erzwungene Hebung im aufsteigenden Ast eines Leewirbels (Hann, 1896; Douglas, 1928; Hindman und Wick, 1989; Geerts, 1992a,b; Glickman, 2000).

Mechanismus 4 erfährt heutzutage die meiste Zustimmung (siehe Houze, 1993) und scheint von Beobachtungen qualitativ unterstützt zu werden (Schween et al., 2007). Eine detaillierte Überprüfung dieser Theorie mit Hilfe experimenteller oder numerischer Methoden wurde bislang aber nicht durchgeführt. Nur wenn es möglich ist durch die isolierte Anwendung des Mechanismus 4 eine realitätsnahe Bannerwolke zu reproduzieren, können die vielen auch heute noch referenzierten alternativen Theorien verworfen werden. Ein Zusammenspiel aller 4 Mechanismen mit unterschiedlichen Gewichten ist bisher nicht auszuschließen.

1.3 Ziele und Inhalte dieser Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es, mit Hilfe numerischer Simulationen und theoretischer Überlegungen ein besseres physikalisches Verständnis für die Dynamik orographischer Bannerwolken zu gewinnen, sowie den dominierenden Entstehungsmechanismus herauszuarbeiten. Als Hauptwerkzeug dient ein Grobstruktursimulationen (engl. *large-eddy simulation*) (LES)-Modell. Die LES-Technik bietet im Unterschied zur RANS-Technik die Möglichkeit, die raumzeitliche Variabilität sowie die energietragenden turbulenten Wirbel in der Umgebung der Bannerwolke explizit zu simulieren. Ein zusätzliches Ziel dieser Arbeit ist es, aufbauend auf einem mesoskaligen RANS-Modell (Eichhorn et al., 1997), sowie einiger Vorarbeit im Rahmen einer Diplomarbeit (Reinert, 2005), dieses LES-Modell zu entwickeln, zu validieren und an die konkrete Fragestellung anzupassen. Das Modell soll auch in zukünftigen Projekten die Möglichkeit bieten, turbulente Strömungen und Wolken in komplexem Gelände zu simulieren.

Im Folgenden sind die wesentlichsten, bislang ungeklärten Fragen im Zusammenhang mit Bannerwolken aufgeführt.

- Welche der in Abschnitt 1.2 gelisteten Theorien beschreibt den Entstehungsmechanismus am besten? Welche Rolle spielen die übrigen Mechanismen?
- Woher kommt die Feuchtigkeit, welche die Wolkenbildung auf der Leeseite erlaubt? Gibt es Unterschiede im Falle von pyramidenförmigen Bergspitzen im Vergleich zu quasi-zweidimensionalen Bergrücken?
- Kommen die Luftmassen auf der Leeseite aus größerer Tiefe als auf der Luvseite? Wenn ja, warum?
- Sind unterschiedliche Luftmassen in Luv und Lee eine notwendige Voraussetzung?
- Welchen Einfluss hat die Stabilität des Dichteprofiles der anströmenden Luft auf die Struktur der Bannerwolke?
- Welchen Einfluss hat die Verdunstung am Boden?
- Welchen Einfluss haben thermodynamische Effekte auf die Entstehung und Aufrechterhaltung von Bannerwolken? Sind Bannerwolken ein primär dynamisches Phänomen?

- Können die Ergebnisse der Messungen von Kuettner (2000) mit numerischen Simulationen reproduziert werden? Was ist die Erklärung für die beobachtete instabile Schichtung? Wie lässt sich die beobachtete Koexistenz von stabiler Strömung aber instabiler Schichtung erklären?
- Welches sind die meteorologischen Voraussetzungen für die Bildung von Bannerwolken?

Diese Arbeit kann nicht sämtliche Fragen lückenlos beantworten, versucht jedoch auf einen Großteil der Fragen eine wissenschaftlich fundierte Antwort zu geben. Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut: In Kapitel 2 wird das verwendete LES-Modell vorgestellt, wobei der Schwerpunkt auf den Modifikationen liegt, die während dieses Projektes am Modell durchgeführt wurden. Kapitel 3 beschäftigt sich mit den durchgeführten Modellvalidierungen. Diese sind ein integraler Bestandteil der Modellentwicklung, da nur nach erfolgreichem Durchlaufen der Modelltests belastbare Aussagen im Hinblick auf wissenschaftliche Fragestellungen gewonnen werden können. Die konkrete Anwendung des Modells auf das Problem der Bannerwolke ist in Kapitel 4 beschrieben. Hier werden unter anderem die existierenden Theorien genauer analysiert und die erwähnten offenen Fragen behandelt. Kapitel 5 gibt eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten wissenschaftlichen Ergebnisse und zeigt Möglichkeiten für weiterführende Arbeiten auf.

Kapitel 2

Das verwendete LES-Modell

Dieses Kapitel gibt eine Einführung in die LES-Methodik und stellt die wesentlichen Eigenschaften des verwendeten Modells vor.

2.1 Grundidee der LES

Für die Simulation turbulenter Strömungen existieren verschiedene Ansätze. Diese unterscheiden sich dahingehend, welche Skalen der Turbulenz explizit simuliert und welche modelliert werden. Man unterscheidet zwischen Direkten numerischen Simulationen (DNS), Grobstruktursimulationen (LES) und Simulationen (genauer gesagt Modellierungen) basierend auf den Reynolds-averaged Navier-Stokes Gleichungen (RANS). Das Grundprinzip dieser 3 Methoden ist schematisch in Abb. 2.1 anhand des dreidimensionalen Energiespektrums isotroper Turbulenz dargestellt.

Die RANS-Technik löst Transportgleichungen für den mittleren Impuls \overline{u}_i^R sowie mittlere skalare Größen wie z.B. die potentielle Temperatur $\overline{\theta}^R$. Der Index R soll die Verwendung des Reynolds-Mittels verdeutlichen. Der Einfluss sämtlicher turbulenter Skalen auf die mittlere Strömung wird hierbei mit Hilfe eines statistischen Turbulenzmodells parametrisiert (siehe Abb. 2.1b). RANS-Modelle haben den Vorteil, dass mit vergleichsweise geringem Rechenaufwand Aussagen über zeitlich gemittelte, räumliche Verteilungen von Impuls sowie beliebiger Skalare in komplexen Geometrien gewonnen werden können. Auch wenn die mittleren Felder zum Teil ordentliche Übereinstimmungen mit Messungen zeigen, so sind höhere Momente, wie z.B. die Reynolds-Spannungen mit großen Fehlern behaftet, da diese voll parametrisiert werden. Keines der in den letzten Jahrzehnten entwickelten statistischen Turbulenzmodelle ist in der Lage exakte Resultate in unterschiedlichen Strömungskonfigurationen zu liefern, ohne die Modellkonstanten ad hoc für die jeweilige Situation anzupassen. Der Grund hierfür liegt in der Parametrisierung der energietragenden großen Wirbel. Diese werden stark von den jeweiligen Randbedingungen beeinflusst und sind einer universellen Parametrisierung kaum zugänglich. Sie weisen keinen universellen Charakter in unterschiedlichen Strömungen oder gar unterschiedlichen Abschnitten derselben Strömung auf. Die Entwicklung eines allgemeingültigen statistischen Turbulenzmodells erscheint somit als unwahrscheinlich.

Das Gegenstück zur RANS-Modellierung ist die sogenannte DNS. Wie in Abbildung 2.1d gezeigt, werden hierbei alle turbulenten Skalen bis hinunter zur Kolmogorov-Mikroskala η explizit simuliert. Dies ist die exakteste numerische Methode zur Behandlung strömungsmechanischer Probleme, da die Navier-Stokes Gleichungen ohne jegliche Parametrisierungen oder Vereinfachungen in der Zeit integriert werden. Wie später noch gezeigt wird, ist diese Metho-

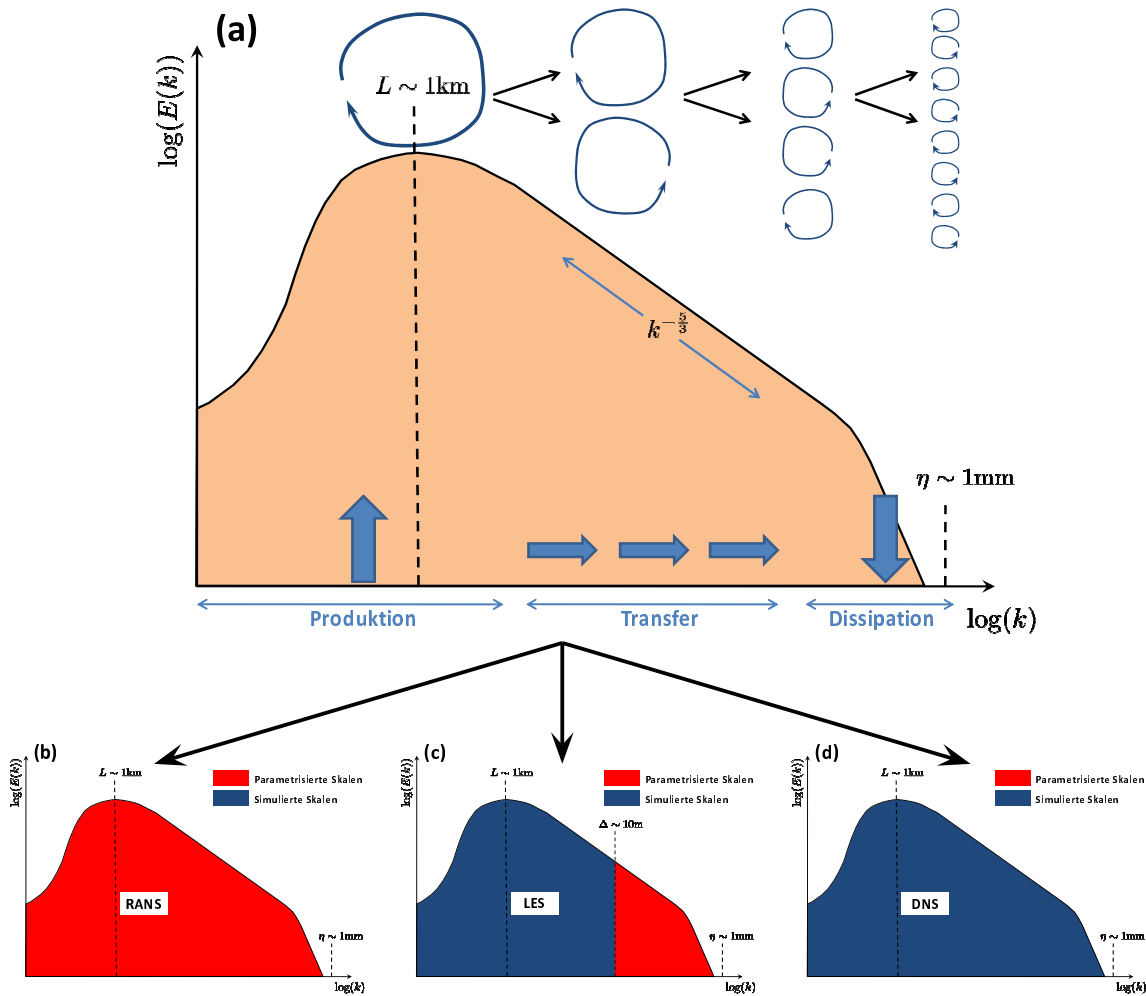


Abbildung 2.1: (a) Schematische Darstellung des 3D Energiespektrums isotroper Turbulenz in Form der spektralen Energiedichte $E(k)$ als Funktion der Wellenzahl k . Zusätzlich eingetragen sind typische (atmosphärische) Größenordnungen der integralen Längenskala L und der Kolmogorov-Skala η . Die skizzierten Wirbelstrukturen im oberen Bereich sowie die Pfeile im unteren Bereich kennzeichnen die Energiekaskade. Abbildungen (b), (c) und (d) zeigen die unterschiedliche Aufteilung der turbulenten Skalen in parametrisierte und explizit simulierte Skalen im Falle von RANS, LES und DNS.

de wegen des immensen Rechenaufwandes aber auf kleine bis mittlere Reynolds-Zahlen ($\text{Re} \sim \mathcal{O}(10^3)$) sowie einfache Geometrien beschränkt und im Bereich der geophysikalischen Strömungen bzw. der Meteorologie ($\text{Re} \sim \mathcal{O}(10^6 - 10^9)$) nicht praktikabel.

LES stellt einen Mittelweg dar zwischen der relativ ungenauen RANS-Technik und der aufgrund fehlender Rechenkapazitäten nicht praktikablen DNS. Die energietragenden, größeren Wirbel (Skalen) werden hierbei explizit simuliert, während lediglich der Einfluss der energieärmeren dissipativen Skalen auf die explizit simulierten Skalen parametrisiert wird. Letzteres erfolgt mit Hilfe eines sogenannten Feinstrukturmodells (engl. *subgrid-scale model*), dessen wesentliche Funktion darin besteht das richtige Maß an Dissipation bereitzustellen. Wie Abbildung 2.1c zeigt, sollte die Grenze zwischen simulierten (Grobstruktur) und modellierten Skalen (Feinstruktur) im sogenannten Trägheitsbereich liegen. Dieser ist geprägt durch Energietransport von groben zu nächst feineren Skalen, ohne signifikante Energieproduktion oder Dissipation (siehe Abb. 2.1a). LES ist üblicherweise exakter als RANS, da sich

die Modellierung auf die kleinen energiearmen Skalen beschränkt. Diese weisen einen deutlich universelleren Charakter auf als die größeren Skalen und lassen sich mit einem relativ einfachen universellen Modell hinreichend gut parametrisieren. Zudem stellen die so parametrisierten turbulenten Flüsse nur einen kleinen Teil der Gesamtflüsse dar, wodurch eventuelle Unzulänglichkeiten der Parametrisierung weniger ins Gewicht fallen. Im Grenzfall eines sehr feinen Modellgitters ($\Delta x_i \rightarrow \eta$) und entsprechender zeitlicher Auflösung geht die LES in eine DNS über.

Bei LES muss zwischen wandauflösender und nicht-wandauflösender LES unterschieden werden. Im Falle wandauflösender LES (engl. *wall-resolving LES*, im Folgenden mit WR-LES bezeichnet) wird das Konzept der Simulation dominierender energietragender Wirbel und Modellierung energieärmerer Wirbel auch für die wandnahe Strömung umgesetzt. Da in der Nähe fester Wände die Skala der dominierenden Wirbel abnimmt, kann dies eine enorme räumliche Auflösung erfordern. In diesem Zusammenhang spricht man gelegentlich auch von quasi-DNS. Bei nicht-wandauflösender LES (engl. *wall-modeling LES*, im Folgenden mit WM-LES bezeichnet) werden sämtliche Skalen in unmittelbarer Wandnähe (einschließlich der energiereichsten Skalen) modelliert. Man spricht daher gelegentlich auch von Hybrid-RANS/LES. Warum nur WM-LES auf absehbare Zeit für meteorologische Anwendungen in Frage kommt, soll mit Hilfe der folgenden Abschätzung des Rechenaufwandes verdeutlicht werden.

Rechenzeitbedarf für DNS, WR-LES, WM-LES und RANS

Für den Fall einer DNS homogener isotroper Turbulenz in einem quaderförmigen periodischen Modellgebiet lässt sich die erforderliche Gitterpunktzahl N relativ einfach abschätzen. Führt man die integrale Längenskala (typische Skala der größten Wirbel) $L = \text{TKE}^{3/2} \epsilon^{-1}$, sowie die Kolmogorov-Skala (typische Skala der kleinsten Wirbel) $\eta = \nu^{3/4} \epsilon^{-1/4}$ ein (siehe z.B. Davidson, 2004), so folgt

$$N_x \approx N_y \approx N_z \sim \frac{L_{Mg}}{\Delta x_i} \sim \left(\frac{L_{Mg}}{L} \right) \frac{L}{\eta} \sim \left(\frac{L_{Mg}}{L} \right) \text{Re}_L^{3/4}, \quad \text{mit} \quad \text{Re}_L = \frac{\sqrt{\text{TKE}} L}{\nu}. \quad (2.1)$$

Hierbei bezeichnet L_{Mg} die Skala des Modellgebietes, welche üblicherweise ein Vielfaches der integralen Längenskala L beträgt, Δx_i ist die erforderliche Gitterweite, ϵ ist die Energiedissipationsrate, ν ist die kinematische Viskosität des betrachteten Mediums (in unserem Falle Luft), TKE ist die turbulente kinetische Energie (pro Masseneinheit) der Strömung und Re_L ist die Reynolds-Zahl basierend auf der integralen Längenskala L .

Die erforderliche Anzahl an Zeitschritten N_t ergibt sich unter Berücksichtigung des Courant-Friedrichs-Levy (CFL)-Kriteriums zu

$$N_t \sim \frac{T_{tot}}{\Delta t} \sim \frac{T_{tot}}{T_L} \frac{T_L}{\eta/u_L} \sim \left(\frac{T_{tot}}{T_L} \right) \text{Re}_L^{3/4}. \quad (2.2)$$

Hierbei ist T_{tot} die gesamte Integrationszeit, die ein Vielfaches der integralen 'Eddy Turnover Time' $T_L = L/u_L$ umfassen sollte und u_L ist die charakteristische Geschwindigkeitsskala der großen Wirbel. Somit folgt für die Gesamtanzahl der Rechenoperationen bzw. für die Rechenzeit im Falle einer DNS

$$(N_x N_y N_z N_t)_{\text{DNS}} \sim \underbrace{\left(\frac{L_{Mg}}{L} \right)^3 \left(\frac{T_{tot}}{T_L} \right)}_{\text{i.d.R.} \gg 1} \text{Re}_L^3. \quad (2.3)$$

Die Rechenzeit steigt also kubisch mit der Reynolds-Zahl, was die Beschränkung heutiger DNS auf $\text{Re}_L \sim \mathcal{O}(10^3)$ erklärt.

Für die LES einer turbulenten Grenzschicht wurden die erforderlichen Gitterpunktsanzahlen bzw. Rechenoperationen erstmals von Chapman (1979) abgeschätzt. Er teilte die Grenzschicht in einen inneren (viskosen) und einen äußeren (nicht viskosen) Bereich ein und berechnete für beide Bereiche separat die notwendige raumzeitliche Auflösung. Im äußeren Bereich skalieren die energiereichen Wirbel mit der Grenzschichtdicke δ . Seine Abschätzung ergab, dass die Anzahl vertikaler Gitterpunkte, welche benötigt werden um einen festen Anteil der TKE explizit zu simulieren, nahezu unabhängig von Re_L ist. Unter zusätzlicher Berücksichtigung der horizontalen Gitterpunkte erhielt Chapman (1979) für den äußeren Bereich

$$(N_x N_y N_z)_{\text{LES_außen}} \sim \text{Re}_L^{0.4}. \quad (2.4)$$

Im inneren Bereich ist hingegen eine weitaus höhere räumliche Auflösung erforderlich. Um die energiereichsten Wirbel in Wandnähe aufzulösen muss Δx_i derart gewählt werden, dass der normierte Gitterpunktsabstand $\Delta x_i^+ = \Delta x_i u_* / \nu$ konstant bleibt. Sinnvolle Werte liegen bei etwa $\Delta x^+ = 100$ in der Horizontalen und $\Delta z^+ = 20$ in der Vertikalen (Chapman, 1979). $u_* = (-\overline{u'w^R})^{0.5}$ ist die Schubspannungsgeschwindigkeit am Boden. Dies führt nach Chapman (1979) zu einer Gitterpunktsanzahl von

$$(N_x N_y N_z)_{\text{LES_innen}} \sim \text{Re}_L^{1.8}. \quad (2.5)$$

Zur Abschätzung der Rechenoperationen muss noch die benötigte Anzahl an Zeitschritten N_t berücksichtigt werden. Der erlaubte Zeitschritt ist proportional zur Zeitskala der kleinsten Wirbel und damit umgekehrt proportional zu deren Längenskala bzw. zur Gitterweite. Dies ergibt $N_t \sim (N_x N_y N_z)^{1/3}$ (siehe auch Gl. (2.2)), so dass für die Rechenzeiten im Falle einer LES folgt

$$(N_x N_y N_z N_t)_{\text{LES_außen}} \sim \text{Re}_L^{0.53}, \quad (2.6)$$

$$(N_x N_y N_z N_t)_{\text{LES_innen}} \sim \text{Re}_L^{2.4}. \quad (2.7)$$

Im Falle von RANS unterscheiden sich die benötigten Gitterpunktsanzahlen nicht signifikant von denen einer LES im äußeren Teil der Grenzschicht. Die enorme Rechenzeitersparnis bei RANS im Vergleich zu LES beruht auf der Tatsache, dass bei RANS keine Zeitintegration notwendig ist um statistische Eigenschaften der Strömung (Mittelwerte, Standardabweichungen, etc.) zu berechnen. Da sämtliche turbulenten Skalen parametrisiert werden kann die Strömung in den meisten Fällen als stationär betrachtet werden. Es reicht also aus für gegebene Randbedingungen die stationäre Gleichgewichtslösung zu berechnen.

Abbildung 2.2 fasst obige Ergebnisse zusammen. Gezeigt ist für eine LES die erforderliche Gitterpunktsanzahl zur Auflösung der Turbulenz im inneren und äußeren Teil der Grenzschicht als Funktion von Re_L . Zum qualitativen Vergleich ist zusätzlich die erforderliche Gitterpunktsanzahl für eine DNS homogener isotroper Turbulenz eingetragen. Die verwendete Proportionalitätskonstante im Falle der DNS-Kurve sollte nicht zu wörtlich genommen werden. Entscheidend ist vielmehr der Unterschied in den Steigungen der verschiedenen Kurven. Man erkennt, dass für eine feste Reynolds-Zahl DNS die meisten Gitterpunkte benötigt. Die Anzahl steigt zudem stark mit Re_L . Allerdings sind die Verhältnisse für WR-LES mit Auflösung der wandnahen Turbulenz ähnlich ungünstig, so dass deren Anwendung auf atmosphärische Grenzschichten ($\text{Re}_L \sim \mathcal{O}(10^8)$) ebenfalls nicht praktikabel ist. Man erkennt, dass

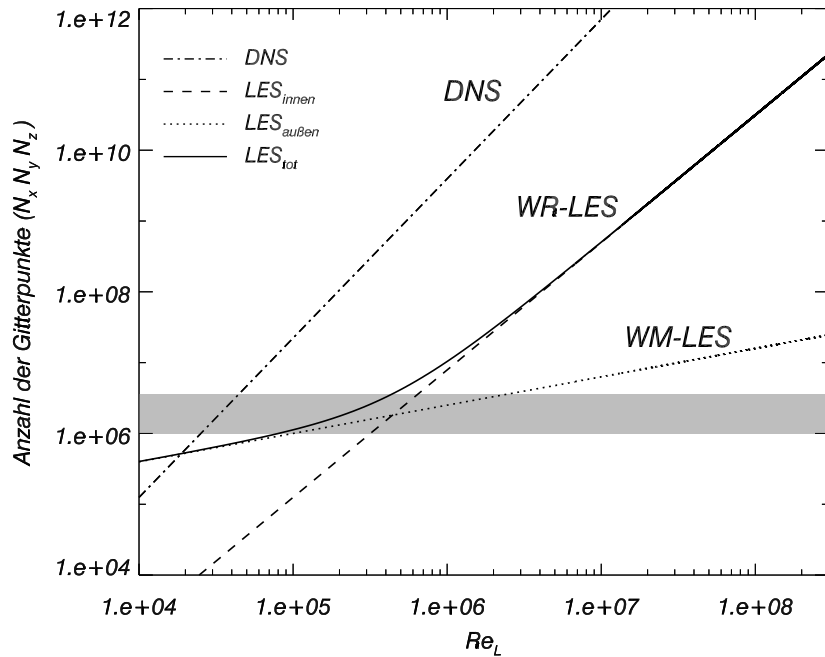


Abbildung 2.2: Zahl der erforderlichen Gitterpunkte zur Auflösung der Turbulenz als Funktion von Re_L im inneren und äußeren Bereich einer Grenzschichtströmung für LES. Zusätzlich gezeigt ist die Abschätzung für eine DNS. Verwendete Proportionalitätskonstanten im Falle von LES, siehe Chapman (1979). Der graue Bereich zeigt eine Abschätzung praktikabler Gitterpunktzahlen bei Verwendung eines Kerns eines AMD Opteron 2.7 GHz. Die in dieser Arbeit verwendeten Gitterpunktzahlen lagen zumeist im markierten Bereich.

bereits ab $Re_L \sim \mathcal{O}(10^6)$ 99% der Gitterpunkte dazu verwendet werden den viskosen inneren Bereich aufzulösen, der jedoch nur einen Bruchteil der gesamten Grenzschicht ausmacht. Die einzige Möglichkeit eine LES von Strömungen mit hohen Reynolds-Zahlen durchzuführen besteht darin, die energietragenden Wirbel lediglich im äußeren Bereich der Strömung zu simulieren und den inneren Bereich mit Hilfe eines statistischen Modells zu modellieren. Zu diesem Zweck werden sogenannte Wandmodelle eingesetzt, welche den Bereich zwischen dem ersten Gitterpunkt (im äußeren Bereich) und der Wand quasi überbrücken. Diese Modelle dienen dazu den Impulsfluss an der Wand abzuschätzen, da dieser ohne Auflösung des inneren Bereiches auf dem groben Modellgitter nicht explizit bestimmt werden kann. Wie in Abb. 2.2 gezeigt, reduziert sich bei der Verwendung von WM-LES der Rechenaufwand drastisch, da der äußere Bereich nur eine geringe Abhängigkeit von Re_L zeigt. Das in dieser Arbeit verwendete LES-Modell gehört ebenfalls zur Gruppe der WM-LES Modelle. Nähere Informationen zur verwendeten Wandmodellierung sind in Abschnitt 2.7.1 zu finden.

2.2 Prognostische Gleichungen

Das entwickelte LES-Modell löst die zeitabhängigen Navier-Stokes-Gleichungen unter Verwendung der anelastischen Approximation (Ogura und Phillips, 1962). Hierdurch wird die explizite Simulation von Schallwellen umgangen, was deutlich größere Zeitschritte Δt für die Zeitintegration erlaubt. Im anelastischen System ist der Zeitschritt im wesentlichen durch die advektiven Geschwindigkeiten und nicht mehr durch die deutlich höhere Phasengeschwindigkeit der Schallwellen begrenzt. Der Nachteil dieser Methode ist, dass aufgrund des Wegfalls

der Dichte als prognostische Größe eine zusätzliche Verträglichkeitsbedingung zwischen dem Druck- und dem Geschwindigkeitsfeld gelöst werden muss. Die genaue Vorgehensweise ist in Abschnitt 2.6 erklärt. Die Diskretisierung des Gleichungssystems erfolgt mittels finiter Differenzen auf einem kartesischen Arakawa C-Gitter. Die Verwendung kartesischer Koordinaten anstelle der weit verbreiteten geländefolgenden Koordinaten hat den Vorteil, dass beliebig steile Orographie behandelt werden kann. Im Falle geländefolgender Koordinaten ist die Steigung der Orographie aus numerischen Gründen zumeist auf Steigungswinkel $\alpha \lesssim 45^\circ$ beschränkt (siehe z.B. Steppeler et al., 2002), was für die geplanten Anwendungen nicht ausreicht. Erst kürzlich ist es gelungen geländefolgende Koordinaten auf wesentlich größere Steigungen anzuwenden (Smolarkiewicz et al., 2007).

Das Modell wird im Folgenden in einen trockenen und einen feuchten Modellteil unterteilt. Prognostische Variablen des trockenen Modellteils sind die Geschwindigkeitskomponenten u , v , w in x -, y - und z -Richtung, der nichthydrostatische Stördruck p'' , die potentielle Temperatur θ , sowie ein passiver Skalar Φ . Der feuchte Modellteil besteht aus einem Wolkenmodell zur Behandlung warmer, regnender Wolken. Als zusätzliche prognostische Variablen stehen daher die spezifische Feuchte q_v , der spezifische Wolken- und Regenwassergehalt q_c und q_r , sowie die Wolken- und Regentropfenanzahlkonzentrationen N_c und N_r zur Verfügung. Eine Beschreibung des Wolkenmodells erfolgt in Abschnitt 2.5.

Ausgehend von den anelastischen Navier-Stokes Gleichungen (Ogura und Phillips, 1962) lassen sich die LES-Gleichungen des trockenen Modellteils wie folgt herleiten (siehe z.B. Moeng und Sullivan, 2003). Sämtliche prognostische Variablen, hier mit χ bezeichnet, werden aufgespalten in einen simulierten ($\bar{\chi}$), und modellierten (χ') Anteil, mit

$$\chi = \bar{\chi} + \chi' . \quad (2.8)$$

Den simulierten Anteil $\bar{\chi}$ erhält man durch Filterung des vollen Feldes χ gemäß

$$\bar{\chi}(x_i, t) = \int_{\Omega} \chi(x'_i, t) G(x_i - x'_i, \bar{\Delta}) dx'_i . \quad (2.9)$$

G ist der dreidimensionale Filterkern (Tiefpassfilter), der eine lokale räumliche Filterung von χ mit einer wählbaren Filterweite $\bar{\Delta}$ bewirkt, Ω kennzeichnet das Modellgebiet und x_i beschreibt die drei Raumrichtungen, mit $i \in [1, 2, 3]$. Wendet man diese Filter-Operation auf das anelastische Gleichungssystem an und nimmt ferner an, dass Filterung und Differentiation vertauscht werden können¹, so folgt für das gefilterte Gleichungssystem:

- Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 \bar{u}_j) = 0 \quad (2.10)$$

- Impulsgleichung

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 \bar{u}_j \bar{u}_i) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p''}{\partial x_i} + B \delta_{i3} + f_k (\bar{u}_j - \bar{u}_{gj}) \epsilon_{ijk} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij}^{\text{FS}} , \quad (2.11)$$

$$\text{mit } B = g \left(\frac{\theta''}{\theta_R} + 0.608 \bar{q}_v - \frac{1}{\gamma} \frac{p''}{p_0} - (\bar{q}_c + \bar{q}_r) \right) \quad (2.12)$$

¹Diese Annahme gilt streng genommen nur für periodische Modellgebiete und konstante Filterweiten $\bar{\Delta}$ (Fureby und Tabor, 1997). Man kann jedoch zeigen, dass der auftretende Kommutationsfehler von gleicher Größenordnung wie der Diskretisierungsfehler der verwendeten numerischen Methoden ist (Moeng und Sullivan, 2003).

Für die Wärmeleichung als Funktion der potentiellen Temperatur θ sowie den passiven Skalar Φ folgt:

- Wärmeleichung

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 \bar{u}_j \bar{\theta}) = \frac{1}{\rho_0 c_{p0}} \left(\frac{p_{00}}{p_0} \right)^{\frac{R_d}{c_{p0}}} \left(\bar{Q}^h - \frac{\partial}{\partial x_j} F_j^h \right) \quad (2.13)$$

- Passiver Skalar

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 \bar{u}_j \bar{\Phi}) = \frac{1}{\rho_0} \bar{Q}^s - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} F_j^s \quad (2.14)$$

Hierbei wurde die Einsteinsche Summennotation angewendet. \bar{u}_i sind die gefilterten Geschwindigkeitskomponenten, g ist die Erdbeschleunigung, f_k ist der Coriolis-Parameter, \bar{u}_{gj} ist der geostrophische Wind in j -Richtung, ϵ_{ijk} ist der Epsilon-Tensor, δ_{ik} ist das Kronecker-Delta, p_0 ist ein vertikal variabler aber zeitlich konstanter Druck, ρ_0 bezeichnet eine vertikal variable Dichte, $p_{00} = 1013 \text{ hPa}$ ist ein konstanter Referenzdruck, R_d ist die spezifische Gaskonstante für trockene Luft, c_{p0} ist die spezifische Wärmekapazität für trockene Luft bei konstantem Druck, \bar{Q}^h bzw. \bar{Q}^s beschreiben Quellen/Senken diabatischer Prozesse sowie des passiven Skalars, B ist der Auftriebsterm, γ ist der Quotient der spezifischen Wärmekapazitäten bei konstantem Druck c_{p0} und konstantem Volumen c_{v0} , θ_R ist die potentielle Temperatur des Referenzzustandes (anfängliches Profil), und das zweifache Hochkomma bezeichnet Abweichungen vom Referenzwert.

Die Filterung führt zu zusätzlichen viskosen Spannungstermen (sogenannten Feinstrukturspannungen) der Form τ_{ij}^{FS} für den Impuls und zu nicht aufgelösten Flüssen F_j^h bzw. F_j^s für die potentielle Temperatur und Skalare. Die Feinstrukturspannungen werden im Folgenden mit *FS-Spannungen*, die Feinstrukturflüsse mit *FS-Flüsse* abgekürzt. Es gilt:

$$\tau_{ij}^{FS} = \rho_0 (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j) \quad (2.15)$$

$$F_j^h = \rho_0 (\bar{u}_j \bar{\theta} - \bar{u}_j \bar{\theta}) \quad (2.16)$$

$$F_j^s = \rho_0 (\bar{u}_j \bar{\chi} - \bar{u}_j \bar{\Phi}) \quad (2.17)$$

Diese FS-Spannungen bzw. Flüsse stellen den Einfluss der nicht aufgelösten Skalen auf die explizit aufgelösten Skalen dar. Da diese Feinstrukturanteile nicht durch die aufgelösten Felder $\bar{\chi}$ ausgedrückt werden können (unbekannte Terme der Form $\bar{u}_j \bar{\chi}$), entsteht ein Schließungsproblem ähnlich dem der Reynolds-Mittelung. Zur Schließung des Gleichungssystems wird ein sogenanntes Feinstrukturmodell (*FS-Modell*) verwendet, welches die unbekanntenen Flüsse und Spannungen unter Verwendung bekannter Größen parametrisiert.

2.3 Verwendete Feinstrukturmodelle

Die Grundidee der Feinstrukturmodellierung besteht darin, Modelle M zu entwickeln, welche die unbekanntenen (exakten) FS-Spannungen bzw. Flüsse unter Verwendung der bekannten

Größen $\bar{\chi}$ möglichst gut nachbilden. D.h. es soll gelten

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij}^{FS} \approx \frac{\partial}{\partial x_j} M(\bar{u}_i), \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} F_j^h \approx \frac{\partial}{\partial x_j} M(\bar{u}_i, \bar{\theta}), \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} F_j^s \approx \frac{\partial}{\partial x_j} M(\bar{u}_i, \bar{\Phi}). \quad (2.20)$$

Im Laufe der letzten Jahrzehnte wurde eine Vielzahl an Modellen entwickelt, welche die obige Bedingung mehr oder weniger gut erfüllen. Hierzu zählen z.B. Wirbelviskositätsmodelle in der RANS-Tradition (Smagorinsky, 1963; Deardorff, 1980), ihre dynamischen Pendanten (Stoll und P.-Agel, 2008; Davidson, 1997), Skalenähnlichkeitsmodelle die den Multiskalencharakter der Turbulenz ausnutzen (Bardina et al., 1980), sowie komplexere Modelle basierend auf Inverser Modellierung, wie z.B. das 'Approximate Inverse Modeling' (AIM) (Geurts, 1997) oder das 'Approximate Deconvolution Modeling' (ADM) (Stolz et al., 2001), um nur einige zu nennen.

Im Rahmen dieser Arbeit und einiger vorbereitender Arbeit (Reinert, 2005) wurden zwei FS-Modelle aus der Gruppe der Wirbelviskositätsmodelle implementiert. Diese zeichnen sich vor allem durch verhältnismäßig geringen Rechenaufwand und gute numerische Stabilität aus. Es handelt sich um das wahrscheinlich einfachste und immer noch weit verbreitete Lilly-Smagorinsky-Modell (Lilly, 1962), sowie das Eingleichungsmodell nach Deardorff (1980). Trotz der bekannten Defizite dieser Modelle, wie z.B. der Vernachlässigung des lokalen Energietransportes von kleinen zu großen Skalen (engl. *backscatter*) und ihres daraus resultierenden absolut dissipativen Charakters, wurden die Modelle mit Erfolg in vielen Simulationen eingesetzt. Der Grund für den Erfolg ist, dass die Details der FS-Modellierung relativ unbedeutend sind, solange die Maschenweite des Modellgitters klein im Verhältnis zur Größe der energietragenden Wirbel ist. Viele Untersuchungen haben gezeigt, dass in diesem Fall die Ergebnisse nur moderat von der FS-Modellierung beeinflusst werden (siehe z.B. Nieuwstadt et al., 1993; Beare et al., 2006). Die folgenden Abschnitte stellen die verwendeten FS-Modelle in Grundzügen vor.

2.3.1 Das Lilly-Smagorinsky-Modell

Das Lilly-Smagorinsky-Modell (Lilly, 1962) ist ein algebraisches Modell. Es basiert auf der Annahme lokalen Gleichgewichts zwischen mechanischer Produktion und Dissipation von Feinstruktur-TKE (FS-TKE).

Die Modellierung erfolgt in Analogie zum Newtonschen Viskositätsgesetz. Der FS-Spannungstensor wird dazu in den Deviator τ_{ij}^D und den Kugeltensor zerlegt, so dass gilt:

$$\tau_{ij}^{FS} = \tau_{ij}^D + \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} \quad (2.21)$$

Der Deviator, der auch als anisotroper Anteil des FS-Tensors bezeichnet werden kann, wird über den Wirbelviskositätsansatz mit dem Deformationsgeschwindigkeitstensor (kurz: Deformationstensor) \bar{S}_{ij} verknüpft.

$$\tau_{ij}^D \approx \tau_{ij}^{\text{mod}} = -2\rho_0 K_m \left(\bar{S}_{ij} - \frac{1}{3} \bar{S}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (2.22)$$

Der Index *mod* verdeutlicht, dass das Modell nur eine Approximation des exakten Deviators aus Gl. (2.21) darstellt. Hierbei bezeichnet K_m den noch unbekanntem Austauschkoefizienten für Impuls und \overline{S}_{ij} ist gegeben durch

$$\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.23)$$

Der isotrope Anteil $\frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij}$ (Kugeltensor) wird nicht modelliert. Da dieser formal nicht vom Druck unterschieden werden kann, wird angenommen, dass er im Stördruck p'' enthalten sei.

Das eigentliche Lilly-Smagorinsky-Modell liefert einen Ausdruck für den noch unbekanntem Austauschkoefizienten K_m . Dimensionsbetrachtungen legen nahe, dass K_m als Produkt einer Längenskala L und einer Geschwindigkeitsskala U gebildet werden sollte. Eine geeignete Längenskala liefern die nicht aufgelösten Wirbel und als Geschwindigkeitsskala wird die charakteristische Geschwindigkeit der aufgelösten Skalen gewählt. Unter Verwendung eines zusätzlichen Terms, der den Einfluss von Auftriebseffekten berücksichtigt folgt für das Lilly-Smagorinsky-Modell

$$K_m = \begin{cases} (C_s \Delta)^2 |\overline{S}_{ij}| \sqrt{1 - \text{Ri}} & \text{falls } \text{Ri} < 1 \\ \nu_{\text{Luft}} & \text{falls } \text{Ri} \geq 1, \end{cases} \quad (2.24)$$

mit der kinematischen Viskosität von Luft ν_{Luft} , der Norm des Deformationstensors

$$|\overline{S}_{ij}| = (2 \overline{S}_{ij} \overline{S}_{ij})^{\frac{1}{2}}, \quad (2.25)$$

der Gradient-Richardson-Zahl

$$\text{Ri} = \frac{\frac{g}{\theta_v} \frac{\partial \overline{\theta}_n}{\partial z}}{2 \overline{S}_{ij} \overline{S}_{ij}}, \quad (2.26)$$

sowie der mittleren Maschenweite $\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$. C_s ist eine empirische Konstante, die auch unter dem Namen *Smagorinsky-Konstante* bekannt ist. Ihr Wert hängt unter anderem von den Eigenschaften der Strömung sowie der verwendeten Numerik ab. Die in der Literatur angegebenen Werte liegen je nach Strömung im Bereich $0.065 \leq C_s \leq 0.2$ (siehe Clark et al. (1979) sowie Moin und Kim (1982) für obere und untere Grenze). Da der optimale Wert für C_s selbst von der Position innerhalb der Strömung beeinflusst wird, wurden dynamische Methoden entwickelt um C_s in Abhängigkeit von Raum und Zeit entsprechend den lokalen Eigenschaften der Strömung anzupassen (Stoll und P.-Agel, 2008). Eine weitere mögliche Erweiterung des Lilly-Smagorinsky-Modells besteht in der Umwandlung des deterministischen und strikt dissipativen FS-Modells in ein stochastisches Modell zur Berücksichtigung von *Backscatter* (siehe Mason und Thomson, 1992). Beide Methoden gehen jedoch über den Rahmen dieser Arbeit hinaus. Stattdessen wird für die Smagorinsky-Konstante der Wert $C_s = 0.1$ verwendet. Dieser wird für Scherströmungen allgemein akzeptiert.

Zusammenfassend wird der anisotrope Anteil der FS-Spannungen für $\text{Ri} < 1$ wie folgt modelliert:

$$\tau_{ij}^{\text{mod}} = -2\rho_0 l_0^2 |\overline{S}_{ij}| \sqrt{1 - \text{Ri}} \left(\overline{S}_{ij} - \frac{1}{3} \overline{S}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (2.27)$$

Hierbei wurden C_s und Δ zum Mischungsweg $l_0 = C_s \Delta$ zusammengefasst. Im Falle von $\text{Ri} \geq 1$ vereinfacht sich die Modellierung zu

$$\tau_{ij}^{\text{mod}} = -2\rho_0 \nu_{\text{Luft}} \left(\overline{S}_{ij} - \frac{1}{3} \overline{S}_{kk} \delta_{ij} \right). \quad (2.28)$$

Die FS-Flüsse für skalare Größen werden analog mit einem Gradient-Ansatz modelliert. Es gilt

$$F_j^h \approx F_j^{h \text{ mod}} = -\rho_0 c_{p0} K_h \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j}, \quad (2.29)$$

$$F_j^s \approx F_j^{s \text{ mod}} = -\rho_0 K_h \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x_j}. \quad (2.30)$$

Der Austauschkoefizient K_h für skalare Größen wird berechnet über

$$K_h = \text{Pr}_{FS}^{-1} K_m. \quad (2.31)$$

Hierbei bezeichnet Pr_{FS} die FS-Prandtl-Zahl¹. Obwohl Pr_{FS} , ähnlich wie C_s Abhängigkeiten von Strömungseigenschaften sowie der Art des advehierten Skalars zeigt, wird in dieser Arbeit ein konstanter Wert $\text{Pr}_{FS} = 0.74$ verwendet. Dieser Wert gilt streng genommen nur für neutrale Schichtung (Mason und Brown, 1999).

2.3.2 Das Eingleichungsmodell nach Deardorff

Bei diesem Modell wird die im Lilly-Smagorinsky-Modell gemachte Annahme eines lokalen Gleichgewichts zwischen mechanischer Produktion und Dissipation von FS-TKE \bar{e}' verworfen. Stattdessen wird eine zusätzliche Transportgleichung für die FS-TKE gelöst. Dies bringt Vorteile in Strömungen mit starker Scherung und großen Inhomogenitäten.

Die FS-TKE \bar{e}' ist mit dem in Abschnitt 2.3.1 eingeführten isotropen Anteil der FS-Spannungstensors (Kugeltensor) verknüpft. Es gilt:

$$\bar{e}' = \frac{1}{2} (\overline{u_k u_k} - \bar{u}_k \bar{u}_k) = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0} \tau_{kk} \quad (2.32)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = \frac{2}{3} \rho_0 \bar{e}' \delta_{ij} \quad (2.33)$$

In Analogie zum Lilly-Smagorinsky-Modell wird für die FS-Spannungen der Wirbelviskositätsansatz verwendet. Wiederum wird nur der anisotrope Anteil gemäß

$$\tau_{ij}^D \approx \tau_{ij}^{\text{mod}} = -2\rho_0 K_m \left(\bar{S}_{ij} - \frac{1}{3} \bar{S}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (2.34)$$

modelliert, während der isotrope Anteil des FS-Tensors $\frac{2}{3} \rho_0 \bar{e}' \delta_{ij}$ dem Stördruck p'' zugeschlagen wird. Zur Berechnung des Impuls-Austauschkoefizienten K_m wird anstatt der Norm des Deformationstensors die Wurzel der FS-TKE als charakteristische Geschwindigkeitsskala verwendet. Es gilt:

$$K_m = 0.1 l \sqrt{\bar{e}'} \quad (2.35)$$

Der Austauschkoefizient für Skalare K_h wird über eine stabilitätsabhängige Prandtl-Zahl mit K_m verknüpft.

$$K_h = \left(1 + 2 \frac{l}{\Delta} \right) K_m, \quad (2.36)$$

¹Die unterschiedliche Bezeichnung der Kennzahl als Prandtl-Zahl im Falle von Temperatur und Schmidt-Zahl für sonstige Skalare wird hier vernachlässigt.

mit

$$l = \begin{cases} \Delta & , \text{ falls } \frac{\partial \bar{\theta}_v}{\partial z} \leq 0 \\ \min \left(\Delta, 0.76 \sqrt{\bar{e}'} \left(\frac{g}{\theta_{v0}} \frac{\partial \bar{\theta}_v}{\partial z} \right)^{-1/2} \right) & , \text{ falls } \frac{\partial \bar{\theta}_v}{\partial z} > 0 , \end{cases} \quad (2.37)$$

wobei $\bar{\theta}_v$ den aufgelösten Anteil der virtuellen potentiellen Temperatur und θ_{v0} dessen Referenzzustand beschreibt.

Eine prognostische Gleichung für die noch unbekannte FS-TKE \bar{e}' in Gl. (2.35) erhält man mit Hilfe von Gl. (2.32) über den Ansatz

$$\frac{\partial \bar{e}'}{\partial t} = \overline{u_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} - \bar{u}_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} . \quad (2.38)$$

Einsetzen von Gl. (2.11), sowie der ungefilterten anelastischen Approximation für $\frac{\partial u_i}{\partial t}$ liefert unter Vernachlässigung des Coriolis-Terms (siehe z.B. Deardorff (1980) oder Moeng (1984))

$$\frac{\partial \bar{e}'}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 \bar{e}' \bar{u}_j) = \underbrace{\frac{g}{\theta_{v0}} \overline{u'_i \theta'_v} \delta_{i3}}_{A_e} - \underbrace{\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}_{B_e} - \underbrace{\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{\rho_0 u'_j \left(e' + \frac{p'''}{\rho_0} \right)} \right]}_{C_e} \underbrace{- \epsilon}_{D_e} , \quad (2.39)$$

mit $e' = 0.5 u_j'^2$ und dem nicht aufgelösten Anteil des Stördruckes p''' . Die Terme auf der rechten Seite können wie folgt interpretiert werden:

- A_e : Produktion/Dissipation durch Auftriebseffekte
- B_e : Mechanische Produktion durch aufgelösten Anteil der Strömung
- C_e : Transport durch FS-Anteil der Strömung
- D_e : Viskose Dissipation

Die Parametrisierung dieser Terme, bzw. der darin enthaltenen unbekanntenen FS-Flüsse erfolgt in Analogie zu Deardorff (1980).

$$A_e \approx -K_h \frac{g}{\theta_{v0}} \frac{\partial \bar{\theta}_v}{\partial z} , \quad (2.40)$$

$$B_e \approx -\frac{1}{\rho_0} \left(\tau_{ij}^{\text{mod}} + \frac{2}{3} \rho_0 \bar{e}' \delta_{ij} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} , \quad (2.41)$$

$$C_e \approx \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[2 \rho_0 K_m \frac{\partial \bar{e}'}{\partial x_j} \right] , \quad (2.42)$$

$$D_e \approx -C_\epsilon \frac{1}{l} \bar{e}'^{3/2} , \quad (2.43)$$

mit $C_\epsilon = 0.42 + (0.51 \frac{l}{\Delta})$ (siehe Moeng und Wyngaard, 1988). Die skalaren FS-Flüsse für θ sowie Φ werden analog zum Lilly-Smagorinsky-Modell mit Hilfe der Gleichungen (2.29) und (2.30) bestimmt.

2.3.3 Vergleich der FS-Modelle

Das Eingleichungsmodell besitzt im Vergleich zum Lilly-Smagorinsky-Modell eine Reihe von Vorteilen: Während das Lilly-Smagorinsky-Modell nur den Deviator der FS-Spannungen τ_{ij}^D modelliert, steht mit dem Eingleichungsmodell ein Modell für den gesamten FS-Spannungstensor τ_{ij}^{FS} zur Verfügung. Dies bringt insbesondere Vorteile bei der Validierung von Modellergebnissen gegen Messungen oder DNS-Daten. Gemessene Spannungen $\tau_{ij}(u_i)$ lassen sich wie folgt aufspalten:

$$\tau_{ij}(u_i) \approx \tau_{ij}(\bar{u}_i) + \tau_{ij}^{mod}(\bar{u}_i) + \frac{2}{3}\rho_0\bar{e}'\delta_{ij} \quad (2.44)$$

Hierbei ist $\tau_{ij}(\bar{u}_i)$ der durch das LES-Modell explizit simulierte Anteil, $\tau_{ij}^{mod}(\bar{u}_i)$ ist der durch das FS-Modell modellierte anisotrope Anteil und $\frac{2}{3}\rho_0\bar{e}'\delta_{ij}$ ist der isotrope Anteil. Während das Lilly-Smagorinsky-Modell keinen Ausdruck für die Berechnung des isotropen Anteils bereitstellt, lässt sich dieser im Eingleichungsmodell mit Hilfe der prognostischen FS-TKE-Gleichung explizit berechnen. Dadurch ist bei Verwendung des Eingleichungsmodells ein direkter Vergleich zwischen gemessenen und simulierten Normalspannungen möglich. Das Lilly-Smagorinsky-Modell erlaubt einen solchen Vergleich streng genommen nicht. Der isotrope Anteil kann hierbei lediglich a-posteriori über eine algebraische Beziehung abgeschätzt werden. In dieser Arbeit wird folgende, von Mason (1989) vorgeschlagene Abschätzung verwendet:

$$\frac{2}{3}\rho_0\bar{e}'\delta_{ij} = \frac{2}{3}\rho_0\frac{\langle K_m^2 \rangle}{l_0^2 a^2}\delta_{ij} \quad (2.45)$$

Hierbei ist $\langle K_m \rangle$ der zeitlich gemittelte Austauschkoefizient für Impuls, l_0 der im Smagorinsky-Modell verwendete Mischungsweg und $a^2 = -u'w'/TKE \approx 0.3$ das Verhältnis zwischen dem kinematischen Impulsfluss am Boden und der turbulenten kinetischen Energie (engl. *stress-energy ratio*, siehe Mason, 1989). In Bodennähe gelten die einfließenden Modellannahmen (wie z.B. Isotropie der FS-Turbulenz und konstantes a^2) nicht, so dass bei der Anwendung dieser Beziehung und der Ergebnisinterpretation Vorsicht geboten ist.

Das Eingleichungsmodell hat darüberhinaus den Vorteil, dass die FS-Spannungen in laminaren Bereichen der Strömung verschwinden, da \bar{e}' gegen 0 tendiert. Dieses gewünschte Verhalten zeigt das Lilly-Smagorinsky-Modell aufgrund der Proportionalität $K_m \sim |\bar{S}_{ij}|$ nicht. Diesen Vorteilen des Eingleichungsmodells steht als Nachteil eine erhöhte Rechenzeit gegenüber. In unserem Modell erhöht sich die Rechenzeit beim Übergang vom Lilly-Smagorinsky- zum Eingleichungsmodell um ca. 10 – 15 %. Ebenso wie das Lilly-Smagorinsky-Modell ist auch das Eingleichungsmodell strikt dissipativ und kann keinen Energie-Backscatter beschreiben. Zudem ist der Ansatz für transitionelle Strömungen ungeeignet, da sämtliche Produktionsterme in der prognostischen Gleichung für \bar{e}' proportional zu \bar{e}' sind. Dies stellt in unserem Fall jedoch keine Einschränkung dar, da bei dem zu untersuchenden Phänomen von a-priori vorhandener Turbulenz ausgegangen wird.

2.4 Berücksichtigung komplexer Orographie

Durch die Verwendung eines kartesischen Gitters ist das Modell prinzipiell in der Lage komplexe Orographie mit Steigungen bis zu 90° zu berücksichtigen. Die Orographie wird in kartesischen Modellen üblicherweise stufenförmig approximiert, indem Gitterzellen entweder vollständig der Atmosphäre oder der Orographie zugeordnet werden. Zur Verfeinerung

dieser Approximation wird in diesem Modell die sogenannte *Methode der viskosen Topographie* verwendet (Mason und Sykes, 1978). Diese war bereits Bestandteil der mesoskaligen Modellversion und wurde für die LES-Version adaptiert. Sie soll hier in ihren Grundzügen erläutert werden.

Die Methode beruht darauf, die Überströmung von Topographie als 2-Flüssigkeits-Problem zu behandeln, wobei Atmosphäre und Topographie jeweils eine sehr geringe bzw. nahezu unendliche Viskosität zugeordnet werden. Durch diesen Kunstgriff können die Modellgleichungen und insbesondere die Poissongleichung für den Druck auf dem gesamten rechteckigen Modellgebiet gelöst werden, ohne den genauen Verlauf der komplexen Grenzfläche Atmosphäre-Orographie berücksichtigen zu müssen. Nimmt man an, dass jedem atmosphärischen Gitterpunkt die Viskosität K_m und jedem Gitterpunkt innerhalb der Orographie die Viskosität $\nu_s \rightarrow \infty$ zugeordnet wird, so resultiert wiederum eine stufenförmige Approximation der Topographie. Diese Approximation lässt sich verfeinern, indem der viskose Spannungsterm τ_{ij} in der von der Orographie geschnittenen Zelle geeignet modifiziert wird. Die Modifikation von τ_{ij} erfolgt durch Verwendung einer sogenannten *interpolierten Viskosität* ν_{int} , wodurch dem Modell die exakte Position der Orographie innerhalb der geschnittenen Gitterzelle mitgeteilt werden kann, ohne die Struktur der diskretisierten Gleichungen verändern zu müssen. Die übrigen Terme der Navier-Stokes Gleichung (2.11) werden unter der Annahme stufenförmiger Orographie berechnet.

Die Methode wird in 3 Dimensionen angewendet. Sie soll hier exemplarisch für die Komponente des Spannungstensors

$$\tau_{13} = -\rho_0 K_m \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.46)$$

beschrieben werden. Abbildung 2.3 zeigt einen Schnitt durch eine vertikale Gitterreihe, die von der Orographie S am Punkt R geschnitten wird. Die u -Definitionspunkte sind durch Punkte gekennzeichnet, die Definitionspunkte der Austauschkoefizienten durch Kreuze (man beachte das versetzte Gitter). Die Viskosität ν_s innerhalb der Orographie wird als sehr hoch angenommen. Außerhalb der Orographie wird der Austauschkoefizient K_m verwendet, der durch das FS-Modell bereitgestellt wird. Innerhalb der geschnittenen Gitterzelle lautet das Analogon zu (2.46) in diskretisierter Form:

$$\tau_{13} \approx -\rho_0 \nu_{\text{int}} \frac{u_Q - u_P}{\Delta} \quad (2.47)$$

Die zu beiden Seiten von S in die Berechnung eingehenden Geschwindigkeiten u_Q und u_P spannen die sogenannte Interpolationsschicht der Dicke Δ auf (siehe Abb. 2.3). Der Abstand zwischen u_P und der Grenzfläche S sei im Folgenden mit ϵ bezeichnet.

Ziel ist es die interpolierte Viskosität ν_{int} derart zu wählen, dass die auf dem Modellgitter berechnete Spannung (2.47) den gleichen Wert hat wie die Spannung die man unter der Annahme $u = 0 \text{ ms}^{-1}$ am Punkt R erhält. Zur Berechnung von ν_{int} wird Kontinuität der Spannung über die Grenzfläche S hinweg gefordert. Diese Forderung ist im diskretisierten Fall äquivalent zu der Annahme konstanter Spannung innerhalb der Interpolationsschicht. Aus diesem Grund lässt sich τ_{13} auf folgende unterschiedliche Arten einmal außerhalb und einmal innerhalb der Orographie approximieren:

$$\tau_{13} \approx -\rho_0 K_m \frac{u_Q - u_R}{\Delta - \epsilon} = -\rho_0 \nu_s \frac{u_R - u_P}{\epsilon} \quad (2.48)$$

Eliminiert man u_R aus dieser Gleichung, so folgt für τ_{13}

$$\tau_{13} = -\frac{\rho_0 K_m \nu_s (u_Q - u_P)}{K_m \epsilon + \nu_s (\Delta - \epsilon)}. \quad (2.49)$$

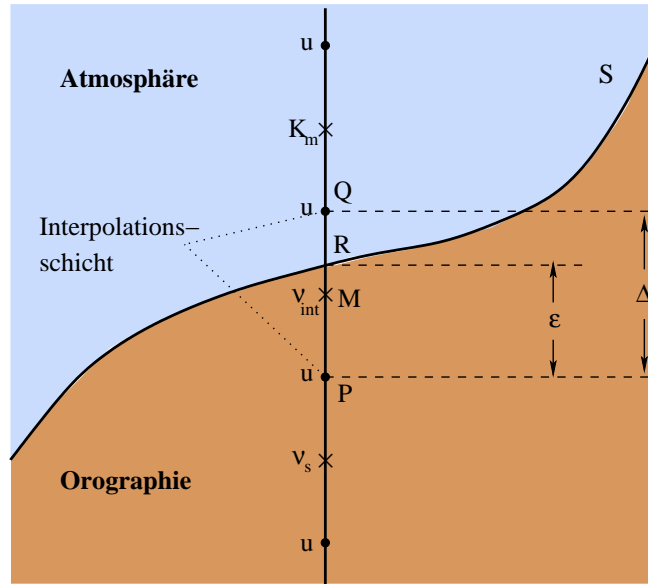


Abbildung 2.3: Schemazeichnung zur Erläuterung der Methode der viskosen Orographie anhand der Komponente τ_{13} des Spannungstensors.

Setzt man (2.49) mit der im Modell verwendeten Diskretisierung (2.47) gleich, so folgt für die gesuchte Viskosität ν_{int}

$$\nu_{int} = \frac{K_m \nu_s \Delta}{K_m \epsilon + \nu_s (\Delta - \epsilon)}. \quad (2.50)$$

Bei der Anwendung dieser Methode in der Praxis, vermeiden wir den Grenzübergang $\nu_s \rightarrow \infty$ aufgrund einer theoretisch möglichen Singularität im Falle $\Delta = \epsilon$. Stattdessen verwenden wir die Approximation

$$\nu_{int} \approx K_m \frac{\nu_s \Delta}{c\epsilon + \nu_s (\Delta - \epsilon)}, \quad (2.51)$$

mit einem konstanten, größenordnungsmäßig korrekten Austauschkoefizienten c und $\nu_s = 10^{16} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Diese Approximation ist gültig, solange $K_m / \nu_s \ll \Delta / \epsilon - 1$ gilt, was nahezu immer der Fall ist. Auch numerisch ist (2.51) Gleichung (2.50) vorzuziehen, da der zweite Faktor in (2.51) lediglich einmal zu Beginn des Modelllaufs berechnet werden muss. Dieser Faktor kann als zeitlich konstante Korrektur der zeitabhängigen Austauschkoefizienten K_m am ersten Gitterpunkt außerhalb der Orographie angesehen werden.

2.5 Parametrisierung der Wolkenmikrophysik

Da ein wesentliches Ziel dieser Arbeit darin besteht, die Wolkenbildung im Lee isolierter Berge zu untersuchen, wurde das LES-Modell um ein vollständiges Wolkenmodell erweitert. Das Modell baut auf den Wolkenmodellen von Nickerson (1986) und Chaumerliac et al. (1987) auf. Es ist ein sogenanntes 2-Momente-Schema, welches in der Lage ist warme regnende Wolken zu simulieren¹. Eine Validierung des Modells für den Fall einer regnenden 2D

¹Auf den Einbau einer Eisphase wurde verzichtet, da alle bisherigen Beobachtungen nahelegen, dass Bannerwolken im Wesentlichen aus (unterkühlten) Wassertröpfchen bestehen. Die Physik der Eisphase erscheint

Cumulus-Wolke gemäß Grabowski und Smolarkiewicz (1996) ist in Abschnitt 3.2 beschrieben. Eine 1D-Version dieses Schemas, allerdings mit modifizierten Nukleations- und Sedimentationsparametrisierungen, wurde bereits erfolgreich für regnende marine Stratocumulus-Wolken validiert (Trautmann, 1997). Im Folgenden werden die wesentlichen Elemente des Wolkenmodells beschrieben.

Zwei-Momente-Schemata beruhen auf der Annahme, dass die zeitliche Entwicklung der Tropfengrößenverteilung hinreichend durch zwei Momente dieser Verteilung charakterisiert werden kann. Zunächst wird das Tropfenspektrum in 2 disjunkte Größenklassen unterteilt: Wolken- und Regentropfen. In unserem Fall wird angenommen, dass für beide Klassen die Größenverteilung durch eine Lognormalverteilung approximiert werden kann. Somit gilt für die differentielle Anzahlkonzentration dN_i als Funktion des Tropfendurchmessers D

$$dN_i = \frac{N_i}{\sqrt{2\pi}\sigma_i D} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_i^2} \ln^2\left(\frac{D}{D_{i,0}}\right)\right] dD, \quad (2.52)$$

mit $i \in [c, r]$, welche die Größenklassen des Wolken- (c) bzw. Regenwassers (r) kennzeichnen. N_i ist die Gesamtanzahlkonzentration, σ_i die spektrale Breite und $D_{i,0}$ der Median-Durchmesser der jeweiligen Klasse i . Das Wolkenmodell berechnet das Nullte und Dritte Moment $M^{k=0}$ bzw. $M^{k=3}$ der Wolken- und Regentropfen Anzahldichteverteilungen (2.52). Physikalisch gesehen sind dies die Tropfenanzahlkonzentration N_i und der spezifische Wassergehalt q_i . Es gilt:

$$M_i^{k=0} = N_i = \int_0^\infty \frac{dN_i}{dD} dD \quad (2.53)$$

$$M_i^{k=3} = q_i = \frac{1}{\rho_0} \int_0^\infty m(D) \frac{dN_i}{dD} dD = \frac{\pi \rho_w}{6 \rho_0} N_i D_{i,0}^3 \exp\left(\frac{9}{2}\sigma_i^2\right), \quad (2.54)$$

mit $m(D) = (\pi/6) \rho_w D^3$ der Masse kugelförmiger Tröpfchen und den Dichten von Wasser ρ_w und Luft ρ_0 . Die Unbekannten des Modells sind somit N_i , q_i , σ_i , und $D_{i,0}$. N_i und q_i werden über prognostische Gleichungen bestimmt (siehe unten). Eine zusätzliche Beziehung für eine der beiden noch unbekanntenen Größen σ_i und $D_{i,0}$ liefert Gleichung (2.54). Das System bestehend aus (2.52)–(2.54) ist demnach unterbestimmt, so dass eine Variable als externer Parameter festgesetzt werden muss. Wir haben uns entschieden die spektrale Breite σ_i festzusetzen. Geeignete Werte finden sich z.B. bei Nickerson (1986) oder Chaumerliac et al. (1987). Sind N_i und q_i bekannt und σ_i festgelegt, so lässt sich mit Hilfe von (2.54) der mediane Tröpfchendurchmesser $D_{i,0}$ berechnen. Dadurch können sowohl optische Parameter der Wolke, als auch die Sedimentationsgeschwindigkeit der Wolken- und Regentropfen bestimmt werden.

somit als vernachlässigbar.

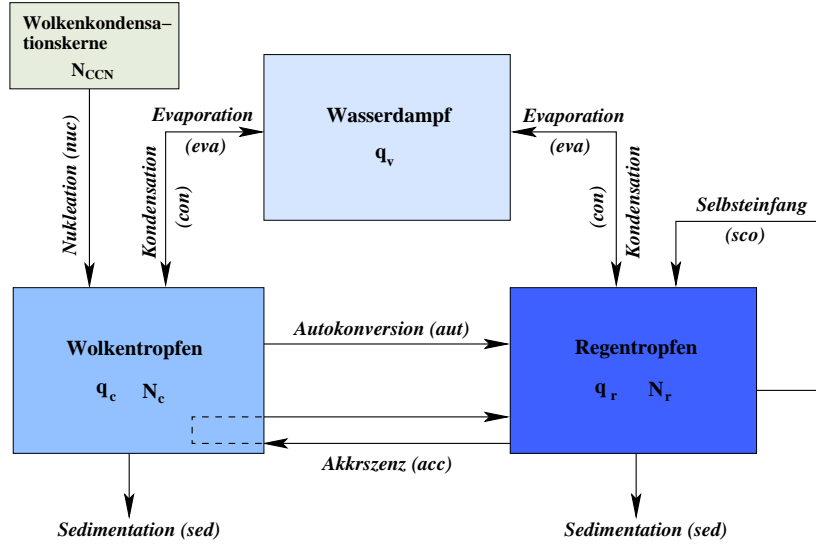


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung der berücksichtigten mikrophysikalischen Prozesse und Klassen. In Klammern sind die im Text verwendeten Kürzel vermerkt.

Die Bilanzgleichungen für die prognostisch berechneten Momente N_i und q_i lauten

$$\frac{\partial q_c}{\partial t} = \frac{adv/dif}{\partial t} + \frac{nuc}{\partial t} + \frac{con/eva}{\partial t} + \frac{acc}{\partial t} + \frac{aut}{\partial t} + \frac{sed}{\partial t}, \quad (2.55)$$

$$\frac{\partial N_c}{\partial t} = \frac{adv/dif}{\partial t} + \frac{nuc}{\partial t} + \frac{eva}{\partial t} + \frac{acc}{\partial t} + \frac{aut}{\partial t} + \frac{sed}{\partial t}, \quad (2.56)$$

$$\frac{\partial q_r}{\partial t} = \frac{adv/dif}{\partial t} + \frac{con/eva}{\partial t} + \frac{acc}{\partial t} + \frac{aut}{\partial t} + \frac{sed}{\partial t}, \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial N_r}{\partial t} = \frac{adv/dif}{\partial t} + \frac{eva}{\partial t} + \frac{aut}{\partial t} + \frac{sco}{\partial t} + \frac{sed}{\partial t}. \quad (2.58)$$

Die Einfluss der mikrophysikalischen Prozesse auf die Dynamik (über den Auftriebsterm B) wird in Form von Quellen/Senken in den Bilanzgleichungen für θ (vergleiche mit (2.13)) und q_v berücksichtigt.

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} = \frac{adv/dif}{\partial t} + \frac{nuc}{\partial t} + \frac{con/eva}{\partial t} \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{adv/dif}{\partial t} + \frac{L_v}{c_{p0}} \left(\frac{p_{00}}{p_0} \right)^{\frac{R_d}{c_{p0}}} \left[\frac{con/eva}{\partial t} + \frac{nuc}{\partial t} \right] \quad (2.60)$$

L_v bezeichnet die spezifische Verdampfungswärme.

Abbildung 2.4 gibt einen Überblick über die berücksichtigten mikrophysikalischen Prozesse, die verschiedenen Wasser-Klassen, sowie deren Interaktion. Zusätzlich sind die in den obigen Gleichungen verwendeten Kürzel den einzelnen Prozessen zugeordnet. Der in Abb. 2.4 nicht aufgeführte Index adv/dif bezeichnet Bilanzänderungen aufgrund von Advektion und

Diffusion. Im Folgenden werden die Parametrisierungen der einzelnen mikrophysikalischen Prozesse kurz erläutert.

2.5.1 Nukleation und Kondensation

Im Frühstadium der Wolkenentwicklung wird die Wolkentropfenanzahlkonzentration N_c im wesentlichen durch den Prozess der Nukleation (Aktivierung von Wolkenkondensationskeimen (CCN)) bestimmt. Der spezifische Wolkenwassergehalt q_c hingegen wird wesentlich durch den Prozess der Kondensation bestimmt. Durch den direkten Einfluss auf N_c ist die Nukleation von großer Bedeutung, da die Tropfenanzahlkonzentration unter anderem einen entscheidenden Einfluss auf die Effizienz der Niederschlagsbildung hat (2. Twomey-Effekt, siehe Hudson und Li (1995)). Sowohl Nukleation als auch Kondensation sind numerisch recht schwer zu behandeln, da sie von der maximalen bzw. mittleren Übersättigung abhängen, welche beide auf extrem kurzen Zeitskalen ($\mathcal{O}(0.1\text{ s})$) variieren.

Mit der Absicht die explizite Modellierung der CCN-Aktivierung zu umgehen, die Unterscheidung zwischen maritimen und kontinentalen Wolken jedoch beizubehalten, wurde eine einfache aber sehr effiziente Nukleationsparametrisierung nach Cohard et al. (1998) implementiert. Die Anzahlkonzentration der aktivierbaren Wolkenkondensationskerne N_{CCN} wird hierbei mit Hilfe empirisch bestimmter Aktivierungsspektren über folgende Näherung berechnet

$$N_{\text{CCN}} = C s_{\text{max}}^k F(\mu, k/2, k/2 + 1; -\beta s_{\text{max}}^2). \quad (2.61)$$

Hierbei ist s_{max} die maximale prozentuale Übersättigung innerhalb des jeweiligen Zeitschrittes, $F(a, b, c; d)$ ist die hypergeometrische Funktion und C, k, μ, β charakterisieren den Aerosoltyp. Gleichung (2.61) ist eine Verallgemeinerung des Potenzreihenansatzes nach Twomey (1959). Im Gegensatz zum Potenzreihenansatz berücksichtigt Gleichung (2.61) die beobachtete Konkavität der Aktivierungsspektren bei hohen Übersättigungen und führt somit (insbesondere bei maritimem Aerosol) zu wesentlich genaueren Ergebnissen.

Die in (2.61) benötigte maximale Übersättigung s_{max} wird nach Cohard et al. (1998) wie folgt, iterativ abgeschätzt

$$s_{\text{max}}^{k+2} F(\mu, k/2, k/2 + \frac{3}{2}; -\beta s_{\text{max}}^2) = \frac{\rho_0 (w \psi_1)^{3/2}}{2kC\pi\rho_w\psi_2 G^{3/2} B(k/2, 3/2)}. \quad (2.62)$$

Hierbei ist w die Vertikalgeschwindigkeit, $B(a, b)$ die Beta-Funktion und ψ_1, ψ_2, G Funktionen der Temperatur T und des Drucks p , wie sie in der allgemeinen Tropfenwachstumsgleichung auftreten (siehe z.B. Pruppacher und Klett, 1997).

Zur Illustration der Nukleationsparametrisierung zeigt Abbildung 2.5a einen Vergleich zwischen der Approximation eines gemessenen Aktivierungsspektrums durch (2.61) sowie durch den Potenzreihenansatz nach Twomey, welcher z.B. bei Chaumerliac et al. (1987) eingesetzt wird. Deutlich erkennbar ist eine Überschätzung der aktivierbaren CCN ab einer Übersättigung von 0.6% durch das Twomey-Schema. Abbildung 2.5b zeigt den Einfluss auf die Anzahlkonzentration aktivierter Wolkentropfenchen als Funktion der Vertikalgeschwindigkeit (Kombination aus Gleichung (2.61) und (2.62)). Für das gewählte CCN-Spektrum überschätzt der Twomey-Ansatz die Wolkentropfenanzahlkonzentration bereits ab einer Vertikalgeschwindigkeit von 1 ms^{-1} deutlich. Die Ergebnisse aus Abb. 2.61b sind identisch zu den Ergebnissen aus Cohard et al. (1998), was den korrekten Einbau des neuen Nukleationschemas belegt.

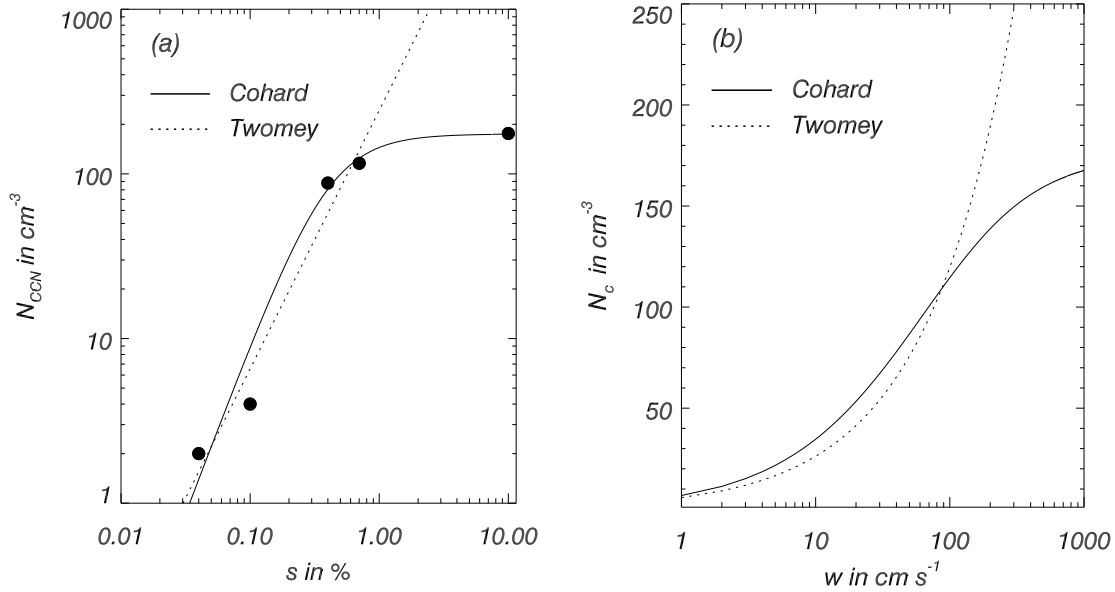


Abbildung 2.5: (a) Approximation eines gemessenen Aktivierungsspektrums (Punkte) nach Cohard et al. (1998) (durchgezogen) sowie Twomey (1959) (gestrichelt). Messungen nach Hudson und Li (1995). (b) Anzahlkonzentration neu nukleierter Wolkentropfen N_c als Funktion der Vertikalgeschwindigkeit für Ansätze nach Cohard et al. (1998) (durchgezogen) sowie Twomey (1959) (gestrichelt).

Nachdem N_{CCN} bekannt ist, wird die zeitliche Änderung von N_c abgeschätzt über

$$\frac{\overset{nuc}{\partial} N_c}{\partial t} = \max \left(0, \frac{N_{CCN} - N_c(t - \Delta t)}{\Delta t} \right), \quad (2.63)$$

wobei $N_c(t - \Delta t)$ die Wolkentropfenkonzentration zu Beginn des Zeitschritts beschreibt². Die zugehörigen zeitlichen Änderungen von q_v und q_c werden berechnet über

$$\frac{\overset{nuc}{\partial} q_c}{\partial t} = - \frac{\overset{nuc}{\partial} q_v}{\partial t} = \frac{\pi \rho_w}{6 \rho_0} D_{crit}^3 \frac{\overset{nuc}{\partial} N_c}{\partial t}. \quad (2.64)$$

Der kritische Durchmesser D_{crit} resultiert aus der Differentiation der Köhler Gleichung. Es gilt:

$$D_{crit} = \frac{8M_w \sigma_{wa}}{3R \rho_w T (s_{max}/100)} \quad (2.65)$$

Hierbei bezeichnet M_w das Molekulargewicht von Wasser, R die allgemeine Gaskonstante und σ_w die Oberflächenspannung zwischen Wasser und Luft. D_{crit} stellt eine untere Grenze für die Größe der frisch nukleierten Tröpfchen dar. Folglich sind die berechneten zeitlichen Änderungen von q_v und q_c (Gleichung (2.64)) ebenfalls als untere Grenzen zu betrachten.

Der Kondensations-/Evaporationsprozess wird sowohl für q_c als auch q_r explizit mit Hilfe einer integralen Formulierung der Kondensations-/Evaporationsrate behandelt. Im Gegensatz zur häufig verwendeten Sättigungsadjustierung (siehe z.B. Seifert und Beheng, 2006), erlaubt

²Eine mögliche Verbesserung dieser Parametrisierung wird in Anhang B beschrieben.

dieser realistischere Ansatz die Existenz von unter- und übersättigten Bereichen innerhalb der Wolke. Die integrale Kondensations-/Evaporationsrate für q_i lautet

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} \stackrel{con/eva}{=} \frac{\pi \rho_w}{2 \rho_0} \int_0^\infty \frac{dD}{dt} D^2 \frac{dN_i}{dD} dD \quad , \text{ mit } i \in [c, r] . \quad (2.66)$$

Die noch unbekannte zeitliche Änderung des Tropfendurchmessers $\frac{dD}{dt}$ aufgrund von Kondensation/Evaporation wird berechnet über (siehe z.B. Pruppacher und Klett, 1997, S. 511)

$$\frac{dD}{dt} = 4 G(T) f_v \frac{s}{D} , \quad (2.67)$$

mit

$$G(T) = \left[\frac{L_v \rho_w}{lT} \left(\frac{L_v}{R_v T} - 1 \right) + \frac{\rho_w R_v T}{e_{sv}(T) D_v} \right]^{-1} . \quad (2.68)$$

f_v ist der Ventilationsfaktor, s ist die Übersättigung, T ist die Temperatur in K , e_{sv} ist der Sättigungsdampfdruck, D_v ist der Diffusionskoeffizient für Wasserdampf in Luft, l ist die thermische Leitfähigkeit von Luft und R_v ist die spezifische Gaskonstante von Wasserdampf. Der Ventilationsfaktor wird für Regentropfen gemäß Pruppacher und Rasmussen (1979) parametrisiert. Für Wolkentropfen wird aufgrund ihrer geringen Fallgeschwindigkeit $f_v = 1$ gesetzt. Setzt man die Gleichungen (2.52) und (2.67) in (2.66) ein, so folgt für die Kondensations-/Evaporationsraten

$$\frac{\partial q_c}{\partial t} \stackrel{con/eva}{=} 2\pi \frac{\rho_w}{\rho_0} G(T) s N_c D_{c,0} \exp(0.5 \sigma_c^2) , \quad (2.69)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_r}{\partial t} \stackrel{con/eva}{=} & 2\pi \frac{\rho_w}{\rho_0} G(T) s N_r \left[0.572 D_{r,0} \exp(0.5 \sigma_r^2) \right. \\ & + 5.31 \times 10^3 D_{r,0}^2 \exp(2 \sigma_r^2) \\ & \left. - 4.33 \times 10^5 D_{r,0}^3 \exp(4.5 \sigma_r^2) \right] . \end{aligned} \quad (2.70)$$

Man beachte, dass aufgrund des Austausches latenter Wärme eine Kopplung zwischen der Dynamik und den Prozessen der Nukleation und Kondensation/Evaporation besteht. Diese Kopplung wird durch die Wärmeleichung (2.60) berücksichtigt. Die Kopplung zwischen dem Kondensations-/Evaporationsprozess und der Bilanzgleichung für spezifische Feuchte (2.59) ist gegeben durch

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} \stackrel{con/eva}{=} - \frac{\partial q_c}{\partial t} - \frac{\partial q_r}{\partial t} . \quad (2.71)$$

Die Herleitung der in den Gleichungen (2.69) und (2.70) auftretenden Übersättigung s wird im folgenden Abschnitt beschrieben. Man Beachte, dass s nicht äquivalent zu s_{max} aus der Nukleationsparametrisierung (2.62) ist.

2.5.2 Evaporation

Während der Prozess der Kondensation ($s > 0$) q_i erhöht aber die Anzahlkonzentration N_i unverändert lässt, führt der Prozess der Evaporation sowohl zu einer Abnahme von q_i , als auch von N_i , da alle oder zumindest die kleinsten Tröpfchen vollständig verdunsten. Die Anzahlkonzentration derjenigen Tröpfchen, die innerhalb eines Zeitschrittes Δt verdunsten lässt sich wie folgt berechnen. Schreibt man die Tropfenwachstumsgleichung (2.67) in der Form

$$DdD = 4G(T)f_v s dt, \quad (2.72)$$

so lässt sich der Durchmesser $D_{i,eva}$ der größten Tropfen, welche während des Modellzeitschrittes Δt gerade noch vollständig verdunsten durch Integration von (2.72) berechnen:

$$\int_{D_{i,eva}}^0 D dD = \int_t^{t+\Delta t} 4G(T)f_v s dt \quad (2.73)$$

Nimmt man an, dass die Ventilation vernachlässigt werden kann ($f_v = 1$) und dass $G(T)$ und s innerhalb des Modellzeitschritts näherungsweise konstant sind, so folgt für den maximalen Durchmesser

$$D_{i,eva} = \sqrt{-8G(T)s\Delta t}. \quad (2.74)$$

Die gesuchte Evaporationsrate von Wolken- und Regentropfen lässt sich nun berechnen, indem man über die differentielle Anzahlgrößenverteilung (2.52) bis zum maximalen Durchmesser $D_{i,eva}$ integriert:

$$\frac{\partial N_i^{eva}}{\partial t} = -\frac{1}{\Delta t} \int_0^{D_{i,eva}} \frac{dN_i(D)}{dD} dD \quad , \text{ mit } i \in [c, r] \quad (2.75)$$

Es folgt

$$\frac{\partial N_i^{eva}}{\partial t} = \begin{cases} -\frac{1}{\Delta t} \frac{N_i}{2} [1 + \operatorname{erf}(|A|)] & , \text{ für } A > 0 \\ -\frac{1}{\Delta t} \frac{N_i}{2} [1 - \operatorname{erf}(|A|)] & , \text{ für } A < 0, \end{cases} \quad (2.76)$$

mit der Error-Funktion erf (siehe Abramowitz und Stegun, 1972), sowie

$$A = \frac{1}{\sqrt{2\sigma_i^2}} \ln \left(\frac{D_{i,eva}}{D_{i,0}} \right). \quad (2.77)$$

Da die Übersättigung s auf Zeitskalen variiert, die kleiner sind als die typischen im Modell verwendeten Zeitschritte ($\mathcal{O}(1\text{ s})$), lässt sich die in den Gleichungen (2.69), (2.70) und (2.74) auftretende Übersättigung s nicht explizit berechnen. Stattdessen verwenden wir eine Abschätzung der über den Modellzeitschritt Δt gemittelten Übersättigung \bar{s} , basierend auf einer Methode nach Sakakibara (1979). Durch eine analytische (approximative) Integration der Gleichung für die zeitliche Änderung der Übersättigung (ds/dt) (siehe z.B. Pruppacher und Klett, 1997, S. 498), folgt nach Sakakibara (1979):

$$\bar{s} = -\frac{c_3}{c} - \left(s(t - \Delta t) + \frac{c_3}{c} \right) \left(\frac{1 - \exp(c\Delta t)}{c\Delta t} \right) \quad (2.78)$$

Hierbei bezeichnet $s(t - \Delta t)$ die Übersättigung zu Beginn des Zeitschritts, welche basierend auf den Feldern von q_v und T bzw. θ explizit berechnet wird. Nähere Informationen zu den Konstanten c und c_3 findet man bei Sakakibara (1979) und Chaumerliac et al. (1987). Führt man für Gleichung (2.78) den Grenzübergang $\Delta t \rightarrow 0$ durch, so erkennt man, dass die mittlere Übersättigung \bar{s} in den Startwert übergeht ($\bar{s} \rightarrow s(t - \Delta t)$).

2.5.3 Sedimentation

Eine geeignete Parametrisierung der Sedimentation ist insbesondere für die quantitative Modellierung der zeitabhängigen Regenrate von Bedeutung. Zudem ist die Sedimentation, aufgrund variierender Sedimentationsgeschwindigkeiten innerhalb des Tropfenspektrums, ein effizienter Prozess zur Größensortierung, der seinerseits auf andere mikrophysikalische Prozesse rückwirken kann. In einem 2-Momente-Schema gilt für die exakten Bilanzänderungen von N_i und q_i durch den Prozess der Sedimentation:

$$\frac{\overset{sed}{\partial q_i}}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\infty m(D) \frac{dN_i(D)}{dD} w_{sed}(D) dD \quad (2.79)$$

$$\frac{\overset{sed}{\partial N_i}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\infty \frac{dN_i(D)}{dD} w_{sed}(D) dD \quad (2.80)$$

In der bisherigen Modellversion werden (2.79) und (2.80) durch Anwendung des Mittelwertsatzes der Integralrechnung approximiert, indem der variable Durchmesser in (2.79) und (2.80) durch einen konstanten, effektiven Durchmesser ersetzt wird. Es wird angenommen, dass dieser effektive Durchmesser gleich dem Median-Durchmesser $D_{i,0}$ des zugrundeliegenden Tropfenspektrums ist. Die führt auf folgende vereinfachte Bilanzänderungen:

$$\frac{\overset{sed}{\partial q_i}}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} [\rho_0 w_{sed}(D_{i,0}) q_i] \quad (2.81)$$

$$\frac{\overset{sed}{\partial N_i}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} [w_{sed}(D_{i,0}) N_i] \quad (2.82)$$

Die Sedimentationsgeschwindigkeit w_{sed} wird unter Verwendung der Definitionsgleichung der Reynolds-Zahl für ein sphärisches Tröpfchen wie folgt berechnet

$$w_{sed}(D_{i,0}) = -\frac{\eta_{Luft} Re}{\rho_0 D_{i,0}}, \quad (2.83)$$

mit η_{Luft} der dynamischen Viskosität von Luft. Die unbekannte Reynolds-Zahl Re wird über eine Parametrisierung nach Berry und Pranger (1973) abgeschätzt, welche Re als Funktion des Tropfendurchmessers liefert.

Eine Folge der Approximation (2.81), (2.82) ist, dass sich die Sedimentationsgeschwindigkeiten w_{sed} für prognostische Momente ein und derselben Klasse nicht unterscheiden (wohl aber für unterschiedliche Klassen $i \in [c, r]$). Welchen Einfluss diese Approximation auf das Sedimentationsverhalten und den Prozess der Größensortierung hat, wurde in Analogie zu Wacker und Seifert (2001) in 1D für eine rechteckige Regenwasseranomalie (Anomalie in q_r und N_r) untersucht. Es wurden sowohl die approximierten Gleichungen (2.81) und (2.82), als

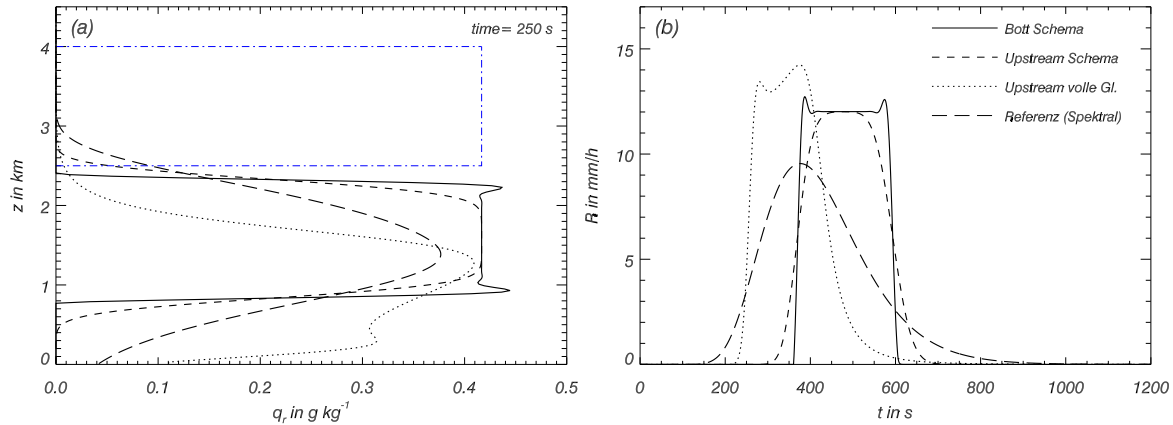


Abbildung 2.6: (a) Vertikalprofil des spezifischen Regenwassergehaltes q_r nach $t = 250$ s für eine anfängliche Rechteckanomalie (blau). (—) Bott-Schema, (---) Upstream Schema unter Verwendung der vereinfachten Parametrisierung (2.81), (2.82) mit $\Delta z = 20$ m, (·····) Upstream Schema unter Verwendung der vollen Gleichungen (2.79) und (2.80), (- - - -) spektrale Referenzlösung. (b) Zeitliche Entwicklung der Regenraten.

auch die vollen Gleichungen (2.79), (2.80) unter Verwendung verschiedener Advektionsschemata gelöst. Die Ergebnisse sind in Abbildung 2.6a,b zusammengefasst.

Abbildung 2.6a zeigt Position und Form der anfänglichen Rechteckanomalie für q_r nach 250s Integrationszeit. Die lang-gestrichelte Linie zeigt eine analytisch berechnete spektrale Referenzlösung unter Annahme einer Lognormalverteilung³. Sie veranschaulicht das in der Realität zu erwartende, durch den Prozess der Größensortierung modifizierte q_r -Profil. Die durchgezogene und kurz-gestrichelte Kurve zeigen Lösungen des approximierten Gleichungssystems für das Advektionsschema nach Bott (1989) und das Upstream-Schema. Man erkennt, dass abgesehen von numerischer Diffusion im Falle des Upstream-Schemas sowie Überschwingern im Falle des Schemas zweiter Ordnung nach Bott (1989), die Rechteckanomalie in ihrer Form erhalten bleibt. Das approximierte Gleichungssystem berücksichtigt demnach keine Größensortierung, was sich in einer veränderten Form (insbesondere asymmetrische Verbreiterung) der Anomalie äußern würde. Die resultierende zeitliche Entwicklung der Regenrate ist in Abb. 2.6b gezeigt. Verglichen mit den Ergebnissen von Wacker und Seifert (2001) lässt sich feststellen, dass die approximierten Gleichungen (2.81), (2.82) ein ähnliches Ergebnis liefern, wie die Sedimentationsparametrisierung eines 1-Momente-Schemas.

Zum Vergleich sind das Vertikalprofil von q_r sowie die Regenrate für die vollen Gleichungen (2.79), (2.80) unter Verwendung der Upstream-Advektion gezeigt (gepunktet). Im Einklang mit den Ergebnissen von Wacker und Seifert (2001) zeigt diese Parametrisierung eine gewisse Form von Größensortierung, was sich in einem früheren Einsetzen sowie einem weniger abrupten Abfall der Regenrate äußert. Ebenfalls im Einklang mit den Ergebnissen von Wacker und Seifert (2001) zeigt die exakte 2-Momente-Parametrisierung ein signifikant früheres Einsetzen des Niederschlags, was verglichen zu einer spektralen Referenzlösung, als zu früh angesehen werden muss (siehe Wacker und Seifert, 2001).

Verglichen mit der spektralen Referenzlösung lässt sich festhalten, dass sowohl die approximierte Parametrisierung als auch die exakte 2-Momente-Parametrisierung die zeitliche

³Die vertikale, bzw. horizontale Position dieser Kurve in Abb. 2.6a,b sollte nicht wörtlich genommen werden, da zu deren Berechnung eine im Vergleich zu (2.83) vereinfachte Geschwindigkeitsberechnung verwendet wurde (siehe Wacker und Seifert, 2001). Eine analytische Lösung unter Verwendung von (2.83) existiert nicht.

Entwicklung der Regenrate nicht korrekt wiedergeben kann. Dies ist kein spezielles Problem unserer Parametrisierung, sondern ein allgemeines Problem von 1- bzw. 2-Momente-Schemata (Wacker und Seifert, 2001). Aus diesem Grunde wurde für diese Arbeit die einfachere, weniger rechenzeitintensive Form nach (2.79), (2.80) mit der Option einer Bott- und Upstream-Advektion implementiert. Insgesamt lässt sich festhalten, dass die Verwendung eines diffusiven Schemas zur Imitation der spektralen Referenzlösung hilfreich sein kann.

2.5.4 Niederschlagsbildende Mechanismen

Infolge der Einteilung des kontinuierlichen Tropfenspektrums in ein Wolkentropfen- und ein Regentropfenspektrum, treten zwei künstliche integrale Koagulationsprozesse auf, welche den Massentransfer von den Wolken- zu den Regentropfen beschreiben: Autokonversion und Akkreszenz. Autokonversion beschreibt die Bildung von Regentropfen durch Kollision-Koaleszenz von Wolkentropfen untereinander, während die Akkreszenz das Anwachsen von Regentropfen durch Kollision-Koaleszenz von Regentropfen mit Wolkentropfen beschreibt. Letzterer Mechanismus setzt somit die Existenz kleiner Regentropfen voraus. Der dritte, im Zusammenhang mit der Niederschlagsbildung zu nennende Mechanismus ist der Selbsteinfang, welcher die Bildung großer Regentropfen durch Kollision-Koaleszenz kleinerer Regentropfen beschreibt.

Die in dieser Arbeit verwendeten Parametrisierungen basieren auf den Arbeiten von Berry und Reinhardt (1974) sowie Nickerson (1986). Die Herleitung soll hier nicht in allen Details vorgestellt werden, stattdessen wird auf die Arbeit von Nickerson (1986) verwiesen. Aus Gründen der Vollständigkeit, sowie der Diskussion möglicher Modellverbesserungen (siehe Anhang B) werden die Ergebnisse der Herleitungen kurz zusammengefasst.

Die Autokonversion dient der Initiierung des Regentropfenspektrums und führt somit zu einem Anwachsen von N_r und q_r auf Kosten von N_c und q_c . Dieser Mechanismus wird wie folgt parametrisiert

$$\frac{\overset{aut}{\partial} q_r}{\partial t} = - \frac{\overset{aut}{\partial} q_c}{\partial t} = \max [\alpha(q_c, N_c, \sigma_c) \rho_0 q_c^2, 0] , \quad (2.84)$$

$$\frac{\overset{aut}{\partial} N_r}{\partial t} = \frac{\rho_0}{\bar{m}_{r0}} \frac{\overset{aut}{\partial} q_r}{\partial t} , \quad (2.85)$$

$$\frac{\overset{aut}{\partial} N_c}{\partial t} = - \frac{N_c}{q_c} \frac{\overset{aut}{\partial} q_r}{\partial t} , \quad (2.86)$$

mit $\bar{m}_{r0} = (3.5 \times 10^9)^{-1} \text{kg}$ der mittleren Masse der Tröpfchen, welche der Regenwasserklasse zugeführt werden. Für den Autokonversionskoeffizienten $\alpha(q_c, N_c, \sigma_c)$ gilt

$$\alpha = 0.0067 \left[10^{16} \left(\frac{\rho_0 q_c}{N_c} \right)^{\frac{4}{3}} \sqrt{\text{var } m} - 2.7 \right] \left[10^4 \left(\frac{\rho_0 q_c}{N_c} \sqrt{\text{var } m} \right)^{\frac{1}{3}} - 1.2 \right] , \quad (2.87)$$

mit $\sqrt{\text{var } m} = \exp(9\sigma_c^2) - 1$. Man beachte, dass der absolute Wert von α von der mittleren Masse der Wolkentropfen $\bar{m}_c = M_c^{k=3}/M_c^{k=0} = \rho_0 q_c / N_c$ abhängt, was zu größeren Autokonversionsraten im Falle von maritimen im Vergleich zu kontinentalen Wolken führt (Berücksichtigung des zweiten Twomey-Effekts, siehe auch Abschnitt 2.5.1). Weitere, in der jüngeren Literatur angedachte Verbesserungsvorschläge zu dieser Autokonversionsparametrisierung wurden bislang nicht implementiert. Sie werden im Anhang B als mögliche zukünftige

Erweiterungen diskutiert. Es sei explizit darauf verwiesen, dass die Arbeit von Berry und Reinhardt (1974), auf der diese Autokonversionsparametrisierung beruht, eine Reihe von Schreibfehlern und Inkonsistenzen enthält, so dass es in der Vergangenheit immer wieder zu fehlerhaften Anwendungen dieser Parametrisierung kam. Daher sei auf die aktuelle Arbeit von Gilmore und Straka (2008) verwiesen, welche diese Fehler im Detail aufdeckt.

Die Akkreszenz beeinflusst den spezifischen Regenwassergehalt, nicht jedoch die Regentropfenanzahlkonzentration. Die Akkretionsrate wird wie folgt parametrisiert:

$$\frac{\frac{acc}{\partial q_r}}{\partial t} = - \frac{\frac{acc}{\partial q_c}}{\partial t} = \frac{3\rho_0 q_c q_r}{2\rho_w D_{r,g}} \gamma^2(D_{r,g}, \bar{D}_c) [w_{sed}(D_{r,g}) - w_{sed}(\bar{D}_c)] \quad (2.88)$$

$$\frac{\frac{acc}{\partial N_c}}{\partial t} = - \frac{N_c}{q_c} \frac{\frac{acc}{\partial q_r}}{\partial t} \quad (2.89)$$

\bar{D}_c bezeichnet den zur mittleren Masse des Wolkentropfenspektrums $\bar{m}_c = M_c^{k=3}/M_c^{k=0}$ zugehörigen Durchmesser und $D_{r,g}$ bezeichnet den zur prädominanten Masse des Regentropfenspektrums $m_{r,g} = M_r^{k=6}/M_r^{k=3}$ zugehörigen Durchmesser. Beide müssen von $D_{i,0}$, dem Median-Durchmesser des jeweiligen Tropfenspektrums i unterschieden werden (siehe Gleichung (2.52)). \bar{D}_c und $D_{r,g}$ werden bestimmt über

$$\bar{D}_c = D_{c,0} \exp\left(\frac{3}{2}\sigma_c^2\right), \quad (2.90)$$

$$D_{r,g} = D_{r,0} \exp\left(\frac{9}{2}\sigma_r^2\right). \quad (2.91)$$

$\gamma(D, D')$ bezeichnet die Kollisionseffizienz zwischen zwei Tröpfchen mit den Durchmessern D und D' . Ihre Parametrisierung erfolgt gemäß Shafrir und Neiburger (1963). Nach Gleichung (2.88) ist der Mechanismus der Akkreszenz somit proportional zur Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Wolken- und Regentropfen sowie dem Produkt des spezifischen Wolken- und Regenwassergehaltes.

Die Parametrisierung des Selbsteinfangs von Regentropfen ist gegeben durch

$$\frac{\frac{sc0}{\partial N_r}}{\partial t} = -\rho_0 b_s(D_{r,g}, \bar{D}_r) N_r q_r. \quad (2.92)$$

Für den mittleren Kollisionskernel $b_s(D, D')$ zweier Tropfen mit den Durchmessern D and D' gilt

$$b_s(D, D') = \frac{3D^2}{2\rho_w(D^3 + D'^3)} \gamma^2(D, D') [w_{sed}(D) - w_{sed}(D')], \quad (2.93)$$

mit γ der Kollisionseffizienz nach Shafrir und Neiburger (1963). Wie schon die Akkreszenz, so ist auch der Selbsteinfang von der Geschwindigkeitsdifferenz der involvierten Tröpfchen abhängig.

2.6 Lösungsstrategie und numerische Lösungsverfahren

Die gefilterten hydro-, thermodynamischen und wolkenphysikalischen Differentialgleichungen werden in Differenzgleichungen überführt und mittels finiter Differenzen auf einem kartesischen Arakawa C-Gitter gelöst. Das Gitter ist äquidistant in der Horizontalen und variabel

in der Vertikalen. Die Maschenweiten in den verschiedenen Raumrichtungen werden mit Δx , Δy , Δz benannt. Sämtliche Skalare sowie der Stördruck p'' sind im Zellzentrum definiert. Die Definitionspunkte der u , v , und w -Geschwindigkeitskomponenten sind jeweils um eine halbe Maschenweite nach links, vorne und unten, in die Zentren der entsprechenden Zellflächen, verschoben. Zur Lösung der Differenzgleichungen kommt das sogenannte Operatorsplitting zum Einsatz. Das Verfahren sei hier kurz für die Bilanzgleichung

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \mathcal{L}\{\Psi\} \quad (2.94)$$

einer beliebigen skalaren Größe Ψ erläutert. \mathcal{L} sei ein nichtlinearer Differentialoperator, der sich jedoch als lineare Summe einzelner Teiloperatoren darstellen lässt, so dass gilt

$$\mathcal{L}\{\Psi\} = \mathcal{L}_1\{\Psi\} + \mathcal{L}_2\{\Psi\} + \dots + \mathcal{L}_m\{\Psi\}. \quad (2.95)$$

Anstatt das Gesamtproblem (2.94) zu lösen, werden Teilprobleme der Form

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \mathcal{L}_i\{\Psi\} \quad (2.96)$$

gelöst. Approximiert man die Operatoren \mathcal{L}_i durch Differenzenoperatoren \mathfrak{L}_i , so lässt sich die Integration von Zeitschritt n nach $n+1$ schematisch wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} \Psi^{n+1/m} &= \Psi^n + \Delta t \mathfrak{L}_1\{\Psi^n\} \\ \Psi^{n+2/m} &= \Psi^{n+1/m} + \Delta t \mathfrak{L}_2\{\Psi^{n+1/m}\} \\ &\vdots \\ \Psi^{n+1} &= \Psi^{n+(m-1)/m} + \Delta t \mathfrak{L}_m\{\Psi^{n+(m-1)/m}\} \end{aligned}$$

Im Folgenden werde angenommen, dass sämtliche prognostische Felder zum Zeitpunkt n bekannt seien. Die hydro-, thermodynamischen und wolkenphysikalischen Differenzgleichungen werden in der folgenden Reihenfolge gelöst: Mit dem Ziel eines aktualisierten Auftriebsterms B^{n+1} werden zunächst die thermodynamischen und wolkenphysikalischen Felder unter Verwendung des Geschwindigkeitsfeldes u_i^n aktualisiert. Dies geschieht in drei Schritten gemäß obiger Methode. Im ersten Schritt werden Zwischenlösungen $\theta^{n+1/3}$ und $q_v^{n+1/3}$ durch Anwendung des diskretisierten Advektionsoperators berechnet. In einem zweiten Schritt wird ausgehend von $\theta^{n+1/3}$ und $q_v^{n+1/3}$ durch Anwendung des Diffusionsoperators eine weitere Zwischenlösung $\theta^{n+2/3}$ und $q_v^{n+2/3}$ bestimmt. Eventuelle Quellen und Senken werden in einem dritten Schritt durch Lösung des wolkenphysikalischen Gleichungssystems (siehe Abschnitt 2.5) bestimmt und den Feldern $\theta^{n+2/3}$ und $q_v^{n+2/3}$ zugeschlagen. Die in den Gleichungen (2.55)–(2.60) aufgeführten wolkenphysikalischen Tendenzen bzw. Quellen/Senken werden ebenfalls gemäß der Operatorsplitting-Methode behandelt. Am Ende dieser Teilberechnung liegen die aktualisierten Felder θ^{n+1} , q_v^{n+1} , q_c^{n+1} , q_r^{n+1} , N_c^{n+1} , N_r^{n+1} und damit ein aktualisierter Auftriebsterm B^{n+1} vor⁴.

Anschließend erfolgt die Lösung der diskretisierten Navier-Stokes Gleichungen (2.10) und (2.11). Einer direkten Lösung von (2.10) und (2.11) steht die Tatsache im Wege, dass im Falle der anelastischen Approximation keine prognostische Gleichung für den Druck existiert. Stattdessen sind das Stördruckfeld p'' und das Geschwindigkeitsfeld u_i über die Inkompressibilitätsbedingung (2.10) gekoppelt. Der Druck muss gerade so beschaffen sein, dass die Zwangsbedingung (2.10), sprich die Kontinuitätsgleichung zu jedem Zeitpunkt erfüllt ist. Zur Lösung

⁴Der Term $\frac{1}{\gamma} \frac{p''}{p_0}$ im Auftriebsterm B wird mit $\frac{1}{\gamma} \frac{p''^n}{p_0}$ approximiert.

dieses gekoppelten Systems verwenden wir eine Projektionsmethode (Chorin, 1968), welche aus der mesoskaligen Modellversion übernommen wurde. Zunächst wird ein sogenanntes Auxiliargeschwindigkeitsfeld \tilde{u}_i mittels folgender Approximation der Impulsgleichung berechnet:

$$\tilde{u}_i^{n+1} = u_i^n + \Delta t [\mathcal{L}_{\text{ADV}}(u_i^n) + \mathcal{L}_{\text{COR}}(u_i^n) + \mathcal{L}_{\text{DIFF} + \text{AUFTR}}(u_i^n, B^{n+1})] \quad (2.97)$$

\mathcal{L}_{ADV} , \mathcal{L}_{COR} und $\mathcal{L}_{\text{DIFF} + \text{AUFTR}}$ bezeichnen geeignet zu wählende Differenzenapproximationen des Advektionsterms, des Coriolisterms sowie der Kombination des Diffusions- und Auftriebsterms. Die approximierte Impulsgleichung (2.97) folgt direkt aus der vollen Impulsgleichung (2.11) durch Vernachlässigung des Stördruck-Gradienten. Gleichung (2.97) wird wiederum in mehreren Schritten gelöst, indem die Operatoren \mathcal{L}_{ADV} , \mathcal{L}_{COR} und $\mathcal{L}_{\text{DIFF} + \text{AUFTR}}$ sukzessive angewendet werden.

Das Geschwindigkeitsfeld \tilde{u}_i^{n+1} erfüllt nicht notwendigerweise die Kontinuitätsgleichung (2.10). Das endgültige Geschwindigkeitsfeld u_i^{n+1} ergibt sich in einem zweiten Schritt durch Berechnung von

$$u_i^{n+1} = \tilde{u}_i^{n+1} - \frac{\Delta t}{\rho_0} \delta_i \{p''^{n+1}\}, \quad (2.98)$$

was mathematisch gesprochen einer Projektion des Vektorfeldes \tilde{u}_i^{n+1} auf einen divergenzfreien Unterraum entspricht. δ_i bezeichnet die Differenzenapproximation des Gradientenoperators. Die zur Lösung von (2.98) erforderliche räumliche Verteilung des Stördrucks p''^{n+1} lässt sich wie folgt berechnen. Bildet man die Divergenz von Gleichung (2.98) und berücksichtigt die Kontinuitätsgleichung (2.10), so resultiert eine Poisson-Gleichung welche den unbekanntem Stördruck p''^{n+1} mit dem bekannten Auxiliargeschwindigkeitsfeld \tilde{u}_i^{n+1} in Beziehung setzt⁵:

$$\delta_{ii}^2 \{p''^{n+1}\} = \frac{1}{\Delta t} \delta_i \{\rho_0 \tilde{u}_i^{n+1}\} \quad (2.99)$$

δ_{ii}^2 ist eine Differenzenapproximation des Laplace-Operators. Einsetzen des so berechneten Stördruckfeldes p''^{n+1} in (2.98) liefert das gesuchte Geschwindigkeitsfeld u_i^{n+1} .

Die hier beschriebenen Teilprobleme werden mit unterschiedlichen numerischen Methoden gelöst. Die Zeitdiskretisierung erfolgt mit einem Euler-Zeitschritt. Die Differenzenapproximation des Nabla-Operators erfolgt mit zentrierten Differenzen. Die Approximation des Laplace-Operators in (2.99) erfolgt ebenfalls mit einem Verfahren zweiter Ordnung. Für die Advektion werden im Wesentlichen zwei unterschiedliche Advektionsschemata verwendet, welche beide eine Genauigkeit von zweiter Ordnung in Raum und Zeit besitzen. Für den Impulstransport wird das MacCormack-Verfahren (MacCormack, 1969) verwendet. Es ist ein explizites Verfahren vom Lax-Wendroff-Typ welches häufig in der Aeronautik Anwendung findet. Es zeichnet sich durch geringe Phasenfehler aus (Mendez-Nunez und Caroll, 1993), ist allerdings nicht-monoton wie alle Schemata zweiter Ordnung welche ohne Flusskorrektur arbeiten. Im Falle linearer Advektion ist das MacCormack-Schema äquivalent zum Lax-Wendroff Schema. Im nicht-linearen Fall ist das MacCormack-Schema dem Lax-Wendroff Schema vorzuziehen, da es wesentlich einfacher zu implementieren ist. Es ist ein sogenanntes Prädiktor-Korrektor Verfahren mit einer Upstream-Diskretisierung im Prädiktor und einer

⁵Es wurde versucht das Modell auf ein moderneres inkrementelles Projektionsverfahren umzustellen, in welchem der Stördruck p''^n in der approximierten Impulsgleichung (2.97) beibehalten und in (2.98) stattdessen eine zeitliche Druckänderung verwendet wird (siehe z.B. van Kan, 1986). Statt einer erwarteten Verbesserung, verschlechterte sich das Konvergenzverhalten des Projektionsverfahrens merklich. Wegen des damit verbundenen vermehrtem Rechenaufwands wurde die neue Version in den hier gezeigten Simulationen nicht verwendet.

Downstream-Diskretisierung im Korrektor, oder umgekehrt. Um die Stabilität des Schemas zu erhöhen wird bei der Diskretisierung des Prädiktor- und Korrektorschrittes zyklisch zwischen Upstream und Downstream gewechselt (MacCormack, 1969). Zur Advektion sämtlicher skalarer Größen wird das MPDATA-Schema nach Smolarkiewicz und Clark (1986) verwendet. Um unphysikalische Über- und Unterschwinger in advehierten Feldern mit nicht verschwindendem Hintergrundwert zu vermeiden, wurde eine um Flusskorrekturen erweiterte, monotone Version dieses Schemas implementiert (Smolarkiewicz und Grabowski, 1990).

Turbulente Diffusion wird mit Hilfe der Alternating-Direction implicit (ADI)-Methode berücksichtigt (Douglas, 1962). Dieses implizite Verfahren besitzt ebenfalls eine Genauigkeit von zweiter Ordnung in Raum und Zeit.

Die Poisson-Gleichung (2.99) wird nach Vorgabe der Randbedingungen (siehe Abschnitt 2.7) mit Hilfe eines Idealisierten Generalisierten Konjugierte Gradienten (IGCG)-Verfahrens nach Kapitza und Eppel (1986) gelöst. Dieses iterative Verfahren erfordert die Vorgabe eines Abbruchkriteriums, welches die erlaubte Restdivergenz des neuen Geschwindigkeitsfeldes u_i^{n+1} in Gleichung (2.98) festlegt. Das gewählte Abbruchkriterium lautet

$$\left\| \Delta t \frac{\partial (\rho_0 u_i^{n+1})}{\partial x_i} \right\|_{\infty} < \epsilon. \quad (2.100)$$

Eine Verschärfung des Abbruchkriteriums führt zu einer signifikanten Erhöhung der erforderlichen Rechenzeit. Durch die Wahl von $10^{-4} < \epsilon < 10^{-5}$ für die in dieser Arbeit gezeigten Simulationen, wurde versucht einen Mittelweg zwischen numerischer Genauigkeit und benötigter Rechenzeit zu finden.

Um Gitterzellen zu berücksichtigen, welche von der Orographie geschnitten werden, beinhaltet die diskretisierte Poisson-Gleichung sogenannte *Zellrand-Gewichtsfaktoren*. Näheres hierzu findet man in der Dokumentation der mesoskaligen Modellversion (Eichhorn et al., 1997). Nähere Details zur Diskretisierung der Advektions- und Diffusionsoperatoren findet man in Reinert (2005).

2.7 Randbedingungen

Da die Simulationen in einem rechteckigen Gebiet endlicher Größe durchgeführt werden, müssen mathematisch und physikalisch motivierte Randbedingungen an den Gebietsrändern spezifiziert werden. Die Randbedingungen müssen derart gewählt werden, dass die Strömung im Inneren möglichst wenig durch die künstlichen Ränder beeinflusst wird. Die gewählten Randbedingungen werden im Folgenden erläutert.

2.7.1 Physikalischer unterer Rand

Die Existenz einer festen unteren Berandung erfordert im Hinblick auf die Behandlung turbulenter Strömungen besondere Aufmerksamkeit. In Wandnähe skalieren die energiereichsten turbulenten Eddies näherungsweise mit dem Wandabstand. Um die jeweils energiereichsten Wirbel im gesamten Modellgebiet aufzulösen, müsste das Gitter in Wandnähe extrem verfeinert werden. Wie in Abschnitt 2.1 bereits erläutert, würde dies einer quasi-DNS gleichkommen, die für Strömungen mit hoher Reynolds-Zahl (insbes. atmosphärische Strömungen) heutige Rechenkapazitäten weit übersteigt.

Die Notwendigkeit der Gitterverfeinerung lässt sich durch Überbrückung der wandnächsten Region mit Hilfe eines Wandmodells (siehe Cabot und Moin, 1999, für einen Überblick)

umgehen. Die Hauptaufgabe eines Wandmodells ist es, den Betrag der instantanen Wandschubspannung τ_w als untere Randbedingung bereitzustellen. Diese lässt sich auf dem groben, auf innerer Skalierung basierenden LES-Gitter (siehe Abschnitt 2.1), aufgrund des scharfen Geschwindigkeitsgradienten in Wandnähe nicht explizit berechnen. In dieser Arbeit wird ein algebraisches Wandmodell verwendet, welches mit Hilfe einer Wandfunktion einen funktionalen Zusammenhang zwischen der Wandschubspannung und der Geschwindigkeit am ersten Gitterpunkt außerhalb der Orographie bereitstellt. Obwohl bekannt ist, dass Wandfunktionen nur eine grobe Approximation der Wandschubspannung liefern (insbes. in Regionen mit Strömungsablösung), sind sie aufgrund fehlender ressourcenschonender Alternativen weit verbreitet. Eine Wandfunktion wurde in folgender Form in das Modell implementiert:

Eine Abschätzung des Betrags τ_w der lokalen instantanen Wandschubspannung lässt sich durch die Annahme eines funktionalen Zusammenhangs zwischen τ_w und dem Betrag der wandparallelen Geschwindigkeit u_{\parallel} am wandnächsten Gitterpunkt mit dem Abstand η senkrecht zur Wand gewinnen. In der Prandtl-Schicht (engl. *surface layer*) ist τ_w über folgende Beziehung mit der Schubspannungsgeschwindigkeit u_* verknüpft:

$$\tau_w = \rho_0 \sqrt{(-u'w'^R)^2 + (-v'w'^R)^2} = \rho_0 u_*^2 \quad (2.101)$$

Nimmt man nun an, dass das Geschwindigkeitsprofil zwischen dem ersten äußeren Gitterpunkt und der Wand mit der Rauigkeit z_0 einem logarithmischen Gesetz folgt, so lässt sich u_* analytisch berechnen. Für den instantanen Wert von τ_w folgt

$$\tau_w = \rho_0 \frac{\kappa^2 u_{\parallel}^2}{\ln\left(\frac{\eta}{z_0}\right)^2}. \quad (2.102)$$

Hierbei bezeichnet κ die von Kármán Konstante. Die in unserem Modell verwendeten numerischen Verfahren sehen die Anwendung von Schubspannungen als untere Randbedingung nicht vor. Wie in Abschnitt 2.4 erläutert, werden dem Modell Informationen über den unteren Rand mit Hilfe der Austauschkoefizienten mitgeteilt. Aus diesem Grund muss die Randbedingung (2.102) in einen effektiven Austauschkoefizienten umformuliert werden (im Englischen spricht man vom *effective viscosity approach*). Dazu wird τ_w zusätzlich durch die in den Modellgleichungen verwendete Fluss-Gradienten-Beziehung

$$\tau_w = \rho_0 K_m \frac{\partial u_{\parallel}}{\partial n} \quad (2.103)$$

ausgedrückt. n bezeichnet die Richtung senkrecht zur Wand. Das Modell liefert somit für τ_w

$$\tau_w = \rho_0 K_m \frac{u_{\parallel}}{\eta}. \quad (2.104)$$

Fordert man nun, dass die vom Modell berechnete Wandschubspannung (2.104) mit dem analytisch hergeleiteten Wert (2.102) übereinstimmen soll, so ergibt sich für den Austauschkoefizienten K_m am ersten äußeren Gitterpunkt:

$$K_m = \frac{\kappa^2 u_{\parallel} \eta}{\ln\left(\frac{\eta}{z_0}\right)^2} \quad (2.105)$$

Neben der Wandschubspannung bzw. dem Impulsfluss am Boden können dem Modell Oberflächentemperatur $\theta_w(x, y)$ und Feuchte $q_{vw}(x, y)$ ortsabhängig vorgegeben werden (sog. Zustands-Randbedingung). Von diesen Werten wird ebenfalls nur implizit Gebrauch gemacht, da sie in einen effektiven Wärme- und Feuchtefluss umgerechnet werden. Es gilt

$$\rho_0 c_p \overline{\theta' w'}_w^R = -\rho_0 c_p K_h \frac{\theta_\eta - \theta_w}{\eta}, \quad (2.106)$$

$$\rho_0 \overline{q'_v w'}_w^R = -\rho_0 K_h \frac{q_{v\eta} - q_{vw}}{\eta}, \quad (2.107)$$

mit $K_h = \text{Pr}_{FS}^{-1} K_m$ (siehe Abschnitt 2.3.1). Die Indizes w und η kennzeichnen jeweils die Oberflächenwerte und die Werte am ersten Gitterpunkt. Die durch das FS-Modell berechneten Austauschkoefizienten werden am ersten Gitterpunkt außerhalb der Orographie durch die hier beschriebenen Austauschkoefizienten ersetzt. Für die verbleibenden Variablen q_c , q_r , N_c , N_r , p'' werden am Unterrand Neumannsche Randbedingungen (verschwindende Vertikalgradienten) verwendet.

Die hier gemachte Annahme eines logarithmischen Geschwindigkeitsprofils ist nur für neutrale Schichtungen gültig. Die Wandfunktion wurde auf den neutralen Fall beschränkt, da bei allen in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen die Schichtung zumindest in unmittelbarer Wandnähe als nahezu neutral angenommen werden kann. Eine mögliche Erweiterung der Wandfunktion auf nichtneutrale Schichtungen ist in Anhang A beschrieben.

Wird als FS-Modell das Lilly-Smagorinsky-Modell verwendet, so muss zusätzlich zur Verwendung einer Wandfunktion das FS-Modell in Wandnähe modifiziert werden. Dies ist notwendig, da turbulente Spannungen in unmittelbarer Wandnähe verschwinden, das Lilly-Smagorinsky-Modell jedoch einen nicht verschwindenden Beitrag liefert (da $|\overline{S}_{ij}| \sim \text{const}$ für $\eta \rightarrow 0$, siehe z.B. Fröhlich (2006, S. 170)). In unmittelbarer Wandnähe dominieren viskose Kräfte wodurch der turbulente Beitrag zur Schubspannung verschwindet. Dies resultiert aus der Tatsache, dass $u_i \rightarrow 0$ bei Annäherung an die Wand.

Ein geeignetes asymptotisches Verhalten des FS-Modells lässt sich durch Modifikation des Mischungswegs l in Wandnähe erreichen. Der Mischungsweg wird vom Wert l_0 im Inneren der Strömung durch einen glatten Übergang auf den Wert $l = 0$ m direkt an der Wand überführt. Wir verwenden hierzu folgende von Mason (1994) vorgeschlagene Funktion

$$\frac{1}{l^2} = \frac{1}{[\kappa(\eta + z_0)]^2} + \frac{1}{l_0^2}, \quad (2.108)$$

wobei η wiederum den senkrechten Wandabstand bezeichnet. Der Mischungsweg l_0 in (2.27) und (2.45) wird durch l aus (2.108) ersetzt. In direkter Wandnähe ist l somit gleich dem Prandtlschen Mischungsweg.

2.7.2 Künstliche seitliche und obere Ränder

Am Oberrand werden für alle Variablen mit Ausnahme von w Neumannsche Randbedingungen verwendet. Für die Vertikalgeschwindigkeit wird $w = 0$ gefordert. Der Oberrand ist somit ein undurchlässiger, glatter Deckel. Da ein solcher Modelloberrand vertikal propagierende Schwerewellen reflektiert, wurde das LES-Modell um eine optionale Dämpfungsschicht (Schwammsschicht) mit Rayleigh-Dämpfung erweitert. In dieser Schicht am Oberrand, deren Dicke von der dominierenden Wellenzahl vertikal propagierender Wellen abhängt, werden die prognostischen Felder u_i , θ und q_v an einen Referenzwert heran relaxiert. Hierzu wird ein

Zusatzterm der Form

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)_{\text{Ray}} = -\frac{1}{\tau_{\text{Ray}}}(\Psi - \Psi_0) \quad , \text{ mit } \Psi = u_i, \theta, q_v \quad (2.109)$$

innerhalb der Schwammschicht zu den prognostischen Gleichungen (2.11), (2.13), (2.59) hinzuaddiert. Ψ_0 bezeichnet hierbei raumzeitlich konstante Referenzprofile. Das Vertikalprofil der Zeitkonstante τ_{Ray} wird gemäß der Empfehlungen von Klemp und Lilly (1978) gewählt, um optimale Dämpfungseigenschaften zu gewährleisten. Eine bereits in der mesoskaligen Modellversion implementierte viskose Dämpfungsschicht erwies sich im LES-Modell für Bannerwolken-Simulationen als nicht wirksam genug. Der Grund hierfür liegt in der starken Limitierung des maximalen Austauschkoeffizienten durch das CFL-Kriterium.

An den seitlichen Rändern können je nach Problemstellung unterschiedliche Randbedingungen gewählt werden. Geschlossene oder periodische Ränder sind ebenso möglich wie offene Einström-/Ausströmränder. Einströmränder mit zeitabhängigen Dirichlet'schen Randbedingungen sind bei LES-Modellen jedoch nicht trivial, da die Strömung bereits am Einströmrand realistische turbulente Fluktuationen beinhalten muss. Um dies zu gewährleisten, wurde das Modell um einen sogenannten Einströmgenerator erweitert, der es ermöglicht realitätsnahe turbulente Einströmdaten zu erzeugen. Für eine ausführlichere Beschreibung des Einströmgenerators siehe Abschnitt 2.7.3.

An Ausströmrändern werden Neumannsche Null-Gradient-Bedingungen für die tangentialen und normalen Windkomponenten u_i, \tilde{u}_i sowie für alle Skalare verwendet. Trotz dieser sehr einfach gehaltenen Randbedingung waren die beobachteten Störungen in der Nähe des Ausströmrandes gering. Versuche mit einer komplexeren Strahlungsrandbedingung nach Orlanski (1976), angewendet auf die Normalkomponenten der Geschwindigkeit, führten zu einem signifikant schlechteren Konvergenzverhalten des Drucklösers. Die Ursache für dieses Verhalten ist bislang unklar. Die Randbedingung nach Orlanski (1976) wurde daher in dieser Arbeit nicht weiter verwendet.

An Einströmrändern sowie am Oberrand fordern wir zusätzlich ein Verschwinden des Normal-Gradienten des Stördruckes $\frac{\partial p''}{\partial n} = 0$, was die Eigenschaft $u_i = \tilde{u}_i$ für die Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zu diesen Rändern impliziert (siehe Gleichung (2.98)). An Ausströmrändern wird der Stördruck dahingehend korrigiert, dass zu jedem Zeitpunkt die Gesamtmasse im Modellgebiet erhalten bleibt (siehe Eichhorn et al., 1997). Ob die Einström- oder Ausströmrandbedingung für p'' angewendet werden muss, wird für jede Randzelle zu jedem Zeitpunkt separat entschieden.

2.7.3 Erzeugung turbulenter Einströmrandbedingungen

Im Unterschied zu RANS ist im Falle von LES die Verwendung offener Einström-/Ausströmränder deutlich schwieriger. Da bei LES große Anteile des Turbulenzspektrums explizit simuliert werden, müssen am Einströmrand nicht nur Mittelwerte sondern auch zeitliche Fluktuationen vorgegeben werden. Die Notwendigkeit hierzu resultiert insbesondere aus der Tatsache, dass in vielen Fällen die Strömung maßgeblich von den Bedingungen (insbesondere der Turbulenzintensität) am Einströmrand beeinflusst wird. So liefert eine laminare Einströmung selbst im statistischen Sinn andere Ergebnisse als eine turbulente Einströmung. Dies gilt selbst dann, wenn die mittleren Profile des turbulenten und laminaren Einströmdatensatzes exakt übereinstimmen (siehe Abschnitt 3.3.2). Die Generierung realistischer Einströmsignale ist daher eine notwendige Voraussetzung für eine LES mit nicht-periodischen Rändern. Dieser Abschnitt beschreibt den im Rahmen dieser Arbeit implementierten Einströmgenerator. Validierungen dieser Technik sind in den Abschnitten 3.3.1 sowie 4.3 zu finden.

Die implementierte Methode gehört zur Klasse der sogenannten *perturbation recycling*-Methoden (engl. *perturbation recycling method*) welche erstmals von Lund et al. (1998) vorgeschlagen und auf neutrale Grenzschichten angewendet wurde. Mit Hilfe einer vor dem Hauptlauf durchgeführten Hilfssimulation einer Grenzschicht über ebenem Grund wird hierbei ein turbulentes Eingangssignal bereitgestellt. Der Kern der Methode besteht darin, das Geschwindigkeitsfeld am Einströmrand der Hilfssimulation unter Verwendung des Geschwindigkeitsfeldes in der sogenannten Recycling-Ebene nahe des Ausströmrandes zu bestimmen. Abbildung 2.7 verdeutlicht die Vorgehensweise. Im Originalansatz nach Lund et al. (1998) werden die aus der Recycling-Ebene extrahierten Geschwindigkeitsfluktuationen zunächst reskaliert, bevor sie dem Einströmrand erneut aufgeprägt werden. Die Reskalierung ist in dem Maße notwendig wie die Grenzschichtdicke zwischen Einströmrand und Recycling-Ebene anwächst. Kann von einer konstanten Grenzschichtdicke innerhalb des Modellgebietes ausgegangen werden, so lässt sich diese Methode durch Vernachlässigung der Reskalierung signifikant vereinfachen. Diese Annahme ist insbesondere für viele meteorologische Anwendungen näherungsweise erfüllt, da die Grenzschicht zumeist von einer stabil geschichteten freien Atmosphäre überlagert wird und das Anwachsen der Grenzschicht in Hauptströmungsrichtung in der Regel klein gegenüber der Gesamtdicke der Grenzschicht ist. Diese Vereinfachung wurde erstmals von Kataoka und Mizuno (2002) für eine neutral geschichtete Grenzschicht präsentiert.

Die in unserem Modell implementierte Methode basiert im wesentlichen auf den Vorschlägen von Kataoka und Mizuno (2002). Sie wurde jedoch auf nichtneutrale, feuchte Grenzschichten erweitert, was eine Anwendung auf eine Vielzahl meteorologischer Probleme ermöglicht. Zunächst wird die Methode für den Fall einer neutralen Grenzschicht vorgestellt und anschließend auf nichtneutrale, feuchte Grenzschichten verallgemeinert.

Die Geschwindigkeitsfluktuationen in der Recycling-Ebene werden wie folgt bestimmt:

$$u'_{i\,rec}(y, z, t) = u_{i\,rec}(y, z, t) - \langle u_{i\,rec} \rangle(z) \quad (2.110)$$

Der Index *rec* kennzeichnet die Recycling-Ebene und das Hochkomma kennzeichnet die aufgelösten Geschwindigkeitsfluktuationen. Der Mittelwert $\langle u_{i\,rec} \rangle$ wird durch Mittelung in der Zeit und in *y*-Richtung gebildet. Hierbei orientieren wir uns an Lund et al. (1998), welcher unterschiedliche Zeitkonstanten für die Mittelwertbildung vorschlägt, um Einschwingvorgänge aus den Ergebnissen zu eliminieren. Die neue Einströmrandbedingung erhält man durch Überlagerung dieser Fluktuationen mit zuvor spezifizierten, zeitlich konstanten Geschwindigkeitsprofilen welche z.B. aus Messungen stammen können. Es gilt:

$$u_{in}(y, z, t) = u_{0\,in}(z) + \Upsilon(\chi) u'_{rec}(y, z, t) \quad (2.111)$$

$$v_{in}(y, z, t) = v_{0\,in}(z) + \Upsilon(\chi) v'_{rec}(y, z, t) \quad (2.112)$$

$$w_{in}(y, z, t) = w_{0\,in}(z) + \Upsilon(\chi) w'_{rec}(y, z, t) \quad (2.113)$$

Der Index *in* kennzeichnet den Einströmrand. Die vorgegebenen Geschwindigkeitsprofile werden mit $u_{0\,in}$, $v_{0\,in}$, $w_{0\,in}$ bezeichnet. Anstatt des gesamten Geschwindigkeitsfeldes werden also nur die Geschwindigkeitsfluktuationen recycelt. Dies ermöglicht die Erzeugung eines Turbulenz-Datensatzes bei gleichzeitiger Kontrolle über die Reynolds-gemittelten Profile. $\Upsilon(\chi)$ ist eine Dämpfungsfunktion welche der Tatsache Rechnung trägt, dass die Annahme einer räumlich konstanten Grenzschichtdicke nur Näherungsweise erfüllt ist. $\Upsilon(\chi)$ verhindert die vertikale Ausbreitung der Fluktuationen und damit das zeitliche Anwachsen der Grenzschichtdicke. Υ ist eine Funktion der dimensionslosen Höhe $\chi = z/\delta_{Bl}$, wobei δ_{Bl} die Grenzschichtdicke bezeichnet. Im neutralen Fall ist δ_{Bl} definiert als diejenige Höhe *z* in der

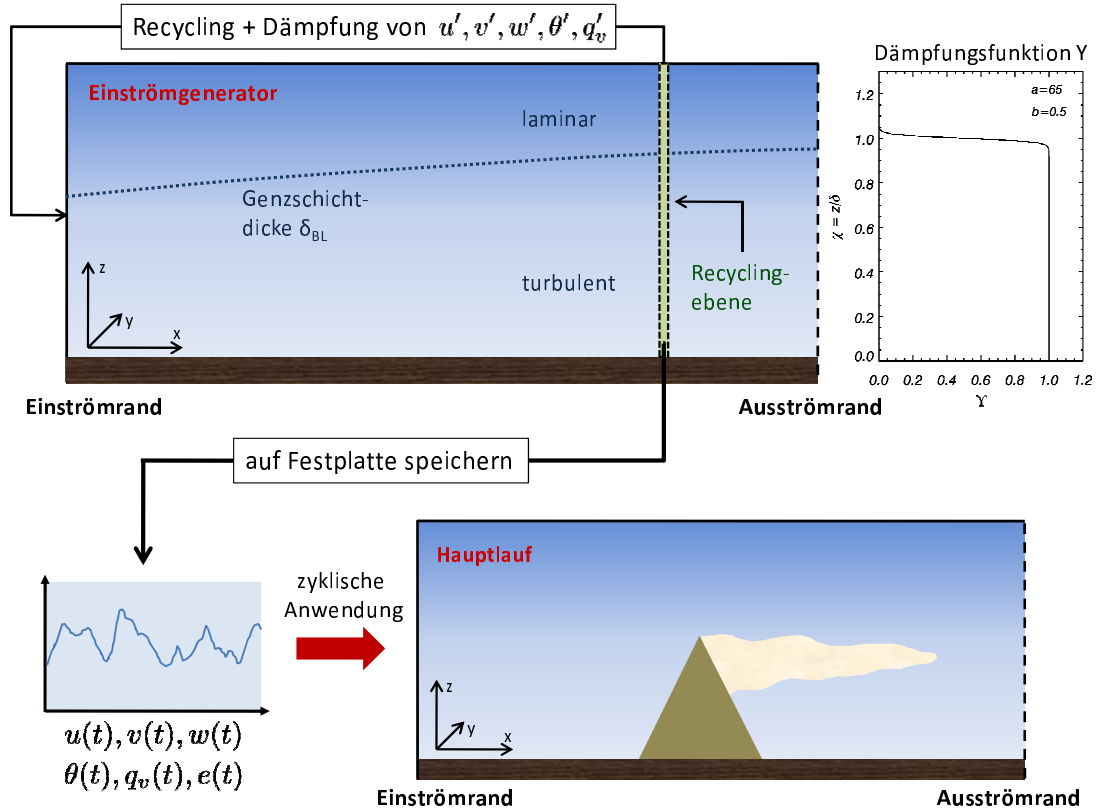


Abbildung 2.7: Funktionsweise des Einströmgenerators.

$(u_{0in}^2(z) + v_{0in}^2(z))^{1/2}$ 99% der Geschwindigkeit in der freien Atmosphäre erreicht. Die beste Form der empirischen Funktion Υ wird noch diskutiert und weitere Sensitivitätsstudien hinsichtlich der Auswirkungen unterschiedlicher Formen von Υ sind sicherlich notwendig. Wir haben uns für folgende Funktion entschieden, welche in leicht modifizierter Form auch von Kataoka (pers. Mitt.) verwendet wird:

$$\Upsilon(\chi) = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\tanh\left(\frac{a(\chi-2b)}{(1-2b)\chi+2b}\right)}{\tanh a} \right], \text{ mit } \chi = \frac{z}{\delta_{Bl}} \quad (2.114)$$

Unsere Modifikation beeinflusst im Wesentlichen die Höhe in der $\Upsilon(\chi) = 0.5$ gilt. In sämtlichen in dieser Arbeit gezeigten Simulationen werden die Konstanten $a = 65$ und $b = 0.5$ verwendet. Dadurch zeigt Υ für $\chi \geq 1$ eine rasche Abnahme von 1 auf 0 (siehe Abb. 2.7).

Diese Methode wurde von uns wie folgt auf atmosphärische Grenzschichten erweitert: Zusätzlich zu den Geschwindigkeitsfluktuationen werden auch Fluktuationen der potentiellen Temperatur θ und der spezifischen Feuchte q_v recycelt. Es gilt:

$$\theta_{in}(y, z, t) = \theta_{0in}(z) + \Upsilon(\chi) \theta'_{rec}(y, z, t) \quad (2.115)$$

$$q_{vin}(y, z, t) = q_{v0in}(z) + \Upsilon(\chi) q'_{vrec}(y, z, t) \quad (2.116)$$

θ_{0in} und q_{v0in} bezeichnen wiederum extern festgelegte (z.B. gemessene) mittlere Profile. Die Fluktuationen θ'_{rec} und q'_{vrec} werden in Analogie zu u'_i (siehe Gleichung (2.110)) aus der Recycling-Ebene extrahiert. Im nichtneutralen Fall verliert die oben gegebene Definition von

χ und δ_{Bl} ihre Gültigkeit. Neben der mechanischen Produktion (Scherung), beeinflusst nun auch die thermische Produktion/Dissipation von TKE (Auftrieb) das TKE-Budget und damit die Höhe der turbulenten Grenzschicht. Um beide Mechanismen zu berücksichtigen verwenden wir im nichtneutralen Fall die Gradient-Richardson-Zahl Ri um die Höhe der Grenzschicht δ_{Bl} und damit die Starthöhe der Dämpfung abzuschätzen. Im nichtneutralen Fall definieren wir δ_{Bl} als diejenige Höhe in der die Gradient-Richardson-Zahl erstmals $Ri = 1$ übersteigt.

In der Praxis wenden wir diese Technik der Turbulenzerzeugung wie folgt an (siehe auch Abb. 2.7): Das Modellgebiet des Einströmgenerators wird unter Verwendung der spezifizierten mittleren Profile von u_{0in} , v_{0in} , w_{0in} , θ_{0in} und q_{v0in} horizontal homogen initialisiert. Um die Entwicklung turbulenter Strukturen zu beschleunigen, werden den mittleren Feldern u , v , w , θ , q_v bis zur berechneten Grenzschichthöhe kleine zufällige Störungen überlagert. Anschließend werden die hydro-, und thermodynamischen Gleichungen in der Zeit integriert und zu jedem Zeitschritt die gebietsgemittelte aufgelöste TKE bestimmt. Mit Hilfe der so erhaltenen TKE-Zeitreihe wird abgeschätzt, wann die sich entwickelnde turbulente Strömung einen näherungsweise statistisch stationären Zustand erreicht hat. Anschließend werden y - z -Schnitte der instantanen Felder (Mittelwerte + Fluktuationen) für ein hinreichend großes Zeitintervall aus der Recycling-Ebene extrahiert und auf Festplatte gespeichert. Der so erhaltene Turbulenz-Datensatz wird zyklisch dem Einströmrand des Hauptlaufes aufgeprägt. Es sollte erwähnt werden, dass die Anwendbarkeit dieser Technik nicht auf einfache diagnostische FS-Modelle des Smagorinsky-Typs beschränkt ist. Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Einströmgenerator auch in Kombination mit dem FS-Modell nach Deardorff (1980) verwendet. Ein Problem, das bei dieser Kombination auftritt ist das Fehlen eines a-priori spezifizierbaren Profils der FS-TKE $\overline{e'}$. Da die Form dieses Profils unter anderem von der Wahl des Modellgitters abhängt, lässt es sich in der Regel aus Messungen nicht ableiten⁶. Aus diesem Grunde haben wir uns dazu entschieden im Falle von $\overline{e'}$ nicht die Fluktuationen sondern die instantanen Werte selbst zu recyceln.

Die hier vorgestellte Methode kann als komplementär zu derjenigen von Mayor et al. (2002) angesehen werden, allerdings mit verbesserter Kontrolle über die spezifizierten mittleren Profile. Sie erlaubt die Untersuchung interner, sich räumlich entwickelnder Grenzschichten. Die Methode ist für meteorologische Anwendungen gut geeignet und sollte der bis heute noch weit verbreiteten Methode zufälliger Störungen (engl. *random fluctuation approach*, siehe z.B. Fedorovich et al. (2001)) vorgezogen werden. Hierfür sprechen folgende Gründe:

- Es sind keine a-priori Informationen über Korrelationen höherer Ordnungen (z.B. Reynolds-Spannungen) erforderlich. Die turbulenten Fluktuationen werden lediglich auf Basis mittlerer Profile erzeugt, welche in der Regel durch Messungen gut zugänglich sind.
- Im Gegensatz zu Methoden die auf der Überlagerung zufälliger Störungen beruhen, gewährleistet diese Methode die Existenz realistischer turbulenter Strukturen (Eddies) innerhalb des erzeugten Datensatzes, da neben der Amplitude der Geschwindigkeitsfluktuationen auch die Phasenbeziehungen zwischen den Geschwindigkeitsfluktuationen korrekt wiedergegeben werden können.
- Die Turbulenz ist modellkonsistent, da zu deren Erzeugung und für die nachfolgende Hauptsimulation ein und derselbe Modellkern verwendet wird. Zudem ist sie per

⁶Es wäre prinzipiell möglich $\overline{e'}$ durch geeignete Filterung von Messungen zu berechnen, allerdings nur wenn das volle Strömungsfeld als Funktion von y , z , t zur Verfügung stünde. Für den unwahrscheinlichen Fall, dass solche Messungen existieren, ist aber auch die synthetische Erzeugung von Turbulenz mit Hilfe der vorgestellten Technik überflüssig.

Konstruktion im Gleichgewicht mit der mittleren Strömung. Beides verhindert nahezu gänzlich das Auftreten unphysikalischer Einschwing- bzw. Übergangsbereiche am Einströmrund des Hauptlaufes. Andernfalls wäre im Hauptlauf eine kostspielige Verlängerung des Einströmbereiches erforderlich, um den Effekt der fehlerhaften Einströmung zu minimieren.

Kapitel 3

Modellvalidierung

Ein integraler Bestandteil der Modellentwicklung ist die Modellvalidierung. Wie im vorherigen Kapitel beschrieben, war der Übergang von der RANS-Version auf die LES-Version mit signifikanten Modifikationen sowohl des dynamischen Modellkerns, als auch der physikalischen Parametrisierungen verbunden. Daraus resultiert die Notwendigkeit der in diesem Kapitel beschriebenen Modellvalidierung. Getestet wurde das Modell sowohl gegen experimentelle Windkanal-Ergebnisse als auch gegen numerische Referenzsimulationen anderer Modelle. Ziel dieser Validierungen war es, mögliche Programmierfehler aufzudecken und zu beheben. Darüber hinaus geben die Simulationen einen Einblick in die Leistungsfähigkeit sowie etwaige Limitierungen des Modells. Dies ist von Bedeutung wenn es darum geht, die Belastbarkeit der Ergebnisse aus den Bannerwolken-Simulationen einzuschätzen.

3.1 Idealisierte Dichteströmung in 2D

Die zweidimensionale Dichteströmung nach Straka et al. (1993) wurde bereits vielfach zur Validierung nichthydrostatischer Modelle eingesetzt (siehe z.B. Skamarock und Klemp, 2008; Satoh, 2002). Mit Hilfe dieses Modelltests kann die korrekte Funktionsweise und Leistung des dynamischen Modellkerns, insbesondere der Advektionsschemata analysiert werden. Eine kreisförmige Kaltluftblase wird hierbei in einer vorgeschriebenen Höhe über Grund zum Zeitpunkt $t = 0$ initialisiert und deren zeitliche Entwicklung untersucht. Man erwartet, dass sich die Kaltluftblase beschleunigt dem Boden nähert, lateral ausfließt und aufgrund starker Windscherung an ihrem Oberrand Kelvin-Helmholtz (K-H) Instabilitäten ausbildet. Unser Ziel besteht zum Einen darin, die von Straka et al. (1993) bereitgestellte numerische Referenzlösung zu reproduzieren, wodurch auf die korrekte Funktionsweise des dynamischen Kerns geschlossen werden kann. Zum Anderen können durch Variation der raumzeitlichen Auflösung und Vergleich mit der Referenzlösung Informationen über die Qualität des dynamischen Kerns gewonnen werden.

3.1.1 Modellaufbau

Das Modellgebiet besitzt eine Ausdehnung von 51.2 km in der Horizontalen und 6.4 km in der Vertikalen. Zu Simulationsbeginn ist die Atmosphäre in Ruhe ($u = w = 0 \text{ m s}^{-1}$), horizontal homogen, hydrostatisch balanciert und neutral geschichtet ($\theta = 300 \text{ K}$). Zur Initiierung der Dichteströmung wird zur Zeit $t = 0 \text{ s}$ eine kreisförmige Temperaturanomale im Zentrum des Modellgebiets platziert. Das Maximum der Temperaturanomale beträgt -15 K . Die Form

der Temperaturanomalie ΔT (in Kelvin) ist gegeben durch

$$\Delta T = \begin{cases} -15.0 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} L\right) & , \text{ für } L \leq 1 \\ 0.0 & , \text{ für } L > 1, \end{cases} \quad (3.1)$$

mit

$$L = \left(\left(\frac{x - x_c}{x_r} \right)^2 + \left(\frac{z - z_c}{z_r} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.2)$$

Die Indizes c und r bezeichnen die Position des Zentrums sowie die radiale Ausdehnung der Blase. Gemäß Straka et al. (1993) wurden $x_c = 0$ km, $z_c = 3$ km, $x_r = 4$ km und $z_r = 2$ km gewählt. Ober- und Unterrand des Modellgebietes werden als undurchlässiger aber reibungsfreier Deckel bzw. Boden betrachtet. Die lateralen Ränder seien periodisch. Statt des FS-Modells wird eine konstante Viskosität $K_m = K_h = 75 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ für die Impuls- und die Wärmeleichung verwendet. Dadurch sind bei zunehmender Verfeinerung des Modellgitters die auflösbaren Strukturen nicht mehr durch die Gitterweiten Δx , Δz , sondern durch die Viskosität des simulierten Mediums limitiert. Es ist somit möglich auf einem Gitter mit nicht-verschwindender Maschenweite und nicht-verschwindenden Zeitschritten eine konvergente numerische Lösung zu berechnen. Die Modellläufe wurden mit Gitterweiten von $\Delta x = \Delta z = 25, 50, 100$, sowie 200 m und zugehörigen Zeitschritten $\Delta t = 0.3, 0.6, 1.2, 2.4$ s durchgeführt (d.h. $\Delta t / \Delta x = \text{const}$). Straka et al. (1993) konnten zeigen, dass eine Verfeinerung der Auflösung über eine Maschenweite von 25 m hinaus keinen Einfluss mehr auf das Ergebnis hat. Die Lösung mit einer Maschenweite von 25 m kann demnach als Referenzlösung betrachtet werden.

3.1.2 Ergebnisse

Abbildung 3.1 zeigt die mit unserem Modell berechnete konvergierte Lösung für eine Gitterweite von 25 m. Gezeigt sind die Anomalie der potentiellen Temperatur θ' , sowie die Geschwindigkeitskomponenten u , w nach $t = 15$ min Integrationszeit. Zum Vergleich zeigt Abb. 3.2 die Referenzlösung nach Straka et al. (1993), basierend auf der Lösung der kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen. Nach 15 min haben sich drei durch K-H-Instabilitäten induzierte Rotoren an der Obergrenze der Kaltluftanomalie ausgebildet (siehe Abb. 3.1a). Deren Position und Struktur entspricht weitestgehend denen der Referenzlösung von Straka et al. (1993). Gleiches gilt für die Anzahl und Stärke der simulierten Auf- und Abwindbereiche (Abb. 3.1c). Dies spricht für die korrekte Funktionsweise unseres dynamischen Modellkerns.

In komplexeren $3D$ -Simulationen kann die Strömung aufgrund beschränkter numerischer Ressourcen nicht immer in dem Maße aufgelöst werden, wie dies bei der 25 m-Simulation der Fall war. Es ist daher wichtig zu untersuchen, inwieweit das Modell auch bei mäßiger bis schlechter räumlicher Auflösung in der Lage ist die Strömungsverhältnisse korrekt wiederzugeben. Um die Qualität des dynamischen Modellkerns näher zu beurteilen, wurde daher die Simulation mit größeren Maschenweiten wiederholt und gegen unsere 25 m Referenzsimulation verglichen. Je geringer die Abweichung bei Vergrößerung der Auflösung, desto besser der dynamische Kern. Abbildung 3.3 zeigt einen Vergleich der Dichteströmung für räumliche Auflösungen von $25, 50, 100$, sowie 200 m. Die Dichteströmungen ähneln sich qualitativ bis zu einer Auflösung von 100 m sehr stark. Die quantitativen Unterschiede beschränken sich im Wesentlichen auf die Stärke der Temperaturanomalien innerhalb der Rotorzentren. Das Modell ist in der Lage bis zu einer Maschenweite von 100 m alle drei Rotoren aufzulösen. Bei einer Maschenweite von 200 m können immerhin noch 2 Rotoren wiedergegeben werden.

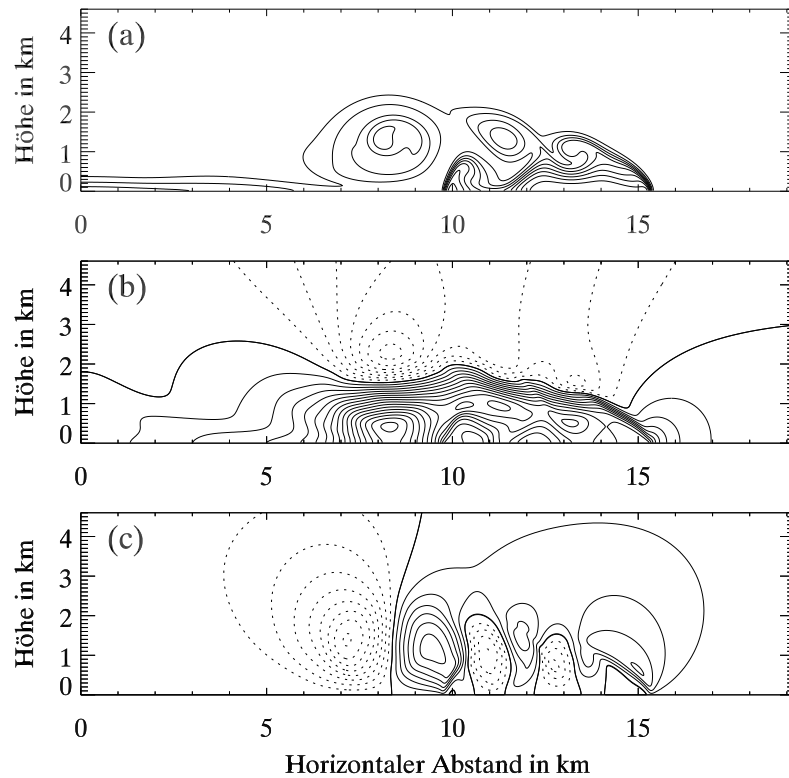


Abbildung 3.1: Konturdarstellung der Dichteströmung nach 15 min Integrationszeit bei einer Gitterweite von 25 m. Nur die rechte Hälfte des Modellgebietes ist gezeigt. (a) θ' , (b) u , (c) w . Konturintervalle: (a) 1 K, (b) 2 m s^{-1} , (c) 2 m s^{-1} . Konturintervalle wurden so gewählt, dass gezeigte Niveaus zentriert um das Nullniveau liegen.

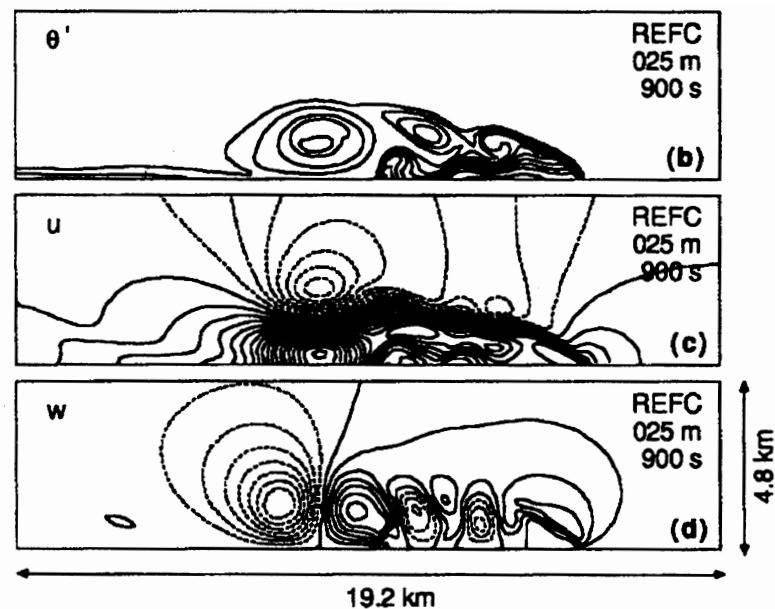


Abbildung 3.2: Referenzlösung für θ' , u , w nach Straka et al. (1993), basierend auf den kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen. Integrationszeit: 15 min; Gitterweite: 25 m; Konturintervalle: 1 K für θ' , 2 m s^{-1} für u , 2 m s^{-1} für w . Konturintervalle wurden so gewählt, dass gezeigte Niveaus zentriert um das Nullniveau liegen.

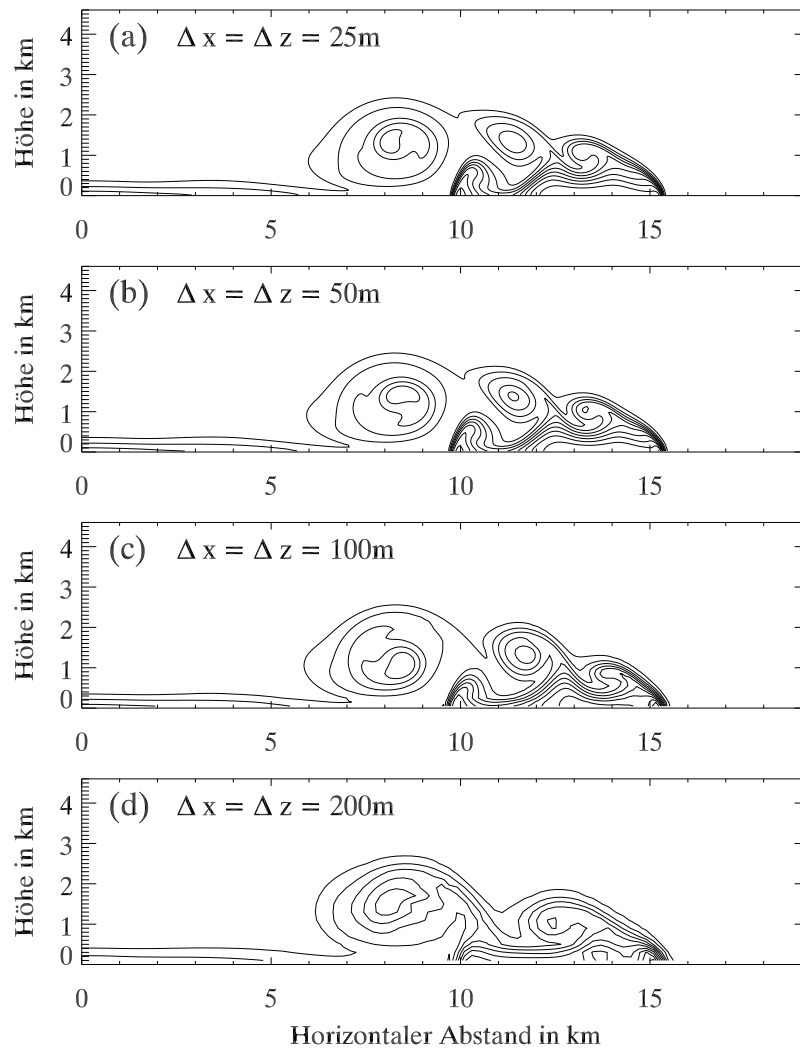


Abbildung 3.3: Dichteströmung für verschiedene Maschenweiten nach 15 min Integrationszeit. (a) $\Delta x = \Delta z = 25$ m, (b) $\Delta x = \Delta z = 50$ m, (c) $\Delta x = \Delta z = 100$ m, (d) $\Delta x = \Delta z = 200$ m.

Damit braucht der dynamische Kern den Vergleich mit anderen, z.B. im Modellvergleich von Straka et al. (1993) verwendeten Kernen nicht zu scheuen. Eine Reihe von Modellkernen zweiter Ordnung war bei einer Auflösung von 100 m nicht mehr oder nur bedingt in der Lage den dritten Rotor aufzulösen (siehe Abb. 6 in Straka et al., 1993). Es sei aber auch erwähnt, dass unser Modellkern nicht mit Kernen höherer als zweiter Ordnung mithalten kann. Werden Advektionsschemata dritter oder höherer Ordnung verwendet, so können oftmals die Ergebnisse bei 50 m Maschenweite bereits nicht mehr von der Referenzlösung unterschieden werden (siehe z.B. Abb. 4 in Skamarock und Klemp, 2008). Solche Schemata sind jedoch für die von uns beabsichtigte Behandlung komplexer Orographie auf kartesischen Gittern ungeeignet.

Die Monotonie-Eigenschaft des verwendeten Schemas MPDATA erweist sich trotz der damit verbundenen erhöhten Diffusivität als weiterer Vorteil. Die Ergebnisse in Abb. 3.3 sind auch bei grober Auflösung weitestgehend frei von numerischem Rauschen. Inwieweit nichtmonotone Advektionsschemata bei groben Maschenweiten zu einer Degradierung des Ergebnisses beitragen, kann durch Vergleich mit den Ergebnissen von Satoh (2002) (Abb. 9) sowie Skamarock und Klemp (2008) (Abb. 4) abgeleitet werden.

Tabelle 3.1: Maxima und Minima von u , w , θ' , p'' , sowie die Position der Dichteströmungsfront nach 15 min Integrationszeit. Verglichen wird die Referenzlösung nach Straka et al. (1993) basierend auf einem quasi-kompressiblen Modell (REFQ25) mit unserem Modell für 25 m (LES25), 50 m (LES50), 100 m (LES100) sowie 200 m (LES200) Auflösung.

	REFQ25	LES25	LES50	LES100	LES200
Front (m)	15509	15370	15470	15540	15600
u_{max} (m s ⁻¹)	34.72	32.65	31.46	29.33	26.05
u_{min} (m s ⁻¹)	-15.31	-14.77	-14.21	13.52	-12.47
w_{max} (m s ⁻¹)	13.04	12.98	12.92	13.09	12.76
w_{min} (m s ⁻¹)	-16.89	-16.22	-15.87	-15.71	-12.87
θ'_{max} (K)	0.00	0.00	0.00	0.003	0.01
θ'_{min} (K)	-10.00	-9.47	-9.57	-10.40	-9.84
p''_{max} (hPa)	1.74	1.47	1.38	1.38	1.13
p''_{min} (hPa)	-5.21	-5.14	-4.75	-4.34	-3.14

Tabelle 3.1 zeigt zusätzlich einen quantitativen Vergleich zwischen der Referenzlösung mit einem quasi-kompressiblen Modell nach Straka et al. (1993) und unserem Modell. Verglichen werden die Maxima und Minima von u , w , θ' , p'' , sowie die Position der Front der Dichteströmung nach 15 min Integrationszeit. Man erkennt, dass unsere Ergebnisse mit zunehmender Auflösung näherungsweise gegen diejenigen von Straka et al. (1993) konvergieren. Nahezu unabhängig von der Auflösung wird die Position der Front von allen unseren Simulationen gut vorhergesagt. Die Unterschätzung der Druck- und Geschwindigkeitsminima bzw. Maxima nimmt mit zunehmender Auflösung ab. Unsere 25 m Referenzsimulation erreicht jedoch nicht ganz die von Straka et al. (1993) angegebenen Extremwerte. Wie von Straka et al. (1993) gezeigt, können die Extremwerte geringfügig von dem zugrunde liegenden Gleichungssystem abhängen. So konvergiert beispielsweise ein kompressibles Gleichungssystem zu einer geringfügig anderen Referenzlösung als ein quasi-kompressibles oder anelastisches System. Die Unterschiede könnten somit zumindest teilweise auf das von uns verwendete anelastische Gleichungssystem zurückgeführt werden.

Die korrekte Funktionsweise der Flusslimitierung lässt sich an den Werten von θ'_{max} ablesen. Die leichten Überschwinger ($\theta'_{max} > 0$) für große Maschenweiten sind vermutlich dadurch bedingt, dass die Flusskorrektur erst ab der zweiten Zelle oberhalb des Bodens einsetzt. Der Verzicht auf eine Flusskorrektur in der ersten Gitterzelle über Grund ermöglichte eine effizientere Implementierung der Flusskorrektur.

Analysiert wurde zudem, inwieweit das Modell bzw. die verwendete Diskretisierung energieerhaltend ist. Dazu wurde die zeitliche Entwicklung der Gesamtenergie E_{tot} betrachtet. Für das zugrundeliegende anelastische Gleichungssystem gilt nach Durran (1999)

$$\frac{\partial}{\partial t} E_{tot} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{V} \iiint_V E \, dV = 0 \quad , \text{ mit } E = \frac{\rho_0}{2} u_i u_i + \rho g z . \quad (3.3)$$

Abbildung 3.4 zeigt die zeitliche Entwicklung der über das Gesamtgebiet integrierten Energie E_{tot} relativ zum Anfangswert. Zusätzlich dargestellt ist eine Aufspaltung in die kinetischen und potentiellen Energieanteile E_{pot} und E_{kin} . Die kinetische Energie ist nochmals in ihre

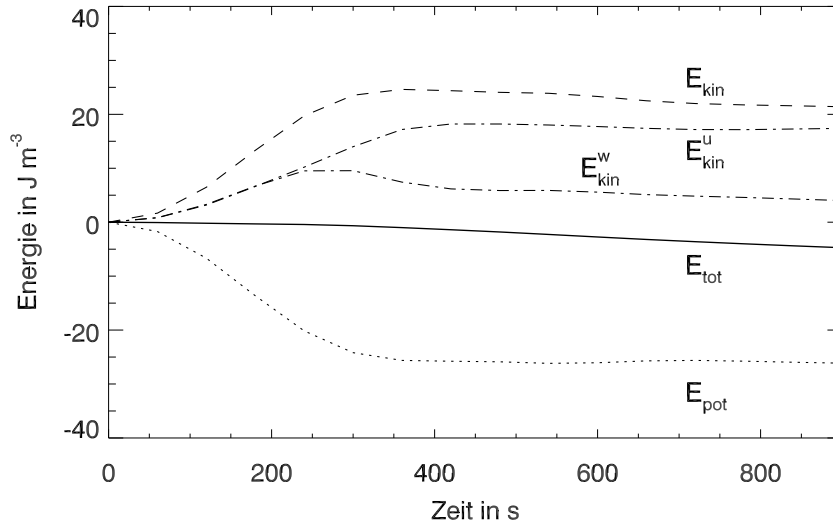


Abbildung 3.4: Zeitreihen der Energien für eine Dichteströmung mit 25 m Maschenweite. Gesamtenergie E_{tot} (durchgezogen), potentielle Energie E_{pot} (gepunktet), kinetische Energie E_{kin} (gestrichelt), Komponenten der kinetischen Energie $E_{\text{kin}}^u = \rho_0 u^2/2$ sowie $E_{\text{kin}}^w = \rho_0 w^2/2$ (gestrichelpunktet). Gezeigt sind Abweichungen von den Anfangswerten. Die Energien sind zudem mit dem Volumen des Modellgebietes normiert.

u - und w -Komponente aufgespalten. Erwartungsgemäß wird während der Abwärtsbewegung der Kaltluftblase verfügbare potentielle Energie in kinetische Energie umgewandelt. Die kinetische Energie wird zunehmend durch die u -Komponente dominiert, was anschaulich zu der überwiegend lateralen Ausbreitung führt. E_{tot} ist in unserem Modell nicht exakt erhalten. Nach 900 s Integrationszeit (3000 Zeitschritte) hat die Gesamtenergie um 4.73 Jm^{-3} abgenommen, was bezogen auf die im System enthaltene Gesamtenergie jedoch lediglich 0.0187% ausmacht. Dieser Energieverlust könnte für die beobachteten niedrigeren Extremwerte in u , w , p'' mitverantwortlich sein. Die Stärke des Energieverlustes ist vergleichbar mit den z.B. von Satoh (2002) oder Gallus und Rančić (1996) für ihre Modellkerne beschriebenen Verlusten.

Zur Untersuchung des Phasenfehlers der Kombination MacCormack-MPDATA wurde der Versuchsaufbau leicht abgeändert. Anstelle einer zu Simulationsbeginn ruhenden Atmosphäre, wurde eine Atmosphäre mit konstanter Hintergrundströmung $u_{\text{trans}} > 0$ gewählt. Wären die Advektionsschemata frei von Phasenfehlern, so würde sich die Dichteströmung exakt symmetrisch bezüglich der Mittelachse $x = x_c + u_{\text{trans}}t$ ausbreiten. Im Falle existierender Phasenfehler bewirkt die Hintergrundströmung jedoch einen Symmetriebruch in den absoluten Phasenfehlern $c_{\text{ana}}(k) - c_{\text{diskr}}(k)$ der nach links und rechts laufenden Dichteströmung (nicht aber dem relativen Phasenfehler $c_{\text{diskr}}(k)/c_{\text{ana}}(k)$). $c_{\text{ana}}(k)$ und $c_{\text{diskr}}(k)$ bezeichnen die Phasengeschwindigkeit mit der sich Wellen der Wellenzahl k im originären analytischen (ana) bzw. diskretisierten (diskr) Gleichungssystem ausbreiten. Die Stärke der beobachtbaren Asymmetrie zwischen der nach rechts und links laufenden Dichteströmung ist somit ein Maß für die Stärke des Phasenfehlers. Die Simulationen wurden für Maschenweiten von 25, 50, 100, 200 m mit der Translationsgeschwindigkeit $u_{\text{trans}} = 20 \text{ m s}^{-1}$ durchgeführt. Abbildung 3.5 zeigt θ' für die gesamte Dichteströmung nach $t = 15 \text{ min}$. Die Maschenweite beträgt 100 m. Trotz der recht groben Auflösung sind die Differenzen zwischen dem linken und rechten Teil der Dichteströmung verhältnismäßig gering. In beiden Teilen ist selbst der dritte kleine Rotor noch erkennbar. Dieses Ergebnis verdeutlicht, dass der verwendete Modellkern zwar nicht frei von Phasenfehlern ist, diese jedoch in einem akzeptablen Rahmen liegen. Vergleicht

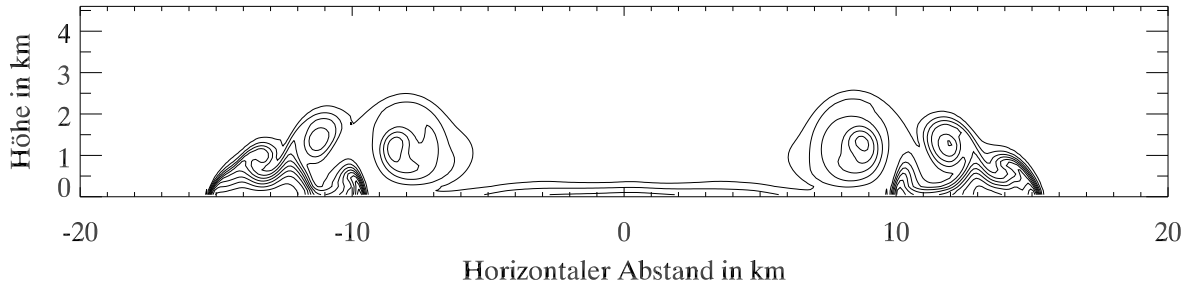


Abbildung 3.5: Temperaturanomalie θ' mit überlagerter Hintergrundströmung $u_{\text{trans}} = 20 \text{ m s}^{-1}$ nach 15 min Integrationszeit. Die Auflösung beträgt 100 m. Unterschiede in der nach links und rechts laufenden Dichteströmung sind ein Maß für die Stärke des Phasenfehlers. Das Konturintervall beträgt 1 K. Die gezeigten Niveaus liegen zentriert um das Nullniveau.

man Abb. 3.5 mit Abb. 5 von Skamarock und Klemp (2008), welche den gleichen Versuch für einen anderen dynamischen Kern zweiter Ordnung durchgeführt haben, so scheint qualitativ der Phasenfehler in unserer Simulation etwas geringer zu sein.

Um quantitativ abschätzen zu können, wie sich die Stärke des Phasenfehlers bei unterschiedlichen Auflösungen verhält, wurde für jeden Lauf der mittlere quadratische Fehler

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N_x N_z} \sum_{ik} (\theta'_{ik}^l - \theta'_{ik}^r)^2} \quad (3.4)$$

zwischen dem nach links und rechts laufenden Anteil berechnet. Die Indizes l, r kennzeichnen die Bereiche links bzw. rechts der Mittelachse $x = x_0 + u_{\text{trans}} t$. N_x und N_z seien die Gitterpunktsanzahlen in x - und z -Richtung. Tabelle 3.2 zeigt den RMSE für verschiedene Maschenweiten. Man erkennt dass sich der RMSE und damit der Phasenfehler mit verfeinerter Auflösung nochmals signifikant verringert.

Tabelle 3.2: Mittlerer quadratischer Fehler RMSE als Maßzahl für den Phasenfehler der Kombination MacCormack-MPDATA für verschiedene Gitterweiten. Referenzwert mit $u_{\text{trans}} = 0 \text{ m s}^{-1}$ für $\Delta x = 200 \text{ m}$: $\text{RMSE} = 5.7 \times 10^{-9} \text{ K}^2$

	$\Delta x = 25 \text{ m}$	$\Delta x = 50 \text{ m}$	$\Delta x = 100 \text{ m}$	$\Delta x = 200 \text{ m}$
RMSE in K^2	0.091	0.124	0.346	0.621

3.2 Idealisierte regnende Cumulus Wolke in 2D

Während im vorherigen Abschnitt das Augenmerk auf dem trockenen dynamischen Modellkern lag, soll nun das Wolkenmodell in einem weiteren 2D-Experiment auf fehlerfreie Implementierung und Leistungsfähigkeit hin untersucht werden. Hierzu wurde bewusst ein stark idealisiertes Experiment ausgewählt, da es in diesem Abschnitt nicht darum gehen soll realitätsnahe, voll dreidimensionale Wolkenstrukturen in einer präkonditionierten turbulenten Atmosphäre zu simulieren oder zu analysieren. Das gewählte Referenzexperiment stammt von Grabowski und Smolarkiewicz (1996)¹ und zielt insbesondere auf die Analyse

¹Geringfügige Erweiterung des ursprünglichen Experimentes von Grabowski und Clark (1991) um niederschlagsbildende Prozesse.

der Kondensations/Evaporations-, Sedimentations-, aber auch der Advektionsprozesse ab. Zusätzlich soll qualitativ die korrekte Implementierung der niederschlagsbildenden Prozesse untersucht werden. Wie bereits in Abschnitt 1.2 erwähnt, sind diese mit großer Wahrscheinlichkeit für die Dynamik von Bannerwolken von untergeordneter Bedeutung. Daher wird auf eine weitergehende quantitative Analyse der niederschlagsbildenden Prozesse verzichtet.

3.2.1 Versuchsaufbau

Eine kreisförmige Feuchteanomalie befindet sich in einer ruhenden, horizontal homogenen und stabil geschichteten Atmosphäre. Der Hintergrundzustand ist in Grabowski und Clark (1991) beschrieben. So beträgt die Oberflächentemperatur $T_0 = 283$ K, der Bodendruck $p_{00} = 850$ hPa, die statische Stabilität der Hintergrundatmosphäre $d \ln \theta / dz = 1.3 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ und die relative Feuchte $rf = 20\%$. Aufgrund der relativen Trockenheit ist das Potential zur Umkehr der Auftriebskraft durch Mischung von Wolkenluft mit Umgebungsluft gegeben. Die Feuchteanomalie hat einen Anfangsradius von $r_0 \approx 250$ m mit dem Zentrum bei $z = 800$ m. Sie zeichnet sich lediglich durch einen erhöhten Gehalt an spezifischer Feuchte q_v aus, während ihre Temperatur der Umgebungstemperatur entspricht. Der anfängliche Auftrieb rührt also vom Feuchteüberschuss der Blase im Vergleich zur Umgebung her. Die Anomalie in q_v wurde dabei so gewählt, dass im Inneren der Blase zum Startzeitpunkt $t = 0$ s eine relative Feuchte von exakt $rf = 100\%$ herrscht. Zum Rand hin fällt rf gemäß

$$rf = 20\% + 80\% \cos^2 \left(\frac{\pi r - 200}{2 \cdot 100} \right), \quad \text{für } 200 \text{ m} < r < 300 \text{ m} \quad (3.5)$$

kontinuierlich auf 20% ab. Die Blase enthält zu Beginn kein Flüssigwasser. Analog zu Grabowski und Smolarkiewicz (1996) wird zur Parametrisierung der nicht aufgelösten Skalen eine 2D-Version des FS-Modells nach Lilly-Smagorinsky mit $C_s = 0.2$ verwendet. An den Modellrändern werden für den Impuls und sämtliche skalare Größen Neumannsche Randbedingungen verwendet. Das Modellgebiet hat horizontal und vertikal eine Ausdehnung von 4000 m. Das Gitter ist äquidistant, wobei zur Abschätzung der Modellqualität die Simulationen mit Maschenweiten von 10 m und 5 m durchgeführt werden. Im Unterschied zum Ein-Momente-Schema nach Kessler (1969) in Grabowski und Smolarkiewicz (1996), muss für das hier verwendete 2-Momente-Schema ein Aktivierungsspektrum spezifiziert werden. Im vorliegenden Fall kann das Aktivierungsspektrum als frei wählbarer Parameter betrachtet werden, da es zwar die Geschwindigkeit der Niederschlagsbildung (d.h. die Aufspaltung zwischen q_c und q_r) beeinflusst, nicht jedoch den Gesamtflüssigwassergehalt ($q_c + q_r$) selbst. Dies wurde von uns in einer Reihe von Sensitivitätsstudien vorab überprüft (nicht gezeigt). Die Wahl des Aktivierungsspektrums sollte dadurch, gerade in der zu betrachtenden frühen Entwicklungsphase der Wolke, nur einen marginalen Einfluss auf die Dynamik der Wolke haben. Durch geeignete Wahl des Spektrums wurde versucht, Regenbildungsraten ähnlich derer von Grabowski und Smolarkiewicz (1996) zu erhalten. Hierdurch soll eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse hinsichtlich q_c gewährleistet werden. Es wurde ein maritimes Aktivierungsspektrum basierend auf Cohard et al. (2000) gewählt (Parameter des maritimen Spektrums, siehe Tabelle 2 in Cohard et al. (2000)).

3.2.2 Zeitliche Entwicklung der Wolke

Abbildung 3.6a-h zeigt die zeitliche Entwicklung der Feuchteanomalie anhand von Isolinien des spezifischen Wolkenwassergehaltes q_c (links) und des Auftriebs in Form von $(\theta_R/g)B$

(rechts). θ_R kennzeichnet das Hintergrundprofil. Zur Definition des Auftriebsterms B siehe Gleichung (2.12). Die Maschenweite beträgt 5 m. Die zeitliche Entwicklung der Anomalie steht im Einklang mit den Ergebnissen von Grabowski und Clark (1991) bzw. Grabowski und Smolarkiewicz (1996). Sie lässt sich wie folgt zusammenfassen.

Aufgrund des erhöhten Feuchtegehaltes beginnt die Blase zu steigen. Dabei wird sie adiabatisch gekühlt, was zu Übersättigung und Kondensation führt. Abbildung 3.6a zeigt, dass die entstehende Wolke nach 2 Minuten die sphärische Form der ursprünglichen Anomalie noch weitestgehend beibehalten hat. Die Umgebungsluft oberhalb der Wolke wird ebenfalls gehoben und adiabatisch gekühlt, wodurch ein Bereich mit negativer Auftriebskraft entsteht (siehe Gebiet direkt über der Wolke in Abb. 3.6b). Die Wolkenobergrenze stellt somit eine Grenzfläche zwischen relativ leichter Luft (unten) und relativ schwerer Luft (oben) dar. Nach 4 Minuten hat q_c weiter zugenommen, mit einem Maximum nahe der Wolkenuntergrenze (Abb. 3.6c). Die Position des Maximums lässt sich durch die wachsende Deformation der Wolke erklären. Der untere Bereich der Wolke wird wesentlich stärker gehoben als der obere Bereich (siehe hierzu Verteilung von $(\theta_R/g)B$ z.B. in Abb. 3.6b), so dass die Blase eine zunehmend konvexe, linsenartige Form annimmt (Abb. 3.6c). Das weitere Aufsteigen führt zu einer Intensivierung des Bereiches mit $(\theta_R/g)B < 0$ am Wolkenoberrand, so dass sich der Gradient in $(\theta_R/g)B$ weiter verstärkt. Die kältere Umgebungsluft strömt nun zunehmend entlang der Wolkenränder nach unten, wodurch eine sich intensivierende Scherschicht an den Seiten und am Oberrand der Wolke entsteht. Deren zeitliche Entwicklung (Abnahme der Dicke bei gleichzeitiger Intensivierung) lässt sich insbesondere in Konturdarstellungen der y -Vorticitykomponente $\eta = u_z - w_x$ erkennen (nicht gezeigt). Die Intensivierung der Scherschicht lässt sich aber auch indirekt in den Konturdarstellungen von $(\theta_R/g)B$ verfolgen. Denn betrachtet man sich die Bilanzgleichung für η in 2D

$$\frac{D\eta}{Dt} = -B_x - (D_w)_x + (D_u)_z \quad , \quad \text{mit} \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \quad (3.6)$$

so erkennt man, dass für die materielle Zunahme der Vorticity der barokline Produktions-term, also letztlich die Zunahme des horizontalen Gradienten von B verantwortlich ist. D_u und D_w bezeichnen hierbei die Diffusionsterme für die u - und w -Komponente der Navier-Stokes Gleichung (2.11). Zur Vereinfachung wurde in Gleichung (3.6) die Höhenabhängigkeit von ρ_0 vernachlässigt. Nach etwa 5 Minuten Integrationszeit wird die Scherschicht instabil und zerbricht in mehrere radförmige Strukturen (engl. *pin-wheels*). Im q_c - bzw. $(\theta_R/g)B$ -Feld äußert sich dies im Auftreten von K-H-Instabilitäten am Wolkenoberrand (Abb. 3.6e,f). Mit der Zeit wachsen diese an und bewegen sich lateral entlang der Wolke nach unten. Diese K-H-Instabilitäten führen zum Einmischen von Umgebungsluft in die Wolke (engl. *entrainment*). Dies wiederum führt zur Verdunstung des Wolkenwassers und damit zu einer zunehmenden Umkehr der Auftriebskraft (Abb. 3.6h). Es entstehen teils intensive Abwinde welche ins Zentrum der Wolke vorstoßen. Es sei noch angemerkt, dass der Bereich mit $(\theta_R/g)B < 0$ unterhalb der Wolke in erster Linie ein Resultat erzwungener Hebung bodennaher Luftmassen ist und nur geringfügig mit der Evaporation sedimentierenden Regenwassers zusammenhängt. Wie von Grabowski und Smolarkiewicz (1996) angemerkt und von uns mit Vergleichssimulationen überprüft, ist die Wolkendynamik in diesem Experiment nahezu unbeeinflusst von der Niederschlags- und Evaporation.

3.2.3 Modellvergleich

Die Ergebnisse können gegen Simulationen von Grabowski und Smolarkiewicz (1996) sowie Grabowski und Smolarkiewicz (2002) verglichen werden. Abbildung 3.7a-d zeigt Ergebnisse

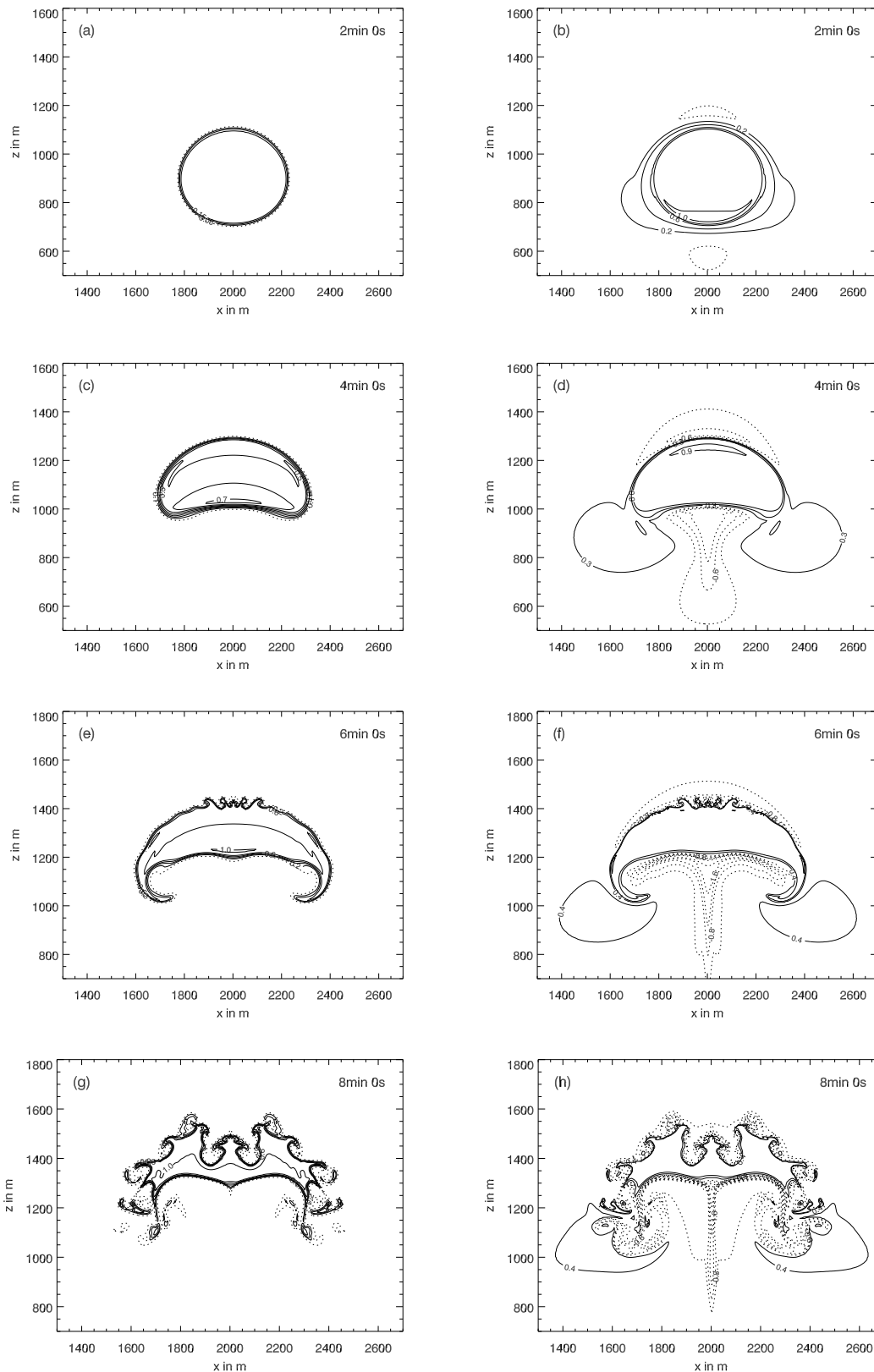


Abbildung 3.6: Spezifischer Wolkenwassergehalt q_c (links) und Auftrieb $(\theta_R/g)B$ (rechts) für eine 2D Cumulus Wolke mit 5 m Auflösung. Die Konturintervalle für die Zeitpunkte 2, 4, 6, 8 min betragen: 0.05, 0.1, 0.2, 0.2 $g\,kg^{-1}$ für q_c und 0.2, 0.3, 0.4, 0.4 K für $(\theta_R/g)B$. Die gepunktete Linie im Falle von q_c zeigt $q_c = 0.01\,g\,kg^{-1}$, was als Wolkenrand interpretiert werden kann. Man beachte die unterschiedlichen z -Achsen.

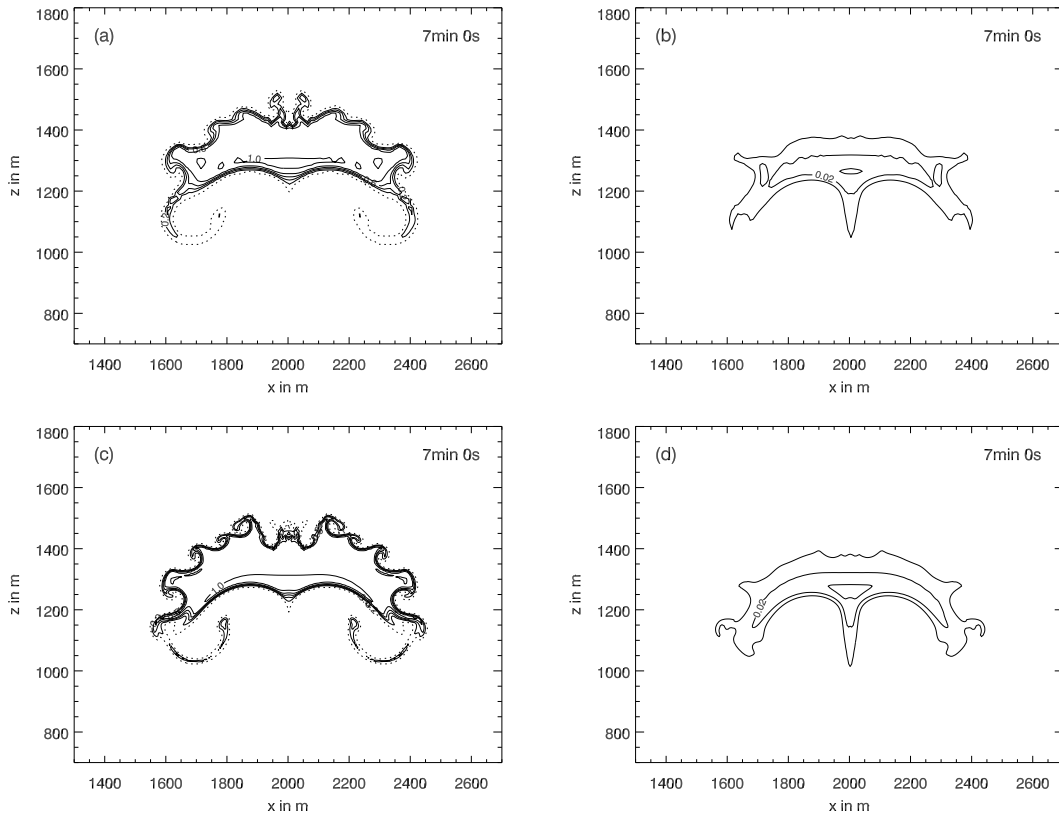


Abbildung 3.7: Spezifischer Wolkenwassergehalt q_c (links) und Regenwassergehalt q_r (rechts) nach 7 Minuten Integrationszeit. Oben: Lauf mit 10 m Maschenweite. Unten: Lauf mit 5 m Maschenweite. Konturintervalle: 0.2 gkg^{-1} für q_c und 0.01 gkg^{-1} für q_r . Die Verdunstung der Regentröpfchen wurde unterdrückt. Man beachte, dass das Maximum des simulierten Wolkenwassergehaltes nahezu unabhängig von der Auflösung ist.

unseres Modells nach 7 Minuten Integrationszeit für q_c (links) und q_r (rechts) mit räumlichen Auflösungen von 10 m (oben) und 5 m (unten). Die Evaporation des Regenwassers wurde durch Multiplikation von $\partial q_r / \partial t|_{eva}$ in Gleichung (2.57) mit dem Faktor 10^{-5} unterdrückt, so dass Unterschiede in der numerischen Behandlung der Sedimentation stärker in den Vordergrund treten. Zur Behandlung der Sedimentation wurde das Schema nach Bott (1989) verwendet. Vergleichsläufe mit einer Upstream-Diskretisierung der Sedimentation zeigten jedoch keine grundlegend anderen Ergebnisse. Abbildung 3.8a-h zeigt zum Vergleich Ergebnisse von Grabowski und Smolarkiewicz (1996). Abbildung 3.8a-d basiert auf einer eulerschen-, Abb. 3.8e-h auf einer semi-lagrangeschen Modellversion. Als Wolkenmodell wurde ein Ein-Momente-Schema basierend auf Kessler (1969) eingesetzt.

Die simulierte Wolke aus Abb. 3.7 zeigt sehr starke Ähnlichkeit mit derjenigen des semi-lagrangeschen Modells von Grabowski und Smolarkiewicz (1996) (Abb. 3.8e-h). Sowohl für 5 m als auch 10 m Maschenweite stimmt die Anzahl der simulierten K-H-Instabilitäten überein. Dies spricht für die korrekte Funktionsweise des dynamischen Modellkerns, sowie der Nukleations-, Kondensations- und Evaporationsprozesse innerhalb des implementierten Wolkenmodells. Vergleicht man die Modellergebnisse mit dem eulerschen Pendant von Grabowski und Smolarkiewicz (1996), so scheint deren Modell bei gleicher räumlicher Auflösung etwas stärkeres numerisches Rauschen zu erzeugen. Dieses Rauschen führt zu einem verfrühten Einsetzen der K-H-Instabilitäten und einer Überschätzung deren räumlichen Skalen

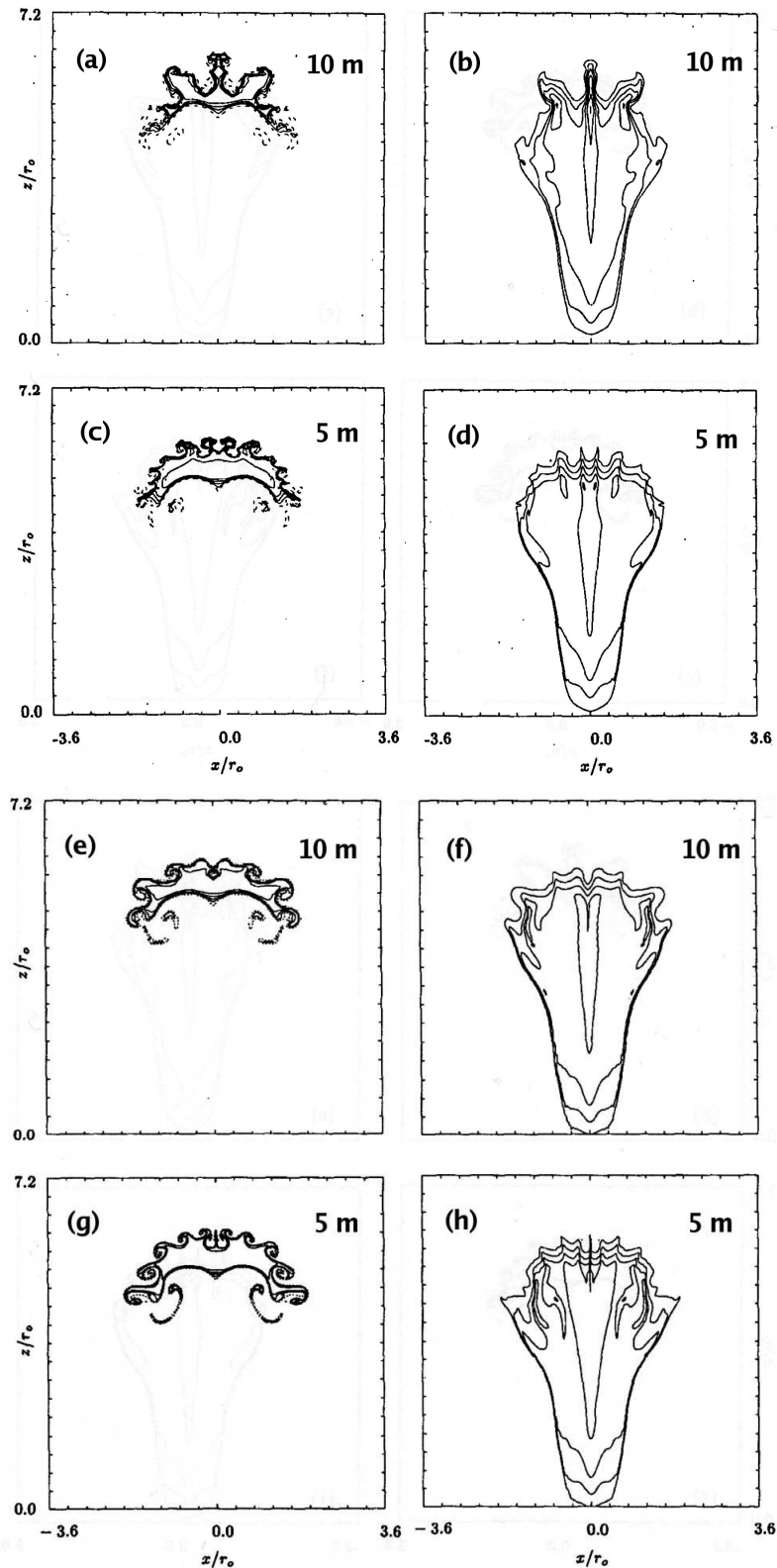


Abbildung 3.8: 2D Cumulus Wolke nach 7 Minuten Integrationszeit mit Maschenweiten von 5 m und 10 m (nach Grabowski und Smolarkiewicz, 1996). a-d: Ergebnisse einer eulerschen Modellversion; e-h: Ergebnisse einer semi-lagrangischen Modellversion. Links: q_c mit Kontur-Intervall 0.2 g kg^{-1} . Gepunktete Linie zeigt $q_c = 0.01 \text{ g kg}^{-1}$. Rechts: q_r mit Kontur-Intervall 0.01 g kg^{-1} . Die Verdunstung der Regentropfen wurde unterdrückt. Man beachte die Normierung der Achsen mit $r_0 = 250 \text{ m}$.

(siehe Grabowski und Clark, 1991, für Zusammenhang zwischen räumlicher Skala der K-H-Instabilitäten, numerischem Rauschen und Dicke der zugrundeliegenden Scherschicht). Dies wiederum bewirkt eine verstärkte Erosion der Wolke, wie in Abb. 3.8a zu sehen. Erst bei einer Maschenweite von 5 m ist diese eulersche Modellversion in der Lage die typische Wolkenform mit mehreren kleinerskaligen K-H-Instabilitäten wiederzugeben. Im Gegensatz dazu ähneln die Ergebnisse unseres Modells mit 10 m Maschenweite bereits stark denjenigen mit 5 m Maschenweite, so dass von einer schnelleren Konvergenz der Lösung und damit einer größeren Genauigkeit gesprochen werden kann.

Tabelle 3.3 zeigt einen quantitativen Vergleich der Modellergebnisse nach 7 Minuten Integrationszeit für eine Gitterweite von 10 m. Gelistet sind der flächengemittelte Wolken- und Regenwassergehalt der Wolke, sowie die Höhe des Massenschwerpunktes für Wolken- und Regenwasser. Das Flächenmittel einer Variablen q (entweder q_c oder q_r) ist definiert als, $\int q dS' / \int dS'$. Hierbei werden alle Gitterzellen mit $q > 10^{-5} gkg^{-1}$ berücksichtigt. Der Schwerpunkt ist definiert als $\int qz dS' / \int q dS'$. Das Flächenmittel des Wolkenwassergehalts passt gut mit den von Grabowski und Smolarkiewicz (1996) angegebenen Werten überein. Es liegt zwischen den Ergebnissen der eulerschen (EU) und semi-lagrangeschen (SL) Modellversion. Der im Vergleich zu den Läufen von Grabowski und Smolarkiewicz (1996) etwas zu niedrige Schwerpunkt des Wolkenwassers ist zumindest zu einem kleinen Teil auf die Berücksichtigung der Wolkentropfensedimentation in unserem Modell zurückzuführen. Ein Vergleichslauf mit ausgeschalteter Wolkentropfensedimentation ergab mit 1332 m einen geringfügig höheren Schwerpunkt. Deutlichere Unterschiede sind im Flächenmittel von q_r sowie dessen Schwerpunkt zu erkennen. Der von uns simulierte Regenwassergehalt ist um fast einen Faktor 2 geringer. Zugleich liegt der Massenschwerpunkt deutlich höher als in den Simulationen von Grabowski und Smolarkiewicz (1996). Der geringere Regenwassergehalt zeigt, dass die niederschlagsbildenden Prozesse trotz des gewählten maritimen Aktivierungsspektrums in unserem Modell langsamer ablaufen, als im Ein-Momente Schema von Grabowski und Smolarkiewicz (1996). Zum anderen zeigt der erhöhte Schwerpunkt, dass die Fallgeschwindigkeiten in unserer Simulation deutlich niedriger und damit der mittlere Regentropfendurchmesser \bar{D}_r deutlich kleiner ist. Eine perfekte Übereinstimmung ist bei derartig unterschiedlichen Wolkenmodellen nicht zu erwarten und muss nicht notwendigerweise auf Unzulänglichkeiten im implementierten Wolkenmodell hindeuten. Wie jedoch noch gezeigt wird, gibt es in der Tat Anhaltspunkte dafür, dass unser Wolkenmodell die Geschwindigkeit der Niederschlagsbildung, sowie den Regentropfendurchmesser unterschätzt. Auf mögliche Modifikationen wird am Ende des folgenden Abschnitts eingegangen.

3.2.4 Erhaltungseigenschaften und Analyse der niederschlagsbildenden Prozesse

Gemäß der Bilanzgleichungen für q_c , q_r und q_v muss zu jedem Zeitpunkt der Simulation das Gesamtwasser Q_{tot} im Modellgebiet erhalten sein. Definiert man den Gesamtwassergehalt als Abweichung vom Anfangswert ($t = 0$ s), so muss gelten:

$$Q_{tot} = \int_V \rho_0 (q_c + q_r + (q_v - q_{v0})) dV' \stackrel{!}{=} 0 \quad \forall t \quad (3.7)$$

Abbildung 3.9 zeigt die zeitliche Entwicklung von Q_{tot} , zusammen mit einer Aufspaltung in die Anteile Wolkenwasser (Q_c), Regenwasser (Q_r) und Wasserdampf (Q_v) für den Lauf aus Abb. 3.6. Bis zum Reifestadium der Wolke ($t \approx 400$ s) steigt Q_c auf Kosten von Q_v . Mit

Tabelle 3.3: Quantitativer Vergleich der regnenden Cumulus Wolke nach 7 Minuten (LES) mit den Ergebnissen der eulerschen (EU) und semi-lagrangeschen (SL) Modellversionen nach Grabowski und Smolarkiewicz (1996). Die Maschenweite beträgt 10 m. Die zweite und vierte Spalte gibt jeweils den flächengemittelten Wolken- bzw. Regenwassergehalt der Wolke an. Die dritte und fünfte Spalte zeigt die Höhe des Massenschwerpunktes für Wolken- bzw. Regenwasser. Die Vergleichswerte wurden Grabowski und Smolarkiewicz (2002) entnommen. Es sei angemerkt, dass hierbei die Niederschlagsevaporation nicht unterdrückt wurde.

	q_c		q_r	
	Mittelwert in gkg^{-1}	Schwerpunkt in m	Mittelwert in 10^{-2}gkg^{-1}	Schwerpunkt in m
EU	0.504	1355	1.35	1093
SL	0.666	1353	1.93	1118
LES	0.590	1327	0.93	1274

beginnender Instabilität des Wolkenoberrandes gewinnt die Wolkentropfenevaporation an Bedeutung, wodurch Q_c zu Gunsten von Q_v wieder abnimmt. Während dieser Phase sind im Wolkeninnern die niederschlagsbildenden Mechanismen weiterhin wirksam, so dass der Regenwassergehalt Q_r stetig anwächst. Nach etwa 400 s liefert er erstmals einen merklichen Beitrag zum Gesamtbudget. Das Wachstum von Q_r erfolgt größtenteils auf Kosten von Q_c . Die Zeitreihe von Q_{tot} zeigt, dass bei diesen Wechselwirkungen das Gesamtwasser näherungsweise erhalten bleibt. Q_{tot} nimmt nur geringfügig zu, mit einem relativen Fehler von 0.0034% nach 600 s Integrationszeit. Es wurde überprüft, dass dieser Fehler unabhängig davon ist, welche Quell- oder Senkenterme in den Bilanzgleichungen (2.59), (2.55), (2.57) des Wolkenmodells zu- oder abgeschaltet werden. Daher können Programmierfehler als Ursache ausgeschlossen werden. Zudem ist der relative Fehler in guter Näherung unabhängig von der verwendeten Gitterweite. Genauere Untersuchungen haben gezeigt, dass der Fehler aus der Restdivergenz des advehierenden Geschwindigkeitsfeldes resultiert. Durch Verschärfung des Abbruchkriteriums im Poisson-Löser (siehe Abschnitt 2.6) lässt sich die Restdivergenz vermindern und die Erhaltung des Gesamtwassers weiter verbessern. Dies ist jedoch mit vermehrtem Rechenaufwand verbunden, so dass ein praktikabler Mittelweg zwischen numerischer Genauigkeit und erforderlicher Rechenzeit gewählt werden muss. Das im hier gezeigten Fall angewendete Abbruchkriterium liegt im Bereich dessen, was in Abschnitt 2.6 als praktikabel vorgeschlagen wurde. Da wir im Rahmen der Bannerwolkenanalyse auf relativ kurzen Zeitskalen und mit einer Einström/Ausström-Geometrie arbeiten, kann ein Fehler dieser Größenordnung in guter Näherung vernachlässigt werden.

Um die korrekte Implementierung der niederschlagsbildenden Prozesse qualitativ zu überprüfen, wurden die flächengemittelten Autokonversions-, Akkreszenz-, Selbsteinfangs-, Kondensations-, sowie die Sedimentationsraten separat als Funktion der Zeit ausgegeben. Abbildung 3.10a,b zeigt diese, aufgeteilt in Änderungsraten für q_r und N_r .

Zunächst einmal lässt sich richtigerweise erkennen, dass die Kondensation für das Anwachsen von q_r sekundär ist. Aufgrund dieser bekannten Tatsache wird bei vielen Mikrophysik-Parametrisierungen ganz auf ein Wachstum der Regentropfen durch Kondensation verzichtet. Die Abbildungen 3.10a,b zeigen darüber hinaus die korrekte zeitliche Abfolge der Prozesse Autokonversion, Akkreszenz und Selbsteinfang. Als erstes setzt die Autokonversion ein, welche das Regentropfenspektrum initiiert und mit zunehmender Wolkentropfenmasse \bar{m}_c einen

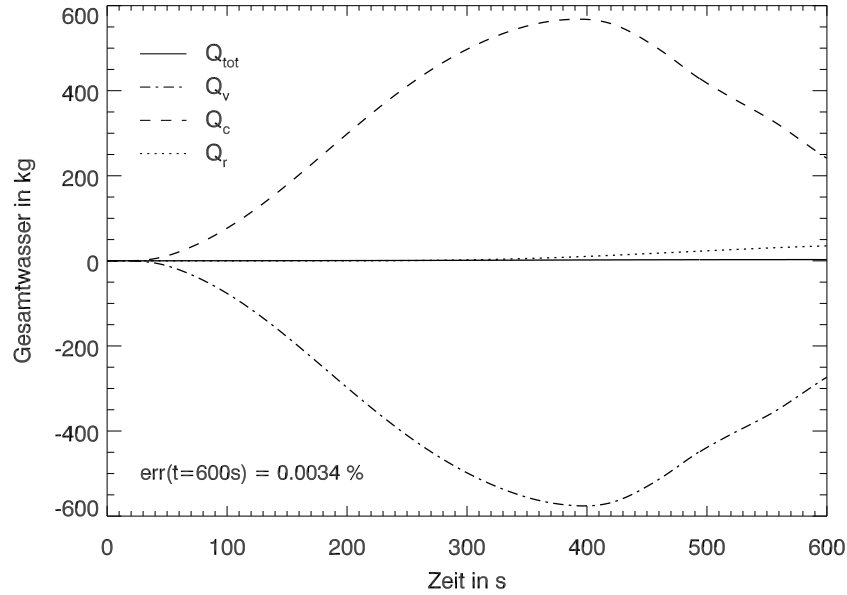


Abbildung 3.9: Zeitliche Entwicklung des über das Modellgebiet integrierten Gesamtwassergehaltes Q_{tot} (—), sowie des integrierten Wolkenwassers Q_c (- - -), Regenwassers Q_r (·····) und Wasserdampfes Q_v (- · - · -). Gezeigt sind Abweichungen von den Anfangswerten.

wachsenden Quellterm für q_r darstellt (siehe auch Gleichung (2.87)). Die Autokonversion wirkt gleichzeitig als Quellterm für N_r (Abb. 3.10b). Nach Gleichung (2.85) ist dieser Quellterm direkt proportional zu $\partial q_r / \partial t|_{aut}$. Die Proportionalitätskonstante beruht auf der von Berry und Reinhardt (1974) gemachten Annahme, dass die neu gebildeten Regentropfchen einen Durchmesser von ca. $82 \mu\text{m}$ besitzen (siehe auch Anhang B). Nachdem das Regentropfenspektrum initiiert wurde, gewinnt folgerichtig die Akkreszenz zunehmend an Bedeutung. Im Reifestadium der Wolke ($t \gtrsim 450\text{s}$) liegen die Quellstärken von Autokonversion und Akkreszenz etwa in der gleichen Größenordnung. Wir beobachten allerdings nicht den üblichen Effekt, dass ab einem gewissen Stadium der Beitrag durch Akkreszenz denjenigen durch Autokonversion deutlich übersteigt. So wurde z.B. in der Arbeit von Cohard und Pinty (2000b) für ein 2-Momente-Schema gezeigt, dass nach der Initiierung des Regentropfenspektrums durch die Autokonversion, die Akkreszenz den mit Abstand stärksten Beitrag zum q_r -Wachstum liefert². Als letztes beginnt der Selbsteinfang einen wachsenden Beitrag zu liefern, jedoch wird vermutlich auch dessen Bedeutung in unserer Simulation unterschätzt. Wir vermuten, dass die relativ geringen Raten der Akkreszenz und des Selbsteinfangs auf die Annahme eines konstanten Durchmessers für die neu gebildeten Regentropfen in der Autokonversionsparametrisierung (s.o.) zurückzuführen ist. Dadurch wird das Anwachsen des mittleren Regentropfendurchmessers behindert, da dem Regentropfenspektrum stetig Nieseltröpfchen mit $\bar{D}_r \approx 82 \mu\text{m}$ durch die Autokonversion zugeführt werden (siehe Abb. 3.11)³ Das verzögerte Wachstum von \bar{D}_r verzögert ein Anwachsen der Akkreszenzrate, was das Wachstum von q_r und dadurch letztlich ein stärkeres Anwachsen der Selbsteinfangsrate verhindert (siehe Gleichung (2.92) für die Abhängigkeit von q_r). Aus alledem resultieren letztlich die äußerst

²Cohard und Pinty (2000b) betrachten eine räumliche Entwicklung der Wolke anstelle einer zeitlichen, wie in unserem Fall.

³Das grundsätzliche Problem hierbei ist, dass im Modell sowohl die der Regenklasse neu zugeführten Nieseltröpfchen, als auch die großen Regentropfen zu einer unimodalen 'Regen'-Kategorie zusammengefasst werden.

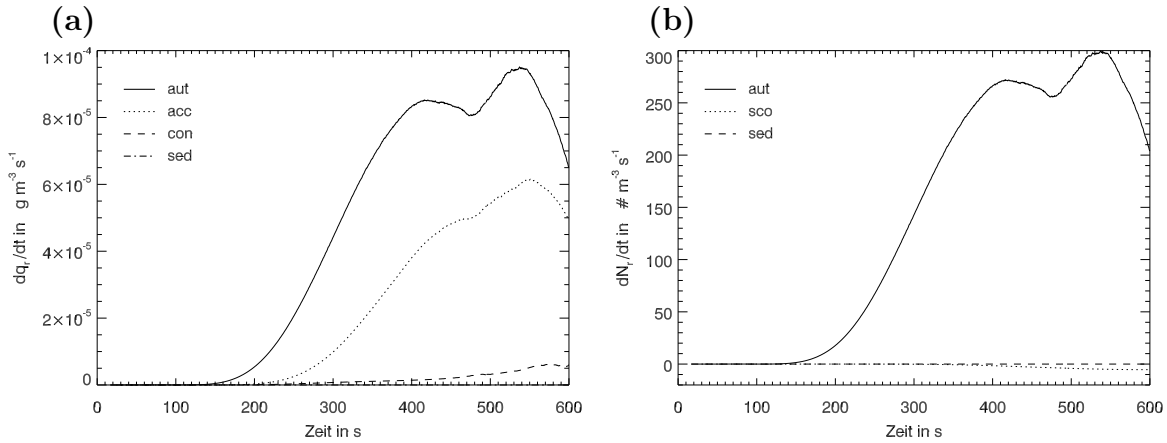


Abbildung 3.10: Flächengemittelte Änderungsraten der Mechanismen Autokonversion (*aut*), Akkreszenz (*acc*), Kondensation (*con*), Selbsteinfang (*sco*) und Sedimentation (*sed*), aufgeteilt in: (a) zeitliche Änderung von q_r , (b) zeitliche Änderung von N_r . Man beachte, dass die aufgeführten Mechanismen nicht notwendigerweise beide Momente (q_r und N_r) des Regentropfenspektrums beeinflussen.

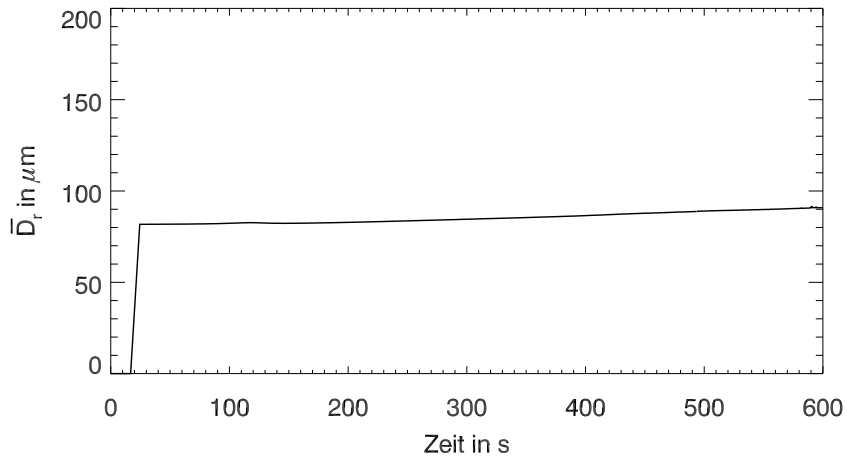


Abbildung 3.11: Zeitreihe des mittleren Regentropfendurchmessers \bar{D}_r . Es wurde über das Gebiet mit $q_r > 0$ und $N_r > 0$ gemittelt. Die Regentropfenevaporation wurde vernachlässigt.

geringen Sedimentationsflüsse von q_r und N_r (siehe Abb. 3.10a,b).

Obwohl die Parametrisierungen qualitativ gesehen korrekt funktionieren, legt der Vergleich mit dem Kessler-Schema in Grabowski und Smolarkiewicz (1996) nahe, dass quantitativ gesehen die Geschwindigkeit der Niederschlagsbildung unterschätzt wird. Sinnvolle Modifikationen des Wolkenschemas, welche zu einer Beschleunigung der niederschlagsbildenden Prozesse führen könnten sind im Anhang B beschrieben. Die Modifikationen betreffen sowohl die Nukleationsparametrisierung mit dem Ziel einer Erhöhung der Autokonversionsrate, sowie die Parametrisierung der Autokonversion selbst, mit dem Ziel eines beschleunigten Wachstums von \bar{D}_r . Die Implementierung und Validierung dieser Modifikationen geht jedoch über das Ziel dieser Arbeit hinaus. Die niederschlagsbildenden Prozesse werden im Rahmen der Bannerwolkenanalyse nicht eingesetzt.

3.3 Hindernisüberströmung

Nach diesen zweidimensionalen, stark idealisierten Tests soll das Modell nun auf einem dreidimensionalen Modellgebiet im LES-Modus getestet werden. Mit Blick auf die geplante Anwendung wurden folgende Testfälle ausgewählt: Die turbulente Überströmung eines in y -Richtung unendlich ausgedehnten Bergrückens, sowie die Überströmung eines dreidimensionalen Quaders. Beide Konfigurationen stellen einen kritischen Test sowohl für die Methode der viskosen Topographie, als auch für den Einströmgenerator dar. Obwohl die Orographie in beiden Fällen relativ einfach erscheint, ist die sich entwickelnde turbulente Strömung hoch komplex. Es ist bekannt, dass solche Strömungen Ablöse- und Wiederanlegepunkte, sich ablösende interne Scherschichten und Rezirkulationsgebiete aufweisen. Im Falle des Quaders beobachtet man zudem einen sogenannten Hufeisenwirbel (engl. *horseshoe-vortex*), sowie die quasi-periodische Ablösung gegenläufiger Wirbel im Lee⁴. Für beide Testfälle existieren numerisch oder experimentell gewonnene Vergleichsdatensätze, so dass unsere Ergebnisse quantitativ überprüft werden können.

3.3.1 Überströmung eines quasi-2D Bergrückens

In diesem Abschnitt wird untersucht, inwieweit das Modell in der Lage ist die turbulente Überströmung eines quasi-zweidimensionalen, aerodynamisch rauhen⁵ Bergrückens zu simulieren. Der Versuchsaufbau orientiert sich an einem Windkanalexperiment nach Ishihara et al. (2001), so dass ein direkter Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen möglich ist. Als weiterer Anhaltspunkt für den Versuchsaufbau dient eine numerische Simulation von Iizuka und Kondo (2006) welche ebenfalls zum Ziel hatte, die Windkanalergebnisse zu reproduzieren. Der Fokus lag hierbei allerdings auf der Validierung unterschiedlicher FS-Modelle. Auf die Modellergebnisse von Iizuka und Kondo (2006) wird an geeigneter Stelle näher eingegangen.

Modellaufbau und Validierung des Einströmdatensatzes

Der Modellaufbau ist in Abbildung 3.12 skizziert. Der Hindernisquerschnitt ist gegeben durch

$$h(x - x_0) = H \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{(x - x_0)}{L} \right), \quad (3.8)$$

mit der Höhe $H = 40$ mm und der Breite $L = 100$ mm. x_0 kennzeichnet das Hinderniszentrum. In x -Richtung werden Dirichletsche Randbedingungen am Einström- und Neumannsche Randbedingungen am Ausströmrand verwendet (siehe Abschnitt 2.7.2). Die einfachen Neumannschen Randbedingungen sind ausreichend um ein möglichst störungsfreies Austreten der aufgelösten Fluktuationen zu gewährleisten. Die Ränder in y -Richtung sind periodisch. Das Modellgebiet hat eine Ausdehnung von $60 H(x) \times 9.2 H(y) \times 24 H(z)$ bei $300 (x) \times 46 (y) \times 48 (z)$ Gitterzellen. In der Horizontalen wird eine konstante Maschenweite von $\Delta x = \Delta y = 0.2 H$ verwendet. In der Vertikalen ist das Gitter gestreckt, mit einem Streckungsverhältnis von 5% für $z < 1.2 H$ und maximal 10% oberhalb. Das erste Modellniveau liegt bei $z = 0.05 H$. Die Rauigkeitslänge wurde gemäß Ishihara et al. (2001) auf $z_0 = 0.0075 H$ festgesetzt. Die

⁴Dieser Effekt ist auch unter dem Namen *Kármánsche Wirbelstraße* bekannt.

⁵Eine Oberfläche gilt als aerodynamisch rau, falls $(u_* z_0 / \nu_{\text{Luft}}) > 2.5$ gilt (siehe z.B. Kraus, 2008, S. 78). Anschaulich gesprochen bedeutet dies, dass die einzelnen Rauigkeitselemente aufgrund ihrer Größe aus der laminaren Unterschicht (unterhalb der Prandtl-Schicht) herausragen.

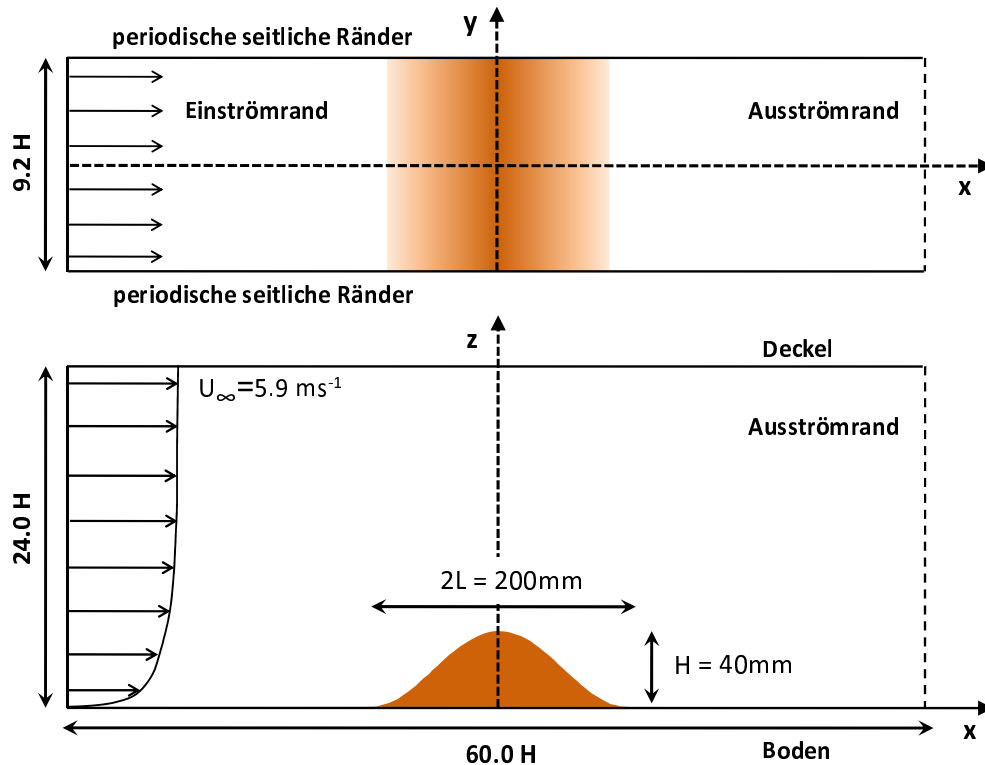


Abbildung 3.12: Modellaufbau für die Überströmung eines quasi-2D Bergrückens. Abstände sind als Vielfaches der Hindernishöhe H gegeben. L bezeichnet die Breite des Hindernisses.

atmosphärische Schichtung ist neutral. Die Reynolds-Zahl basierend auf der Geschwindigkeit der freien Strömung am Modelloberrand $U_\infty = 5.9 \text{ m s}^{-1}$, der Hindernishöhe H und der Viskosität von Luft beträgt $Re = 1.58 \times 10^4$.

Um die korrekte Funktionsweise der implementierten FS-Modelle zu überprüfen, wurde dieser Testfall sowohl mit dem Lilly-Smagorinsky-Modell als auch dem Modell nach Deardorff gerechnet (für Modellkonstanten siehe Abschnitt 2.3.1 und 2.3.2). Auf dem gewählten Modellgitter wird zwar ein Großteil der energietragenden Wirbel und damit ein Großteil der TKE explizit simuliert, allerdings ist es noch zu grob als dass der Beitrag des FS-Modells gänzlich vernachlässigt werden kann. Somit wird es möglich sein die Funktionsweise der FS-Modelle zu überprüfen.

Wie in Abschnitt 2.7.3 beschrieben, wurde der Einströmdatensatz in einem separaten Vorlauf erzeugt. Dieser Vorlauf unterschied sich vom Hauptlauf in den folgenden drei Punkten:

- Modifizierte Einströmrandbedingung (siehe Abschnitt 2.7.3)
- ebener Boden (kein Hindernis)
- reduzierte Gebietsgröße von $20 H(x) \times 9.2 H(y) \times 24 H(z)$

Die Gebietsgröße ist wie so oft ein Kompromiss zwischen gewünschter Exaktheit und erforderlichem Rechenaufwand. Um den Rechenaufwand möglichst gering zu halten ist man versucht, die Länge des Modellgebietes zu minimieren. Die Gebietslänge L_x darf jedoch nicht beliebig klein gewählt werden, da ansonsten der Einströmdatensatz eine signifikante Periodizität mit einer Periode entsprechend der Durchlaufzeit zwischen Einströmrand und Recycling-Ebene aufweist. Die Recycling-Ebene muss so weit vom Einströmrand entfernt sein, dass das

Eingangssignal hinreichend dekorreliert ist bevor es die Recycling-Ebene erreicht. Einen Anhaltspunkt für die erforderliche Gebietslänge L_x liefert die Grenzschichtdicke δ_{BI} , welche als Maß für die maximale Größe der turbulenten Strukturen angesehen werden kann. Je größer δ_{BI} umso größer muss L_x gewählt werden. In verschiedenen Simulationen hat sich gezeigt, dass eine Gebietslänge von $L_x \gtrsim (1.5 - 2.0)\delta_{\text{BI}}$ ausreichend ist, um eine hinreichende Dekorrelation zu gewährleisten. Mit einer Grenzschichtdicke von $\delta_{\text{BI}} = 0.285 \text{ m}$ gilt für den hier beschriebenen Fall: $L_x = 2.8 \delta_{\text{BI}}$.

Angetrieben wurde der Einströmgenerator von einem mittleren Geschwindigkeitsprofil $u_0(z)$, welches den Messungen von Ishihara et al. (2001) am Eingang des Messbereiches entnommen wurde. Nachdem der Einströmgenerator einen näherungsweise statistisch stationären Zustand erreicht hatte, wurden $2D$ -Schnitte der instantanen Geschwindigkeitsfelder für einen Zeitraum von $T = 360$ entdimensionalisierten Zeiteinheiten (basierend auf U_∞ und H) in der Recycling-Ebene entnommen und auf Festplatte gespeichert. Dieser Datensatz wurde anschließend dem Einströmrand des Hauptlaufes aufgeprägt. Da die Integrationszeit die Länge des abgespeicherten Datensatzes übertraf, wurde der Einströmdatensatz zyklisch wiederholt.

Im Folgenden werden die Ergebnisse des Einströmgenerators gegen die Windkanalergebnisse verglichen. Abbildung 3.13a zeigt Vertikalprofile der mittleren Geschwindigkeit $\langle u \rangle$ bei Verwendung des Lilly-Smagorinsky-Modells (SMG-Modell) und des FS-Modells nach Dear-dorff (DD-Modell). Die Mittelwertbildung erfolgte durch Mittelung in der Zeit und der y -Richtung. Der Einströmgenerator ist in der Lage das experimentell bestimmte u -Profil ($u_0(z)$) näherungsweise zu reproduzieren. Dies ist nicht selbstverständlich. Zwar wird der Einströmgenerator mit $u_0(z)$ am Einströmrand angetrieben, jedoch wird $\langle u \rangle$ nicht am Einströmrand sondern in der Recycling-Ebene berechnet. Dies verdeutlicht, dass das verwendete Wandmodell (siehe Abschnitt 2.7.1) und das im Falle des SMG-Modells verwendete Matching (siehe Gleichung (2.108)) trotz seiner Einfachheit für neutrale und horizontal homogene Bedingungen ordentliche Ergebnisse liefert. Ansonsten würde man starke Abweichungen insbesondere in Bodennähe erwarten. Die Übereinstimmung zwischen gemessenem und simuliertem Profil ist aber nicht perfekt. Um die vorhandenen systematischen Fehler hervorzuheben wurde die vertikale Ableitung von $\langle u \rangle$, sprich die Scherung als Funktion von z berechnet. Abbildung 3.13b zeigt die dimensionslose Scherung

$$S_u = \frac{\frac{d\langle u \rangle}{dz}}{\frac{du_0}{dz}}. \quad (3.9)$$

Würde das Modell $u_0(z)$ exakt reproduzieren, so müsste $S_u(z) = 1$ gelten. Die Abweichung von der in Abb. 3.13b eingezeichneten gepunkteten Linie ist somit ein Maß für den Fehler im simulierten mittleren Geschwindigkeitsprofil. Beide FS-Modelle liefern qualitativ das gleiche Ergebnis: Die Scherung in Bodennähe wird überschätzt, wohingegen die Scherung im Höhenbereich $0.6 < z/H < 2.0$ leicht unterschätzt wird. Dieses Phänomen wurde bereits von Mason und Thomson (1992) beobachtet. Sie führten dies auf einen in den SMG- und DD-Modellen fehlenden physikalischen Mechanismus – das sogenannte *Backscatter* zurück. Unter Backscatter versteht man den Effekt, dass der Energieaustausch zwischen Grobstruktur (GS) und Feinstruktur (FS) im Mittel zwar von GS zu FS stattfindet (Energiekaskade), lokal und momentan aber auch in umgekehrter Richtung, von FS zu GS ablaufen kann. Sie konnten zeigen, dass bei einer Erweiterung des SMG-Modells um den Backscatter-Mechanismus die Überschätzung der bodennahen Scherung nicht auftritt. Der beobachtete Fehler in $\langle u \rangle$ ist somit nicht auf eine Unzulänglichkeit der verwendeten perturbation recycling-Methode, sondern auf eine bekannte Unzulänglichkeit der FS-Modelle zurückzuführen.

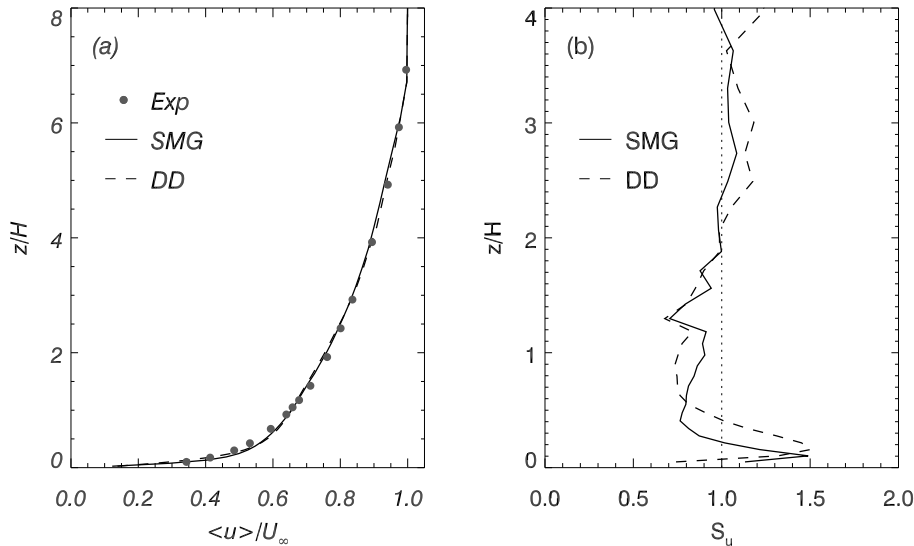


Abbildung 3.13: (a) Vertikalprofil der raumzeitlich gemittelten Geschwindigkeit $\langle u \rangle / U_\infty$. (b) Scherung des $\langle u \rangle$ -Profils normiert mit der Scherung des antreibenden Profils $u_0(z)$. Linien zeigen Modellergebnisse für das SMG- bzw. DD-Modell, Symbole zeigen experimentelle Ergebnisse.

Abbildung 3.14 zeigt Vertikalprofile der simulierten Standardabweichungen σ_u , σ_v , σ_w für beide FS-Modelle. Der FS-Beitrag wurde für das SMG-Modell a-posteriori über Gleichung (2.45) abgeschätzt. Für das DD-Modell konnte der FS-Beitrag direkt aus der prognostizierten FS-TKE unter Annahme von Isotropie der Feinstruktur berechnet werden⁶. Man erkennt, dass die verwendete perturbation recycling-Methode in der Lage ist, die gemessenen Standardabweichungen in guter Näherung zu reproduzieren. Dies ist insofern erwähnenswert, als dass keinerlei a-priori Annahmen über deren Vertikalstruktur oder Absolutwerte gemacht werden. Während die Ergebnisse des DD-Modells bis auf eine Überschätzung von σ_u in Bodennähe mit den Messungen übereinstimmen, bewirkt das SMG-Modell eine leichte Unterschätzung der Standardabweichungen. Die Vertikalstruktur stimmt allerdings auch hier gut mit den Messungen überein. Vergleicht man das simulierte Geschwindigkeitsprofil (Abb. 3.13b) mit den simulierten Standardabweichungen aus Abb. 3.14b, so erkennt man, dass die perturbation recycling-Methode die gemessenen Standardabweichungen in dem Maße reproduzieren kann, wie das Modell in der Lage ist das korrekte Geschwindigkeitsprofil wiederzugeben. Die Überschätzung der bodennahen Scherung bewirkt die erwähnte Überschätzung von σ_u . Gleichzeitig bewirkt die Unterschätzung der Scherung im Höhenbereich $0.6 < z/H < 2.0$ eine leichte Unterschätzung von σ_u . Gleiches gilt qualitativ auch für das SMG-Modell, wenn auch auf einem etwas zu niedrigen Turbulenzniveau. Das gleiche Phänomen der bodennahen Überschätzung von σ_u zeigt sich auch in den Einströmdatensätzen von Kataoka und Mizuno (2002) sowie Iizuka und Kondo (2004). Die Ursache für diese Unzulänglichkeit wurde von den Autoren jedoch nicht näher analysiert.

Es lässt sich festhalten, dass der verwendete Einströmgenerator in der Lage ist realitätsnahe turbulente Einströmdaten zu erzeugen. Die simulierten Reynolds-Spannungen sind in dem Maße korrekt, in dem das Modell in der Lage ist das korrekte Geschwindigkeitsprofil zu reproduzieren.

⁶Man beachte, dass die FS- und GS-Anteile der Varianzen, nicht aber der Standardabweichungen additiv sind. Aus diesem Grund erscheint der FS-Anteil in dieser Abbildung als relativ groß.

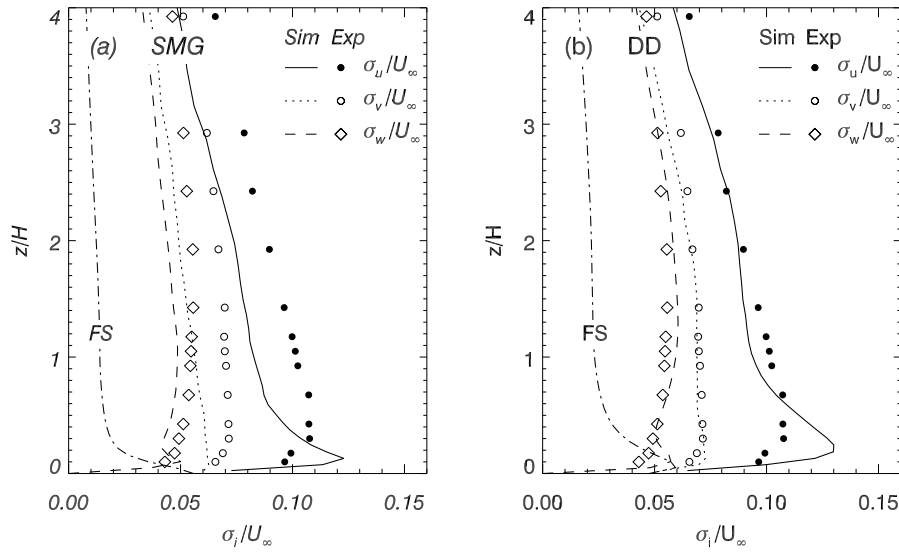


Abbildung 3.14: Gesamt-Standardabweichungen σ_u/U_∞ , σ_v/U_∞ , σ_w/U_∞ (Summe aus Grobstruktur (GS)- und Feinstruktur (FS)-Anteil). Linien zeigen Modellergebnisse, Symbole zeigen experimentelle Ergebnisse. Linie FS zeigt separat den FS-Anteil. Es wurde Isotropie hinsichtlich der Feinstruktur angenommen. (a) SMG-Modell, (b) DD-Modell.

Methodische Probleme der Einströmtechnik

Bislang wurde die Güte des Einströmdatensatzes abgeschätzt, indem 1D-Profile der Geschwindigkeiten und Standardabweichungen mit den experimentell bestimmten Profilen verglichen wurden. Die Simulationsergebnisse wurden hierzu über die Zeit t und in y -Richtung gemittelt. Die Labormessungen wurden lediglich über t gemittelt, da es sich um Punktmessungen in der Mitte des Windkanals handelt. Dabei wurde Homogenität der Laborströmung in y -Richtung vorausgesetzt. Wie gut diese Annahme erfüllt ist, kann aufgrund fehlender Messungen entlang der y -Achse nicht überprüft werden.

Bislang ist in unsere Qualitätsbetrachtungen nicht eingeflossen, wie gut die Homogenität in y -Richtung für den numerisch erzeugten Datensatz erfüllt ist. Für eine unendlich lange Zeitreihe müsste gelten:

$$\frac{\partial \langle u_i(y, z) \rangle_t}{\partial y} = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \langle \sigma_i(y, z) \rangle_t}{\partial y} = 0 \quad (3.11)$$

$$\langle w(y, z) \rangle_t = \langle v(y, z) \rangle_t = 0 \quad (3.12)$$

Der Index t kennzeichnet hierbei, dass die Mittelung nur über t ausgeführt wurde. Für sämtliche Zeitmittel müssten demnach die Gradienten in y -Richtung, sowie für v und w zudem die Mittelwerte verschwinden. Abbildung 3.15a,b zeigt $\langle u(y, z) \rangle_t$ sowie $\langle w(y, z) \rangle_t$ in der Recycling-Ebene nach Mittelung über die gesamte Laufzeit des Einströmgenerators ($T = 5000$ Zeiteinheiten, DD-Modell). Die Bedingungen (3.10)-(3.12) sind nicht exakt, aber in guter Näherung erfüllt. Die sichtbare Rest-Inhomogenität deutet an, dass die Strömung neben den turbulenten Skalen größerskalige Fluktuationen beinhaltet, welche eine große Mittelungszeit erfordern. Ob diese Fluktuationen ein numerisches Artefakt darstellen oder das Resultat eines echten physikalischen Mechanismus sind, konnte nicht abschließend geklärt werden. Abbildung 3.16a,b zeigt zum Vergleich $\langle u(y, z) \rangle_t$ und $\langle w(y, z) \rangle_t$ für den Ein-

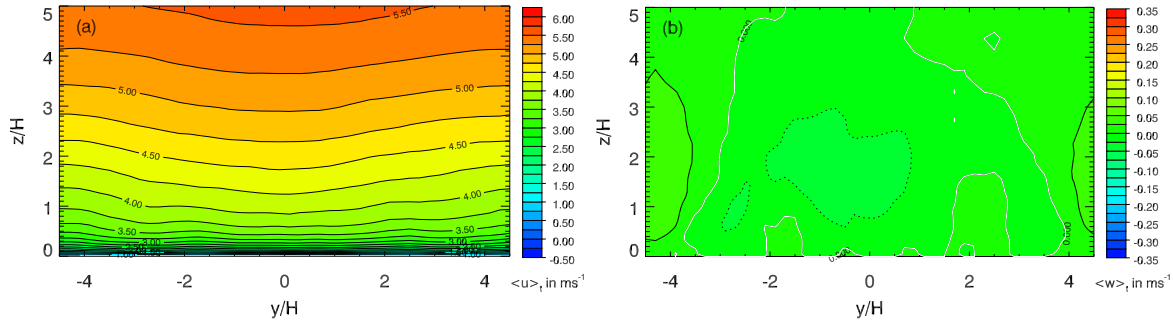


Abbildung 3.15: Zeitliche Mittelung der Strömung im Einströmgenerator über dessen gesamte Laufzeit. (a) u -Komponente $\langle u(y, z) \rangle_t$, (b) w -Komponente $\langle w(y, z) \rangle_t$. Mittelungszeit: $T = 5000$ dimensionslose Zeiteinheiten.

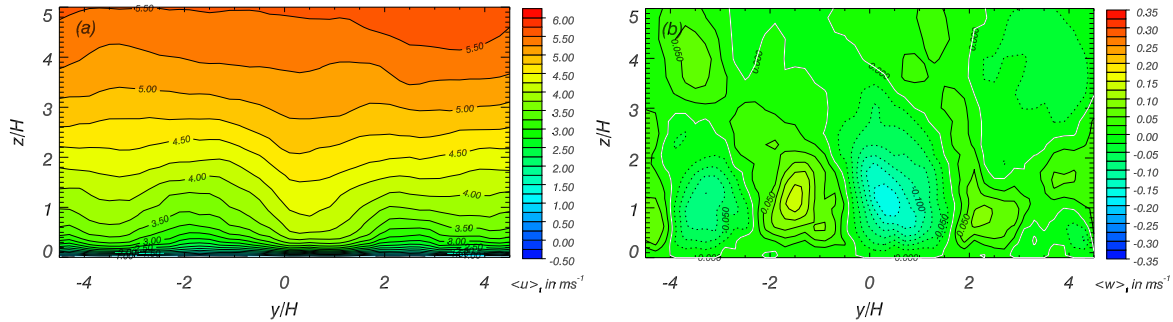


Abbildung 3.16: Zeitliche Mittelung des in der Recycling-Ebene abgegriffenen und abgespeicherten Einströmdatensatzes. (a) u -Komponente $\langle u(y, z) \rangle_t$, (b) w -Komponente $\langle w(y, z) \rangle_t$. Mittelungszeit: $T = 360$ dimensionslose Zeiteinheiten.

strömdatensatz ($T = 360$ Zeiteinheiten), d.h. den Teil des Einströmgenerator-Laufes der in der Recycling-Ebene abgegriffen, abgespeichert und anschließend dem Hauptlauf als Einströmrandbedingung aufgeprägt wird. Da dieser Einströmdatensatz nur einen Teil des Zeitbereiches des gesamten Einströmgenerator-Laufes umfasst, sind die Rest-Inhomogenitäten wesentlich stärker ausgeprägt. Der Einströmdatensatz ist somit nicht absolut homogen in y -Richtung. Dies gilt in mehr oder minder starker Ausprägung für alle in dieser Arbeit verwendeten Datensätze. Es stellt ein methodisches Problem der verwendeten Einströmtechnik dar.

Die Inhomogenität der Einströmung ist im vorliegenden (quasi-2D) Fall relativ unproblematisch. Da sich das Hindernis über die gesamte Breite des Modellgebietes erstreckt, wird die Qualität des Datensatzes im Wesentlichen durch die Abweichungen zwischen den über y gemittelten Statistiken des Einströmdatensatzes und den Labormessungen bestimmt. Die Inhomogenität in y -Richtung spielt keine wesentliche Rolle, da auch im Hauptlauf die Statistiken durch Mittelung über die y -Richtung berechnet werden. Bei Strömungen über dreidimensionale Hindernisse kann eine zu große Inhomogenität in y -Richtung allerdings problematisch sein. Auch wenn die raumzeitlich (über y, t) gemittelten Profile gut mit den Messungen übereinstimmen, kann der Einströmdatensatz je nach Stärke der y -Inhomogenität für den Hauptlauf unbrauchbar sein. Im Hauptlauf müssen Inhomogenitäten bei der Interpretation sowie bei einem Vergleich der Resultate mit Labormessungen berücksichtigt werden (siehe Abschnitt 4.3.1).

Als quantitatives Maß für die Inhomogenität des Einströmdatensatzes, soll an dieser Stelle die normierte, vertikal integrierte, horizontale Standardabweichung $\Sigma_{u,v,w}$ der Geschwindig-

keitskomponenten eingeführt werden. Für die u -Komponente gelte in diskretisierter Form

$$\Sigma_u = \frac{1}{U_m \delta_{Bl}} \sum_{k=1}^{N_{Bl}} \left[\frac{1}{N_y} \sum_{j=1}^{N_y} (\langle u_k \rangle - \langle u_{j,k} \rangle_t)^2 \right]^{1/2} \Delta z_k . \quad (3.13)$$

Die Integration erfolgt von $z = 0$ m bis $z = \delta_{Bl}$, d.h. bis zur Grenzschichthöhe. N_{Bl} bezeichnet die Anzahl der vertikalen Gitterpunkte mit $z < \delta_{Bl}$. N_y ist die Anzahl der Punkte in y -Richtung. Die Indizes j , k kennzeichnen die Position auf dem Modellgitter und der Index t symbolisiert wiederum, dass die Mittelung nur über die Zeit ausgeführt wird. Die Normierung mit δ_{Bl} gewährleistet die skalenunabhängige Vergleichbarkeit. Die Normierung mit der vertikal gemittelten Strömungsgeschwindigkeit

$$U_m = \frac{1}{\delta_{Bl}} \sum_{k=1}^{N_{Bl}} \langle u_k \rangle \Delta z_k \quad (3.14)$$

gewährleistet die Vergleichbarkeit für unterschiedlich schnelle Strömungen. Die Definitionen für Σ_v und Σ_w lauten analog. Für die Strömung aus Abb. 3.15a,b erhält man $\Sigma_u = 0.0124$, $\Sigma_w = 0.0028$. Für den Einströmdatensatz aus Abb. 3.16a,b gilt $\Sigma_u = 0.0196$, $\Sigma_w = 0.0063$. Diese Maßzahl spiegelt demnach den optisch gewonnen Eindruck über die Stärke der Inhomogenität gut wieder. Wie bereits erwähnt, ist ein Vergleich mit den Laborströmungen aufgrund fehlender Messungen quer zur Hauptströmungsrichtung nicht möglich. Die Maßzahl ist dennoch wertvoll um ein Gefühl für die Stärke der Inhomogenität der im Laufe dieser Arbeit verwendeten Einströmdatensätze zu gewinnen.

Prinzipiell ließe sich die Homogenität des Einströmdatensatzes verbessern, indem eine längere Sequenz abgespeichert wird. Diesem Vorgehen sind jedoch in der Praxis Grenzen gesetzt (Speicherplatz, Dateigröße, etc.). Signifikante Verbesserungen sind nur möglich, wenn Vorlauf und Hauptlauf parallel durchgeführt werden. Dadurch kann auf einen zeitlich limitierten, externen Datensatz und dessen zyklische Anwendung verzichtet werden. In unserem Fall hätte dies allerdings weitreichende Modifikationen des Modellcodes zur Folge, was über das Ziel dieser Arbeit hinaus geht. Erläuterungen zum möglichen Umbau des Modellcodes finden sich im Ausblick (Kapitel 5).

Ergebnisse

Die Integration des Hauptlaufes erfolgte für einen Zeitraum von $T = 1180$ dimensionslosen Zeiteinheiten. Die im Folgenden gezeigten Statistiken wurden über die letzten 1000 Zeiteinheiten der Simulation bestimmt. Die Mittelung erfolgte sowohl in der Zeit als auch in y -Richtung.

Abbildung 3.17 zeigt Stromlinien der simulierten mittleren Strömung für den Lauf mit SMG-Modell. Die Hauptcharakteristika der Strömung sind die Strömungsablösung am Berggipfel, der Rezirkulationsbereich im Lee, sowie die sich ablösende Scherschicht in Verbindung mit der Strömungsbeschleunigung über dem Berg (die beiden letztgenannten Punkte sind besser in den Abbildungen 3.18a-d zu erkennen). Das Rezirkulationsgebiet zeigt geschlossene Stromlinien, was aufgrund der Homogenität in y -Richtung ($\partial(\rho_0 \langle v \rangle_t) / \partial y = 0$) durch die Kontinuitätsgleichung gefordert wird. Die Länge des Rezirkulationsgebietes wird durch das Modell leicht überschätzt. Während der Wiederanlegepunkt X_R im Experiment zu $x/H = 6.4$ bestimmt wurde, liegt er in der Simulation bei $x/H = 8$ (siehe Abb. 3.17). Ein nahezu identisches Ergebnis liefert auch der Lauf mit DD-Modell (nicht gezeigt). Abgesehen von der

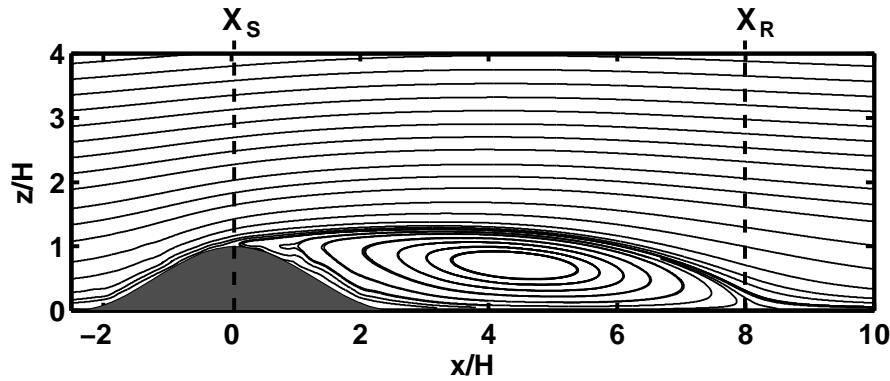


Abbildung 3.17: Stromlinien des simulierten, raumzeitlich gemittelten Windfeldes für das SMG-Modell. Strömung von links nach rechts. X_S und X_R kennzeichnen die Position des Ablöse- und Wiederanlegepunktes.

Überschätzung des Rezirkulationsbereiches ist die Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen recht gut. Dies verdeutlicht Abbildung 3.18a-d, welche Vertikalprofile der mittleren u - und w -Geschwindigkeit in der näheren Umgebung des Hindernisses zeigt. Zum Vergleich sind die experimentellen Ergebnisse als Punkte eingetragen. Die Abbildung zeigt links Ergebnisse für das SMG-Modell und rechts für das DD-Modell. Beide FS-Modelle liefern in etwa das gleiche Ergebnis: Stromaufwärts, bis etwa $x/H = 1.25$ ist die Übereinstimmung mit den Messungen sehr gut. Die Abweichungen weiter stromabwärts sind im Wesentlichen ein Resultat der bereits erwähnten Überschätzung von Länge und Volumen des Rezirkulationsgebietes. So zeigen Abb. 3.18a,b, dass die Dicke des Rückströmbereiches ($\langle u \rangle < 0$) etwas überschätzt wird. Damit einher geht eine Unterschätzung der Stärke des Abwindbereiches am Oberrand des Rezirkulationsgebietes (siehe Abb. 3.18c,d).

Abbildung 3.19a-f vergleicht Vertikalprofile der simulierten Standardabweichungen σ_u , σ_v und σ_w mit Messungen. Wiederum sind links Ergebnisse für das SMG-Modell und rechts für das DD-Modell gezeigt. Die durchgezogenen Linien zeigen die Gesamt-Standardabweichungen, die gestrichelten Linien nur den explizit aufgelösten Anteil. Der FS-Anteil an den Gesamtstandardabweichungen ist recht gering, was auf eine ausreichend feine Maschenweite hindeutet. Merkliche Beiträge ($> 25\%$ gemessen für das DD-Modell) liefert das FS-Modell nur in Bodennähe und im Bereich der Scherschicht. Es ist daher auch nicht verwunderlich, dass beide Modellläufe ähnliche Ergebnisse liefern, wobei insgesamt betrachtet die Ergebnisse für das SMG-Modell ein wenig näher an den Messungen liegen.

Die Ergebnisse für σ_v and σ_w stimmen sowohl im Luv als auch im Lee gut mit den Messungen überein. Das SMG-Modell unterschätzt lediglich σ_v im Bereich des Berggipfels und überschätzt σ_w am windzugewandten Hang. Das DD-Modell zeigt zudem eine leichte Unterschätzung von σ_w innerhalb des Rezirkulationsbereiches. Insgesamt ist die Übereinstimmung aber gut und sogar etwas besser als für die Mittelwerte. Die Ergebnisse für σ_u stimmen ebenfalls gut mit den Messungen überein, allerdings lassen sich hier einige systematische Abweichungen erkennen. Stromaufwärts wird σ_u in Bodennähe etwas überschätzt (siehe $x/H = -2.5$). Dies ist im Wesentlichen eine Folge der bereits erwähnten Überschätzung im Einstromdatensatz. Zudem erkennt man eine leichte Überschätzung von σ_u im Bereich der abgelösten Scherschicht. Für das SMG-Modell ist die Überschätzung ausgeprägter als für das DD-Modell. Diese Überschätzung ist ein wohlbekanntes Phänomen des SMG-Modells und wurde auch in den Simulationen von Iizuka und Kondo (2006) oder auch Murakami

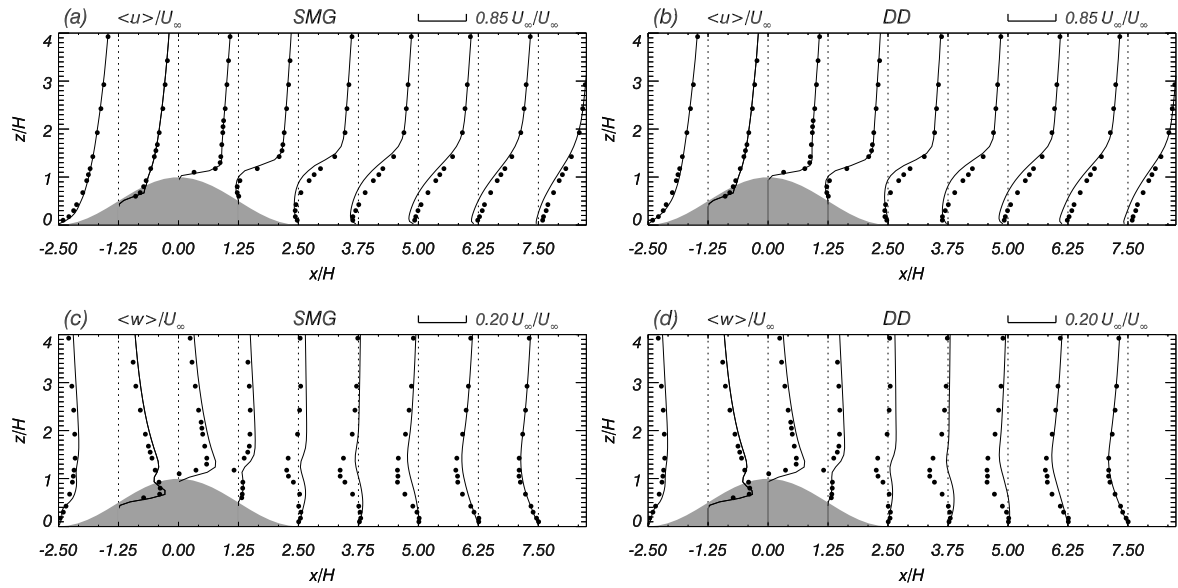


Abbildung 3.18: Vertikalprofile der raumzeitlich gemittelten Strömung (y - t -Mittel). Linke Spalte: SMG-Modell, Rechte Spalte: DD-Modell. (a), (b) horizontale Windkomponente $\langle u \rangle / U_\infty$; (c), (d) vertikale Windkomponente $\langle w \rangle / U_\infty$. Linien zeigen Modellresultate, Punkte zeigen Windkanalergebnisse.

et al. (1996) beobachtet. Es sei jedoch erwähnt, dass in unserem Fall die Überschätzung deutlich geringer ausfällt als in den Simulationen von Iizuka und Kondo (2006). Neben dieser Überschätzung zeigen beide Läufe, verglichen zu den Messungen, eine Vertikalverschiebung der Maxima von σ_u . Dies deutet auf eine nach oben verschobene Scherschicht hin. Da beide Läufe diese Verschiebung zeigen, kann dieser Effekt nicht auf eine unzureichende FS-Modellierung zurückgeführt werden. Zudem beobachten Iizuka und Kondo (2006) diesen Effekt bei Verwendung des SMG-Modells nicht. Die Vertikalverschiebung ist sehr wahrscheinlich ein Resultat des geringfügig falsch vorhergesagten Ablösepunktes X_S . Beide Läufe simulieren den Ablösepunkt bei $x/H \approx 0.15$, während die Messungen $x/H = 0.6$ liefern. Wir vermuten, dass dies letztlich auf die verwendete Methode der viskosen Orographie, bzw. die dabei als Basis dienende stufenförmige Approximation der Orographie zurückgeführt werden kann. Die Strömung löst sich bevorzugt an der hinteren Kante der obersten, zumindest teilweise von Orographie geschnittenen Gitterzelle ab.

Die Abweichung zwischen dem simulierten und experimentell bestimmten Ablösepunkt X_S könnte maßgeblich für die Überschätzung des Rezirkulationsbereiches verantwortlich sein. So konnten Temmerman et al. (2003) für einen periodischen Hügel zeigen, dass die Strömung sehr sensitiv auf die Position des mittleren Ablösepunktes reagiert, da X_S die Position und Richtung der Scherschicht und damit den Wiederanlegebereich bestimmt. Eine Verschiebung des Ablösepunktes X_S um $0.1H$ stromaufwärts führte dabei zu einer Verschiebung des Wiederanlegepunktes X_R um ca. $0.5H$ stromabwärts.

Wir haben in einer Reihe von Läufen den Einfluss der Turbulenzintensität am Einströmrand auf die Länge des Rezirkulationsgebietes untersucht. Dabei zeigte sich, dass eine Variation der Turbulenzintensität nur einen geringen Einfluss auf die Länge des Rezirkulationsgebietes hat. Die geringfügigen Abweichungen zwischen den simulierten und gemessenen Standardabweichungen am Einströmrand (Abb. 3.14) können demnach als Ursache für die Überschätzung von X_R ausgeschlossen werden.

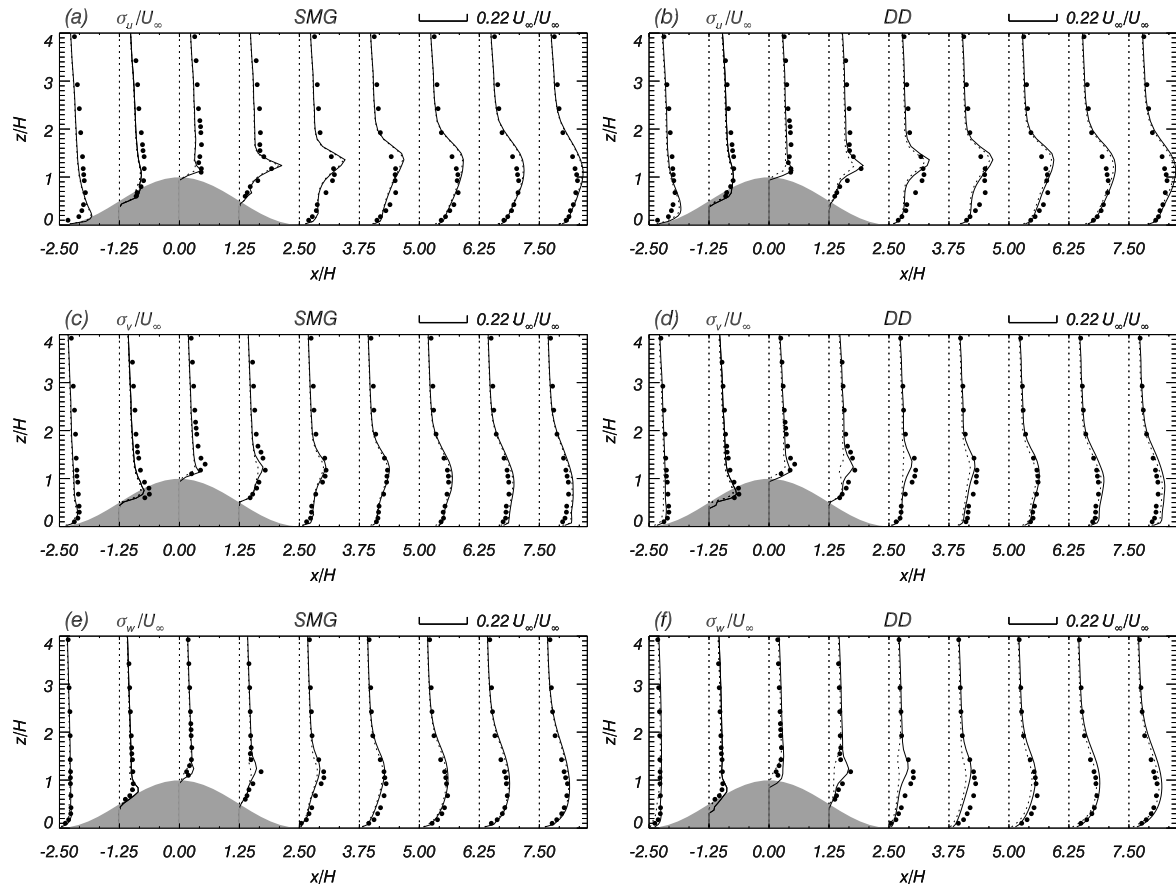


Abbildung 3.19: Vertikalprofile der Standardabweichungen. Linke Spalte: SMG-Modell, Rechte Spalte: DD-Modell. (a), (b) σ_u/U_∞ ; (c), (d) σ_v/U_∞ ; (e), (f) σ_w/U_∞ . Linien zeigen Modellresultate. (---) explizit simulierter Anteil der Standardabweichungen, (—) Standardabweichungen inklusive FS-Anteil. Punkte zeigen Windkanalergebnisse.

Fazit: Das Modell ist prinzipiell in der Lage die turbulente Strömung über komplexe Hindernisse ohne die vereinfachende Annahme von Periodizität in Hauptströmungsrichtung zu simulieren. Alle im Windkanal beobachteten Strömungseigenschaften konnten durch das Modell zumindest qualitativ reproduziert werden. Dieser Testfall zeigte aber auch, dass das Modell Probleme hat den korrekten Ablösepunkt X_S für gekrümmte, glatte Oberflächen zu bestimmen. Dies führt wie gezeigt zu Fehlern im Rezirkulationsbereich. Dies stellt allerdings kein prinzipielles Problem für die in dieser Arbeit geplante Anwendung des Modells dar. Es werden keine gekrümmten Oberflächen, sondern Hindernisse mit Kanten betrachtet, so dass der Ablösepunkt durch die Geometrie festgelegt ist.

3.3.2 Überströmung eines Quaders

Als weiterer Schritt hin zur numerischen Analyse von Bannerwolken wird das Modell nun, bei neutraler Schichtung, auf die Umströmung eines dreidimensionalen Hindernisses angewendet. Die Simulation wird zeigen, ob das Modell auch mit extrem steiler Orographie, in diesem Fall senkrechten Wänden, umgehen kann. Für die geplante Anwendung auf Bannerwolken wäre dies eine notwendige Voraussetzung. Der Modellaufbau orientiert sich an einem Windkanalexperiment, das am meteorologischen Institut der Universität Hamburg durchgeführt wurde. Die Messergebnisse sind Teil des öffentlich zugänglichen CEDVAL-Datensatzes (Leitl

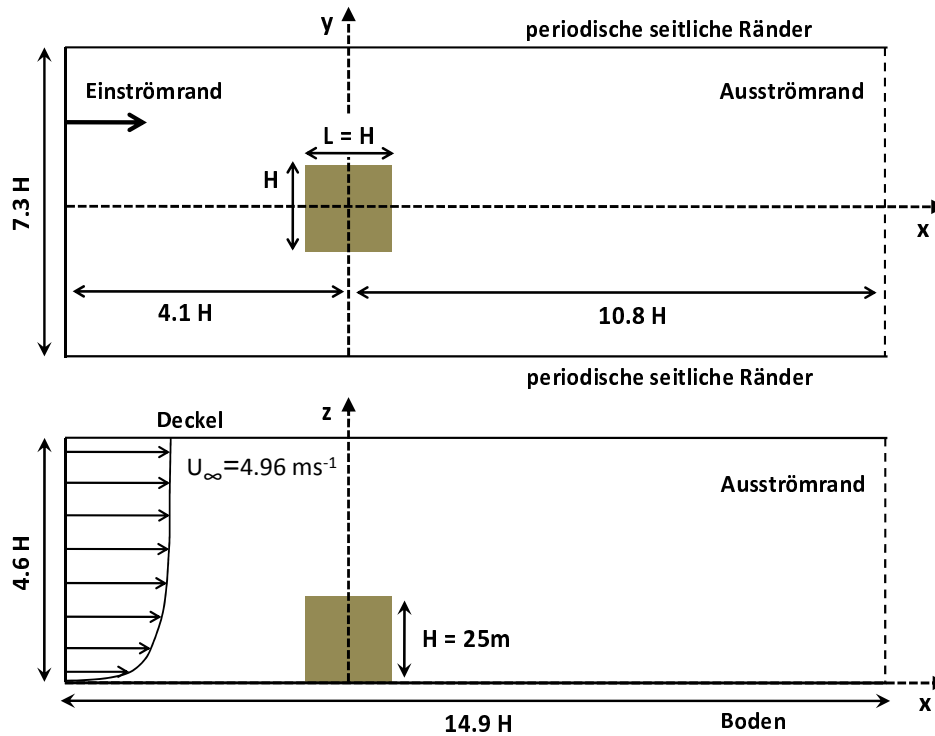


Abbildung 3.20: Modellaufbau für die Überströmung eines 3D-Quaders. Abstände sind als Vielfaches der Hindernishöhe H gegeben.

und Schatzmann, 1999), welcher eigens zur Validierung numerischer Modelle erstellt wurde⁷.

Modellaufbau

Für diese Simulation wurde der Übergang von der experimentellen Skala auf die atmosphärische Skala vollzogen. Die im CEDVAL-Datensatz dokumentierten Parameter wie Quaderhöhe H und Rauigkeitslänge z_0 wurden mithilfe der ebenfalls dokumentierten Skalierung (1 : 200) auf die atmosphärische Skala übertragen. Für den Modelllauf ergab sich eine Quaderhöhe von $H = 25$ m und eine Rauigkeitslänge von $z_0 = 0.08$ m. Folglich unterscheiden sich auch die Reynolds-Zahlen zwischen Experiment ($Re = 3.7 \times 10^4$) und Simulation ($Re = 8.2 \times 10^6$). Die Vergleichbarkeit wird hierdurch aber nicht eingeschränkt, da die Strömung für $Re \gtrsim (2 - 3) \times 10^4$ bereits hinreichend unabhängig von der Reynolds-Zahl ist. Dies gilt zumindest für die hier betrachteten Größen wie Mittelwerte und Varianzen von u , v , w , sowie Mittelwerte von p'' (Lim et al., 2007). Grund für den Übergang zur atmosphärischen Skala ist, dass eine Vielzahl der Bannerwolken-Untersuchungen ebenfalls auf der atmosphärischen Skala und damit im Bereich sehr hoher Reynolds-Zahlen ($\mathcal{O}(10^6 - 10^8)$) durchgeführt werden sollen. Dadurch gewinnt das Wandmodell (Abschnitt 2.7.1) noch stärker an Bedeutung.

Abbildung 3.20 zeigt die Dimensionierung des verwendeten Modellgebietes. Abstände sind als Vielfaches der Quaderhöhe H gegeben. Das Modellgebiet hat eine Ausdehnung von $14.9 H(x) \times 7.3 H(y) \times 4.6 H(z)$ bei $283(x) \times 139(y) \times 52(z)$ Gitterzellen. Die Maschenweite ist in der Horizontalen konstant ($\Delta x = \Delta y = 1/19 H$), jedoch vertikal variabel, wobei lokale Verfeinerungen in Bodennähe und am Quaderoberrand verwendet werden, um Bereiche mit

⁷www.mi.uni-hamburg.de/CEDVAL-Validation-Data.427.0.html

starker Scherung möglichst gut aufzulösen. Das Streckungsverhältnis beträgt dabei maximal 12%. Um den Einfluss des Hindernisses stromaufwärts korrekt wiedergeben zu können, befindet sich das Zentrum des Quaders $4.1H$ stromabwärts des Einströmrandes. Ähnliche Abstände wurden für quaderförmige Hindernisse z.B. auch von Kogaki et al. (1997) sowie Krajnovic und Davidson (2001) gewählt. Die im CEDVAL-Datensatz angegebene Rauigkeitslänge ($z_0 = 0.08$ m) wurde für jeden Rand-Gitterpunkt, mit Ausnahme der Gitterpunkte auf der Quaderoberfläche, übernommen. Diese Rauigkeitslänge ist repräsentativ für den mit Lego-Rauhigkeitselementen bestückten Einströmbereich des Windkanals, nicht jedoch für das glatte, hölzerne Quadermodell. Um der geringeren Rauigkeit des Quaders Rechnung zu tragen, wurde im LES-Modell für die Quaderoberfläche eine um etwa 2 Größenordnungen reduzierte Rauigkeitslänge angenommen. Die übrigen Randbedingungen entsprechen denen aus Abschnitt 3.3.1. So wurden Dirichletsche Bedingungen am Einströmrand (turbulente Einströmung), Neumannsche Bedingungen am Ausströmrand, periodische Ränder in y -Richtung, sowie ein undurchlässiger oberer Rand verwendet (siehe Abb. 3.20). Beide FS-Modelle kamen zum Einsatz. Da sich die Ergebnisse nicht signifikant unterscheiden, werden nur die Ergebnisse für das Lilly-Smagorinsky (SMG)-Modell vorgestellt.

Zeitabhängige Einströmdaten wurden wiederum in einem Vorlauf mit Hilfe des beschriebenen Einströmgenerators erzeugt. Das Modellgebiet hatte eine Ausdehnung von $6.2H(x) \times 7.3H(y) \times 4.6H(z)$. Das antreibende Geschwindigkeitsprofil $u_0(z)$ basierte auf einer Approximation der CEDVAL-Messungen am Eingang des Windkanal-Messbereiches. Abbildung 3.21a zeigt, dass sich diese Messwerte (Punkte) für $z/H < 2.5$ hinreichend gut durch ein logarithmisches Profil (gestrichelt) mit $u_* = 0.28 \text{ ms}^{-1}$ und $z_0 = 0.08$ m approximieren lassen. Die Länge des erzeugten Datensatzes beträgt $T = 102$ entdimensionalisierte Zeiteinheiten (basierend auf der Geschwindigkeit $U_\infty = 4.96 \text{ ms}^{-1}$ am Oberrand und der Quaderhöhe H). Die Schichtung war neutral.

Das Ergebnis des Einströmgenerators $\langle u(z) \rangle$ in der Recycling-Ebene ist in Abb. 3.21a als durchgezogene Linie dargestellt. Es ähnelt strukturell dem Ergebnis aus Abb. 3.13a. Abweichungen zwischen $u_0(z)$ und $\langle u(z) \rangle$ sind auf den bodennahen Bereich beschränkt ($z/H < 0.2$), wobei das simulierte Geschwindigkeitsprofil eine etwas zu starke vertikale Scherung aufweist. Die y -Inhomogenität des Einströmdatensatzes ist etwas größer als im Falle des quasi-2D Bergrückens, was mit der etwas geringeren Länge des Datensatzes erklärt werden kann. Die vertikal integrierten, horizontalen Standardabweichungen betragen $\Sigma_u = 0.0525$, $\Sigma_w = 0.0071$ (vergleiche mit Abschnitt 3.3.1). Genauere Untersuchungen haben für diesen Fall ergeben, dass die Inhomogenitäten im wesentlichen fernab der Symmetrieebene ($y/H = 0$) und damit fernab des Hindernisses auftreten (nicht gezeigt). Die y -Inhomogenität des Einströmdatensatzes kann somit in guter Näherung vernachlässigt werden. Abbildung 3.21b zeigt die Gesamt-Standardabweichungen des Einströmdatensatzes. Die Profile ähneln qualitativ denen aus Abb. 3.14a,b und stimmen mit den Erwartungen für eine neutrale, scherungsdominierte Grenzschicht überein (siehe z.B. Mason und Brown, 1994). Der FS-Anteil (abgeschätzt über Gleichung (2.45)) macht wiederum nur einen kleinen Teil an den Gesamtspannungen aus, so dass von einer echten LES gesprochen werden kann. Die Symbole zeigen Messungen von σ_u/U_∞ am Eingang des Windkanal-Messbereiches. Die Werte liegen deutlich oberhalb der Simulationsergebnisse. So zeigt das Modell in Hindernishöhe eine Turbulenzintensität I_u ($= 100 \sigma_u/U_\infty$) von 8.4% im Vergleich zu 14.2% im Windkanal. Die CEDVAL-Messungen unterscheiden sich hinsichtlich der Vertikalstruktur zudem deutlich von den in Abschnitt 3.3.1 verwendeten Windkanalmessungen, obwohl beide auf einem näherungsweise logarithmischen Windprofil basieren. Es ist daher mehr als fraglich, ob die Diskrepanz zwischen Messungen und Simulation gänzlich auf eine unzulängliche Einströmgeneratortechnik zurückzuführen

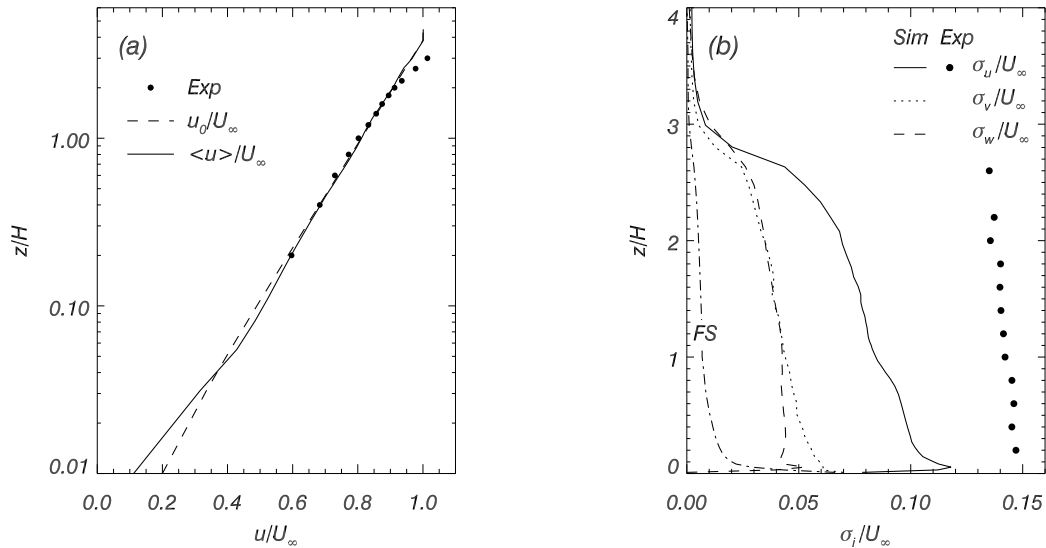


Abbildung 3.21: Charakteristika des Einströmdatensatzes. (a) Antreibendes u -Geschwindigkeitsprofil: (•) Messungen am Eingang des Windkanal-Messbereiches, (---) Approximation der Messwerte mit einem logarithmischen Profil ($u_* = 0.28 \text{ ms}^{-1}$, $z_0 = 0.08 \text{ m}$), (—) Ergebnis des Einströmgenerators $\langle u \rangle / U_\infty$ in der Recycling-Ebene. (b) Simulierte Gesamt-Standardabweichungen σ_u / U_∞ , σ_v / U_∞ , σ_w / U_∞ (Summe aus GS- und FS-Anteil). Linie FS zeigt separat den FS-Anteil. Es wurde Isotropie hinsichtlich der Feinstruktur angenommen. Punkte zeigen Messungen von σ_u / U_∞ im Windkanal.

ist. Als wahrscheinlicher erscheint es, dass die Labor-Strömung am Eingang des Messgebietes noch nicht voll entwickelt ist, bzw. mittlere Strömung und Fluktuationen sich noch nicht im Gleichgewicht befinden.

Es ist bekannt, dass bei einer Hindernisumströmung die Turbulenzintensität stromaufwärts einen Einfluss auf die Position und räumliche Ausdehnung makroskopischer Strukturen im Strömungsfeld, sowie die Position der Ablöse- und Anlegepunkte hat (siehe z.B. Castro und Robins, 1977; Lim et al., 2007). Im Hinblick auf die Diskrepanz zwischen gezeigtem Einströmdatensatz und Windkanal-Messungen wird daher bei der Interpretation der Ergebnisse des Hauptlaufes auf diesen Punkt näher eingegangen. Im gleichen Kontext wird der Frage nach der Notwendigkeit eines Einströmgenerators nachgegangen.

Da der CEDVAL-Datensatz keine Informationen hinsichtlich der Druckverteilung auf dem Hindernis oder der quasi-periodischen Fluktuationen im Lee bereitstellt, werden die Modellergebnisse zusätzlich mit dem Referenzexperiment von Hussein und Martinuzzi (1996) verglichen. Diese untersuchten die Umströmung eines Quaders in einer turbulenten Rohrströmung. Als weitere Validierungsmöglichkeiten dienen die theoretische Arbeit von Krajnovic und Davidson (2001) sowie die experimentellen Arbeiten von Castro und Robins (1977) und Richards et al. (2001). Erstere beschreibt eine LES mit vorgegebener laminarer Rohrströmung am Einströmrand. Die Arbeit von Castro und Robins (1977) beschreibt ein Windkanalexperiment in einer simulierten atmosphärischen Grenzschicht, während Richards et al. (2001) die Druckverteilung auf einem Quader in der realen Grenzschicht untersuchte.

Charakteristika der mittleren Strömung

Abbildung 3.22 gibt einen schematischen Überblick über die Hauptcharakteristika der mittleren Strömung, basierend auf Messungen in einer turbulenten Rohrströmung (Larousse et al.,

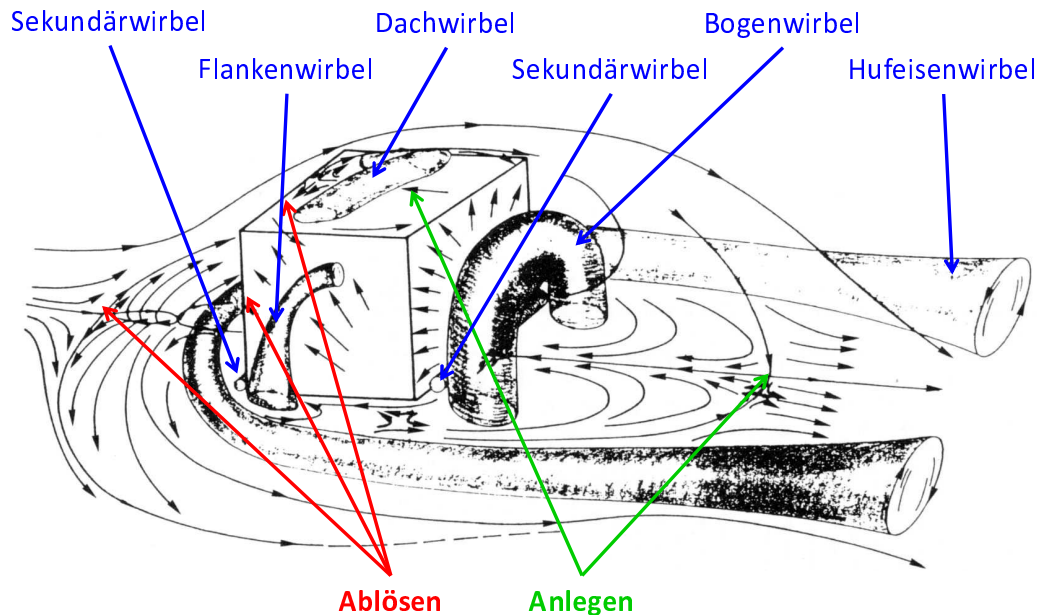


Abbildung 3.22: Schematische Darstellung der makroskopischen Strömungseigenschaften nach Larousse et al. (1991).

1991). Der überwiegende Teil der gezeigten Strukturen ist nicht auf den Spezialfall der Rohrströmung beschränkt, sondern kann über einen breiten Bereich von Einströmprofilen und Reynolds-Zahlen beobachtet werden. Dazu zählen z.B. der Hufeisenwirbel, welcher sich stromaufwärts beginnend zu beiden Seiten um das Gebäude schlingt, die Sekundärwirbel unmittelbar stromauf- und stromabwärts des Hindernisses, der Dachwirbel als Resultat der Strömungsablösung an der vorderen Dachkante, sowie der Bogenwirbel im Lee (engl. *arch-vortex*). Wie bereits erwähnt werden jedoch quantitative Eigenschaften vieler dieser Strukturen durch die Turbulenzintensität stromaufwärts beeinflusst. Im Folgenden wird untersucht, ob das Modell in der Lage ist die gezeigten makroskopischen Strukturen bei Verwendung des Einströmdatensatzes qualitativ und quantitativ zu reproduzieren. Um den Einfluss und damit die Notwendigkeit des Einströmgenerators zu untersuchen, wurde der Lauf zusätzlich mit dem zeitlich konstanten (laminaren) Einströmprofil $\langle u(z) \rangle$ wiederholt. Sämtliche Ergebnisse basieren auf einer Zeitmittelung über die letzten 694 entdimensionalisierten Zeiteinheiten des Hauptlaufes. Die Gesamtintegrationszeit betrug 714 Zeiteinheiten. Sofern nicht anders erwähnt, gelten die gezeigten Ergebnisse für den Modelllauf mit turbulenter Einströmung.

Abbildung 3.23 zeigt Windpfeile des simulierten zeitlich gemittelten $u-w$ -Geschwindigkeitsfeldes entlang der Symmetrieebene $y/H = 0$. Das Modell ist in der Lage den Hufeisenwirbel (Wirbelzentrum bei $(x/H, z/H) = (-0.93, 0.13)$) sowie den leeseitigen Bogenwirbel (Wirbelzentrum bei $(x/H, z/H) = (0.95, 0.86)$) zu reproduzieren. Gleiches gilt für die Strömungsablösung an der vorderen Dachkante in Verbindung mit der Rückströmung direkt über dem Dach. Die meisten RANS-Modelle hingegen sind nicht in der Lage diese Ablösung an der Dachkante zu reproduzieren, was auf eine lokale Überschätzung der TKE durch die Turbulenzparametrisierung zurückzuführen ist (siehe z.B. Murakami, 1993). Trotz der recht groben Auflösung ist das Modell zudem in der Lage, zumindest andeutungsweise die beiden bodennahen Sekundärwirbel unmittelbar stromauf- und stromabwärts des Hindernisses zu reproduzieren.

Tabelle 3.4 fasst die simulierten Ablöse- und Wiederanlegepunkte zusammen und ver-

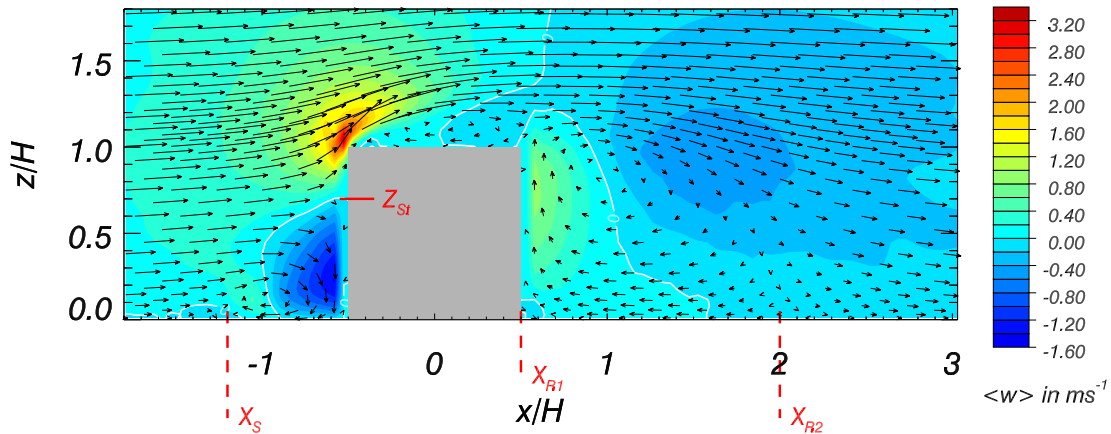


Abbildung 3.23: Windpfeildarstellung des zeitlich gemittelten u - w -Geschwindigkeitsfeldes entlang der Symmetrieebene $y/H = 0$. Konturen zeigen $\langle w \rangle$. Weiße Konturlinie kennzeichnet $\langle w \rangle = 0 \text{ ms}^{-1}$.

gleicht diese mit den CEDVAL-Messungen. Zur besseren Orientierung sind die Positionen zusätzlich in Abb. 3.23 eingetragen. Aufgrund der limitierten räumlichen Auflösung des CEDVAL-Datensatzes werden die Resultate nicht in unmittelbarer Wandnähe, sondern an den Positionen $x/H = -0.63$ für den Stagnationspunkt Z_{St} und $z/H = 0.1$ für die Ablöse- bzw. Anlegepunkte X_S und X_{R2} verglichen. Das Modell ist in der Lage die Position des Stagnationspunktes Z_{St} in guter Näherung zu reproduzieren. Dies gilt auch bei laminarer Einströmung (siehe Tabelle 3.4). Der Abstand des Ablösepunktes X_S sowie des Wiederanlegepunktes X_{R2} vom Hindernis wird durch das Modell hingegen leicht überschätzt. Die Überschätzung des Ablösepunktes X_S ist wahrscheinlich in erster Linie kein Fehler des Modells sondern eine Folge der erwähnten Diskrepanz in der Turbulenzintensität zwischen Windkanal und Modell. X_S scheint sich mit abnehmender Turbulenzintensität vom Hindernis zu entfernen. So zeigt der Modelllauf mit laminarer Einströmung eine nochmals deutlich erhöhte Überschätzung des Ablösepunktes (siehe Tabelle 3.4). Die Überschätzung des Wiederanlegepunktes X_{R2} kann zumindest teilweise auf die Diskrepanz in der Turbulenzintensität zurückgeführt werden. So zeigen Windkanalmessungen, dass eine erhöhte Turbulenzintensität stromaufwärts zu einer Verkürzung des Rezirkulationsbereiches führt (Castro und Robins, 1977). Einen ähnlichen Zusammenhang zeigt auch der laminare Vergleichslauf (siehe Tabelle 3.4), wenn auch in einer recht schwachen Ausprägung. Er liefert ein um $0.15H$ längeres Rezirkulationsgebiet. Die Überschätzung von X_{R2} um $0.5H$ lässt sich demnach nicht vollständig durch die Diskrepanz in der Turbulenzintensität erklären. Als weitere Ursachen kommen neben der numerischen Diffusion die räumliche Auflösung sowie der Ablösepunkt am Gebäude in Frage. Ein inkorrekt vorhergesagter Ablösepunkt, wie im Falle des quasi-2D Hügels scheidet als Ursache für die Überschätzung von X_{R2} aus, da der Ablösepunkt an der vorderen Dachkante durch die Geometrie des Hindernisses vorgegeben ist. Die lediglich moderate räumliche Auflösung des Quaders mit 19 Gitterzellen pro Kantenlänge kann teilweise für die Überschätzung der Länge des Rezirkulationsgebietes verantwortlich sein. Ein Vergleichslauf mit gröberer Auflösung (13 Gitterzellen pro Kantenlänge) ergab $X_{R2}/H = 2.25$ und damit eine deutlich stärkere Überschätzung des Wiederanlegepunktes. Die hier gezeigten Ergebnisse scheinen demnach noch nicht konvergiert zu sein. Eine weitere Erhöhung der Auflösung würde allerdings die zur Verfügung stehenden Ressourcen übersteigen.

Eine weitere makroskopische Struktur der Strömung, welche stark von der Turbulenzintensität stromaufwärts, insbesondere auf Dachniveau beeinflusst wird, ist die sich an der vor-

Tabelle 3.4: Position der Ablöse- und Wiederanlegepunkte auf der Symmetrieebene $y/H = 0$. Vergleich von Modellläufen mit laminarer und turbulenter Einströmung mit den CEDVAL-Messungen. Der Stagnationspunkt Z_{St} wurde an der Stelle $x/H = -0.63$, der Ablösepunkt X_S und der Wiederanlegepunkt X_{R2} an der Stelle $z/H = 0.1$ bestimmt.

	Z_{St}/H	X_S/H	X_{R1}/H	X_{R2}/H
CEDVAL	0.64	-0.88	k. A.	1.50
LES	0.68	-1.18	0.50	2.00
LES (laminar)	0.63	-1.65	n. V.	2.15

deren Dachkante ablösende Scherschicht. Castro und Robins (1977) sowie Lim et al. (2007) beobachteten, dass eine erhöhte Turbulenzintensität das Wiederanlegen der Strömung auf dem Dach fördert. Wir konnten in unserer Simulation sowohl intermittentes Wiederanlegen auf dem Dach als auch ein Wiederanlegen im Mittel beobachten. Der simulierte mittlere Wiederanlegepunkt liegt im Bereich der hinteren Dachkante ($X_{R1}/H \approx 0.5$). Der laminare Vergleichslauf zeigte weder ein Wiederanlegen im Mittel noch ein intermittentes Wiederanlegen (siehe Tabelle 3.4). Dies steht im Einklang mit den Beobachtungen von Castro und Robins (1977). Der CEDVAL-Datensatz enthält keine Angaben über den Wiederanlegepunkt X_{R1} , da der erste Messpunkt oberhalb des Daches (bei $z/H = 1.1$) bereits außerhalb des Rezirkulationsbereiches liegt. Aus den Messungen ist somit nicht ersichtlich, ob im Windkanal ein Wiederanlegen auf dem Dach beobachtet wurde oder nicht. Die Tatsache, dass die Turbulenzintensität deutlich über derjenigen in unserer Modellsimulation lag legt jedoch die Vermutung nahe, dass für das Windkanalexperiment $X_{R1}/H < 0.5$ gilt. Eine definitive Aussage lässt sich lediglich über die Dicke Δz des Rezirkulationsgebietes auf dem Dach treffen. Aus den Messungen geht hervor, dass Δz kleiner als $0.1 H$ sein muss. Die Modellsimulation liefert maximal $\Delta z = 0.12 H$ bei $x/H = 0.1$ und überschätzt somit die Dicke leicht. Der laminare Vergleichslauf liefert hingegen eine wesentlich stärkere Überschätzung mit maximal $\Delta z/H = 0.2$ bei $x/H = 0.42$. Die Länge des Rezirkulationsbereiches scheint also mit dessen Dicke zu korrelieren, was ein weiterer Hinweis dafür ist, dass für das Windkanalexperiment $X_{R1}/H < 0.5$ gelten muss.

Abbildung 3.24a,b zeigt für den turbulenten und laminaren Lauf einen Schnitt durch den linken Arm des zeitlich gemittelten Hufeisenwirbels in der Ebene $x/H = 1.25$. Die Position des Wirbelzentrums bei turbulenter Einströmung ($y/H, z/H$) $\approx (-1.10, 0.15)$ steht im Einklang mit dem experimentellen Wert ($y/H, z/H$) $\approx (-1.25, 0.18)$, welcher von Hussein und Martinuzzi (1996) für eine voll ausgebildete Rohrströmung ermittelt wurde. Wie die erwähnte Sensitivität von X_S bereits andeutete, ist die mittlere Position des Hufeisenwirbels ebenfalls stark von der Turbulenzintensität stromaufwärts abhängig. Der laminare Vergleichslauf zeigt das Wirbelzentrum in der Ebene $x/H = 1.25$ bei ($y/H, z/H$) $\approx (-1.8, 0.18)$. Dies lässt vermuten, dass sich die beiden Arme des Hufeisenwirbels bei abnehmender Turbulenzintensität weiter von der Symmetrieebene entfernen. Die numerische Simulation von Krajnovic und Davidson (2001) unterstützt diese These. Bei Verwendung einer laminaren Einströmung (Rohrströmung) beobachteten sie das Zentrum des Wirbels im Mittel bei ($y/H, z/H$) $\approx (-1.7, 0.15)$, was sehr nahe an dem von uns gefundenen Wert bei laminarer Einströmung liegt. Dieser Vergleich zwischen laminarer und turbulenter Einströmung zeigt, dass es ohne Verwendung des Einströmgenerators wohl nicht möglich ist selbst die mittlere Position und Struktur des Hufeisenwirbels quantitativ korrekt wiederzugeben. Man beachte, dass die

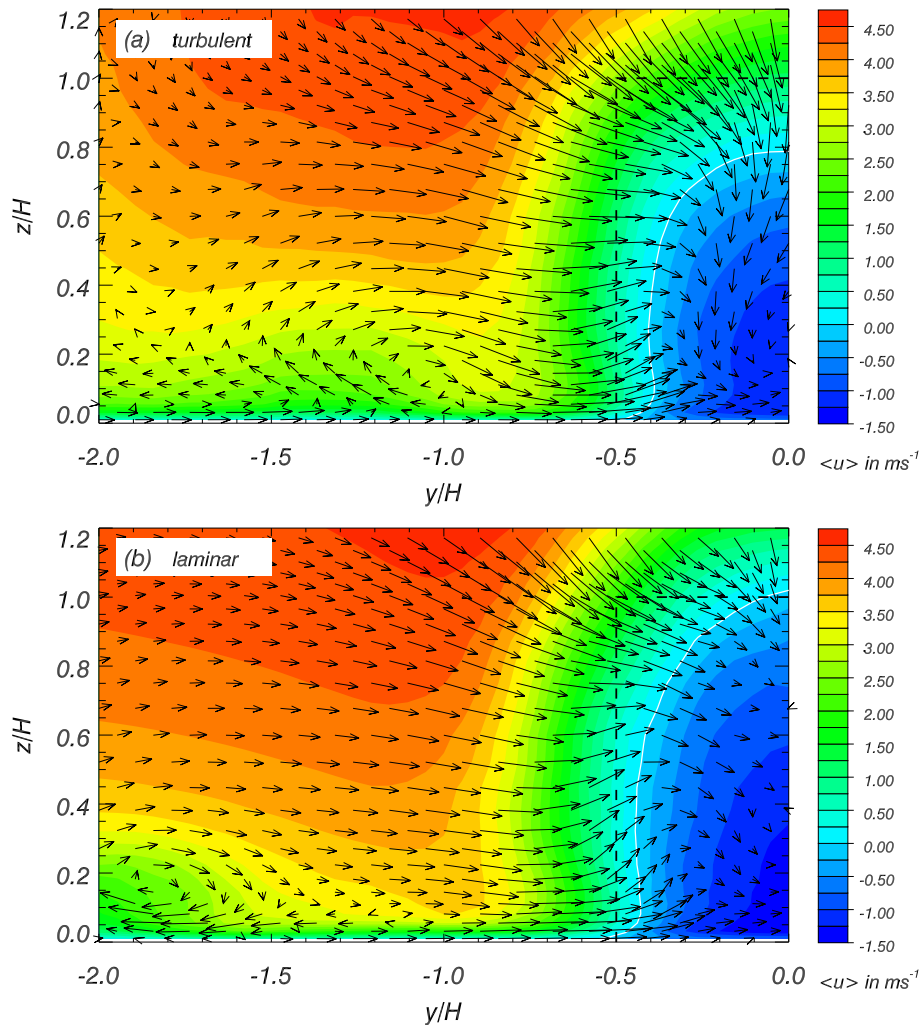


Abbildung 3.24: Windpfeildarstellung des zeitlich gemittelten v - w -Geschwindigkeitsfeldes entlang $x/H = 1.25$ zwecks Visualisierung des Hufeisenwirbels (Blick stromaufwärts). Farbige Konturen zeigen $\langle u \rangle$. Weiße Kontur kennzeichnet $\langle u \rangle = 0 \text{ ms}^{-1}$. Gestrichelte Linie zeigt den Umriss des Quaders. (a) Lauf mit turbulenter Einströmung. (b) Lauf mit laminarer Einströmung.

Unterschiede zwischen laminarem und turbulentem Lauf nicht nur in vermeintlichen Details wie der mittleren Position des Hufeisenwirbels deutlich werden. Vergleicht man Abb. 3.24a und 3.24b, so zeigen sich auch in anderen Bereichen der mittleren Strömung signifikante Unterschiede. Auffallend ist z.B. der Unterschied in der vertikalen Ausdehnung des Rückströmbereiches, wobei die Realisierung des turbulenten Laufes deutlich näher an den Windkanalergebnissen liegt. Die Verwendung des Einströmgenerators ist demnach essentiell für das Gelingen dieser Simulationen.

Abbildung 3.25 zeigt einen bodennahen Horizontalschnitt durch das simulierte mittlere Geschwindigkeitsfeld im Lee. Deutlich erkennbar ist das Rezirkulationsgebiet mit 2 gegenläufigen um eine vertikale Achse rotierenden Wirbeln. Diese sind eine bodennahe Signatur des Bogenwirbels. Dreidimensional betrachtet bildet jeder dieser Wirbel eine Art Wirbelschlauch, dessen Enden sich in der Symmetrieebene $y/H = 0$ zu einem Leewirbel mit horizontaler Rotationsachse verbinden. Dieser war bereits in Abb. 3.23 zu sehen. Die Rückströmung entlang der seitlichen Quaderflächen ist ein Resultat der Strömungsablösung an den vorderen

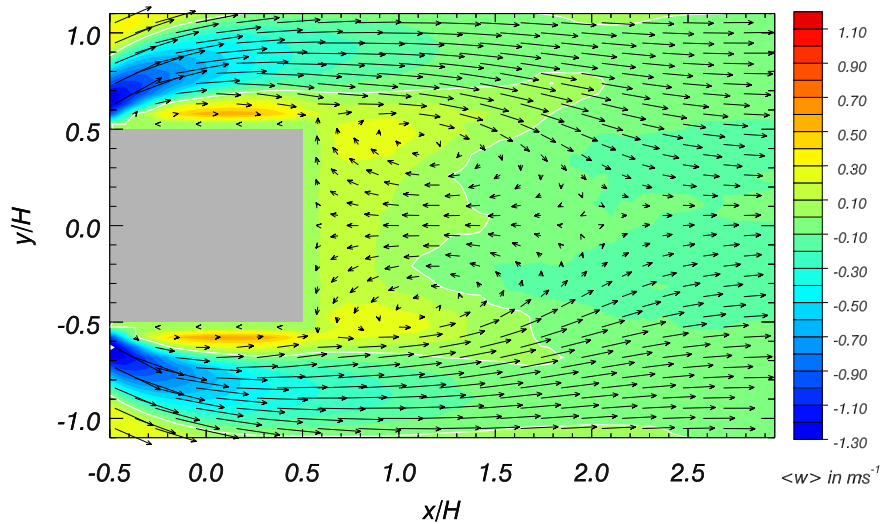


Abbildung 3.25: Windfeldarstellung des mittleren u - v -Geschwindigkeitsfeldes in der Ebene $z/H = 0.15$. Konturen zeigen zusätzlich $\langle w \rangle$. Weiße Kontur kennzeichnet $\langle w \rangle = 0 \text{ ms}^{-1}$.

vertikalen Kanten. Die Rückströmung ist Teil der seitlichen Flankenwirbel, welche jedoch in dieser Simulation nicht besonders gut reproduziert werden (siehe auch folgender Abschnitt). Der Grund hierfür könnte in einer zu groben Maschenweite in y -Richtung liegen. Eine lokale Gitterverfeinerung in y -Richtung ist allerdings in der aktuellen Modellversion nicht möglich. Das zusätzlich dargestellte $\langle w \rangle$ -Feld zeigt, dass vor allem die Zentren des Bogenwirbels, sowie die Gebäudeflanken durch aufsteigende Luftmassen gekennzeichnet sind. Dies setzt sich über nahezu den gesamten Höhenbereich des Hindernisses fort (nicht gezeigt), was mit Windkanalmessungen übereinstimmt.

Druckverteilung auf dem Hindernis

Zur Untersuchung der Druckverteilung auf dem Hindernis wurde der dimensionslose Druckkoeffizient C_p bestimmt. Dieser ist definiert als

$$C_p = \frac{p''}{(0.5 \rho_0 U_r^2)}. \quad (3.15)$$

Als Referenzgeschwindigkeit U_r wurde die mittlere Geschwindigkeit am Einströmrand auf Quaderhöhe gewählt, so dass ein direkter Vergleich mit den Messungen von Castro und Robins (1977) sowie Richards et al. (2001) möglich ist.

Abbildung 3.26 zeigt C_p für verschiedene Seitenflächen des Quaders. Qualitativ stimmen die Ergebnisse gut mit den Messungen überein, allerdings werden einige quantitative Unterschiede deutlich. In Übereinstimmung mit den Messungen finden sich die größten Werte von C_p an der Frontfläche, mit einem lokalen Maximum am Boden und dem globalen Maximum am Ort des Stagnationspunktes Z_{St} (siehe Abb. 3.26a). Die hohen Werte resultieren aus dem Auftreffen der Strömung auf die Frontfläche. Die vorderen Kanten des Hindernisses sind durch starke Druckgradienten geprägt, was zu Unterdruckgebieten mit Umkehrströmungen an den Flanken und auf dem Dach führt. Auch dies wird durch das Modell korrekt wiedergegeben. Signifikante Unterschiede sind allerdings auf dem Dach und an den Seiten sowohl in den Gradienten von C_p als auch in den Absolutwerten zu beobachten. Warum das Modell die

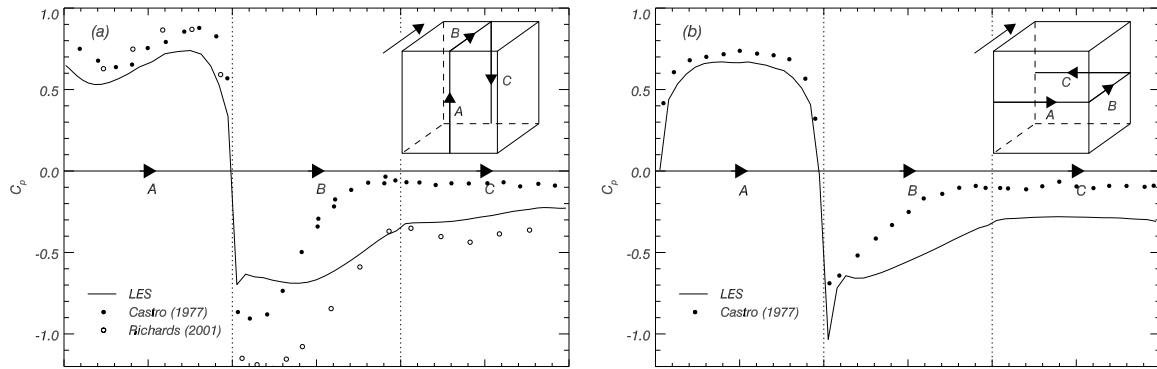


Abbildung 3.26: Druckkoeffizient C_p auf der Quaderoberfläche. Durchgezogene Linie zeigt Modellergebnisse, Symbole zeigen Messungen. Die Schemazeichnung in der oberen rechten Ecke symbolisiert den jeweils dargestellten C_p -Pfad. Zusätzlich ist die Anströmrichtung eingezeichnet.

Absolutwerte, sprich die C_p -Minima im Bereich der vorderen Dachkante unterschätzt ist unklar. Hier ergeben allerdings auch die Messungen von Castro und Robins (1977) und Richards et al. (2001) kein einheitliches Bild (siehe Lim et al. (2007) für Vermutungen hinsichtlich der Ursache). Der Gradient von C_p zwischen vorderer und hinterer Dachkante sowie die Position des C_p -Minimums sind eine Funktion der Turbulenzintensität I_u stromaufwärts. So konnten Castro und Robins (1977) zeigen, dass sich bei Erhöhung der Turbulenzintensität das C_p -Minimum hin zur vorderen Dachkante verschiebt und C_p zur hinteren Dachkante stärker ansteigt. Für die gezeigten Daten von Castro und Robins (1977) betrug die Turbulenzintensität auf halber Hindernishöhe etwa 30% im Vergleich zu knapp 10% in unserer Modellsimulation. Es ist somit konsistent, dass das C_p -Minimum im Windkanal-Experiment näher an der vorderen Dachkante liegt und der C_p -Anstieg zur hinteren Dachkante wesentlich stärker ausfällt als in der Modellsimulation (siehe Abb. 3.26a). Bei einem Vergleichsexperiment mit $I_u \approx 10\%$ erhielten Castro und Robins (1977) an der hinteren Dachkante $C_p \approx -0.28$, was nahe an dem von uns simulierten Wert liegt. Im laminaren Vergleichslauf beobachteten wir faktisch kein Ansteigen von C_p zur hinteren Dachkante hin, was ebenfalls konsistent ist mit den Beobachtungen von Castro und Robins (1977).

Das Verhalten von C_p an den Hindernisflanken ist ähnlich. Auch hier zeigen die Messungen aufgrund der höheren Turbulenzintensität einen stärkeren Anstieg zum Ende des Hindernisses hin. Im Unterschied zu der Situation auf dem Dach zeigen die Windkanalmessungen das C_p -Minimum direkt an der vorderen Kante. Qualitativ kann das Modell dies reproduzieren. Allerdings wird dieses Minimum in Form eines $1\Delta x$ breiten Peaks stark überschätzt. Auch an der vorderen Dachkante ist ein solcher Peak in abgeschwächter Form zu erkennen. Die Ursache für dieses Artefakt ist bislang unklar. Dessen stärkere Ausprägung in y -Richtung könnte mit der relativ groben Auflösung in dieser Raumrichtung zusammenhängen. Während der erste Definitionspunkt von u bzw. p'' oberhalb des Daches einen Wandabstand von $0.0044H$ hat, beträgt der Wandabstand an den Seiten mit $0.026H$ fast das Sechsfache.

Auf der Rückseite des Quaders zeigt das Modell eine leichte aber stetige Zunahme von C_p zum Boden hin. Dies bestätigen die Messungen zwar nicht, es lässt sich allerdings durch die zum Boden hin stärker werdende Rückströmung im Lee, hervorgerufen durch die entgegengesetzt rotierenden Bereiche des Bogenwirbels erklären (siehe z.B. Konturen von $\langle u \rangle$ in Abb. 3.24a.).

Stromabwärts des Rezirkulationsbereiches ist der simulierte Stördruck in Bodennähe signifikant höher als auf Höhe des Quaderdaches (nicht gezeigt). Dies ist eine Folge der beiden

entgegengesetzt rotierenden Arme des Hufeisenwirbels, welche Luftmassen gen Boden zur Symmetrieebene transportieren. Dies führt zu einem leichten Anstieg des Stördruckes in diesem Bereich. Dieser Effekt wurde auch experimentell von Hussein und Martinuzzi (1996) beobachtet.

Dynamische Charakteristika und Momente zweiter Ordnung

Eines der dynamischen Charakteristika der Quaderumströmung ist die quasi-periodische Wirbelablösung im Lee – auch bekannt als *Kármánsche Wirbelstraße*. Deren Existenz lässt sich anhand von Energiespektren, insbesondere der v -Geschwindigkeitskomponente, überprüfen. Zu diesem Zweck wurden Zeitreihen der v -Komponente an verschiedenen Punkten im Lee außerhalb des Rezirkulationsgebietes aufgenommen. Die Punkte verteilten sich auf verschiedene Höhen, und lagen sowohl auf der Symmetrieebene, als auch seitlich davon. Die Länge der Zeitreihen entsprach geschätzten 100 Ablösezyklen. Diese Abschätzung beruht auf der von Hussein und Martinuzzi (1996) experimentell bestimmten Strouhal-Zahl $Sr = 0.145$ (Definition siehe unten). Um hinreichend glatte Spektren zu bekommen, wurden die Zeitreihen vor der Fouriertransformation in $K = 25$ überlappende Segmente unterteilt und zusätzlich mit einer Fensterfunktion („Welch-Fenster“) multipliziert. Durch die Unterteilung in überlappende Segmente und anschließende Mittelung der resultierenden Energiedichtefunktionen E_{vv} reduziert sich die Standardabweichung des Schätzwertes $E_{vv}(f_n)$ im jeweiligen diskreten Frequenzintervall f_n um den Faktor $1/\sqrt{9K/11}$ auf 22% (siehe z.B. Press et al. (1992)). Die Multiplikation mit einer Fensterfunktion reduziert den sogenannten Leck-Effekt (engl. *leakage-effect*)⁸.

Abbildung 3.27 zeigt die berechnete Energiedichtefunktion E_{vv} der v -Komponente für zwei ausgewählte Positionen im Lee (durchgezogene Linie). Die gepunktete Linie zeigt Ergebnisse des Vergleichslaufes mit gröberer Maschenweite. Die Spektren sind als Funktion der Strouhal-Zahl

$$Sr = \frac{f H}{U_r} \quad (3.16)$$

aufgetragen, so dass eine eventuell sichtbare Ablösefrequenz f unabhängig von der Dimension des Gebäudes und der Anströmung ist. Für U_r wurde die mittlere ungestörte Geschwindigkeit auf Quaderhöhe gewählt. Die gestrichelte Linie symbolisiert das im Trägheitsbereich zu erwartende $f^{-5/3}$ Verhalten. Bevor auf eventuell sichtbare Ablösefrequenzen eingegangen wird, soll zunächst die Form der Spektren diskutiert werden. Die Spektren lassen sich jeweils in 3 Bereiche unterteilen; der mittlere Teil ($Sr \gtrsim 0.1$) folgt in guter Näherung dem $f^{-5/3}$ -Gesetz für mehr als eine Dekade. Dies zeigt, dass ein Großteil des Trägheitsbereiches explizit aufgelöst wird. Für höhere Strouhal-Zahlen ($Sr \gtrsim 1.5$), d.h. höhere Frequenzen, nimmt der Abfall des Spektrums kontinuierlich zu. Auf diesen Skalen gewinnt das FS-Modell mehr und mehr an Bedeutung und sorgt für die Dissipation der kaskadierenden Energie. Ein Vergleich der Abbildungen 3.27a und b zeigt, dass mit größer werdendem Abstand vom Hindernis die Energie auf allen Skalen kontinuierlich abnimmt. Dies ist konsistent mit den Reynoldsspannungen in Abb. 3.30a-d und verdeutlicht das Abklingen der durch das Hindernis erzeugten Turbulenz.

⁸Die naive Fouriertransformation einer Zeitreihe endlicher Länge stellt im Frequenzbereich eigentlich eine Faltung des diskreten Zeitreihenspektrums mit dem diskreten Spektrum einer Rechteckfunktion dar. Durch die Seitenbänder im Spektrum der Rechteckfunktion kommt es zu einer fälschlichen Umverteilung von Energie zwischen benachbarten Frequenzen im Zeitreihenspektrum – das Zeitreihenspektrum wird anschaulich gesprochen verschmiert. Durch die Multiplikation der zu analysierenden Zeitreihe im Zeitbereich mit einer geeigneten (glatteren) Fensterfunktion lässt sich dieser Effekt vermindern (siehe z.B. Press et al., 1992, S. 546).

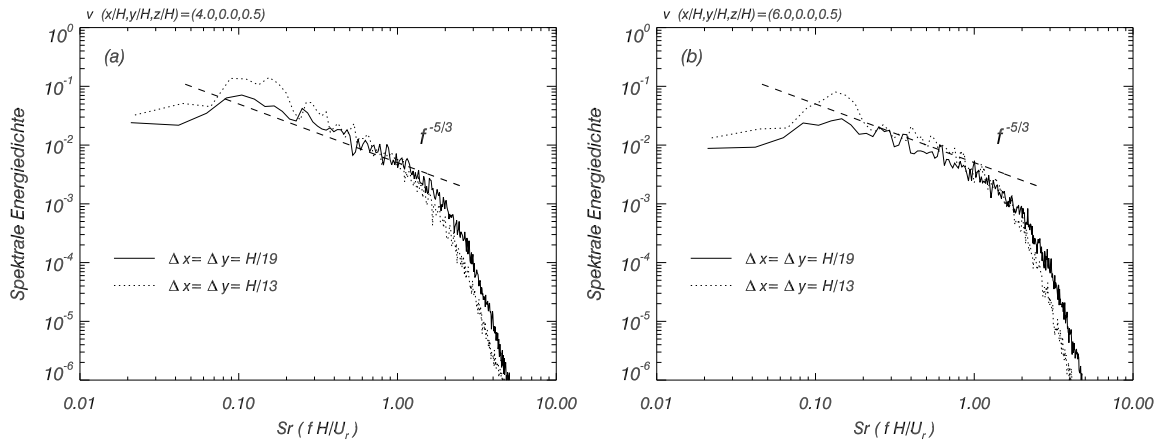


Abbildung 3.27: Eindimensionale spektrale Energiedichtefunktion E_{vv} der v -Geschwindigkeitskomponente. (a) am Punkt $(x/H, y/H, z/H) = (4.0, 0.0, 0.5)$, (b) am Punkt $(x/H, y/H, z/H) = (6.0, 0.0, 0.5)$. Gepunktete Linie zeigt Ergebnisse eines größer aufgelösten Vergleichslaufes.

Der Einfluss einer größeren Auflösung wird durch Vergleich der durchgezogenen und gepunkteten Spektren deutlich. Bei größerer Auflösung (gepunktet) verschiebt sich der Übergang zwischen Trägheitsbereich und parametrisiertem Dissipationsbereich nach links zu kleineren Frequenzen und damit zu größeren räumlichen Skalen hin. Die Breite des explizit simulierten Trägheitsbereiches nimmt also ab. Die Stärke der Verschiebung wird in dieser Darstellung als Funktion von Sr etwas unterschätzt, da sich die verglichenen Läufe hinsichtlich U_r leicht unterscheiden. Hinsichtlich eventuell sichtbarer Ablösefrequenzen in den Spektren zeigt der größer aufgelöste Lauf die stärkste Abweichung vom erwarteten $f^{-5/3}$ -Gesetz bei $Sr \approx 0.14$. Dieser Peak (besonders ausgeprägt in Abb. 3.27b) kann als Signatur der quasi-periodischen Wirbelablösung interpretiert werden. Der Wert stimmt gut mit Werten aus der Literatur überein (siehe z.B. Hussein und Martinuzzi, 1996). Neben dieser Ablösefrequenz ist auch deren erste harmonische, also die doppelte Frequenz bei $Sr \approx 0.28$ andeutungsweise zu erkennen. Auf der hier betrachteten Symmetrieebene würde man allerdings aus geometrischen Gründen erwarten, dass die erste harmonische im Spektrum dominiert, da pro Kármán'schem Wirbel ein positives und negatives Extremum in v induziert wird. Die Spektren bei höherer Auflösung (durchgezogen) folgen eher dieser Erwartung. Ein Peak bei $Sr \approx 0.14$ ist praktisch nicht zu erkennen, wohl aber eine schwache Signatur der ersten harmonischen bei etwa $Sr \approx 0.26$ (siehe Abb. 3.27a und b). Dieser Peak lässt sich an einer Reihe von weiteren Punkten im Lee, auch etwas seitlich der Symmetrieebene ($y/H = \pm 0.3$ und $y/H = \pm 0.4$) beobachten (nicht gezeigt). Trotz der recht geringen Amplitude gehen wir davon aus, dass es sich um eine echte Signatur der Periodizität im Lee und nicht um ein Artefakt handelt. Die Schwierigkeit wiederkehrende kohärente Strukturen in Spektren hochturbulenter Strömungen nachzuweisen hängt damit zusammen, dass die kohärenten Strukturen (in diesem Fall der Kármán-Wirbel) in ihrer Form und Ausdehnung sowie der Frequenz des Auftretens relativ stark variieren können. Letzteres ist in der ständig variierenden Interaktion mit anderen kohärenten Strukturen verschiedenster Skalen begründet. Über eine ähnliche Problematik die quasi-periodische Wirbelablösung eindeutig in LES-Spektren nachzuweisen berichten auch Shah und Ferziger (1997).

Ein weiteres, bereits in Experimenten (Larousse et al., 1991) und mindestens einer LES (Shah und Ferziger, 1997) nachgewiesenes dynamisches Charakteristikum, ist das Auftreten

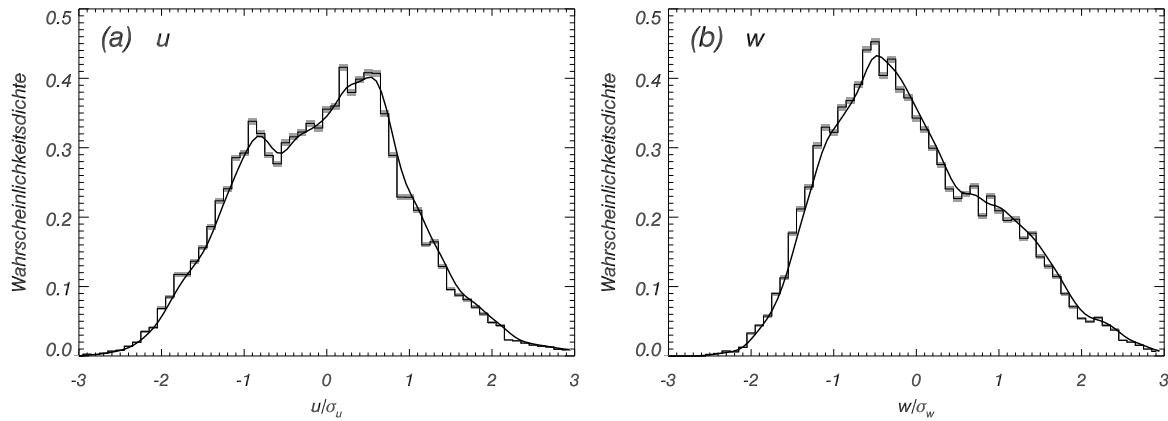


Abbildung 3.28: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) der Geschwindigkeitskomponenten. (a) u am Punkt $(x/H, y/H, z/H) = (-1.1, 0.0, 0.1)$, (b) w am Punkt $(x/H, y/H, z/H) = (-1.0, 0.0, 0.15)$. Dünne Linie zeigt zugehöriges Histogramm mit Intervallbreite 0.1 ms^{-1} . Graue Schattierung zeigt 95%-Vertrauensbereich der Wahrscheinlichkeitsdichten in den einzelnen Intervallen unter der Annahme einer Binomialverteilung (siehe z.B. Wilks, 2006, S. 327). Anzahl der Punkte pro Zeitreihe $N = 43300$. Zeitreihen wurden zuvor auf Mittelwert 0 ms^{-1} und Standardabweichung 1 ms^{-1} normiert.

bimodaler Häufigkeitsverteilungen der Geschwindigkeitskomponenten u und w im vorderen Bereich des Hufeisenwirbels ($x/H \approx -1.0$). Dies bedeutet anschaulich, dass die Strömung in diesem Bereich zwischen zwei bevorzugten Moden hin und her wechselt. Als Ursache für diese Instabilität führen Larousse et al. (1991) die unterschiedliche Herkunft der nahe der Quaderfront in den Hufeisenwirbel integrierten Luftpakete an. Impulsarme Luftpakete aus der bodennahen Grenzschicht mit einer merklichen horizontalen Vorticitykomponente lassen sich einfacher in den Hufeisenwirbel integrieren, als impulsreichere Luftpakete aus höheren Schichten mit geringer bis keiner horizontalen Vorticity. Larousse et al. (1991) postulieren, dass letztere für einen gelegentlich auftretenden, stromaufwärts gerichteten, bodennahen Jet verantwortlich sind. Dieser ist das Kennzeichen einer der beiden bevorzugten Moden. Abbildung 3.28a,b zeigt aus der numerischen Simulation abgeleitete Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (WDF) für u und w unter Verwendung eines Gauss-Kernels, sowie die zugehörigen Histogramme. Als Position wurde der bodennahe Bereich knapp vor dem Zentrum des zeitlich gemittelten Hufeisenwirbels gewählt, für welchen Larousse et al. (1991) eine Bimodalität in u und w nachweisen konnten.

Eine schwache Bimodalität lässt sich in der WDF der u -Komponente erkennen (Abb. 3.28a). Berücksichtigt man die Breite der für jedes Intervall des Histogramms aufgetragenen 95%-Vertrauensbereiche (berechnet unter Annahme einer Binomialverteilung), so kann die Bimodalität als signifikant eingestuft werden⁹. Dafür spricht auch die Tatsache, dass keine der ansonsten untersuchten WDF's (vornehmlich aufgenommen im Lee) eine annähernd ähnliche Verteilung zeigt. Die WDF der w -Komponente zeigt hingegen keine eindeutige Bimodalität. Per Definition ist diese WDF unimodal, da sie lediglich *ein* lokales Maximum aufweist (siehe z.B. Press et al., 1992, S. 609). Es bleibt festzuhalten, dass auch unsere LES eine Tendenz hin zu bimodalen Häufigkeitsverteilungen der Geschwindigkeitskomponenten im vorderen Bereich des Hufeisenwirbels zeigt, allerdings in einer signifikant schwächeren Ausprägung verglichen zum Experiment von Larousse et al. (1991).

⁹Die angegebenen Vertrauensbereiche sind als eine Näherung zu betrachten. Insbesondere wurde bei dieser Abschätzung vernachlässigt, dass die einzelnen Datenpunkte der Zeitreihe nicht unabhängig voneinander sind.

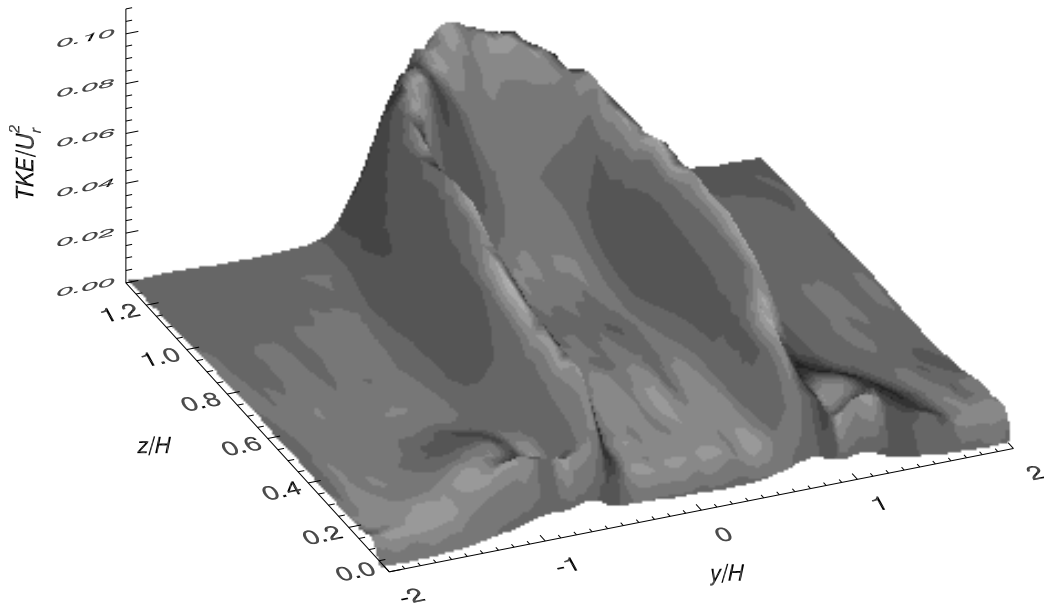


Abbildung 3.29: Aufgelöste TKE normiert mit U_r^2 entlang der Ebene $x/H = 0.75$.

Abbildungen 3.29 und 3.30a-d zeigen unterschiedliche Turbulenzstatistiken der simulierten Strömung. Anhand dieser sollen weitere signifikante, auch in Experimenten beobachtete Strömungseigenschaften erläutert werden.

Abbildung 3.29 zeigt eine 3D-Konturdarstellung der TKE in der Ebene $x/H = 0.75$. Nur der explizit aufgelöste Anteil ist dargestellt. Die Maxima der TKE konzentrieren sich auf den Bereich zwischen Bogenwirbel und Hufeisenwirbel sowie auf den oberen Bereich des Bogenwirbels. Im Bereich zwischen Bogenwirbel und hinterer Quaderwand strömt die Luft im Mittel seitlich von der Symmetrieebene weg und trifft nahezu senkrecht auf die Strömung des Hufeisenwirbels. Dies führt zu den in Abb. 3.29 gezeigten seitlichen Bereichen stark erhöhter Turbulenz. Der innere Bereich zwischen den Zentren des Bogenwirbels, sowie der Bereich zwischen Quaderwand und Bogenwirbel (nicht gezeigt) zeichnen sich durch vergleichsweise geringe TKE aus. In Abb. 3.29 sind zusätzlich sekundäre Maxima bei $y/H \approx \pm 1.0$ zu erkennen. Diese sind eine Signatur des Hufeisenwirbels und deuten auf dessen stark instationären Charakter hin. Diese Ergebnisse sind konsistent mit den Messungen von Hussein und Martinuzzi (1996).

Abbildung 3.30a-d zeigt den explizit simulierten Anteil der Reynoldsspannungen $\langle u'u' \rangle$, $\langle v'v' \rangle$, $\langle w'w' \rangle$ und $\langle u'w' \rangle$ entlang der Symmetrieebene $y/H = 0$. Die Normalkomponente in Hauptströmungsrichtung $\langle u'u' \rangle$ zeigt Maxima im Bereich des Hufeisenwirbels ($x/H \approx -1.0$) und oberhalb des Daches entlang der abgelösten Scherschicht. Weiter stromabwärts nimmt $\langle u'u' \rangle$ kontinuierlich ab. Eine etwas andere räumliche Struktur zeigen die Komponenten $\langle v'v' \rangle$ und $\langle w'w' \rangle$, wobei sie untereinander einige qualitative Ähnlichkeiten aufweisen. Beide Normalkomponenten zeigen ein lokales Maximum im oberen Bereich des Rezirkulationsgebietes bzw. im Bereich der hinteren Dachkante. Die Maximalwerte sind jedoch im Vergleich zu $\langle u'u' \rangle$ deutlich geringer. Gleichzeitig sind weitere lokale Maxima am hinteren Ende des Rezirkulationsbereiches erkennbar ($x/H \approx 2$), wo die Scherströmung wieder auf den Boden auftrifft und es zu verstärkter turbulenter Mischung kommt. Beide Komponenten zeigen zudem im Vergleich zu $\langle u'u' \rangle$ deutlich geringere Werte im Bereich des Hufeisenwirbels, wobei die $\langle v'v' \rangle$ -Komponente hierbei die geringsten Werte aufweist. Dies steht im Einklang mit

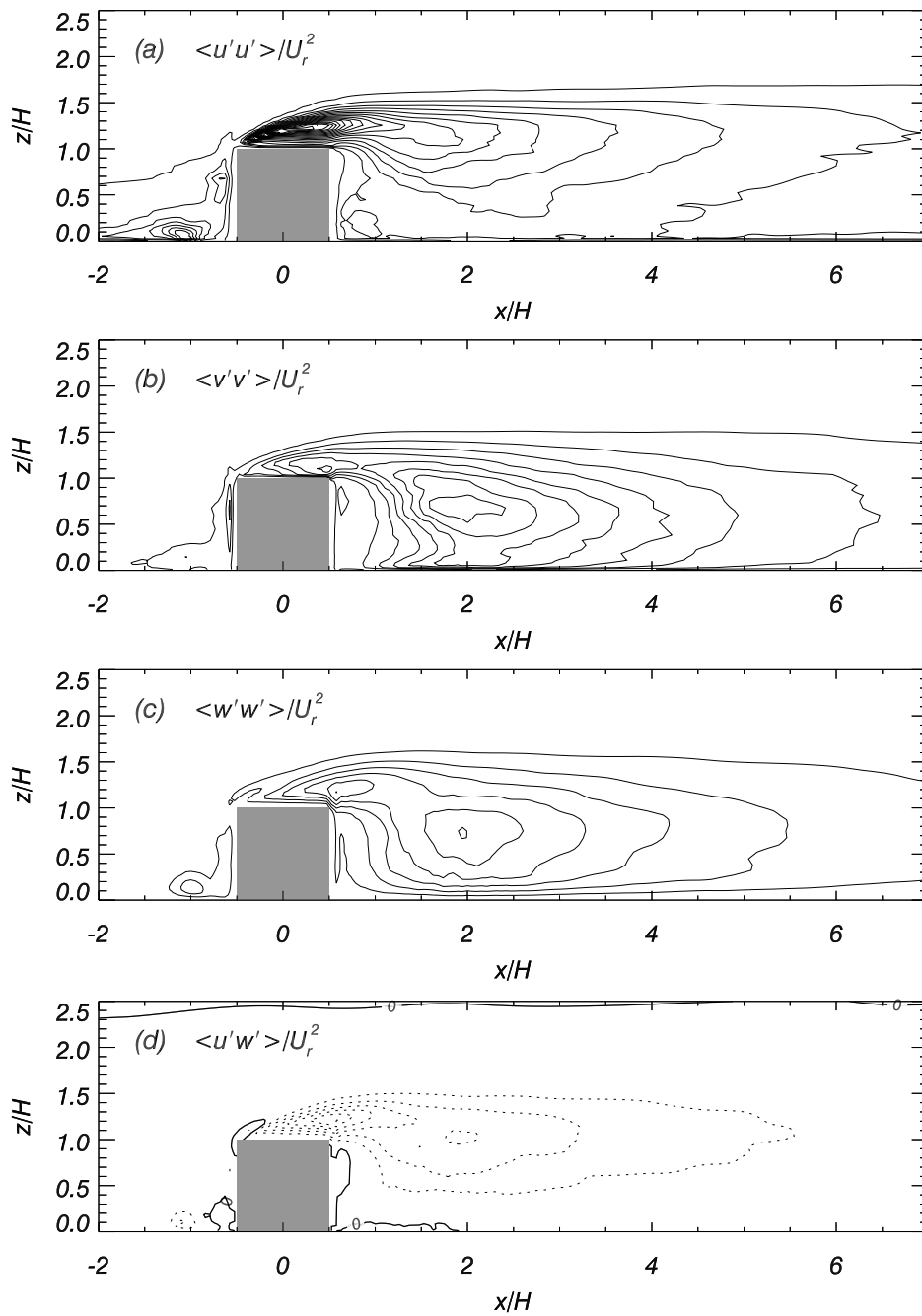


Abbildung 3.30: Isolinien der aufgelösten Reynoldsspannungen entlang der Symmetrieebene $y/H = 0$. (a) $\langle u'u' \rangle / U_r^2$, (b) $\langle v'v' \rangle / U_r^2$, (c) $\langle w'w' \rangle / U_r^2$, (d) $\langle u'w' \rangle / U_r^2$. Konturintervall: 0.008. Gepunktete Linien zeigen negative Werte.

der DNS von Yakhot et al. (2006). Gleichzeitig zeigt die $\langle v'v' \rangle$ -Komponente erhöhte Werte über einen großen Bereich der Quaderfront, aufgrund der dort auftreffenden Strömung. Ähnliches wurde ebenfalls in der DNS von Yakhot et al. (2006) beobachtet. Abbildung 3.30d zeigt die Scherspannung $\langle u'w' \rangle$. Die negativen Werte deuten an, dass hier positiver Horizontalimpuls nach unten transportiert wird. Die Konvergenz dieses Flusses in Bodennähe trägt zur Beschleunigung der Strömung stromabwärts des Rezirkulationsgebietes und damit zur Annäherung an das ungestörte Geschwindigkeitsprofil bei. Sämtliche hier erwähnten Strömungseigenschaften stehen im Einklang mit den Ergebnissen von Hussein und Martinuzzi (1996) sowie den CEDVAL-Resultaten.

Kapitel 4

Numerische und theoretische Analyse der Dynamik orographischer Bannerwolken

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Frage der Entstehung und der Dynamik orographisch induzierter Bannerwolken. Zunächst werden existierende Theorien auf der Basis von Beobachtungen und theoretischer Überlegungen auf ihre Plausibilität hin untersucht. Die vielversprechendste Theorie wird anschließend mithilfe numerischer Simulationen detailliert überprüft. Hierzu wird das in den vorhergehenden Kapiteln dokumentierte und validierte LES-Modell eingesetzt. Neben der Frage nach dem Entstehungsmechanismus sollen weitere, bereits in der Einleitung erwähnte offene Fragen geklärt werden.

4.1 Analyse existierender Theorien

Wie bereits in Abschnitt 1.2 beschrieben, lassen sich die bisherigen Theorien der Bannerwolkenentstehung in die Gruppen *Mischungsnebel-Theorie*, *Kontaktkühlungs-Theorie*, *Bernoulli-Effekt-Theorie* und *Leerotator-Theorie* einteilen. Es wird gezeigt, dass 3 der 4 Theorien mit den Beobachtungen am Matterhorn und der Zugs Spitze nicht in Einklang gebracht werden können. Sie kommen daher als Hauptmechanismus der Bannerwolkenentstehung nicht in Frage.

4.1.1 Mischungsnebel und Kontaktkühlung

Die Mischungsnebel-Theorie (Humphreys, 1964) erklärt die Bannerwolke durch isobare, adiabatische Mischung unterschiedlicher Luftmassen in Luv und Lee. Diese müssen sich hinsichtlich Temperatur T und Feuchte q_v (bzw. Dampfdruck e) unterscheiden, sollten aber beide untersättigt sein. Aufgrund der speziellen Form der Gleichgewichtsdampfdruckkurve $e_s(T)$, kann die Mischung beider Luftmassen im Lee zu einer übersättigten Luftmasse führen. Abbildung 4.1 erläutert diesen physikalischen Prozess. Gezeigt ist die Gleichgewichtsdampfdruckkurve $e_s(T)$ im sogenannten e - T -Zustandsdiagramm. Diese trennt untersättigte von übersättigten Zuständen. Gegeben seien zwei untersättigte Luftpakete, welche durch die Punkte A und B charakterisiert werden. Wie z.B. in Bohren und Albrecht (1998) (S. 124f) gezeigt, liegt bei einer isobaren, adiabatischen Mischung dieser Luftpakete der Endzustand auf einer Geraden, welche die Anfangszustände A und B verbindet (unter Vernachlässigung der Kondensation). Die exakte Position des Endzustandes hängt von den relativen Massen der gemischten

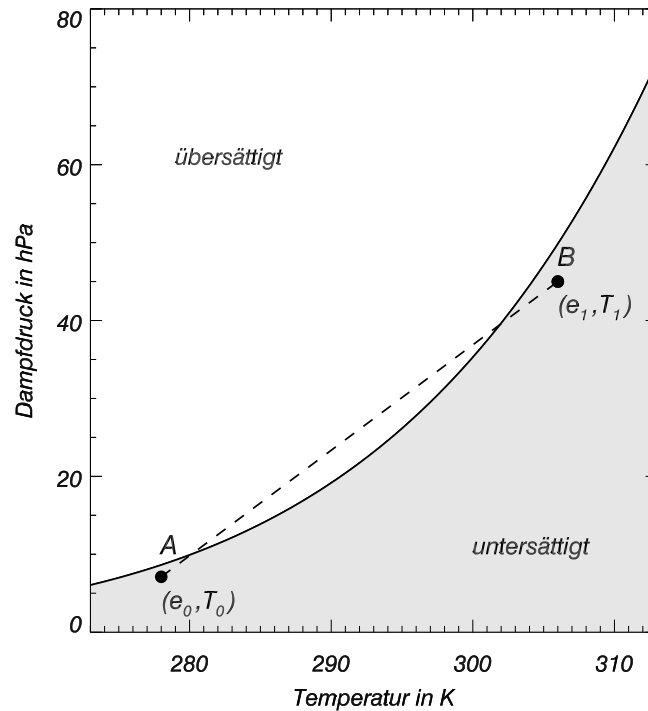


Abbildung 4.1: Gleichgewichtsdampfdruck e_s als Funktion der Temperatur T (durchgezogen). Punkte A, B kennzeichnen die Zustände zweier Luftpakete. Im Falle isobarer, adiabatischer Mischung liegt der Endzustand des gemischten Luftpaketes auf der eingezeichneten Geraden (gestrichelt).

Luftpakete ab. Aufgrund der konkaven Krümmung von $e_s(T)$ befindet sich die Gerade im gewählten Fall größtenteils oberhalb der Gleichgewichtsdampfdruckkurve. Bei geeignetem Massenverhältnis der mischenden Pakete ist das Endpaket somit übersättigt.

Prinzipiell wäre die Wolkenbildung durch Mischung, insbesondere bei quasi-zweidimensionalen Bergrücken wie der Zugspitze denkbar. Bei Frontdurchgängen beispielsweise ist es wahrscheinlich, dass sich die Luftmassen in Luv und Lee über einen größeren Zeitraum (mehrere Stunden) bezüglich Temperatur und Feuchtegehalt signifikant unterscheiden. Die Wirksamkeit dieses Mechanismus erscheint allerdings umso unwahrscheinlicher, je größer die Dreidimensionalität des Hindernisses ist. Die Zeitkonstante mit der sich Änderungen in der ankommenden Luftmasse auch im Lee bemerkbar machen, sollte mit zunehmender Dreidimensionalität des Hindernisses signifikant abnehmen. Entsprechend müsste der Zeitraum innerhalb dessen die Bannerwolke beobachtbar wäre signifikant abnehmen. Da auch an dreidimensionalen Bergspitzen wie dem Matterhorn Bannerwolken über mehrere Stunden hinweg beobachtet werden können, scheidet die Mischungsnebel-Theorie als Haupterklärung für dreidimensionale Hindernisse aus. Die Theorie kann darüberhinaus nicht erklären, warum auch bei dreidimensionalen Bergspitzen die Bannerwolke zumeist auf den oberen Bereich des Berges beschränkt ist (siehe z.B. Abb. 1.1a). Sie müsste mit ähnlicher Häufigkeit auch an den bodennahen seitlichen Flanken zu beobachten sein.

Auch an quasi-zweidimensionalen Bergrücken kann dieser Mechanismus für die Bildung von Bannerwolken nicht hauptverantwortlich sein. Hinsichtlich der Wolkenform hätte dies Konsequenzen, die mit den Beobachtungen nicht in Einklang gebracht werden können. Die Wolke würde sich dort bilden, wo beide Luftmassen erstmals aufeinandertreffen. Bei Bergrücken wäre dies der Bereich der Strömungsablösung unmittelbar am Grat. Man würde erwarten, dass die vertikale Ausdehnung der Wolke in Gratnähe am geringsten ist und wei-

ter stromabwärts, aufgrund der anwachsenden Mischungsschicht zunimmt. Typische, von uns an der Zugspitze beobachtete Bannerwolken zeigen aber gerade eine entgegengesetzte Form. Sie weisen in Gratnähe die größte Vertikalerstreckung auf und verdünnen sich weiter stromabwärts.

Auch die Kontaktkühlungs-Theorie (Douglas, 1928) erweist sich bei näherer Betrachtung als äußerst unwahrscheinlich. Sie besagt, dass sich die Wolke durch Kontakt der anströmenden Luftmasse mit der kalten Oberfläche des Berges bzw. durch Mischung mit kalter bodennahe Luft bildet. Diese Theorie kann nicht erklären, warum die Wolke erst im Lee und nicht bereits im Luv entsteht. Die herannahende Luftmasse gerät insbesondere im Luv in Kontakt mit einer eventuell kalten und schneebedeckten Oberfläche (oder auch kalter Grenzschicht-Luft). Eine Wolke müsste also bereits im Luv entstehen und sich um das Hindernis herum bis ins Lee erstrecken. Die Theorie erklärt auch nicht, warum Bannerwolken nur an sehr steilen, hohen Bergspitzen und Bergrücken auftreten. Darüberhinaus impliziert diese Theorie, dass die Häufigkeit von Bannerwolkenereignissen einen Tages- und Jahresgang aufweist. Demgegenüber konnten wir z.B. an der Zugspitze Bannerwolken ganzjährig mit etwa der gleichen Häufigkeit beobachten. Sie traten zu verschiedenen Tageszeiten sowohl auf der sonnenbeschienenen als auch der sonnenabgewandten Seite auf. Auch ein schneebedeckter Untergrund war keine notwendige Voraussetzung. Dies lässt vermuten, dass ein kalter Untergrund kein entscheidender Faktor für das Auftreten einer Bannerwolke ist.

4.1.2 Bernoulli-Effekt

Die Bernoulli-Effekt-Theorie fand Eingang in eine Reihe klassischer Lehrbücher (siehe z.B. Grant, 1944; Huschke, 1959; Humphreys, 1964; Beer, 1974). Sie beruht auf der Tatsache, dass die Gesamtenergie eines Luftpaketes entlang einer Trajektorie erhalten ist (unter Vernachlässigung der Reibung). Nach dieser Theorie bildet sich die Bannerwolke wie folgt: Bei Gebirgsüberströmungen kommt es im Bereich der Bergspitze zu einer Beschleunigung der Strömung. Der Bereich beschleunigter Strömung ist aus Gründen der Energieerhaltung mit einer negativen Druckanomalie verknüpft. Diese Druckanomalie bewirkt eine lokale adiabatische Expansion des Luftpaketes und kann unter geeigneten atmosphärischen Bedingungen zur Übersättigung und damit zur Wolkenbildung führen. Die Wolkenluft wird mit der Hauptströmung weiter ins Lee verfrachtet.

Dieser Effekt der Kondensation aufgrund lokaler adiabatischer Expansion kann auf kleinerer Skala an den Tragflächen und insbesondere den Flügelenden von Flugzeugen beobachtet werden. Trotz der sehr hohen Strömungsgeschwindigkeiten ist auch dort die Kondensation nur gelegentlich beobachtbar. Dies legt die Vermutung nahe, dass die induzierte Temperaturanomalie nicht allzu stark ist und somit die anströmende Luft eine recht hohe relative Feuchte besitzen muss.

An dieser Stelle soll die Bedeutung dieses Mechanismus für die Bannerwolkenentstehung untersucht werden. Hierzu wird für Strömungsgeschwindigkeiten, welche üblicherweise während Bannerwolkenereignissen beobachtet werden die Temperaturabnahme aufgrund lokaler adiabatischer Expansion abgeschätzt. Zur quantitativen Analyse müssen funktionale Zusammenhänge zwischen Temperatur T und Druck p , sowie zwischen Druck p und Strömungsgeschwindigkeit \mathbf{u} bekannt sein. Mit Hilfe des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik und der allgemeinen Gasgleichung, lässt sich ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Temperatur- und der Druckänderung für ein feuchtes, untersättigtes Luftpaket herleiten.

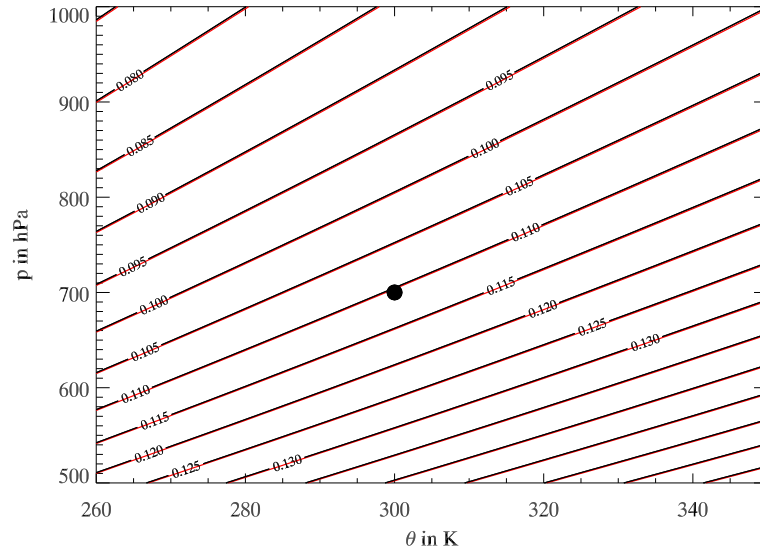


Abbildung 4.2: $\frac{dT}{dp}$ als Funktion von θ und p für trockene Luft (schwarz) und feuchte Luft mit $r = 5.0 \frac{\text{g}}{\text{kg}}$ (rot). Kreis markiert typische Verhältnisse für die Zugspitze.

Unter der Annahme von Adiabasie folgt¹

$$\frac{dT}{dp} = \frac{k_m}{p_{00}^{k_m}} \theta p^{k_m-1}, \quad \text{mit} \quad k_m = \frac{R_d}{c_{p0}} \left(\frac{1 + r \frac{R_v}{R_d}}{1 + r \frac{c_{p1}}{c_{p0}}} \right). \quad (4.1)$$

Dabei ist T die Temperatur, θ die potentielle Temperatur, r das Wasserdampf-mischungsverhältnis, p der Druck, c_{p0} , c_{p1} die spezifische Wärmekapazität von trockener Luft und Wasserdampf und R_d , R_v die Gaskonstante von trockener Luft und Wasserdampf. Abbildung 4.2 zeigt Isolinien von $\frac{dT}{dp}$ für den troposphärisch relevanten Druck- und Temperaturbereich. Man erkennt, dass der Abkühlungsmechanismus auf hohen Bergen (niedriges p , hohes θ) stärker ausgeprägt ist als z.B. auf Meeresebene. Der Kreis kennzeichnet typische Werte für die Zugspitze ($\frac{dT}{dp} \approx 0.11 \text{ K hPa}^{-1}$). Abbildung 4.2 zeigt zudem, dass der Wasserdampfgehalt der Luft für den Abkühlungsmechanismus faktisch keine Rolle spielt (solange keine Übersättigung eintritt).

Inwiefern der Effekt lokaler adiabatischer Expansion für Bannerwolken von Bedeutung ist, hängt von der Stärke der dynamisch induzierten Druckreduktion ab. Diese soll im Folgenden als Funktion der Anströmgeschwindigkeit grob abgeschätzt werden. Dies ist mit Hilfe der Bernoulli-Gleichung, bzw. dem Bernoulli-Theorem möglich. Es besagt:

Theorem. Für eine stationäre, reibungsfreie Strömung eines barotropen Fluids ist die Bernoulli-Funktion B konstant entlang von Stromlinien.

$$B = \frac{1}{2} \mathbf{u}^2 + \Phi + \int_{p_{00}}^p \frac{dp'}{\rho} = \text{const} \quad (4.2)$$

Die Einschränkungen *stationär*, *reibungsfrei* und *barotrop* sind sicherlich in unserem Fall nicht erfüllt. Man könnte aber argumentieren, dass man dieses Theorem nur auf die zeitlich gemittelte Strömung anwendet und die Barotropie als nullte Näherung ansieht. Die Voraussetzung

¹Diese Gleichung lässt sich auch direkt durch Differentiation der Definitionsgleichung von θ herleiten.

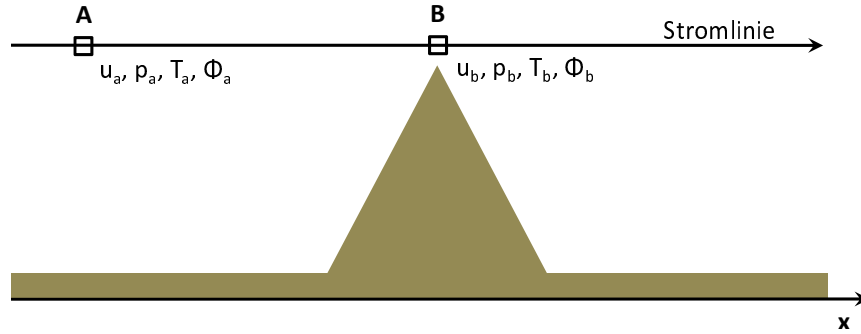


Abbildung 4.3: Schemazeichnung zur Illustration des Bernoulli-Effektes. u_a, p_a, T_a, Φ_a kennzeichnen die ungestörten Verhältnisse stromaufwärts des Berges, u_b, p_b, T_b, Φ_b die Verhältnisse unmittelbar über dem Berg.

der Reibungsfreiheit schließt die Anwendung des Theorems auf den Ablösebereich und das unmittelbare Lee aus.

Betrachtet werden zwei Punkte A, B entlang einer horizontalen Stromlinie parallel zur x -Achse (siehe Abbildung 4.3). Punkt A kennzeichne die Verhältnisse im ungestörten Bereich vor dem Berg, und Punkt B die Verhältnisse unmittelbar über dem Berg. Unter den gemachten Annahmen gilt nach Gleichung (4.2)

$$\frac{1}{2}u_a^2 + \int_{p_{00}}^{p_a} \frac{dp'}{\rho} = \frac{1}{2}u_b^2 + \int_{p_{00}}^{p_b} \frac{dp'}{\rho}. \quad (4.3)$$

Zusätzlich werde angenommen, dass die Atmosphäre isentrop (somit auch barotrop) sei. Einsetzen der allgemeinen Zustandsgleichung für ein ideales Gas in der Form

$$\rho = \frac{p_{00}^{k_m}}{p^{k_m-1} R_m \theta}, \quad (4.4)$$

führt somit auf folgenden Zusammenhang zwischen u_a, u_b, p_a, p_b :

$$p_b = \left[C(u_a^2 - u_b^2) + p_a^{k_m} \right]^{1/k_m}, \quad \text{mit } C = \frac{p_{00}^{k_m} k_m}{2 R_m \theta} = \text{const} \quad (4.5)$$

R_m bezeichnet die Gaskonstante feuchter Luft. Die konkrete Anwendung dieses Zusammenhangs zwischen Druckanomalie und Geschwindigkeitsanomalie auf das Problem der Bergüberströmung erweist sich als schwierig. In den allermeisten Fällen sind nur Messungen der Absolutgeschwindigkeit auf Bergspitzen u_b zugänglich und nicht die Abweichung ($u_a - u_b$) vom ungestörten Zustand stromaufwärts. Zur praktischen Anwendung von Gleichung (4.5) sind weitere Annahmen notwendig. Gleichung (4.5) lässt sich umschreiben zu

$$p_b = \left[C C_p u_a^2 + p_a^{k_m} \right]^{1/k_m}, \quad \text{mit } C_p = 1 - \left(\frac{u_b}{u_a} \right)^2. \quad (4.6)$$

C_p ist der in Abschnitt 3.3.2 eingeführte dimensionslose Druckkoeffizient. Dessen Minimalwert lässt sich anhand der simulierten Druckverteilung auf dem Quader (siehe Abb. 3.26a) oder anhand der gemessenen bzw. simulierten Druckverteilung auf einem pyramidenförmigen Hindernis (siehe z.B. Ikhwan und Ruck, 2006) abschätzen. Unabhängig vom betrachteten

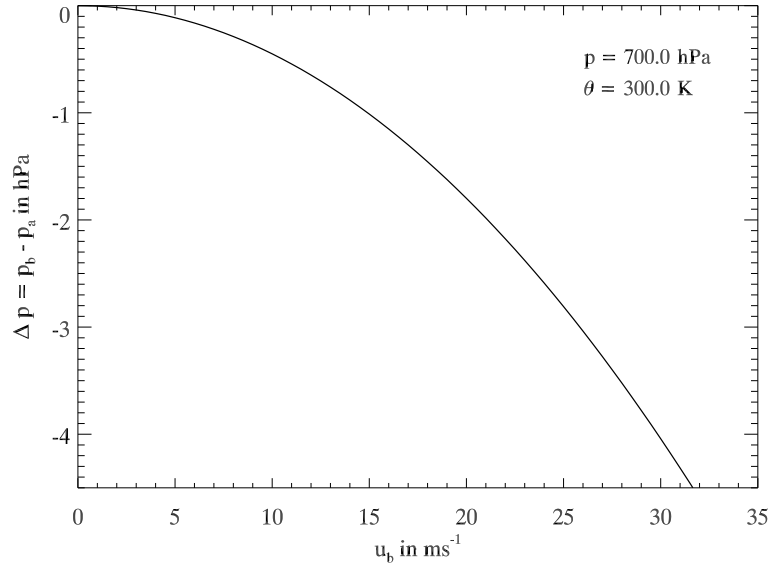


Abbildung 4.4: Druckanomalie $\Delta p = p_b - p_a$ als Funktion des Geschwindigkeit u_b über dem Berg.

Hindernis scheint $C_{p,min} = -1.0$ eine realistische Abschätzung des Minimalwertes zu sein. Zur Abschätzung der Druckanomalie ist gemäß Gleichung (4.6) aber weiterhin die schwer zugängliche Geschwindigkeit u_a erforderlich. Um eine obere Grenze der zu erwartenden Druckanomalie Δp zu bestimmen, kann jedoch u_a durch den besser zugänglichen Wert u_b über dem Berg ersetzt werden. Somit folgt in nullter Näherung als untere Grenze für den Druck p_b :

$$p_b \gtrsim \left[C C_{p,min} u_b^2 + p_a^{k_m} \right]^{1/k_m}, \quad \Delta p = p_b - p_a \quad (4.7)$$

Dieser Zusammenhang zwischen der Druckanomalie Δp und der Geschwindigkeit über der Bergspitze ist in Abb. 4.4 für $C_{p,min} = -1.0$, $\theta = 300\text{ K}$, $p_{00} = 1000\text{ hPa}$ und $k_m = R_d/c_{p0}$ dargestellt. Eine nahezu identische Kurve erhält man unter der stark vereinfachenden Annahme einer Atmosphäre mit konstanter Dichte anstelle einer isentropen Atmosphäre (nicht gezeigt). Man erkennt, dass für eine Druckreduktion von 2 hPa eine Strömungsgeschwindigkeit von mehr als 20 ms^{-1} erforderlich wäre.

Nachdem nun die Zusammenhänge zwischen Temperatur, Druck und Windgeschwindigkeit durch die Gleichungen (4.1) und (4.7) bekannt sind, kann die Bedeutung der lokalen adiabatischen Expansion abgeschätzt werden. Es werde angenommen, dass auf einer Bergspitze oder einem Bergrücken eine mittlere Windgeschwindigkeit von $u_b = 25\text{ ms}^{-1}$ gemessen wird. Dies entspräche einem mittelstarken Sturm. Desweiteren werde ein Luftpaket im ungestörten Bereich stromaufwärts betrachtet, mit den Bedingungen $p_a = 700\text{ hPa}$, und $T_a = 273.15\text{ K}$. Die Frage ist nun, welche relative Feuchte dieses Luftpaket mindestens besitzen muss, so dass es unter den gegebenen Bedingungen im unmittelbaren Lee des Berges zur Sättigung und damit zur Wolkenbildung kommt? Nach Gleichung (4.7) bzw. Abb. 4.4 ist im unmittelbaren Lee mit einer maximalen Druckanomalie von $\Delta p \approx -2.776\text{ hPa}$ zu rechnen. Diese Druckanomalie führt aufgrund adiabatischer Expansion nach Gleichung (4.1) zu einer Abkühlung des Luftpaketes um $\Delta T = -0.309\text{ K}$. Damit Kondensation eintritt muss für die Taupunkttemperatur $T_{d,a}$ des Luftpaketes am Punkt a gelten: $T_{d,a} \geq T_a + \Delta T$. Unter der Annahme $T_{d,a} = T_a + \Delta T$, lässt sich die erforderliche minimale relative Feuchte r_f des Luftpaketes ausrechnen. Nach Bohren und Albrecht (1998) gilt am Punkt A für die relative Feuchte als



Abbildung 4.5: 5. August 2005 8:34–9:14 MESZ, Beispiel einer Bannerwolke unter Schwachwind-Bedingungen. Anströmung aus Norden, d.h. im Bild von Rechts nach Links. Windgeschwindigkeit an der Zugspitze betrug 3.2 ms^{-1} aus 10° . Die Radiosonde aus Innsbruck vom 5. August 2005 03:00 UTC zeigte eine Brunt-Väisälä-Frequenz von $N^2 = 0.0041 \text{ s}^{-1}$.

Funktion von T_d

$$\text{rf} = 100 \exp \left(-\frac{L_v}{R_v T_a T_{d,a}} (T_a - T_{d,a}) \right). \quad (4.8)$$

Einsetzen der Werte für T_a und $T_{d,a}$ ergibt für die minimale relative Feuchte $\text{rf}_{\min} \approx 97.77\%$. Diese Beispielrechnung verdeutlicht, dass selbst in einem ausgeprägten Sturm die Temperaturreduktion aufgrund lokaler adiabatischer Expansion wenige Zehntel Grad nicht übersteigt. Aus diesem Grund muss die anströmende Luftmasse nahezu gesättigt sein, damit der beschriebene Mechanismus zur Bannerwolkenbildung führt.

Wenn die lokale adiabatische Expansion tatsächlich der dominierende Entstehungsmechanismus wäre, so würde dies Eigenschaften der Bannerwolke implizieren, welche so nicht beobachtet werden. Beispielsweise müsste die Wahrscheinlichkeit der Bannerwolkenbildung proportional zur Windgeschwindigkeit an der Bergspitze zunehmen. Je höher die Windgeschwindigkeit, umso kleiner ist rf_{\min} . Je kleiner rf_{\min} , desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass die relative Feuchte stromaufwärts im erlaubten Wertebereich $\text{rf}_{\min} < \text{rf} < 100\%$ liegt. Ein bevorzugtes Auftreten von Bannerwolken bei mittleren oder gar starken Stürmen konnte von uns an der Zugspitze nicht beobachtet werden. Die meisten Bannerwolkenereignisse fanden stattdessen bei Windgeschwindigkeiten kleiner 10 ms^{-1} statt. Abbildung 4.5 zeigt exemplarisch ein Bannerwolkenereignis bei welchem die mittlere Windgeschwindigkeit am Zugspitzgrat (gemessen am Zugspitz-Observatorium des Deutschen Wetterdienstes) nur bei etwa 3.2 ms^{-1} lag. Die relative Feuchte der ankommenden Luftmasse hätte somit deutlich über 99% liegen müssen. Die Messungen am Observatorium hingegen, welche charakteristisch für die Luftmasse im Luv sind, zeigten lediglich eine relative Feuchte von maximal $\text{rf} \approx 96\%$.

Sicherlich spielt die Druckanomalie im Bereich der Bergspitze eine Rolle, jedoch weniger in dem hier postulierten Sinne der lokalen adiabatischen Expansion. Vielmehr ist mit dieser Druckanomalie auch ein vertikaler Druckgradient verknüpft, welcher ein Aufsteigen im Lee

und dadurch Kühlung und Kondensation induzieren kann. Um die in unserem Beispiel berechnete Temperaturanomale von $\Delta T = -0.309 \text{ K}$ zu erreichen, müsste ein untersättigtes Luftpaket im Lee nur etwa 30 m aufsteigen. Der dominierende Effekt dieser Druckreduktion ist also mit großer Wahrscheinlichkeit nicht die Kühlung durch lokale adiabatische Expansion entlang einer näherungsweise horizontalen, im Luv startenden Trajektorie, sondern die Kühlung durch eine induzierte Vertikalbewegung im Lee. Dies ist ein Grundelement der Leerotor-Theorie.

4.1.3 Leerotor

Obwohl die Leerotor-Theorie wahrscheinlich die älteste aller genannten Theorien darstellt (erstmalig beschrieben in Hann (1896) und Douglas (1928)), fand sie erst in jüngerer Zeit durch Erwähnung im Lehrbuch von Banta (1990) stärkere Beachtung. Sie ist heutzutage die am ehesten akzeptierte Theorie der Bannerwolkenentstehung. Abbildung 4.6 erläutert das Grundprinzip. Gezeigt ist ein x - z -Schnitt senkrecht zu einem zweidimensionalen Grat. Die Anströmung erfolgt von links. Nach dieser Theorie entsteht die Bannerwolke aufgrund erzwungener Hebung im aufsteigenden Ast eines Leerrotors mit horizontaler Rotationsachse. Ursache der erzwungenen Hebung ist eine zum Druckminimum im unmittelbaren Lee hin gerichtete Druckgradientkraft. Das Druckminimum seinerseits resultiert aus der Strömungsablösung an der Gratspitze. Ist die gehobene Luft hinreichend feucht, bzw. liegt das Hebungskondensationsniveau (HKN) einzelner gehobener Luftpakete unterhalb des Gipfelniveaus, so bildet sich die Bannerwolke. Nach Erreichen des Grates wird die Wolkenluft mit der Hauptströmung weiter ins Lee verfrachtet.

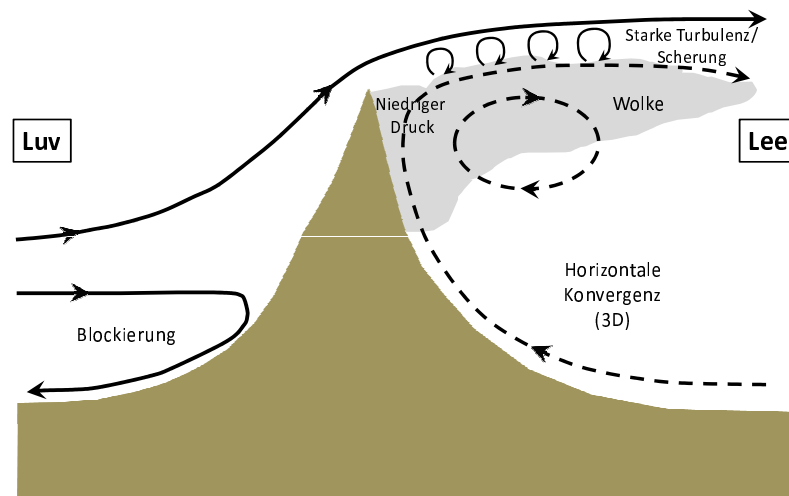


Abbildung 4.6: Schematische Darstellung der Strömung über einen zweidimensionalen Grat bzw. über eine pyramidenförmige Bergspitze entlang der Symmetrieachse.

Der Mechanismus aus Abb. 4.6 ist mit geringfügigen Modifikationen auch auf dreidimensionale Bergspitzen, ähnlich dem Matterhorn anwendbar. In diesem Fall ist Abb. 4.6 als x - z -Schnitt durch die Symmetrieebene des Berges zu interpretieren. Der Leewirbel ist nun Teil eines dreidimensionalen Wirbelschlauchs ähnlich dem Bogenwirbel im Lee eines Quaders (siehe Abb. 3.23 und 3.25). Bodennahe Konvergenz der umströmenden Luft im Bereich des Bogenwirbels kann nun zusätzlich zur Hebung beitragen.

Die Leerotor-Theorie ist die vielversprechendste aller genannten Theorien, da mit ihr

die meisten Eigenschaften von Bannerwolken erklärt werden können. So liefert sie eine Erklärung für die typische Keilform von Bannerwolken und ihr bevorzugtes Auftreten im Gipfelbereich, erklärt warum Bannerwolken ausschließlich im Lee auftreten und warum ihre Auftrettswahrscheinlichkeit nur mäßig mit der Windgeschwindigkeit korreliert – anders als von der Bernoulli-Theorie vorhergesagt. Der letztgenannte Punkt wird in der Literatur bislang vernachlässigt. Er soll hier anhand einer stark idealisierten Betrachtung des Zusammenspiels von Anströmgeschwindigkeit, statischer Stabilität sowie den Feuchteverhältnissen näher erläutert werden.

Die Leerotor-Theorie impliziert, dass die Wahrscheinlichkeit der Bannerwolkenentstehung nicht nur eine Funktion der Anströmgeschwindigkeit und der Feuchteverhältnisse, sondern zusätzlich eine Funktion der statischen Stabilität im Lee ist. Im Folgenden seien geeignete Feuchteverhältnisse für die Bannerwolkenbildung vorausgesetzt. Bei identischen Verhältnissen hinsichtlich der Stabilität korreliert die Aufstiegsgeschwindigkeit im Lee sicherlich mit der Anströmgeschwindigkeit im Luv. Für das Auftreten von Bannerwolken ist die Stärke der Aufstiegsgeschwindigkeit jedoch sekundär. Wichtig ist lediglich, dass Luftpakete überhaupt und ausreichend weit aufsteigen. Ob ein Luftpaket unter dem Einfluss einer vertikalen Druckgradientkraft aufsteigt oder nicht, hängt von der Stabilität der Schichtung ab. Dies lässt sich wie folgt zeigen:

Ausgehend von der Navier-Stokes-Gleichung (2.11) gilt für die vertikale Windkomponente:

$$\frac{Dw}{Dt} \approx \underbrace{-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p''}{\partial z}}_{F_p} + \underbrace{g \frac{\theta - \theta_R}{\theta_R}}_{F_B} \quad (4.9)$$

Hierbei wurden Reibungseffekte sowie der Einfluss der Feuchte im Auftriebsterm vernachlässigt. Betrachtet man für die folgende Herleitung den Spezialfall, dass w für ein individuelles Luftpaket materiell erhalten ist, so ergibt sich ein lokales Kräftegleichgewicht zwischen der vertikalen Druckgradientkraft (aufgrund der dynamisch induzierten Druckanomalie) F_p und der Auftriebskraft F_B . Zusätzliche Integration von der Starthöhe z_a unterhalb des Gratniveaus im Lee zur Endhöhe z_b des Luftpaketes auf Gratniveau ergibt:

$$\underbrace{\int_{z_a}^{z_b} -g \frac{\theta - \theta_R}{\theta_R} dz}_{BE} = \underbrace{\int_{z_a}^{z_b} -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p''}{\partial z} dz}_{PE} \quad (4.10)$$

Damit ein Luftpaket seine Vertikalgeschwindigkeit beibehält, muss die Energie PE welches es auf dem Weg von z_a nach z_b gewinnt mindestens so groß sein, wie die Hinderungsenergie BE aufgrund der statisch stabilen Schichtung. Etwas vereinfacht gesprochen muss also $PE > BE$ gelten, damit sich eine Bannerwolke bilden kann. Zu beachten ist, dass im Falle einer neutralen Schichtung $BE = 0$ gilt. In diesem Fall reicht eine beliebig kleine Stördruckanomalie im Lee aus um eine Vertikalbewegung und damit eine Bannerwolke auszulösen. Bei neutraler Schichtung im Lee ist demnach keine Korrelation der Auftrettswahrscheinlichkeit mit der Anströmgeschwindigkeit zu erwarten. Identische Feuchteverhältnisse vorausgesetzt, wären Bannerwolken bei schwacher Anströmung genauso wahrscheinlich, wie bei starker Anströmung. Die Bevorzugung höherer Windgeschwindigkeiten erfolgt erst mit wachsender Stabilität der leeseitigen Schichtung. Bei gleicher Anströmgeschwindigkeit und gleichen Feuchteverhältnissen kann es also bei schwach stabiler Schichtung zur Bannerwolkenbildung kommen, während unter stabileren Verhältnissen keine Bannerwolke auftritt. Dieser

Effekt vermindert letztlich die Korrelation zwischen Windgeschwindigkeit und Bannerwolkenhäufigkeit. Die in der Literatur häufig zu findende Behauptung, dass relativ starke Winde für die Bildung von Bannerwolken erforderlich sind, trifft also streng genommen nicht zu (als Beispiel siehe Abb. 4.5).

Trotz der aufgezeigten Plausibilität fehlt bislang der Nachweis, dass Bannerwolken einzig auf Basis dieses Leerotor-Mechanismus entstehen können. Die Notwendigkeit zusätzlicher Beiträge durch die übrigen postulierten Mechanismen kann nicht ausgeschlossen werden. Klarheit sollen numerische Simulationen bringen. Darüberhinaus existieren, wie bereits in Abschnitt 1.3 erläutert weitere offene Fragen, die in den nachfolgenden Abschnitten geklärt werden sollen. Diese betreffen beispielsweise die Notwendigkeit leeseitiger Feuchtequellen oder unterschiedlicher Luftmassen in Luv und Lee, die Herkunft der Feuchte und die relative Bedeutung thermodynamischer Prozesse für die Entstehung und Aufrechterhaltung von Bannerwolken.

4.2 Messungen am Zugspitzgrat

Im Rahmen des experimentellen Teilprojektes wurden unter der Leitung von Jan Schween Messungen am Zugspitzgrat durchgeführt. Ziel war es, die Messungen von Joachim Küttner (siehe Abschnitt 1.2) mit modernen Methoden und in erweitertem Umfang zu wiederholen. Zur detaillierten Charakterisierung der Luftmassen in Luv und Lee wurden zu beiden Seiten des Grates kontinuierliche in-situ Messungen durchgeführt. Hierzu wurde jeweils ein 9 m hoher Mast installiert (siehe Abb. 4.7). Die Masten waren in zwei unterschiedlichen Höhen mit Temperatur- Wind- und Feuchtesensoren und in Bodennähe mit einem Drucksensor bestückt. Die Aufstellung der Masten erfolgte derart, dass sich jeweils eine Messhöhe unterhalb und eine oberhalb des Grates befand. Unglücklicherweise waren die simultanen Messungen in Luv und Lee auf wenige Monate beschränkt (Oktober 2005 bis Januar 2006). Aufgrund erheblicher Schwierigkeiten mit der Mastverankerung in diesem unwegsamen Gelände, fiel der Nordmast im Januar 2006 irreparabel aus. Dennoch konnten innerhalb dieses kurzen Zeitraums Daten von 2 Bannerwolkenereignissen aufgenommen werden. Die Messungen lieferten wertvolle Informationen bezüglich der Leerotor-Theorie. Die wichtigsten Ergebnisse seien hier kurz zusammengefasst.

Die Messungen bestätigten das sehr häufige Auftreten einer Sekundärzirkulation im Lee mit Aufsteigen in unmittelbarer Nähe zum Steilhang. Exemplarisch zeigt Abb. 4.8a,b für den 06.10.2005 Zeitreihen der gemessenen Windrichtung in Luv und Lee. In Abbildung 4.8c,d sind die zugehörigen Steigungswinkel α der Geschwindigkeitsvektoren relativ zur Horizontalen aufgetragen. Jeder Punkt entspricht einem zweiminütigen Mittelwert sekundlicher Messungen. Die Anströmung erfolgte ganztägig aus Südost (135°), d.h. näherungsweise senkrecht zum Grat (siehe Abb. 4.8b). Die Windgeschwindigkeit betrug im Mittel 5 ms^{-1} . Im Lee zeigt die Windrichtung eine wesentlich stärkere Streuung als im Luv (Abb. 4.8a), was als Zeichen verstärkter Turbulenz gedeutet werden kann. Bevorzugt sind jedoch westliche bis nordwestliche Richtungen, d.h. im Lee besitzt der Wind ebenfalls eine Komponente zum Grat hin. Dies gilt insbesondere für den Messpunkt unterhalb des Gratniveaus (rote Punkte). Die Steigungswinkel im Luv zeigen wie erwartet auf beiden Messhöhen konstant positive Werte ($\alpha \approx 45^\circ$). Dies entspricht einem orographisch erzwungenen Aufsteigen. In Analogie zur Windrichtung zeigen auch die Steigungswinkel im Lee eine wesentlich stärkere Streuung. Deutlich erkennbar ist allerdings die Bevorzugung positiver Steigungswinkel, d.h. auf beiden Messhöhen wird zumeist Aufsteigen beobachtet. Zusammenfassend zeigen diese Messungen im Lee eine aufsteigende Bewegung zum Grat hin. Dies steht im Einklang mit der Leerotor-Theorie. Wie weit der aufsteigende Ast nach unten durchgreift bleibt jedoch unklar.



Abbildung 4.7: Messmasten auf der Nord- und Südseite des Zugspitzgrates. Pfeile kennzeichnen Messpositionen über Grund. Der Grat besitzt in diesem Bereich eine südwest–nordost Ausrichtung. Fotos: Jan Schween

Die grau schraffierten Zeitbereiche in Abb. 4.8 markieren das Auftreten einer Bannerwolke auf der Nordseite. Signifikante Änderungen in der Windrichtung oder dem Steigungswinkel sind dabei weder im Luv noch im Lee erkennbar. Das Aufsteigen im Lee ist über den gesamten Tag beobachtbar. Es ist somit in erster Näherung unabhängig von der Existenz einer Bannerwolke. Leeseitiges Aufsteigen konnte an einer ganzen Reihe weiterer Tage beobachtet werden, sofern die Anströmung ausreichend stark war und näherungsweise senkrecht zum Grat verlief. Dies ist ein starkes Indiz dafür, dass das typische Strömungsfeld, welches gemäß der Leerrotor-Theorie einer Bannerwolke zugeordnet wird, im Hochgebirge sehr häufig und unabhängig von einer Bannerwolke auftritt. Die Bannerwolke scheint lediglich eine seltene Visualisierung dieses, einer direkten Beobachtung nicht zugänglichen Strömungsmusters zu sein.

Neben diesen Erkenntnissen bezüglich des Strömungsmusters konnten auch die Temperatur- und Feuchtemessungen von Joachim Kuettner (2000) bestätigt werden. Abbildung 4.9a,b zeigt für den gleichen Tag Zeitreihen der Temperatur und der spezifischen Feuchte am oberen Messpunkt der beiden Messmasten. Die gepunktete Linie zeigt Messungen im Luv, die durchgezogene Linie Messungen im Lee. Grau schraffiert ist wiederum der Zeitbereich mit Bannerwolke. Die mit sehr einfachen Mitteln durchgeführten Messungen von Kuettner (2000) ergaben damals, dass während des Auftretens einer Bannerwolke die luvseitige Luft, welche über die leeseitige Wolkenluft ansteigt im Mittel 3 – 4 K kälter und 40 – 70 % trockener ist. Unsere Messungen zeigen qualitativ einen sehr ähnlichen Effekt. Während des Auftretens der Bannerwolke war die luvseitige Luft um etwa 1.5 K kälter und um 0.5 gkg^{-1} trockener als die leeseitige Luft (der Wolkenwassergehalt wurde bei diesem Vergleich nicht mitberücksichtigt). Ähnliches war auch während des zweiten vermessenen Bannerwolkenereignisses am 11.10.2005 beobachtbar (siehe Abb. 4.10a,b). Auch hier ist die leeseitige Luft während des Bannerwolkenereignisses wesentlich feuchter als die luvseitige Luft. Die Temperaturunterschiede sind al-

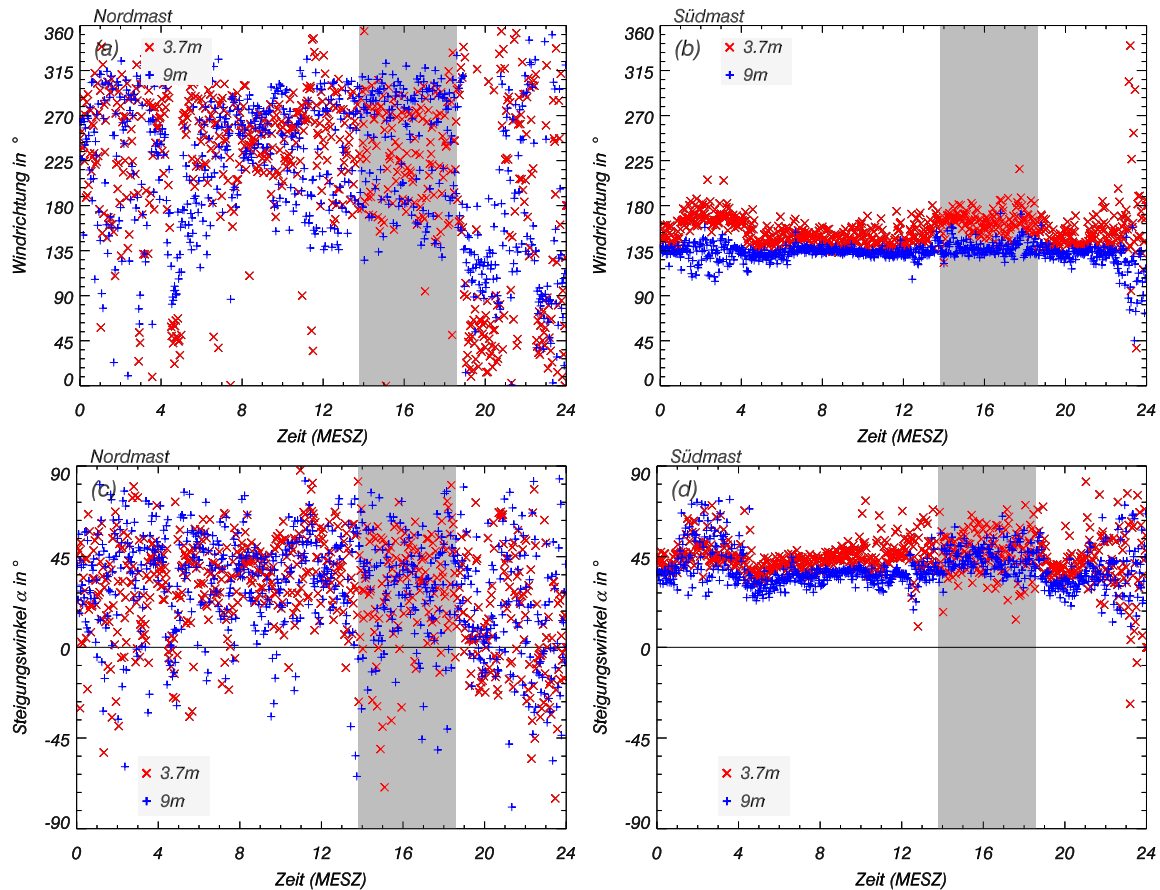


Abbildung 4.8: Messungen am Zugspitzgrat für den 06.10.2005. Zeitreihe der Windrichtung (oben) und des Steigungswinkels α der Geschwindigkeitsvektoren relativ zur Horizontalen (unten). Links: Messungen am Nordmast; Rechts: Messungen am Südmast. Gezeigt sind jeweils beide Messhöhen. Die mittlere Windgeschwindigkeit betrug 1.3 ms^{-1} am Nordmast und 5.2 ms^{-1} am Südmast. Grau schraffierter Zeitraum markiert Auftreten einer Bannerwolke auf der Nordseite.

lerdings weniger stark ausgeprägt. Zwischenzeitlich sind kurzfristige Temperaturerhöhungen im Lee beobachtbar, die mit Anstiegen der spezifischen Feuchte im Lee einhergehen (vergleiche Abb. 4.10a mit 4.10b). Die Temperaturanstiege können demnach ein Resultat verstärkter Freisetzung von latenter Wärme sein. Die starke Temperaturdifferenz zwischen 0800 und 0930 MESZ konnte als Strahlungseffekt identifiziert werden. Unmittelbar nach Sonnenaufgang war der Südhang direkter Sonneneinstrahlung ausgesetzt, während der Nordhang im Schatten lag.

Ganz abgesehen von dem Problem der Koexistenz instabiler Schichtung mit stabilen Strömungsverhältnissen (Abschnitt 1.2) ist selbst die Ursache dieser Temperatur- und Feuchteunterschiede bislang unklar. Mögliche Ursachen für die Temperaturunterschiede zwischen Luv und Lee sind:

- Strahlungseffekte
- Heizung der leeseitigen Luft bzw. Kühlung der luvseitigen Luft durch Bodenkontakt
- Freisetzung latenter Wärme während der Kondensation

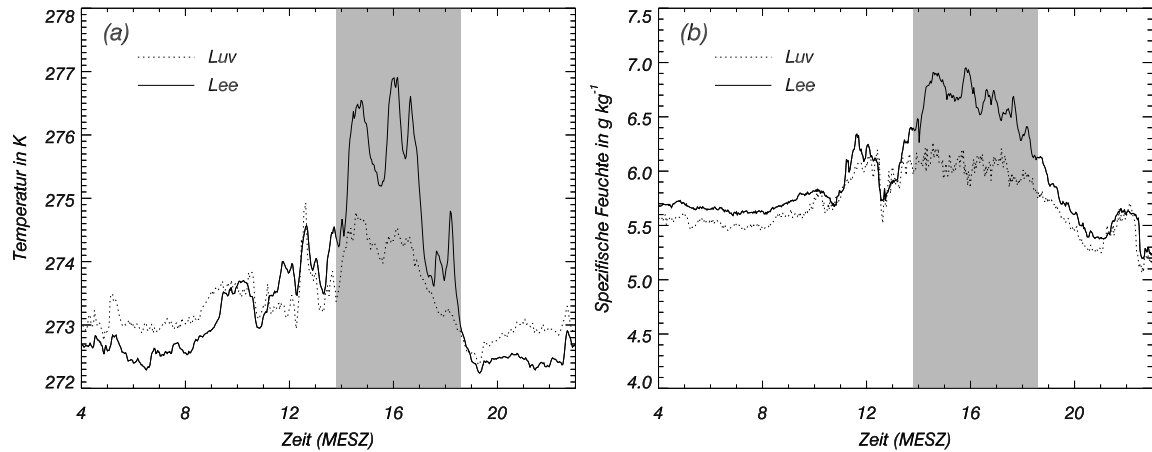


Abbildung 4.9: Messungen am Zugspitzgrat für den 06.10.2005. (a) Zeitreihen der Temperatur T ; (b) Zeitreihen der spezifischen Feuchte q_v . Durchgezogene Linie zeigt Messungen im Lee, gepunktete Linie zeigt Messungen im Luv (obere Messposition auf Masten). Schattierung kennzeichnet Zeitbereich mit Bannerwolke.

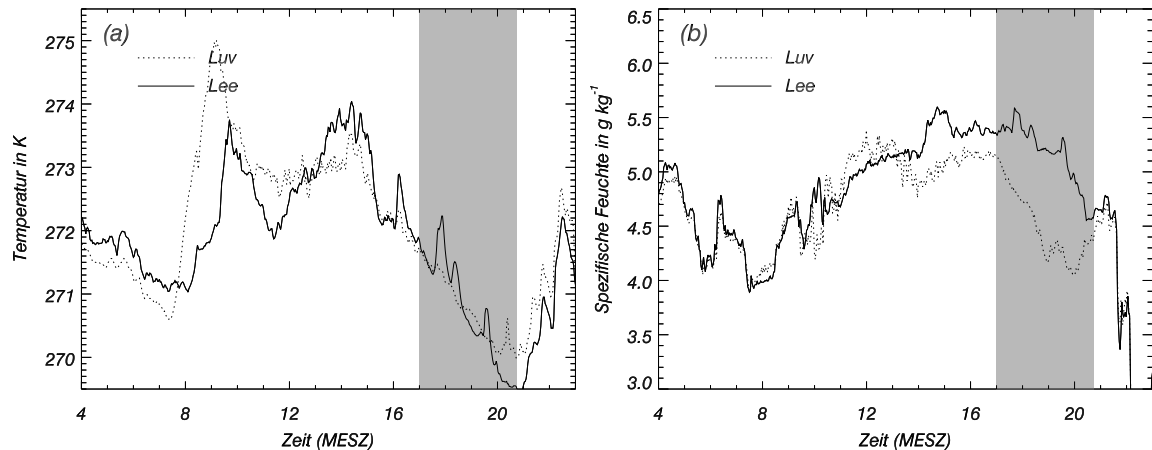


Abbildung 4.10: Wie Abb. 4.9, jedoch für den 11.10.2005.

- Unterschiedliche Herkunft und Eigenschaften der Luftmassen in Luv und Lee
- Mögliche Ursachen für die beobachteten Unterschiede in der spezifischen Feuchte sind:
- Unterschiedliche Herkunft und Eigenschaften der Luftmassen in Luv und Lee
 - zusätzliche Feuchtequellen am Boden (in diesem speziellen Fall z.B. der Eibsee im nördlichen Tal)
 - Stärkere Vertikalverschiebung der Luftpakete im Lee im Vergleich zum Luv. Nimmt man an, dass die spezifische Feuchte zum Boden hin kontinuierlich zunimmt, so kann eine feuchtere Luftmasse auf einen tiefer liegenden Ursprungsort hindeuten.

Die Betrachtung von T und q_v ist nur bedingt geeignet, um Luftmassen auf ihre unterschiedliche Herkunft hin zu untersuchen. Unterschiede in T oder q_v müssen in übersättigten

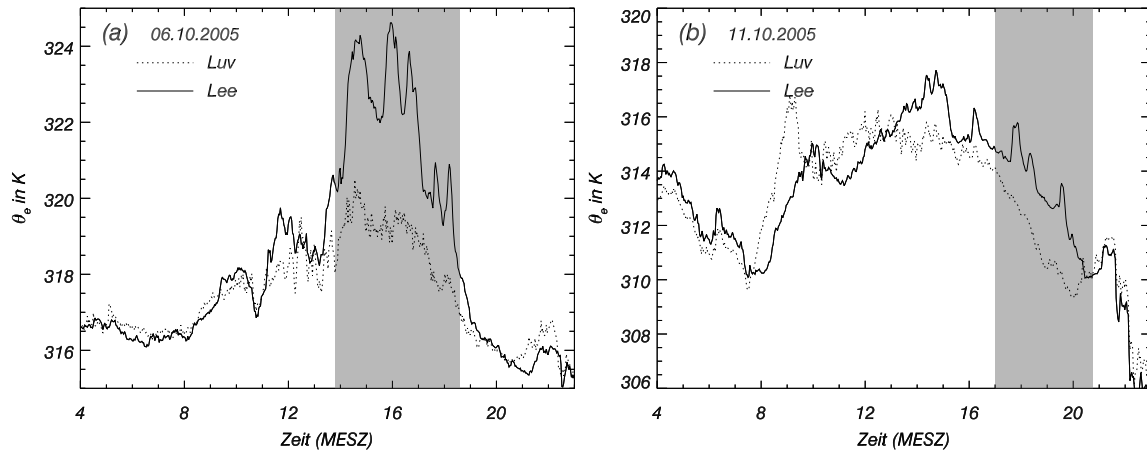


Abbildung 4.11: Zeitreihe der äquivalentpotentiellen Temperatur θ_e in Luv und Lee für (a) den 06.10.2005, (b) den 11.10.2005.

Gebieten nicht notwendigerweise auf unterschiedliche Luftmassen hindeuten. Beispielsweise können erhöhte Werte von θ oder T im Lee auch durch Kondensation innerhalb der überströmenden Luftmasse hervorgerufen werden. Aus diesem Grund fasst Abb. 4.11a,b die Messungen aus Abb. 4.9a,b und 4.10a,b nochmals in Form von Zeitreihen der äquivalentpotentiellen Temperatur

$$\theta_e \approx \theta \operatorname{rf}^{-\frac{q_v R_v}{c_p 0}} \exp\left(\frac{L_v q_v}{c_p 0 T}\right) \quad (4.11)$$

zusammen². Die äquivalentpotentielle Temperatur ist im Gegensatz zu θ , T und q_v auch bei diabatischen Zustandsänderungen in guter Näherung erhalten, solange Kondensation und Evaporation die dominierenden diabatischen Prozesse darstellen. Eventuelle Unterschiede in θ_e zwischen Luv und Lee sind damit ein klares Indiz dafür, dass es sich um unterschiedliche Luftmassen mit unterschiedlichen Eigenschaften handelt. Die Zeitreihen zeigen während der Bannerwolkenereignisse eine besonders ausgeprägte θ_e -Differenz. Dabei gilt typischerweise $\theta_e^{Lee} > \theta_e^{Luv}$. Es handelt sich also in Luv und Lee um unterschiedliche Luftmassen. Diese Beobachtung ist ein starkes Argument für die Leerrotor- und gegen die Bernoulli-Theorie. Bei Dominanz des Bernoulli-Mechanismusses wäre $\theta_e^{Lee} \approx \theta_e^{Luv}$ zu erwarten.

4.3 Simulation der Strömung um ein pyramidenförmiges Hindernis auf Laborskala

In diesem und den folgenden Abschnitten soll die Gültigkeit der Leerrotor-Theorie mit Hilfe von Grobstruktursimulationen überprüft werden. Die Simulationen werden sowohl auf Labor- als auch auf atmosphärischer Skala durchgeführt, wobei das Hauptaugenmerk auf dreidimensionalen, pyramidenförmigen Hindernissen liegen wird (idealisiertes Matterhorn). Quasi-zweidimensionale Bergrücken werden aus folgenden Gründen nicht betrachtet: Die spärlichen,

²Gleichung (4.11) ist eine Approximation der von Emanuel (1994) (S. 120) angegebenen Formel. Insbesondere wurde das Mischungsverhältnis durch die spezifische Feuchte und die Wärmekapazität durch die Wärmekapazität trockener Luft approximiert.

in der Literatur dokumentierten Bannerwolkenereignisse zeigen, dass dreidimensionale Bergspitzen die bevorzugte Hindernisform darstellen. Quasi-zweidimensionale Bergrücken, wie die Zugspitze bilden eher die Ausnahme. Es ist daher zweckmäßig zunächst den Entstehungsmechanismus und die Eigenschaften des wesentlich häufigeren Bannerwolkentyps hinter Bergspitzen zu untersuchen. Zum anderen sind Simulationen für quasi-zweidimensionale (aber nicht unendlich lange) Bergrücken wesentlich rechenzeitintensiver, da das Modellgebiet quer zur Hauptströmungsrichtung signifikant erweitert werden muss. Dies übersteigt unsere aktuellen Rechenkapazitäten.

Abbildung 4.12 zeigt nochmals eine Schemazeichnung des favorisierten Mechanismus, nun speziell für den Fall eines pyramidenförmigen Hindernisses. Folgende Fragen sollen diesbezüglich geklärt werden:

- erlaubt das Strömungsfeld die Bannerwolkenentstehung gemäß der Leerotor-Theorie?
- sind zusätzliche leeseitige Feuchtequellen eine notwendige Voraussetzung?
- sind unterschiedliche Luftmassen in Luv und Lee eine notwendige Voraussetzung?
- woher stammt die kondensierende Feuchte?
- welche Bedeutung haben thermodynamische Prozesse im Vergleich zu dynamischen Prozessen hinsichtlich der Entstehung und Aufrechterhaltung von Bannerwolken?

In diesem Abschnitt werden idealisierte Simulationen einer neutral geschichteten Strömung auf der Laborskala vorgestellt. Der Einfluss der Feuchtephysik wird hierbei vernachlässigt. Die gewonnenen Ergebnisse und Schlussfolgerungen werden streng genommen nur für den Spezialfall neutraler Schichtung Gültigkeit besitzen. Ausgedrückt mit Hilfe der Froude-Zahl $Fr = U_\infty / (NH)$ bedeutet dies, dass wir uns auf das Regime $Fr \rightarrow \infty$ beschränken. Hierbei beschreibt U_∞ die charakteristische Strömungsgeschwindigkeit, N ist die Brunt-Väisälä Frequenz und H ist die typische Dimension des Hindernisses (z.B. die Höhe). Realitätsnähere Simulationen auf atmosphärischer Skala, mit Berücksichtigung der Feuchtephysik folgen in Abschnitt 4.5. Ein Grund für die Durchführung der Simulationen auf Laborskala ist, dass sie den direkten Vergleich mit Windkanalmessungen ermöglichen. Bislang ist unklar, wie gut das Modell für den Fall pyramidenförmiger Hindernisse funktioniert. Durch Vergleich mit Messungen lässt sich daher die Belastbarkeit unserer Ergebnisse hinsichtlich der Bannerwolke besser einschätzen.

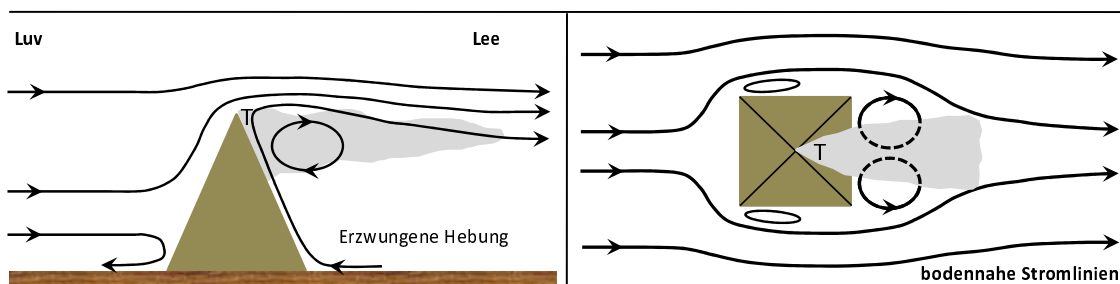


Abbildung 4.12: Schemazeichnung des postulierten Entstehungsmechanismus für den Fall einer idealisierten pyramidenförmigen Bergspitze. Links: Strömung im x - z -Schnitt. Rechts: bodennahe Strömung im x - y -Schnitt. Die Wolke (grau schattiert) bildet sich durch erzwungene Hebung im Lee. Das T kennzeichnet den Bereich stärkster negativer Druckanomalie.

Im Unterschied zu rechteckigen Körpern, fanden pyramidenförmige Hindernisse in Windkanaluntersuchungen bislang wenig Beachtung. Dementsprechend wenig ist auch über das Strömungsfeld bekannt, welches sie in turbulenten Grenzschichten induzieren. Aktuell sind uns zwei ausführlichere Windkanaluntersuchungen zu pyramidenförmigen Hindernissen bekannt (Martinuzzi und AbuOmar, 2003; Ikhwan und Ruck, 2006). Martinuzzi und AbuOmar (2003) untersuchten vornehmlich das Strömungsfeld für Pyramiden in „dünnen“, laminaren Grenzschichten (δ_{Bl} etwa $1/10$ der Pyramidenhöhe H) unter Annahme eines Blasius-Profiles. Lediglich Ikhwan und Ruck (2006) konzentrierten sich auf den meteorologisch relevanteren Fall turbulenter „dicker“ Grenzschichten, wobei für alle Untersuchungen $\delta_{Bl} \geq 1.8H$ galt. Es bleibt anzumerken, dass keines dieser Windkanalexperimente die atmosphärischen Bedingungen hinsichtlich δ_{Bl} exakt trifft. Für hohe Bergspitzen, wie z.B. das Matterhorn würde man für die Dicke der turbulenten Grenzschicht im Mittel $\delta_{Bl} \lesssim H$ erwarten. In Ermangelung eines derartigen Windkanalexperimentes wird sich unser Modellaufbau am Experiment von Ikhwan und Ruck (2006) orientieren.

4.3.1 Modellaufbau

Abbildung 4.13 skizziert den Aufbau der Modellsimulation. Die Gebietsdimensionen sind als Vielfaches der Hindernisbreite L gegeben. In Anlehnung an das Windkanalexperiment von Ikhwan und Ruck (2006) wurde ein pyramidenförmiges Hindernis mit einem quaderförmigen Grundriss gewählt. Die Pyramide besitzt eine Kantenlänge von $L = 200$ mm, einen Steigungswinkel von $\alpha = 70^\circ$ und eine Höhe von $H = 274.75$ mm. Wenn nicht anders erwähnt, wird eine Seitenwand der Pyramide senkrecht angeströmt ($\beta = 0^\circ$). Dieser Fall wird im Folgenden auch als „Referenzsimulation“ bezeichnet. Die Ausdehnung des Modellgebietes beträgt $12.90L(x) \times 6.40L(y) \times 3.69L(z)$ bei $258(x) \times 128(y) \times 56(z)$ Gitterzellen. In der Horizontalen wird ein Gitter mit konstanter Maschenweite ($\Delta x = \Delta y = 10$ mm) und in der Vertikalen ein mit zunehmender Höhe gestrecktes Gitter verwendet. Das Hindernis wird dadurch an dessen Basis mit 20 Gitterpunkten pro Kante aufgelöst. Das vertikale Streckungsverhältnis beträgt zur Vermeidung zusätzlicher numerischer Fehler maximal 3%, mit dem Maximum am Modelloberrand (siehe auch Fröhlich, 2006, S. 229). Am Einströmrand werden Dirichletsche, am Ausströmrand Neumannsche und in y -Richtung periodische Randbedingungen verwendet. Die Formulierung des Oberrandes entspricht einem festen, undurchlässigen Deckel. Als Rauheitslänge wurde $z_0 = 1.19$ mm gewählt. Dieser Wert liegt deutlich unter dem von Ikhwan und Ruck (2006) für die Anströmung bestimmten Wert ($z_0 = 2.49$ mm). Der gewählte Wert basiert auf einer erneuten Regression der Windkanalmessungen unter Vernachlässigung der Messpunkte mit $z \geq 1.0H$. Die oberen Messpunkte weichen deutlich von einem logarithmischen Profil ab und führen dadurch, bei Berücksichtigung, zu einer Überschätzung von z_0 . Bei Verwendung des reduzierten z_0 -Wertes wird die im Windkanal am untersten Messpunkt bestimmte Strömungsgeschwindigkeit $\langle u \rangle$ durch unser Modell noch immer nicht exakt aber signifikant besser reproduziert (siehe Abb. 4.14). Für die Oberfläche der Pyramide wurde z_0 nochmals um zwei Größenordnungen verringert. Hierdurch soll die Glattheit des Windkanalmodells berücksichtigt werden. Die Simulation wurde mit beiden zur Verfügung stehenden FS-Modellen durchgeführt. Da sich die Ergebnisse qualitativ nicht unterscheiden, werden lediglich die Ergebnisse des Modells nach Deardorff (1980) (DD-Modell) vorgestellt.

Am Einströmrand wird eine turbulente Strömung in Form einer neutral geschichteten, trockenen Grenzschicht aufgeprägt. Der Datensatz wurde zuvor mit Hilfe des Einströmgenerators erzeugt. Die Länge des Datensatzes beträgt 68 dimensionslose Zeiteinheiten, basierend auf der Hindernishöhe H und der freien Strömung am Oberrand $U_\infty = 5.34 \text{ ms}^{-1}$. Angetrie-

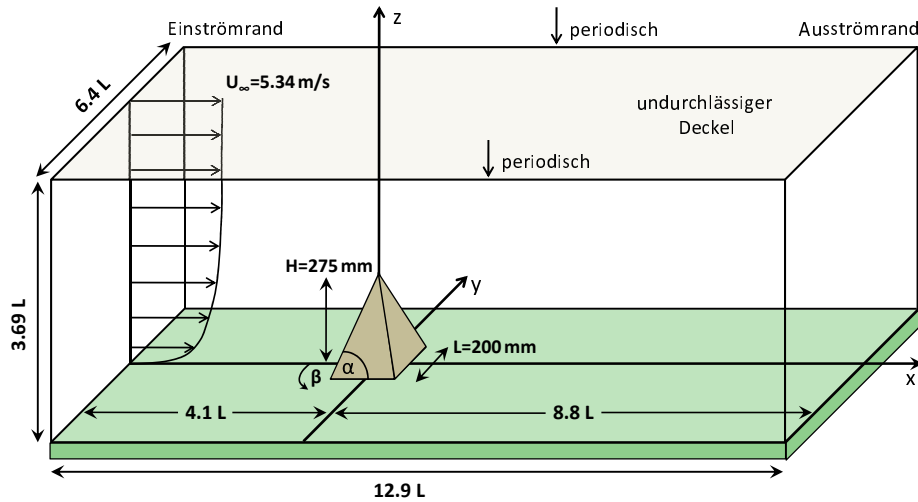


Abbildung 4.13: Modellaufbau zur Überströmung eines pyramidenförmigen Hindernisses auf Laborskala. Dimensionen sind als Vielfaches der Pyramidenbreite $L = 200$ mm gegeben. Der Steigungswinkel der Pyramide beträgt $\alpha = 70^\circ$.

ben wurde der Einströmgenerator von einem mittleren Geschwindigkeitsprofil $u_0(z)$, welches durch Anpassung eines Potenzgesetzes der Form

$$u(z) = u_{\text{ref}} \left(\frac{z-d}{z_{\text{ref}}} \right)^\alpha, \quad (4.12)$$

mit $z_{\text{ref}} = 0.1$ m, $u(z_{\text{ref}}) = u_{\text{ref}} = 3.416$ ms⁻¹, $\alpha = 0.28$ und $d = 0$ m an die Messungen am Eingang des Windkanal-Messbereiches gewonnen wurde. Abbildung 4.14a,b zeigt Statistiken des Einströmdatensatzes, basierend auf einer raumzeitlichen Mittelung in der Recycling-Ebene. Das simulierte Geschwindigkeitsprofil $\langle u(z) \rangle$ zeigt im Bereich $z/H > 1.2$ eine leichte Unterschätzung der Labormessungen. Aufgrund der vertikalen Distanz zwischen diesem Bereich und dem Hindernis wird erwartet, dass der Einfluss dieser Abweichung vernachlässigbar ist. Leichte Abweichungen zeigt $\langle u(z) \rangle$ zudem in unmittelbarer Bodennähe. Diese sind darauf zurückzuführen, dass sich das Windkanal-Profil nicht über den gesamten Höhenbereich hinreichend exakt mit einem logarithmischen Profil annähern lässt. Dadurch ist es schwierig eine geeignete Rauigkeitslänge für das Wandmodell abzuschätzen. Auch bei dieser Abweichung ist jedoch zu erwarten, dass sie hinsichtlich der geplanten mechanistischen Untersuchungen keinen nennenswerten Einfluss hat. Abbildung 4.14b zeigt die Gesamt-Standardabweichungen σ_u , σ_v , σ_w . Diese werden durch unser Modell leicht unterschätzt. Bei genauerer Betrachtung von Abb. 4.14a zeigt sich, dass oberhalb von $z/H = 0.5$ die vertikale Scherung $\frac{d\langle u \rangle}{dz}$ etwas unterschätzt wird. Dies kann zumindest teilweise für die leichte Unterschätzung der Standardabweichungen verantwortlich sein. Die mit FS gekennzeichnete Linie in Abb. 4.14b zeigt den FS-Beitrag. Dieser macht nur einen kleinen Teil der Gesamtstandardabweichungen aus. Die Auflösung ist somit ausreichend, um (mit Ausnahme des bodennahen Bereiches) den Großteil der energietragenden Wirbel explizit aufzulösen. Insgesamt ist im statistischen Sinn eine hinreichende Ähnlichkeit zwischen der simulierten Strömung und der Windkanal-Strömung erkennbar.

Wie bereits in Abschnitt 3.3.1 erwähnt, ist im Falle dreidimensionaler Hindernisse die Güte des Einströmdatensatzes nicht alleine an raumzeitlich gemittelten Vertikalprofilen ablesbar. Eventuell existierende Inhomogenitäten (im statistischen Sinn) senkrecht zur Haupt-

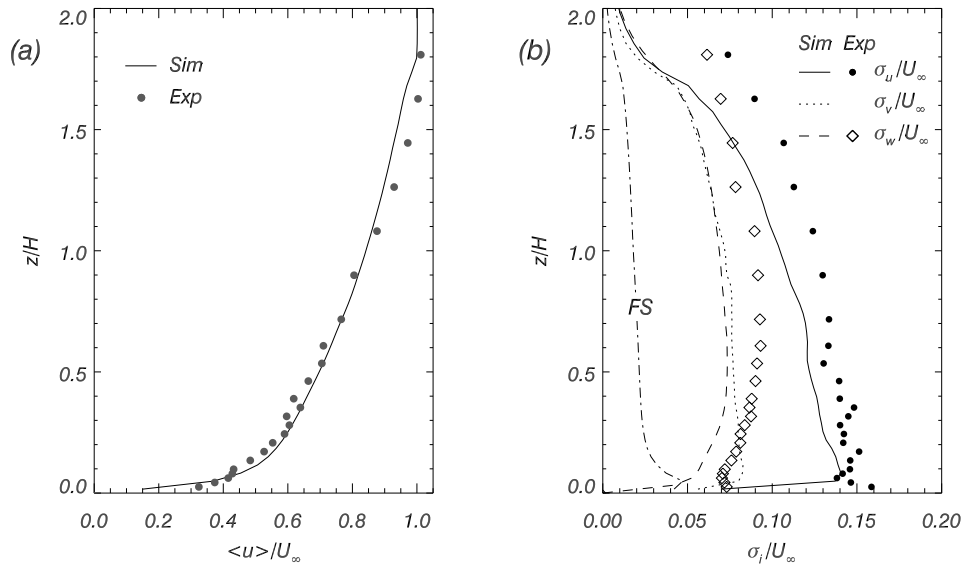


Abbildung 4.14: Statistiken des generierten Einströmdatensatzes. (a) Normalisiertes, raumzeitlich gemittelt Geschwindigkeitsprofil $\langle u(z) \rangle / U_\infty$; (b) Normalisierte Gesamt-Standardabweichungen σ_u / U_∞ , σ_v / U_∞ , σ_w / U_∞ (Summe aus GS- und FS-Anteil). Linien zeigen Modellergebnisse in der Recycling-Ebene, Symbole kennzeichnen Windkanalmessungen (σ_v wurde im Windkanal nicht explizit gemessen). Linie FS in (b) zeigt separat den FS-Anteil. Es wurde Isotropie hinsichtlich der Feinstruktur angenommen.

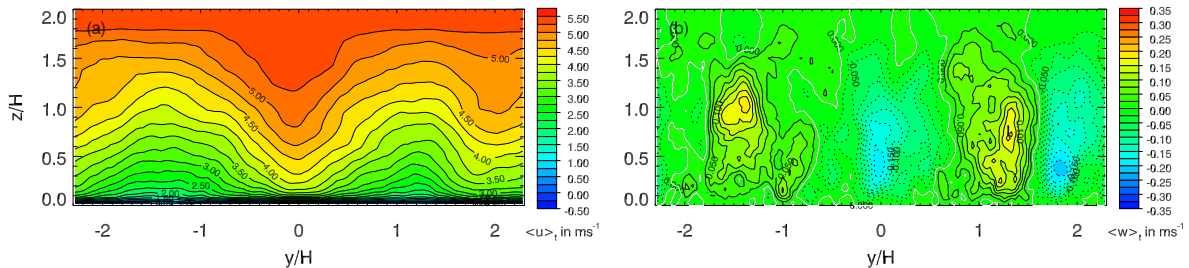


Abbildung 4.15: Zeitliche Mittelung des generierten Einströmdatensatzes. (a) u -Komponente $\langle u(y, z) \rangle_t$, (b) w -Komponente $\langle w(y, z) \rangle_t$. Mittelungszeit: $T = 68$ dimensionslose Zeiteinheiten.

strömungsrichtung müssen ebenfalls beachtet werden. Zu diesem Zweck zeigt Abb. 4.15a,b $\langle u(y, z) \rangle_t$, bzw. $\langle w(y, z) \rangle_t$ für den Einströmdatensatz. Die Mittelung wurde also lediglich in der Zeit ausgeführt. Man erkennt, dass der Einströmdatensatz nicht frei von Inhomogenitäten in y -Richtung ist. Im Bereich der Symmetrieebene ist eine positive Geschwindigkeitsanomalie in u zu erkennen. Dieser ist ein absinkender Ast einer schwachen Sekundärzirkulation überlagert (Abb. 4.15b). Für die vertikal integrierten, horizontalen Standardabweichungen (siehe Abschnitt 3.3.1) erhält man $\Sigma_u = 0.0819$, $\Sigma_w = 0.0160$. Berechnet man diese Maßzahlen über die Gesamtintegrationszeit des Einströmgenerators ($T = 680$ Zeiteinheiten), so erhält man $\Sigma_u = 0.0236$, $\Sigma_w = 0.0047$. Die Ursachen für die stärkere Ausprägung der Inhomogenitäten im kürzeren Einströmdatensatz wurden bereits in Abschnitt 3.3.1 (S. 63f) diskutiert. Wir erwarten, dass diese Inhomogenitäten für die geplanten mechanistischen Studien vernachlässigbar sind. Für den angestrebten Vergleich der Simulation mit Labormessungen müssen diese allerdings berücksichtigt werden.

4.3.2 Eigenschaften der Strömung

Abbildung 4.16a,b zeigt zeitlich gemittelte Windvektoren der simulierten Strömung entlang der Symmetrieebene $y/H = 0$ und in einem Horizontalschnitt für $z/H \approx 0.3$. Farbige Konturen zeigen zusätzlich die zeitlich gemittelte Vertikalkomponente des Windfeldes $\langle w \rangle$. Die Anströmung erfolgt von Links. Eine der signifikantesten Strukturen dieses Strömungsfeldes ist die Sekundärzirkulation im Lee. Diese ist eine Folge der Strömungsablösung an den vorderen seitlichen Flanken (Abb. 4.16b) und der Spitze der Pyramide. Etwas überraschend zeigt die Simulation auf der Symmetrieebene im Mittel keinen geschlossenen Leerotor mit horizontaler Rotationsachse. Dies ist insofern erwähnenswert, als dass die meisten Schemazeichnungen bezüglich der Leerotor-Theorie ein geschlossenes, stationäres Rotorsystem im Lee zeigen (siehe z.B. Houze (1993)). Unsere Simulation zeigt jedoch ein etwas anderes Bild: Luftpakete, welche sich seitlich an den Pyramidenflanken vorbeibewegen werden zum Teil im Rezirkulationsgebiet eingefangen. Innerhalb dieses Gebietes bewegen sie sich zur Pyramide zurück und werden zum Teil über den gesamten Höhenbereich bis zur Pyramidenspitze gehoben. Nach Erreichen der Pyramidenspitze wird ein Großteil der Luftpakete mit der Hauptströmung weiter ins Lee verfrachtet. Das mittlere Bild lässt den Schluss zu, dass Mehrfachrotationen in einem näherungsweise abgeschlossenen Leerotor unwahrscheinlich sind.

Wir haben überprüft, dass das Fehlen eines geschlossenen Leerotors kein spezifisches Problem unseres Modells ist. Zu diesem Zweck wurde die Simulation mit einem Quader anstelle einer Pyramide, unter ansonsten identischen Bedingungen wiederholt. Im Fall des Quaders zeigt das Wirbelsystem im Lee eine signifikant andere Struktur. Auf der Symmetrieebene ist im zeitlichen Mittel ein gut ausgebildeter, nahezu abgeschlossener Leewirbel mit horizontaler Rotationsachse erkennbar (nicht gezeigt). Ein vergleichbares Ergebnis lieferte auch die in Abschnitt 3.3.2 beschriebene Modellvalidierung für ein quaderförmiges Hindernis (siehe Abb. 3.23). Die Laborexperimente von Martinuzzi und AbuOmar (2003) zeigen für eine identisch geformte Pyramide in der Tat im Mittel einen nahezu geschlossenen Leewirbel. Auf der anderen Seite zeigen die Windkanalmessungen von Ikhwan und Ruck (2006) hinsichtlich des Leewirbels gewisse Ähnlichkeiten mit unseren Resultaten. Diese Laborexperimente unterschieden sich im wesentlichen hinsichtlich der Grenzschichtdicke und der Turbulenzintensität der ankommenden Strömung. Wir vermuten daher, dass die Form des Leewirbels in gewissem Rahmen von den Charakteristika der turbulenten Strömung stromaufwärts der Pyramide beeinflusst wird.

Welche Eigenschaft der Strömung auch immer für die genaue Form des Leerotors verantwortlich ist, die Existenz oder nicht-Existenz eines geschlossenen Leewirbels ist nicht entscheidend für die Bildung einer Bannerwolke. Entscheidend hingegen ist die in unserer Simulation beobachtete erzwungene Hebung im Lee, welche nicht auf einen geschlossenen Leewirbel beschränkt ist. Auf der Basis unserer Resultate lässt sich folgern, dass die Entstehung einer Wolke aufgrund leeseitiger Hebung prinzipiell möglich ist. Bislang ist jedoch unklar, ob zusätzliche Feuchtequellen oder unterschiedliche Luftmassen in Luv versus Lee eine notwendige Voraussetzung zur Bildung einer asymmetrischen, d.h. bannerartigen Wolkenstruktur sind. Unsere Simulation zeigt, dass die vertikale Ausdehnung des Hebungsbereiches im Lee deutlich größer ist als im Luv. Die leeseitige Hebung ist bereits in bodennahen Bereichen stark ausgeprägt (siehe z.B. Abb. 4.16b) und setzt sich bis unmittelbar zum Boden hin fort. Im Luv ist die Hebung auf Höhenbereiche oberhalb des Stagnationspunktes $Z_{St} \approx 0.22 z/H$ beschränkt (siehe Abb. 4.16a). Luftpakete, welche die Pyramide in Höhen $z < Z_{St}$ erreichen, werden im Mittel nach unten abgelenkt. Ursache hierfür ist der im Luv zu erkennende Hufeisenwirbel. Das Strömungsfeld weist demnach eine starke Luv-Lee-Asymmetrie auf.

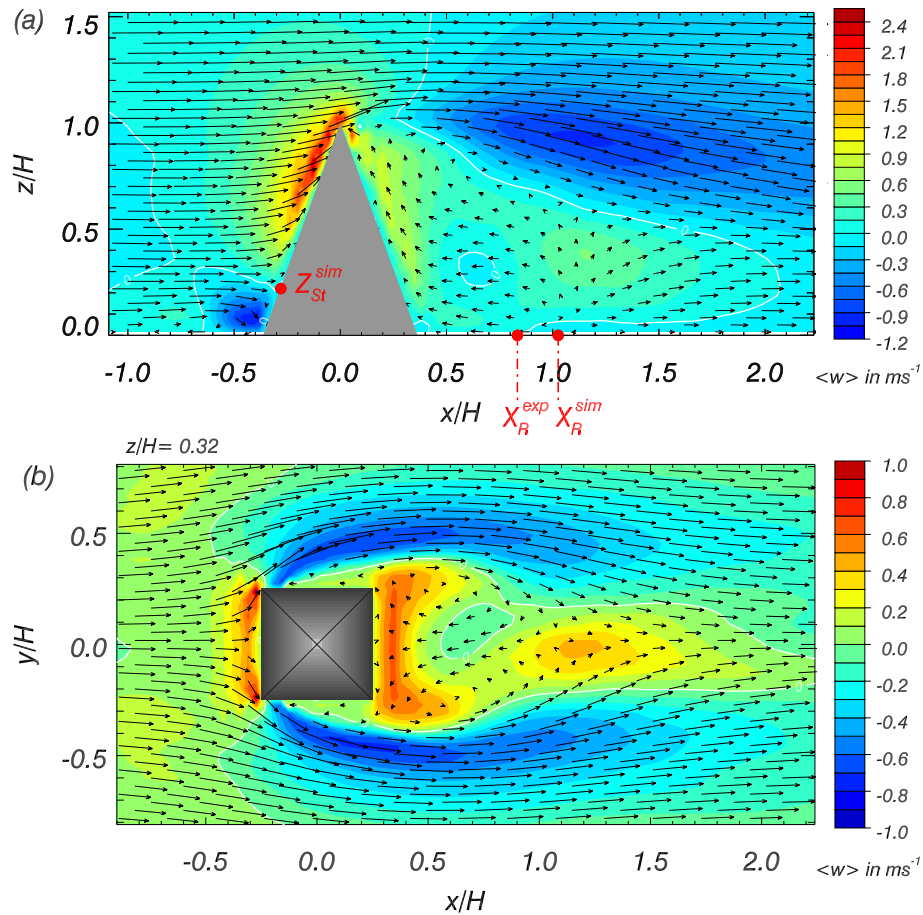


Abbildung 4.16: Simulierte, zeitlich gemittelte Strömung über ein pyramidenförmiges Hindernis auf Laborskala. (a) Geschwindigkeitsvektoren entlang der Symmetrieebene $y/H = 0$. (b) Geschwindigkeitsvektoren im Horizontalschnitt entlang der Ebene $z/H = 0.32$. Farbige Konturen zeigen die vertikale Geschwindigkeitskomponente $\langle w \rangle$. Weiße Linien kennzeichnen $\langle w \rangle = 0$. Die numerisch und experimentell bestimmten Wiederanlegepunkte X_R^{sim} und X_R^{exp} , sowie der Stagnationspunkt Z_{St}^{sim} sind zum Vergleich als rote Punkte eingetragen.

4.3.3 Vergleich mit Windkanaldaten

Bevor es im Detail um die Frage Bannerwolkenentstehung geht, sollen zunächst die Modellresultate mit den Windkanalmessungen von Ikhwan und Ruck (2006) verglichen werden. Dies gibt einen Einblick in die Fähigkeiten des Modells bei nicht-rechteckigen Hindernissen. Der Vergleich hilft zudem die Belastbarkeit unserer Ergebnisse bezüglich der Bannerwolken einzuschätzen.

Tabelle 4.1 gibt einen Überblick über die gemessenen und simulierten Ablöse-, Wiederanlege- und Staupunkte auf der Symmetrieebene. Das Modell überschätzt die Länge des Rezirkulationsbereiches um gut 20%. Der gemessene und simulierte Wiederanlegepunkt X_R^{exp} bzw. X_R^{sim} ist zum Vergleich auch in Abb. 4.16a eingetragen. Ähnliche Abweichungen wurden bereits in den vorhergehenden Validierungen beobachtet. Auch im Falle der Pyramide zeigen Vergleichsläufe mit unterschiedlich feiner horizontaler Maschenweite, dass eine Verfeinerung der Auflösung zu einer leichten Abnahme dieser Überschätzung führt. Zumindest teilweise ist die Überschätzung von X_R demnach eine Folge der limitierten Auflösung. Der Abstand

Tabelle 4.1: Position des Ablöse-, Wiederanlege- und Staupunktes auf der Symmetrieebene $y/H = 0$. Vergleich von Modell- und Windkanalergebnissen. Der Stagnationspunkt Z_{St} wurde am Ort $x/H = -0.364$, der Ablösepunkt X_S und der Wiederanlegepunkt X_R in der Höhe $z/H = 0.05$ bestimmt.

	Z_{St}/H	X_S/H	X_R/H
Windkanal	0.30	-0.70	0.834
LES	0.25	-0.92	1.025

des luvseitigen Ablösepunktes X_S vom Hinderniszentrum wird um etwa 30% überschätzt. Ein Vergleich der Dicke des zugehörigen Rückströmbereiches am Ort $x/H = -0.546$ ergibt $0.058 H$ für die Modellsimulation und $0.066 H$ für den Windkanal. Die Abweichung liegt erneut im Bereich von 20%. Die Höhe des Staupunktes Z_{St} wird durch das Modell in ähnlichem Maße unterschätzt.

Neben der Betrachtung dieser Maßzahlen, welche die großskalige Struktur des Strömungsfeldes charakterisieren, ist es sinnvoll einzelne Vertikalprofile relevanter Größen miteinander zu vergleichen. Abbildung 4.17a-d zeigt Vertikalprofile der zeitlich gemittelten Geschwindigkeitskomponenten $\langle u \rangle$ und $\langle w \rangle$ stromauf und stromab des Hindernisses für $y/L = 0.0$ und $y/L = 0.5$. Messungen sind zum Vergleich als Punkte eingetragen. Die Abbildungen werden der Reihe nach diskutiert. Abbildung 4.17a zeigt, dass $\langle u \rangle$ stromaufwärts des Hindernisses entlang der Symmetrieebene $y/H = 0.0$ überschätzt wird. Dies ist eine direkte Folge der beobachteten Inhomogenitäten im Einströmdatensatz (siehe Abb. 4.15a). Im Lee ist erkennbar, dass mit der erwähnten Überschätzung der horizontalen Ausdehnung auch eine leichte Überschätzung der vertikalen Ausdehnung des Rezirkulationsbereiches einhergeht. Abbildung 4.17b zeigt, dass die luvseitige Übereinstimmung von $\langle u \rangle$ abseits der Symmetrieebene ($y/L = 0.5$) deutlich besser ist. Dies ist wiederum ein direktes Resultat des Einströmdatensatzes. Auch im Lee sind nur geringe Abweichungen zu erkennen. Die signifikanteste ist eine Geschwindigkeitsunterschätzung im Bereich $0.5 < x/L < 1.0$ für $z/L < 0.5$. Diese resultiert aus einer leichten Überschätzung der lateralen Ausdehnung des Rezirkulationsbereiches. Was die vertikale Struktur der Profile betrifft, so lässt sich festhalten, dass für alle Profile stromabwärts von $x/L \approx 0.75$ die Position der Wendepunkte (bei $z/L \approx 1.1$) durch das Modell gut wiedergegeben wird.

Die Labormessungen von $\langle w \rangle$ sind im Vergleich zu $\langle u \rangle$ mit signifikanten Messfehlern behaftet. Die Absolutwerte von $\langle w \rangle$ eignen sich daher nur bedingt zum Vergleich mit den Modellergebnissen (Ikhwan und Ruck, 2006, pers. Mitt.). Man beachte beispielsweise, dass sich am Oberrand nahezu aller $\langle w \rangle$ -Profile die Labormessungen nicht asymptotisch dem erwarteten Wert $\langle w \rangle = 0$ nähern (Abb. 4.17c,d). Stattdessen nimmt $\langle w \rangle$ sogar mit der Höhe zu. Es ist dennoch sinnvoll zumindest die Vertikalstruktur der gemessenen und simulierten Profile zu vergleichen. Während die Messungen auf der Symmetrieebene an der Position $x/L = -1.5$ bereits leichtes Aufsteigen andeuten, ist dieser Bereich im Modell durch schwach negative Vertikalbewegungen geprägt (siehe Abb. 4.17c). Diese Abweichung resultiert wiederum aus den Inhomogenitäten im Einströmdatensatz (siehe Abb. 4.15b). Gut wiedergegeben wird hingegen die Struktur der Aufstiegs- und Absinkbereiche unmittelbar vor dem Hindernis bei $x/L = -0.5$. Die Position und vertikale Struktur des großskaligen Absinkbereiches im Lee stimmt ebenfalls mit den Messungen überein. Die im Windkanal gemessenen Absolutwerte erscheinen in diesem Bereich ($0.5 < x/L < 2.5$) aber als zu niedrig. Die Diskrepanz zwischen Simulation und Messung spiegelt in diesem Bereich vermutlich nicht den tatsächlichen

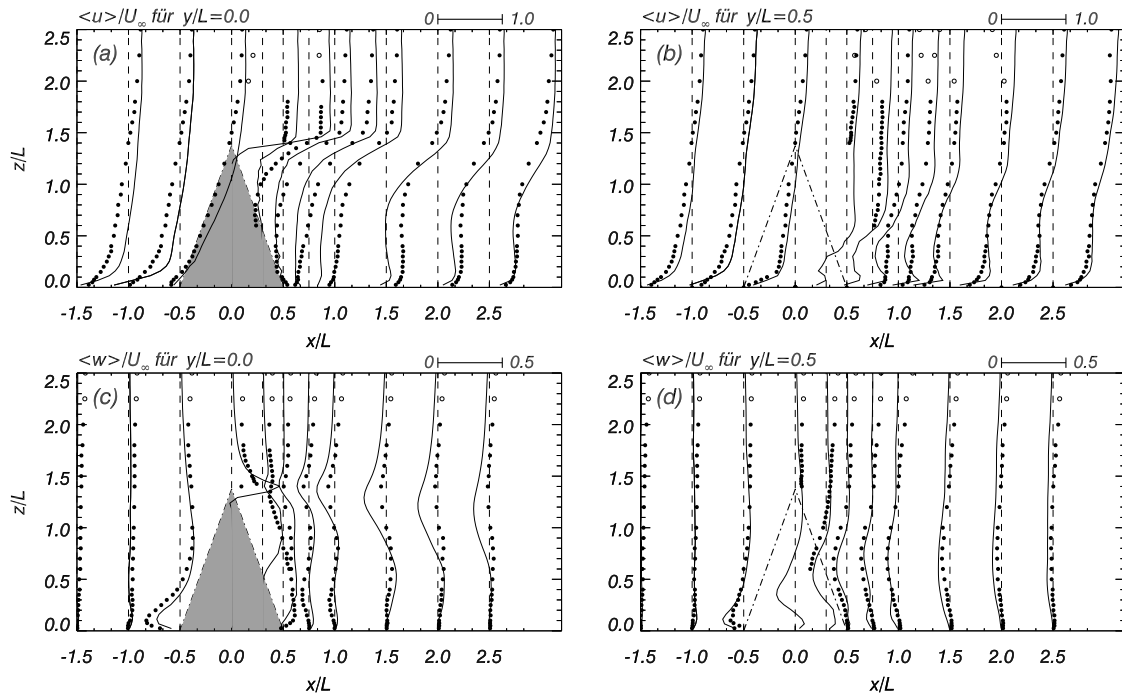


Abbildung 4.17: Vertikalprofile der zeitlich gemittelten Windkomponenten $\langle u \rangle$ (oben) und $\langle w \rangle$ (unten) in der Umgebung des Hindernisses. Links: Entlang der Symmetrieebene $y/L = 0$. Rechts: Entlang der Pyramidenflanke bei $y/L = 0.5$. Linien zeigen Modellresultate, ausgefüllte Kreise kennzeichnen Labormessungen. Offene Kreise markieren offensichtlich falsche Messwerte.

absoluten Modellfehler wieder. Dieser ist sicherlich kleiner. Das Modell zeigt entlang der Symmetrieebene leeseitiges Aufsteigen sowohl in unmittelbarer Hindernisnähe ($0 < x/L < 0.5$), als auch stromabwärts des Wiederanlegepunktes ($x/L > 1.4$). Dieser zweite Bereich ist auch deutlich in Abb. 4.16a,b zu erkennen. Auch die Labordaten zeigen ein solches Aufsteigen im Lee stromabwärts des Wiederanlegepunktes. Es stellt demnach kein numerisches Artefakt dar. Lediglich der Höhenbereich stimmt in Simulation und Experiment nicht exakt überein. Das im Windkanal beobachtete bodennahe Absinken im Bereich $x/L \approx 0.75$ ist in der Modellsimulation nur andeutungsweise und vertikal versetzt im Höhenbereich $z/L \approx 0.5$ zu erkennen (siehe auch Abb. 4.16a). Abseits der Symmetrieebene ist für $\langle w \rangle$ die Übereinstimmung mit den Messungen erneut gut (Abb. 4.17d). Man beachte das sowohl in den Messungen als auch der Simulation sichtbare Absinken entlang der Pyramidenflanke sowie weiter stromabwärts.

Abbildung 4.18a-d zeigt die Gesamt-Standardabweichungen σ_u und σ_w an verschiedenen Positionen stromauf und stromab des Hindernisses für $y/L = 0.0$ sowie $y/L = 0.5$. Die Ergebnisse dieser höheren Momente stimmen überraschenderweise etwas besser mit den Messungen überein. Stromaufwärts des Hindernisses wird σ_u für $y/L = 0.0$ nahezu im gesamten Höhenbereich leicht unterschätzt (Abb. 4.18a). Ähnliches gilt bei $y/L = 0.5$. Dies ist eine Folge des bereits erwähnten unterschätzten Turbulenzniveaus im Einströmdatensatz (siehe Abb. 4.14b). Das allgemeine Niveau und die räumliche Variation von σ_u wird im Lee entlang der Symmetrieebene gut reproduziert. Lediglich im unmittelbaren Lee ($0.25 < x/L < 1.0$), wo das FS-Modell einen merklichen Beitrag liefert, ist eine Unterschätzung von σ_u zu erkennen (siehe Abb. 4.18a). Wie im Falle von $\langle u \rangle$, so stimmt auch σ_u bei $y/L = 0.5$ recht gut mit den Messungen überein (Abb. 4.18b). Die vertikalen Standardabweichungen σ_w zeigen im Luv

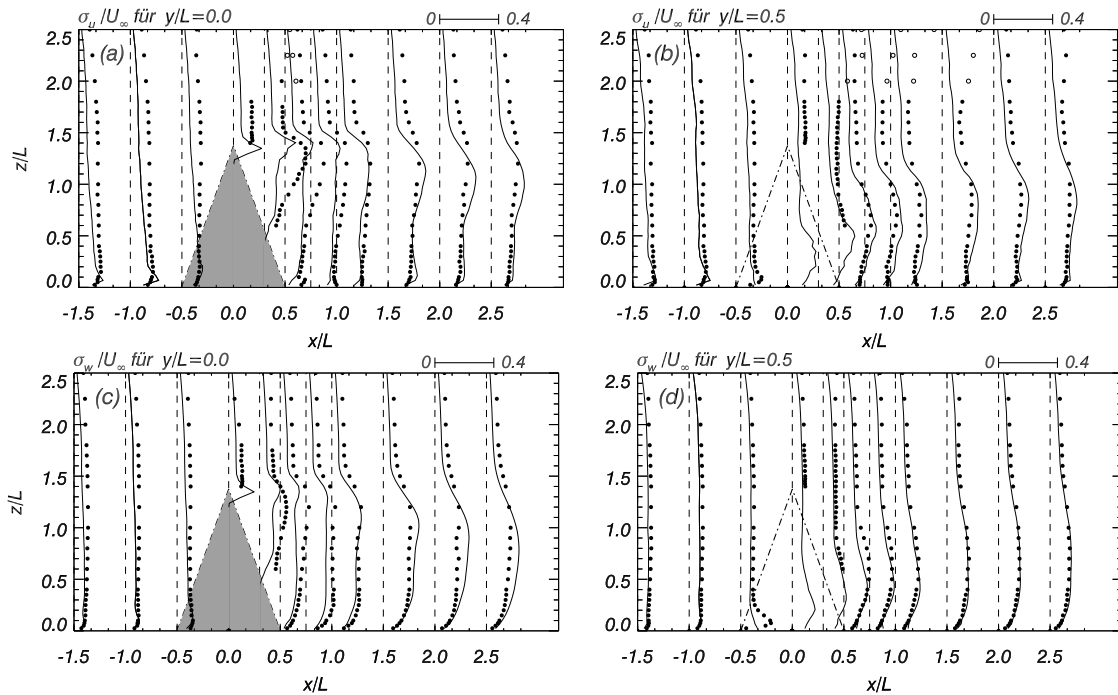


Abbildung 4.18: Vertikalprofile der Gesamt-Standardabweichungen (Summe aus GS- und FS-Anteil) σ_u (oben) und σ_w (unten). Links: Entlang der Symmetrieebene $y/L = 0$. Rechts: Entlang der Pyramidenflanke bei $y/L = 0.5$. Linien zeigen Modellresultate, Kreise zeigen Messungen. Offene Kreise markieren offensichtlich falsche Messwerte.

sowohl auf der Symmetrieebene als auch abseits davon ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit den Messungen (Abb. 4.18c,d). Eine merkbare Abweichung ist lediglich in Bodennähe an der vorderen seitlichen Kante zu erkennen (Abb. 4.18d). Hier unterschätzt das Modell σ_w . Ähnlich wie σ_u wird auch σ_w im unmittelbaren Lee leicht unterschätzt. Abgesehen davon ist im Lee die Übereinstimmung an beiden gezeigten Positionen gut.

Neben den gezeigten Strömungseigenschaften werden auch Strukturen wie die Druckverteilung entlang der Pyramidenflächen durch das Modell gut reproduziert. Die maximal negative Druckanomalie wird durch das Modell, wie in Abb. 4.12 schematisch dargestellt im unmittelbaren Lee der Hindernisspitze vorhergesagt. Eine weitere experimentelle Beobachtung welche durch das Modell reproduziert wird ist die Tatsache, dass der Rezirkulationsbereich signifikant kürzer ist als im Falle eines Quaders gleicher Höhe. Insgesamt lässt sich festhalten, dass das Modell in der Lage ist die Strömung qualitativ korrekt wiederzugeben. Die diskutierten Abweichungen im Luv resultieren zumeist aus Abweichungen im Einström Datensatz. Im Lee sind an verschiedenen Stellen für verschiedene Größen moderate quantitative Abweichungen beobachtbar. Für die geplanten mechanistischen Untersuchungen ist die Leistung des Modells sowie die verwendete Maschenweite jedoch ausreichend.

4.3.4 Möglichkeit der Bannerwolkenbildung

Wie in Abschnitt 4.3.2 erläutert, ist die Wolkenbildung im Lee eines pyramidenförmigen Hindernisses aufgrund erzwungener Hebung prinzipiell möglich. In Anbetracht der Asymmetrie der Hebungsbereiche in Luv versus Lee (siehe Abb. 4.16a) ist man geneigt zu folgern, dass asymmetrische (d.h. bannerartige) Wolkenstrukturen sogar unter horizontal homogenen

Verhältnissen hinsichtlich Temperatur und Feuchte entstehen können. Anders ausgedrückt, es sind keine zusätzlichen leeseitigen Feuchtequellen oder unterschiedliche Luftmassen in Luv versus Lee erforderlich. Diese Schlussfolgerung ist jedoch auf Basis unserer bisherigen Kenntnisse nicht notwendigerweise richtig. Wie in Abb. 4.16b gezeigt, sind die Pyramidenflanken im Mittel durch Absinkbewegungen geprägt. Diese sind nicht auf bodennahe Schichten beschränkt, sondern erstrecken sich mit der Höhe abschwächend bis $z \approx 0.65 H$. Während der Umströmung sinken Luftpakete also zunächst ab, bevor sie ggf. im Rezirkulationsgebiet eingefangen und gehoben werden. Aus diesem Grund müssen Luftpakete, welche im Lee die Pyramidenspitze erreichen nicht notwendigerweise einen tiefer liegenden Ursprungsort besitzen als Luftpakete, welche im Luv die Pyramidenspitze erreichen³. Mit Hilfe der eulerschen Betrachtungsweise aus Abb. 4.16a,b lässt sich demnach nicht beweisen, dass horizontal homogene Verhältnisse ausreichend sind. Hierzu sind lagrangesche Informationen hinsichtlich der Vertikalverschiebung einzelner Luftpakete in Luv und Lee relativ zu ihrer Starthöhe notwendig.

Solche Informationen können durch zusätzliche Advektion eines passiven Tracers Φ , mit $D\Phi/Dt = 0$ gewonnen werden. Der Tracer wurde am Einströmrand des Hauptlaufes wie folgt initialisiert.

$$\Phi_0(x_{in}, y, z) = z \quad (4.13)$$

Lagrangesch betrachtet wird so jedem Luftpaket am Einströmrand eine dauerhafte Information über dessen Starthöhe z aufgeprägt. Die mittlere Vertikalverschiebung Δz des Tracers lässt sich nun im gesamten Gebiet wie folgt berechnen:

$$\Delta z(x, y, z) = z - \langle \Phi(x, y, z) \rangle \quad (4.14)$$

$\langle \Phi \rangle$ bezeichnet hierbei das zeitlich gemittelte Feld der simulierten Tracerverteilung. Diese Vertikalverschiebung Δz des Tracers kann als mittlere Vertikalverschiebung einzelner Luftpakete, relativ zu ihrer Starthöhe am Einströmrand interpretiert werden.

Abbildung 4.19a,b zeigt Konturdarstellungen von $\Delta z/H$ im x - z -Schnitt entlang der Symmetrieebene $y/H = 0$ und im x - y -Schnitt für $z/H = 0.86$ knapp unterhalb der Pyramidenspitze. Die simulierte mittlere Vertikalverschiebung zeigt eine starke Luv-Lee-Asymmetrie. Luftpakete mit der stärksten positiven Vertikalverschiebung findet man im unmittelbaren Lee knapp unterhalb der Pyramidenspitze. Dies beweist, dass Luftpakete welche im Lee die Pyramidenspitze erreichen im Mittel aus tieferen Luftschichten stammen als Luftpakete, welche im Luv die Spitze erreichen. Der Bereich stärkster positiver Vertikalverschiebung ist gleichzeitig der Höhenbereich mit der stärksten Luv-Lee-Asymmetrie bezüglich Δz (siehe hierzu Abb. 4.23a). In der Realität ist es gerade dieser Bereich stärkster Vertikalverschiebung und Asymmetrie in welchem Bannerwolken bevorzugt auftreten. Insgesamt lässt sich feststellen, dass die simulierte Tracerverteilung hinsichtlich ihrer Struktur eine starke Ähnlichkeit mit typischen Bannerwolken aufweist (vergleiche z.B. Abb. 4.19a mit dem Schnappschuss einer Bannerwolke aus Abb. 1.1a). Diese strukturelle Ähnlichkeit ist ein starkes Argument für den postulierten Entstehungsmechanismus aus Abb. 4.6. Darüber hinaus verdeutlicht die Asymmetrie der Vertikalverschiebung, dass zusätzliche leeseitige Feuchtequellen, unterschiedliche Luftmassen in Luv und Lee oder Strahlungseffekte keine notwendige Voraussetzung für die Bildung von Bannerwolken sind. Unter geeigneten atmosphärischen Bedingungen ist eine asymmetrische (d.h. bannerwolkenartige) Wolkenbildung allein durch erzwungene leeseitige

³Als Ursprungsort, bzw. Ursprungshöhe wird hierbei die Starthöhe am Einströmrand betrachtet.

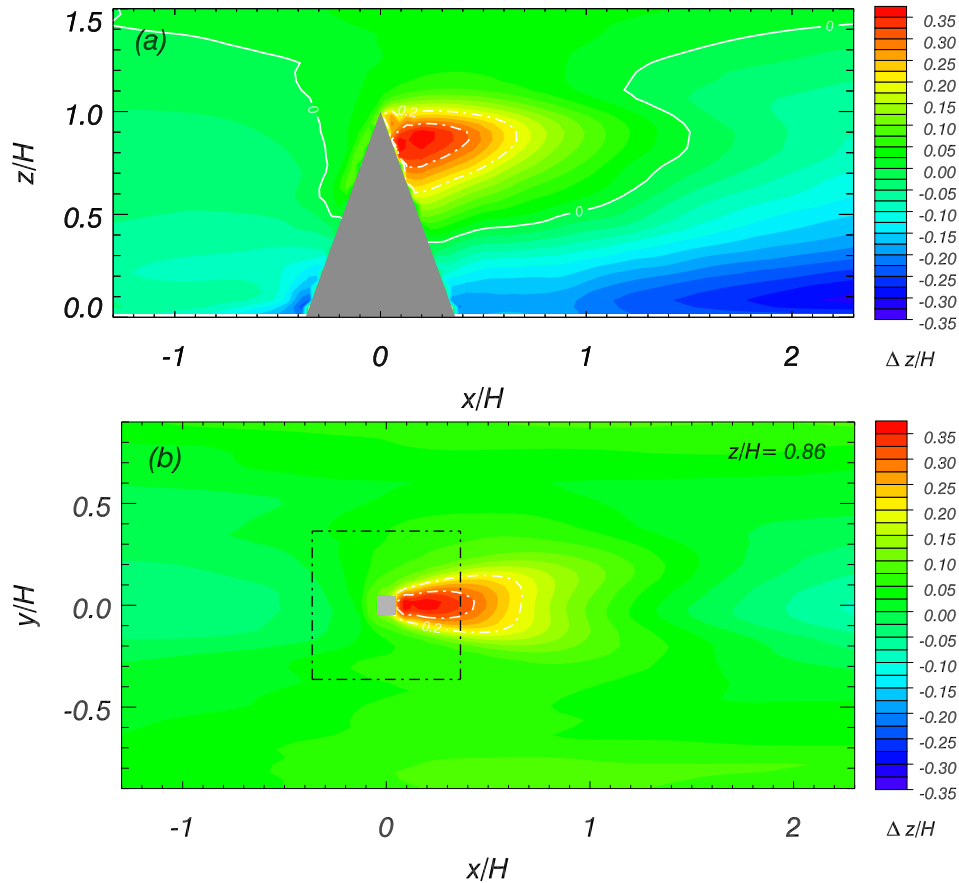


Abbildung 4.19: Zeitlich gemittelte und normalisierte Tracer-Vertikalverschiebung $\Delta z/H$. (a) x - z -Schnitt entlang der Symmetrieebene. (b) x - y -Schnitt für $z/H = 0.86$ knapp unterhalb der Pyramidenspitze. Die Nulllinie (durchgezogen) und die Niveaus $\Delta z/H = 0.2, 0.3, 0.4$ (punktstrichiert) sind zusätzlich hervorgehoben.

Hebung im hier vorliegenden stark asymmetrischen Strömungsfeld möglich. Aus dieser Simulation lässt sich zusätzlich schließen, dass zumindest bei primär dreidimensionalen Hindernissen wie dem Matterhorn die kondensierende Feuchte überwiegend aus der anströmenden Luftmasse im Luv und nicht aus dem Lee stammt. Darauf deutet die Tatsache hin, dass es in dieser Simulation (per Konstruktion) ausschließlich Luftpakete aus dem Luv sind, welche im Lee bis zum Gipfelniveau gehoben werden.

Abbildung 4.20 zeigt zusätzlich die Tracer-Standardabweichung $\sigma_\Phi = \langle \Phi' \Phi' \rangle^{1/2}$, mit $\Phi'(x, y, z, t) = \Phi(x, y, z, t) - \langle \Phi(x, y, z) \rangle$. Sie gibt Aufschluss über die Amplitude, mit welcher die instantanen Werte um den Mittelwert Δz schwanken. Indirekt lässt sich anhand der Stärke von σ_Φ in Luv und Lee auf die Intermitenz einer eventuell entstehenden Wolke schließen. Vorteilhaft (im Sinne einer wenig intermittenten Bannerwolke) wäre es, wenn die maximal positiven Δz -Werte im Lee von einer anomal niedrigen Standardabweichung σ_Φ begleitet wären. Dies würde auf einen wenig intermittenten Transport bodennaher Luftpakete hinauf zur Pyramidenspitze hindeuten. σ_Φ ist im Unterschied zu Standardabweichungen des Geschwindigkeitsfeldes ein integrales Maß. Es hängt nicht nur von den lokalen Gegebenheiten (z.B. Turbulenzintensitäten) des Strömungsfeldes ab, sondern vielmehr von den vertikalen Umverteilungen, welche stromaufwärts des betrachteten Punktes entlang der mitt-

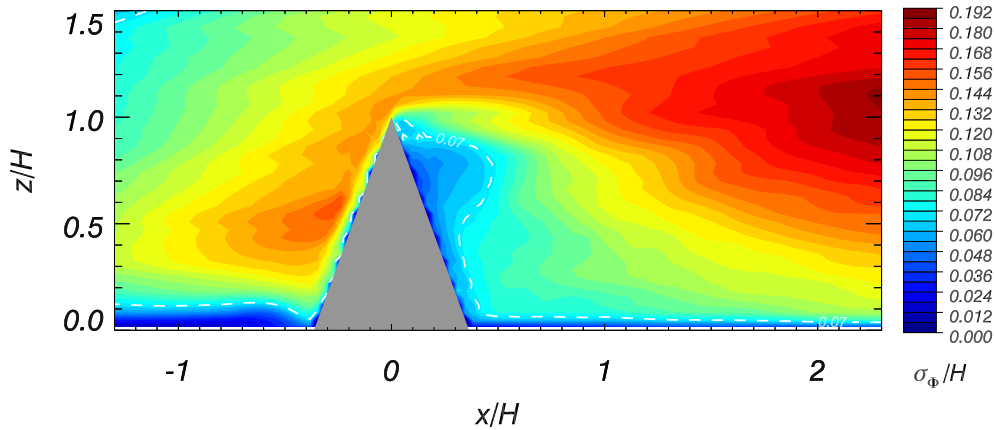


Abbildung 4.20: Zeitlich gemittelte und normalisierte Tracer-Standardabweichung σ_Φ/H im x - z -Schnitt entlang der Symmetrieebene. Gestrichelte Linie zeigt zur besseren Orientierung die Konturlinie $\sigma_\Phi/H = 0.07$.

leren Stromlinien stattgefunden haben. Dabei ist weniger die Turbulenzintensität, sondern die typische Größe der beteiligten Wirbel entscheidend. Deutlich wird diese integrale Eigenschaft von σ_Φ durch dessen Zunahme mit zunehmendem Abstand vom Einströmrand (großskalig betrachtet, siehe Abb. 4.20). Bei Annäherung an den Boden fällt diese Zunahme geringer aus, da die typische Skala der beteiligten Wirbel mit dem Wandabstand skaliert. Die kontinuierliche Zunahme stromabwärts ist insbesondere im unmittelbaren Lee des Hindernisses durch anomal niedrige Werte unterbrochen. Beispielsweise findet man leeseitig im oberen Bereich der Pyramide ($z/H \approx 0.8$) Standardabweichungen von lediglich $\sigma_\Phi \approx 0.035 H$ im Vergleich zu $\sigma_\Phi \approx 0.13 H$ auf vergleichbaren Höhen im Luv. Dies ist ein Resultat der leeseitig stärkeren und weniger intermittenten Hebung bodennaher Luftpakete mit vergleichsweise niedrigen σ_Φ -Werten. Insgesamt lässt dies für den Fall einer sich bildenden Bannerwolke auf eine nur wenig intermittente Wolke schließen. Eine möglicherweise auch im Luv entstehende Wolke wäre hingegen wesentlich intermittenter.

Um die Signifikanz dieser Ergebnisse zu verdeutlichen, zeigt Abb. 4.21a,b Δz für einen horizontal um 33% gröber aufgelösten Modellauf mit einem alternativen Einströmdatensatz. Qualitativ ist die Struktur des Δz -Feldes sehr ähnlich. Dies verdeutlicht die Robustheit der Ergebnisse gegenüber Änderungen der Auflösung und Details der Einströmung. Die quantitativen Unterschiede hinsichtlich Δz sind im Wesentlichen ein Resultat der verschiedenartigen Inhomogenitäten in den verwendeten Einströmdatensätzen. Die geringeren Werte von Δz im Lee, bzw. die verstärkt negativen Werte im Luv in Abb. 4.19 lassen sich durch die auf der Symmetrieebene vorherrschende schwache Absinkbewegung im Einströmdatensatz erklären (siehe Abb. 4.15b). Der für das Auftreten von Bannerwolken entscheidende Maximalwert der Asymmetrie, sowie dessen vertikale Position sind in beiden Simulationen sehr ähnlich. So zeigt der Referenzlauf aus Abb. 4.19 auf der Symmetrieebene eine maximale Asymmetrie von $(\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv})_{max} = 0.32 H$ bei $z = 0.86 H$, während für den gröber aufgelösten Lauf $(\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv})_{max} = 0.35 H$ bei $z = 0.90 H$ gilt. Die Indizes *Luv* und *Lee* kennzeichnen die jeweilige Hindernisseite. Diese Werte wurden bestimmt, indem Vertikalprofile von Δz parallel zur geneigten Front- und Rückfläche des Hindernisses extrahiert und verglichen wurden (siehe auch folgender Abschnitt).

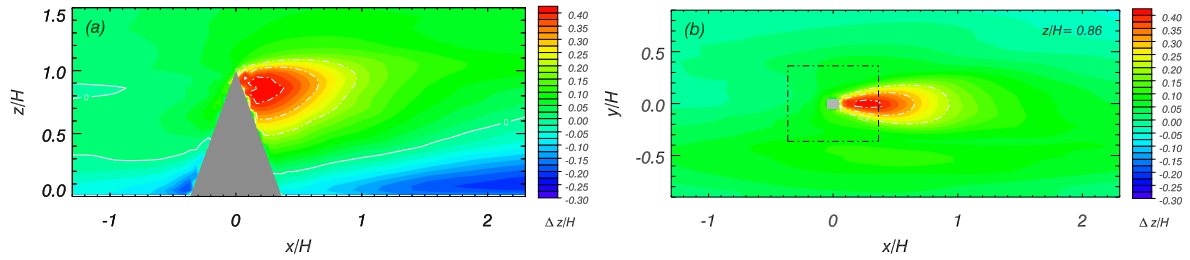


Abbildung 4.21: Wie Abbildung 4.19 aber für Modelllauf mit 33% größerer horizontaler Auflösung und alternativem Einströmdatensatz.

4.3.5 Einfluss von Pyramidenform und Windrichtung

Zur Klärung der Frage, warum Bannerwolken für gewöhnlich auf sehr steile und hohe Bergspitzen beschränkt sind, wurde systematisch der Einfluss der Hindernisgröße und Form auf die Tracerverteilung untersucht. Obige Simulation wurde für 15 unterschiedliche Pyramiden wiederholt. Diese unterschieden sich hinsichtlich ihrer Höhe H , ihres Steigungswinkels α und ihrer Kantenlänge L . Aufgrund des hohen numerischen Aufwands wurden diese Simulationen mit der bereits im vorherigen Abschnitt erwähnten größeren horizontalen Auflösung von $\Delta x = \Delta y = 13.33$ mm, bei ansonsten identischem Aufbau durchgeführt. Es wurde überprüft, dass die Ergebnisse des Einströmgenerators und des Hauptlaufes für $\alpha = 70^\circ$ und $L = 200$ mm vergleichbar sind mit den Ergebnissen der höher aufgelösten Referenzsimulation (siehe z.B. Abb. 4.21a,b). Die größere Auflösung kann somit als hinreichend angesehen werden. Die Analyse dieser Läufe konzentrierte sich auf die maximale Vertikalverschiebung Δz_{max} in Luv versus Lee und die Profile der Verschiebungs-Asymmetrie $\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv}$ auf der Symmetrieebene $y/H = 0$. Δz_{max} kann als Maß für die Wahrscheinlichkeit der Wolkenbildung in Luv und Lee angesehen werden. Die Verschiebungs-Asymmetrie $\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv}$ hingegen ist ein Maß für die bedingte Wahrscheinlichkeit der Bannerwolkenbildung, d.h. für die Wahrscheinlichkeit, dass es sich im Falle der Wolkenbildung um eine Bannerwolke handelt. Folgende Überlegung führte zu dieser Interpretation: Mit zunehmender Asymmetrie, d.h. Zunahme von $\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv}$ wächst das Spektrum möglicher Temperatur- und Feuchteprofile, welche eine Wolkenbildung im Lee bei gleichzeitiger Wolkenfreiheit des Luvs erlauben.

Abbildung 4.22a zeigt Δz_{max} als Funktion der Pyramidenhöhe H für einen konstanten Steigungswinkel $\alpha = 70^\circ$. Sowohl im Lee als auch im Luv steigt Δz_{max} linear mit der Hindernishöhe H . Mit anderen Worten, Δz_{max} skaliert in guter Näherung mit H . Demnach steigt die Wahrscheinlichkeit der Wolkenbildung aufgrund erzwungener Hebung sowohl im Luv als auch im Lee linear mit der Hindernishöhe. Abbildung 4.22b zeigt Δz_{max} als Funktion des Steigungswinkels α für Pyramiden konstanter Höhe H . Hierbei ist zu erkennen, dass sowohl im Luv als auch im Lee Δz_{max} mit zunehmender Steilheit des Hindernisses abnimmt. Die Wolkenbildung aufgrund erzwungener Hebung ist demnach bei gleicher Hindernishöhe für steile Pyramiden unwahrscheinlicher als für flache Pyramiden. Dies hängt vermutlich mit der zunehmenden Um- statt Überströmung bei wachsendem α zusammen.

Die Abbildungen 4.22a,b deuten bereits an, dass auch die Stärke der Asymmetrie zwischen Luv und Lee (z.B. bezüglich Δz_{max}) von der Hindernisform abhängt. Dieser Punkt wird in den Abbildungen 4.22c und 4.22d verdeutlicht. Gezeigt sind Vertikalprofile der Verschiebungs-Asymmetrie $\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv}$. Abbildung 4.22c basiert auf Pyramiden mit konstantem Steigungswinkel ($\alpha = 70^\circ$) aber variierender Höhe. Abbildung 4.22d zeigt auf der anderen Seite Vertikalprofile für Pyramiden konstanter Höhe ($H = 275$ mm) aber variierendem Stei-

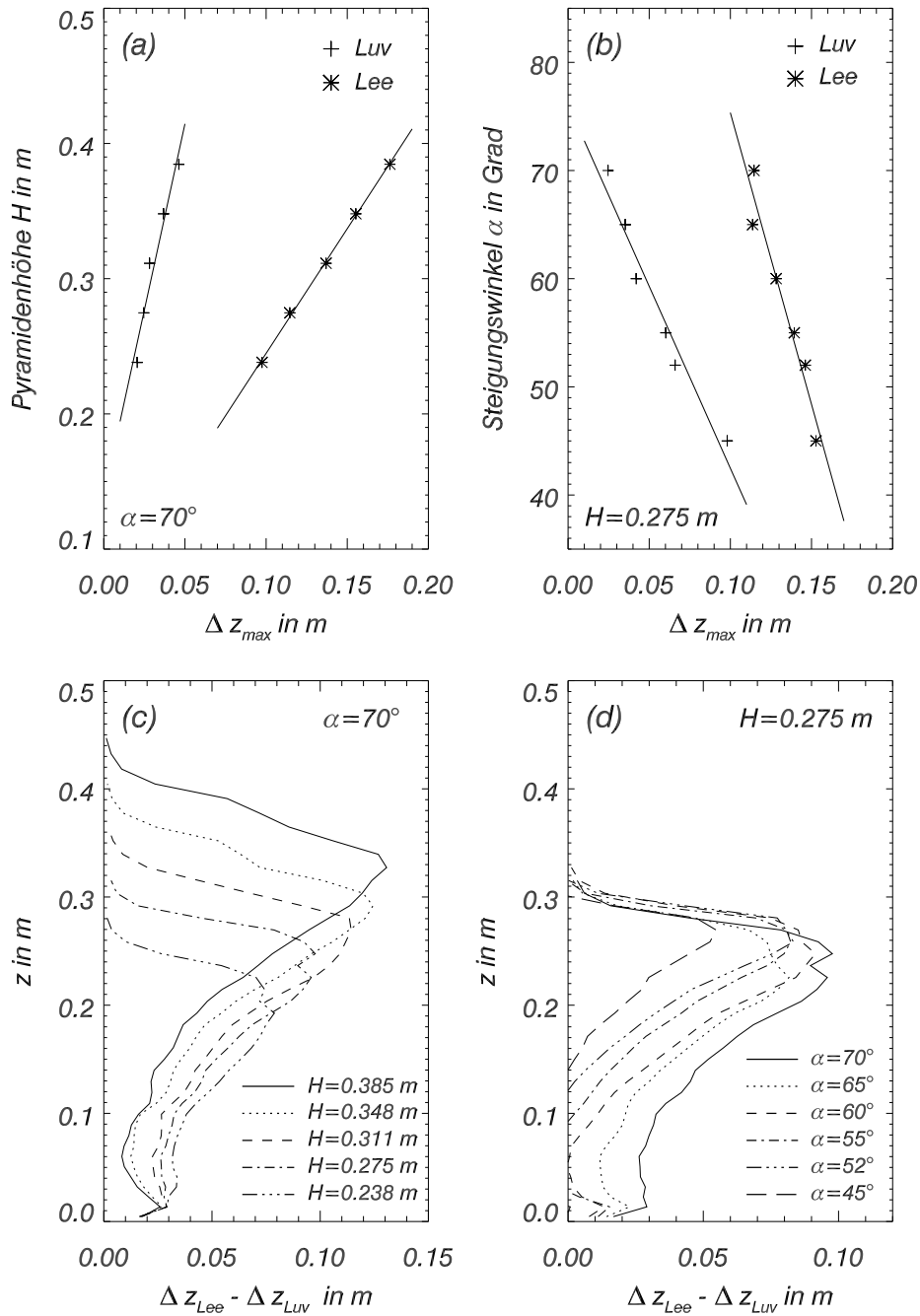


Abbildung 4.22: (a) Maximale Tracer-Vertikalverschiebung Δz_{max} in Luv und Lee als Funktion der Hindernishöhe H bei konstantem Steigungswinkel $\alpha = 70^\circ$. (b) Δz_{max} als Funktion des Steigungswinkels α bei konstanter Hindernishöhe $H = 0.275$ m. (c) Profile der Verschiebungs-Asymmetrie $\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv}$ für verschiedene Hindernishöhen H . (d) Profile von $\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv}$ für verschiedene Steigungswinkel α .

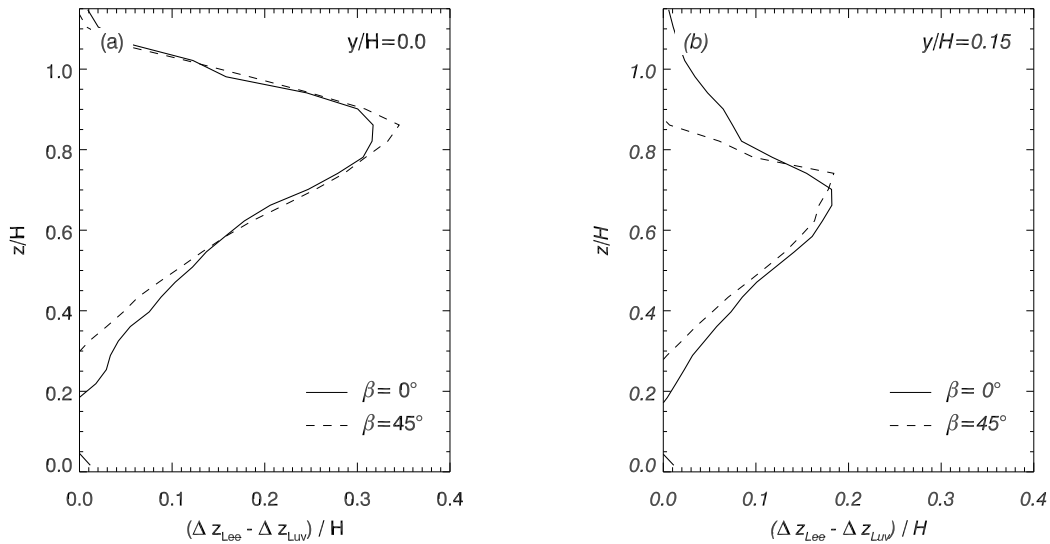


Abbildung 4.23: Profile der normierten Verschiebungs-Asymmetrie $(\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv})/H$ für (a) $y/H = 0.0$ sowie (b) $y/H = 0.15$. Die durchgezogene und die gestrichelte Linie zeigen jeweils die Ergebnisse für die Referenzpyramide ($\beta = 0^\circ$) und die rotierte Pyramide ($\beta = 45^\circ$).

gungswinkel. Man erkennt, dass eine Zunahme der Hindernishöhe im Wesentlichen zu einer Zunahme des Maximalwertes der Verschiebungs-Asymmetrie $\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv}$ nahe der Pyramidenspitze führt. Eine Zunahme des Steigungswinkels auf der andere Seite bewirkt eine Zunahme der Verschiebungs-Asymmetrie über nahezu den gesamten Höhenbereich des Hindernisses. Zusammengefasst zeigen Abb. 4.22c,d, dass die Asymmetrie und damit die bedingte Wahrscheinlichkeit der (asymmetrischen) Bannerwolken-Bildung sowohl mit zunehmender Hindernishöhe als auch zunehmendem Steigungswinkel zunimmt. Dies erklärt, warum Bannerwolken gewöhnlich auf sehr hohe und steile Bergspitzen beschränkt sind. Man beachte, dass dies nicht im Widerspruch zu den Ergebnissen aus Abb. 4.22b steht, welche zeigt, dass die Wahrscheinlichkeit der Wolkenbildung (nicht Bannerwolkenbildung) in Luv und Lee mit zunehmendem Steigungswinkel α abnimmt.

Es stellt sich die Frage, ob diese starken Asymmetrien nur für bestimmte Orientierungen der Pyramide (bzw. Windrichtungen) auftreten, oder gar unabhängig von der Orientierung sind. Um dies zu untersuchen, wurde der in Abschnitt 4.3.1 beschriebene, hochaufgelöste Lauf mit einer um $\beta = 45^\circ$ gedrehten Pyramide wiederholt. Dies kann als entgegengesetztes Extremum hinsichtlich der Orientierung angesehen werden. Anstelle einer Seitenfläche wurde nun eine Kante senkrecht angeströmt. Der Einströmdatensatz war identisch. Das Hauptaugenmerk lag wiederum auf den Maximalwerten der Vertikalverschiebung Δz_{max} und den Vertikalprofilen der Tracer-Asymmetrie $\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv}$. Abbildung 4.23a,b zeigt Vertikalprofile von $\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv}$ für $y/H = 0.0$, sowie für $y/H = 0.15$. Die durchgezogene Linie zeigt Ergebnisse für die Referenzpyramide ($\beta = 0^\circ$) und die gestrichelte Linie für die rotierte Pyramide ($\beta = 45^\circ$). Etwas überraschend führen beide Orientierungen sowohl auf der Symmetrieebene als auch Abseits davon zu einer sehr ähnlichen Vertikalstruktur von $\Delta z_{Lee} - \Delta z_{Luv}$. Für $y/H = 0.0$ ist im Falle der rotierten Pyramide die Asymmetrie sogar noch etwas stärker ausgeprägt. Die Abweichungen oberhalb von $z/H = 0.80$ in Abb. 4.23b haben geometrische Gründe. In diesem Bereich ist die Vergleichbarkeit der Profile nicht mehr gewährleistet, da sich die eingehenden Luv- und Lee-Profile im Falle der rotierten Pyramide bereits bei $z/H = 0.85$ schneiden. Hinsichtlich der maximalen Vertikalverschiebungen Δz_{max}

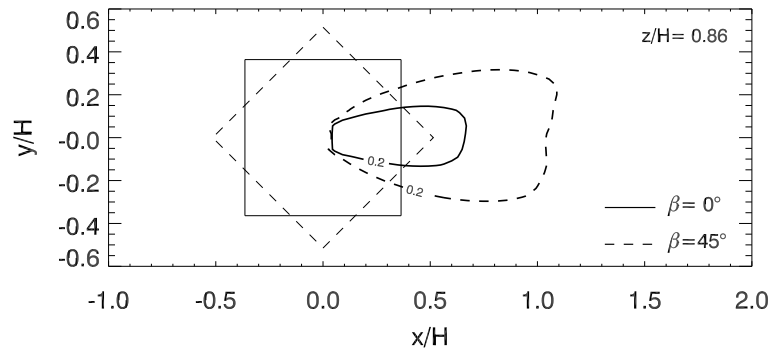


Abbildung 4.24: Konturlinie $\Delta z/H = 0.2$ auf dem Niveau $z/H = 0.86$ für die Referenzpyramide (durchgezogen) und die rotierte Pyramide (gestrichelt). Rechtecke kennzeichnen den Grundriss der jeweiligen Pyramide.

übertrifft die rotierte Pyramide ebenfalls leicht die Referenzpyramide (nicht gezeigt). So beträgt der leeseitige Maximalwert im Falle der Referenzpyramide $\Delta z_{max} = 0.35$, während die rotierte Pyramide $\Delta z_{max} = 0.39$ liefert. Abbildung 4.24 zeigt für beide Pyramiden die Konturlinie $\Delta z/H = 0.2$ im Horizontalschnitt. Man erkennt, dass für $\beta = 45^\circ$ der Bereich mit $\Delta z/H > 0.2$ deutlich ausgeprägter ist.

Bezogen auf die Bannerwolkenentstehung lassen sich diese Resultate wie folgt interpretieren: Die Wahrscheinlichkeit der Bannerwolkenentstehung ist in guter Näherung unabhängig von der Anströmungsrichtung (aufgrund von vergleichbarer Luv-Lee-Asymmetrie). Die Anströmungsrichtung hat jedoch einen moderaten Einfluss auf die Form und horizontale Ausdehnung der erwarteten Wolke (aufgrund von Unterschieden in Δz). Für $\beta = 45^\circ$ erwartet man die größte Horizontalausdehnung der Wolke. Die Unabhängigkeit der Entstehung von β kann als einer der Gründe angesehen werden, warum Bannerwolken häufiger hinter pyramidenförmigen, dreidimensionalen Bergspitzen auftreten als hinter quasi-2D Bergrücken. Im letzteren Fall ist die erlaubte Windrichtung auf 2 Korridore beschränkt.

4.4 Meteorologische Voraussetzungen für die Bildung von Bannerwolken

Bislang lag das Hauptaugenmerk auf den erforderlichen dynamischen Voraussetzungen. Es wurde gezeigt, dass pyramidenförmige Hindernisse ein Strömungsfeld induzieren, welches unter rein dynamischen Gesichtspunkten die Bannerwolkenbildung gemäß der Leerotor-Theorie erlaubt. Ob es tatsächlich zur Bildung einer Bannerwolke kommt, darüber entscheiden neben den dynamischen aber auch die meteorologischen bzw. thermodynamischen Eigenschaften der Strömung. Unter dem Begriff *thermodynamische Eigenschaften* werden im Folgenden die Struktur der Temperatur- und Feuchteprofile in der luvseitigen Luftmasse verstanden. Über die erforderlichen thermodynamischen Eigenschaften wurde bislang keine Aussage gemacht. Es liegt auf der Hand, dass keine thermodynamische Situation existiert, welche immer und an beliebigen Hindernissen die Bildung einer Bannerwolke erlaubt. Vielmehr sind die erforderlichen thermodynamischen- von den zugrundeliegenden dynamischen Eigenschaften der Strömung und damit letztlich von der speziellen Bergform abhängig. So können beispielsweise Temperatur- und Feuchteprofile passend für das Matterhorn, gleichzeitig aber unpassend für den Mont Blanc sein. Genau genommen lassen sich dynamische und thermodynami-

sche Eigenschaften nicht strikt trennen. Die thermodynamischen Eigenschaften, insbesondere die Stabilität der Schichtung beeinflusst ihrerseits wiederum die dynamischen Eigenschaften, sprich die exakte Form des Hindernis-induzierten Strömungsfeldes (siehe z.B. Smolarkiewicz und Rotunno, 1989, unter der Annahme einer konstanten Anströmgeschwindigkeit und Hindernishöhe).

In diesem Abschnitt werden thermodynamische Voraussetzungen in Abhängigkeit von den dynamischen Eigenschaften der Strömung formuliert. Es wird postuliert, dass die Erfüllung dieser Voraussetzungen für die Bildung einer Bannerwolke notwendig und hinreichend ist. Damit eine getrennte Betrachtung dynamischer und thermodynamischer Eigenschaften möglich ist, werden die folgenden Überlegungen unter der Annahme einer konstanten Froude-Zahl $Fr = U/(NH)$ durchgeführt⁴. Desweiteren wird von horizontal-homogenen Bedingungen hinsichtlich Temperatur und Feuchte ausgegangen. Auch Effekte wie latente Wärmeflüsse aufgrund zusätzlicher leeseitiger Feuchtequellen oder fühlbare Wärmeflüsse aufgrund von Strahlungseffekten werden vernachlässigt. Die vorangegangenen Simulationen haben gezeigt, dass all diese Effekte keine notwendige Voraussetzung für die Entstehung von Bannerwolken darstellen.

Zur Charakterisierung der dynamischen und thermodynamischen Eigenschaften der Strömung wird jeweils eine geeignete physikalische Größe gewählt. Die thermodynamischen Eigenschaften werden im Folgenden durch das Hebungskondensationsniveau (HKN) (siehe z.B. Bohren und Albrecht, 1998, S. 274f), bzw. durch ein Vertikalprofil des HKN's als Funktion der Luftpaket-Starthöhe z_s charakterisiert. Als Starthöhe wird die Höhe des Luftpaketes im ungestörten Bereich stromaufwärts des Hindernisses gewählt. Das HKN ist die Höhe, in der für ein adiabatisch gehobenes Luftpaket die Bedingung $q_v = q_{vs}$ erfüllt ist. Hierbei beschreibt q_{vs} das Sättigungs-Wasserdampf-mischungsverhältnis. Das HKN eignet sich deswegen besonders gut, da es Informationen über das Temperatur- und Feuchteprofil kombiniert und direkte Aussagen über die Untergrenze einer eventuell entstehenden Wolke ermöglicht. Die dynamischen Eigenschaften werden durch Vertikalprofile der Luftpaket-Maximalhöhe $z^{max}(z_s)$ charakterisiert. Diese Größe beschreibt die maximale Höhe, welche Luftpakete im unmittelbaren Luv und Lee des Hindernisses im Mittel als Funktion ihrer Starthöhe z_s erreichen. Wie diese Vertikalprofile im konkreten Fall bestimmt werden, dazu später mehr.

Da es um die thermodynamischen Voraussetzungen gehen soll wird gefordert, dass die dynamischen Voraussetzungen für eine Bannerwolkenbildung erfüllt seien. Für die Größe $z^{max}(z_s)$ bedeutet dies, dass für mindestens eine Starthöhe $z_{Lee}^{max}(z_s) > z_{Luv}^{max}(z_s)$ gelten muss. Die Erklärung hierfür ergibt sich aus den nachfolgenden Betrachtungen. Im Falle der bislang betrachteten pyramidenförmigen Hindernisse ($Fr \rightarrow \infty$) war diese Voraussetzung beispielsweise erfüllt.

Wir postulieren, dass das HKN-Vertikalprofil der anströmenden Luft im Höhenbereich $0 \leq z \leq H$ folgende Voraussetzungen bzw. Kriterien erfüllen muss:

1. Das HKN mindestens einer infinitesimal dünnen vertikalen Schicht muss kleiner sein als die maximale Hindernishöhe H .

$$\text{HKN}(z_s) \leq H \quad \exists \quad z_s \tag{4.15}$$

2. Das HKN mindestens einer infinitesimal dünnen vertikalen Schicht muss kleiner sein als die maximale Höhe die ein Luftpaket aus selbiger Schicht im Lee durch adiabatisches

⁴Experimentelle und numerische Untersuchungen (Hunt und Snyder, 1980; Ding et al., 2003) zeigen, dass die Eigenschaften und Struktur der Hindernis-Induzierten Strömung maßgeblich von der Froude-Zahl abhängt.

(erzwungenes) Aufsteigen erreichen kann.

$$\text{HKN}(z_s) \leq z_{Lee}^{max}(z_s) \quad \exists \quad z_s \quad (4.16)$$

3. Das HKN jeder infinitesimal dünnen Schicht muss größer sein als die maximale Höhe, die ein Luftpaket aus der jeweiligen Schicht im Luv durch adiabatische (erzwungene) Hebung erreichen kann.

$$\text{HKN}(z_s) > z_{Luv}^{max}(z_s) \quad \forall \quad z_s \quad (4.17)$$

4.4.1 Graphische Interpretation

Anhand einer graphischen Darstellung dieser Voraussetzungen soll erläutert werden, dass diese sowohl notwendig als auch hinreichend sind. Abbildung 4.25a zeigt eine kombinierte Darstellung der gewählten Größen $\text{HKN}(z_s)$ und $z^{max}(z_s)$. Die gepunktete und gestrichelte Kurve zeigen exemplarisch Vertikalprofile von z_{Luv}^{max} bzw. z_{Lee}^{max} für ein pyramidenförmiges Hindernis auf atmosphärischer Skala. Die Anströmung erfolgte senkrecht zur Seitenfläche ($\beta = 0$) für $\text{Fr} \rightarrow \infty$. Die Profile wurden in Luv und Lee parallel zu den Pyramidenflächen auf der Symmetrieebene extrahiert. Sie basieren auf zeitlich gemittelten Vertikalprofilen $\langle \Phi(z) \rangle$ eines mitadvehierten passiven Tracers Φ . Ausgehend von diesen Vertikalprofilen lässt sich ihre Herleitung wie folgt zusammenfassen: Wird die Tracerkonzentration, wie in Abschnitt 4.3.4, am Einströmrand direkt proportional zum Abstand vom Boden gewählt, so zeigen mittlere Tracer-Vertikalprofile $\langle \Phi(z) \rangle = \langle z_s(z) \rangle$. Dies bedeutet, der zeitlich gemittelte Φ -Wert den man an einem beliebigen Raumpunkt mit Höhe z ablesen kann gibt Auskunft über die zeitlich mittlere Starthöhe z_s der Luftpakete, welche im Mittel an eben diesem Raumpunkt anzutreffen sind. Aufgrund der Monotonieeigenschaften der $\langle \Phi(z) \rangle$ -Profile in unmittelbarer Hindernisnähe (streng monoton steigend; nicht explizit gezeigt), können die Profile auch als $\langle z(\Phi) \rangle = \langle z(z_s) \rangle$ interpretiert werden. Dies bedeutet, die Höhe z , welche man an einem Raumpunkt mit dem Wert Φ ablesen kann ist gleich der mittleren Höhe, welche Luftpakete mit der mittleren Starthöhe z_s erreichen. In nullter Näherung identifizieren wir im Folgenden $\langle z(z_s) \rangle$ mit der mittleren maximalen Höhe $\langle z^{max}(z_s) \rangle$, d.h. wir nehmen an, dass $\langle z(\Phi) \rangle \approx \langle z^{max}(z_s) \rangle$ gilt⁵. Die Ergebnisse der folgenden Abschnitte werden a posteriori den Beweis erbringen, dass mit dieser Näherung verlässliche Aussagen über die Möglichkeit der Bannerwolkenbildung getroffen werden können. Die Form dieser Profile ist bei konstanter Froude-Zahl einzig durch die Form des Hindernisses bestimmt, wodurch sie auch als Kennlinien des Hindernisses bezeichnet werden können. Diese Kennlinien machen eine Aussage über die Luv-Lee Asymmetrie der Strömung⁶. Aus ihnen lässt sich beispielsweise ablesen, dass ein Luftpaket, welches am Einströmrand mit der Höhe $z_s = 400$ m startet eine mittlere maximale Höhe von $z^{max} = 710$ m im unmittelbaren Luv und $z^{max} = 970$ m im unmittelbaren Lee des Hindernisses erreicht (Abb. 4.25a). Man beachte, dass über die laterale Startposition der Luftpakete keine Aussage getroffen wird. Sie können sowohl fernab der Symmetrieebene als auch direkt auf der Symmetrieebene starten.

⁵Um eine genauere Abschätzung von $\langle z^{max}(z_s) \rangle$ zu erhalten, müsste man idealerweise während der Simulation kontinuierlich Trajektorien am Einströmrand für unterschiedliche laterale und vertikale Positionen starten und deren mittlere maximale Höhe in unmittelbarer Hindernisnähe für Luv und Lee als Funktion von z_s bestimmen. Zudem müsste zwischen Trajektorien, welche sich dem Hindernis aus dem Luv und dem Lee (über den Rückströmbereich) nähern unterschieden werden.

⁶Durch Bildung der Differenz beider Kennlinien erhält man die bereits bekannten Vertikalprofile der Tracer-Asymmetrie.

Die senkrechte Linie $H = \text{const}$ in Abb. 4.25a markiert die Hindernishöhe. Die rote Kurve zeigt exemplarisch ein realitätsnahes HKN-Vertikalprofil als Funktion der Starthöhe z_s . Das HKN-Profil wurde so gewählt, dass alle 3 thermodynamischen Kriterien erfüllt sind. Dies wird sofort klar, wenn man obige physikalisch motivierte Kriterien in geometrische Bedingungen für Abb. 4.25a umformuliert. Kriterium 1 bedeutet, dass das HKN-Profil für mindestens ein infinitesimal kleines z_s -Intervall links der Geraden $H = \text{const}$ liegen muss. Kriterium 2 bedeutet, dass das HKN-Profil die Kurve $z_{Lee}^{max}(z_s)$ an mindestens einem Punkt schneiden muss. Kriterium 3 bedeutet letztlich, dass das HKN-Profil die Kurve $z_{Luv}^{max}(z_s)$ in keiner Höhe schneiden darf. Diese 3 Kriterien werden in Abb. 4.25a augenscheinlich erfüllt.

Abbildung 4.25b soll in anschaulicher Weise verdeutlichen, dass die Erfüllung dieser 3 Kriterien hinreichend ist für die Bildung einer Bannerwolke. Gezeigt ist die Seitenansicht eines dreidimensionalen Hindernisses. Die Anströmung erfolge von links. In dieser Abbildung sind all diejenigen Informationen graphisch zusammengefasst, welche aus Abb. 4.25a entlang eines Vertikalschnittes bei $z^{max} = 900\text{ m}$ abgelesen werden können. Wir betrachten also die zurückliegende Entwicklung von 2 Luftpaketen, welche beide die gleiche maximale Höhe von $z^{max} = 900\text{ m}$ erreichen. Dabei wird eines der Pakete im Luv des Berges gehoben, das andere passiert den Berg seitlich und wird im Lee gehoben. Aus Abb. 4.25a lässt sich ablesen, dass ein Luftpaket, welches im Lee eine maximale Höhe von $z^{max} = 900\text{ m}$ erreicht im Mittel eine Starthöhe von $z_s = 350\text{ m}$ besitzt. Das mittlere HKN beträgt für solche Luftpakete 820 m . Beides ist in Abb. 4.25b blau markiert. Liest man die gleichen Variablen für ein Luftpaket ab, welches im Luv eine maximale Höhe von $z^{max} = 900\text{ m}$ erreicht, so erhält man $z_s = 610\text{ m}$ sowie $\text{HKN} = 1080\text{ m}$ (in Abb. 4.25b grün markiert). Man beachte, dass der laterale Startpunkt der Luftpakete nicht näher spezifiziert ist und nicht notwendigerweise identisch sein muss. Obwohl beide Luftpakete die gleiche Höhe erreichen, stammt das leeseitige (blaue) Luftpaket aus einer signifikant tiefer liegenden Schicht. Entscheidend dabei ist, dass es dem blauen Luftpaket gelingt über sein HKN aufzusteigen, während das grüne Luftpaket sein HKN nicht erreicht. Führt man diese Betrachtung für verschiedene Maximalhöhen z^{max} durch so stellt man fest, dass es keinem Luftpaket im Luv gelingt über sein HKN anzusteigen. Es bildet sich demnach eine Wolke im Lee, während das Luv wolkenfrei bleibt. Dies ist die typische Signatur einer Bannerwolke. Die Erfüllung der Kriterien ist somit hinreichend. Zu dem gleichen Ergebnis kommt man, wenn man in Abb. 4.25a einen Horizontal- anstelle eines Vertikalschnittes betrachtet. In diesem Fall geht man von Luftpaketen aus welche anstelle einer gleichen Maximalhöhe die gleiche Starthöhe besitzen und betrachtet die resultierenden Maximalhöhen in Luv und Lee.

Die Abbildungen 4.25c-f sollen verdeutlichen, dass die Erfüllung dieser Kriterien auch notwendig ist. Dazu werden Situationen betrachtet, in denen jeweils eines der Kriterien nicht erfüllt ist. Für Kriterium 1 ist das Ergebnis offensichtlich. Wenn $\text{HKN}(z_s) < H$ für keine Starthöhe z_s erfüllt ist, d.h. wenn die rote Kurve in Abb. 4.25a gänzlich rechts der schwarzen Geraden $H = \text{const}$ liegt, dann ist im Luv wie im Lee eine Wolkenbildung unterhalb der Bergspitze unmöglich. Abbildung 4.25c,d zeigt eine Situation in der Kriterium 1 und 3 zwar erfüllt sind aber Kriterium 2 nicht. Das HKN-Profil besitzt nun keinen Schnittpunkt mehr mit der Kurve $z_{Lee}^{max}(z_s)$. Luftpakete, welche im Lee bis in den Bereich der Hindernisspitze aufsteigen bleiben untersättigt und erreichen ihr HKN nicht (siehe Abb. 4.25d). Dies ist beispielhaft für eine Situation in der die dynamischen Voraussetzungen für die Bannerwolkenbildung gegeben sind, die Grenzschicht jedoch zu trocken ist. In diesem Fall wären zusätzliche leeseitige Feuchtequellen erforderlich. Abbildung 4.25e,f letztlich zeigt was passiert, wenn Kriterium 1 und 2 erfüllt sind aber Kriterium 3 nicht. In diesem Fall ist die Grenzschicht zu feucht. Das HKN-Profil schneidet sowohl die leeseitige als auch die luvseitige Kennlinie. Somit existieren

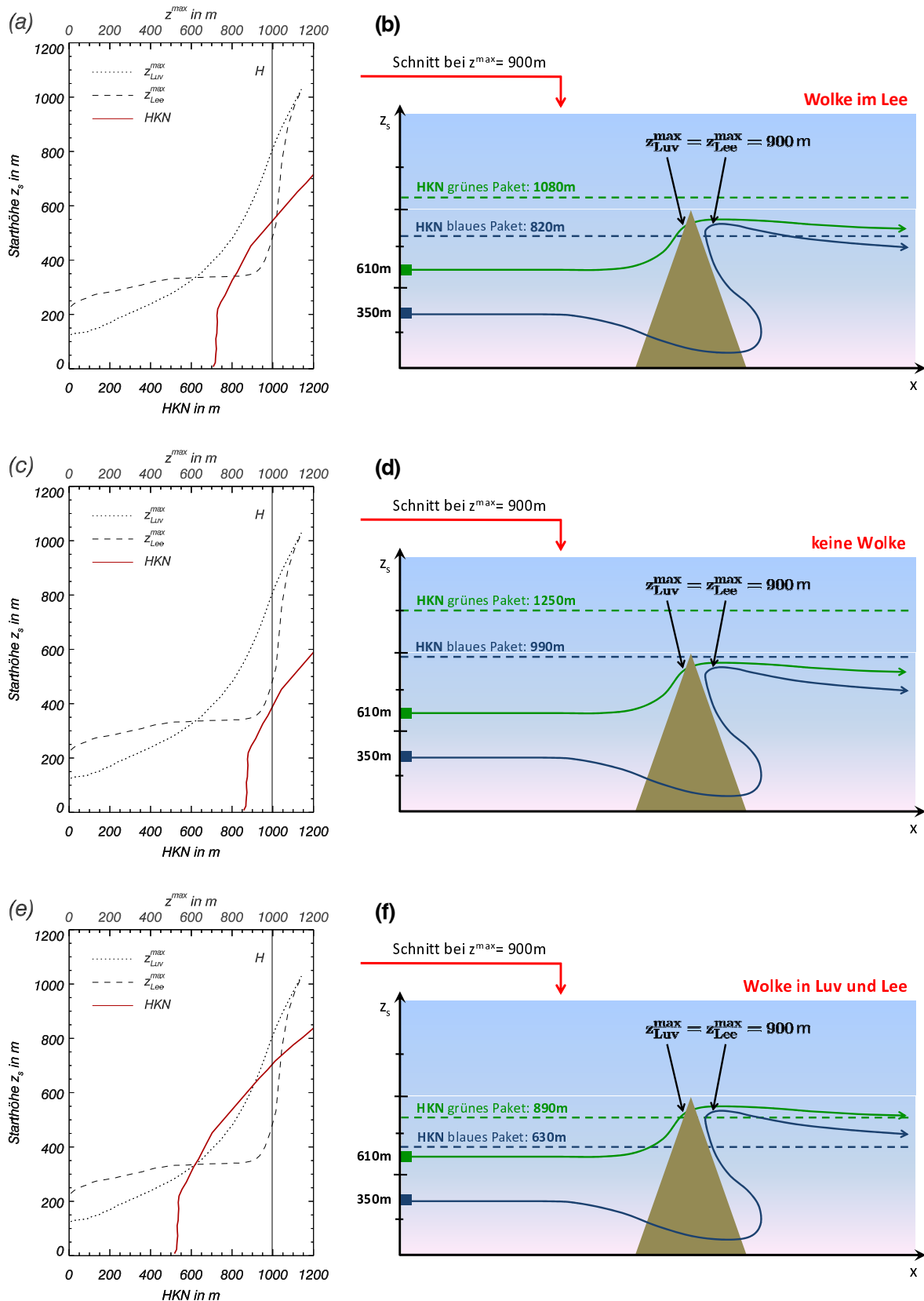


Abbildung 4.25: Abschätzung der Möglichkeit einer Bannerwolken-Bildung anhand eines Vertikalprofils des HKN. Links: Rote Kurve zeigt jeweils das mittlere HKN-Profil der luvseitigen Luftmasse. Die durchgezogene schwarze Linie kennzeichnet die Hindernishöhe H . Die gepunktete und gestrichelte Linie zeigt die mittleren Hindernis-Kennlinien $z_{Luv}^{max}(z_s)$ und $z_{Lee}^{max}(z_s)$ für Luv und Lee ($Fr \rightarrow \infty$). Rechts: Anschauliche Interpretation eines Vertikalschnitts durch die jeweils linke Abbildung bei $z^{max} = 900$ m. Weitere Erläuterungen, siehe Text.

nicht nur Luftpakete welche im Lee ihr HKN erreichen können, sondern auch Luftpakete welche ihr HKN im Luv erreichen (siehe Abb. 4.25f). Zwar kommt es nach wie vor durch den Leerrotor-Mechanismus zur Wolkenbildung im Lee, jedoch wird diese Wolke durch eine im Luv entstehende Wolke verdeckt. In diesem Fall spricht man üblicherweise nicht von einer Bannerwolke.

4.4.2 Diskussion

Die postulierten thermodynamischen Voraussetzungen basieren auf mittleren HKN- und z^{max} -Profilen. In der Realität wird die Anströmung im Allgemeinen nicht laminar sein, so dass die Größen HKN und z^{max} raumzeitlichen Fluktuationen unterliegen werden. Mathematisch bedeutet dies, dass man es in jeder Höhe z_s mit einer Verteilung von HKN- und z^{max} -Werten zu tun hat. Neben den bisher betrachteten Mittelwerten ist jeder Größe somit eine nicht zu vernachlässigende Varianz bzw. Standardabweichung zugeordnet. Die Existenz raumzeitlicher Fluktuationen beeinflusst nicht die bisherige Interpretation von Abb. 4.25a,c,e. An dieser Stelle sei jedoch nochmals erwähnt, dass unsere Schlussfolgerungen nur für die mittlere Strömung gültig sind. Die Schlussfolgerung aus Abb. 4.25a, dass man Wolkenbildung im Lee bei gleichzeitiger Wolkenfreiheit im Luv erwartet bezieht sich auf die mittlere Strömung und darf nicht auf einen einzelnen Zeitpunkt angewendet werden. Sie bedeutet nicht, dass zu keinem Zeitpunkt eine Wolke im Luv entstehen darf. Aufgrund der raumzeitlichen Fluktuationen können die instantanen Profile von $z_{Luv}^{max}(z_s)$ und $HKN(z_s)$ für begrenzte Zeitintervalle durchaus einen oder mehrere Schnittpunkte aufweisen. Abbildung 4.25 lässt sich erweitern, indem man zusätzlich zu den HKN- und z^{max} -Mittelwerten ein Maß für deren Fluktuation, also z.B. den Bereich $[HKN - \sigma_{HKN}, HKN + \sigma_{HKN}]$ angibt. Die Angabe von σ -Bereichen ermöglicht die qualitative Abschätzung der Intermittenz der zu erwartenden Wolke in Luv und Lee.

Die Kriterien 2 und 3 fordern implizit, dass beide Kennlinien nicht deckungsgleich verlaufen dürfen. Physikalisch bedeutet dies, dass eine Luv-Lee-Asymmetrie der Strömung existieren muss. Mit Hilfe von Abb. 4.25a lässt sich anschaulich verdeutlichen, warum die Stärke der Tracerasymmetrie, wie bereits in Abschnitt 4.3.5 behauptet, als Maß für die bedingte Wahrscheinlichkeit einer Bannerwolkenbildung angesehen werden kann. Es wurde bereits erwähnt, dass die Tracerasymmetrie näherungsweise der Differenz beider Kennlinien entspricht. Je größer der Abstand der beiden Kennlinien zwischen ihren Schnittpunkten ist, desto größer sind die Feuchte- und Temperaturbereiche welche ein HKN-Profil erlauben, das zwar die Lee-Kennlinie, nicht aber die Luv-Kennlinie schneidet. Die Wahrscheinlichkeit, dass es sich im Falle einer Wolkenbildung um eine Bannerwolke handelt wächst also mit dem Abstand der beiden Kennlinien und damit mit der Stärke der Tracerasymmetrie.

Abbildung 4.25a ermöglicht Schlussfolgerungen über die erlaubte Form des HKN-Profiles der ankommenden Strömung und damit über die Form der θ -, q_v - und θ_e -Profile. Man erkennt, dass im Falle eines höhenkonstanten HKN-Profiles im Bereich $0 \text{ m} < z < H$ die Entstehung einer Bannerwolke nicht möglich ist. Das HKN-Profil muss mit Ausnahme des bodennahen Bereiches mit der Höhe zunehmen. Dies bedeutet, dass das q_v -Profil und/oder das θ -Profil nicht höhenkonstant sein dürfen. Die spezifische Feuchte muss mit der Höhe abnehmen und/oder die potentielle Temperatur mit der Höhe zunehmen⁷. Für die Vertikalstruktur von θ_e bedeutet dies, dass Profile mit einem bodennahen Maximum und einem Minimum im Bereich $z \lesssim H$

⁷Eine allzu starke Zunahme von θ führt vermutlich dazu, dass die notwendigen dynamischen Voraussetzungen verletzt werden. Die primäre Forderung ist demnach eine Abnahme von q_v mit der Höhe (siehe auch Abschnitt 4.5)

bevorzugt sind. Die Entstehung einer Bannerwolke erfordert demnach keine a priori vorhandenen unterschiedlichen Luftmassen in Luv und Lee, sondern lediglich vertikale Unterschiede in der anströmenden Luftmasse.

Zuletzt sei noch erwähnt, dass sich aus Abbildungen vom Typ 4.25a auch die zu erwartende mittlere Wolkenuntergrenze der Bannerwolke ablesen lässt. Die Wolkenuntergrenze ist durch das niedrigste HKN gegeben, welches man zwischen den beiden Schnittpunkten mit der Lee-Kennlinie $z_{Lee}^{max}(z_s)$ findet. In unserem speziellen Fall gehört das niedrigste HKN zur niedrigsten Starthöhe z_s innerhalb des geschnittenen Bereiches, da das HKN zwischen den beiden Schnittpunkten monoton ansteigt. Dies muss aber nicht notwendigerweise der Fall sein. Im Falle von Abb. 4.25a erhält man für die zu erwartende mittlere Wolkenuntergrenze $z_{Basis} \approx 810$ m.

Ziel der folgenden Abschnitte wird es sein die postulierten thermodynamischen Voraussetzungen mit realitätsnahen Simulationen auf atmosphärischer Skala zu überprüfen.

4.5 Simulation der Strömung um ein pyramidenförmiges Hindernis auf atmosphärischer Skala

Die trockenen Simulationen aus Abschnitt 4.3 bekräftigten bereits die Vermutung, dass der Leerrotor-Mechanismus maßgeblich zur Bildung einer Bannerwolke beiträgt. Um letztlich den Beweis zu erbringen, soll an dieser Stelle die erste LES einer realitätsnahen Bannerwolke vorgestellt werden. Zu diesem Zweck wurde die Strömung um ein pyramidenförmiges Hindernis erneut simuliert - diesmal jedoch auf atmosphärischer Skala und unter Einbezug der vollen Feuchtephysik (siehe Abschnitt 2.5). Wie schon in den vorangegangenen Abschnitten, so konzentrieren sich auch die nachfolgenden Untersuchungen auf nahezu neutrale Grenzschichten und somit auf das Regime $Fr \gg 1$. Die Gründe hierfür sind folgende: Fehlende Rechenkapazitäten erlauben es bislang nicht eine LES stark stabil geschichteter Strömungen über ein Hindernis auf atmosphärischer Skala durchzuführen (siehe auch Ding et al., 2003). Selbst wenn die Rechenkapazitäten zur Verfügung stünden, so wäre die Beschränkung auf große Froude-Zahlen dennoch sinnvoll. Experimentelle und numerische Untersuchungen auf der Laborskala (Hunt und Snyder, 1980; Ding et al., 2003) liefern starke Indizien dafür, dass Bannerwolken neutrale bis schwach stabile Verhältnisse unterhalb des Berggipfels (und damit $Fr > 1$) bevorzugen. Die erwähnten Arbeiten zeigen für einen glockenförmigen Berg, dass die Strömung in Bergnähe mit abnehmender Froude-Zahl mehr und mehr durch horizontale Bewegungen dominiert wird. Der aus dem Regime $Fr \gg 1$ bekannte Leewirbel verschwindet für $Fr \lesssim 1$ nahezu gänzlich. Aus diesem Grunde erscheint die Beschränkung auf den Bereich $Fr \gg 1$ als gerechtfertigt. Zudem beschränken wir uns auf prototypische Bannerwolken, d.h. Wolken welche nicht primär konvektiver Natur sind und somit die Höhe des Berggipfels nicht signifikant übersteigen. Wie von Schween et al. (2007) diskutiert, sollten primär konvektive Wolken im Lee nicht mehr dem Wolkentyp Bannerwolke zugeordnet werden.

4.5.1 Modellaufbau

Der Modellaufbau orientiert sich an demjenigen aus Abschnitt 4.3 (siehe Abb. 4.13). Die wesentlichsten Unterschiede sind eine veränderte räumliche und zeitliche Skala, eine Änderung der statischen Stabilität oberhalb des Berges von neutral zu feuchtstabil (stabil bezüglich der vertikalen Auslenkung eines gesättigten Luftpaketes), sowie die Berücksichtigung der Feuchtephysik. Der Berg besitzt eine Höhe von $H = 997$ m, eine Basislänge von $L = 930$ m und einen Steigungswinkel von $\alpha = 65^\circ$. Sofern nicht anders angegeben, erfolgt die Anströmung

senkrecht zu einer der Hindernisseiten ($\beta = 0^\circ$). Das Modellgebiet besitzt eine Ausdehnung von $7.63 L(x) \times 3.39 L(y) \times 8.26 L(z)$ bei $284(x) \times 126(y) \times 93(z)$ Gitterzellen. Der Zeitschritt wurde auf Basis des CFL-Kriteriums zu $\Delta t = 0.95$ s festgelegt. Die vertikale Maschenweite variiert von $\Delta z = 15$ m in Bodennähe bis zu $\Delta z = 220$ m am Oberrand. Das Streckungsverhältnis beträgt dabei maximal 5%. In der Horizontalen wird eine konstante Maschenweite von $\Delta x = \Delta y = 25$ m verwendet. Der Berg wird dadurch an dessen Basis mit 37 Gitterpunkten pro Kante aufgelöst. Im Vergleich zu den Simulationen auf Laborskala hat sich die Auflösung des Hindernisses damit nahezu verdoppelt. Dies erforderte jedoch, aufgrund begrenzter Rechenkapazitäten, eine moderate Verringerung der lateralen Ausdehnung des Modellgebietes. Als Rauigkeitslänge wird im gesamten Modellgebiet $z_0 = 0.1$ m gesetzt. Oberhalb von $z/H = 2.2$ wird eine Dämpfungsschicht mit Rayleigh-Dämpfung verwendet. Dieser Bereich des Modellgebietes dient lediglich dazu vertikal propagierende Schwerewellen zu dissipieren, so dass die vertikale Auflösung entsprechend vergrößert werden konnte. Eine detailliertere Diskussion der Notwendigkeit sowie der Ausdehnung dieser Dämpfungsschicht erfolgt im nachfolgenden Abschnitt. Die Simulation wurde zweifach, unter Verwendung beider FS-Modelle durchgeführt. Da auch in diesem Fall die Ergebnisse robust gegenüber Änderungen der FS-Modellierung waren, werden nur die Ergebnisse der Lilly-Smagorinsky-Schließung vorgestellt.

Meteorologische Situation

Die gewählte meteorologische Situation richtet sich nach obigen Beschränkungen und ist dem Regime $Fr \gg 1$ zuzuordnen. Vor allem aber ist sie durch Messungen motiviert, die im Rahmen des experimentellen Teilprojektes an der Zugspitze durchgeführt wurden. Bevor die verwendeten thermodynamischen Profile vorgestellt werden, soll kurz auf die Zugspitzmessungen eingegangen werden.

Abb. 4.26a,b zeigt Messungen für den Nachmittag des 11.10.2005. Wie bereits in Abb. 4.10 gezeigt, wurde an diesem Tag auf der Nordseite des Zugspitzgrates zwischen 1700 und 2100 MESZ eine Bannerwolke beobachtet. Abbildung 4.26a zeigt θ -, q_v - und θ_e -Messungen einer in Garmisch gestarteten Radiosonde gegen 1530 MESZ, also kurz vor Entstehung der Bannerwolke. Diese Messungen können als repräsentativ für die Bedingungen auf der Nordseite des Grates angesehen werden (Lee). Abbildung 4.26b zeigt Messungen von θ und q_v auf der Südseite über dem Zugspitzplatt (Luv). Die schwarzen Kurven zeigen Messungen des Modellflugzeugs *Kali* (Egger et al., 2002) während eines Auf- und Abstiegs⁸. Kali erreichte eine maximale Höhe von 1200 m über Grund und führte damit auch Messungen deutlich über Gratniveau (gepunktete Linie) durch. Die roten Kurven zeigen Messungen auf einer Gondel der Gletscherbahn während einer Bergfahrt. Die Gondelmessungen erstrecken sich über den Höhenbereich $2550 \text{ m} < z < 3000 \text{ m}$. Beide Messungen wurden gegen 1600 MESZ durchgeführt.

Der Radiosondenaufstieg zeigt eine nur schwach stabile, relativ gut durchmischte und feuchte Schicht unterhalb von $z \approx 3000$ m. Die mittlere Brunt-Väisälä-Frequenz im Bereich $1300 \text{ m} < z < 3100 \text{ m}$ beträgt lediglich $N(\theta_v) = 0.0053 \text{ s}^{-1}$. Der Bereich oberhalb von 3100 m, also knapp über Gipfelniveau, kann als freie Atmosphäre interpretiert werden. Hier nimmt die spezifische Feuchte abrupt ab und die statische Stabilität wechselt von schwach stabil nach stark trocken- oder gar feuchtstabil. Die feuchtstabilen Bereiche sind in Abb. 4.26a grau hinterlegt. Sie wurden durch Vergleich des gemessenen lokalen Gradienten Γ_a der virtuellen Tem-

⁸Die Unterschiede zwischen dem Auf- und Abstieg sind im Wesentlichen auf die Trägheit der Messsensoren zurückzuführen (Jan Schween (2009), pers. Mitt.)

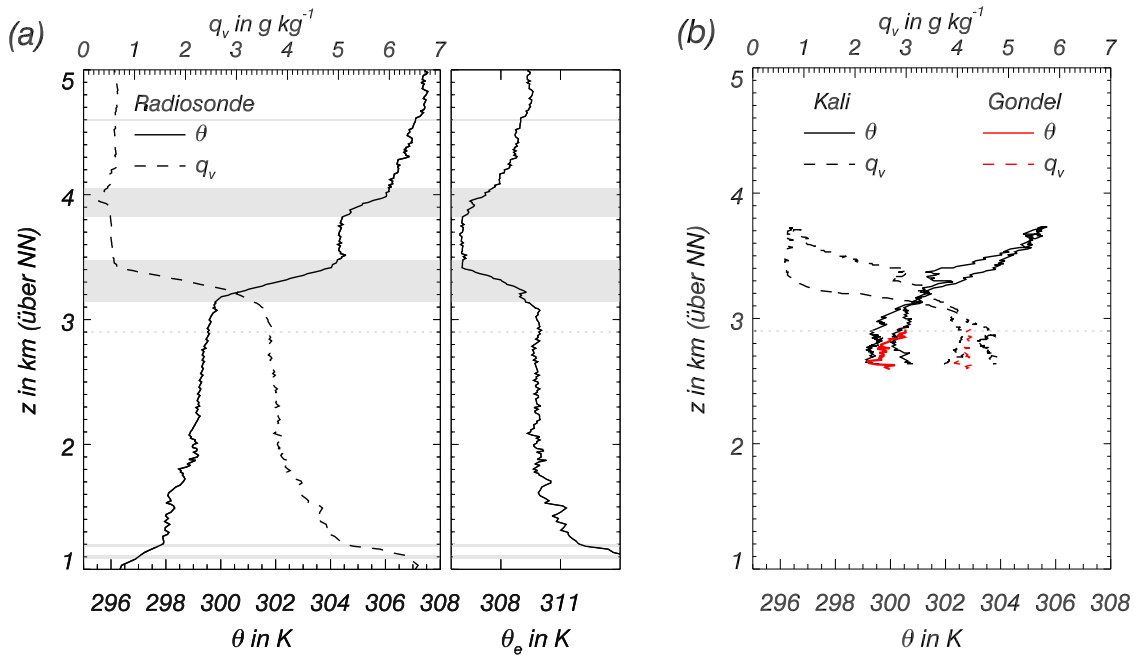


Abbildung 4.26: Messungen in der Umgebung der Zugspitze vom 11.10.2005. Die Anströmung des Grates erfolgte zwischen 1000 MESZ und 2100 MESZ aus südöstlicher Richtung ($\alpha \approx 150^\circ$). (a) θ -, q_v - und θ_e -Profile eines Radiosondenaufstiegs nördlich des Grates in Garmisch (720 m über NN) gegen 1530 MESZ. Schraffierung kennzeichnet Höhenbereiche mit feuchtstabiler Schichtung. (b) Profile von θ und q_v unmittelbar südlich des Grates über dem Zugspitzplatt (2575 m über NN). Schwarze Kurven wurden mit dem Modellflugzeug Kali während eines Auf- und Abstiegs aufgenommen (1600 MESZ). Rote Kurven entstammen einer Fahrt der Gletscherbahn vom Zugspitzplatt zur Zugspitze (1600 MESZ). Die gepunktete Linie markiert die Höhe des Grates.

peratur T_v mit dem lokalen feuchtadiabatischen Temperaturgradienten Γ_{moist} bestimmt. Das θ_e -Profil zeigt eine leichte Abnahme mit der Höhe bis auf Gratniveau. Dies entspricht qualitativ dem Verhalten, welches bereits in Abschnitt 4.4.2 für ein pyramidenförmiges Hindernis gefordert wurde. Ähnliche Verhältnisse herrschen auch im unmittelbaren Luv des Grates. Die Kali-Messungen zeigen, dass die Grenzschicht über dem Zugspitzplatt bis auf Gratniveau nahezu neutral geschichtet ist. Das Feuchteprofil ist zudem in etwa höhenkonstant. Der Übergang in die trockene, stabil geschichtete freie Atmosphäre oberhalb des Gratniveaus ist in diesen Messungen ebenfalls deutlich erkennbar. Auch die Gondelmessungen zeigen ein nahezu höhenkonstantes q_v -Profil zwischen Zugspitzplatt und Gipfel. Lediglich das θ -Profil zeigt strukturell leichte Abweichungen von den Kali-Messungen und deutet lokal auf eine etwas stabilere Schichtung hin. Die Radiosonden aus Garmisch, sowie das Messflugzeug Kali standen nur während einer Intensivmesskampagne von gut einer Woche Dauer zur Verfügung. Dadurch ist es schwierig für weitere Bannerwolkenereignisse Aussagen über die Schichtung der Atmosphäre, insbesondere oberhalb des Grates zu machen. Situationen, in denen eine schwach stabil oder gar neutral geschichtete Strömung, begrenzt von einer stark stabilen Schichtung auf ein Gebirgsmassiv trifft, scheint jedoch kein allzu seltenes Phänomen zu sein. Derartige Situationen wurden bereits in verschiedensten Gebirgsregionen beobachtet und dokumentiert (siehe Reinecke und Durran, 2008, für eine Liste an Referenzen).

Abbildung 4.27a,b zeigt die gewählten Startprofile θ_0 , q_{v0} , u_0 des Einströmgenerators (Symbole). Sie können als Idealisierung der Zugspitz-Messungen angesehen werden. Die Profile θ_0 und q_{v0} wurden gerade so gewählt, dass die Atmosphäre im Höhenbereich $0\text{ m} < z <$

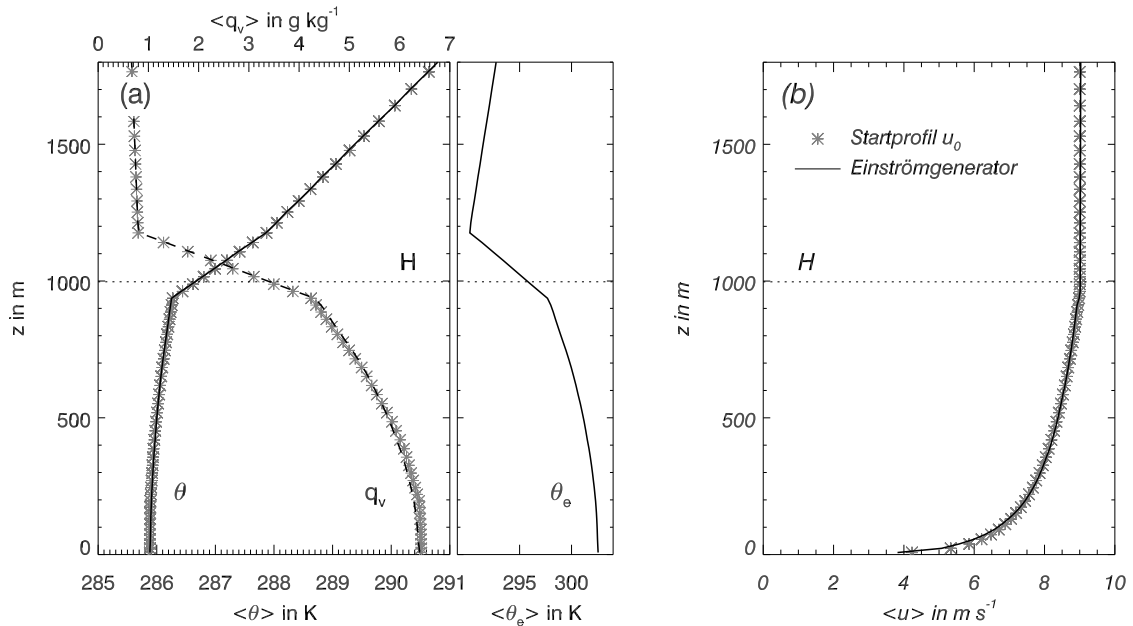


Abbildung 4.27: Mittlere Einströmprofile für die Umströmung eines pyramidenförmigen Hindernisses auf atmosphärischer Skala. (a) Profile der potentiellen Temperatur θ , der spezifischen Feuchte q_v und der äquivalentpotentiellen Temperatur θ_e . (b) Vertikalprofil der horizontalen Windkomponente u . Symbole kennzeichnen die Startprofile des Einströmgenerators. Linien zeigen raumzeitliche Mittelwerte des verwendeten Einströmdatensatzes, aufgenommen in der Recycling-Ebene nahe dem Ausströmrand.

950 m neutral geschichtet ist, d.h. es gilt $\frac{d\theta_{v0}}{dz} = 0$. Dieser Bereich wird im Folgenden als Grenzschicht bezeichnet. An die Grenzschicht schließt sich eine trockene und stabil geschichtete freie Atmosphäre an. Der Gradient von T_v wurde in der freien Atmosphäre derart gewählt, dass die Schichtung feuchtstabil ist. Dies verdeutlicht Abb. 4.28a. Gezeigt ist ein Vergleich zwischen dem gewählten Gradienten der virtuellen Temperatur $\Gamma_a = -\left(\frac{dT_v}{dz}\right)$ und dem feuchtadiabatischen Temperaturgradienten Γ_{moist} . Oberhalb der Grenzschicht gilt $\Gamma_a < \Gamma_{\text{moist}}$. Dies steht im Einklang mit den Beobachtungen an der Zugspitze. Wir sind der Überzeugung, dass eine feuchtstabile Schichtung oberhalb des Hindernisses neben den postulierten thermodynamischen Voraussetzungen eine vierte notwendige Voraussetzung für eine Bannerwolke darstellt. Die Schichtung oberhalb des Hindernisses entscheidet zwar nicht über die Existenz oder nicht-Existenz einer Bannerwolke, sie hat jedoch entscheidenden Einfluss auf die Form und Größe der Wolke. Ist die Schichtung bis in große Höhen feuchtstabil, so kann sich die Bannerwolke hin zu einer primär konvektiven Wolke entwickeln. Dies entspricht nicht dem typischen Bild einer Bannerwolke, so dass wir Wolken mit primär konvektivem Charakter nicht mehr dem Wolkentyp Bannerwolke zuordnen. Für u_0 wurde ein möglichst einfaches, idealisiertes Profil gewählt (Abb. 4.27b). Der Einfluss von Coriolis-Effekten und die damit verbundene Winddrehung mit der Höhe wird vernachlässigt. Im Einklang mit der neutralen Schichtung wird innerhalb der Prandtl-Schicht (engl. *surface layer*, $z \lesssim 100 - 200$ m) ein logarithmisches Windprofil mit $u_* = 0.393 \text{ ms}^{-1}$ und $z_0 = 0.1$ m angenommen. In der freien Atmosphäre sei u_0 höhenkonstant mit $u_0(z) = U_\infty = 9 \text{ ms}^{-1}$. Aufgrund der Vernachlässigung von Coriolis-Effekten erscheint die Profilwahl innerhalb der Ekman-Schicht (zwischen Prandtl-Schicht und dem Oberrand der Grenzschicht gelegen) als beliebig. Zudem ist die gewählte Geschwindigkeitsdifferenz zwischen ihrem Ober- und Unterrand gering. Die nächstliegende Annahme für diesen Bereich wäre ein höhenkonstantes u_0 -Profil. Dies würde jedoch per Konstruktion des Einströmgenerators zu

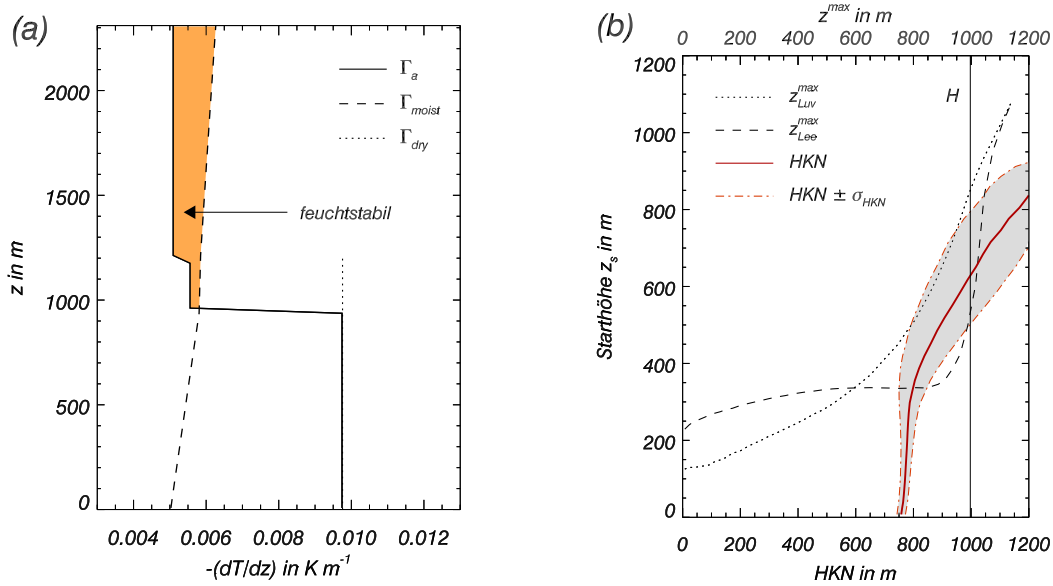


Abbildung 4.28: Erläuterung der gewählten thermodynamischen Situation. (a) Vergleich des gewählten Umgebungs-Temperaturgradienten $\Gamma_a = -(dT_v/dz)$ (—) mit dem feuchtadiabatischen Temperaturgradienten Γ_{moist} (---). Die gepunktete Linie zeigt den trockenadiabatischen Temperaturgradienten Γ_{dry} . (b) Abschätzung der Möglichkeit einer Bannerwolkenbildung anhand des verwendeten HKN-Vertikalprofils (rot). Die Schraffur markiert den Bereich $HKN \pm \sigma_{HKN}$. Die schwarzen Kurven zeigen die Kennlinien des Hindernisses für $Fr \gg 1$.

einer laminaren Einströmung im Höhenbereich $z \gtrsim 200m$ führen, was gerade für Gebirgsregionen eher unrealistisch ist. Aus diesem Grund wurde eine logarithmische Fortführung des u_0 -Profils bis zur Obergrenze der Grenzschicht gewählt. Es ist uns bewusst, dass ein solches Profil nicht im Einklang mit der Monin-Obukhov-Theorie (M-O-Theorie) steht. Es soll hier vielmehr als eine von mehreren Möglichkeiten verstanden werden eine mittlere Windscherung und folglich turbulente Bewegungen oberhalb der Prandtl-Schicht zu erzeugen. Eine Alternative wäre eine lineare oder exponentielle Anpassung zwischen Prandtl-Schicht und Oberrand. Die Unterschiede sind jedoch gering und haben nach unseren Erkenntnissen keinen entscheidenden Einfluss auf die zu simulierende Bannerwolke.

Die Linien in Abb. 4.27a,b zeigen zum Vergleich die raumzeitlich gemittelten Profile $\langle \theta \rangle$, $\langle q_v \rangle$, $\langle u \rangle$ des generierten Einströmdatensatzes. Das aus $\langle \theta \rangle$ und $\langle q_v \rangle$ resultierende $\langle \theta_e \rangle$ -Profil ist ebenfalls abgebildet. Es zeigt die geforderte und auch in den Messungen sichtbare leichte Abnahme mit der Höhe. Die geringe Abweichung der mittleren Profile von den Startprofilen verdeutlicht erneut die Fähigkeit des Einströmgenerators vorgegebene Startprofile beizubehalten.

Während sich die allgemeine Struktur der θ - und q_v -Profile an den Zugspitz-Messungen orientiert, wurden die Absolutwerte derart gewählt, dass die thermodynamische Situation die in Abschnitt 4.4 postulierten Voraussetzungen erfüllt. Abbildung 4.28a zeigt für den verwendeten Einströmdatensatz das Vertikalprofil des mittleren HKN, sowie die Kennlinien des Hindernisses⁹. Das HKN-Profil liegt für einen weiten Höhenbereich links der markierten Hindernishöhe H . Es schneidet die leeseitige Kennlinie an 2 Punkten, besitzt jedoch keinen Schnittpunkt mit der luvseitigen Kennlinie. Für den Fall, dass die geforderten Voraussetzun-

⁹Die Kennlinien wurden vorab in einer Simulation gleicher statischer Stabilität aber ohne Berücksichtigung der Feuchtphysik bestimmt.

gen notwendig und hinreichend sind, müsste im vorliegenden Fall eine Bannerwolke entstehen. Zusätzlich eingetragen ist der Bereich $\text{HKN} \pm \sigma_{\text{HKN}}$. Die Angabe dieses Bereichs ist lediglich bei Verwendung eines turbulenzauflösenden Modells, wie im vorliegenden Fall möglich. Die Standardabweichung nimmt mit zunehmender Höhe z_s zu, was eine direkte Konsequenz des Skalierens typischer Wirbel mit dem Abstand vom Boden ist. Der $\pm\sigma_{\text{HKN}}$ -Bereich deutet an, dass es für die gewählte thermodynamische Situation zeitlich begrenzt auch zur Wolkenbildung im unmittelbaren Luv des Hindernisses kommen kann. Dieser Effekt ist in der Simulation durchaus erwünscht, da er häufig auch in der Natur beobachtet werden kann. Die aus Abb. 4.28a prognostizierbare mittlere Wolkenuntergrenze liegt bei etwa 800 m.

Obere Randbedingung

Tests haben ergeben, dass es trotz neutraler Schichtung im Bereich $0 \text{ m} < z \lesssim H$ in der freien Atmosphäre zur Ausbildung interner Schwerewellen (Gebirgswellen) kommen kann. Ursächlich hierfür ist die Tatsache, dass auch die stabil geschichteten Luftmassen oberhalb des Hindernisses aus ihrer Gleichgewichtslage ausgelenkt werden. Dies birgt aus numerischer Sicht die Gefahr vertikal propagierender Wellenenergie. Ob der Oberrand des Modells eine spezielle Behandlung erfordert (insbesondere die Anwendung einer Strahlungsrandbedingung (Bougeault, 1983) bzw. einer klassischen Dämpfungsschicht (Klemp und Lilly, 1978)), hängt maßgeblich von der vertikalen Struktur der entstehenden Gebirgswellen ab. Die aktuelle Modellversion verfügt lediglich über die Option einer klassischen Dämpfungsschicht (Schwammschicht). Propagieren die Wellen vertikal, so ist die Verwendung einer Schwammschicht unabdingbar. Propagieren die Wellen nicht vertikal, d.h. nimmt ihre Amplitude mit der Höhe ab, so kann eine Schwammschicht geringer Dicke ausreichen. Möglicherweise kann auch ganz auf eine Schwammschicht verzichtet werden. Das Ziel muss es sein die Schwammschicht so dünn wie möglich aber so stark wie nötig zu wählen, um nicht Ressourcen durch einen unnötig hoch gewählten Modell-Oberrand zu verschwenden. Um die Notwendigkeit einer Schwammschicht zu überprüfen und gegebenenfalls ihre Ausdehnung und Intensität optimal anzupassen, sollen die fundamentalen Eigenschaften der erwarteten Wellen hier a priori untersucht werden. Dazu wird eine zweidimensionale, stationäre Strömung auf Basis des linearisierten Boussinesq-Gleichungssystems betrachtet (siehe z.B. Durran, 1986). Die Beschränkung auf lineare Wellen ist hinreichend, da es im konkreten Fall auf die vertikale Struktur und nicht die absolute Amplitude der Wellen ankommt. Als Hindernis wird ein zweidimensionales Analogon zu einem pyramidenförmigen Hindernis mit der Breite $L = 930 \text{ m}$ aber infinitesimal kleiner Hindernishöhe $H = \frac{2}{930} \text{ m}$ gewählt.

Das Verhalten linearer Gebirgswellen wird vollständig durch die mittlere Struktur der Atmosphäre und die Form des Hindernisses bestimmt. Die Struktur der Atmosphäre legt fest, welche der durch das Hindernis angeregten horizontalen Wellenzahlen k vertikal propagieren, welche exponentiell mit der Höhe abklingen und welche möglicherweise in einem als Wellenleiter fungierenden Höhenbereich eingefangen werden. Die entscheidenden Parameter hierbei sind die Vertikalprofile der Windgeschwindigkeit U und der Brunt-Väisälä Frequenz N . Die Form des Hindernisses bestimmt die Stärke mit der die einzelnen Wellenzahlen angeregt werden.

Betrachtet man eine idealisierte, zweidimensionale Strömung über eine unendliche Reihe sinusförmiger Hügel der Wellenzahl k und Höhe H , so gilt für das Feld der vertikalen

Geschwindigkeitsstörungen $w'(x, z)$ (siehe z.B. Durran, 1986):

$$w'(x, z) = \begin{cases} \hat{w}(z) \exp(ikx) & , \text{ falls } k > l_{\text{Sc}} \\ \hat{w}(z) \exp(ikx + imz) & , \text{ falls } k < l_{\text{Sc}} , \end{cases} \quad (4.18)$$

mit der Amplitude

$$\hat{w}(z) = \begin{cases} ikUH \exp(-\mu z) & , \text{ falls } k > l_{\text{Sc}} \\ ikUH & , \text{ falls } k < l_{\text{Sc}} . \end{cases} \quad (4.19)$$

Hierbei bezeichnet m die vertikale Wellenzahl, mit

$$m^2 = l_{\text{Sc}}^2 - k^2 . \quad (4.20)$$

l_{Sc} ist der Scorer-Parameter, mit

$$l_{\text{Sc}}^2 = \frac{N^2}{U^2} - \frac{1}{U} \frac{d^2U}{dz^2} . \quad (4.21)$$

Desweiteren gelte $\mu^2 = -m^2$. Als physikalische Lösung wird implizit der Realteil von (4.18) und (4.19) angesehen. Obige Lösung zeigt, dass Wellen mit horizontaler Wellenzahl k genau dann vertikal propagieren, falls $k < l_{\text{Sc}}$ gilt. Andernfalls nimmt ihre Amplitude exponentiell mit der Höhe ab.

Möchte man die Reaktion der Strömung auf einen beliebig geformten isolierten Berg bestimmen, so kann man das Hindernis-Profil $h(x)$ mit Hilfe der Fourier-Transformation als eine Überlagerung unendlich vieler Sinus-Wellen unterschiedlicher Wellenzahlen k darstellen. Das Verhalten jeder Komponente $\hat{w}(k_0, z)$ des Fourier-transformierten Geschwindigkeitsfeldes entspricht demjenigen, welches man bei Anregung der Atmosphäre durch eine sinusförmige Topographie der Wellenlänge k_0 beobachtet. Demnach gilt für jede Wellenzahl k_0 eine Lösung der Form (4.18)-(4.19). Genau genommen folgt für $\hat{w}(k, z)$ (siehe Durran, 1986):

$$\hat{w}(k, z) = ikU \hat{h}(k) \exp\left(i\sqrt{l_{\text{Sc}}^2 - k^2} z\right) , \text{ für } k > 0 \quad (4.22)$$

Das gesuchte Geschwindigkeitsfeld $w'(x, z)$ ergibt sich schließlich durch Überlagerung der Lösungen für unterschiedliche k_0 , d.h. durch eine Fourier-Rücktransformation von $\hat{w}(k, z)$. $\hat{h}(k)$ in (4.22) ist die Fourier-Transformierte des Hindernis-Profiles $h(x)$. Sie entscheidet darüber, welche Wellenzahlen mit welchem Gewicht in die Lösung $w'(x, z)$ eingehen. Hat das Hindernis eine relativ geringe horizontale Ausdehnung, so werden Wellenzahlen mit $k > l_{\text{Sc}}$ am stärksten gewichtet. Die entstehende Gebirgswelle wird also hauptsächlich aus vertikal abklingenden Moden bestehen.

Ob für die gewählte meteorologische Situation und Hindernisdimension mit vertikal propagierenden Wellen zu rechnen ist, lässt sich nun a priori abschätzen. Die Vertikalprofile von u und N werden unter Vernachlässigung ihrer Variation in der Grenzschicht durch die konstanten Werte $U = 9 \text{ ms}^{-1}$ und $N = 0.0123 \text{ s}^{-1}$ genähert. Diese Werte entsprechen den Werten in der freien Atmosphäre. Durch die Wahl eines höhenkonstanten U -Profils vereinfacht sich der Scorer-Parameter zu $l_{\text{Sc}}^2 = N^2/U^2$. Mit Hilfe von U und N lässt sich nun die Grenzwellenzahl k_c bestimmen oberhalb derer keine vertikal propagierenden Wellen zu erwarten sind. Im vorliegenden Fall gilt:

$$k_c = l_{\text{Sc}} = \frac{N}{U} = 1.37 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1} \quad (4.23)$$

Vertikale Ausbreitung wird somit für all diejenigen Wellenzahlen k bzw. Wellenlängen λ_x erwartet, für die

$$k < k_c = 1.37 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1} \quad , \text{ bzw. } \quad \lambda_x > \lambda_{xc} = 4586 \text{ m} \quad (4.24)$$

gilt. Wie stark solche Wellenzahlen angeregt werden, darüber entscheidet die Hindernisform. Das pyramidenförmige Hindernis wird in zwei Dimensionen durch eine Dreiecksfunktion approximiert:

$$h(x) = \begin{cases} H(1 - |x|/a) & , \quad |x| < a \\ 0 & , \quad |x| \geq a \end{cases} \quad (4.25)$$

mit $a = L/2$. Die Fourier-Transformation $\hat{h}(k)$ dieser Funktion lässt sich analytisch berechnen. Es gilt:

$$\mathcal{F}(h(x)) = \hat{h}(k) = \frac{Ha \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)}{\sqrt{2\pi} \left(\frac{ka}{2}\right)^2} \quad , \quad \text{mit } Ha = 1 \text{ m}^2 \quad (4.26)$$

Somit lässt sich $\hat{w}(k, z)$ basierend auf (4.22) für alle k berechnen. Abbildung 4.29 zeigt den Realteil von $\hat{w}(k, z)$ für $z = 0 \text{ m}$ als Funktion des Logarithmus der horizontalen Wellenlänge λ_x . Die maximale Anregung durch den Berg erfolgt für $\lambda_x/(2\pi) \approx 200 \text{ m}$. Dies entspricht in etwa der typischen Skala des Berges (definiert als diejenige x -Position für welche $h(x) = 0.5H$ gilt). In diesem Bereich stärkster Anregung gilt $\lambda_x < \lambda_{xc}$, d.h. die Anregung durch die Topographie wird auf abklingende Moden abgebildet. Insgesamt entfällt ein Großteil, jedoch nicht der gesamte Teil der Anregung auf abklingende Moden. Dies resultiert aus der verhältnismäßig geringen horizontalen Skala des Hindernisses. Grau schattiert ist das Spektrum derjenigen Wellenlängen welche vertikal propagieren können. Die Anregung beträgt immerhin noch bis zu 40% der maximalen Anregung. Die hellgraue Schattierung zeigt Bereiche in denen λ_x die horizontale Dimension des Modellgebietes L_x übertrifft. Diese Wellenlängen können im Modell nicht dargestellt werden. Es verbleibt also der Bereich $4500 \text{ m} \lesssim \lambda_x \lesssim 7100 \text{ m}$, welcher in der Simulation als vertikal propagierende stationäre Schwerewellen sichtbar werden wird. Die dominierende horizontale Wellenlänge wird $\lambda_x \approx 4500 \text{ m}$ sein, da diese durch die Topographie die stärkste Anregung erfährt (siehe Abb. 4.29). Auch wenn wir uns im stark nichthydrostatischen Regime befinden, so lässt sich die dominierende vertikale Wellenlänge λ_z in guter Näherung unter Verwendung der hydrostatischen Approximation ($k \ll l$) und Gleichung (4.20) abschätzen. Es folgt: $\lambda_z \approx 2\pi U/N \approx \lambda_{xc} = 4586 \text{ m}$. Die dominierende vertikale Wellenlänge wird demnach in etwa der dominierenden horizontalen Wellenlänge entsprechen (siehe hierzu z.B. Gill, 1982; Smith, 1979).

Da eine nicht vernachlässigbare Anregung auf Wellenzahlen $k < k_c$ entfällt, ist die Verwendung einer Schwammschicht unbedingt erforderlich. Konkret erfolgt der Einbau durch Addition eines Rayleigh-Reibungsterms gemäß Gleichung (2.109) zu den prognostischen Gleichungen für u_i , θ und q_v . Die Leistungsfähigkeit der Schwammschicht wird maßgeblich durch deren Dicke, sowie das Vertikalprofil der künstlichen Dämpfung $\nu(z) = 1/\tau_{\text{Ray}}$ bestimmt ($\nu(z)$ bezeichnet das Inverse der Abklingzeit τ_{Ray}). Die Dämpfung muss stark genug sein, so dass eine Welle (bzw. die durch sie transportierte Wellenenergie) dissipiert wird, bevor sie am Oberrand reflektiert wird und sich in das Modellgebiet zurückbewegt. Die Dämpfung darf jedoch nicht beliebig stark gewählt werden. Steigt ν mit der Höhe zu rasch an, d.h. ändern sich die Eigenschaften des Mediums durch das die Welle propagiert zu schnell, so findet eine signifikante Reflexion innerhalb der Dämpfungsschicht statt. Beispielsweise wirkt

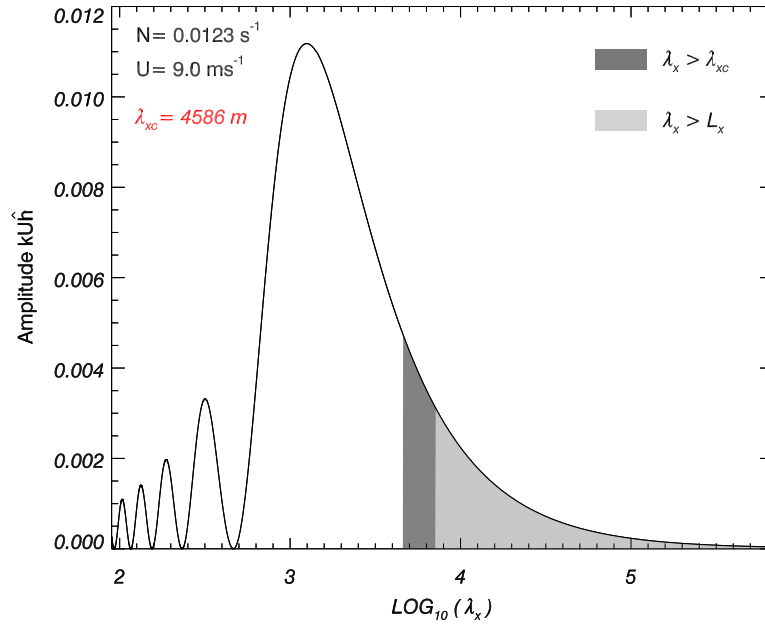


Abbildung 4.29: Realteil der Amplitude der Fourier-transformierten Geschwindigkeitsstörungen $\hat{w}(k, z)$ für $z = 0$ m als Funktion des Logarithmus der horizontalen Wellenlänge λ_x (λ_x in m). Grau hinterlegt sind vertikal propagierende Wellenlängen. Der hellgraue Bereich zeigt diejenigen Wellenlängen, welche aufgrund der begrenzten Ausdehnung des Modellgebiets L_x nicht mehr dargestellt werden können.

ein abrupter, diskontinuierlicher Anstieg von ν wie ein künstlicher nach unten verschobener Modell-Oberrand. Die einzige Möglichkeit eine ausreichende Dämpfung bei gleichzeitig niedrigem Gradienten von ν zu erreichen besteht darin, eine signifikante Vertikalausdehnung der Dämpfungsschicht zuzulassen. Um abrupte Änderungen von ν zu vermeiden, wird folgende von Klemp und Lilly (1978) vorgeschlagene Profilform verwendet:

$$\nu(z) = \nu_{\text{top}} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{z - z_{\text{start}}}{z_{\text{top}} - z_{\text{start}}} \right) \quad (4.27)$$

Hierbei bezeichnen z_{start} und z_{top} die Starthöhe der Dämpfungsschicht bzw. die Höhe des Modellgebietes. Die Anpassung der Schwammschicht erfolgt in Abhängigkeit von der dominierenden vertikalen Wellenlänge λ_z . Hierbei orientieren wir uns an den Empfehlungen von Klemp und Lilly (1978). Um die Reflexionseigenschaften der Dämpfungsschicht zu untersuchen haben Klemp und Lilly (1978) die dimensionslosen Parameter $D = (z_{\text{top}} - z_{\text{start}})/\lambda_z$ und $V = \nu_{\text{top}}/(k_c U)$ eingeführt. D beschreibt das Verhältnis zwischen der Dicke der Dämpfungsschicht und der dominierenden vertikalen Wellenlänge und V ist eine dimensionslose maximale Dämpfung mit $\nu_{\text{top}} = \nu(z_{\text{top}})$. Um signifikante Reflexionen innerhalb der Dämpfungsschicht und am Modelloberrand zu vermeiden sollte $D \geq 1$ und $V \geq 1$ gewählt werden. Zusätzliche Reflexionen können durch eine unzureichende Auflösung der dominierenden vertikalen Wellenlänge λ_z auftreten. Aus diesem Grunde empfehlen Klemp und Lilly (1978) eine Auflösung von mindestens 8 Gitterpunkten pro Wellenlänge ($R = (N_{\text{dmp}}/D) \geq 8$). N_{dmp} bezeichnet die Anzahl der vertikalen Gitterpunkte innerhalb der Dämpfungsschicht. Nach mehreren Tests stellte sich folgende Dämpfungsschicht als geeignet heraus: $D = 1.22$, $V = 1.07$, $R = 28$. Diese findet in den folgenden Simulationen Verwendung.

4.5.2 Simuliertes Strömungsfeld und auftretende Wolkenstrukturen

Abbildung 4.30a zeigt eine Windpfeildarstellung des simulierten zeitlich gemittelten Strömungsfeldes entlang der Symmetrieebene $y = 0$ m, zusammen mit Konturen der zeitlich gemittelten Vertikalgeschwindigkeit $\langle w \rangle$. Die Struktur des Strömungsfeldes ist nahezu identisch zu derjenigen auf der Laborskala (vergleiche mit Abb. 4.16a). Dies war aufgrund sehr ähnlicher Froude-Zahlen (für $z < H$) auch zu erwarten. Geringfügige Unterschiede sind lediglich bezüglich der Struktur des Leewirbels erkennbar. Während die Simulation auf der Laborskala keinen auch nur näherungsweise abgeschlossenen Leewirbel zeigte, ist in dieser Simulation ein wesentlich stärker ausgeprägter Leewirbel zu erkennen. Die beiden Läufe unterscheiden sich abgesehen von der räumlichen Skala insbesondere durch die Dicke der luvseitigen turbulenten Grenzschicht ($\delta_{Bl} \approx 1.8 H$ auf der Laborskala im Vergleich zu $\approx 1 H$ auf der atmosphärischen Skala) und somit durch die Turbulenzintensität auf Gipfelniveau. Die Ergebnisse dieser Simulation sind konsistent mit der in Abschnitt 4.3.2 aufgestellten These, dass die Turbulenzintensität auf Gipfelhöhe einen Einfluss auf die Struktur des zeitlich gemittelten Leewirbels hat. Eine geringere Grenzschichtdicke, bzw. eine geringere Turbulenzintensität im Bereich $z \approx H$ scheint für einen ausgeprägteren Leewirbel förderlich zu sein. Abbildung 4.30b zeigt zusätzlich die zeitlich gemittelte Vertikalverschiebung Δz für einen passiven Tracer Φ entlang der Symmetrieebene $y = 0$ m (vergleiche mit Abb. 4.19 bzw. 4.21 auf der Laborskala). Die Strukturen sind erneut sehr ähnlich. Luftpakete mit der stärksten Vertikalverschiebung relativ zu ihrer Starthöhe am Einströmrand sind erneut im unmittelbaren Lee, knapp unterhalb des Gipfels zu finden. Auch die stärkste Luv-Lee-Asymmetrie findet man erneut in diesem Höhenbereich. Inwieweit die feuchtstabile Schichtung oberhalb des Hindernisses die mittleren Vertikalverschiebungen beeinflusst, wird in Abschnitt 4.5.5 kurz diskutiert.

Abbildung 4.31 zeigt eine Momentaufnahme der für diese Simulation typischen Wolkenstrukturen. Die Wolkenoberfläche wird durch eine Isofläche des spezifischen Wolkenwassergehaltes $q_c = 0.01 \text{ gkg}^{-1}$ visualisiert (spezifischer Regenwassergehalt q_r war vernachlässigbar). Deutlich erkennbar ist eine bannerartige Wolkenstruktur im Lee, bei überwiegend wolkenfreiem Luv. Die kleinerskaligen Strukturen, insbesondere weit stromaufwärts, sind ein Resultat der Grenzschichtturbulenz. Dies gilt auch für einen Teil der Wolkenstrukturen weit stromabwärts des Berges. Aus der Abbildung ist nur bedingt ersichtlich, dass sich viele dieser kleinerskaligen Wolkenstrukturen nicht im Windschatten des Berges, sondern seitlich davon befinden und somit nicht direkt zur Bannerwolke gehören. Die Färbung der Isofläche zeigt, dass signifikantes Aufsteigen (rot) auf den Bereich unmittelbar hinter dem Berg beschränkt ist. Wenige hundert Meter weiter stromabwärts dominieren Absinkbewegungen (blau), die zur Auflösung der Wolke beitragen.

Abbildung 4.32a zeigt den zeitlich gemittelten Wolkenwassergehalt $\langle q_c \rangle$ entlang der Symmetrieebene $y = 0$ m. Auch im zeitlichen Mittel ist deutlich eine bannerartige Wolkenstruktur zu erkennen. Die Wolkenuntergrenze liegt im Lee bei etwa 800 m, was im Einklang mit der Vorhersage auf Basis des HKN-Profiles (Abb. 4.28b) steht. Das schwache $\langle q_c \rangle$ -Signal im Luv signalisiert, dass es sporadisch auch zur Wolkenbildung im Luv gekommen ist. Auch dies steht im Einklang mit Abb. 4.28b. Ein Vertikalprofil von $\langle q_c \rangle$ an der Position $x = 260$ m ist in Abb. 4.32b gezeigt (durchgezogen). Die gestrichelte Linie zeigt zum Vergleich den adiabatischen Wolkenwassergehalt

$$q_{ad}(z) = \int_{z_b}^z \frac{c_{p0}}{L_v} (\Gamma_{\text{dry}} - \Gamma_{\text{moist}}) dz \quad (4.28)$$

als Funktion der Höhe, mit z_b der Höhe der Wolkenbasis. Diese Gleichung lässt sich ausge-

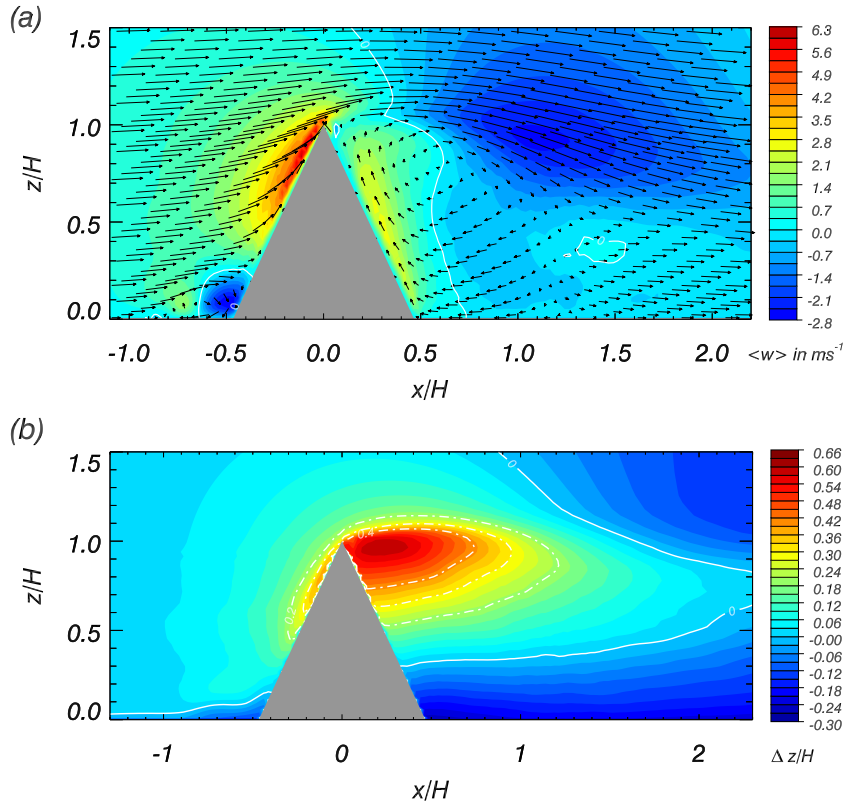


Abbildung 4.30: Simulierte, zeitlich gemittelte Strömung über einen pyramidenförmigen Berg auf atmosphärischer Skala. (a) Geschwindigkeitsvektoren entlang der Symmetrieebene $y/H = 0$. Farbige Konturen zeigen die vertikale Geschwindigkeitskomponente $\langle w \rangle$. Weiße Linien kennzeichnen $\langle w \rangle = 0$. (b) Zeitlich gemittelte und normalisierte Tracer-Vertikalverschiebung $\Delta z/H$ entlang der Symmetrieebene. Die Nulllinie (durchgezogen) und die Niveaus $\Delta z/H = 0.2, 0.3, 0.4$ (punktstrichiert) sind zusätzlich hervorgehoben.

hend von der Definitionsgleichung einer Pseudo-Adiabate herleiten (siehe z.B. Pruppacher und Klett, 1997, S. 492). Den maximalen mittleren Wassergehalt findet man in etwa auf Gipfelniveau. Er beträgt in diesem Lauf $\langle q_{c \max} \rangle \approx 0.23 \text{ gkg}^{-1}$. Für $z < H$ liegt der Wassergehalt nahe am adiabatischen Limit. Demnach ist die Einmischung trockener Umgebungsluft unterhalb des Gipfelniveaus eher gering. Für $z > H$ nimmt der Wolkenwassergehalt mit der Höhe ab und zeigt damit eine starke Abweichung vom adiabatischen Limit. In diesem Bereich wird verstärkt untersättigte, das Hindernis überströmende Luft aus dem Luv eingemischt. Die Nähe zum adiabatischen Limit für $z < H$ lässt den Schluss zu, dass $\langle q_{c \max} \rangle$ in erster Linie durch die Höhendifferenz zwischen Gipfelniveau H und Wolkenuntergrenze z_b bestimmt wird. Bei Verdoppelung der Differenz $H - z_b$ ist gemäß des adiabatischen Limits in etwa eine Verdoppelung des maximalen Wolkenwassergehalts zu erwarten. Dieser einfache Zusammenhang gilt, solange man wie im vorliegenden Fall eine feuchtstabile Schichtung der Atmosphäre oberhalb des Hindernisses fordert. Wie später noch erläutert wird, hat dies Konsequenzen hinsichtlich der maximalen Stärke der Rückkopplung thermodynamischer Prozesse auf die Dynamik.

Neben der Tatsache, dass das Modell die Luv-Lee Asymmetrie der Wolke korrekt simuliert, stimmt auch deren mittlere Form und Dichtestruktur gut mit der Realität überein. So kann beispielsweise die typische Kegelform mit abnehmender Vertikalausdehnung stromabwärts reproduziert werden (Abb. 4.32a). Zur Untersuchung der Dichtestruktur wurde ein $2D$ -Feld

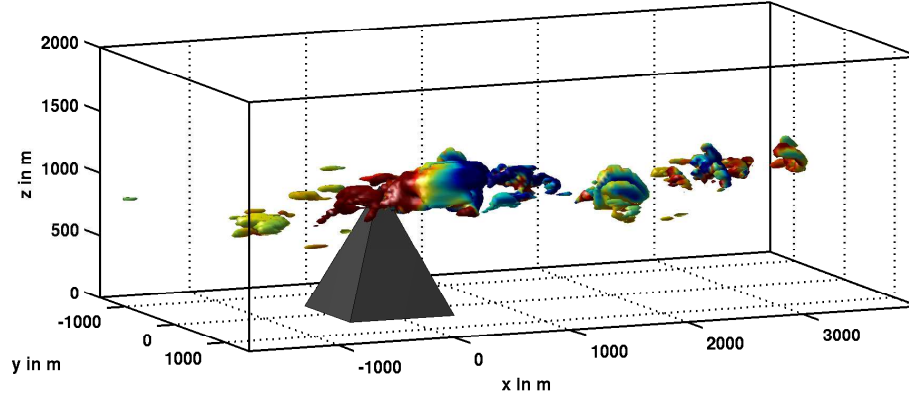


Abbildung 4.31: Momentaufnahme einer simulierten bannerartigen Wolkenstruktur auf atmosphärischer Skala. Die Wolkenoberfläche wird durch eine Isofläche des spezifischen Wolkenwassergehaltes $q_c = 0.01 \text{ g kg}^{-1}$ visualisiert. Farben zeigen die momentane Struktur der Geschwindigkeitskomponente w . Rot signalisiert Aufsteigen, blau signalisiert Absinken.

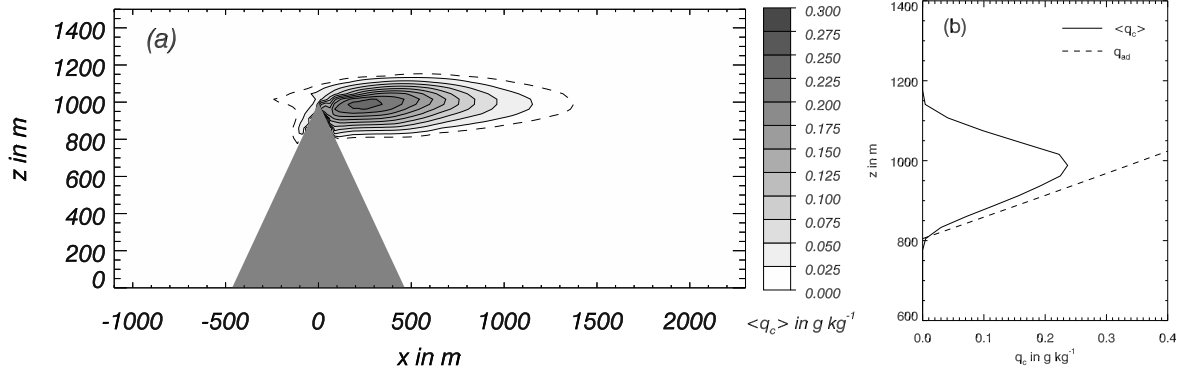


Abbildung 4.32: (a) Konturdarstellung des zeitlich gemittelten Wolkenwassergehaltes $\langle q_c \rangle$ entlang der Symmetrieebene $y = 0 \text{ m}$. Die gestrichelte Linie zeigt die Kontur $\langle q_c \rangle = 0.01 \text{ g kg}^{-1}$. (b) Vergleich des Vertikalprofils von $\langle q_c \rangle$ für $(x, y) = (260 \text{ m}, 0 \text{ m})$ mit dem adiabatischen Limit q_{ad} .

der mittleren optischen Dicke $\langle \tau_{\text{opt}} \rangle$ bestimmt (Abb. 4.33). Die optische Dicke ist definiert als

$$\tau_{\text{opt}} = \frac{3}{2\rho_w} \int_{z_b}^{z_t} \frac{\rho_0 q_l}{r_e} dz, \quad (4.29)$$

mit z_b , z_t dem Ober- und Unterrand der Wolke, $q_l = q_c + q_r$ und r_e dem effektiven Radius der Tropfengrößenverteilung (Petty, 2004, S. 195). Die optische Dicke ist ein Maß für die Abschwächung sichtbarer Strahlung (aufgrund von Streuung) beim Durchgang durch ein Medium. Der effektive Radius r_e ist definiert als der Quotient aus dem dritten und zweiten Moment der zugrundeliegenden Tropfengrößenverteilung ($M_c^{k=3}/M_c^{k=2}$). Da ein 2-Momente-Schema verwendet wurde, lässt sich r_e und damit τ_{opt} direkt berechnen. Abbildung 4.33 zeigt, dass die simulierte Wolke nahe am Hindernis und entlang der Symmetrieebene am optisch dichtesten ist. Die optische Dicke nimmt zu den Seiten hin und stromabwärts ab. Ein analoges Ergebnis, mit Abnahme zum oberen und unteren Rand hin, erhält man bei Berechnung von $\langle \tau_{\text{opt}} \rangle$ in der Horizontalen. Diese Dichtestruktur hat starke Ähnlichkeit mit dem optischen Eindruck, welchen man bei der Betrachtung realer Bannerwolken gewinnt (siehe z.B. Abb. 1.1a).

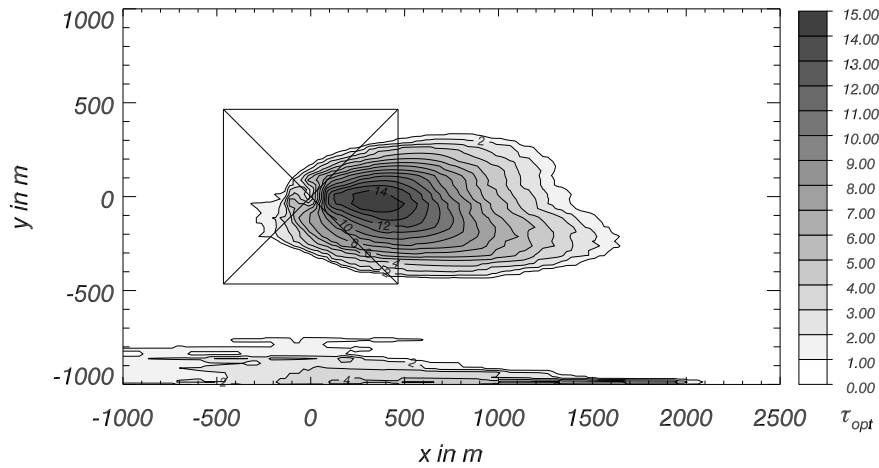


Abbildung 4.33: Optische Dicke $\langle \tau_{\text{opt}} \rangle$ der simulierten Bannerwolke im zeitlichen Mittel. Die Asymmetrie resultiert aus der residualen Asymmetrie im Einströmdatensatz.

Zusammenfassend lässt sich aus den gezeigten Abbildungen folgern, dass die Bannerwolke in dieser Simulation ein statistisch stationäres Phänomen darstellt und nicht nur auf kurze Zeitepisoden beschränkt ist. Die Unterschiede zwischen der Momentaufnahme und dem zeitlichen Mittel verdeutlichen die starke Intermittenz und damit den stark turbulenten Charakter der Wolke. Die Simulation ihrer Intermittenz, ihrer zeitlichen Entwicklung und ihrer turbulenten Strukturen wäre bei Verwendung der RANS-Technik nicht möglich gewesen. Insgesamt lässt sich eine starke Ähnlichkeit zwischen der simulierten Wolke und einer realen Bannerwolke feststellen. Dies legt nahe, dass diese Simulation den dominierenden Prozess der Bannerwolkenentstehung beinhaltet. Da unterschiedliche Luftmassen, asymmetrisch verteilte Feuchtequellen und Strahlungseffekte nicht berücksichtigt wurden, muss diese Wolke das Resultat einer rein dynamisch induzierten, asymmetrischen Hebung sein. Dies steht im Einklang mit den simulierten Tracer-Verteilungen auf Laborskala und kann als endgültige Verifikation der Leerrotor-Theorie angesehen werden.

Variation des HKN-Profiles

Durch Verwendung verschiedener Einströmdatensätze mit unterschiedlichen HKN-Profilen lässt sich überprüfen, ob die in Abschnitt 4.4 postulierten Voraussetzungen zur Bildung einer Bannerwolke in der Tat notwendig und hinreichend sind. Im Folgenden werden die HKN-Profile in dem durch die Hindernis-Kennlinien vorgegebenen Rahmen variiert. Dabei wird gefordert, dass das Vertikalprofil von θ_{v0} unverändert bleibt. Dies gewährleistet im Mittel eine neutrale Schichtung der Grenzschicht und nahezu unveränderte Eigenschaften der entstehenden Schwerewellen. Das Ziel ist die Überprüfung der Vorhersagen, welche anhand von Abbildungen der Form 4.28b getroffen werden können.

Abbildung 4.34 zeigt Resultate für zwei alternative Einströmdatensätze. Das linke Bild zeigt jeweils das verwendete HKN-Profil relativ zu den Hindernis-Kennlinien. Das jeweils rechte Bild zeigt den simulierten, zeitlich gemittelten Wolkenwassergehalt entlang der Symmetrieebene $y = 0$ m. Im ersten Fall wurde der Abstand des HKN-Profiles zur luvseitigen Kennlinie verringert (Abb. 4.34a). Das mittlere HKN-Profil schneidet die luvseitige Kennlinie zwar nicht, allerdings liegt nun ein signifikanter Teil des $HKN \pm \sigma_{\text{HKN}}$ Bereichs links der luvseitigen Kennlinie. Aus Abb. 4.34a lässt sich demnach folgern, dass der mittlere Wolkenwassergehalt im Luv relativ zum Referenzlauf zunehmen sollte. Außerdem sollte sich der mitt-

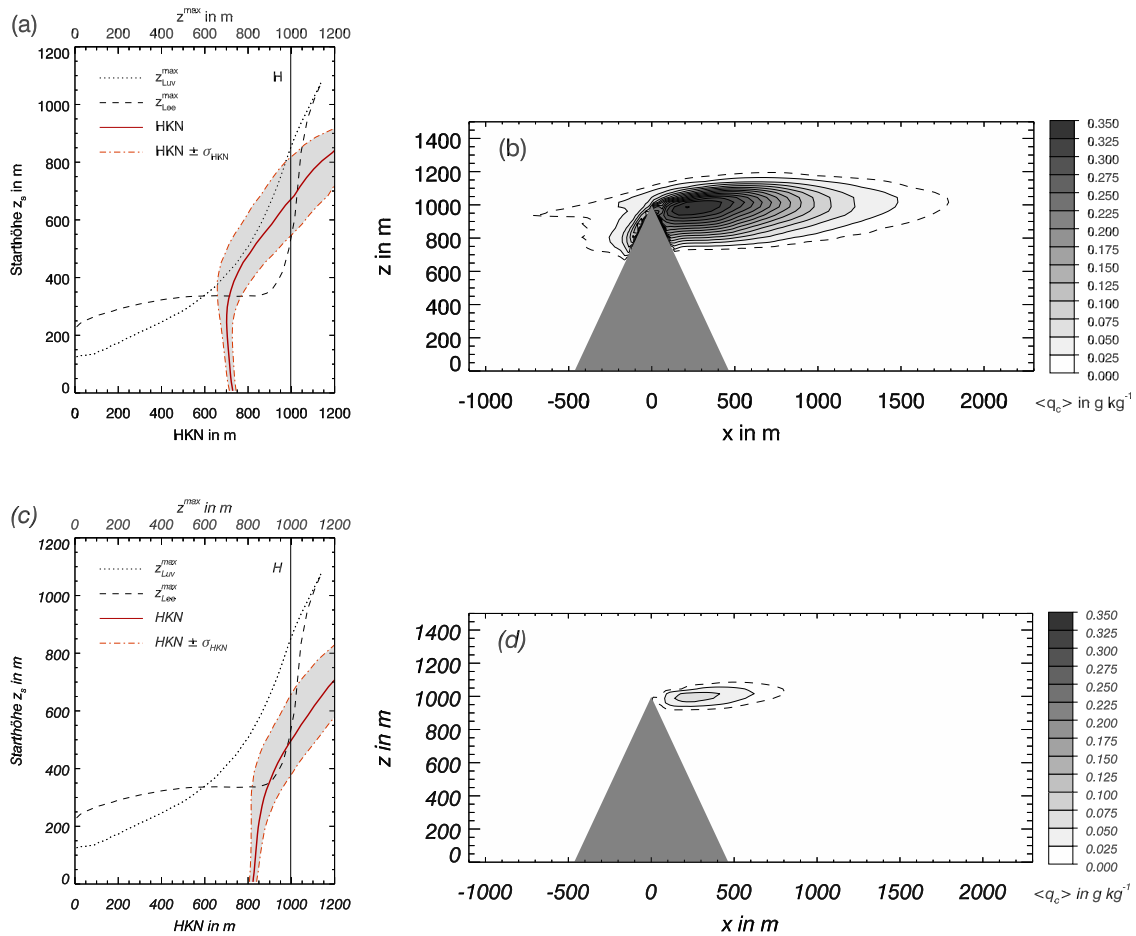


Abbildung 4.34: Links: Im Vergleich zur Referenzsimulation modifizierte HKN-Profil. Rechts: Resultierender mittlerer Wolkenwassergehalt $\langle q_c \rangle$ entlang der Symmetrieebene $y = 0\ m$. Die gestrichelte Linie zeigt $\langle q_c \rangle = 0.01\ g\ kg^{-1}$.

lere Wassergehalt im Lee erhöhen, da die Wolkenuntergrenze nun bei $z_b \approx 760\ m$ vorhergesagt wird. Betrachtet man Abb. 4.34b, so erkennt man in der Tat eine Verstärkung des q_c -Signals im Luv und eine Erhöhung des maximalen Wassergehaltes im Lee. Ein entgegengesetztes Verhalten erwartet man bei Verschiebung des HKN-Profiles zur leeseitigen Kennlinie hin (Abb. 4.34c). Die Vorhersage wird durch Abb. 4.34d bestätigt. Das q_c -Signal verschwindet im Luv gänzlich und der maximale Wolkenwassergehalt im Lee nimmt ab. Es ist zu beachten, dass den starken Unterschieden in der räumlichen Ausdehnung und dem Wassergehalt der Wolke nur äußerst geringe Unterschiede in den Einstromdatensätzen zugrundeliegen. Betrachtet man sich die raumzeitlich gemittelten q_v - und θ -Profile der Einstromdatensätze, so unterscheiden diese sich in der Grenzschicht nur um maximal $\Delta q_v = 0.56\ g\ kg^{-1}$ und $\Delta \theta = 0.11\ K$. Dies macht noch einmal deutlich, in welchem engen Fenster die atmosphärischen Bedingungen liegen müssen, damit es zur Bildung einer Bannerwolke kommen kann.

Diese Sensitivitätsstudie zeigt, dass das HKN-Vertikalprofil sowie die Profile maximaler Vertikalverschiebung in Luv und Lee geeignete Größen darstellen, um die Möglichkeit der Bannerwolkenbildung bei dreidimensionalen Hindernissen abzuschätzen. Das mittlere Verhalten einer Bannerwolke lässt sich mit den Kriterien aus Abschnitt 4.4 und der zusätzlichen Forderung einer feuchtstabilen Schichtung für $z \gtrsim H$ vollständig beschreiben. Da wir es mit einer turbulenten Strömung zu tun haben, erfolgt der Übergang zwischen einem wolkenfrei-

en Luv/Lee und einem bewölkten Luv/Lee nicht abrupt sondern kontinuierlich. Dies ändert jedoch nichts an der Gültigkeit der postulierten Kriterien. Würde man die Kennlinien real existierender Berge für unterschiedliche Froude-Zahlen kennen, so ließe sich mit Abbildungen der Form 4.34a,c die Entstehung von Bannerwolken vorhersagen.

4.5.3 Vergleich mit Messungen am Zugspitzgrat

Sowohl die Messungen von Kuettner (2000) als auch unsere Messungen an der Zugspitze haben gezeigt, dass sich Bannerwolken häufig durch erhöhte Werte von T , q_v und damit θ_e in der leeseitigen (gesättigten) Luftmasse auszeichnen. In Abschnitt 4.2 wurden zwar verschiedene Erklärungsmöglichkeiten gegeben, bislang ist jedoch unklar welcher Prozess primär verantwortlich ist. An dieser Stelle wird untersucht, inwieweit die modellierte Bannerwolke qualitativ ähnliche Eigenschaften aufweist. Aufgrund des idealisierten Modellaufbaus lassen sich gegebenenfalls die verantwortlichen Prozesse einfacher isolieren. Aus dem Referenzlauf wurden in Luv und Lee Zeitreihen von θ_e , T und $q_{tot} = q_v + q_c$ extrahiert. Die Wahl der Gitterpunkte orientierte sich an den Messpositionen an der Zugspitze, d.h. die Zeitreihen wurden knapp unter Gipfelniveau unmittelbar am Hindernis aufgenommen. Abbildung 4.35 zeigt die extrahierten θ_e -Zeitreihen für ein Zeitintervall von 150 Minuten. Im Einklang mit den Beobachtungen liefert das Modell erhöhte Werte von θ_e im Lee. Die Zeitreihen aus Abb. 4.36a,b zeigen, dass diese erhöhten θ_e -Werte auf erhöhte Werte von T und q_{tot} im Lee zurückzuführen sind. Auch dies steht im Einklang mit den Beobachtungen an der Zugspitze.

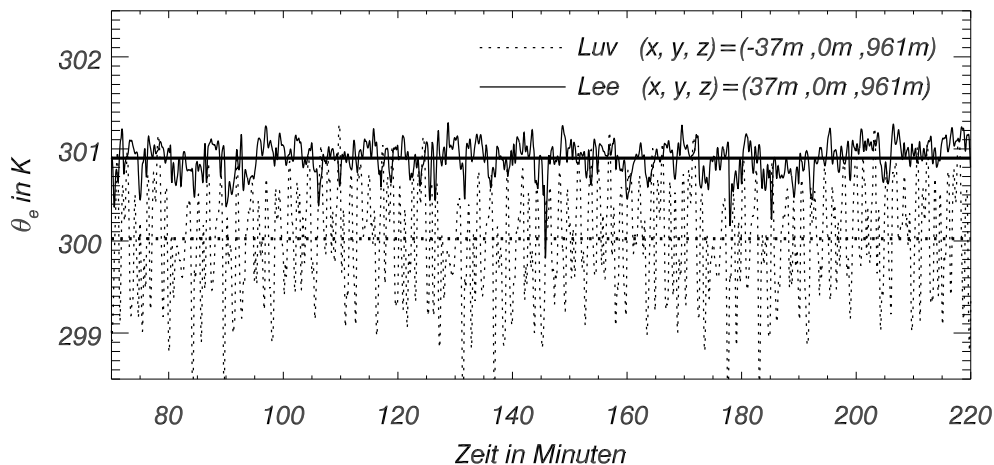


Abbildung 4.35: Zeitreihen der äquivalentpotentiellen Temperatur θ_e auf Gipfelniveau in Luv ($\cdots\cdots$) und Lee (—) für die Referenzsimulation. Exakte Positionen sind im Bild vermerkt. Die Geraden zeigen den Mittelwert, berechnet über den Gesamt-Mittelungszeitraum des Hauptlaufes (255 Minuten).

Dieses Verhalten lässt sich unter Berücksichtigung der verwendeten Einströmprofile (Abb. 4.27) recht einfach erklären. Wie schon die Ergebnisse auf der Laborskala gezeigt haben, stammen Luftpakete welche die Bergspitze im Lee erreichen im Mittel aus tieferen Schichten als Luftpakete welche die Bergspitze im Luv erreichen. Da das vorgegebene mittlere q_v -Profil eine Abnahme mit der Höhe zeigt, werden im Lee auf Gipfelniveau etwas höhere q_v bzw. q_{tot} Werte beobachtet als im Luv. Gleiches gilt für das θ_e -Profil und die beobachteten θ_e -Werte. Die erhöhten T -Werte im Lee lassen sich über diesen Mechanismus nicht erklären. Da ein näherungsweise trockenadiabatischer Temperaturgradient, bzw. eine nur geringfügige

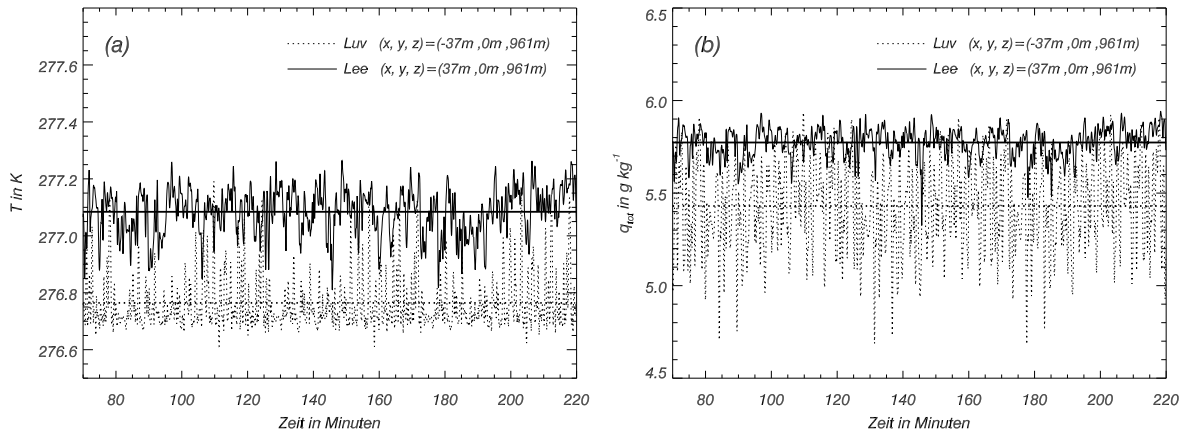


Abbildung 4.36: Zeitreihe (a) der Temperatur T und (b) des Gesamtwassergehaltes q_{tot} in Luv (\cdots) und Lee (—) auf Gipfelniveau für die Referenzsimulation. Exakte Positionen sind im Bild vermerkt. Die Geraden zeigen den Mittelwert, berechnet über den Gesamt-Mittelungszeitraum des Hauptlaufes (255 Minuten).

Zunahme von θ mit der Höhe vorgegeben wurde (Abb. 4.28a), können unterschiedlich große Vertikalverschiebungen nicht zu nennenswerten Unterschieden in der Temperatur zwischen Luv und Lee führen. Im Falle einer etwas stabileren Schichtung würde man aufgrund dieses Mechanismus sogar etwas niedrigere Werte der Temperatur im unmittelbaren Lee erwarten. Die erhöhten T -Werte im Lee resultieren in dieser Simulation aus der Freisetzung latenter Wärme. Präziser ausgedrückt – Luftpakete, welche im Lee die Bergspitze erreichen bewegen sich über einen größeren Höhenbereich entlang einer Feuchtadiabaten, als Luftpakete im Luv. Die Temperaturunterschiede zwischen Luv und Lee sollten demnach näherungsweise proportional zur Höhendifferenz zwischen Wolkenbasis z_b und Gipfelniveau H sein.

Die Luv-Lee Unterschiede in q_v und θ_e entstehen im Modell also durch unterschiedlich starke, dynamisch induzierte Vertikalverschiebungen in einer Atmosphäre mit Vertikalgradienten in q_v und θ_e . Diese Erklärung passt prinzipiell auch auf die Beobachtungen an der Zugspitze. So lässt sich beispielsweise an den leeseitig gemessenen q_v und θ_e -Profilen des 11.10.2005 (Abb. 4.26a) ablesen, dass ein signifikanter Vertikaltransport zu einer Erhöhung der θ_e und q_v -Werte im unmittelbaren Lee des Grates führen sollte. In welchem Maße die quasi-Zweidimensionalität der Zugspitze dazu führt, dass die leeseitige Feuchte nicht aus dem Luv stammt, sondern aus leeseitiger bodennaher Verdunstung resultiert, lässt sich an dieser Stelle nicht quantifizieren.

Betrachtet man sich die Varianz der simulierten θ_e und q_{tot} Zeitreihen, so erkennt man bereits mit bloßem Auge, dass die Varianz im Lee signifikant geringer ist als im Luv. Ein ganz ähnliches Verhalten wurde bereits auf Laborskala für einen passiven Tracer beobachtet (Abb. 4.20). Diese Unterschiede in der Varianz haben einen Einfluss auf das zeitliche Verhalten der beobachteten Wolke in Luv und Lee. Die geringe Varianz im Lee trägt zu einer relativ geringen Intermittenz der Bannerwolke hinsichtlich ihres Unterrandes bei. Die starke Varianz im Luv sorgt dafür, dass es vereinzelt zur Wolkenbildung unmittelbar vor dem Gipfel kommen kann. Diese Wolke weist jedoch einen stark intermittenten Charakter auf und kann nicht über längere Zeiträume existieren. Es sei noch erwähnt, dass die insbesondere im Luv sichtbare Periodizität der Zeitreihen auf die zyklische Verwendung des Einströmdatensatzes zurückzuführen ist.

4.5.4 Wechselwirkung zwischen Dynamik und Thermodynamik

In diesem Abschnitt soll der Einfluss der Feuchtephysik auf die Dynamik einer Bannerwolke untersucht werden. Um eine obere Abschätzung der Bedeutung thermodynamischer Prozesse zu erlangen, wurde die Untersuchung für eine Bannerwolke maximaler Intensität durchgeführt. Wir definieren die *Bannerwolke maximaler Intensität* basierend auf dem verwendeten Hindernis und den zugrundeliegenden Annahmen (siehe Beginn von Abschnitt 4.5) wie folgt: Die Bannerwolke maximaler Intensität ist gefunden, wenn jegliche Modifikation der Einströmprofile mit dem Ziel einer weiteren Erhöhung des leeseitigen Flüssigwassergehaltes $\langle q_l \rangle$ dazu führt, dass im zeitlichen Mittel auch im Luv übersättigte Regionen ($\langle s \rangle > 0$) auftreten. Die Bannerwolke maximaler Intensität besitzt demnach den im zeitlichen Mittel maximal möglichen Flüssigwassergehalt unter der Voraussetzung eines im Mittel untersättigten Luvs. Ausgehend vom Referenzlauf wurde diese Bannerwolke durch sukzessive Anpassung der Einströmprofile $q_{v0}(z)$ und $\theta_0(z)$ gefunden. Man beachte, dass die Bannerwolke aus Abb. 4.32a zwar ein geringes q_l -Signal im Luv aufweist, diese Region jedoch im Mittel untersättigt ist (nicht gezeigt). Diejenige Wolke, welche wir im Folgenden als die Bannerwolke maximaler Intensität bezeichnen ist in Abb. 4.34b zu sehen. Der maximale Flüssigwassergehalt beträgt $\langle q_{l\max} \rangle = 0.35 \text{ gkg}^{-1}$ im Vergleich zu $\langle q_{l\max} \rangle = 0.23 \text{ gkg}^{-1}$ für den Referenzlauf aus Abb. 4.32a. Der Versuch eine Wolke mit einem höheren Flüssigwassergehalt als $\langle q_{l\max} \rangle = 0.35 \text{ gkg}^{-1}$ zu erzeugen, führte zum Auftreten übersättigter Bereiche ($\langle s \rangle > 0$) im Luv.

Auf Basis der Grundgleichungen betrachtet, ist für die Rückkopplung der Thermodynamik auf die Dynamik der Auftriebsterm B (Gleichung (2.12)) verantwortlich. Änderungen in B sind durch lokale Änderungen der potentiellen Temperatur θ , der spezifischen Feuchte q_v und des Flüssigwassergehaltes q_l möglich. Das Hauptaugenmerk wird auf lokalen Änderungen von θ und somit dem Einfluss der umgesetzten latenten Wärme liegen. Eine einfache Abschätzung auf Basis des simulierten mittleren Wolkenwassergehaltes ergibt, dass aufgrund von Kondensations- und Evaporationsprozessen mit lokalen Temperaturänderungen in der Größenordnung von $\mathcal{O}(1 \text{ K})$ zu rechnen ist. Die Hypothese, dass thermodynamische Prozesse den Strömungsverlauf in einer Bannerwolke beeinflussen können ist damit zumindest plausibel. Andere Feuchteeffekte, wie die Modifikation des Auftriebs durch q_v oder q_l sind deutlich schwächer und werden bei dieser Untersuchung vernachlässigt. Die Simulation der Bannerwolke maximaler Intensität (siehe Abb. 4.34a,b) wurde wiederholt, wobei sämtliche Quellterme in der prognostischen θ -Gleichung (2.60) (Index *con/eva* und *nuc*) ausgeschaltet wurden. Dadurch wird eine Änderung von B aufgrund von Kondensations/Evaporationsprozessen verhindert. Die Entstehung der Wolke ist nach wie vor möglich, allerdings ist die Rückkopplung von Temperaturänderungen aufgrund umgesetzter latenter Wärme auf den Vertikalimpuls (über den Auftriebsterm B) untersagt¹⁰. Im Folgenden wird der Lauf ohne Rückkopplung als *trockener Lauf*, der Lauf mit voller Kopplung als *feuchter Lauf* bezeichnet. Beide Läufe werden miteinander verglichen, um so den Einfluss der Feuchtephysik herauszuarbeiten.

Als erstes soll untersucht werden, inwiefern die Freisetzung latenter Wärme den aufsteigenden Ast des Leewirbels intensiviert und ob dies zu einer Verstärkung der Bannerwolke führen kann. Abbildung 4.37 vergleicht den feuchten und trockenen Lauf hinsichtlich des zeitlich gemittelten w -Geschwindigkeitsfeldes entlang der Symmetrieebene $y = 0 \text{ m}$. Gezeigt sind Konturen von $\langle \Delta w \rangle = \langle w_{\text{feucht}} \rangle - \langle w_{\text{trocken}} \rangle$, der Differenz zwischen dem feuchten und trockenen Lauf. Im Hintergrund ist zur besseren Orientierung das $\langle w \rangle$ -Feld des trockenen Laufes gezeigt. Die weißen Linien zeigen $w = 0 \text{ ms}^{-1}$ für den trockenen (durchgezogen) und feuchten (gestrichelt) Lauf. Während die Nulllinien Hinweise auf strukturelle Unterschiede

¹⁰mit Ausnahme des geringen Einflusses von q_v und q_l auf den Auftriebsterm.

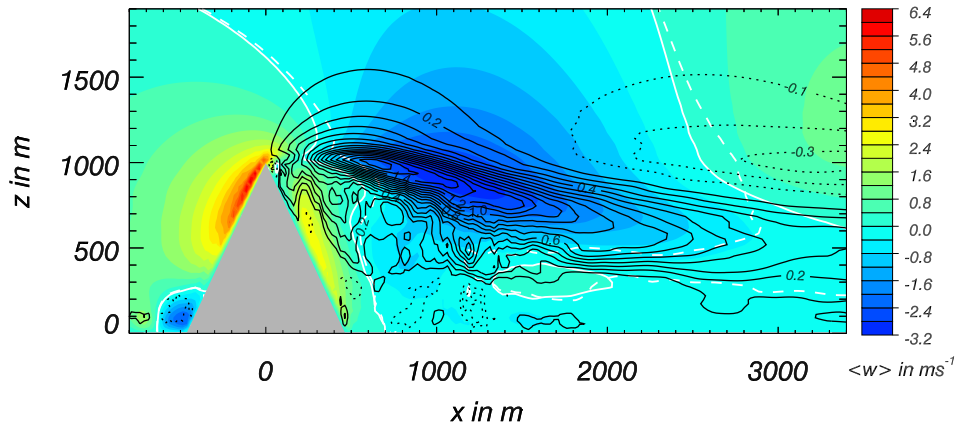


Abbildung 4.37: Differenz zwischen dem zeitlich gemittelten w -Geschwindigkeitsfeld des feuchten und trockenen Laufes entlang $y = 0$ m, dargestellt durch Konturlinien von $\langle \Delta w \rangle = \langle w_{\text{feucht}} \rangle - \langle w_{\text{trocken}} \rangle$. Kontur-Intervall: 0.1 ms^{-1} . Durchgezogene Linien zeigen $\langle \Delta w \rangle > 0$. Die Nulllinie wird nicht gezeigt. Die weißen Linien trennen Auf- und Abwindregionen für den trockenen (durchgezogen) und feuchten (gestrichelt) Lauf. Im Hintergrund ist das $\langle w \rangle$ -Feld des trockenen Laufes gezeigt.

hinsichtlich der Position und Form der Auf- und Abwindregionen liefern, verdeutlichen die $\langle \Delta w \rangle$ -Konturlinien die absolute Stärke der Differenzen.

Die strukturellen Unterschiede zwischen den beiden Läufen sind relativ klein. Im Falle des feuchten Laufes ist die Aufwindregion im unmittelbaren Lee etwas breiter ($\approx 100 - 150 \text{ m}$ für $z \geq 500 \text{ m}$). Zugleich verschiebt sich das Ende der großskaligen Abwindregion im Höhenbereich $800 \text{ m} < z < 1500 \text{ m}$ um bis zu 200 m weiter stromabwärts. Die unterschiedliche Struktur der Aufwindregion knapp hinter dem Wiederanlegepunkt (bei $1500 \text{ m} \lesssim x \lesssim 2500 \text{ m}$) ist nicht signifikant, da die Stärke dieser Aufwindregion in beiden Fällen vernachlässigbar ist. Deutlichere Unterschiede sind hinsichtlich der absoluten Stärke der Auf- und Abwindregionen erkennbar. Die Abwindregion ist im feuchten Lauf merklich abgeschwächt. Dies wird durch die positiven $\langle \Delta w \rangle$ -Werte innerhalb der für den trockenen Lauf eingezeichneten Abwindregion signalisiert. Die Abschwächung ist eine unmittelbare Konsequenz der Freisetzung latenter Wärme während der Kondensation. Die latente Heizung wirkt den dynamisch induzierten Abwinden in dieser Region entgegen. Der Effekt der Evaporation wird weiter stromabwärts (ab $x \gtrsim 2000 \text{ m}$ auf dem Niveau $z \approx H$) sichtbar. Die Verdunstungskälte führt im feuchten Lauf zu einer leichten Verstärkung der Abwindregion und einer Abschwächung der weiter stromabwärts folgenden Aufwindregion. Beides wird durch die negativen $\langle \Delta w \rangle$ -Werte signalisiert. Im Unterschied zur Abwindregion zeigt die Freisetzung latenter Wärme nur einen geringen Einfluss auf die Stärke der Aufwindregion direkt am Hindernis. Eine moderate Verstärkung ist lediglich im oberen Bereich ($z \gtrsim 700 \text{ m}$), innerhalb der Wolke erkennbar. Der restliche Teil des aufsteigenden Astes bleibt weitestgehend unbeeinflusst. Daraus lässt sich folgern, dass die Verstärkung im oberen Bereich nicht durch vertikales Ansaugen tiefer gelegener Luftschichten kompensiert wird, sondern durch verstärkte horizontale Konvergenz. Die beobachtete Verstärkung des aufsteigenden Astes ist wohl zu gering, als dass die latente Heizung ein wirksamer Prozess sein könnte um Bannerwolken auch in Situationen aufrecht zu erhalten, in denen der dynamische Antrieb abnimmt oder zusammenbricht. Insgesamt ist ein wesentlich stärkerer Einfluss auf den absteigenden als auf den aufsteigenden Ast der Sekundärzirkulation zu erkennen. Dies spiegelt sich auch in der Änderung der maximalen positiven und negativen Vertikalgeschwindigkeiten wieder. Relativ zum trockenen Lauf hat sich im feuchten Lauf das Maximum der Vertikalgeschwindigkeit im aufsteigenden Ast nur

unwesentlich erhöht. Die maximale Vertikalgeschwindigkeit im absteigenden Ast hat hingegen um gut 30 % abgenommen.

Theoretische Überlegungen legen folgende Vermutung nahe: Selbst wenn die latente Heizung halle eine Bannerwolke aufrecht zu erhalten (durch den gerade beschriebenen Prozess), so würde eine signifikante Verstärkung des aufsteigenden Astes dennoch nicht zu einer Intensivierung der Bannerwolke hinsichtlich ihres Flüssigwassergehaltes oder ihrer optischen Dicke führen. Da die Wolkenobergrenze mehr oder weniger durch den Beginn der vorgegebenen (und beobachteten) feuchtstabilen freien Atmosphäre festgelegt ist, würde eine Verstärkung des aufsteigenden Astes höchstens zu einer Erhöhung des horizontalen Massenflusses durch die Wolke führen. Die Trajektorien der Luftpakete sowie das HKN blieben weitestgehend unbeeinflusst. Der Flüssigwassergehalt wäre somit in guter Näherung unabhängig von der Stärke des Massenflusses durch die Wolke (ausreichend viele Nukleationskerne vorausgesetzt). Darüber hinaus hat der trockene Lauf gezeigt, dass in diesem speziellen Fall einer nicht konvektiven Wolke die latente Heizung den Flüssigwassergehalt sogar negativ beeinflusst. Im trockenen Lauf war der maximale Flüssigwassergehalt fast doppelt so hoch als im feuchten Lauf (nicht gezeigt). Die Ursache hierfür ist, dass die latente Heizung im feuchten Lauf die Übersättigung reduziert, ohne jedoch starke Vertikalbewegungen und zugehörige Kühlung hervorrufen zu können.

Ein zweiter wichtiger Punkt ist die Frage, ob die Feuchtephysik, abgesehen von der mittleren Strömung, einen signifikanten Einfluss auf die Turbulenzintensität innerhalb der Wolke und das Lee als ganzes hat. Für diese Untersuchung eignet sich die verwendete LES-Technik im Besonderen. Abbildung 4.38a zeigt Vertikalprofile der zeitlich gemittelten Brunt-Väisälä Frequenz

$$N^2 = \frac{g}{\theta_v} \frac{d\theta_v}{dz} \quad (4.30)$$

für $y = 0$ m im Lee des Berges, mit der virtuellen potentiellen Temperatur

$$\theta_v = \theta (1 + 0.61 q_v - q_l) . \quad (4.31)$$

Die Profile wurden horizontal über den Bereich $237 \text{ m} < x < 687 \text{ m}$ gemittelt. Die durchgezogene und gepunktete Linie zeigen jeweils N^2 für den feuchten und trockenen Lauf. Die graue Schattierung markiert die mittlere Erstreckung der Bannerwolke ($\langle q_l \rangle > 0.02 \text{ gkg}^{-1}$). Zusätzlich eingetragen ist die effektive- oder auch Satigungs-Brunt-Väisälä Frequenz (Durran und Klemp, 1982)

$$N_m^2 = g \left[\frac{1 + (L_v q_v^s / (R_d T))}{1 + (\epsilon L_v^2 q_v^s / (c_{p0} R_d T^2))} \times \left(\frac{d \ln \theta}{dz} + \frac{L_v}{c_{p0} T} \frac{dq_v^s}{dz} \right) - \frac{dq_{tot}}{dz} \right] \quad (4.32)$$

für den feuchten Lauf (gestrichelt), mit $q_{tot} = q_v + q_l$ und der Satigungs-spezifischen Feuchte q_v^s . N_m^2 berücksichtigt die Umsetzung latenter Wärme und ist der entscheidende Stabilitätsparameter in gesättigten Regionen bzw. für gesättigte Luftpakete. Zunächst einmal soll der Einfluss der Feuchtephysik auf N^2 betrachtet werden. Es zeigt sich, dass die Feuchtephysik in diesem Lauf die lokale Schichtung der Atmosphäre signifikant beeinflusst. Für den feuchten Lauf zeigt das N^2 -Profil eine dipolartige Struktur mit positiven Werten für $700 \text{ m} < z < 1000 \text{ m}$ und negativen Werten oberhalb der Bergspitze für $1000 \text{ m} < z < 1140 \text{ m}$. Im Vergleich zum trockenen Lauf (gepunktet) wurde die Atmosphäre im unteren Bereich der Wolke stabilisiert, im oberen Bereich hingegen destabilisiert. Die stärkste Ausprägung zeigt der N^2 -Dipol im unmittelbaren Lee (nicht gezeigt). Die Position des Maximums stimmt in etwa mit der Position des maximalen Wolkenwassergehaltes überein (siehe Abb. 4.34b). Weiter

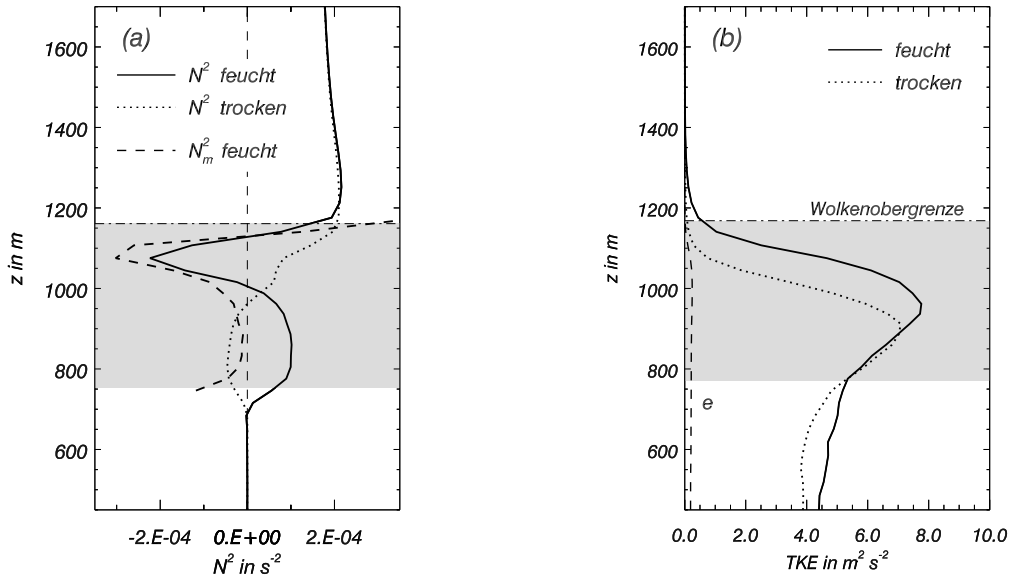


Abbildung 4.38: (a) Raumzeitlich gemittelte Vertikalprofile der Brunt-Väisälä Frequenz N^2 im Lee für den trockenen ($\cdots\cdots$) und feuchten (—) Lauf. Räumliche Mittelung über den Bereich $237 \text{ m} < x < 687 \text{ m}$ für $y = 0 \text{ m}$. Die gestrichelte Linie zeigt für den feuchten Lauf zusätzlich N_m^2 , die effektive Brunt-Väisälä Frequenz für übersättigte Bereiche. (b) Raumzeitlich gemittelte Vertikalprofile der aufgelösten TKE für den trockenen ($\cdots\cdots$) und feuchten (—) Lauf. Gestrichelte Linie zeigt a posteriori Abschätzung der FS-TKE \bar{e}' gemäß Gleichung (2.45). Räumliche Mittelung über $487 \text{ m} < x < 937 \text{ m}$ für $y = 0 \text{ m}$. Graue Schattierung zeigt mittlere vertikale Erstreckung der Wolke für den feuchten Lauf ($\langle q_l \rangle > 0.02 \text{ gkg}^{-1}$).

stromabwärts nimmt die Stärke des Dipols kontinuierlich ab, da die θ_v -Anomalie aufgrund der Wolkentropfen- evaporation abnimmt. Die für den trockenen Lauf beobachtbare negative N^2 -Anomalie resultiert aus der erlaubten Kondensation. Das Wolken- schema transferiert Wasser von der Klasse des Wasserdampfes (q_v) in die Klasse des Wolkenwassers (q_c), was zu einer Abnahme von θ_v (nicht θ) und damit einer negativen N^2 -Anomalie führt (siehe Gleichung 4.30 und 4.31).

Wie bereits angedeutet, wird die Stabilität für gesättigte Luftpakete im feuchten Lauf nicht durch N^2 sondern durch N_m^2 beschrieben. N_m^2 zeigt ebenfalls eine dipolartige Struktur, allerdings ist N_m^2 zu kleineren Werten hin verschoben. Darüberhinaus ist beim Übergang vom untersättigten zum gesättigten Bereich eine Diskontinuität in der Stabilität (von N^2 zu N_m^2) zu erkennen. Für den gesamten Höhenbereich der Wolke weist N_m^2 auf eine feuchtlabile Schichtung hin. Genauer gesagt: Der entstandene trockenstabile Bereich ($N^2 > 0$) ist schwach feuchtlabil ($N_m^2 < 0$). Der entstandene trockenlabile Bereich ($N^2 < 0$) zeigt entsprechend eine nochmals stärkere Feuchtlabilität. Im Vergleich zum trockenen Lauf wurde somit ein Großteil des gesättigten Bereiches labilisiert. Eine Ausnahme bildet das Höhenintervall $780 \text{ m} < z < 920 \text{ m}$.

Die lokalen Schichtungsunterschiede zwischen trockenem und feuchtem Lauf spiegeln sich in einer modifizierten leeseitigen Turbulenzintensität wider. Im feuchten Lauf sollten gesättigte Regionen mit $N_m^2 < 0$ ($N_m^2 > 0$) zur Produktion (zum Abbau) thermisch bedingter Turbulenz führen. Für den trockenen Lauf, sowie für untersättigte Regionen im feuchten Lauf gilt gleiches wenn N_m^2 durch N^2 ersetzt wird. Abbildung 4.38b zeigt Vertikalprofile der leeseitigen TKE für den feuchten (durchgezogen) und trockenen (gepunktet) Lauf. Die gestrichelte Linie zeigt eine a posteriori Abschätzung der FS-TKE \bar{e}' gemäß Gleichung (2.45).

chung (2.45). Die Profile wurden durch Mittelung über den Bereich $487\text{ m} < x < 937\text{ m}$ bestimmt. Der gewählte Mittelungsbereich liegt somit etwas stromabwärts des für N^2 und N_m^2 gewählten Bereiches. Diese räumliche Verschiebung wurde gewählt, da die Unterschiede in den TKE-Profilen stromab der maximalen N^2 -Anomalien am stärksten ausgeprägt sind. Zudem ist der Anteil der parametrisierten Turbulenz etwas stromabwärts des Hindernisses deutlich geringer. Beide TKE-Profile zeigen eine ähnliche Vertikalstruktur was darauf hindeutet, dass ein Großteil der leeseitigen Turbulenz in beiden Läufen mechanisch, d.h. aufgrund der Strömungsablösung (Zerfall der Scherschichten) entstanden sein muss. Die Maxima der TKE-Profile zeigen näherungsweise die Position der abgelösten Scherschicht. Die thermische Erzeugung bzw. der thermisch bedingte Zerfall leeseitiger Turbulenz scheint in dieser Simulation lediglich einen sekundären Einfluss zu haben. Unterschiede in den TKE-Profilen sind dennoch erkennbar. Diese sind konsistent mit den N_m^2 - und N^2 -Profilen aus Abb. 4.38a. Im feuchten Lauf ist die TKE überall dort erhöht, wo $N_m^2(\text{feucht}) < N^2(\text{trocken})$ gilt. Dies ist insbesondere im Höhenbereich $900\text{ m} < z < 1100\text{ m}$ der Fall. Gleichzeitig werden für den feuchten Lauf verminderte TKE-Werte im Höhenbereich mit $N_m^2(\text{feucht}) > N^2(\text{trocken})$ beobachtet¹¹. Die TKE-Differenzen weit unterhalb der bewölkten Region sind kein Resultat von TKE-Differenzen stromaufwärts des Berges. Obwohl intermittente Grenzschichtbewölkung auch weit stromaufwärts beobachtet werden konnte, sind die Unterschiede in den TKE-Profilen stromaufwärts vernachlässigbar. Die etwas erhöhten TKE-Werte unterhalb des bewölkten Bereiches (feuchter Lauf) müssen somit ebenfalls das Resultat thermodynamischer Prozesse sein.

4.5.5 Einfluss der Schwerewellen

Schwerewellen (Gebirgswellen) besitzen die Eigenschaft Impuls und Energie vertikal zu transportieren. Hierdurch können sie die Strömung sowohl in unmittelbarer Nähe als auch fernab ihrer Energie-Quelle (Hindernis) modifizieren. Für die Bannerwolke wird dabei weniger die Distanzwirkung der Schwerewelle, sondern vielmehr ihr Einfluss auf die Strömung direkt am Hindernis von Bedeutung sein. Dieser Einfluss soll näher untersucht werden. Der Referenzlauf wird hierzu gegen eine alternative Realisierung der Strömung verglichen, in welcher vertikal propagierende Schwerewellen unterdrückt werden. Ein solcher Modelllauf, der mit Ausnahme der Schwerewellen alle übrigen Prozesse und Eigenschaften wie z.B. die Stabilität, die Feuchtebedingungen, die Form und Höhe des Hindernisses, etc. unangetastet lässt ist prinzipiell möglich. Verantwortlich ist die Tatsache, dass ein Skalenabstand zwischen einer typischen Bannerwolke bzw. dem zugrundeliegenden Leerrotor ($\mathcal{O}(500\text{ m} - 1\text{ km})$) und einer typischen Gebirgswelle ($\mathcal{O}(5\text{ km})$) existiert. In Abschnitt 4.5.1 wurde erwähnt, dass nur diejenigen Strukturen auf dem Modellgebiet dargestellt werden können für welche $\lambda_x < L_x$ und $\lambda_z < L_z$ gilt. L_x und L_z kennzeichnen die Ausdehnung des Modellgebietes in x - und z -Richtung. Beispielsweise konnten in der Referenzsimulation nur Schwerewellen mit $\lambda_x \lesssim 7100\text{ m}$ und $\lambda_z \lesssim 7650\text{ m}$ berücksichtigt werden. Aus diesem bislang als Nachteil erachteten Effekt eines limitierten Modellgebietes kann im konkreten Fall ein Nutzen gezogen werden. Durch Wahl eines niedrigeren Modelloberrandes können vertikal propagierende Schwerewellen effektiv unterdrückt werden. Aus der abgeschätzten dominierenden Wellenlänge von $\lambda_z \approx 4500\text{ m}$ folgt, dass eine Reduzierung der Gebietshöhe auf $L_z \lesssim 3000\text{ m}$ ausreichend sein sollte. Im konkreten Fall wird für den Vergleichslauf eine Gebietshöhe von $L_z = 2.6L$ gewählt. Durch die künstliche Unterdrückung vertikal propagierender Schwerewellen kann auch weitestgehend

¹¹Die Tatsache, dass die Höhenbereiche nicht exakt übereinstimmen resultiert aus den unterschiedlichen Mittelungsbereichen für N^2 und TKE.

auf eine Dämpfungsschicht verzichtet werden¹². Ansonsten bleiben der Modellaufbau und der Einströmdatensatz im Vergleich zum Referenzlauf unverändert (siehe Abschnitt 4.5.1).

Zusätzlich zu diesem Vergleich wurde eine Sensitivitätsstudie durchgeführt, in welcher anstelle des Modelloberrandes die Länge des Modellgebietes L_x um maximal 10% verringert bzw. erweitert wurde. Dabei zeigte sich ein Einfluss der Gebietslänge auf die Amplitude der Gebirgswelle. Abbildung 4.39 verdeutlicht dies anhand des vertikal und horizontal gemittelten Vertikalflusses von horizontalem Impuls

$$F_M^{(z)} = -F_{EP}^{(z)} = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} \rho_0 \langle u' w' \rangle dz . \quad (4.33)$$

Dieser Fluss kann als Maß für die Stärke der stationären Gebirgswelle angesehen werden. Der Index $'$ signalisiert hierbei nicht den FS-Anteil, sondern die lokale Abweichung der zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfelder vom raumzeitlichen Mittel. Der Mittelungsoperator $\langle \dots \rangle$ kennzeichnet eine Mittelung in den beiden horizontalen Raumrichtungen. Die vertikale Mittelung von $F_M^{(z)}$ erfolgte über das Höhenintervall $1500 \text{ m} < z < 2500 \text{ m}$. In diesem Höhenbereich hat die Rayleigh-Dämpfung noch keinen nennenswerten Einfluss. Die horizontale Mittelung in x erfolgte stets über die kleinste in diesen Vergleich eingehende Gebietslänge L_x . $F_M^{(z)}$, bzw. dessen negatives Pendant $F_{EP}^{(z)}$ (Eliassen-Palm Fluss) ist in Abbildung 4.39 als Funktion der horizontalen Gebietsausdehnung L_x dargestellt. Jeder Punkt entspricht einem Modelllauf. Die Kreise zeigen Ergebnisse für ein Hindernis mit $\beta = 0^\circ$, der Stern gilt für ein rotiertes Hindernis ($\beta = 45^\circ$). Der gefüllte Kreis zeigt ebenfalls ein Resultat für $\beta = 0^\circ$, allerdings mit dünnerer und schwächerer Dämpfungsschicht (man vergleiche die Parameter V und D). Man erkennt, dass $F_{EP}^{(z)}$ für $\beta = 0^\circ$ je nach Gebietslänge stark variiert. Hingegen war eine signifikante Variation der Wellenstruktur, insbesondere der dominierenden Wellenlängen in x und z nicht zu erkennen (nicht gezeigt). Über die Ursache der Variation lässt sich nur spekulieren. Einen Ansatzpunkt könnte die lineare Wellentheorie liefern: Aus Abb. 4.29 ist ersichtlich, dass bei der standardmäßig verwendeten Gebietsausdehnung von $L_x = 7.63 L$ zwar die propagierenden Wellenlängen λ_x mit der stärksten Anregung berücksichtigt werden (dunkelgrauer Bereich), gleichzeitig aber auch ein signifikanter Anteil nicht dargestellt werden kann (hellgrauer Bereich). Die im Modell sichtbare Gebirgswelle resultiert aus der Überlagerung des darstellbaren Wellenlängenbereiches. Durch Verlängerung des Modellgebietes verbreitert sich dieser Bereich. Zur Gebirgswelle tragen nun zusätzliche, größere Wellenlängen bei. Diese besitzen eine verminderte aber immer noch signifikante Amplitude. Eine eher konstruktive oder destruktive Überlagerung dieser Wellen kann zu einer verstärkten oder verminderten Amplitude der Gebirgswelle führen. Erst bei wesentlich stärkerer Erweiterung des Modellgebietes ist zu erwarten, dass sich ein konstanter Grenzwert für die Wellenamplitude einstellt. Eine Abhängigkeit von der Höhe des ungefilterten Modellgebietes (Gebiet ohne Rayleigh-Dämpfung) ist in dem untersuchten Rahmen hingegen nicht erkennbar (gefüllter Kreis in Abb. 4.39 nahezu deckungsgleich mit offenem Kreis).

Zur Erklärung des erhöhten $F_{EP}^{(z)}$ -Wertes im Falle $\beta = 45^\circ$ kann ebenfalls die lineare Wellentheorie herangezogen werden: Eine Rotation des Hindernisses bedeutet im Falle der $2D$ linearen Wellentheorie eine Vergrößerung der horizontalen Hindernisskala. Dadurch verschiebt sich in Abb. 4.29 das Maximum der Anregung im λ_x -Raum zu größeren Wellenlängen hin. Entsprechend erhöht sich die Amplitude der vertikal propagierenden Wellenlängen. Es kann

¹²Im Bereich $z > 2.25 L$ wurde lediglich eine schwache, viskose Dämpfungsschicht mit linear ansteigender Viskosität verwendet.

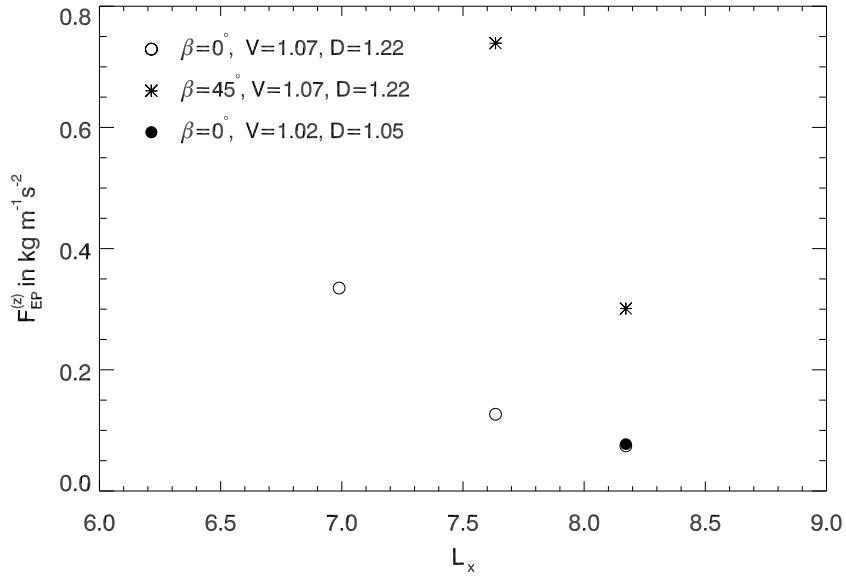


Abbildung 4.39: Über den Höhenbereich $1500 \text{ m} < z < 2500 \text{ m}$ gemittelter Eliassen-Palm Fluss $F_{EP}^{(z)}$ der stationären Gebirgswelle als Funktion der horizontalen Gebietsausdehnung L_x . Bedeutung der Symbole, siehe Legende.

jedoch nicht ausgeschlossen werden, dass die relativ geringe Ausdehnung des Modellgebietes in y -Richtung und die damit einhergehende stärkere Blockierung der Strömung für $\beta = 45^\circ$ ebenfalls eine Rolle spielt.

Aus dieser Sensitivitätsstudie muss gefolgert werden, dass die Gebietsgröße nicht ausreicht um eine quantitative Aussage über die Amplitude der Gebirgswelle zu machen. Eine Erweiterung des Modellgebietes um mehrere Kilometer in der Horizontalen ist jedoch aufgrund limitierter Rechenkapazitäten nicht möglich. Somit ist eine quantitative Untersuchung des Einflusses von Gebirgswellen nicht möglich. Im Folgenden beschränken wir uns auf einen qualitativen Vergleich zwischen dem Referenzlauf ($L_x = 7.63 L$, $L_z = 8.26 L$) und dem Modelllauf ohne Schwerewellen ($L_x = 7.63 L$, $L_z = 2.6 L$).

Abbildung 4.40a,b zeigt einen Vergleich der mittleren Strömung beider Läufe für $y = 0 \text{ m}$. Die Konturen zeigen $\langle w \rangle$. Es ist zu erkennen, dass die Schwerewelle faktisch keinen Einfluss auf die Strömung im Luv des Hindernisses ($z \lesssim H$) hat. Auch der Leerrotor und insbesondere die Stärke des aufsteigenden Astes bleiben weitestgehend unbeeinflusst. Die Schwerewelle führt jedoch zu einer signifikanten Verstärkung der Abwindregion im Lee. Zudem ist die Linie $\langle w \rangle = 0 \text{ ms}^{-1}$ im Referenzlauf stromaufwärts geneigt. Dies entspricht der für Schwerewellen typischen Stromaufwärts-Neigung Linien konstanter Phase (siehe z.B. Durran, 1986). Der Vergleichsfall ohne Schwerewellen zeigt diese Neigung praktisch nicht. Daraus resultiert, dass im Referenzlauf die Absinkbewegung insbesondere in größeren Höhen aber auch im Bereich der Bannerwolke weiter stromaufwärts einsetzt (siehe auch Abb. 4.41a).

Abbildung 4.41a,b quantifiziert die Unterschiede zwischen beiden Läufen anhand von Konturdarstellungen der $\langle w \rangle$ - und $\langle u \rangle$ -Differenzen. Dazu wurden die Geschwindigkeitsfelder des Referenzlaufes $u_{i,\text{ref}}$ vom Vergleichsfall $u_{i,\text{nograv}}$ subtrahiert, d.h. es gilt $\Delta w = \langle w_{\text{nograv}} \rangle - \langle w_{\text{ref}} \rangle$, $\Delta u = \langle u_{\text{nograv}} \rangle - \langle u_{\text{ref}} \rangle$. Die positiven Werte von Δw im Lee (Abb. 4.41a) verdeutlichen die stärkere Ausprägung des absteigenden Astes im Falle der Referenzsimulation. Im konkreten Fall beträgt die Geschwindigkeitserhöhung maximal 1.2 ms^{-1} . Abbildung 4.41b zeigt, dass diese Geschwindigkeitserhöhung im Lee nicht nur die w -Komponente sondern auch die

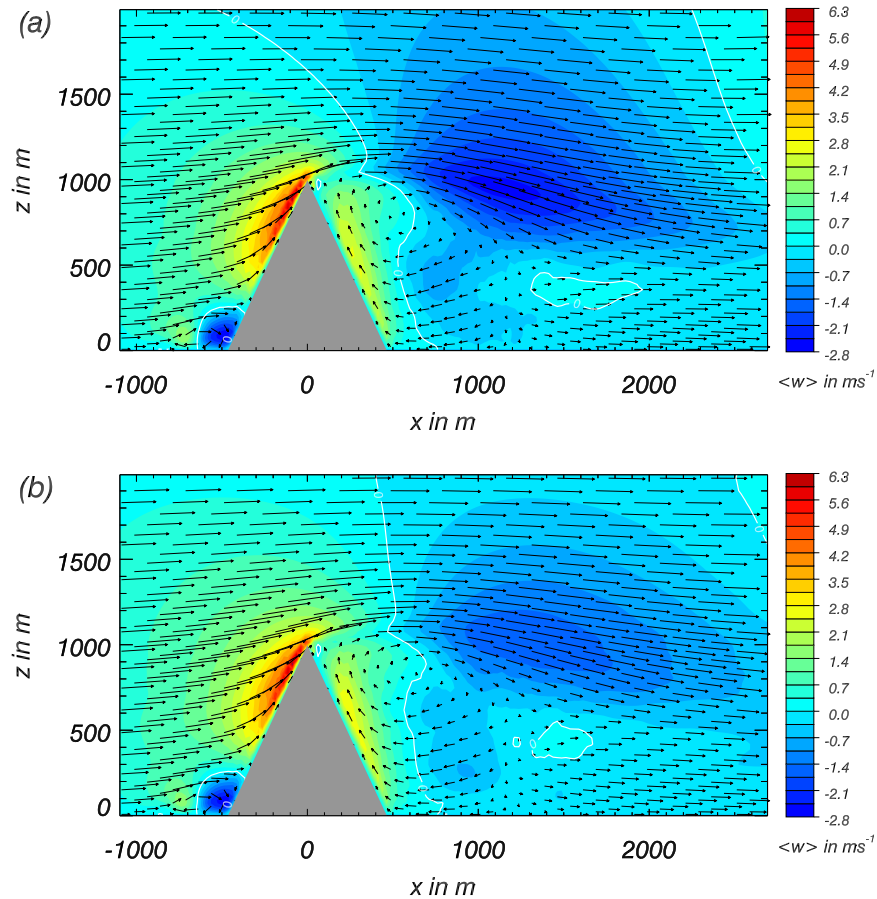


Abbildung 4.40: Windpfeildarstellung der zeitlich gemittelten Strömung über ein pyramidenförmiges Hindernis auf atmosphärischer Skala ($y = 0$ m). Die Konturen zeigen die vertikale Windkomponente $\langle w \rangle$. (a) Referenzsimulation mit $L_z = 8.26L$, (b) Simulation ohne Schwerewellen mit verringerter Gebietshöhe $L_z = 2.6L$. Die weiße Linie markiert $\langle w \rangle = 0 \text{ ms}^{-1}$.

u -Komponente betrifft. Für $0 \text{ m} \lesssim x \lesssim 3000 \text{ m}$ ist im Höhenbereich $z \approx H$ eine signifikante Erhöhung der mittleren u -Komponente für den Referenzlauf zu erkennen. Sie beträgt maximal 3.0 ms^{-1} . Wie die kräftigen Linien in Abb. 4.41b zeigen, wird die Form und Ausdehnung des Rückströmbereiches nur geringfügig durch die Schwerewelle beeinflusst.

Der unmittelbare Einfluss auf die Bannerwolke ist in Abb. 4.42a,b anhand der Konturlinie $\langle q_c \rangle = 0.075 \text{ gkg}^{-1}$ gezeigt. Die verstärkte Absinkbewegung im Modelllauf mit Gebirgswelle bewirkt eine verringerte horizontale, laterale und in geringerem Maße auch vertikale Ausdehnung der Bannerwolke. Die übrigen Läufe der Sensitivitätsstudie zeigen qualitativ das gleiche Verhalten. Die Verringerung der horizontalen Wolkenausdehnung ist dabei in etwa proportional zur Stärke der Gebirgswelle.

Zusammenfassend lässt sich folgern, dass Schwerewellen kein entscheidendes Ingredienz zum Verständnis von Bannerwolken darstellen. Sie entscheiden im Allgemeinen nicht über die Existenz oder Nicht-Existenz einer Bannerwolke. Sie können jedoch modulierend auf die horizontale und vertikale Ausdehnung der Bannerwolke wirken, indem sie den Absinkbereich im Lee des Hindernisses verstärken und dessen Beginn zum Hindernis hin verschieben. Ein Vergleich der Ausdehnung verschiedener Bannerwolken hat gezeigt, dass Schwerewellen tendenziell zu einer Limitierung der horizontalen Skala der Wolke beitragen.

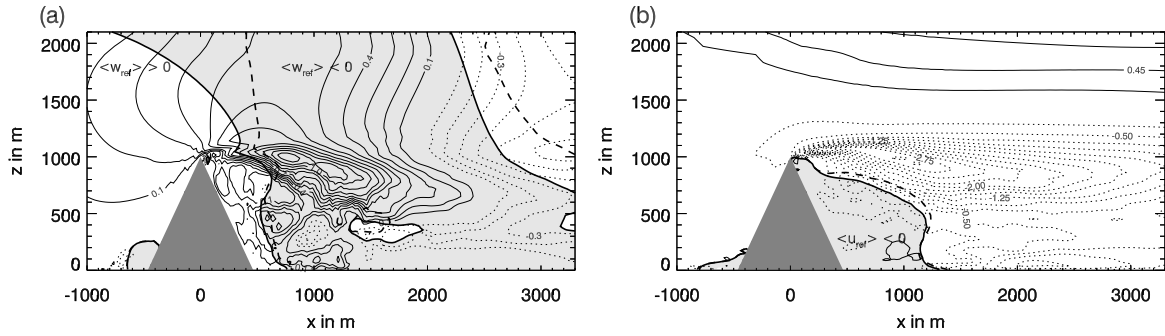


Abbildung 4.41: Konturdarstellungen von (a) $\Delta w = \langle w_{\text{nograv}} \rangle - \langle w_{\text{ref}} \rangle$ und (b) $\Delta u = \langle u_{\text{nograv}} \rangle - \langle u_{\text{ref}} \rangle$, den Differenzen der zeitlich gemittelten Geschwindigkeitskomponenten zwischen einem Lauf ohne Schwerewellen und dem Referenzlauf ($y = 0$ m). Die Nulllinie wird nicht gezeigt. Die kräftigen Linien markieren die Grenzen zwischen (a) Auf- und Abstiegsregionen bzw. (b) Hin- und Rückströmbereichen. Die durchgezogene Linie gilt für den Referenzlauf, die gestrichelte für den Vergleichslauf ohne Schwerewelle. Die schattierten Bereiche markieren Regionen mit (a) $\langle w_{\text{ref}} \rangle < 0$, (b) $\langle u_{\text{ref}} \rangle < 0$.

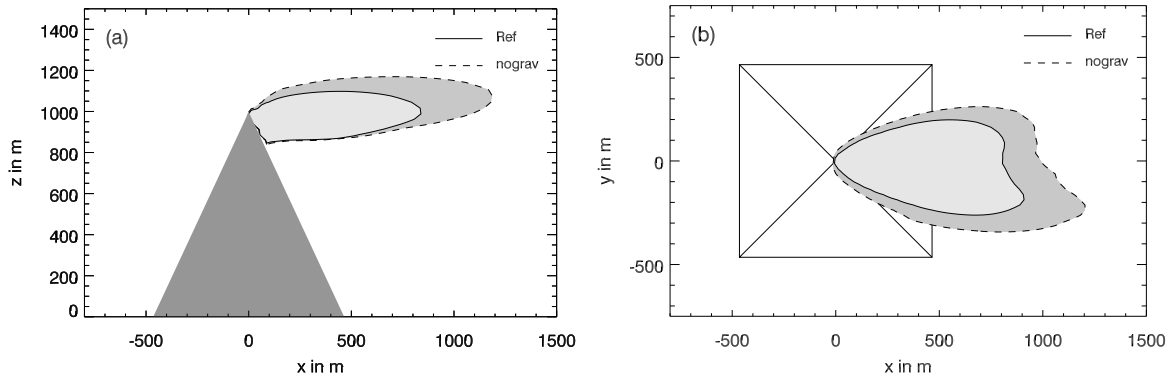


Abbildung 4.42: Vergleich der Konturlinie $\langle q_c \rangle = 0.075 \text{ gkg}^{-1}$ für den Referenzlauf (—) und den Lauf ohne Schwerewellen (---). (a) x - z -Schnitt für $y = 0$ m, (b) x - y -Schnitt für $z = 962$ m.

4.5.6 Einfluss leeseitiger Feuchtequellen

Die bisherigen Simulationen haben gezeigt, dass leeseitige Feuchtequellen keine notwendige Voraussetzung zur Bildung einer Bannerwolke darstellen. Die kondensierende Feuchte stammte zu 100% aus der luvseitigen Grenzschicht. Es ist jedoch denkbar, dass leeseitige Wasserdampf Flüsse aus einem feuchten Boden oder schmelzendem Schnee für Bannerwolken förderlich sein können, indem sie das HKN einseitig herabsetzen. An dieser Stelle soll der Einfluss derartiger Flüsse quantifiziert werden. Wir beschränken uns erneut auf dreidimensionale Berge mit einem Aspektverhältnis (Länge/Breite) von 1, sowie auf das Regime $Fr \gg 1$.

Die Simulation aus Abb. 4.34c,d wird unter Vorgabe eines zeitlich konstanten Bodenflusses an Wasserdampf F_{bod}^{qv} , bzw. latenter Wärme $F_{\text{bod}}^{Lv} = L_v F_{\text{bod}}^{qv}$ wiederholt. Durch Vergleich der Läufe mit und ohne Wasserdampf Fluss lässt sich die Bedeutung leeseitiger Feuchtequellen quantifizieren. Abbildung 4.43a,b zeigt die gewählten räumlichen Muster des latenten Wärmeflusses F_{bod}^{Lv} . Grün markiert sind diejenigen Bereiche mit einem vorgeschriebenen positiven Fluss in die Atmosphäre. In Fall (a) wird angenommen, dass ein von der Topographiehöhe unabhängiger konstanter Fluss im Bereich $0 \text{ m} < x < 1800 \text{ m}$ existiere. Die Ausdehnung dieses Bereiches in Hauptströmungsrichtung entspricht näherungsweise dem 1.5-fachen der maximalen Länge des Rezirkulationsgebietes. Diese Beschränkung beruht auf der Annahme, dass Bereiche stromabwärts der Linie $\langle u \rangle = 0 \text{ ms}^{-1}|_{z=0 \text{ m}}$ ohnehin

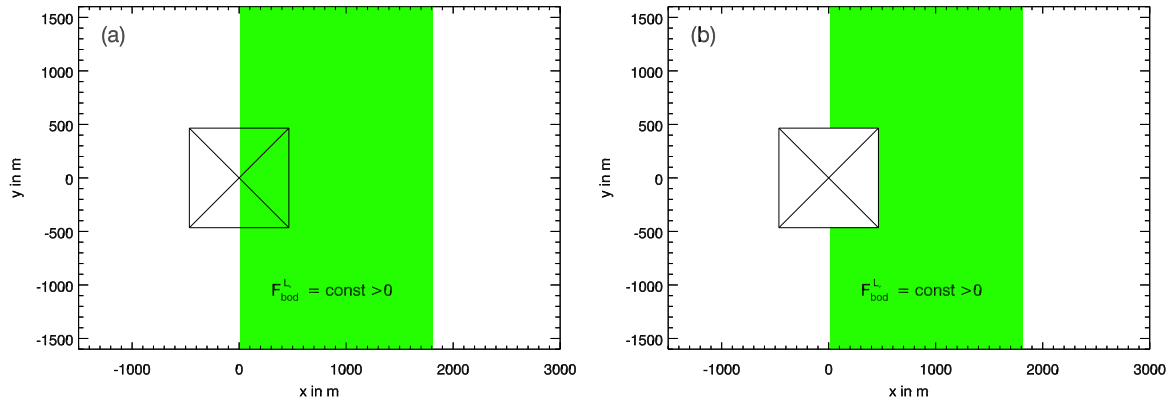


Abbildung 4.43: Gebiete mit vorgeschriebenem, zeitlich konstantem Fluss latenter Wärme F_{bod}^{Lv} vom Boden in die Atmosphäre (grün). (a) Einbezug des leeseitigen Gebirgshanges. (b) Ausschluss des leeseitigen Gebirgshanges.

keinen Beitrag zur Bannerwolke liefern können. Der Fall (b) unterscheidet sich von Fall (a) durch Aussparung der Hindernisoberfläche als Feuchtelieferant. Die gewählten Muster sollen eine Idealisierung eines feuchten bzw. trockenen (blanker Fels) Berges in einer feuchten Ebene (z.B. Wiese, Weidefläche) darstellen. Fall (a) wurde für 4 verschiedene Wärmeflüsse $F_{bod}^{Lv} = 300, 200, 100, 50 \text{ Wm}^{-2}$ gerechnet. Fall (b) beschränkt sich auf $F_{bod}^{Lv} = 300 \text{ Wm}^{-2}$. Die gewählten Flussstärken liegen in einem Bereich, welcher typischerweise in mittleren Breiten in den Sommermonaten über ebener Weidefläche/Ackerland oder auch in alpinen Gebirgstälern gemessen wird (siehe z.B. Hiller et al., 2008; Huang et al., 2008; Beyrich et al., 2006). In den Wintermonaten ist tendenziell von geringeren Werten für F_{bod}^{Lv} auszugehen. Gleiches gilt mit zunehmender Topographiehöhe, d.h. insbesondere im Bereich der Berggipfel (selbst unter der Voraussetzung, dass der Boden gesättigt ist, d.h. stets genügend Feuchte zur Evaporation bereit steht). Verantwortlich hierfür ist die Abhängigkeit des latenten Wärmeflusses von der Sättigungs-spezifischen Feuchte q_v^s am Boden (siehe z.B. Hartmann, 1994, S. 102). Diese besitzt, aufgrund ihrer Abhängigkeit vom Sättigungsdampfdruck e_s , eine exponentielle Temperaturabhängigkeit und kann F_{bod}^{Lv} bei niedrigen Temperaturen stark begrenzen. Somit kann insbesondere für den Fall eines schneebedeckten Berges davon ausgegangen werden, dass die gewählten Flussstärken eher am oberen Ende des tatsächlich beobachtbaren Wertebereiches liegen. Dafür sprechen beispielsweise auch Langzeitmessungen der Energiebilanz am Seserjoch (Monte Rosa, Schweiz) (Suter et al., 2004). F_{bod}^{Lv} übersteigt an diesem Ort selten 20 Wm^{-2} .

Einbau einer Fluss-Randbedingung am Boden

Die Vorgehensweise beim Einbau raumzeitlich konstanter Wasserdampf Flüsse soll kurz erläutert werden. Wie bereits in Abschnitt 2.7.1 erwähnt, treten durch die implizite Behandlung der Diffusionsterme (ADI-Verfahren) turbulente Flüsse nicht in expliziter Form im Modellcode auf. Entsprechend werden z.B. für q_v keine Randbedingungen für den Fluss (sog. Fluss-Randbedingungen), sondern für den Bodenwert $q_{v\text{bod}}$ (sog. Zustands-Randbedingungen) spezifiziert. Der Wasserdampf Fluss ergibt sich implizit über die Beziehung (hier in räumlich diskretisierter Form)

$$F_{bod}^{qv}(ij) = -\rho_0(k0-0.5) K_h(ijk0-0.5) \frac{q_v(ijk0) - q_{v\text{bod}}(ij)}{z(k0) - h(ij)}. \quad (4.34)$$

Das Tripel $(ijk0)$ bezeichnet die Position der Gitterzelle, mit $k0$ der vertikalen Position des ersten q_v -Definitionspunktes außerhalb des Bodens. $h_{(ij)}$ bezeichnet die Orographiehöhe an der Position (ij) . Der Fluss hängt also im Allgemeinen von dem bodennahen q_v -Gradienten und dem Austauschkoeffizienten K_h ab, welcher seinerseits von den Strömungseigenschaften und der Stabilität (noch nicht implementiert, siehe Anhang A) abhängt. Eine derartige Zustands-Randbedingung wurde in allen bisher diskutierten Simulationen verwendet. Der Randwert $q_{v\,bod}$ wurde durch lineare Extrapolation des gewählten mittleren Einströmprofils zum Boden festgelegt und für jeden Punkt am Boden, unabhängig von dessen Höhe verwendet. Aufgrund des geringen Gradienten zwischen dem Boden und dem ersten Modell-Gitterpunkt, waren die resultierenden Flüsse (mit Ausnahme weniger Gitterpunkte an den luvseitigen Hinderniskanten) bislang immer vernachlässigbar ($F_{bod}^{L_v(ij)} < 1 \text{ Wm}^{-2}$). Eine solche Zustands-Randbedingung wird auch weiterhin in sämtlichen nicht eingefärbten Gebieten (Abb. 4.43) verwendet. In den grün eingefärbten Gebieten wird eine Fluss-Randbedingung über folgende Modifikation der Zustands-Randbedingung implementiert: Die untere Zustands-Randbedingung, sprich der Bodenwert $q_{v\,bod}$ wird zu jedem Zeitschritt und an jedem Gitterpunkt derart modifiziert, dass der gewünschte Bodenfluss $F_{bod}^{L_v}$ resultiert. Ausgehend von Gleichung (4.34) und der Vorgabe von $F_{bod}^{q_v}$ folgt für den gesuchten Bodenwert (raumzeitliche Diskretisierung)

$$q_{v\,bod}^{n+1}(ij) = q_{v(ijk0)}^{n+1} + \frac{F_{bod}^{q_v\,n+1}(ij)(z_{(k0)} - h_{(ij)})}{\rho_0(k0-0.5)K_h^n(ijk0-0.5)}. \quad (4.35)$$

Die Berechnung erfolgt nach der q_v -Advektion und unmittelbar vor der Behandlung der Diffusion. Es wurde überprüft, dass eine derartige Spezifizierung von $q_{v\,bod}$ in der Tat zu konstanten Wasserdampfströmen führt.

Es sei angemerkt, dass Fluss-Randbedingungen eine starke Idealisierung der Realität darstellen. Im konkreten Fall ist dies beispielsweise an der erforderlichen hochfrequenten Variation von $q_{v\,bod}(ij)$ zu erkennen. In der Realität würde vielmehr der Fluss anstelle von $q_{v\,bod}(ij)$ hochfrequent variieren, da er von den aktuellen atmosphärischen Bedingungen unmittelbar über dem Boden abhängt. Die Vorgabe einer konstanten spezifischen Feuchte am Boden wäre sicherlich realistischer. Fluss-Randbedingungen sind jedoch auch heute bei LES-Simulationen noch gängige Praxis (siehe z.B. Huang et al., 2008). Sie erlauben eine bessere Kontrolle des Modell-Antriebs und somit kontrolliertere numerische Experimente. Zudem sind es zumeist turbulente Flüsse und nicht Zustandsvariablen des Bodens, welche durch Messungen zur Verfügung stehen.

Zur Quantifizierung des Einflusses von $F_{bod}^{L_v}$ wird als zusätzliche prognostische Variable die *emittierte spezifische Feuchte* q_v^* eingeführt. Sie gehorcht der Bilanzgleichung

$$\frac{\partial q_v^*}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 u_j q_v^*) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} F_j^{q_v^*}. \quad (4.36)$$

$F_j^{q_v^*}$ bezeichnet den FS-Fluss von q_v^* , mit

$$F_j^{q_v^*} = -\rho_0 K_h \frac{\partial q_v^*}{\partial x_j}. \quad (4.37)$$

Mit Hilfe von q_v^* lässt sich die aus dem Boden emittierte Feuchte markieren und deren raumzeitliche Ausbreitung verfolgen. Insbesondere lässt sich feststellen ob, bzw. in welchem Maße die emittierte Feuchte zur Bannerwolke beiträgt. Hierzu wird q_v^* am Einströmrand mit

0 kg kg^{-1} initialisiert und zusätzlich dafür gesorgt, dass der vorgeschriebene Wasserdampf-
fluss $F_{bod}^{q_v}$ (abgesehen von dem FS-Fluss) die einzige Quelle für q_v^* darstellt. Technisch wird
dies wie folgt realisiert:

Mit Ausnahme des Einströmrandes und des Bodens werden für q_v und q_v^* identische
Randbedingungen verwendet. Am Einströmrand gelte $q_{v\,in}^*(y, z, t) = 0 \text{ kg kg}^{-1}$. Am Boden
wird folgende Randbedingung spezifiziert:

$$\begin{aligned} F_z^{q_v^*} |_{z=h(x,y)} &= \frac{1}{L_v} F_{bod}^{L_v} && \text{Fluss-Randbedingung für grüne Bereiche} \\ q_{v\,bod}^* &= 0.0 \text{ kg kg}^{-1} && \text{Zustands-Randbedingung für weiße Bereiche} \end{aligned} \quad (4.38)$$

Die Bezeichnungen *grüner Bereich* und *weißer Bereich* beziehen sich auf Abb. 4.43. Demnach
unterscheidet sich die Randbedingung für q_v und q_v^* in den weißen Bereichen, ist jedoch
identisch in den grünen Bereichen.

Es ist zu beachten, dass zur Erfüllung von Bedingung (4.38) (grüner Bereich) nicht
die Zustands-Randbedingung von q_v aus Gleichung (4.35) verwendet werden kann. Dies
würde für q_v^* auf dem unteren Modellrand zu einem stark positiven, jedoch nicht konstanten
Bodenfeuchte-Fluss führen. Stattdessen muss eine zu (4.35) analoge Gleichung für $q_{v\,bod}^*$ gelöst
werden, unter Verwendung der lokalen Werte von q_v^* anstelle von q_v .

Ergebnisse

Abbildung 4.44a-f zeigt $\langle q_c \rangle$ entlang der Symmetrieebene für unterschiedlich starke Flüsse
latenter Wärme $F_{bod}^{L_v}$. Zu Vergleichszwecken ist in Abb. 4.44a das bereits bekannte Ergebnis
für $F_{bod}^{L_v} = 0 \text{ Wm}^{-2}$ gezeigt (entspricht Abb. 4.34d). Es ist erkennbar, dass der Wolkenwas-
sergehalt mit wachsendem Bodenfeuchtefluss wie erwartet zunimmt. Die Zunahme resultiert
aus einer Absenkung des leeseitigen HKN und somit der Wolkenuntergrenze. Der Einfluss ist
insgesamt jedoch eher gering. Selbst ein starker Fluss von $F_{bod}^{L_v} = 300 \text{ Wm}^{-2}$ kann den ma-
ximalen Wolkenwassergehalt $\langle q_c \rangle_{max}$ um lediglich 0.07 gkg^{-1} erhöhen (Abb. 4.44e). Schließt
man die Bergoberfläche als Feuchtelieferant aus, so verringert sich der Einfluss von Feuch-
tequellen nochmals merklich. Abbildung 4.44f zeigt dies für $F_{bod}^{L_v} = 300 \text{ Wm}^{-2}$. Verglichen
zu dem komplementären Fall (e) (Gebirgshang einbezogen), ist eine merkliche Abnahme des
Wolkenwassergehaltes erkennbar. Der Wolkenwassergehalt ist vergleichbar mit Fall (b), in
welchem der vorgeschriebene Feuchtefluss um mehr als 80% geringer, der Gebirgshang jedoch
mit einbezogen war.

Abbildung 4.45a,b verdeutlicht die Ursache für die merkliche Abschwächung der Wolke
bei Ausschluss des leeseitigen Gebirgshanges. Gezeigt ist die mittlere räumliche Verteilung
der emittierten spezifischen Feuchte q_v^* für die Fälle (e) und (f) aus Abb. 4.44. q_v^* wurde
mit dem Gesamtwassergehalt q_{tot} normiert, so dass die gezeigten Felder dem prozentualen
Anteil des emittierten Wassers am Gesamtwassergehalt entsprechen. Man erkennt, dass in
beiden Fällen die emittierte Feuchte durch ein Zusammenspiel aus Turbulenz und mittlerer
Strömung in den unteren Bereich der Grenzschicht eingemischt wurde. Die höchsten Werte
sind erwartungsgemäß in der Nähe der Quellen (Boden, Orographie) anzutreffen. Deutliche
Unterschiede sind entlang der leeseitigen Pyramidenflanke erkennbar. Der Quotient q_v^*/q_{tot}
ist im Fall (b) (Ausschluss des Gebirgshanges) ebenfalls ungleich Null, allerdings signifikant
geringer. Dies zeigt, dass vereinzelt Luftpakete existieren, welche vom Boden bis zur Berg-
spitze gehoben werden. Eine derart starke Hebung erfährt jedoch nur ein Bruchteil der in
den Rezirkulationsbereich eintretenden Luftpakete, so dass der prozentuale Anteil von q_v^* an
 q_{tot} mit zunehmender Höhe entlang der Pyramidenflanke abnimmt. Die Feuchte wird umso

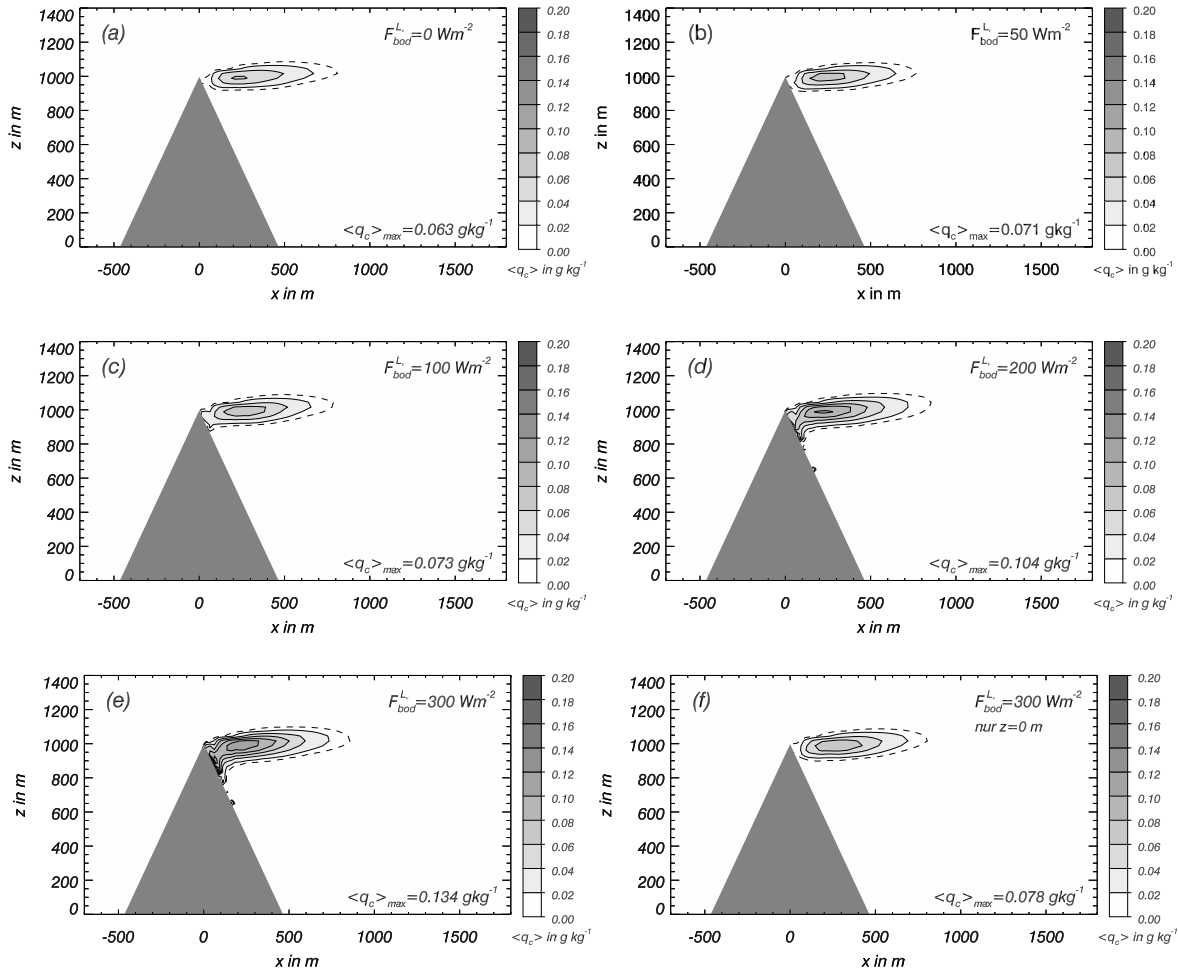


Abbildung 4.44: Mittlerer Wolkenwassergehalt $\langle q_c \rangle$ entlang der Symmetrieebene für unterschiedlich starke Bodenflüsse latenter Wärme $F_{bod}^{L_v}$. (a) $F_{bod}^{L_v} = 0 \text{ Wm}^{-2}$, (b) $F_{bod}^{L_v} = 50 \text{ Wm}^{-2}$, (c) $F_{bod}^{L_v} = 100 \text{ Wm}^{-2}$, (d) $F_{bod}^{L_v} = 200 \text{ Wm}^{-2}$, (e) $F_{bod}^{L_v} = 300 \text{ Wm}^{-2}$, (f) $F_{bod}^{L_v} = 300 \text{ Wm}^{-2}$, wobei im letzteren Fall der latente Boden-Wärmefluss auf die leeseitige Ebene beschränkt ist (siehe Abb. 4.43b). Gestrichelte Linie zeigt $\langle q_c \rangle = 0.01 \text{ gkg}^{-1}$.

effizienter zur Bergspitze transportiert, je näher sich die Quelle an der Bergspitze befindet. Der Absolutwert von q_v^*/q_{tot} hängt natürlich auch stark von den Feuchteverhältnissen in der ankommenden Grenzschicht ab. Dieser Fall zeigt jedoch, dass für eine Grenzschicht welche bereits die Voraussetzungen zur Ausbildung einer schwachen Bannerwolke besitzt, der Beitrag zu q_{tot} durch leeseitige Feuchtequellen einige wenige Prozent nicht überschreitet.

Abbildung 4.46a,b zeigt für beide Fälle die Horizontalverteilung von q_v^*/q_{tot} . Dargestellt ist q_v^*/q_{tot} im y - z -Schnitt, entlang einer geneigten Ebene parallel zur leeseitigen Pyramidenflanke. Diese Ebene schneidet den Boden bei $x = 512 \text{ m}$. Zusätzlich eingezeichnet ist das v - w -Windfeld in dieser Ebene. Hohe Werte von q_v^*/q_{tot} konzentrieren sich an den Seiten der hinteren Pyramidenkanten. Dies ist eine Folge der Rückströmung, kombiniert mit horizontaler Konvergenz in diesen Bereichen. Anders als vielleicht vermutet, wird die emittierte Feuchte bevorzugt im Bereich dieser Pyramidenkanten und nicht im Bereich der Symmetrieebene gehoben. In faktisch jeder Höhe ist q_v^*/q_{tot} an den Flanken höher als auf der Symmetrieebene. Verantwortlich hierfür ist ein direkt am Hindernis anliegender Wirbel mit dem Zentrum bei

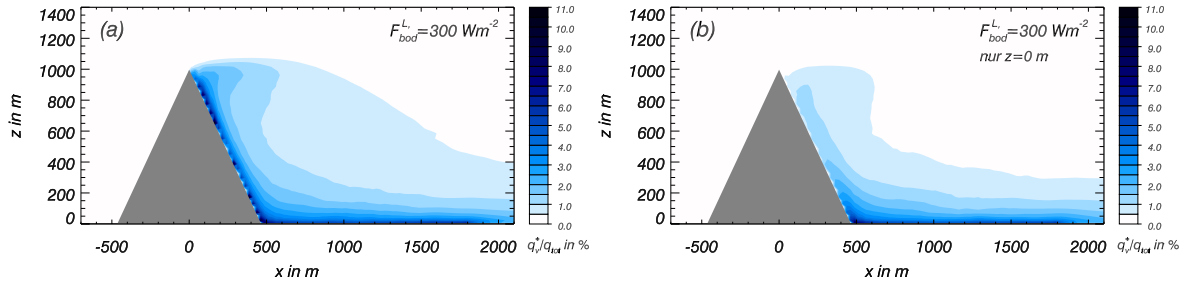


Abbildung 4.45: Prozentualer Anteil der emittierten spezifischen Feuchte q_v^* am Gesamtwassergehalt q_{tot} entlang der Symmetrieebene. (a) $F_{bod}^{L_v} = 300 \text{ Wm}^{-2}$, (b) $F_{bod}^{L_v} = 300 \text{ Wm}^{-2}$ unter Ausschluss des leeseitigen Gebirgshanges.

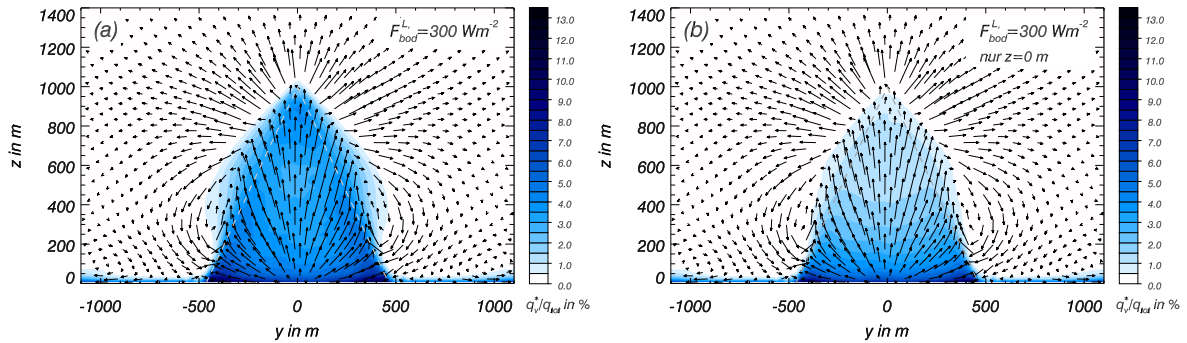


Abbildung 4.46: Prozentualer Anteil der emittierten spezifischen Feuchte q_v^* am Gesamtwassergehalt q_{tot} in einer y - z -Ebene parallel zur leeseitigen Pyramidenflanke. Ebene schneidet den Boden bei $x = 512 \text{ m}$. Windpfeile zeigen das v - w -Geschwindigkeitsfeld in dieser Ebene. Graue gestrichelte Linie markiert den Pyramiden-Umriss. (a) $F_{bod}^{L_v} = 300 \text{ Wm}^{-2}$, (b) $F_{bod}^{L_v} = 300 \text{ Wm}^{-2}$ unter Ausschluss des leeseitigen Gebirgshanges.

$(y, z) = (\pm 400 \text{ m}, 400 \text{ m})$. Es handelt sich nicht um den von der Quaderumströmung bekannten Hufeisenwirbel. Dieser tritt in den Simulationen ebenfalls auf, befindet sich jedoch weiter seitlich des Berges (Wirbelzentrum bei $(y, z) = (\pm 1000 \text{ m}, 100 \text{ m})$). Aufgrund der Neigung der Ebene ist er in Abb. 4.46a,b nur schwach zu erkennen.

Insgesamt zeigen diese Läufe, dass leeseitige Feuchtequellen im Falle dreidimensionaler Bergspitzen wohl keinen signifikanten Einfluss auf die Bildung einer Bannerwolke haben. Über das Auftreten einer Bannerwolke entscheiden primär die Temperatur- und Feuchteverhältnisse in der Anströmung. Sicherlich können leeseitige Feuchtequellen unterstützend wirken, eine Herabsetzung des HKN's um mehr als 100 m erscheint nach diesen Simulationen aber als unwahrscheinlich (entspricht einer Zunahme des adiabatischen Wassergehaltes von $\approx 0.17 \text{ gkg}^{-1}$). Wenn überhaupt, so scheinen es Feuchtequellen am Berg selbst zu sein, welche zu einer sichtbaren Verstärkung der Wolke führen können. Es lässt sich folgern, dass die Bedeutung einer Feuchtequelle umso größer ist, je näher sie am Ort der Bannerwolkenentstehung, d.h. der Bergspitze liegt. Es sei erwähnt, dass in Simulationen mit vorgeschriebenen konstanten Flüssen die Ergebnisse von der Anströmgeschwindigkeit abhängen. Je geringer die Anströmgeschwindigkeit, desto effizienter können die Luftmassen befeuchtet werden. Wie bereits erwähnt, ist die Vorgabe konstanter Bodenflüsse eine starke Idealisierung. In der Natur würde eine Verringerung der Windgeschwindigkeit nicht notwendigerweise mit einer effizienteren Befeuchtung einhergehen, da die Bodenflüsse abnehmen würden (siehe z.B. Pa-

rametrisierung der Bodenflüsse in (Hartmann, 1994, S. 101)).

Es sollte zudem erwähnt werden, dass die gezeigten Ergebnisse nicht unmittelbar auf quasi-2D Bergrücken übertragbar sind. Mit Zunahme des Aspektverhältnisses wird sich der leeseitige Rückströmbereich nicht nur hinsichtlich seiner Breite, sondern auch seiner Länge vergrößern (siehe z.B. Experimente von Larousse et al. (1991) für rechteckige Hindernisse). Dadurch könnte das Tal als Feuchtelieferant an Einfluss gewinnen. Zudem wird sich der Luftaustausch zwischen dem Leewirbel (bzw. dem Rezirkulationsbereich im Allgemeinen) und der freien Strömung verringern. Mehrfachrotationen einzelner Luftpakete werden im Lee wahrscheinlicher, so dass die Luft effizienter mit Feuchte angereichert werden könnte. Tendenziell erwarten wir mit zunehmendem Aspektverhältnis eine leichte Zunahme des Einflusses leeseitiger Feuchtequellen.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beschäftigt sich mit einem optisch eindrucksvollen, bislang aber kaum erforschten Phänomen aus dem Bereich der Gebirgsmeteorologie – der Bannerwolke. Insbesondere der Entstehungsmechanismus, sowie die zugrunde liegende Dynamik und deren Wechselwirkung mit thermodynamischen Prozessen gelten als unzureichend verstanden und erforscht. Das Ziel dieser Arbeit war es, ein besseres Verständnis für die genannten Punkte und daran anschließende Fragen mit Hilfe numerischer Simulationen und theoretischer Überlegungen zu erlangen. Als Hauptwerkzeug diente ein neu entwickeltes LES-Modell. Zudem standen reale Messungen aus der Umgebung der Zugspitze zur Verfügung. Diese wurden durch ein komplementäres, experimentelles Teilprojekt unter der Leitung von J. Schween bereitgestellt. Die Messungen ermöglichten Vergleiche mit der Realität und dienten als Anhaltspunkt zur Modellinitialisierung sowie als Interpretationshilfe für die Modellergebnisse.

Das verwendete Modell baut auf einem ursprünglich mesoskaligen RANS-Modell auf (Eichhorn et al., 1997) und wurde durch Modifikationen und Erweiterungen im Bereich der Numerik und Modellphysik zu dem nun vorliegenden LES-Modell weiterentwickelt. Bereits im Vorfeld dieser Arbeit wurden exaktere Advektionsverfahren implementiert (Reinert, 2005). Die wesentlichsten Änderungen im Rahmen dieser Arbeit betrafen die vollständige Überarbeitung und Erweiterung des Wolkenmodells hin zu einem 2-Momente-Schema, die Implementierung eines Einströmgenerators, die Implementierung neuer Feinstrukturmodelle, sowie verschiedenste Modifikationen im Bereich der Randbedingungen und Modell-Nutzung. Mit dem Modell steht nun ein Werkzeug zur Verfügung, das sich insbesondere zur Untersuchung turbulenter Strömungen und Wolkenbildung in komplexem Gelände eignet. Durch die Verwendung eines Einströmgenerators entfällt die Notwendigkeit periodischer Randbedingungen und die damit einhergehenden Beschränkungen (z.B. Beschränkung auf periodische Orographie).

Ein integraler Bestandteil dieser Arbeit war neben dem Modellumbau die Modellvalidierung. Die Leistungsfähigkeit des dynamischen Modellkerns und die korrekte Implementation neuer Modellteile wurde in einer Reihe idealisierter Experimente von unterschiedlicher Komplexität überprüft. Die wesentlichsten Ergebnisse seien im Folgenden zusammengefasst:

- Der neue dynamische Kern wurde für den Fall einer zweidimensionalen, idealisierten Dichteströmung gegen eine Referenzlösung nach Straka et al. (1993) validiert. Die Ergebnisse ließen auf einen fehlerfreien Einbau der Advektionsschemata schließen. Die Abweichungen von der Referenzlösung, die Größe der Phasenfehler, sowie die Güte der Energieerhaltung erwiesen sich für unsere Zwecke als absolut ausreichend und unproblematisch. Die Leistungsfähigkeit des Modellkernes war insgesamt vergleichbar zu anderen in der Literatur beschriebenen Modellkernen mit einer Genauigkeit zweiter

Ordnung. Als Vorteil erwies sich die Verwendung eines monotonen Schemas (MPDATA) zur Advektion skalarer Größen. Die Lösung war hierdurch nahezu frei von numerischem Rauschen.

- Das Wolkenmodell wurde für eine 2D regnende Cumulus-Wolke, gemäß den Vorgaben von Grabowski und Smolarkiewicz (1996) validiert. Die zeitliche Entwicklung und räumliche Struktur der Wolke (verglichen anhand des Wolkenwassergehaltes q_c) standen im Einklang mit den Ergebnissen von Grabowski und Smolarkiewicz (1996). Die Erhaltung des Gesamtwassergehaltes Q_{tot} erwies sich als hinreichend erfüllt. Dies spricht für die korrekte Funktionsweise des dynamischen Modellkernes, aber auch der implementierten Nukleations-, Kondensations- und Evaporationsprozesse. Abweichungen zu der Simulation von Grabowski und Smolarkiewicz (1996) zeigten sich jedoch in der zeitlichen Entwicklung des Regenwassergehaltes q_r . Im Vergleich zum 1-Momente Kessler-Schema von Grabowski und Smolarkiewicz (1996) zeigte unser Modell eine deutlich langsamere Niederschlagsbildung (trotz Verwendung eines maritimen Aktivierungsspektrums). Die Abweichung unseres Modells von der Realität ließ sich nicht genauer quantifizieren, da das Vergleichs-Schema ebenfalls nicht notwendigerweise der Realität entspricht. Eine Analyse der verwendeten Parametrisierungen erhärtete jedoch den Verdacht, dass unser Modell die Niederschlagsbildung tendenziell unterschätzt. Möglichkeiten zur weiteren Verbesserung des Wolkenmodells, mit dem Ziel einer beschleunigten Niederschlagsbildung, wurden aufgezeigt (siehe Anhang B). Für die Untersuchung von Bannerwolken war die eventuell unterschätzte Niederschlagsbildung unproblematisch. Unsere, sowie sämtliche in der Literatur dokumentierten Beobachtungen legen nahe, dass niederschlagsbildende Prozesse für Bannerwolken von untergeordneter Bedeutung sind. Physikalisch lässt sich dies durch den niedrigen Flüssigwassergehalt erklären, sowie durch das zu kurze Zeitintervall, welches Luftpakete benötigen, um eine prototypische Bannerwolke zu durchlaufen.
- Erste Grobstruktursimulationen wurden in einer neutralen Grenzschicht für einen quasi-2D Bergrücken und einen dreidimensionalen Quader durchgeführt. Der Modellaufbau orientierte sich an Windkanalexperimenten, so dass ein direkter Vergleich mit Messungen möglich war. Neben der allgemeinen Leistungsfähigkeit des Modells stand ein Test des implementierten Einströmgenerators im Vordergrund. Es zeigte sich, dass der Einströmgenerator die Erzeugung realitätsnaher turbulenter Einströmdatensätze ermöglicht. Im Falle des quasi-2D Bergrückens ergab eine statistische Analyse des Einströmdatensatzes eine gute Übereinstimmung mit den Mittelwerten und Reynoldsspannungen des Windkanalexperiments (Ishihara et al., 2001). Die simulierten Reynoldsspannungen waren in dem Maße korrekt, in dem das Modell in der Lage war das korrekte Einströmprofil $u_0(z)$ zu reproduzieren. Im Falle des umströmten Quaders ließen sich die experimentell bestimmten Reynoldsspannungen im Bereich der Anströmung (Leitl und Schatzmann, 1999) nicht exakt reproduzieren. Es besteht jedoch erheblicher Zweifel, ob diese im experimentellen Datensatz angegebenen Reynoldsspannungen konsistent sind mit dem angegebenen Windprofil.

Probleme zeigten sich hinsichtlich der Homogenität der erzeugten Einströmdatensätze quer zur Hauptströmungsrichtung (y -Richtung). Neben den erwarteten turbulenten Skalen, traten im Einströmgenerator größerskalige Strukturen in Form parallel zur Strömung verlaufender Walzen auf. Diese führten zu Inhomogenitäten (quer zur Hauptströmungsrichtung) in den u -Mittelwerten $\langle u(y, z) \rangle_t$ und den Reynoldsspannungen der

abgespeicherten, zeitlich limitierten Einströmdatensätze. Ob diese walzenförmigen Strukturen ein numerisches Artefakt darstellen, oder das Resultat eines physikalischen Mechanismus sind, konnte nicht abschließend geklärt werden.

Die Hauptläufe zeigten im Falle des quasi-2D Bergrückens und Quaders insgesamt gute Übereinstimmungen mit den Messungen. So konnten faktisch alle im Windkanal beobachteten Strömungseigenschaften qualitativ reproduziert werden. Dies schließt Momente zweiter Ordnung und dynamische Charakteristika mit ein. Quantitativ waren im Vergleich zu den Messungen teilweise moderate Abweichungen erkennbar. So zeigte sich, dass das Modell die Länge des leeseitigen Rezirkulationsbereiches tendenziell überschätzt ($\mathcal{O}(25\%)$). Im Falle des quasi-2D-Bergrückens (gekrümmte Oberflächen) konnte diese Überschätzung auf einen falsch vorhergesagten Ablösepunkt an der Hindernisspitze zurückgeführt werden. Wir vermuten, dass dies letztlich aus der verwendeten Methode der viskosen Orographie, bzw. der hierbei als Basis dienenden stufenförmigen Approximation der Orographie resultiert. Die Strömung löst sich bevorzugt an der hinteren Kante der obersten, zumindest teilweise von Orographie geschnittenen Gitterzelle ab. Im Falle der Quaderüberströmung konnte die beobachtete Überschätzung des Rezirkulationsbereiches zum Teil auf Diskrepanzen in der Turbulenzintensität stromaufwärts, sowie auf eine zu grobe horizontale Maschenweite zurückgeführt werden. Ein Vergleich zwischen laminarer und turbulenter Einströmung lieferte zudem den Beweis für die Notwendigkeit eines Einströmgenerators. Im Falle laminarer Einströmung war es nicht möglich die im Windkanal beobachtete mittlere Position des Hufeisenwirbels zu reproduzieren.

Die Untersuchung der zentralen Frage dieser Arbeit begann mit der Sichtung und detaillierten Analyse existierender Theorien zur Bannerwolkenentstehung. Es konnte gezeigt werden, dass von den existierenden Theorien nur eine (die Leerrotor-Theorie) genaueren Analysen und Vergleichen mit Beobachtungen/Messungen stand hält. Diese Theorie wurde mit Hilfe von LES-Simulationen sowohl auf Laborskala als auch auf atmosphärischer Skala überprüft. Das Ziel war die Simulation und Analyse prototypischer Bannerwolken. Die Simulationen wurden aus diesem Grund auf die folgenden Bedingungen eingeschränkt, die nach unserem Wissensstand für Bannerwolken förderlich, oder zumindest nicht hinderlich sind:

- Beschränkung auf pyramidenförmige Hindernisse mit einem Aspektverhältnis von 1.
- Beschränkung auf primär nicht-konvektive Bannerwolken. Dies hatte auf atmosphärischer Skala die Verwendung einer feuchtstabilen freien Atmosphäre zur Folge.
- Beschränkung auf das Regime $Fr \gg 1$.

In dieser Arbeit konnte die erste LES einer realitätsnahen Bannerwolke präsentiert werden. Die Wolke entwickelte sich aufgrund dynamisch erzwungener Hebung und adiabatischer Kühlung im aufsteigenden Ast eines Leewirbels. Die Simulationen bestätigten somit eindeutig die Leerrotor-Theorie. Das simulierte Strömungsfeld war stark asymmetrisch. Im Mittel übertraf die lagrangesche Vertikalverschiebung im Lee diejenige im Luv. Dies hatte zur Folge, dass die dynamisch erzwungene Hebung im Lee sogar für den Fall horizontal homogener Anfangsbedingungen hinsichtlich Temperatur und Feuchte zur Bildung einer Bannerwolke führte. Voraussetzungen waren lediglich Vertikalgradienten in den Einströmprofilen von θ , q_v und damit θ_e ($\partial\theta_e/\partial z < 0$). Dies führte zu der Schlussfolgerung, dass zusätzliche leeseitige Feuchtequellen, unterschiedliche Luftmassen oder Strahlungseffekte (einseitige Sonnenbestrahlung eines Hanges) keine notwendige Voraussetzungen zur Bildung einer Bannerwolke

darstellen (all diese Effekte können jedoch förderlich sein). Dieses Resultat steht im klaren Gegensatz zu den meisten alternativen Erklärungsversuchen von Bannerwolken (siehe z.B. Beer, 1974; Humphreys, 1964) welche auf der Mischungsnebel- oder Bernoulli-Theorie basieren.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Entstehung einer Bannerwolke 3 Voraussetzungen benötigt: Ein geeignetes Hindernis, eine das Hindernis um- und überströmende Luftmasse, sowie geeignete thermodynamische Bedingungen (geeignete Vertikalprofile von θ und q_v) innerhalb dieser Luftmasse. Was geeignete thermodynamische Bedingungen sind, ist wiederum vom angeströmten Hindernis abhängig. Es konnten notwendige und hinreichende Kriterien für die Bildung von Bannerwolken aufgestellt werden. Diese setzen dynamische Eigenschaften der Hindernis-induzierten Strömung (Luv-Lee-Kennlinien des Hindernisses basierend auf Vertikalprofilen der Luftpaket-Maximalhöhe $z^{max}(z_s)$) zu thermodynamischen Eigenschaften der Strömung (Vertikalprofil des HKNs der ankommenden Strömung) in Beziehung. Dass diese Kriterien in der Tat notwendig und hinreichend sind, wurde mit Hilfe numerischer Simulationen auf atmosphärischer Skala überprüft (siehe Abschnitt 4.5.2, Abb. 4.34a-d). Es zeigte sich, dass das HKN-Profil der anströmenden Luftmasse zwischen der Luv- und Lee-Kennlinie des Hindernisses und damit innerhalb des vom Hindernis bereitgestellten 'Asymmetriefensters' liegen muss. Je größer dieses Asymmetriefenster, d.h. je größer der Abstand der beiden Kennlinien, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit einer Bannerwolkenbildung.

Die Untersuchung verschiedener Pyramidenformen mit unterschiedlichen Steigungswinkeln und Höhen auf Laborskala hat ergeben, dass für den Fall horizontal homogener Bedingungen die Asymmetrie hinsichtlich der lagrangeschen Vertikalverschiebung (d.h. das Asymmetriefenster) und somit die Wahrscheinlichkeit der Bannerwolkenbildung mit zunehmender Höhe und Steilheit der Pyramide zunimmt. Dies steht im Einklang mit der Tatsache, dass Bannerwolken bevorzugt an sehr hohen und sehr steilen Bergspitzen beobachtet werden. Untersuchungen mit einem um 45° rotierten Hindernis haben zudem gezeigt, dass die Wahrscheinlichkeit der Bannerwolkenbildung bei pyramidenförmigen Hindernissen nahezu unabhängig von der Anströmungsrichtung ist. Dies kann als einer der Gründe interpretiert werden, warum dreidimensionale Bergspitzen gegenüber quasi-2D Bergrücken bevorzugt zu sein scheinen. Im letzteren Fall sind die erlaubten Windrichtungen auf 2 verhältnismäßig enge Korridore beschränkt.

Die Simulationen konnten die Messungen von Küttner, sowie die Wiederholungsmessungen des experimentellen Teilprojektes bestätigen. Prototypische Bannerwolken zeichnen sich durch erhöhte θ_e -Werte im Lee im Vergleich zum Luv aus. Insbesondere ist die leeseitige Luft zumeist wärmer und feuchter als die überströmende luvseitige Luft. In den idealisierten Simulationen konnte dieser Effekt auf die geforderten negativen Vertikalgradienten der mittleren Profile von q_v und θ_e in der luvseitigen Anströmung zurückgeführt werden. Es bestätigte sich zudem, dass niederschlagsbildende Prozesse im Falle prototypischer nicht-konvektiver Bannerwolken keine merkliche Rolle spielen.

Neben grundlegenden Untersuchungen zum Entstehungsmechanismus und der thermodynamischen Voraussetzungen wurden auch weiterführende Untersuchungen zur Dynamik-Thermodynamik Wechselwirkung, zum Einfluss von Gebirgswellen sowie zur Herkunft der kondensierenden Feuchte durchgeführt. So konnten unsere Simulationen die Frage nach der wahrscheinlichsten Herkunft der kondensierenden Feuchte beantworten. Die Tatsache, dass die Bannerwolkenbildung ohne leeseitige Feuchtequellen prinzipiell möglich ist schließt nicht aus, dass derartige Feuchtequellen in der Realität eine entscheidende unterstützende Rolle spielen könnten. Aus diesem Grund wurden idealisierte Simulationen mit eingeschalte-

ten leeseitigen Feuchteflüssen unterschiedlicher Stärke durchgeführt. Zumindest für die untersuchten pyramidenförmigen Hindernisse zeigte sich, dass die kondensierende Feuchte in überwiegendem Maße aus der Anströmung im Luv und nicht aus lokalen Feuchtequellen im Lee stammte. Wenn überhaupt, so konnten nur Feuchtequellen unmittelbar am leeseitigen Gebirgshang einen spürbaren Beitrag liefern. Bezogen auf den Gesamtwassergehalt q_{tot} machte die leeseitig emittierte Feuchte im Bereich der Bannerwolke jedoch nur wenige Prozent aus. Die wahrscheinlichste Herkunft der kondensierenden Feuchte im Falle realer Bannerwolken hinter Bergspitzen ist demnach das Luv und nicht das Lee.

Ein Vergleich von Modellläufen mit ein- bzw. ausgeschalteter Umsetzung latenter Wärme hat gezeigt, dass thermodynamische Prozesse (insbesondere die Umsetzung latenter Wärme) auf die hier untersuchten nicht-konvektiven Bannerwolken keinen signifikanten Einfluss haben. Die mittlere Strömung und insbesondere der aufsteigende Ast des Leerrotors wurde nur geringfügig modifiziert. Daraus lässt sich schließen, dass thermodynamische Prozesse nicht das Potential besitzen eine Bannerwolke signifikant zu verstärken oder gar den aufsteigenden Ast im Lee aufrecht zu erhalten, falls der dynamische Antrieb abnimmt oder ganz zusammenbricht. Selbst wenn thermodynamische Prozesse ein solches Potential besäßen, würde dies nicht in einer signifikanten Erhöhung des Wolkenwassergehaltes oder der optischen Dicke der Bannerwolke resultieren, da lediglich der horizontale Massenfluss durch die Wolke zu nehmen würde. Abgesehen von dem vernachlässigbaren Einfluss auf die mittlere Strömung, konnte immerhin ein moderater Einfluss auf die leeseitige Turbulenz festgestellt werden. Die Freisetzung latenter Wärme führt zu einer Destabilisierung der leeseitigen Schichtung, was in einer moderaten Erhöhung der leeseitigen Turbulenz resultiert. Der überwiegende Teil der Turbulenz wird allerdings mechanisch, d.h. durch Strömungsablösung am Hindernis und anschließenden Zerfall der Scherschichten erzeugt. Insgesamt lässt sich festhalten, dass prototypische nicht-konvektive Bannerwolken primär ein dynamisches Phänomen darstellen. Die Flüssigwassergehalte (in unseren Simulationen $q_l < 0.5 \text{ g kg}^{-1}$) sind zu gering, als dass thermodynamische Prozesse die Dynamik von Bannerwolken entscheidend beeinflussen könnten.

Da Strömungen über Hindernisse in einer stabil geschichteten Atmosphäre unweigerlich die Propagation von Schwerewellen (und damit Impuls- und Energietransport) nach sich ziehen wurde untersucht, inwieweit Schwerewellen bei der Entstehung und der Dynamik von Bannerwolken eine Rolle spielen. Es zeigte sich, dass Schwerewellen durch Verstärkung der Absinkbewegung im unmittelbaren Lee einen limitierenden Effekt auf die horizontale Skala von Bannerwolken haben können. Unsere Simulationen lieferten jedoch keinen Anhaltspunkt dafür, dass Schwerewellen Teil des Entstehungsmechanismus von Bannerwolken sind und somit über deren Entstehung oder Unterdrückung entscheiden können¹.

Am Ende unserer Betrachtungen möchten wir nochmals explizit auf die Arbeiten von Hann (1896) und Douglas (1928) hinweisen, welche das grundlegende Prinzip der Bannerwolkenentstehung schon in sehr frühen Tagen der meteorologischen Forschung, einzig durch genaue Beobachtungen der Natur erkannten und publizierten. Leider gerieten diese Arbeiten für viele Jahre in Vergessenheit. Stattdessen wurden häufig auch in Textbüchern recht zweifelhafte Erklärungen für die Entstehung von Bannerwolken angeführt.

¹Zur Untersuchung dieses Sachverhaltes erwies sich die Höhenlimitierung des Modellgebietes als effiziente Methode, um Schwerewellen aus der Simulation zu eliminieren, ohne jedoch den zugrundeliegenden Entstehungsmechanismus von Bannerwolken (Leerotor) signifikant zu beeinflussen. Inwiefern diese Methode auch bei anderen Problemen/Sensitivitätsstudien sinnvoll ist, hängt von dem Verhältnis der typischen Skala des zu untersuchenden Phänomens zur Skala der Schwerewelle ab.

Ausblick

Die vorliegende Arbeit gibt einen Einblick in den Entstehungsmechanismus und die Dynamik orographischer Bannerwolken. Es konnten allerdings nicht sämtliche, in der Einleitung aufgeworfenen Fragen vollständig beantwortet werden. Als Grund hierfür ist insbesondere der extrem hohe Rechenaufwand anzuführen, den eine einzelne Simulation mit der aktuellen Version des LES-Modells erfordert. Um hinreichend glatte Statistiken (Mittelwerte und Varianzen) zu erhalten, konnte die erforderliche Rechenzeit 7 Tage deutlich überschreiten. Dies machte die Durchführung weiterer Parameterstudien schwierig. Im Folgenden werden Vorschläge für weiterführende Arbeiten im Bereich der Bannerwolken gemacht. Um den Rechenaufwand in einem sinnvollen Rahmen zu halten, sollten diese Arbeiten jedoch mit den weiter unten aufgeführten Vorschlägen zur Verbesserung und Beschleunigung des Modells einhergehen.

Vorschläge für weiterführende Arbeiten im Bereich der Bannerwolken

- Die bisherigen Untersuchungen konzentrierten sich auf idealisierte pyramidenförmige Hindernisse. In einem nächsten Schritt sollten Untersuchungen für Hindernisse mit Aspektverhältnissen größer 1 durchgeführt werden. Insbesondere wäre eine Studie denkbar in der ein quasi kontinuierlicher Übergang von der 3D Pyramidenform zu einem quasi-2D Grat vollzogen wird (Übergang vom Matterhorn zum Zugspitzgrat). Die Untersuchung sollte sich insbesondere auf mögliche Unterschiede hinsichtlich der Luv-Lee-Asymmetrie der Strömung (Veränderung des 'Asymmetriefensters') und der damit einhergehenden Wahrscheinlichkeit der Bannerwolkenbildung unter horizontal homogenen Bedingungen konzentrieren. Diese Untersuchungen könnten weitere Hinweise dahingehend liefern, warum pyramidenförmige Berge im Vergleich zu langgestreckten Bergrücken für Bannerwolken 'günstiger' zu sein scheinen. In Abschnitt 4.5.6 wurde zudem postuliert, dass mit wachsendem Aspektverhältnis und der damit verbundenen Ausdehnung des Rückströmbereiches der Einfluss leeseitiger Feuchtequellen zunehmen sollte. Auch dieser Punkt ließe sich überprüfen. Nicht zuletzt wäre es wünschenswert Simulationen mit realistischer Orographie des Matterhorns, oder der Zugspitze unter Nutzung der an der Zugspitze gewonnenen Daten durchzuführen.
- In Analogie zur Pyramide könnte für einen Bergrücken untersucht werden, welchen Einfluss eine Variation der Anströmrichtung auf die Luv-Lee-Asymmetrie und damit die Wahrscheinlichkeit der Bannerwolkenbildung hat.
- Sofern es die Rechenkapazitäten erlauben, sollte der Einfluss der statischen Stabilität auf die Strömung und die entstehende Bannerwolke untersucht werden. Untersuchungen für $Fr < 1$ erscheinen bislang als nicht tragbar, aber ein Übergang von $Fr \gg 1$ zu $Fr \approx 1$ sollte angegangen werden. Dies könnte detailliertere Erkenntnisse darüber bringen, ob ein Regime $a < Fr < b$ existiert², außerhalb dessen Bannerwolken aufgrund dynamischer Gegebenheiten (Verschwinden des Leerrotors, oder Verschwinden der Luv-Lee-Asymmetrie) nicht mehr existieren können. Gemäß der Ausführungen in Abschnitt 4.1.3 wäre bei einer vorgegebenen Stabilität der Schichtung damit zu rechnen, dass eine untere Grenze der Anströmgeschwindigkeit existiert, unterhalb derer sich keine Bannerwolke bilden kann (aufgrund eines nicht-existenten aufsteigenden Astes im Lee). Dies würde für eine untere Grenze der erlaubten Froude-Zahl sprechen.

²Unsere bisherigen Simulationen sprechen für $b \rightarrow \infty$.

- Eine ähnliche Untersuchung ist möglich, wenn man anstelle der Stabilität innerhalb der Grenzschicht, die Dicke der Grenzschicht δ_{Bl} bei konstanter Hindernishöhe H variiert und die bisherige nahezu neutrale Schichtung der Grenzschicht beibehält.
- Die vorliegende Arbeit konzentrierte sich auf prototypische nicht-konvektive Bannerwolken (feuchtstabile freie Atmosphäre). Durch Variation der Stabilität der freien Atmosphäre könnte ein Übergang zu eher konvektiven Wolken vollzogen werden. Es könnte überprüft werden welchen Einfluss dies auf die horizontale und vertikale Größenskala der Bannerwolke hätte und ab welcher Skala niederschlagsbildende Prozesse nicht mehr vernachlässigt werden dürfen. Es ist zu erwarten, dass mit zunehmender Vertikalerstreckung der Wolke (und somit zunehmenden Wassergehalt) thermodynamische Prozesse und die Dynamik-Thermodynamik Wechselwirkung an Bedeutung gewinnen.
- Unsere numerischen Simulationen haben bestätigt, dass die luvseitige Luft, welche über die leeseitige Luft ansteigt im Mittel kälter und trockener ist als die Luft im Lee. Wie von Kuettner (2000) beschrieben, („Trotz der grotesk instabilen Schichtung war das Strömungsbild der „Banner“-Wolke völlig stabil und hielt sich über viele Stunden, unabhängig davon, welche Bergseite sonnenbeschienen war.“) scheint man es in diesem Fall mit einem Paradoxon zu tun zu haben – der Koexistenz einer stabilen Strömung mit einer statisch instabilen Schichtung. Bislang wird vermutet, dass Effekte wie die Umkehr der Auftriebskraft durch Verdunstung am Wolkenoberrand (Grabowski, 1993, 1995), oder die Verzögerung der Rayleigh-Taylor-Instabilität durch starke Scherung (Benilov, 2002) in diesem Zusammenhang eine Rolle spielen könnten. Möglicherweise ist die Erklärung für das scheinbare Paradoxon aber auch viel einfacher. Auch in unseren idealisierten Simulationen lässt sich diese lokal stark instabile Schichtung nachweisen (siehe Abb. 4.38a). Die Bannerwolke ist dennoch stabil und statistisch stationär, da ihr Oberrand durch eine feuchtstabile Schicht begrenzt wird. Eine dritte Erklärungsmöglichkeit ist also, die Existenz dieser feuchtstabilen Schicht im Bereich der Gipfelhöhe zu fordern. Dieses scheinbare Paradoxon könnte genauer untersucht werden.

Um die zuvor beschriebenen Arbeiten mit dem vorliegenden LES-Modell durchführen zu können, ist eine Beschleunigung des Modellcodes durch eine hinreichend skalierende Parallelisierung essentiell. Sämtliche in dieser Arbeit gezeigten Simulationen wurden seriell auf einem Prozessorkern gerechnet. Zur Ausnutzung heutiger Mehrkern-Prozessoren wäre eine OpenMP (Open Multi-Processing)-Parallelisierung ein gangbarer Weg. Der folgende Abschnitt zeigt Möglichkeiten zur Beschleunigung und Verbesserung des Modells auf.

Vorschläge für weiterführende Arbeiten im Bereich der Modellentwicklung

- Weite Teile des Programmcodes wurden im Rahmen dieser Arbeit bereits OpenMP-parallelisiert. Dennoch war es nicht möglich eine Beschleunigung von mehr als 20% zu erreichen. Eine mögliche Ursache hierfür liegt in der unzureichenden Ausnutzung der Cache-Lokalität im aktuellen Code. In Fortran (Speicherung in 'column-major' Reihenfolge) sollte bei geschachtelten DO-Schleifen die äußerste Schleife über den rechten Index des Arrays laufen, die innerste Schleife über linken Index (siehe Abb. 5.1a). Im aktuellen Code wird in sehr vielen Fällen jedoch eine diesbezüglich falsche Schleifenreihenfolge verwendet (siehe Abb. 5.1b). Ursache hierfür ist, dass im Modellcode der Startwert des vertikalen Schleifenindex k von der horizontalen Position (d.h. von den Indizes i und j abhängt). Hierüber wird die Position des ersten Gitterpunktes

(a) Richtig:	(b) Falsch:
INTEGER :: nx,ny,nz	INTEGER :: nx,ny,nz
REAL :: a	REAL :: a
REAL :: work(nx,ny,nz)	REAL :: work(nx,ny,nz)
DO k= 1,nz ! Schleife in z	DO i= 1,nx ! in x
DO j=1,ny ! Schleife in y	DO j=1,ny ! in y
DO i=1,nx ! Schleife in x	DO k=1,nz ! in z
a = work(i,j,k)	a = work(i,j,k)
.	.
.	.
ENDDO	ENDDO
ENDDO	ENDDO
ENDDO	ENDDO

Abbildung 5.1: (a) Korrekter Lese-Zugriff auf 3D-Felder unter Ausnutzung der Cache-Lokalität in Fortran (*column-major*), (b) Falscher (*langsamerer*) Zugriff.

außerhalb der Topographie bestimmt. Aus diesem Grund ist eine geeignete Vertauschung der Schleifenreihenfolge problematisch. Eine mögliche Lösung bestünde darin, die bisherige Schleifenreihenfolge beizubehalten, jedoch die Dimensionierung sämtlicher 3D-Felder geeignet zu modifizieren. In Anlehnung an Abb. 5.1 würde dies bedeuten: $\text{work}(nx,ny,nz) \rightarrow \text{work}(nz,ny,nx)$.

- Falls im Rahmen der vorgeschlagenen Parameterstudien die Abhängigkeit von niederschlagsbildenden Prozessen untersucht werden sollte, so sollten zuvor die im Anhang beschriebenen Erweiterungen/Modifikationen des Wolkenmodells implementiert und deren Auswirkungen untersucht werden.
- Im Hinblick auf die Simulation nicht-neutraler Grenzschichten, sollte der Einbau der beschriebenen generalisierten Wandfunktionen für nicht-neutrale Schichtungen vorgenommen werden.
- In der aktuellen Modellversion existiert eine strikte Trennung zwischen Einströmgenerator und Hauptlauf. Es handelt sich um zwei separate Fortran-Codes, die nacheinander aufgerufen werden. Zunächst wird der Einströmgenerator gestartet, um nach einer hinreichenden Einschwingzeit einen Datensatz in einer fixierten Ebene zu extrahieren und abzuspeichern. Dieser Datensatz wird anschließend beim Start des Hauptlaufes eingelesen und als Randbedingung am Einströmrand verwendet. In Abschnitt 3.3.1 wurde beschrieben, dass die verhältnismäßig geringe zeitliche Länge des Einströmdatensatzes zu Problemen hinsichtlich der Homogenität des Datensatzes quer zur Hauptströmungsrichtung führen kann. Die Abspeicherung signifikant längerer Datensätze könnte diese Inhomogenitäten zwar verringern, würde aber zu erheblichen Problemen bezüglich der Handhabung der Datenmengen führen. Eleganter wäre eine Kopplung von Einströmgenerator und Hauptlauf mit dem Ziel die Zwischenspeicherung der Einströmdaten und deren zyklische Anwendung zu vermeiden.

Eine solche Kopplung kann entweder zeitlich oder gar raumzeitlich erfolgen (siehe z.B. Fröhlich, 2006, S. 209). Mit zeitlicher Kopplung ist gemeint, dass man Einströmgenerator und Hauptlauf nicht nacheinander sondern gleichzeitig, jedoch weiterhin auf getrennten Modellgebieten rechnet. Programmiertechnisch würde dies bedeuten, dass man Einströmgenerator und Hauptlauf in einem Code mit einer gemeinsamen Ablaufsteuerung zusammenfassen müsste. Beim Start des Modells würde zunächst der Einströmgenerator samt der zugehörigen Datenstrukturen initialisiert. Erst nachdem der Einströmgenerator einen statistisch stationären Zustand erreicht hat, wird auch der Hauptlauf initialisiert. In jedem nun folgenden Zeitschritt wird zunächst der Einströmgenerator von Zeitpunkt n nach $n+1$ vorwärts integriert. Dieser liefert die aktuelle Einströmrandbedingung für den Hauptlauf, der unmittelbar danach die Zeitintegration durchführt.

Die alternative raumzeitliche Kopplung basiert auf der gleichzeitigen Durchführung von Einströmgenerator und Hauptlauf auf einem gemeinsamen Modellgebiet (Mayor et al., 2002). Hierzu würde man die Recycling-Ebene direkt in einem hinreichend lang gewählten Einströmbereich des Hauptlaufes platzieren.

Die letztgenannte Methode hätte den Vorteil, dass sie im vorliegenden Modellcode verhältnismäßig einfach zu implementieren wäre. Sie birgt jedoch zwei wesentliche Nachteile: Zum Einen wird während der Einschwingphase des Einströmgenerators auf einem unnötig großen Modellgebiet gerechnet, was den ohnehin schon hohen Rechenaufwand nochmals signifikant erhöhen würde. Zum Anderen besteht die Gefahr, dass Störungen aus dem Bereich des eigentlichen Modellgebietes (stromabwärts der Recycling-Ebene) den Einströmgenerator beeinflussen könnten. Dies erschwert die Interpretation der Modellergebnisse, da eine Trennung der Effekte durch das Einströmsignal und der gewählten internen Modell-Parameter streng genommen nicht mehr möglich ist. Die reine zeitliche Kopplung von Einströmgenerator und Hauptlauf ist daher zu bevorzugen.

Anhang A

Wandfunktion im Falle nichtneutraler Schichtung

Die im Modell implementierte Wandfunktion für neutrale Schichtung (Abschnitt 2.7.1) stellt einen Spezialfall der Monin-Obukhov (MO)-Ähnlichkeitstheorie dar. Die Wandfunktion lässt sich wie folgt auf nichtneutrale Schichtungen erweitern.

Für die gesuchten turbulenten Flüsse von Impuls, Temperatur und Feuchte am Modellunterrand gilt in der atmosphärischen Prandtl-Schicht:

$$\overline{\rho_0 u' w'^R} = -\rho_0 u_*^2 \quad (\text{A.1})$$

$$\rho_0 c_{p0} \overline{w' \theta'^R} = -\rho_0 c_{p0} u_* \theta_* \quad (\text{A.2})$$

$$\overline{\rho_0 w' q'_v{}^R} = -\rho_0 u_* q_* \quad (\text{A.3})$$

Die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* , sowie die turbulenten Temperatur- und Feuchteskalen θ_* , q_* lassen sich mit Hilfe der allgemeinen integrierten Fluss-Profil-Beziehungen wie folgt berechnen (Stull, 1988, S. 385):

$$u_* = \frac{\kappa u_{\parallel}}{\ln\left(\frac{\eta}{z_0}\right) - \Psi_m(\zeta)} \quad (\text{A.4})$$

$$\theta_* = \frac{\kappa (\theta_{\eta} - \theta_w)}{\ln\left(\frac{\eta}{z_0}\right) - \Psi_h(\zeta)} \quad (\text{A.5})$$

$$q_* = \frac{\kappa (q_{v\eta} - q_{vw})}{\ln\left(\frac{\eta}{z_0}\right) - \Psi_h(\zeta)}, \quad (\text{A.6})$$

mit $\zeta = \frac{\eta}{L_{\text{MO}}}$. η bezeichnet wiederum den senkrechten Abstand zwischen der Orographie und dem ersten äußeren Gitterpunkt. Der Index w bezeichnet Oberflächenwerte. Für die Monin-Obukhov Länge L_{MO} gilt

$$L_{\text{MO}} = \frac{u_*^2}{\kappa (\beta \theta_* + 0.61 g q_*)}, \quad \text{mit } \beta = \frac{g}{\theta_{v0}}. \quad (\text{A.7})$$

θ_{v0} ist ein zu wählender Referenzwert der virtuellen potentiellen Temperatur. Dieser kann gleich dem jeweiligen Oberflächenwert gewählt werden. Die Funktionen Ψ_m und Ψ_h beschreiben die Abweichungen vom logarithmischen Profil in Abhängigkeit von der Stabilität der Schichtung. Man erhält Ψ_m und Ψ_h durch Integration der universellen MO-Stabilitätsfunktio-

nen (Paulson, 1970). Es gilt:

$$\Psi_m(\zeta) = \begin{cases} 2 \ln\left(\frac{1+x}{2}\right) + \ln\left(\frac{1+x^2}{2}\right) - 2 \tan^{-1} x + \frac{\pi}{2} & \text{instab. Schichtung } (\zeta \leq 0) \\ -5\zeta & \text{stab. Schichtung } (\zeta \geq 0), \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

mit $x = (1 - 16\zeta)^{1/4}$.

$$\Psi_h(\zeta) = \begin{cases} 2 \ln\left(\frac{1+y}{2}\right) & \text{instab. Schichtung } (\zeta \leq 0) \\ -5\zeta & \text{stab. Schichtung } (\zeta \geq 0), \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

mit $y = (1 - 16\zeta)^{1/2}$. Man beachte, dass die Gleichungen (A.4), (A.5), (A.6) aufgrund der Abhängigkeit von L_{MO} transzendenten Charakter haben und damit analytisch nicht lösbar sind. Folgende Lösungsmethoden mit unterschiedlicher Genauigkeit und unterschiedlichem Rechenaufwand sind denkbar:

- Eine erste Näherung der Skalen u_* , θ_* und q_* kann unter der Annahme neutraler Schichtung ($\Psi_m = \Psi_h = 0$) analytisch berechnet werden. Mit Hilfe dieser Näherung lässt sich eine Näherung für L_{MO} gemäß (A.7) berechnen, welche dann in die Gleichungen (A.4), (A.5), (A.6) eingesetzt werden kann. Eine anschließende Lösung von (A.4), (A.5), (A.6) liefert korrigierte Werte für u_* , θ_* und q_* . Je nach zur Verfügung stehender Rechenkapazität können die so berechneten Skalen direkt zur Flussberechnung gemäß (A.1), (A.2), (A.3) verwendet, oder obige Prozedur iterativ wiederholt werden, bis die Unterschiede zwischen den alten und den korrigierten Werten von L_{MO} vernachlässigbar sind.
- Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die MO-Länge in (A.4), (A.5), (A.6) unter Verwendung der Skalen u_*^{n-1} , θ_*^{n-1} , q_*^{n-1} des vorhergehenden Zeitschrittes $n - 1$ zu approximieren. Nimmt man diesen Zeitfehler in Kauf, so lässt sich die rechenzeitintensivere Iteration umgehen.

Wie in Abschnitt 2.7.1 bereits diskutiert, werden im vorliegenden Modell die Randbedingungen am Unterrand nicht in Form von Flüssen sondern in Form effektiver Austauschkoefizienten angegeben. Diese Methode ist auch bei der hier beschriebenen erweiterten Wandfunktion anwendbar. Die Flussberechnung im Modell erfolgt z.B. im Falle des Wärmeflusses mittels

$$\rho_0 c_p \overline{w' \theta'^{\text{R}}} = -\rho_0 c_p K_h \left. \frac{\partial \theta}{\partial n} \right|_w = -\rho_0 c_p K_h \frac{\theta_\eta - \theta_w}{\eta}, \quad (\text{A.10})$$

wobei hier die Diskretisierung für den unteren Rand eingesetzt wurde. Fordert man, dass dieser Ausdruck den gleichen Wärmefluss liefert wie Gleichung (A.2), so muss für den Austauschkoefizienten gelten:

$$K_h = \frac{\eta u_* \theta_*}{\theta_\eta - \theta_w} \quad (\text{A.11})$$

Dieser Austauschkoefizient würde den bislang unter der Annahme einer neutralen Schichtung verwendeten Austauschkoefizienten $K_h = \text{Pr}_{FS}^{-1} K_m$ (siehe Gleichung 2.31) ersetzen. Entsprechend gilt für den Impulsaustauschkoefizienten K_m :

$$K_m = \frac{\eta u_*^2}{u_\parallel} \quad (\text{A.12})$$

Da die MO-Theorie keine unterschiedlichen Austauschkoefizienten für unterschiedliche Skalare vorhersagt ist es sinnvoll, zur Berechnung des Feuchteflusses ebenfalls K_h zu verwenden.

Anhang B

Mögliche Verbesserungen des Wolkenmodells

Die Verbesserungsvorschläge betreffen im Wesentlichen die niederschlagsbildenden Mechanismen. Da diese Mechanismen für die Dynamik von Bannerwolken sekundär sind, wurden sie in den meisten Modellläufen vernachlässigt. Die Verbesserung der originären Parametrisierungen nach Nickerson (1986) ist somit für die hier untersuchte Fragestellung nicht essentiell und geht über den Rahmen dieser Arbeit hinaus. Für den Fall, dass dieses Modell für wissenschaftliche Fragen eingesetzt wird bei denen niederschlagsbildende Prozesse von Bedeutung sind, sollten die folgenden Verbesserungsvorschläge in Betracht gezogen werden. Insbesondere sollte ihr Einfluss auf den spezifischen Regenwassergehalt q_r , die Regentropfenanzahlkonzentration N_r , sowie die Sedimentationsrate und den damit verknüpften Tröpfchendurchmesser $D_{r,0}$ genauer untersucht werden.

B.1 Zusätzliche Bilanzgleichung für aktivierte Wolkenkondensationskerne

Die zeitliche Änderung der Wolkentropfenanzahlkonzentration durch Nukleation wird bisher bestimmt über

$$\frac{\partial N_c^{nuc}}{\partial t} = \max \left(0, \frac{N_{CCN} - N_c(t - \Delta t)}{\Delta t} \right), \quad (\text{B.1})$$

wobei $N_c(t - \Delta t)$ die Wolkentropfenanzahlkonzentration zu Beginn des Zeitschritts und N_{CCN} die Anzahlkonzentration potentiell aktivierbarer Kondensationskerne beschreibt. Neue Tröpfchen werden immer dann nukleiert, wenn $N_c(t - \Delta t) < N_{CCN}$ gilt. Diese Methode ist korrekt, solange die niederschlagsbildenden Prozesse Autokonversion und Akkreszenz nicht berücksichtigt werden. Mit eingeschalteter Autokonversion und Akkreszenz nimmt N_c mit der Zeit jedoch ab, so dass über Gleichung (B.1) ständig neue, sehr kleine Wolkentropfen gebildet werden, selbst wenn bereits das gesamte Reservoir an CCN's erschöpft ist. Dies führt nicht nur zu einer Überschätzung der Wolkentropfenanzahlkonzentration sondern hat zur Folge, dass der prognostizierte mittlere Wolkentropfendurchmesser \bar{m}_c künstlich verringert wird. Nach Gleichung (2.87) führt dies zu einer Verringerung der Autokonversionsrate und letztlich zur Verzögerung der Niederschlagsbildung.

Dies kann verhindert werden, indem als weitere prognostische Variable die Anzahlkonzentration der aktivierten Wolkenkondensationskerne N_a eingeführt wird. Betreibt man das

Modell ohne niederschlagsbildende Prozesse, so ist aufgrund der geringen Sedimentationsgeschwindigkeit von Wolkenröpfchen $N_a \approx N_c$. Mit eingeschalteter Autokonversion und Akkreszenz hingegen gilt $N_a \geq N_c$. Um dem beschriebenen Problem der verzögerten Niederschlagsbildung entgegenzuwirken, müsste $N_c(t - \Delta t)$ in Gleichung (B.1) durch $N_a(t - \Delta t)$ ersetzt werden. Die prognostische Gleichung für N_a müsste wie folgt lauten

$$\frac{\partial N_a}{\partial t} = \frac{adv/dif}{\partial t} + \frac{nuc}{\partial t} + \frac{eva}{\partial t}, \quad (\text{B.2})$$

mit

$$\begin{aligned} \frac{adv/dif}{\partial t} &: \text{Turbulente Advektion/Diffusion} \\ \frac{nuc}{\partial t} &: \text{Quellterm } \left(= \frac{nuc}{\partial t} \right) \text{ welcher die neu aktivierten CCN's berücksichtigt} \\ \frac{eva}{\partial t} &: \text{Senkenterm, welcher der Tatsache Rechnung trägt, dass durch Verdunstung von Wolken- bzw. Regentropfen CCN's zur nochmaligen Aktivierung zur Verfügung stehen.} \end{aligned}$$

Für die Parametrisierung von $\frac{eva}{\partial t}$ kann man sich beliebig komplexe Ansätze überlegen, die hier jedoch nicht in allen Details diskutiert werden sollen. Stattdessen wird eine als Ausgangspunkt dienende Parametrisierung vorgeschlagen. Ein möglicher Ausgangspunkt wäre

$$\frac{eva}{\partial t} = \frac{eva}{\partial t} + \frac{eva}{\partial t}. \quad (\text{B.3})$$

Somit kann bei partieller Verdunstung von Wolken- und Regentropfen das Reservoir an aktivierbaren CCN teilweise wieder aufgefüllt werden. Nach vollständiger Verdunstung der Tröpfchen in der jeweiligen Gitterzelle sollte N_a unabhängig von dessen aktuellen Wert auf 0 zurückgesetzt werden.

B.2 Modifikation der Autokonversionsrate

In mehreren Arbeiten (siehe z.B. Ziegler, 1985; Cohard und Pinty, 2000a; Caro et al., 2004) wird darauf hingewiesen, dass die von Berry und Reinhardt (1974) formulierte Autokonversionsrate (2.84) während der Initiierung des Regentropfenspektrums sämtliche Kollisions-Koaleszenzprozesse, also auch Akkreszenz und Selbsteinfang, berücksichtigt. Zu Beginn sollten demnach die Parametrisierungen der Akkreszenz und des Selbsteinfangs von Regentropfen ausgeschaltet bleiben, um die Beiträge dieser Prozesse zu $\partial q_r / \partial t$ nicht doppelt zu zählen. Diese dürfen erst zugeschaltet werden, wenn der Autokonversionsprozess vom Initiierungsregime (engl. *seeder*) in das Zulieferregime (engl. *feeder*) übergegangen ist – das Regentropfenspektrum also ein ausgeprägtes Maximum beim sogenannten „hump“-Durchmesser D_H ausgebildet hat (Caro et al., 2004). Nach Berry und Reinhardt (1974) ist D_H gegeben durch

$$D_H = 1.26 \times 10^{-3} [0.5 \times 10^6 D_b - 3.5]^{-1}, \quad (\text{B.4})$$

mit $D_b = \overline{D}_c \sqrt{\text{var } m}^{1/3}$ (siehe auch Gilmore und Straka, 2008).

Die Aktivierung der Akkreszenz und des Selbsteinfangs (Gl. (2.88), (2.89), (2.92)) sollte demnach erst erfolgen, wenn der prädominante Durchmesser $D_{r,g}$ des entstehenden Regentropfenspektrums den „hump“-Durchmesser D_H übertrifft, d.h. wenn $D_{r,g} > D_H$ gilt.

Eine weitere Modifikation betrifft die Änderungsrate der Regentropfenanzahlkonzentration durch Autokonversion nach Gleichung (2.85). Berechnet man den zur mittleren Masse \overline{m}_{r_0} zugehörigen Regentropfendurchmesser \overline{D}_r , so erkennt man, dass diese Parametrisierung nach Berry und Reinhardt (1974) der Regenwasser-Klasse kontinuierlich Nieseltröpfchen mit einem Durchmesser von ca. $82 \mu\text{m}$ zuführt. Dieser Durchmesser mag das Regentropfenspektrum in der Initiierungsphase gut beschreiben, ist aber sicherlich nicht charakteristisch für ein voll entwickeltes Regentropfenspektrum. Mit dem Ziel die Entwicklung des Regentropfenspektrums (hin zu größeren mittleren Durchmessern) nicht zu behindern, schlugen Caro et al. (2004) folgende Modifikation der Gleichung (2.85) vor:

$$\frac{\overset{aut}{\partial} N_r}{\partial t} = \frac{6}{\pi \rho_w \max\left((82 \times 10^{-6} \text{ m})^3, \overline{D}_r^3\right)} \rho_0 \frac{\overset{aut}{\partial} q_r}{\partial t} \quad (\text{B.5})$$

Eine ähnliche Modifikation findet man auch bei Cohard und Pinty (2000a). Formulierung (B.5) hat den Effekt, dass die Autokonversion den mittleren Regentropfendurchmesser \overline{D}_r des Regentropfenspektrums nicht mehr aktiv modifiziert.

Symbolverzeichnis

Symbol	Einheit	Bedeutung
$\alpha(q_c, N_c, \sigma_c)$	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-1}$	Autokonversionskoeffizient
B	m s^{-2}	Auftriebsterm
$B(a, b)$	1	Beta-Funktion
B	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	Bernoulli Funktion
$b_s(D, D')$	$\text{m}^3 \text{s}^{-1} \text{kg}^{-1}$	Kollisionskernel
C_p	1	Druckkoeffizient
C_s	1	Smagorinsky-Konstante
c_{ana}	m s^{-1}	Phasengeschwindigkeit (algebraisches Gleichungssystem)
c_{diskr}	m s^{-1}	Phasengeschwindigkeit (diskretisiertes Gleichungssystem)
c_{p0}	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	spezifische Wärmekapazität trockener Luft bei konstantem Druck
c_{p1}	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	spezifische Wärmekapazität von Wasserdampf bei konstantem Druck
c_{v0}	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	spezifische Wärmekapazität trockener Luft bei konstantem Volumen
D_{crit}	m	kritischer Durchmesser
D_{i0}	m	Median-Durchmesser der Anzahldichteverteilung i
$\bar{D}_{i,g}$	m	prädominanter Massendurchmesser (zur prädominanten Masse $m_{i,g}$ zugehöriger Durchmesser)
\bar{D}_i	m	mittlerer Massendurchmesser (zur mittleren Masse \bar{m}_i zugehöriger Durchmesser)
D_v	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Diffusionskoeffizient von Wasserdampf in Luft
$\bar{\Delta}$	m	Filterweite
Δt	s	Modellzeitschritt
Δ	m	mittlere Maschenweite (geometrisches Mittel)

Symbol	Einheit	Bedeutung
δ_{Bl}	m	Grenzschicht-Dicke
δ_{ij}	1	Kronecker-Delta
E_{kin}	J	über Modellgebiet integrierte kinetische Energie
E_{pot}	J	über Modellgebiet integrierte potentielle Energie
E_{tot}	J	über Modellgebiet integrierte Gesamtenergie ($E_{kin} + E_{pot}$)
e	Pa	Dampfdruck
$\overline{e'}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	FS-TKE
erf	1	Error-Funktion
e_s	Pa	Sättigungsdampfdruck von Wasser über ebener Oberfläche
ϵ_{ijk}	1	Epsilon-Tensor
$F(a, b, c; d)$	1	Hypergeometrische Funktion
$F_{EP}^{(z)}$	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$	Eliassen-Palm Fluss
F_{bod}^{Lv}	W m^{-2}	latenter Wärmefluss
$F_M^{(z)}$	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$	vertikaler Impulsfluss
F_j^h	$\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1}$	FS-Fluss der potentiellen Temperatur in j -Richtung
F_{bod}^{qv}	$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$	Wasserdampffluss
Fr	1	Froude-Zahl
F_j^s	$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$	FS-Fluss skalarer Größen in j -Richtung
$F_j^{q_v^*}$	$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$	FS-Fluss der emittierten spezifischen Feuchte q_v^*
f	s^{-1}	Frequenz
f_k	s^{-1}	Coriolis-Parameter
f_v	1	Ventilationsfaktor
g	m s^{-2}	Erdbeschleunigung
Γ_a	K m^{-1}	Umgebungs-Temperaturgradient
Γ_{dry}	K m^{-1}	Trockenadiabatischer Temperaturgradient
Γ_{moist}	K m^{-1}	Feuchtadiabatischer Temperaturgradient
$\gamma(D, D')$	1	Kollisionseffizienz
H	m	maximale Hindernishöhe
$h(x)$	m	Hindernis-Profil
$\hat{h}(k)$	m^2	Fourier-Transformierte von $h(x)$

Symbol	Einheit	Bedeutung
$I_{u,v,w}$	%	Turbulenzintensität der verschiedenen Geschwindigkeitskomponenten
K_h	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Austauschkoeffizient für Skalare
K_m	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Austauschkoeffizient für Impuls
κ	1	von Kármán Konstante
L_{MO}	m	Monin-Obukhov Länge
L	m	Hindernisbreite
\mathcal{L}	— — — —	Differenzenoperator
\mathcal{L}	— — — —	Differentialoperator
L_v	J kg^{-1}	spezifische Verdampfungswärme von Wasser
$L_{x,y,z}$	m	Gebietsausdehnung in x-, y-, z-Richtung
L	m	integrale Längenskala
l_0	m	Mischungsweg
l_{Sc}	1	Scorer-Parameter
l	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	thermische Leitfähigkeit von Luft
M_i^k		k -tes Moment der Anzahldichteverteilung i
M_w	kg mol^{-1}	Molekulargewicht von Wasser
\bar{m}_i	kg	mittlere Masse der Anzahldichteverteilung i
m_{ig}	kg	prädominante Masse der Anzahldichteverteilung i
N	s^{-1}	Brunt-Väisälä Frequenz
N_c	$\# \text{m}^{-3}$	Wolkentropfenanzahlkonzentration
N_{CCN}	$\# \text{m}^{-3}$	Anzahlkonzentration Wolkenkondensationskerne
N_m	s^{-1}	effektive Brunt-Väisälä Frequenz (in gesättigten bzw. übersättigten Gebieten)
N_r	$\# \text{m}^{-3}$	Regentropfenanzahlkonzentration
N_t	1	Anzahl der Zeitschritte
$N_{x,y,z}$	1	Gitterpunktsanzahlen in x, y, z
η	s^{-1}	y -Komponente der relativen Vorticity
η	m	Kolmogorov-Mikroskala
η_{Luft}	Pas	dynamische Viskosität von Luft
ν	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	kinematische Viskosität
ν_{int}	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	interpolierte Viskosität
ν_{Luft}	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	kinematische Viskosität von Luft

Symbol	Einheit	Bedeutung
ν_R	s^{-1}	Rayleigh-Dämpfung (Inverse der Zeitkonstanten τ_{Ray})
ν_s	$m^2 s^{-1}$	Viskosität der Orographie
Ω	1	Modellgebiet
Pr_{FS}	1	FS-Prandtl-Zahl (K_m/K_h)
p_{00}	Pa	Referenzdruck
p''	Pa	Stördruck (Abweichung vom hydrostatischen Referenzprofil)
Φ	$kg\ kg^{-1}$	passiver Skalar
π	1	Kreiszahl
Ψ_h	1	Stabilitätskorrektur für Skalare
Ψ_m	1	Stabilitätskorrektur für Impuls
Q_c	kg	volumenintegrierter Wolkenwassergehalt
Q_r	kg	volumenintegrierter Regenwassergehalt
Q_{tot}	kg	volumenintegrierter Flüssigwassergehalt
Q_v	kg	volumenintegrierter Wasserdampfgehalt
q_*	$kg\ kg^{-1}$	turbulente Feuchteskala
q_{ad}	$kg\ kg^{-1}$	adiabatischer Flüssigwassergehalt
q_c	$kg\ kg^{-1}$	spezifischer Wolkenwassergehalt
q_l	$kg\ kg^{-1}$	spezifischer Flüssigwassergehalt ($q_c + q_r$)
q_r	$kg\ kg^{-1}$	spezifischer Regenwassergehalt
q_{tot}	$kg\ kg^{-1}$	spezifischer Gesamtwassergehalt ($q_v + q_c + q_r$)
q_v	$kg\ kg^{-1}$	spezifische Feuchte
q_v^*	$kg\ kg^{-1}$	emittierte spezifische Feuchte
$q_{v\ bod}$	$kg\ kg^{-1}$	Bodenwert der spezifischen Feuchte
q_v^s	$kg\ kg^{-1}$	Sättigungs-spezifische Feuchte
$RMSE$	K^2	mittlerer quadratischer Fehler
R_d	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$	spezifische Gaskonstante für trockene Luft
Re	1	Reynolds-Zahl
Ri	1	Gradient-Richardson-Zahl
R_v	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$	spezifische Gaskonstante von Wasserdampf
R	$J\ mol^{-1}\ K^{-1}$	allgemeine Gaskonstante
r	$kg\ kg^{-1}$	Mischungsverhältnis
r_e	m	effektiver Radius (M_i^3/M_i^2)
rf	%	relative Feuchte

Symbol	Einheit	Bedeutung
ρ_0	kg m^{-3}	Dichte der Luft (zeitlich konstanter aber vertikal variabler Referenzzustand)
ρ_w	kg m^{-3}	Dichte von Flüssigwasser
S_{ij}	s^{-1}	Deformationsgeschwindigkeitstensor
St	1	Strouhal-Zahl
S_u	1	vertikale Scherung der u -Geschwindigkeitskomponente
s	1	Übersättigung ($e/e_s - 1$)
s_{max}	%	maximale Übersättigung (an einem Gitterpunkt innerhalb eines Modellzeitschrittes)
\bar{s}	1	mittlere Übersättigung (über Modellzeitschritt Δt gemittelt)
Σ_i	1	horizontale Standardabweichung der i -ten Geschwindigkeitskomponente; vertikal integriert und normiert
σ_i	1	spektrale Breite der Anzahldichteverteilung i
σ_Φ	m	Tracer-Standardabweichung
$\sigma_{u,v,w}$	m s^{-1}	Standardabweichung der verschiedenen Geschwindigkeitskomponenten
σ_{wa}	N m^{-1}	Oberflächenspannung Wasser-Luft
$TK E$	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	turbulente kinetische Energie
T	K	Temperatur
T_d	K	Taupunkttemperatur
T_v	K	virtuelle Temperatur
τ_{ij}^{FS}	N m^{-2}	Feinstruktur-Spannungstensor
τ_{opt}	1	optische Dicke
τ_{Ray}	s	Zeitkonstante der Rayleigh-Dämpfung
τ_w	N m^{-2}	Betrag der Wandschubspannung
θ	K	potentielle Temperatur
θ_*	K	turbulente Temperaturskala
θ_e	K	äquivalentpotentielle Temperatur
θ''	K	(potentielle) Temperaturanomalie (Abweichung vom Referenzprofil)
θ_R	K	potentielle Temperatur des Referenzzustandes
θ_v	K	virtuelle potentielle Temperatur
U_∞	m s^{-1}	Geschwindigkeit in der freien Strömung/freie Atmosphäre

Symbol	Einheit	Bedeutung
U_m	m s^{-1}	vertikal gemittelte Strömungsgeschwindigkeit
U_r	m s^{-1}	Referenzgeschwindigkeit
u	m s^{-1}	Geschwindigkeitskomponente in x -Richtung
u_*	m s^{-1}	Schubspannungsgeschwindigkeit
u_{gj}	m s^{-1}	geostrophischer Wind in j -Richtung
\tilde{u}_i	m s^{-1}	Auxiliargeschwindigkeitsfeld
v	m s^{-1}	Geschwindigkeitskomponente in y -Richtung
w	m s^{-1}	Geschwindigkeitskomponente in z -Richtung
w_{sed}	m s^{-1}	Tropfen-Sedimentationsgeschwindigkeit
$X_{R1,R2}$	m	Wiederanlegepunkt
X_S	m	Ablösepunkt
Z_{St}	m	Stagnationspunkt
z_0	m	Rauhigkeitslänge
z_b	m	Höhe Wolkenunterrand
z_s	m	Luftpaket-Starthöhe am Einströmrand
z_t	m	Höhe Wolkenoberrand

Literaturverzeichnis

- Abramowitz, M. und I. Stegun (1972): *Handbook of Mathematical Functions*, Kapitel 7. Dover Publications, 9. Auflage
- Banta, R. M. (1990): The role of mountain flows in making clouds. In *Atmospheric Processes over Complex Terrain* (W. Blumen, Hg.), S. 229–284. American Meteorological Society
- Bardina, J., J. Ferziger und W. Reynolds (1980): Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation. *AIAA-Paper*, (80–1357), 1293–1313
- Beare, R. J., M. K. Macvean, A. M. Holtslag, J. Cuxart und I. Esau (2006): An intercomparison of large-eddy simulations in the stable boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, **118**, 247–272
- Beer, T. (1974): *Atmospheric Waves*. Adam Hilger Press, 315 S.
- Benilov, E. S. (2002): Does a sheared flow stabilize inversely stratified fluid? *Physics of Fluids*, **14**(5), 1674–1680
- Berry, E. X. und M. R. Pranger (1973): Equations for calculating the terminal velocities of water drops. *Journal of Applied Meteorology*, **13**, 108–113
- Berry, E. X. und R. L. Reinhardt (1974): An analysis of cloud droplet growth by collection. Part II. Single initial distributions. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **31**(7), 1825–1831
- Beyrich, F., J.-P. Leps, M. Mauder, J. Bange, T. Foken, S. Huneke, H. Lohse, A. Lüdi, W. M. L. Meijninger, D. Mironov, U. Weisensee und P. Zittel (2006): Area-averaged surface fluxes over the Litfass region based on eddy-covariance measurements. *Boundary-Layer Meteorology*, **121**, 33–65
- Bohren, C. F. und B. A. Albrecht (1998): *Atmospheric Thermodynamics*. Oxford University Press, 416 S.
- Bott, A. (1989): A positive definite advection scheme obtained by nonlinear renormalization of the advective fluxes. *Monthly Weather Review*, **117**, 1006–1015
- Bougeault, P. (1983): A non-reflective upper boundary condition for limited-height hydrostatic models. *Monthly Weather Review*, **111**, 420–429
- Cabot, W. und P. Moin (1999): Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high Reynolds-number flow. *Flow, Turbulence and Combustion*, **63**, 269–291

- Caro, D., W. Wobrock, A. I. Flossmann und N. Chaumerliac (2004): A two-moment parameterization of aerosol nucleation and impaction scavenging for a warm cloud microphysics: Description and results from a two-dimensional simulation. *Atmospheric Research*, **70**, 171–208
- Castro, I. P. und A. G. Robins (1977): The flow around a surface-mounted cube in uniform and turbulent streams. *Journal of Fluid Mechanics*, **79**(2), 307–335
- Chapman, D. R. (1979): Computational aerodynamics, development and outlook. *AIAA Journal*, **17**, 1293–1313
- Chaumerliac, N., E. Richard und E. C. Nickerson (1987): Sulfur scavenging in a mesoscale model with quasi-spectral microphysics: Two-dimensional results for continental and maritime clouds. *Journal of Geophysical Research*, **92**(D3), 3114–3126
- Chorin, A. J. (1968): Numerical simulation of the Navier-Stokes equations. *Mathematics of Computation*, **22**(104), 745–762
- Clark, R. A., J. H. Ferziger und W. C. Reynolds (1979): Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **91**, 1–16
- Cohard, J. M. und J. P. Pinty (2000a): A comprehensive two moment microphysical bulk scheme. I: Description and tests. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **126**, 1815–1842
- Cohard, J. M. und J. P. Pinty (2000b): A comprehensive two moment microphysical bulk scheme. II: 2D experiments with a non-hydrostatic model. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **126**, 1843–1859
- Cohard, J. M., J. P. Pinty und C. Bedos (1998): Extending Twomey’s analytical estimate of nucleated cloud droplet concentrations from CCN spectra. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **55**, 3348–3357
- Cohard, J. M., J. P. Pinty und K. Suhre (2000): On the parameterization of activation spectra from cloud condensation nuclei microphysical properties. *Journal of Geophysical Research*, **105**(D9), 11,753–11,766
- Davidson, L. (1997): Large eddy simulation: A dynamic one-equation subgrid model for three-dimensional recirculating flow. *11th Int. Symp. on Turb. Shear Flow*, **3**, 26.1–26.6
- Davidson, P. A. (2004): *Turbulence: An introduction for scientists and engineers*. Oxford University Press, 657 S.
- Deardorff, J. W. (1980): Stratocumulus-capped mixed layers derived from a three-dimensional model. *Boundary-Layer Meteorology*, **18**, 495–527
- Ding, L., R. J. Calhoun und R. L. Street (2003): Numerical simulation of strongly stratified flow over a three-dimensional hill. *Boundary-Layer Meteorology*, **107**, 81–114
- Douglas, C. K. M. (1928): Some alpine cloud forms. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **54**, 175–178
- Douglas, J. (1962): Alternating direction methods for three space variables. *Numerische Mathematik*, **4**, 41–63

- Doyle, J. D. und D. R. Durran (2002): The dynamics of mountain-wave-induced rotors. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **59**, 186–201
- Doyle, J. D. und D. R. Durran (2007): Rotor and subrotor dynamics in the lee of three-dimensional terrain. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **64**, 4202–4221
- Durran, D. R. (1986): Mountain waves. In *Mesoscale Meteorology and Forecasting* (P. S. Ray, Hg.), S. 472–492. American Meteorological Society
- Durran, D. R. (1999): *Numerical Methods for Wave Equations in Geophysical Fluid Dynamics*. Springer; New York, 465 S.
- Durran, D. R. und J. B. Klemp (1982): On the effects of moisture on the Brunt-Väisälä frequency. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **39**, 2152–2158
- Egger, J., R. Heinrich, P. Kolb, M. Mech, J. Reuder, J. Schween, H. Wendt, S. Bajrachaya, P. Shakya, S. Lämmlein und W. Schäper (2002): Diurnal winds in the Himalayan Kali Gandaki valley. Part III: Remotely piloted aircraft soundings. *Monthly Weather Review*, **130**, 2042–2058
- Eichhorn, J., K. Cui, M. Flender, T. Kandlbinder, W.-G. Panhans, R. Ries, J. Siebert, T. Trautmann, N. Wedi und W. G. Zdunkowski (1997): A three-dimensional viscous topography mesoscale model. *Beiträge zur Physik der Atmosphäre*, **70**(4), 301–317
- Emanuel, K. A. (1994): *Atmospheric convection*. Oxford University Press, 580 S.
- Fedorovich, E., F. T. M. Nieuwstadt und R. Kaiser (2001): Numerical and laboratory study of a horizontally evolving convective boundary layer. Part I: Transition regimes and development of the mixed layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **58**, 70–86
- Fröhlich, J. (2006): *Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen*. Teubner, 1. Auflage, 414 S.
- Fureby, C. und G. Tabor (1997): Mathematical and physical constraints on large-eddy simulations. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, **9**, 85–102
- Gallus, W. A. und M. Rančić (1996): A non-hydrostatic version of the NMC's regional Eta model. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **122**, 495–513
- Geerts, B. (1992a): The origin of banner clouds: A case of scientific amnesia? *Bulletin of the Australian Meteorological and Oceanic Society*, **5**, 6–9
- Geerts, B. (1992b): The origin of banner clouds: A potential vorticity perspective. *Sixth Conference on Mountain Meteorology, Portland, Oregon*, **P1.5**, 97–98
- Geurts, B. (1997): Inverse modelling for large-eddy simulation. *Physics of Fluids*, **9**, 3585–3587
- Gill, A. E. (1982): *Atmosphere-Ocean Dynamics*. Academic Press; New York, 662 S.
- Gilmore, M. S. und J. M. Straka (2008): The Berry and Reinhardt autoconversion parameterization: A digest. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, **47**(2), 375–396
- Glickman, T. S. (Hg.) (2000): *Glossary of Meteorology*. American Meteorological Society, Allen Press, 2. Auflage, 850 S.

- Grabowski, W. W. (1993): Cumulus entrainment, fine-scale mixing, and buoyancy reversal. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **119**, 935–956
- Grabowski, W. W. (1995): Entrainment and mixing in buoyancy-reversing convection with applications to cloud-top entrainment instability. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **121**, 231–253
- Grabowski, W. W. und T. L. Clark (1991): Cloud-environment interface instability: Rising thermal calculations in two spatial dimensions. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **48**(4), 527–546
- Grabowski, W. W. und P. K. Smolarkiewicz (1996): Two-time-level semi-Lagrangian modeling of precipitating clouds. *Monthly Weather Review*, **124**, 487–497
- Grabowski, W. W. und P. K. Smolarkiewicz (2002): A multiscale anelastic model for meteorological research. *Monthly Weather Review*, **130**, 939–956
- Grant, H. D. (1944): *Cloud and Weather Atlas*. Coward McCann, New York, 294 S.
- Grubišić, V. und B. J. Billings (2007): The intense lee-wave rotor event of Sierra rotors IOP 8. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **62**(12), 4178–4201
- Hann, J. (1896): *Allgemeine Erdkunde*. Gebrüder Stiepel, 1. Auflage, 336 S.
- Hartmann, D. L. (1994): *Global Physical Climatology*. Academic Press, London, USA, 411 S.
- Hauer, H. (1949): Ein schauerauslösender Sogeffekt auf der Zugspitze. *Meteorologische Rundschau*, **2**, 326–327
- Hiller, R., M. J. Zeemann und W. Eugster (2008): Eddy-covariance flux measurements in the complex terrain of an alpine valley in Switzerland. *Boundary-Layer Meteorology*, **127**, 449–467
- Hindman, E. E. und E. J. Wick (1989): Air motions in the vicinity of Mt. Everest as deduced from Pilatus flights. *Technical Soaring*, **XXI**, 52–56
- Houze, R. A. (1993): *Cloud Dynamics*. Academic Press, 1. Auflage, 573 S.
- Huang, H.-Y., B. Stevens und S. A. Margulis (2008): Application of dynamic subgrid-scale models for large-eddy simulation of the daytime convective boundary layer over heterogeneous surfaces. *Boundary-Layer Meteorology*, **126**, 327–348
- Hudson, J. G. und H. Li (1995): Microphysical contrasts in Atlantic stratus. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **52**, 3031–3040
- Humphreys, J. W. (1964): *Physics of the air*. Dover Publication, 4. Auflage, 676 S.
- Hunt, J. C. R. und W. H. Snyder (1980): Experiments on stably and neutrally stratified flow over a model three-dimensional hill. *Journal of Fluid Mechanics*, **96**, 671–704
- Huschke, R. E. (Hg.) (1959): *Glossary of Meteorology*. American Meteorological Society, Boston, Massachusetts, 638 S.
- Hussein, H. J. und R. J. Martinuzzi (1996): Energy balance for turbulent flow around a surface mounted cube placed in a channel. *Physics of Fluids*, **8**(3), 764–780

- Iizuka, S. und H. Kondo (2004): Performance of various sub-grid scale models in large-eddy simulations of turbulent flow over complex terrain. *Atmospheric Environment*, **38**, 7083–7091
- Iizuka, S. und H. Kondo (2006): Large-eddy simulations of turbulent flow over complex terrain using modified static eddy viscosity models. *Atmospheric Environment*, **40**, 925–935
- Ikhwan, M. und B. Ruck (2006): Flow and pressure field characteristics around pyramidal buildings. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **94**(10), 745–765
- Ishihara, T., Y. Fujino und K. Hibi (2001): A wind tunnel study of separated flow over a two-dimensional ridge and a circular hill. *Journal of Wind Engineering*, **89**, 573–576. The Fifth Asia-Pacific Conference on Wind Engineering
- Kapitza, H. und D. Eppel (1986): A 3-D Poisson solver based on conjugate gradients compared to standard iterative methods and its performance on vector computers. *Journal of Computational Physics*, **68**, 474–484
- Kataoka, H. und M. Mizuno (2002): Numerical flow computation around aeroelastic 3D square cylinder using inflow turbulence. *Wind and Structures*, **5**, 379–392
- Kessler, E. (1969): On the distribution and continuity of water substance in atmospheric circulations. *Meteorological Monographs*, **10**(32), 1–84. American Meteorological Society
- Kirshbaum, D. J. und D. R. Durran (2004): Factors governing cellular convection in orographic precipitation. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **61**, 682–698
- Klemp, J. B. und D. K. Lilly (1978): Numerical simulation of hydrostatic mountain waves. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **35**, 78–107
- Kogaki, T., T. Kobayashi und N. Taniguchi (1997): Large eddy simulation of flow around a rectangular cylinder. *Fluid Dynamics Research*, **20**, 11–24
- Krajnovic, S. und L. Davidson (2001): Large eddy simulation of the flow around a three-dimensional bluff body. *AIAA Journal*, **0432**, 1–14
- Kraus, H. (2008): *Grundlagen der Grenzschicht-Meteorologie*. Springer Berlin, 214 S.
- Kuettner, J. P. (2000): Erinnerungen 1945–48. In *Die Geschichte der Wetterstation Zugspitze* (K. Wege, Hg.). Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes, Offenbach/ Main
- Kuo, H. L. (1963): Perturbations of plane Couette flow in stratified fluid and origin of cloud streets. *Physics of Fluids*, **6**, 195–211
- Larousse, A., R. Martinuzzi und C. Tropea (1991): Flow around surface-mounted, three-dimensional obstacles. In *Symposium on Turbulent Shear Flows*, Band 8, S. 127–139
- Leitl, B. und M. Schatzmann (1999): Generation of high resolution reference data for the validation of micro-scale models. Technischer Bericht 1443 ISBN 3-18-091443-2, VDI-Kommission Reinhaltung der Luft
- Lilly, D. K. (1962): On the numerical simulation of buoyant convection. *Tellus*, **14**, 148–172
- Lim, H. C., I. P. Castro und R. P. Hoxey (2007): Bluff bodies in deep turbulent boundary layers: Reynolds-number issues. *Journal of Fluid Mechanics*, **571**, 97–118

- Lund, T. S., X. W. Wu und K. D. Squires (1998): Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations. *Journal of Computational Physics*, **140**, 233–258
- MacCormack, R. W. (1969): The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering. *AIAA Hypervelocity Impact Conference*, (69–354)
- Martinuzzi, R. J. und M. AbuOmar (2003): Study of the flow around surface-mounted pyramids. *Experiments in Fluids*, **34**, 379–389
- Mason, P. J. (1989): Large-eddy simulation of the convective atmospheric boundary layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **46**(11), 1492–1516
- Mason, P. J. (1994): Large-eddy simulation: A critical review of the technique. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **120**, 1–26
- Mason, P. J. und A. R. Brown (1994): The sensitivity of large-eddy simulations of turbulent shear flow to subgrid models. *Boundary-Layer Meteorology*, **70**, 133–150
- Mason, P. J. und A. R. Brown (1999): On subgrid models and filter operations in large eddy simulations. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **56**, 2101–2114
- Mason, P. J. und R. I. Sykes (1978): A simple cartesian model of boundary layer flow over topography. *Journal of Computational Physics*, **28**, 198–210
- Mason, P. J. und D. J. Thomson (1992): Stochastic backscatter in large-eddy simulations of boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, **242**, 51–78
- Mayor, S. D., P. R. Spalart und G. J. Tripoli (2002): Application of a perturbation recycling method in the large-eddy simulation of a mesoscale convective internal boundary layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **59**, 2385–2395
- Mendez-Nunez, L. R. und J. R. Carroll (1993): Comparison of Leapfrog, Smolarkiewicz and MacCormack schemes applied to nonlinear equations. *Monthly Weather Review*, **121**, 565–578
- Moeng, C. H. (1984): A large-eddy-simulation model for the study of planetary boundary-layer turbulence. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **41**, 2052–2062
- Moeng, C. H. und P. Sullivan (2003): Large eddy simulation. In *Encyclopedia of Atmospheric Sciences*, S. 1140–1150. Academic Press
- Moeng, C.-H. und J. C. Wyngaard (1988): Spectral analysis of large-eddy simulations of the convective boundary layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **45**, 3573–3587
- Moin, P. und J. Kim (1982): Numerical investigation of turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **118**, 341–377
- Murakami, S. (1993): Comparison of various turbulence models applied to a bluff body. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **46**, 21–36
- Murakami, S., A. Mochida, R. Ooka, S. Kato und S. Iizuka (1996): Numerical prediction of flow around a building with various turbulence models: comparison of k - ϵ EVM, ASM, DSM and LES with wind tunnel tests. *ASHRAE Transactions*, **10-1**, 741–753

- Nickerson, E. C. (1986): The numerical simulation of clouds, rain, and airflow over the Vosges and Black Forest mountains: A meso- β model with parameterized microphysics. *Monthly Weather Review*, **114**, 398–414
- Nieuwstadt, F. T. M., P. J. Mason, C.-H. Moeng und U. Schumann (1993): Large-eddy simulation of the convective boundary layer: A comparison of four computer codes. In *Turbulent Shear Flows 8*, S. 343–367. Springer-Verlag
- Ogura, Y. und N. A. Phillips (1962): Scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **19**, 173–179
- Orlanski, I. (1976): A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows. *Journal of Computational Physics*, **21**, 251–269
- Paulson, C. A. (1970): The mathematical representation of wind speed and temperature in the unstable atmospheric surface layer. *Journal of Applied Meteorology*, **9**, 857–861
- Peppler, W. (1927): Hinderniswolken am Säntisgipfel. *Das Wetter*, **44**, 212–213
- Petty, G. W. (2004): *A First Course In Atmospheric Radiation*. Sundog Publishing, Madison, Wisconsin, 1. Auflage, 446 S.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling und B. P. Flannery (1992): *Numerical Recipes in Fortran*. Cambridge University Press, 2. Auflage, 963 S.
- Pruppacher, H. R. und J. D. Klett (1997): *Microphysics of Clouds and Precipitation*. Kluwer Academic Publishers, 2. Auflage, 976 S.
- Pruppacher, H. R. und R. A. Rasmussen (1979): A wind tunnel investigation of the rate of evaporation of large water drops falling at terminal velocity in air. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **36**, 1255–1260
- Reinecke, P. A. und D. R. Durran (2008): Estimating topographic blocking using a Froude number when the static stability is nonuniform. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **65**, 1035–1048
- Reinert, D. (2005): *Umbau des mesoskaligen Modells Klimm zu einem LES Modell*. Diplomarbeit, Institut für Physik der Atmosphäre, Johannes Gutenberg-Universität Mainz
- Richards, G. M., R. P. Hoxey und L. J. Short (2001): Wind pressures on a 6 m cube. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **89**, 1553–1564
- Sakakibara, H. (1979): A scheme for stable numerical computation of the condensation process with a large time step. *Journal of the Meteorological Society of Japan*, **57**, 349–353
- Satoh, M. (2002): Conservative scheme for the compressible nonhydrostatic models with the horizontally explicit and vertically implicit time integration scheme. *Monthly Weather Review*, **130**, 1227–1245
- Schween, J., J. Kuettner, D. Reinert, J. Reuder und V. Wirth (2007): Definition of 'banner clouds' based on time lapse movies. *Atmospheric Chemistry and Physics*, **7**, 2047–2055. URL www.atmos-chem-phys.net/7/2047/2007/

- Seifert, A. und K. D. Beheng (2006): A two-moment cloud microphysics parameterization for mixed-phase clouds. Part 1: Model description. *Meteorology and Atmospheric Physics*, **92**, 45–66
- Shafir, U. und M. Neiburger (1963): Collision efficiencies of two spheres falling in a viscous medium. *Journal of Geophysical Research*, **68**, 4141–4148
- Shah, K. B. und J. H. Ferziger (1997): A fluid mechanics view of wind engineering: Large eddy simulation of flow past a cubic obstacle. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **67&68**, 211–224
- Skamarock, W. C. und J. B. Klemp (2008): A time-split nonhydrostatic atmospheric model for weather research and forecasting applications. *Journal of Computational Physics*, **227**, 3465–3485
- Smagorinsky, J. (1963): General circulation experiments with the primitive equations. I: The basic experiment. *Monthly Weather Review*, **91**, 99–164
- Smith, R. B. (1979): The influence of mountains on the atmosphere. In *Advances in Geophysics* (B. Saltzman, Hg.), Band 21, S. 87–230. Academic Press; New York
- Smolarkiewicz, P. K. und T. L. Clark (1986): The multidimensional positive definite advection transport algorithm: Further developments and applications. *Journal of Computational Physics*, **67**, 396–438
- Smolarkiewicz, P. K. und W. W. Grabowski (1990): The multidimensional positive definite advection transport algorithm: Nonoscillatory option. *Journal of Computational Physics*, **86**, 355–375
- Smolarkiewicz, P. K. und R. Rotunno (1989): Low Froude number flow past three-dimensional obstacles. Part I: Baroclinically generated lee vortices. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **46**(8), 1154–1164
- Smolarkiewicz, P. K., R. Sharman, J. Weil, S. G. Perry, D. Heist und G. Bowker (2007): Building resolving large-eddy simulations and comparison with wind tunnel experiments. *Journal of Computational Physics*, **227**, 633–653
- Steppeler, J., H. W. Bitzer, M. Minotte und L. Bonaventura (2002): Nonhydrostatic atmospheric modeling using a z-coordinate representation. *Monthly Weather Review*, **130**, 2143–2149
- Stoll, R. und F. P.-Agel (2008): Large-eddy simulation of the stable atmospheric boundary layer using dynamic models with different averaging schemes. *Boundary-Layer Meteorology*, **126**, 1–28
- Stolz, S., N. Adams und L. Kleiser (2001): An approximate deconvolution model for large-eddy simulation with application to incompressible wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, **13**, 997–1015
- Straka, J. M., R. B. Wilhelmson und K. K. Droegemeier (1993): Numerical solutions of a non-linear density current: A benchmark solution and comparisons. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **17**, 1–22

- Stull, R. B. (1988): *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Kluwer Academic Publishers, 680 S.
- Suter, S., M. Hoelzle und A. Ohmura (2004): Energy balance at a cold alpine firn saddle, Seserjoch, Monte Rosa. *International Journal of Climatology*, **24**, 1423–1442
- Temmerman, L., M. A. Leschziner, C. P. Mellen und J. Fröhlich (2003): Investigation of wall-function approximations and subgrid-scale models in large eddy simulation of separated flow in a channel with streamwise periodic constrictions. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **24**, 157–180
- Trautmann, T. (1997): The interaction of radiation with cloud microphysics in the marine boundary layer. Habilitation thesis, Institute for Atmospheric Physics, University of Mainz. 262 pp
- Twomey, S. (1959): The nuclei of natural cloud formation. Part II: The supersaturation in natural clouds and the variation of cloud droplet concentration. *Geofisica Pura e Applicata*, **43**, 243–249
- van Kan, J. (1986): A second-order accurate pressure-correction scheme for viscous incompressible flow. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, **7**(3), 870–891
- Wacker, U. und A. Seifert (2001): Evolution of rain water profiles resulting from pure sedimentation: Spectral vs. parameterized description. *Atmospheric Research*, **58**, 19–39
- Wilks, D. S. (2006): *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*. Elsevier, 2. Auflage, 627 S.
- WMO (1987): *International Cloud Atlas*. Geneva, Switzerland, 212 S.
- Yakhot, A., H. Liu und N. Nikitin (2006): Turbulent flow around a wall-mounted cube: A direct numerical simulation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **27**, 994–1009
- Ziegler, C. L. (1985): Retrieval of thermal and microphysical variables in observed convective storms. Part 1: Model development and preliminary testing. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **42**, 1487–1509

Danksagung

Aus datenschutzrechtlichen Gründen kann die Danksagung hier nicht komplett veröffentlicht werden.

Ich möchte all den Menschen „Danke“ sagen, die mich während meiner Zeit am IPA begleitet und zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.