



JOHANNES GUTENBERG-UNIVERSITÄT MAINZ
FACHBEREICH PHYSIK
EXPERIMENTELLE TEILCHEN- UND
ASTROTEILCHENPHYSIK

Suche nach Dunkler Materie in Galaxien und Galaxienhaufen mit dem Neutrinoobservatorium IceCube

Dissertation

zur Erlangung des Grades
“Doktor der Naturwissenschaften”
am Fachbereich Physik der
Johannes Gutenberg-Universität Mainz

vorgelegt von
Jan Lünemann
geboren in Lünen

Mainz, im Jahr 2013

**Suche nach Dunkler Materie in Galaxien und Galaxienhaufen mit dem
Neutrino teleskop IceCube**

Dissertation

Tag der Einreichung: 26. November 2013

Tag der mündlichen Prüfung: 31. Januar 2014

Jan Lünemann

Johannes Gutenberg-Universität Mainz (D77)

Institut für Physik / ETAP

Staudingerweg 7

D-55128 Mainz

Abstract

Although there are many hints for the existence of dark matter, the detection of its constituents has not been successful yet. A large number of experiments is being performed to study the properties of dark matter particles. One strategy is to probe areas of high dark matter abundance by looking for a neutrino signal which arises from annihilating weakly interacting massive particles (WIMPs). Possible targets for such searches are the Earth, the Sun, the Galactic Center and Halo as well as distant objects that contain a high fraction of dark matter.

In this thesis the first search for a neutrino signal from dwarf galaxies, large galaxies and galaxy clusters is described. The analysis was performed using data collected by the IceCube experiment, the most sensitive neutrino telescope to date. No signal has been detected, so it was possible to set upper limits on the WIMP annihilation cross section. The most stringent limits are derived from the Virgo cluster assuming a large signal boost from substructures in the density distribution. For WIMP masses above a few TeV these limits are competitive to the results of gamma telescope experiments. The obtained limits on the immediate WIMP annihilation channel into neutrinos strongly restrict the cross section than previous analyses.

Kurzbeschreibung

Trotz zahlreicher Hinweise auf die Existenz von Dunkler Materie, konnten entsprechende Teilchen bisher nicht nachgewiesen werden. Eine große Anzahl an Experimenten wird durchgeführt, um die Eigenschaften möglicher Kandidatenteilchen zu untersuchen. Eine Strategie ist die Suche nach einem Neutrinosignal aus den Annihilationen von schwach wechselwirkenden massiven Teilchen (WIMPs) in Regionen mit hoher Dichte von Dunkler Materie. Mögliche Zielobjekte dieser Suchen sind die Erde, die Sonne, das Zentrum und der Halo der Milchstraße sowie entfernte Objekte, die einen hohen Anteil Dunkler Materie aufweisen.

In der vorliegenden Arbeit wird die erste Suche nach einem Neutrinosignal von Zwerggalaxien, größeren Galaxien und Galaxienhaufen beschrieben. Da kein Signal nachgewiesen wurde, konnten obere Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt von WIMPs gesetzt werden. Die stärksten Grenzen wurden aus der Beobachtung des Virgo-Haufens unter der Annahme einer großen Signalverstärkung durch Unterstrukturen in der Dichteverteilung abgeleitet. Für WIMP-Massen oberhalb von einigen TeV ist das Ergebnis vergleichbar mit Grenzen, die aus der Suche mit Gammateleskopen abgeleitet wurden. Für den direkten Annihilationskanal in zwei Neutrinos konnte der Wirkungsquerschnitt stärker eingeschränkt werden, als in bisherigen Analysen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	3
2.1	Teilchenphysikalische Aspekte	3
2.1.1	Die Zusammensetzung der Materie	3
2.1.2	Neutrinos und die schwache Wechselwirkung	4
2.1.3	Myonen in Materie	6
2.2	Untergrundprozesse	8
2.2.1	Kosmische Strahlung	8
2.2.2	Astrophysikalische Neutrinos	10
2.3	Verteilung der Materie im Universum	10
2.4	Dunkle Materie	11
2.4.1	Hinweise auf die Existenz Dunkler Materie	11
2.4.2	Kandidaten für Dunkle Materie	13
2.4.3	Nachweismethoden	14
2.5	Neutrinofluss aus WIMP-Annihilation	14
2.5.1	Erwartete Energiespektren	15
2.5.2	Halos Dunkler Materie und Berechnung des astrophysikalischen Faktors	16
3	Der IceCube-Detektor	21
3.1	Detektionsprinzip	21
3.2	Eiseigenschaften	23
3.3	Detektoraufbau	23
3.4	Das digitale optische Modul	24
4	Analyse	27
4.1	Verwendete Datensätze	28
4.2	Rekonstruktion der Photonankunftszeiten	29
4.3	Spurrekonstruktion	30
4.3.1	LineFit	31
4.3.2	Likelihoodrekonstruktion	31
4.4	Schätzung der Winkelauflösung	36
4.4.1	Auflösungsschätzung anhand der Likelihoodumgebung	37
4.4.2	Die Cramér-Rao-Ungleichung	38
4.4.3	Cramér-Rao-Grenze als Schätzer für die Winkelauflösung	42

4.5	Selektion der Ereignisse	48
4.5.1	Größen zur Qualitätsbewertung	48
4.5.2	Vorselektion	56
4.5.3	Multivariate Analysen	58
4.5.4	Bewertung der multivariaten Methoden und Wahl eines optimalen Satzes von Variablen	60
4.5.5	Bestimmung des optimalen Schnittwertes und der optimalen Suchfenstergröße	62
4.6	Berechnung von Neutrinoflüssen und Annihilationsquerschnitten . . .	69
4.7	Stacking von Zwerggalaxien	70
4.8	Ergebnisse	72
4.9	Bestimmung von oberen Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt . .	73
4.9.1	Methode nach Feldmann und Cousins	75
4.9.2	Statistische und systematische Unsicherheiten	76
4.10	Vergleich mit bisherigen Analysen	81
5	Zusammenfassung	85
A	Berechnung der J-Faktoren	87
B	Koordinatensysteme	89
C	Ableitungen für die Cramér-Rao-Ungleichung	91
D	Schätzer für die Likelihood	92
E	Resultate	94
	Abbildungsverzeichnis	97
	Tabellenverzeichnis	101
	Literaturverzeichnis	103

Kapitel 1

Einleitung

Seit jeher stellt der Mensch die Frage, woraus die Welt beschaffen ist. So entwarfen beispielsweise die Philosophen der Antike die Lehre der vier Elemente Feuer, Wasser, Luft und Erde, die bis in die frühe Neuzeit verbreitet war. Die Entwicklung der modernen Wissenschaft führte schließlich zum Standardmodell der Teilchenphysik. Auch wenn diese Theorie die meisten Phänomene der Elementarteilchen mit hoher Präzision vorhersagt, gibt es Aspekte, die nicht von ihr beschrieben werden können. So gibt es innerhalb des Standardmodells keinen geeigneten Kandidaten für die Dunkle Materie, die mit 27% einen deutlich größeren Anteil unseres Universums ausmacht als die Materie der Atome (4,9%).

Auch wenn die ersten Hinweise auf die Existenz der Dunklen Materie vor bereits acht Jahrzehnten gefunden wurden, ist noch immer unbekannt, woraus sie sich zusammensetzt. Es wurden und werden viele Theorien entwickelt, die mögliche Teilchen der Dunklen Materie und ihre Eigenschaften beschreiben. Um diese Theorien eingrenzen zu können, werden verschiedene experimentelle Ansätze verfolgt.

Eine der Möglichkeiten, die Eigenschaften der Dunklen Materie zu testen, bietet das noch junge Feld der Neutrinoastronomie. Das sensitivste existierende Neutrino-teleskop ist der IceCube-Detektor am geographischen Südpol, mit dem es erstmals gelang, hochenergetische astrophysikalische Neutrinos nachzuweisen. Damit stellt es ein geeignetes Instrument zur Suche nach einem Neutrinosignal dar, das bei der Annihilation von Teilchen der Dunklen Materie entstehen könnte.

Als Ziele für diese Suchen bieten sich Objekte an, die eine signifikante Anhäufung von Dunkler Materie aufweisen. In bisherigen Analysen wurden die Sonne und die Erde untersucht, in denen Dunkle Materie gravitativ gebunden werden können. Außerdem wurden das Zentrum und der Halo der Milchstraße auf ein Neutrinosignal hin getestet. Für die vorliegende Arbeit wurde das erste Mal eine Suche nach Neutrinos aus Zwerggalaxien, Galaxien und Galaxienhaufen durchgeführt. Diese Objekte zeichnen sich durch eine hohe Dichte an Dunkler Materie aus und stellen bevorzugte Ziele für die Suche mit Gamma-Teleskopen dar. Somit ist durch die übertragbaren astrophysikalischen Systematiken auch eine fundierte Vergleichbarkeit zwischen den Experimenten gegeben.

Diese Arbeit gliedert sich nach folgender Struktur: Kapitel 2 bietet einen Überblick über die theoretischen teilchen- und astrophysikalischen Grundlagen, die für die Analyse notwendig sind. Danach wird in Kapitel 3 der IceCube-Detektor beschrieben mit dem die Daten aufgenommen wurden. Der zentrale Teil dieser Arbeit ist die Analyse dieser Daten, die in Kapitel 4 ausführlich dargestellt wird. Den Abschluss bildet Kapitel 5 mit einer Zusammenfassung der Arbeit.

Kapitel 2

Theorie

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen vorgestellt, auf denen die Suche nach Neutrinos aus Annihilation von Dunkler Materie aufbaut. Zunächst werden die bekannten Konstituenten der Materie und die Wechselwirkungen von Neutrinos und Myonen beschrieben (Abschnitt 2.1). In Abschnitt 2.2 erfolgt eine Erläuterung der Untergrundprozesse, die mit Neutrinodetektoren gemessen werden. Danach werden in Abschnitt 2.4 die Hinweise auf Dunkle Materie zusammengefasst und einige mögliche Kandidaten für die Teilchen der Dunklen Materie eingeführt. Nach der Beschreibung der Materieverteilung im Universum (Abschnitt 2.3) widmet sich der letzte Abschnitt 2.5 dem erwarteten Neutrinofluss, der durch die Selbstannihilation von Dunkler Materie in entfernten Halos¹ entstehen könnte.

2.1 Teilchenphysikalische Aspekte

2.1.1 Die Zusammensetzung der Materie

Seit dem 19. Jahrhundert ist allgemein anerkannt, dass die uns umgebende Materie aus Atomen² zusammengesetzt ist. Entgegen ihres Namens sind diese Teilchen jedoch keine fundamentalen Bausteine, sondern bestehen aus einem Kern und einer Hülle aus Elektronen. Der Kern wiederum ist aus Protonen und Neutronen zusammengesetzt, die ihrerseits aus up- und down-Quarks aufgebaut sind. Somit besteht unsere unmittelbar erfassbare Welt aus Elektronen, up- und down-Quarks, die zusammen mit den Elektron-Neutrinos die erste Generation der Elementarteilchen bilden. Die zweite Generation besteht aus charm- und strange-Quarks, Myonen und Myon-Neutrinos, während sich die dritte Generation aus top- und bottom-Quarks,

¹Mit Halo (von $\alpha\lambda\omega\varsigma$ $h\acute{\alpha}l\omicron\varsigma$, griechisch für "Lichthof") wird der kugelförmige Bereich um eine Galaxie bezeichnet. Im Zusammenhang mit Dunkler Materie wird dieser Begriff auch für Galaxienhaufen benutzt.

²von $\acute{\alpha}\tau\omicron\mu\omicron\varsigma$, $\acute{\alpha}t\omicron\mu\omicron\varsigma$, griechisch für "das Unteilbare"

Tauonen und Tau-Neutrinos zusammensetzt. Damit gibt es insgesamt 12 Fermionen

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

sowie ihre jeweiligen Antiteilchen.

Wechselwirkungen zwischen diesen Teilchen werden durch den Austausch von Eichbosonen beschrieben. Photonen, die Vermittler der elektromagnetischen Kraft, sind masselos, koppeln nicht aneinander und haben somit eine unendliche Reichweite. Die starke Wechselwirkung wird durch acht Gluonen vermittelt, die nach dem Standardmodell ebenfalls keine Masse besitzen. Da Gluonen selbst Farbladungen tragen, und deshalb aneinander koppeln, ist die Reichweite der starken Kraft begrenzt (*confinement*). Im Gegensatz zu Photonen und Gluonen sind Z^0 und W^\pm -Bosonen, die Eichbosonen der schwachen Kraft, massiv. Daher hat auch die schwache Kraft eine begrenzte Reichweite. Dass die Austauscheteilchen der schwachen Kraft Massen besitzen, kann durch den Higgs-Mechanismus erklärt werden. Ein Teilchen, das die Eigenschaften des Higgs-Bosons hat, wurde kürzlich am LHC-Beschleuniger identifiziert [AAA⁺12a, CKS⁺12].

2.1.2 Neutrinos und die schwache Wechselwirkung

Mit dem IceCube-Detektor werden Neutrinos, die als kosmische Botenteilchen zu uns gelangen, gesucht. Im Folgenden wird daher zunächst beschrieben, wie die Neutrinoarten durch Oszillation auf dem Weg durch das All ineinander übergehen. Danach folgt eine Beschreibung der Wechselwirkungen, denen Neutrinos im Detektormedium Eis unterliegen.

Neutrinooszillation

Neutrinos treten als Elektron-, Myon- und Tau-Neutrinos in Wechselwirkung. Diese Flavoreigenzustände sind jedoch von den Masseneigenzuständen, mit denen sie propagieren, verschieden, so dass sich die Flavorzusammensetzung zeitlich ändert. Die Energieverteilungen der Neutrinoart werden also durch Oszillation auf dem Weg von einer Quelle zur Erde durchmischt. Flavorzustände $|\nu_\alpha\rangle$ und Massenzustände $|\nu_a\rangle$ sind durch die PMNS-Matrix³

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

³Benannt nach Bruno Pontecorvo, Ziro Maki, Masami Nakagawa und Shoichi Sakata.

verknüpft:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{a=1}^3 U_{\alpha a}^* |\nu_a\rangle, \quad \alpha = e, \mu, \tau. \quad (2.3)$$

Dabei ist δ die CP-verletzende Phase und die Abkürzungen s_{ij} und c_{ij} stehen für den Sinus und den Kosinus der Mischungswinkel Θ_{ij} . Die Wahrscheinlichkeit ein Neutrinos, das im Flavor α an der Quelle produziert wurde, nach einer Distanz L auf der Erde im Flavor β zu messen, ist

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \left| \sum_{j=1}^3 U_{\beta j} U_{\alpha j}^* \exp\left(-i \frac{m_j^2 L}{2E}\right) \right|^2. \quad (2.4)$$

Nach vielen Oszillationsperioden ergeben sich mittlere Flüsse ϕ , die sich aus den Quellflüssen ϕ^0 nach

$$\begin{aligned} \phi_{\nu_e} &\simeq \phi_{\nu_e}^0 - \frac{1}{4} \sin^2(2\Theta_{12}) \cdot (2\phi_{\nu_e}^0 - \phi_{\nu_\mu}^0 - \phi_{\nu_\tau}^0) \\ \phi_{\nu_\mu} &\simeq \phi_{\nu_\tau} \simeq \frac{1}{2}(\phi_{\nu_\mu}^0 + \phi_{\nu_\tau}^0) + \frac{1}{8} \sin^2(2\Theta_{12}) \cdot (2\phi_{\nu_e}^0 - \phi_{\nu_\mu}^0 - \phi_{\nu_\tau}^0) \end{aligned} \quad (2.5)$$

berechnen [Mur07, BQ03]. Dabei wird angenommen, dass der Winkel Θ_{23} maximal ($\Theta_{23} \approx \pi/4$) und der Wert für Θ_{13} sehr klein ($\Theta_{13} \approx 0$) ist. Kürzliche Messungen, nach denen sich Θ_{13} von Null unterscheidet ($\sin^2 2\Theta_{13} = 0,092$) [ABB⁺], werden nicht berücksichtigt. Zur Berechnung der Flüsse wird in der vorliegenden Arbeit der Wert $\sin^2 2\Theta_{12} = 0,86$ für den Mischungswinkel Θ_{12} verwendet.

Neutrinowechselwirkungen im Eis

Die Voraussetzung für die Messung von Neutrinos ist, dass eine schwache Wechselwirkung im Detektormedium stattfindet, bei der sekundäre Teilchen erzeugt werden. Dabei wird zwischen geladenen Strömen

$$\nu_l + N \rightarrow X + l \quad (l = e, \mu, \tau), \quad (2.6)$$

bei denen W^+ - oder W^- -Bosonen ausgetauscht werden, und neutralen Strömen

$$\nu_l + N \rightarrow X + \nu_l \quad (l = e, \mu, \tau), \quad (2.7)$$

die durch den Austausch von Z^0 -Bosonen gekennzeichnet sind, unterschieden. Im Gegensatz zur Streuung von Neutrinos an einem Kern N , bei dem hadronische Kaskaden X entstehen, ist der Wirkungsquerschnitt für Streuung an Elektronen deutlich kleiner. Der Energieverlauf der Wirkungsquerschnitte für die Streuung an Elektronen und Kernen ist in Abbildung 2.1 für geladene und neutrale Ströme dargestellt.

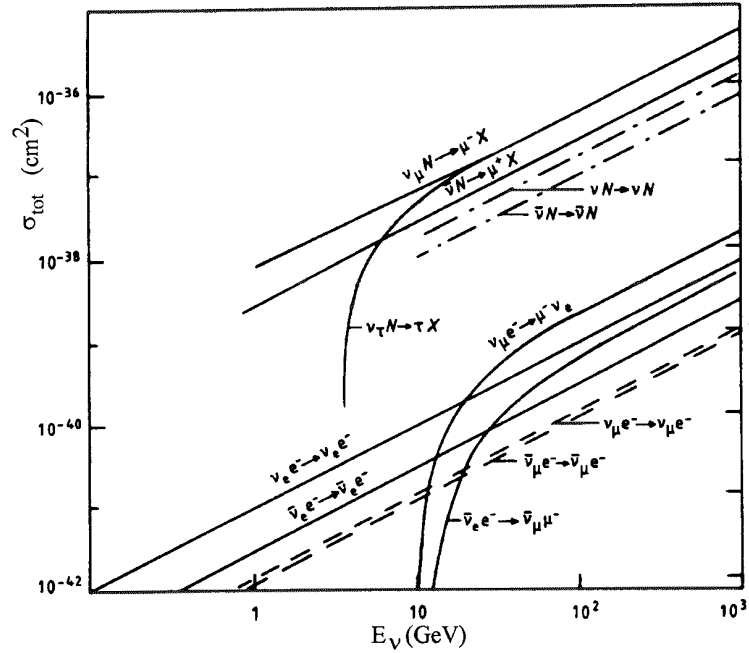


Abbildung 2.1: Wirkungsquerschnitte für verschiedene Neutrino-Reaktionen gegen die Energie. Entnommen aus [Sch97].

2.1.3 Myonen in Materie

Energieverlust von Myonen

Die durch Neutrino-Reaktionen erzeugten Myonen erleiden beim Durchlaufen von Materie durch verschiedene Prozesse Energieverluste, siehe zum Beispiel [Gru93]. Ionisationsprozesse sind bei relativistischen Geschwindigkeiten näherungsweise unabhängig von der Energie. Dagegen sind Bremsstrahlung, Paarproduktion und photonukleare Wechselwirkungen proportional zur Energie. Der Energieverlust kann demnach durch

$$-\frac{dE}{dx} = a + b \cdot E \quad (2.8)$$

parametrisiert werden. Die Massenbelegung $dx = \rho ds$ wird in g/cm^2 oder in mwe^4 angegeben. Für Eis wurden durch Monte-Carlo-Rechnungen die Werte $a = 0,259 \text{ GeV}/mwe$ und $b = 0,363 \cdot 10^{-3} /mwe$ bestimmt [CR04].

Tscherenkow-Strahlung von Myonen

Wird bei einer Neutrino-Wechselwirkung ein Myon erzeugt, kann es über den Tscherenkow-Effekt⁵ nachgewiesen werden. Das von einem geladene Teilchen durch-

⁴mwe=meter water equivalent, engl. für Meter Wasseräquivalent.

⁵Benannt nach Pawel Alexejewitsch Tscherenkow.

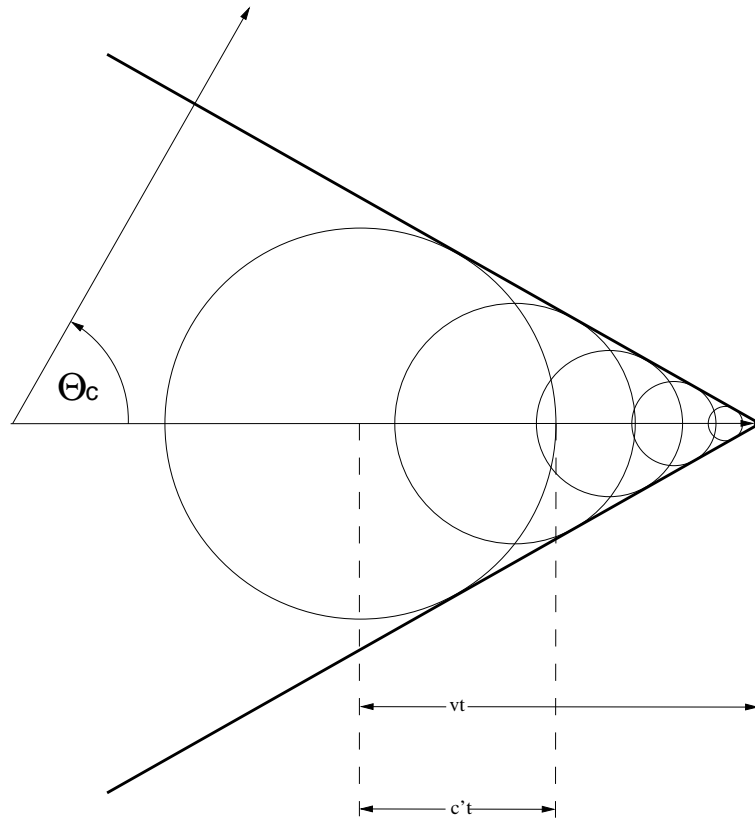


Abbildung 2.2: Der Abstrahlungswinkel des Tscherenkow-Lichts kann mit Elementarwellen, die eine Wellenfront bilden, konstruiert werden. Abbildung nach [Jac62].

querte Medium, in diesem Fall das antarktische Eis, wird entlang der Teilchenbahn kurzzeitig polarisiert. Bei kleinen Geschwindigkeiten findet eine symmetrische Polarisation statt, bei der keine elektromagnetische Strahlung entsteht. Ist die Teilchengeschwindigkeit dagegen größer als die Lichtgeschwindigkeit im Medium, wird Tscherenkow-Strahlung [Tsc34] durch konstruktive Interferenz emittiert, wodurch eine kegelförmige Wellenfront gebildet wird.

Die Konstruktion des Winkels θ_C , unter dem das Tscherenkow-Licht abgestrahlt wird, ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Für einen Brechungsindex n und eine Geschwindigkeit $\beta = v/c$ gilt der Zusammenhang:

$$\cos \theta_c = \frac{1}{n\beta} \quad . \quad (2.9)$$

Bei den Energien der von IceCube gemessenen Teilchen ist $\beta \approx 1$, und der Brechungsindex von Eis bei einer Wellenlänge von 400 nm liegt bei $n = 1,32$, so dass der Abstrahlungswinkel $\theta_c = 41^\circ$ beträgt.

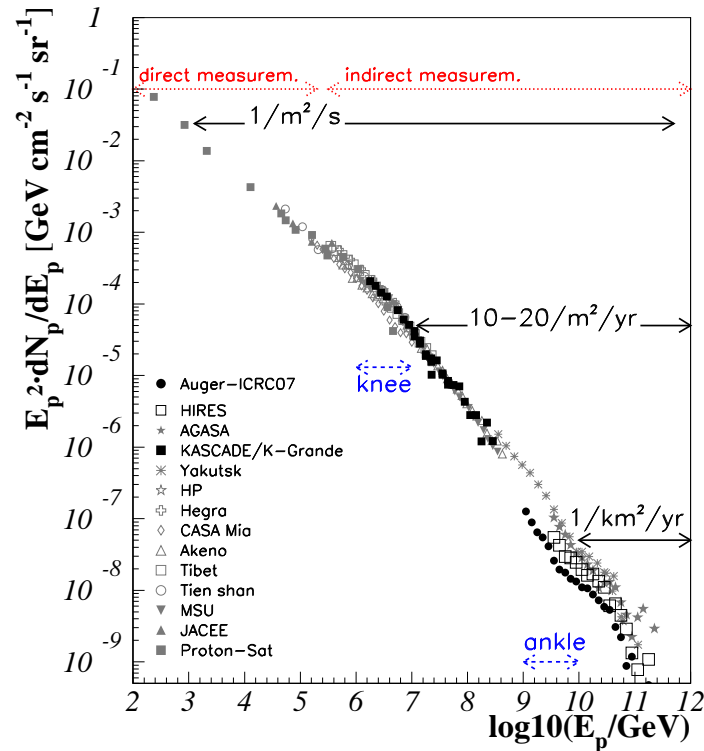


Abbildung 2.3: Energiespektrum der kosmischen Strahlung. Entnommen aus [Bec].

2.2 Untergrundprozesse

Während in dieser Arbeit nach Neutrinos aus der Annihilation von Dunkler Materie gesucht wird, besteht der Großteil der in IceCube gemessenen Teilchen aus atmosphärischen Myonen und Neutrinos, die ihren Ursprung in der kosmischen Strahlung haben. Deutlich geringer ist der Anteil an astrophysikalischen Neutrinos.

2.2.1 Kosmische Strahlung

Die kosmische Strahlung wurde 1912 von Victor Hess bei einer Serie von Ballonflügen entdeckt [Hes12]. In den folgenden Jahrzehnten wurde das Energiespektrum $\frac{dN}{dE}$ über fast zehn Größenordnungen vermessen (Abbildung 2.3). Dabei ergibt sich ein gebrochenes Potenzgesetz

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\gamma} \quad , \quad (2.10)$$

bei dem sich der spektrale Index im Bereich des sogenannten Knies bei etwa 10^{15} GeV von $\gamma = 2,7$ nach $\gamma = 3,0$ verändert [Gai90]. Nach dem Knöchel bei $4 \cdot 10^{18}$ GeV

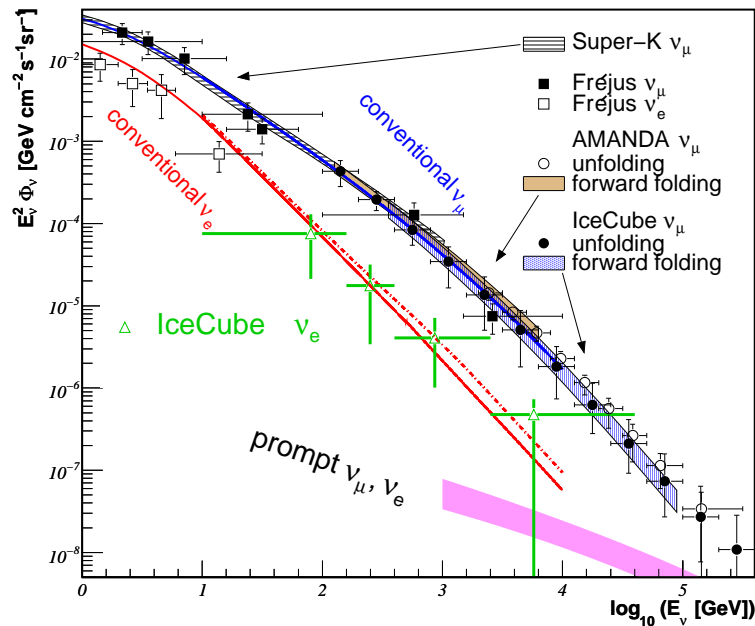


Abbildung 2.4: Energiespektrum atmosphärischer Elektron- und Myon-Neutrinos. In rosa ist der erwartete Neutrinofluss aus Hadronen mit Charmannteil dargestellt. Aus [AAA⁺13c].

verläuft das Spektrum wieder flacher ($\gamma = 2,7$), bis es oberhalb von $4 \cdot 10^9$ GeV zu einem Einbruch kommt [AAA⁺08]. Eine mögliche Erklärung für diese Grenze ist der sogenannte GZK-Effekt⁶, nach dem es bei diesen Energien zu Deltaresonanzen zwischen den Protonen der kosmischen Strahlung und den Photonen des Mikrowellenhintergrundes kommt.

Als galaktische Quellen werden unter anderem Supernovaexplosionen und Pulsare diskutiert. Zum Fermi-Mechanismus, der die Beschleunigung in turbulenten Magnetfeldern beschreibt, siehe zum Beispiel [Gai90]. Oberhalb von 10^{18} eV kommen nur extragalaktische Quellen in Frage, da Teilchen dieser Energien nicht von den interstellaren Magnetfeldern in der Milchstraße gehalten werden können.

Die kosmische Strahlung besteht aus Protonen und schwereren Kernen. Treffen diese Teilchen auf die Atmosphäre der Erde, so werden in einer ersten Wechselwirkung Pionen oder Kaonen produziert. Auch die Produktion von Hadronen mit Charmannteil ist möglich. Unter den Zerfallsprodukten der Hadronen sind Myonen, die den Detektor erreichen können und Neutrinos, die nach einer Wechselwirkung in räumlicher Nähe zum Detektor gemessen werden können. Während Myonen ausschließlich von oben zum Detektor gelangen können, ist die Richtung der Neutrinos nicht eingeschränkt. In Abbildung 2.4 ist das Energiespektrum atmosphärischer Neutrinos dargestellt.

⁶Benannt nach Kenneth Greisen, Georgiy Zatsepin und Vadim Kuzmin.

2.2.2 Astrophysikalische Neutrinos

Neben der geladenen kosmischen Strahlung können auch astrophysikalische Neutrinos als eine mögliche Untergrundquelle für die hier beschriebene Analyse angesehen werden. Bisher konnten Neutrinos aus den Fusionsprozessen der Sonne und Neutrinos der Supernova 1987A gemessen werden. Die Energien dieser Neutrinos sind jedoch zu niedrig, um eine ausgedehnte Spur im IceCube-Detektor zu hinterlassen. Hochenergetische Neutrinos wurden erst kürzlich nachgewiesen [AAA⁺13b]. Sie können in astrophysikalischen Schockfronten bei Proton-Proton- beziehungsweise Proton-Photon-Wechselwirkungen durch den Zerfall von Pionen oder Kaonen entstehen. Mögliche Quellen sind aktive Galaxienkerne (AGN) und Gammastrahlenausbrüche (GRB). Um ein mögliches Neutrinosignal aus den in dieser Arbeit untersuchten Objekten mit der Annihilation von Dunkler Materie verknüpfen zu können, müssen astrophysikalische Neutrinoquellen an diesen Orten ausgeschlossen werden.

2.3 Verteilung der Materie im Universum

Gemittelt über große Maßstäbe zeigt sich das Universum als homogen. Auf kleineren Skalen können dagegen ausgeprägte Strukturen beobachtet werden: Galaxien bilden Galaxienhaufen, die sich wiederum zu Superhaufen zusammensetzen. Die Dichte in massereichen Galaxienhaufen ist beispielsweise 200 mal größer als im Durchschnitt des Universums. Dagegen ist aus Messungen des kosmischen Mikrowellenhintergrundes bekannt, dass die Massenverteilung im frühen Universum homogener war. Seit der Entstehung der Hintergrundstrahlung wuchsen die zunächst kleinen Fluktuationen durch Gravitation immer stärker an. Dadurch bildeten sich mit der Zeit die heutigen Strukturen.

Die Modelle, die diese Entwicklung beschreiben, werden nach der Geschwindigkeit unterschieden, die die Dunkle Materie zum Zeitpunkt hatte, an dem die Strahlungsdichte gleich der Materiedichte im Universum war. Hatten die Teilchen relativistische Geschwindigkeiten, so spricht man von heißer Dunkler Materie (HDM), ansonsten von kalter Dunkler Materie (CDM). Im Modell der heißen Dunklen Materie können sich zunächst keine kleinskaligen Strukturen bilden, da solche Fluktuationen durch die relativistischen Teilchen ausgewaschen werden [Sch08]. In diesem Fall können Galaxien erst später durch Fragmentation von größeren Strukturen gebildet werden. Tatsächlich sind allerdings auch Galaxien bei sehr hohen Rotverschiebungen bekannt. Sie sind also zu einem sehr viel früheren Zeitpunkt entstanden, als es das Modell der heißen Dunklen Materie zulässt. Daher wird im Allgemeinen angenommen, dass wir in einem Universum der kalten Dunklen Materie leben⁷.

⁷Es ist jedoch nicht ausgeschlossen, dass die Dunkle Materie aus mehreren Komponenten besteht. Zusätzlich zur kalten Dunklen Materie könnte also auch ein Teil warmer Dunkler Materie existieren.

Die Entwicklung der Strukturen kann durch numerische Simulationen nachgebildet werden. Dazu wird die Dunkle Materie in einem vorgegebenen Volumen durch makroskopische Teilchen einer bestimmten Masse repräsentiert. Jedes dieser Teilchen bewegt sich entsprechend der Gravitationskraft, die zwischen ihm und den anderen Teilchen berechnet wird.

Aus Simulationen im Galaxienmaßstab ist bekannt, dass sich innerhalb des Halos einer Galaxie zahlreiche Unterstrukturen bilden. Diese Subhalos können mit Zwerggalaxien in Verbindung gebracht werden, deren Rotationskurven auf einen hohen Anteil an Dunkler Materie hinweisen. Ein bisher ungelöster Widerspruch besteht jedoch darin, dass die Anzahl der beobachteten Zwerggalaxien deutlich kleiner ist als die Erwartung aus den Simulationen. Eine mögliche Erklärung ist, dass bei kleinen Materieansammlungen die Sternentstehung vergleichsweise unwahrscheinlich ist, so dass sich häufig keine Galaxien bilden. Demnach existieren zwar sehr viele Subhalos aus Dunkler Materie, jedoch beinhalten nur wenige von ihnen sichtbare Zwerggalaxien.

2.4 Dunkle Materie

Das Forschungsgebiet der Dunklen Materie ist umfangreich. Daher können hier nur einige Grundlagen über den Nachweis und die Kandidaten der Dunklen Materie behandelt werden. Eine ausführliche Einführung bietet zum Beispiel [BHS].

2.4.1 Hinweise auf die Existenz Dunkler Materie

Einer der deutlichsten Hinweise auf die Existenz Dunkler Materie kann aus den Rotationskurven von Galaxien abgeleitet werden. Nach klassischer Mechanik ist die Rotationsgeschwindigkeit durch

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (2.11)$$

gegeben, wobei die Masse $M(r) = 4\pi \int \rho(r)r^2 dr$ durch eine Integration über die Dichte $\rho(r)$ bestimmt wird. Die Geschwindigkeit sollte also für Radien, die den Großteil der Materie beinhalten, mit $1/\sqrt{r}$ fallen. Von Vera Rubin [RFT80] wurde entdeckt, dass die Geschwindigkeit entgegen dieser Erwartung nach einem steilen Anstieg konstant mit der Entfernung vom Zentrum verläuft, siehe Abbildung 2.5. Demnach müssen Galaxien von Halos nicht sichtbarer Materie umgeben sein.

Auch aus der Beobachtung von Galaxienhaufen lässt sich auf das Vorhandensein von Dunkler Materie schließen. Aus den relativen Geschwindigkeiten der zugehörigen Galaxien, die durch Messung der Rotverschiebungen bestimmt werden, kann durch Anwendung des Virialtheorems die Gesamtmasse berechnet werden. Die so ermittelte Masse weicht erheblich von der sichtbaren Masse ab. Bereits im Jahr 1933 wendete Fritz Zwicky diese Methode auf den Coma-Galaxienhaufen an [Zwi33] und

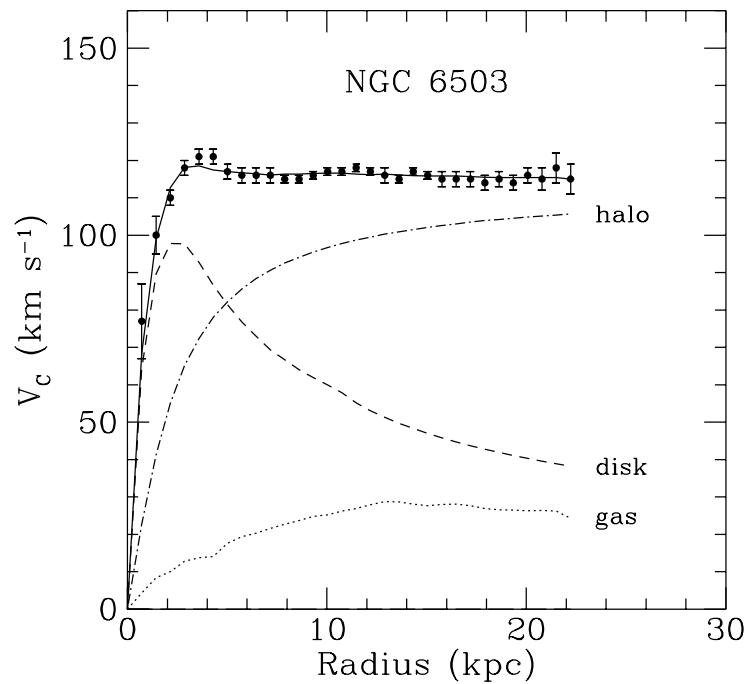


Abbildung 2.5: Rotationskurve einer typischen Spiralgalaxie (NGC 6503). Der Dunkle-Materie-Halo wurde angepasst, so dass die Daten von der durchgezogenen Linie beschrieben werden. Die Einzelkomponenten von sichtbarer Materie, von Gas und von Dunkler Materie sind ebenfalls eingezeichnet. Entnommen aus [BBS91].

fand, dass die Masse um einen Faktor 400 größer sein muss, als optisch beobachtbar ist.

Schließlich kann der gesamte Anteil der Dunklen Materie im Universum aus Messungen der kosmischen Mikrowellenhintergrundstrahlung bestimmt werden. Die Hintergrundstrahlung hat ihren Ursprung im frühen Universum, als sich das Universum so weit abkühlte, dass es durch die Bildung von Atomen für elektromagnetische Strahlung durchsichtig wurde. Durch eine Rotverschiebung von $z \approx 1100$ ist die Temperatur auf den heutigen Wert von 2,7K abgesunken. Die Strahlung hat das Energiespektrum eines schwarzen Körpers und ist bis zu einer Größenordnung von 10^{-5} isotrop. Bei noch genauerer Vermessung, die das erste Mal mit dem Satellitenexperiment COBE [SBK⁺92] durchgeführt wurde, kann eine Anisotropie beobachtet werden. Die Genauigkeit dieser Messung konnte mit den Experimenten WMAP [SVP⁺03] und Planck [AAA⁺13d] weiter erhöht werden. Diese Anisotropie korreliert mit den Strukturen des Universums zur Zeit der Entstehung der Hintergrundstrahlung. Da die Strukturbildung von den kosmologischen Parametern abhängt, lassen sich diese Werte durch eine Multipolanalyse bestimmen. Eine Auswertung der Planck-Daten [AAA⁺] ergab für die Dichte der baryonischen Materie

einen Wert von $\Omega_b h^2 = 0,02207 \pm 0,00033$ und für die kalte Dunkle Materie eine Dichte von $\Omega_c h^2 = 0,1196 \pm 0,0031$. Die Größe $h = H/(100 \text{ km/s/MPc})$ steht für die dimensionslose Hubblekonstante, wobei die Expansionsrate des Universums zu $H = (67,4 \pm 1,4) \text{ km/s/MPc}$ bestimmt wurde.

2.4.2 Kandidaten für Dunkle Materie

Die beschriebenen Beobachtungen liefern überzeugende Hinweise auf Dunkle Materie. Es gibt zwar auch alternative Ansätze zur Erklärung einzelner Aspekte. Ein Beispiel ist die Modifikation des Gravitationsgesetzes (MOND-Theorie⁸) für große Distanzen, die die Rotationskurven sehr gut erklären kann. Allerdings lassen sich damit nicht die Beobachtungen des Mikrowellenhintergrundes verstehen. Die vorherrschende Meinung in der Wissenschaft geht davon aus, dass es Dunkle Materie gibt⁹. Dennoch bleibt es offen, aus welchen Teilchen die Dunkle Materie besteht. Eine Vielzahl an Modellen wurde entwickelt, darunter Axionen, die eingeführt wurden, um das starke CP-Problem zu lösen [RB00], Kaluza-Klein-Teilchen, die aus der Annahme von zusätzlichen Dimensionen folgen, und sterile Neutrinos, die nicht an der schwachen Wechselwirkung teilnehmen. Im Allgemeinen werden Dunkle-Materie-Teilchen, die nicht an der elektromagnetischen und starken Kraft teilnehmen, als WIMPs¹⁰ bezeichnet. Eine umfangreichere Auflistung findet sich in [BHS].

Einer der meistdiskutierten Kandidaten lässt sich aus der Supersymmetrie ableiten, die jedem Boson einen fermionischen und jedem Fermion einen bosonischen Partner zuordnet [Mar97]. Das Standardmodell der Teilchenphysik wird im minimalen supersymmetrischen Standardmodell (MSSM) durch Gauginos, Squarks, Sleptonen und Higgsinos erweitert. Während Standard-Modell-Teilchen die R-Parität¹¹ $R = 1$ haben, gilt für ihre supersymmetrischen Partner $R = -1$. Da im MSSM die R-Parität erhalten ist, kann das leichteste supersymmetrische Teilchen (LSP) *nicht* zerfallen. Es stellt damit einen geeigneten Kandidaten für kalte Dunkle Materie dar. Das LSP könnte das leichteste der vier Neutralinos sein, die aus einer Mischung von Bino, Wino und Higgsinos, den supersymmetrischen Partnern der B^0 -, W^0 - und neutralen Higgs-Bosonen, bestehen. Da Neutralinos Majorana-Fermionen sind, können sie paarweise annihilieren und über ihre Annihilationsprodukte nachgewiesen werden.

⁸MOND=MOdifizierte Newtonische Dynamik.

⁹Von Januar bis Oktober 2013 wurden auf dem Preprint-Server arxiv.org 21 Papiere zu MOND veröffentlicht und 631 Papiere zu Dunkler Materie.

¹⁰WIMP = Weak Interacting Massive Particle, engl. für schwach wechselwirkendes massives Teilchen.

¹¹Die R-Parität ist definiert als $R = (-1)^{3B+L+2s}$ mit Baryonenzahl B , Leptonenzahl L und Teilchenspin s .

2.4.3 Nachweismethoden

Um Dunkle Materie nachzuweisen, werden verschiedene Strategien verfolgt. So könnten in Collider-Experimenten¹² bisher unbekannte Teilchen erzeugt werden, die als Konstituenten der Dunklen Materie in Frage kämen. Bei Experimenten zur direkten Detektion wird nach elastischen Stößen zwischen durchfliegenden Dunkle-Materie-Teilchen der galaktischen Halos und den Kernen eines Targets gesucht. Diese Ereignisse können zum Beispiel über die Rückstoßenergie gemessen werden. Die sensitivsten Instrumente, XENON100 [AAA⁺12i] und LUX [AAB⁺13], konnten bisher keine Wechselwirkungen von Dunkler Materie nachweisen. Die daraus ermittelten oberen Grenzen auf den spin-unabhängigen Streuquerschnitt sind inkompatibel mit den potentiellen WIMP-Signalen, die mit CRESST-II [ABB⁺12] und DAMA [BBC⁺08] gemessen wurden.

Im Gegensatz zur direkten Detektion wird bei indirekten Experimenten nach Anihilationsprodukten der WIMPs gesucht. Mit Gamma-Teleskopen, wie Fermi-LAT [AAA⁺11b, AAA⁺10b], H.E.S.S. [AAA⁺12f] und Veritas [AAA⁺12h], können zum Beispiel Zwerggalaxien und Galaxiencluster untersucht werden. Für Neutrino-teleskope sind die Sonne [AAA⁺12b] und die Erde [AAB⁺02] vielversprechende Ziele, da WIMPs durch Streuung an den Atomen Energie verlieren und gravitativ gebunden werden können. Die Einfangrate entspricht im Gleichgewicht dem Doppelten der Anihilationsrate. Somit kann aus einem Neutrinofluss der spin-abhängige Wirkungsquerschnitt berechnet werden, von dem die Einfangrate abhängt. Außerdem befassen sich Analysen mit dem Zentrum [AAA⁺12e] und dem Halo [AAA⁺11a] der Milchstraße, sowie mit Zwerggalaxien, unserer Nachbargalaxie M31 und Galaxienhaufen. Die drei letztgenannten Objekttypen wurden erstmals für die vorliegende Arbeit auf einen Neutrinofluss hin untersucht. Bei der Analyse dieser Objekte kann, wie bei den Gammaanalysen, der Anihilationsquerschnitt ermittelt werden.

Auch die Messungen des Positron-Anteils in der kosmischen Strahlung durch PAMELA [ABB⁺09] und AMS-02 [AAA⁺13e] sowie der mit Fermi [AAA⁺12g] gemessene ($e^+ + e^-$)-Fluss können Aufschluss auf Eigenschaften der Dunklen Materie geben. Die gemessenen Überschüsse sind jedoch nicht eindeutig zu interpretieren, da sie auch im Zusammenhang mit astrophysikalischen Quellen wie Pulsaren stehen können.

2.5 Neutrinofluss aus WIMP-Annihilation

Der zu erwartende Neutrinofluss (oder der Fluss anderer Teilchenarten) $d\Phi/dE$, der durch Annihilation von WIMPs in entfernten Halos entsteht, hängt von verschiedenen Parametern ab und kann mit der Formel

$$\frac{d\Phi(\Delta\Omega)}{dE} = \frac{\langle\sigma v\rangle}{4\pi \cdot 2m_\chi^2} \frac{dN_A}{dE} J(\Delta\Omega) \quad (2.12)$$

¹²von collide, englisch für "zusammenstoßen"

berechnet werden. Dabei ist $\Delta\Omega$ der Raumwinkel, in dem der Fluss gemessen wird. Die Dichteverteilung des Halos wird durch den J -Faktor berücksichtigt, der in Abschnitt 2.5.2 beschrieben wird. Da die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Teilchen aufeinander treffen, nicht durch die Massendichte sondern durch die Teilchendichte bestimmt wird, wird durch das Quadrat der Teilchenmasse m_χ geteilt. Auch der Faktor $1/4\pi$ stammt aus der Berechnung des J -Faktors. Die Anzahl der Neutrinos, die je Annihilation entstehen, und ihre Energieverteilung dN_A/dE wird in Abschnitt 2.5.1 erläutert. Wird bei einer Messung ein Fluss nachgewiesen oder eine obere Grenze darauf gesetzt, kann der über die Geschwindigkeit gemittelte Annihilationsquerschnitt $\langle\sigma v\rangle$ in Abhängigkeit von der Teilchenmasse berechnet werden.

Auch aus theoretischen Überlegungen können Informationen über $\langle\sigma v\rangle$ abgeleitet werden. So folgen aus Unitaritätsbedingungen obere Grenzen, die mit $1/m_\chi^2$ von der Masse abhängen [GK90, Hui01]. Weiterhin folgt aus der Annahme, dass es sich bei Dunkler Materie um ein thermisches Relikt handelt, eine Erwartung für den Annihilationsquerschnitt. Im frühen Universum befanden sich die Dunkle-Materie-Teilchen im thermischen Gleichgewicht. Durch die Abkühlung des Universums sank die Produktionsrate und damit die Teilchendichte bis das Gleichgewicht nicht mehr aufrecht erhalten werden konnte, da die WIMPs nicht mehr häufig genug zur Annihilation aufeinandertrafen. Damit dieser "freeze out" genannte Vorgang zu der heutigen Dichte führt, die aus der Vermessung des Mikrowellenhintergrundes bekannt ist, sollte $\langle\sigma v\rangle$ in der "natürlichen Skala" zwischen $2,2 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ und $5,2 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ liegen [SDB].

Eine zusätzliche Kraft zwischen den Dunkle-Materie-Teilchen könnte zum sogenannten Sommerfeldeffekt führen, der den Annihilationsquerschnitt um einige Größenordnungen erhöhen würde [AFSW09].

2.5.1 Erwartete Energiespektren

Der Verlauf des differentiellen Flusspektrums $\frac{d\Phi}{dE}$ wird durch die Energieverteilung der an der Quelle produzierten Neutrinos $\frac{dN_A}{dE}$ bestimmt (siehe Gleichung 2.12). Die differentielle Neutrinoanzahl je Annihilation hängt vom Annihilationskanal und von der WIMP-Masse ab. Mit dem Softwarepaket DarkSUSY [GEU+04], das zur Berechnung der Annihilationsprodukte das Programm Pythia [Sjo95] verwendet, wurden Spektren für die Kanäle $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$, $\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$, $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$ und $\chi\chi \rightarrow \mu^+\mu^-$ für zwanzig Massen zwischen 300 GeV und 100 TeV erzeugt. Außerdem wird in der vorliegenden Analyse die direkte Annihilation in Neutrinos berücksichtigt, für die sich Linienspektren ergeben. Da jeweils ein Verzweigungsverhältnis von 100% zugrunde gelegt wird, ist eine realistische Energieverteilung zwischen den harten ($\chi\chi \rightarrow \nu\bar{\nu}$) und weichen ($\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$) Spektren zu erwarten.

In Abbildung 2.6 sind die Energieverteilung der Neutrinos je Annihilation für eine WIMP-Masse von 3 TeV dargestellt. Dabei sind Oszillationseffekte nach Gleichung 2.5 bereits eingerechnet.

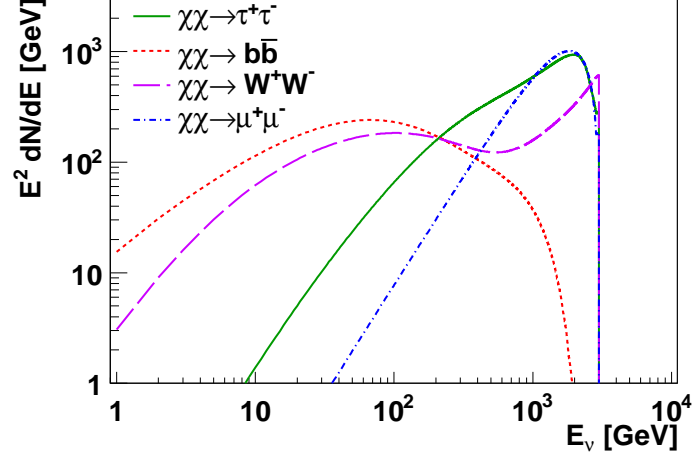


Abbildung 2.6: Energiespektren für Neutrinoflüsse aus der Annihilation von WIMPs der Masse 3 TeV.

2.5.2 Halos Dunkler Materie und Berechnung des astrophysikalischen Faktors

Die gravitativen Auswirkungen der Dunklen Materie wurden in astronomischen Objekten beobachtet, deren Größenordnungen einen großen Bereich abdecken. Während Galaxienhaufen Massen von $10^{14} - 10^{15} M_{\odot}$ aufweisen¹³ [PPB11], haben Zwerggalaxien typische Massen von $10^7 M_{\odot}$ [SBK⁺08]. Theoretische Modelle legen nahe, dass die Massen der kleinsten Halos zwischen $10^{-11} M_{\odot}$ und $10^{-3} M_{\odot}$ liegen [Bri09]. Durch numerische Mehrteilchensimulationen wurde ermittelt, dass die Verteilung der Massendichten von Dunkle-Materie-Halos $\rho(r)$ unabhängig von der Gesamtmasse durch eine einheitliche Funktion, das nach Julio Navarro, Carlos Frenk und Simon White benannte NFW-Profil, parametrisiert werden kann [NFW97]:

$$\rho_{\text{NFW}}(r) = \frac{\rho_0}{\frac{r}{r_s} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2} \quad . \quad (2.13)$$

Dabei ist r_s der sogenannte Skalenradius und ρ_0 eine charakteristische Dichte. Jedoch ist umstritten, welche innere Struktur Dunkle-Materie-Halos haben. Während die Dichte für NFW-Profile nach innen ansteigt und im Zentrum unendlich wird, weist das Burkert-Profil, das auf Beobachtungen von vier Zwerggalaxien beruht [Bur95], einen Kern konstanter Dichte auf:

$$\rho_{\text{Burkert}}(r) = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{r}{r_s}\right) \left(1 + \left(\frac{r}{r_s}\right)^2\right)} \quad . \quad (2.14)$$

Das Dichteprofil der Dunklen Materie legt den astrophysikalischen Faktor J fest, der nach Gleichung 2.12 proportional zum Neutrinofluss ist. Je größer dieser Faktor ist, desto häufiger treffen zwei Dunkle-Materie-Teilchen aufeinander, so dass sie

¹³ $M_{\odot} = 1,9891 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ steht für die Masse der Sonne [Wil89].

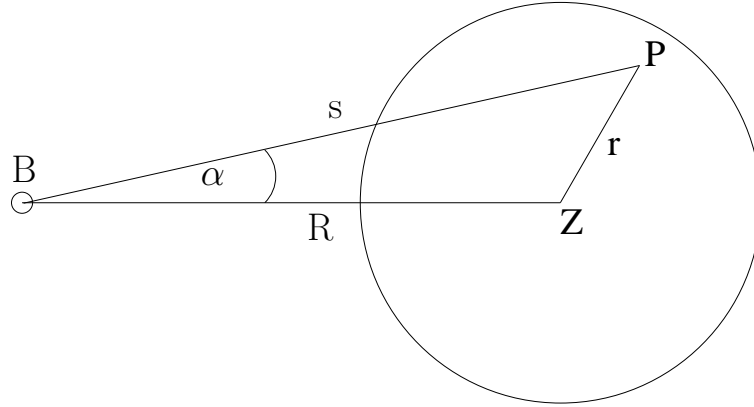


Abbildung 2.7: Der Abstand s zwischen Punkt P und einem Beobachter B auf der Erde kann mit dem Kosinussatz in den Abstand r zwischen Punkt P und dem Halozentrum Z umgerechnet werden.

entsprechend ihrer Wechselwirkungswahrscheinlichkeit annihilieren können. Zur Berechnung wird das Quadrat der Dichte über die Sichtlinie (l.o.s. = line of sight) und den Raumwinkel integriert¹⁴:

$$J(\Delta\Omega) = \int_{\Delta\Omega} d\Omega \int_{l.o.s.} \rho_\chi^2(s) ds. \quad (2.16)$$

Die Auswertung des Integrals ist nicht trivial, da die Integrationsgrenzen nicht der Symmetrie der Dichteverteilungen $\rho(r)$ entsprechen. Während die Halos radialsymmetrisch um ihr Zentrum verteilt sind, wird in Gleichung 2.16 entlang der Sichtlinie des Beobachters integriert. Um den Abstand vom Halozentrum r durch den Abstand zur Erde s zu ersetzen, kann der Kosinussatz

$$r = \sqrt{s^2 + R^2 + 2Rs \cos \alpha} \quad (2.17)$$

verwendet werden. Dabei ist R der Abstand des Halozentrums zur Erde und α der Winkel zwischen der Sichtlinie und der Verbindung von Halozentrum und Erde (siehe Abbildung 2.7). Wie sich die Berechnung durch eine Näherung des Integrationsbereichs vereinfachen lässt, ist in Anhang A dargestellt.

In Abbildung 2.8 ist der J -Faktor für die Draco-Zwerggalaxie gegen den Integrationswinkel für ein NFW- und ein Burkert-Profil gezeigt. Die Berechnung wurde

¹⁴Der Flussbeitrag eines Volumenelementes dV ist proportional zu $1/(4\pi s^2) \cdot \rho^2 dV$, wobei s der Abstand zum Beobachter ist. Aus Konventionsgründen ist der Faktor $1/4\pi$ nicht Bestandteil des J -Faktors, sondern wird in Gleichung 2.12 separat aufgeführt. In sphärischen Koordinaten mit dem Standpunkt des Beobachters als Ursprung folgt für den gesamten J -Faktor:

$$J = \int \frac{1}{s^2} \rho^2 dV = \int \frac{1}{s^2} \rho^2 s^2 ds d\Omega = \int_{\Delta\Omega} d\Omega \int_{l.o.s.} \rho^2 ds \quad . \quad (2.15)$$

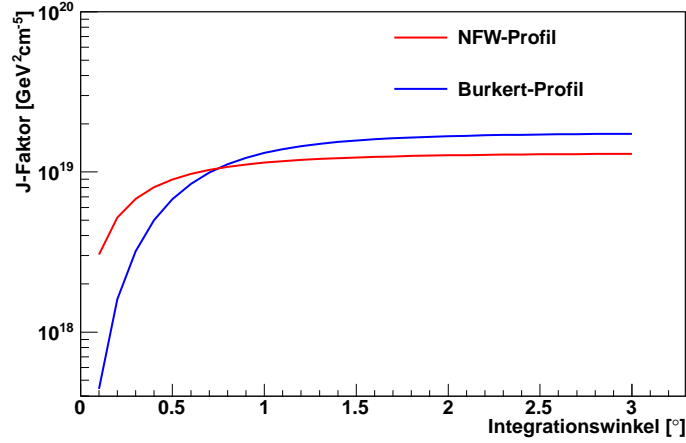


Abbildung 2.8: J -Faktor gegen die Integrationsgrenze für die Draco-Zwerggalaxie. Die Parameter $\rho_0 = 10^{7,2} \text{ M}_\odot \text{ kpc}^{-3}$, $r_s = 10^{0,45} \text{ kpc}$ für das NFW-Profil und $\rho_0 = 10^{8,1} \text{ M}_\odot \text{ kpc}^{-3}$, $r_s = 10^{0,15} \text{ kpc}$ für das Burkert-Profil wurden [MSC06a] entnommen.

numerisch mit dem Computeralgebrasystem *Mathematica* durchgeführt. Während für den inneren Bereich deutliche Unterschiede auftreten, sind die J -Faktoren für größere Integrationsbereiche sehr ähnlich. Da die Auflösung des IceCube-Detektors in der Größenordnung von einem Grad liegt (siehe Abschnitt 4.3), ist die Wahl des Halo-Modells nicht von entscheidender Bedeutung¹⁵.

In der hier beschriebenen Analyse werden fünf Zwerggalaxien im Nordhimmel untersucht: Segue 1, Ursa Major II, Ursa Minor, Coma Berenices und Draco. Um eine Vergleichbarkeit mit anderen Experimenten zu gewährleisten, werden auch hier die vorwiegend verwendeten NFW-Profile angenommen. So werden die J -Faktoren für die Zwerggalaxien aus einer Analyse von Daten des Fermi-Gammateleskops [AAA⁺11b] übernommen.

Neben den Zwerggalaxien sollen die Andromeda-Galaxie (M31) und die Galaxienhaufen Virgo und Coma untersucht werden. In Abbildung 2.9 sind J -Faktoren für die Andromeda-Galaxie in Abhängigkeit vom Integrationswinkel gezeigt. Dazu wurden die Parameter der NFW-Verteilung ρ_0 und r_s aus drei verschiedenen Veröffentlichungen entnommen. Die resultierenden J -Faktoren liegen in der gleichen Größenordnung. Für die weitere Analyse wurden die Parameter aus [TTT07] verwendet, die zu einem konservativen Faktor von $\log_{10}(J/\text{GeV}^2\text{cm}^{-5}) = 19,2$ führen. Für die Galaxienhaufen werden die J -Faktoren aus [HFE⁺12] benutzt. In Tabelle 2.1 sind alle in der vorliegenden Arbeit verwendeten Quellen aufgelistet.

Für alle in der Tabelle angegebenen Quellen sind die J -Faktoren auf der Grundlage

¹⁵Im Gegensatz dazu sind Analysen des vergleichsweise nahen galaktischen Zentrums sehr empfindlich auf die Annahmen zum Masseprofil.

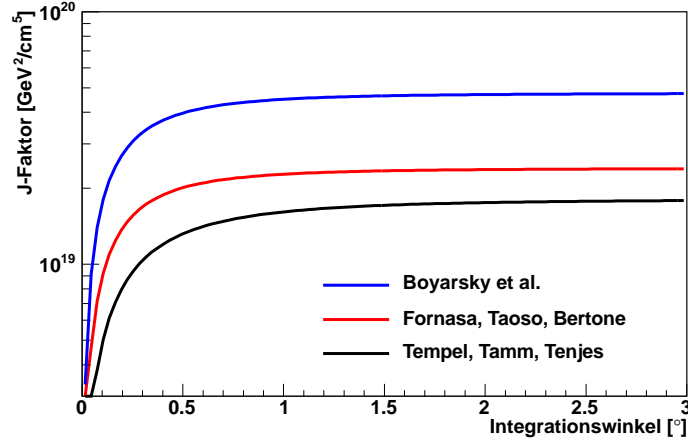


Abbildung 2.9: J -Faktor der Andromeda-Galaxie gegen die Integrationsgrenze für verschiedene Haloparameter: [BIRS08](blau), [FTB07](rot), [TTT07](schwarz)

Quelle	Rektaszension	Deklination	Entfernung [kpc]	Masse [M_{\odot}]	$\log_{10}(J/\text{GeV}^2 \text{cm}^{-5})$
Segue 1	10h 07m 04s	+16°04'55"	23	$1,58 \cdot 10^7$	$19,6 \pm 0,5$
Ursa Major II	08h 51m 30s	+63°07'48"	32	$1,09 \cdot 10^7$	$19,6 \pm 0,4$
Ursa Minor	15h 09m 11s	+67°12'52"	66	$1,79 \cdot 10^7$	$18,5 \pm 0,2$
Coma Berenices	12h 26m 59s	+23°54'15"	44	$0,72 \cdot 10^7$	$19,0 \pm 0,4$
Draco	17h 20m 12s	+57°54'55"	80	$1,87 \cdot 10^7$	$18,8 \pm 0,1$
M31	00h 42m 44s	+41°16'09"	778	$6,9 \cdot 10^{11}$	19,2
Virgo-Haufen	12h 30m 49s	+12°23'28"	22300	$6,9 \cdot 10^{14}$	18,2
Coma-Haufen	12h 59m 49s	+27°58'50"	95000	$1,3 \cdot 10^{15}$	17,1

Tabelle 2.1: Liste der untersuchten Zwerggalaxien, Galaxien und Galaxienhaufen. Für M31 und die Galaxienhaufen wurden keine Fehler veröffentlicht.

von NFW-Profilen bestimmt worden. Dabei wird jedoch nicht berücksichtigt, dass sich innerhalb eines großen Halos auch Unterstrukturen Dunkler Materie befinden. Diese Subhalos mit erhöhter Dichte führen dazu, dass sich die Annihilationsrate innerhalb des gesamten Objekts erheblich vergrößert. In [GFJ⁺] wurden die Galaxiensimulationen *Aquarius* und *Phoenix* ausgewertet und der Effekt quantifiziert. Es wurde gefunden, dass der Verstärkungsfaktor b stark von der Gesamtmasse M_{200}

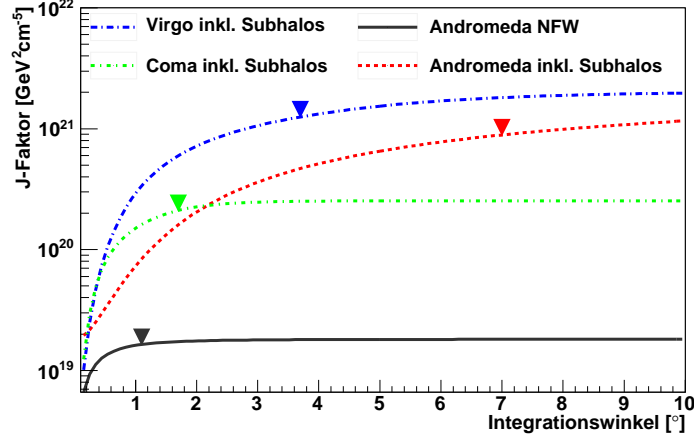


Abbildung 2.10: J -Faktoren gegen die Integrationsgrenze für Andromeda, den Coma-Haufen und den Virgo-Haufen unter Berücksichtigung von Subhalos.

abhängt¹⁶:

$$b(M_{200}) = \frac{J_{sub}}{J_{NFW}} = 1,6 \cdot 10^{-3} (M_{200}/M_{\odot})^{0,39} \quad . \quad (2.18)$$

Damit ergeben sich Faktoren von 66 für die Andromeda-Galaxie, 980 für den Virgo-Haufen und 1300 für den Coma-Haufen. Dagegen haben Zwerggalaxien relativ kleine Massen, so dass der Einfluss von Unterstrukturen vernachlässigt werden kann [CCD⁺11].

Die räumliche Verteilung des verstärkenden Effekts durch Subhalos kann mit

$$\begin{aligned} j_{sub}(r) &= \frac{16 \cdot b(M_{200}) \cdot J_{NFW}}{\pi \ln(17)} \frac{1}{r_{200}^2 + 16r^2} & (r \leq r_{200}) \\ j_{sub}(r) &= j_{sub}(r_{200}) e^{-2,377(r/r_{200}-1)} & (r \geq r_{200}) \end{aligned} \quad (2.19)$$

parametrisiert werden. Dabei steht $j_{sub} = \int_{l.o.s.} \rho^2 ds$ für das Sichtlinienintegral über das Quadrat der Dichte. In Abbildung 2.10 sind die resultierenden J -Faktoren gegen den Integrationswinkel dargestellt. Zum Vergleich ist der Verlauf für die Andromeda-Galaxie mit einem reinen NFW-Profil eingezeichnet. Es ist nicht nur zu erkennen, dass das Signal verstärkt wird, sondern auch, dass weiter außen liegende Bereiche stärkere Beiträge liefern. Die Objekte können also nicht mehr wie Punktquellen behandelt werden. Die Berücksichtigung der Quellenausdehnung ist in Abschnitt 4.5.5 beschrieben und führt zu erheblich größeren Suchfenstern. Die Markierungen in Abbildung 2.10 deuten die optimalen Radien der Suchfenster für den Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$ an.

¹⁶ M_{200} ist die Masse, die vom virialen Radius r_{200} umschlossen ist, innerhalb dessen die Dichte ρ der 200-fachen kritischen Dichte des Universums entspricht.

Kapitel 3

Der IceCube-Detektor

Aufgrund des geringen Wirkungsquerschnitts sind sehr große Detektorvolumen nötig, um hochenergetische Neutrinos zu messen. Findet der Nachweis über den Tscherenkow-Effekt statt (siehe Abschnitt 2.1.3), muss das Detektionsmedium durchsichtig sein. Als natürlich vorhandenes Material bieten sich Wasser oder Eis an. Der erste Versuch, einen Detektor zur Suche nach hochenergetischen kosmischen Neutrinos zu bauen, wurde mit dem DUMAND-Detektor¹ vor der Küste von Hawaii durchgeführt [Rob92]. Der Aufbau von AMANDA², einem Neutrinodetektor, der das antarktische Eis nutzte und aus 677 optischen Modulen bestand, wurde 1993 begonnen [De 08]. Doch erst mit dem kubikkilometergroßen Nachfolgeexperiment IceCube, das zwischen Januar 2005 und Dezember 2010 installiert wurde, gelang der Nachweis von hochenergetischen Neutrinos, die ihren Ursprung außerhalb der Erdatmosphäre haben [AAA⁺13b].

In diesem Kapitel wird der Aufbau und die Instrumentation des IceCube-Neutrinoobservatoriums skizziert. Dazu werden zunächst das Detektionsprinzip und die unterschiedlichen Signaturen der Neutrino flavor erläutert (Abschnitt 3.1). Danach folgt eine Beschreibung der Eigenschaften des Detektionsmediums (Abschnitt 3.2) und der Anordnung der optischen Module (Abschnitt 3.3), die schließlich in Abschnitt 3.4 dargestellt werden.

3.1 Detektionsprinzip

Neutrinos können nachgewiesen werden, wenn sie in räumlicher Nähe zum Detektor mit dem Eis wechselwirken. Erfolgt die Wechselwirkung über den geladenen Strom (Gleichung 2.6), so entsteht je nach Neutrino flavor ein Elektron, Myon oder Tauon. Durch deren unterschiedliche Reichweite und Lebensdauer entwickeln sich verschiedene Signaturen im Detektor. Elektronen haben eine kurze Reichweite von einigen Metern, so dass lediglich eine elektromagnetische und hadronische Kaskade

¹DUMAND=Deep Underwater Muon And Neutrino Detector.

²AMANDA=Antarctic Muon And Neutrino Detector Array.

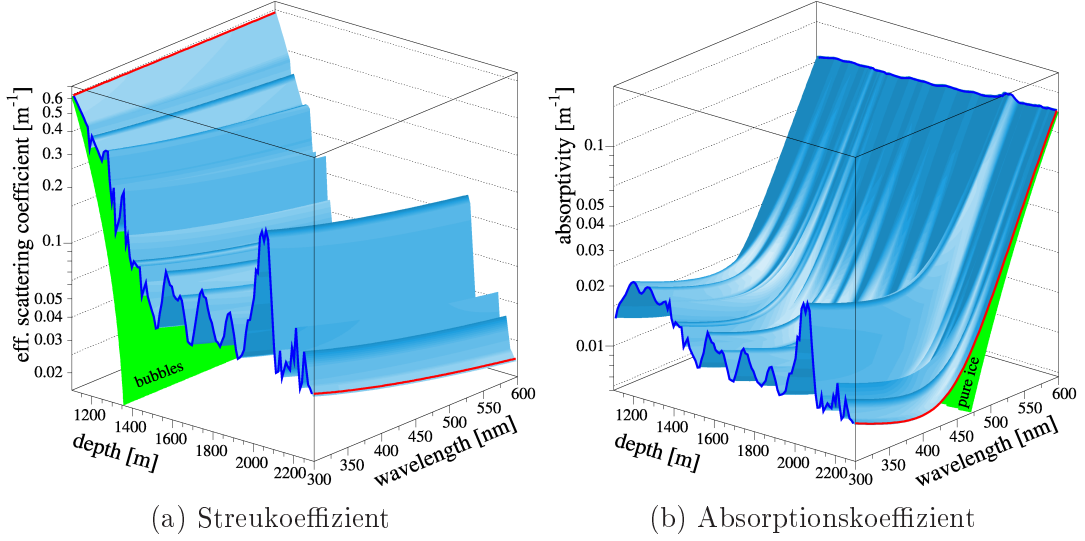


Abbildung 3.1: Streu- und Absorptionskoeffizienten des antarktischen Eises am Südpol in Abhängigkeit von der Wellenlänge und der Tiefe. Entnommen aus [AAB⁺06].

am Vertex der Wechselwirkung beobachtet werden kann. Durch Tau-Neutrinos kann eine sogenannte Double-Bang Signatur erzeugt werden. Durch die kurze Lebensdauer des Tauons von $\tau = 2.9 \cdot 10^{-13} \text{ s}$ wird eine Kaskade sowohl bei der Erzeugung als auch beim Zerfall des Tauons erzeugt. Bei sehr hohen Energien sind diese Ereignisse räumlich so weit voneinander getrennt, dass sie separat registriert werden können, sofern Erzeugung und Zerfall innerhalb des Detektorvolumens stattfinden. Die Zerfallslänge lässt sich mit

$$l = c\gamma\beta\tau = c\tau\sqrt{\frac{E^2}{m^2c^4} - 1} \quad (3.1)$$

berechnen. Daraus folgt, dass Tauonen eine Energie von etwa 10 TeV haben müssen, um eine Reichweite von 500 m zu erlangen. Dagegen sind Myonen in der Lage, mehrere Kilometer Materie zu durchqueren. Aus der Gleichung für den Energieverlust (Gleichung 2.8) lässt sich die Reichweite

$$R = \frac{1}{b} \ln\left(1 + \frac{b}{a} E\right) \quad (3.2)$$

ableiten, die für Myonen der Energie 1 TeV etwa 2,4 km beträgt. Dabei wird Tscherenkow-Licht emittiert, das als lange Spur im Detektor messbar ist. Durch diesen Hebelarm ist es möglich, die Richtung des Teilchens auf unter ein Grad genau zu ermitteln, und so auf den Ursprung des Neutrinos zu schließen, siehe Abschnitt 4.3.

3.2 Eiseigenschaften

Eine Besonderheit des IceCube-Detektors besteht darin, dass mit dem antarktischen Eis ein natürlich vorhandenes Medium verwendet wird. Nur so ist es möglich, eine Detektorgröße von einem Kubikkilometer zu realisieren. Der antarktische Gletscher hat am Südpol eine Höhe von etwa 2800 m und entstand über einen langen Zeitraum³. Die Verunreinigung mit Staub hängt von den Klimabedingungen ab, die herrschten, als die jeweiligen Eisschichten gebildet wurden. Die Kenntnis der optischen Eigenschaften ist entscheidend für eine gute Rekonstruktion der Teilchenspuren. In Abbildung 3.1 sind die Streu- und Absorptionseigenschaften als Funktion der Wellenlänge und der Eistiefe zu sehen⁴. Diese Messung wurde mittels Lichtquellen durchgeführt, die mit dem AMANDA-Detektor in das Eis gelassen wurden [AAB⁺06]⁵. Der Einfluss der Staubschichten auf die optischen Eigenschaften ist deutlich zu erkennen. Die Photonen werden nicht nur an Staubteilchen, sondern auch an Luftblasen gestreut. Diese gehen jedoch mit zunehmender Tiefe und damit ansteigendem Druck in nichtstreuende Lufthydratkristalle über und spielen somit für IceCube keine Rolle.

3.3 Detektoraufbau

IceCube besteht aus insgesamt 5160 digitalen optischen Modulen (DOMs), die an 86 Stahltrossen (Strings) in das antarktische Eis nahe der Amundsen-Scott-Südpolstation eingelassen wurden [AAA⁺06a]. In Abbildung 3.2 ist der schematische Aufbau des Detektors dargestellt. Die optischen Module befinden sich in einer Tiefe von 1450 m bis 2450 m und haben Abstände von 17 m. Zwischen den Strings liegen typischerweise 125 m. Im zentralen Bereich wird der Teildetektor DeepCore durch eine dichtere Anordnung der DOMs gebildet [AAA⁺12d]. Durch die kleineren Abstände von 42-72 m zwischen den Strings und 7 m zwischen den Modulen eines Strings wird die Energieschwelle auf etwa 10 GeV gesenkt.

Zur Instrumentierung wurden mit Heißwasserbohrern Löcher in das Eis geschmolzen, in die jeweils ein String eingelassen wurde. Die Strings bestehen aus Stahlkabeln, an denen jeweils 60 DOMs befestigt sind, sowie aus der Verkabelung zur Stromversorgung und Datenübertragung. Da solche Arbeiten nur während des antarktischen Sommers durchgeführt werden können, erstreckte sich der Ausbau über mehrere Jahre von 2004 bis 2010. In Abbildung 3.3 sind die Strings eingezeichnet, die in der

³In einer Tiefe von 2050 m hat das Eis beispielsweise ein Alter von etwa 65.000 Jahren.

⁴Die abgebildeten Koeffizienten sind die Inversen der Absorptionslänge λ_a , bei der die Intensität um $1/e$ absinkt und der Streulänge λ_s , die den mittleren Abstand zwischen zwei Streuprozessen angibt. Für die effektive Streulänge λ_e wird die mittlere Streurichtung $\langle \cos \theta \rangle$ eingerechnet: $\lambda_e = \lambda_s / (1 - \langle \cos \theta \rangle)$.

⁵Auch der IceCube-Detektor ist mit Instrumenten zur Vermessung des Eises ausgestattet, darunter verschiedene LEDs und eine Kamera, die das Wiedergefrieren des Eislochs filmte.

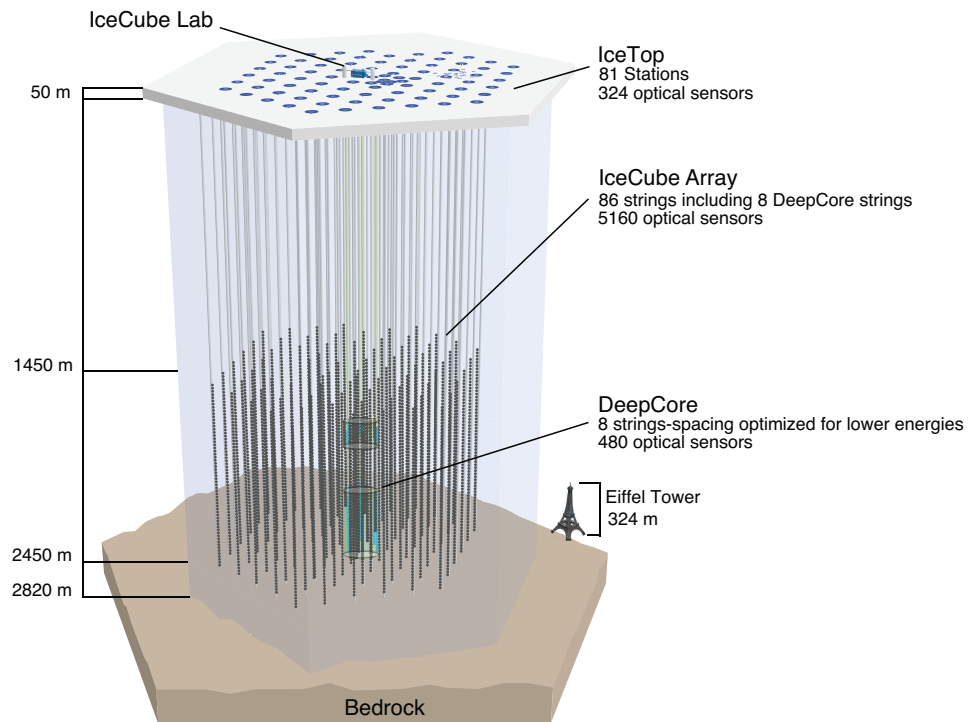


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau des IceCube-Detektors mit dem Teildetektor DeepCore und dem Oberflächendetektor IceTop. Zum Größenvergleich ist der Eiffelturm dargestellt. Erstellt von Danielle Vevea und Jamie Yang.

Datennahme-Saison 2009/10 installiert waren. Die Daten aus dieser Periode werden in der vorliegenden Arbeit verwendet.

Zusätzlich zu den DOMs im Eis befindet sich der Luftschauerdetektor IceTop an der Eisoberfläche. Dieser Detektor besteht aus mit Eis gefüllten Tanks, das unter kontrollierten Bedingungen gefroren wurde. Jeder Tank beinhaltet zwei optische Module zur Messung von Tscherenkow-Licht, das von atmosphärischen Luftschauern emittiert wird.

3.4 Das digitale optische Modul

Die DOMs [AAA⁺09] dienen dazu, Tscherenkow-Photonen zu messen, die Signale zu digitalisieren und mit Zeitstempeln zu versehen. Jedes Modul besteht aus einer Kugel aus 13 mm dickem Glas, die dem Druck des tiefen Eises widerstehen kann, und beinhaltet einen Photomultiplier⁶ sowie eine Hauptplatine, eine Platine mit

⁶engl. für Photoelektronenvervielfältiger.

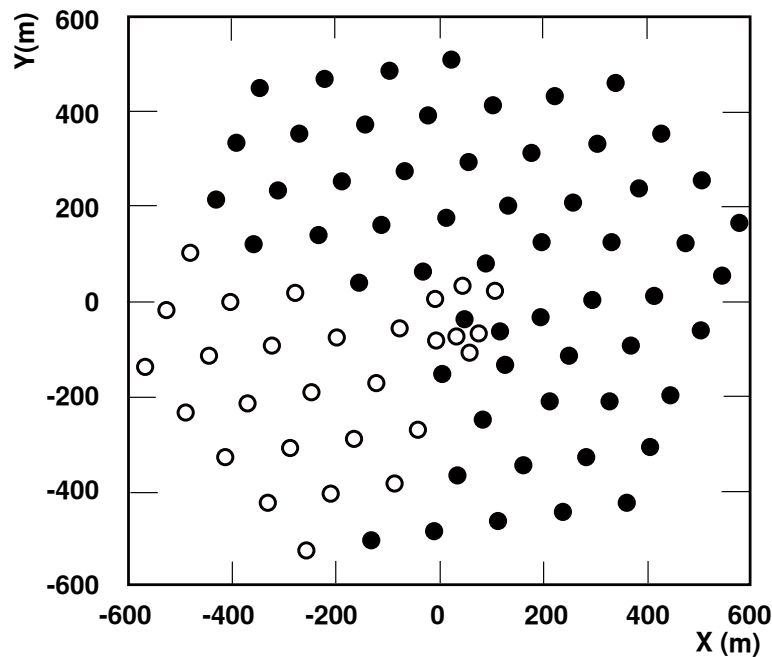


Abbildung 3.3: Schematische Aufsicht auf den Detektor. Die schwarzen Punkte repräsentieren die 59 Strings, die zur Saison 2009/10 installiert waren. Entnommen aus [AAA⁺13a].

12 LEDs zur Kalibration und eine Hochspannungseinheit. Abbildung 3.4 zeigt die schematische Darstellung eines Moduls.

Die bei IceCube verbauten Photomultiplier sind vom Typ R7081-02 des Herstellers Hamamatsu [AAA⁺10a] mit einem Durchmesser von 25,3 cm und einem Verstärkungsfaktor von 10^7 , der in 10 Dynoden-Stufen erreicht wird. Die durchschnittlichen Rauschraten im Eis bei Temperaturen von -20°C bis -45°C liegen bei 540 Hz. Die Röhre besteht aus Borsilikatglas, das eine günstige Durchlässigkeit für das Spektrum des Tscherenkow-Lichts besitzt. Für DeepCore wurde eine neue Version des Photomultipliers vom Typ R7081MOD verwendet, die eine 35% höhere Quanteneffizienz besitzt. Dadurch erhöht sich die effektive Fläche für niederenergetische Neutrinos um 30% und die Rauschraten bei -45°C um 33%. Die PMTs sind durch ein Gel mit den Glas der Hüllen optisch gekoppelt.

Um die Ankunftszeit eines Photons möglichst genau rekonstruieren zu können, wird der zeitliche Spannungsverlauf der Photokathode aufgenommen. Hierfür sind zwei unabhängige Systeme auf der Hauptplatine jedes DOMs verbaut. Das erste System wird ATWD⁷ genannt und zeichnet 128 Spannungswerte mit einer Abtastrate von $3,3\text{ ns}^{-1}$ auf, so dass ein Zeitraum von 422,4 ns abgedeckt wird. Um während der Auslese weiterhin aufnehmen zu können, ist ein zweiter ATWD eingebaut, der im Wechsel mit dem ersten betrieben wird. Die Spannung wird in drei verschiedenen

⁷Analog Transient Waveform Digitizer = analoger flüchtiger Wellenform-Digitalisierer.

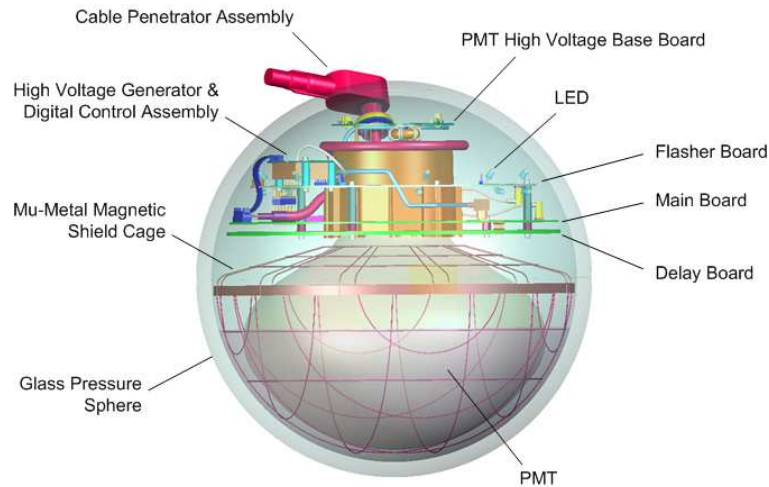


Abbildung 3.4: Skizze eines digitalen optischen Moduls

Verstärkungen aufgezeichnet, so dass ein sehr hoher dynamischer Bereich abgedeckt wird. Das zweite System ist ein fADC⁸, der auch die Messung von später eintreffenden Photonen erlaubt. Dieses hat mit 25 ns^{-1} eine niedrige Abtastrate und kann Daten über einen Zeitraum von $6,4 \mu\text{s}$ aufnehmen.

Die Datennahme wird ausgelöst, sobald die Spannung des Photomultipliers auf $1/4$ des Wertes ansteigt, den ein einzelnes Photoelektron (PE) im Mittel erzeugt. Für die ATWD wird das Signal um 75 ns verzögert, damit auch der Bereich vor dem Triggerzeitpunkt aufgenommen wird. Jedes DOM ist mit seinen direkten Nachbarn durch ein spezielles Kabel verbunden, so dass bestimmte Koinzidenzbedingungen gefordert werden können. Im HLC-Modus⁹ wird die Datennahme nur gestartet, wenn auch in einem der vier nächsten DOMs die Triggerschwelle erreicht wird. Dadurch werden isolierte Treffer bereits bei der Datennahme verworfen, was zu einer effektiven Verringerung von Untergrundtreffern durch Rauschen der PMTs führt. Seit der Saison 2009/10, aus der die in dieser Arbeit verwendeten Daten stammen, wurden zusätzlich sogenannte SLC-Treffer¹⁰ aufgenommen. Dabei handelt es sich um Treffer, bei denen die HLC-Bedingung nicht erfüllt ist. In diesem Fall wird ein reduzierter Datensatz abgespeichert, der lediglich drei Spannungswerte des fADC enthält. Für die Standardrekonstruktion wurden jedoch ausschließlich HLC-Treffer verwendet.

Die aufgenommenen Datensätze werden mit den Zeiten der DOM-internen Uhren versehen, die regelmäßig mit der zentralen Zeit synchronisiert werden. Die Kommunikation mit dem IceCube-Labor an der Oberfläche erfolgt digital über verdrehte Kupferkabel. Dort werden bereits erste Filter und Rekonstruktionen auf die Daten angewendet und diese danach per Satellitenverbindung in die nördliche Hemisphäre gesendet.

⁸fast Analog to Digital Converter = schneller Analog-Digital Konverter.

⁹Hard Local Coincidence = Harte Lokale Koinzidenz

¹⁰Soft Local Coincidence = Weiche Lokale Koinzidenz

Kapitel 4

Analyse

In Kapitel 2 wurden die theoretischen Grundlagen für diese Arbeit gelegt, deren Ziel es ist zu untersuchen, ob ein Neutrinofluss von Zwerggalaxien, Galaxien und Galaxienhaufen mit dem IceCube-Observatorium detektiert und somit Dunkle Materie nachgewiesen werden kann. Als Datenpunkte stehen dafür lediglich die aufgenommenen Spannungsverläufe der Photoelektronenvervielfacher in den optischen Modulen zur Verfügung, wie in Kapitel 3 dargestellt.

Kapitel 4 verbindet nun diese beiden Teile, indem der Weg beschrieben wird, wie die gesuchten Neutrinoflüsse aus den Spannungsverläufen bestimmt werden können. Dazu wird nach einem Überblick über die verwendeten Datensätze (Abschnitt 4.1) beschrieben, wie aus den Spannungsmessungen der Module zunächst die Anzahl und die Ankunftszeit der Photonen bestimmt wird (Abschnitt 4.2); anschließend wird ausgeführt, wie aus dem Muster der getroffenen Module die Spur eines durchlaufenden Myons rekonstruiert werden kann (Abschnitt 4.3). Diese Schritte werden im Rahmen der zentral durchgeführten Prozessierung mit dem modular aufgebauten Softwarepaket *IceTray* durchgeführt. Dabei werden bereits erste Qualitätsschnitte vorgenommen, die einen kollaborationsweiten Datensatz definieren, der für verschiedene Punktquellenanalysen verwendet werden kann.

Um die weitere Verarbeitung zu beschleunigen, wurde die Datenmenge, nachdem sie auf einen lokalen Speicher in Mainz kopiert wurde, weiter reduziert, indem nur die für die Analyse relevanten Informationen in Dateien abgespeichert wurden. In diesem Schritt wurden ausschließlich Ereignisse übernommen, bei denen die Teilchen anscheinend die Erde durchquert haben. Dadurch werden die meisten Myonen, die durch kosmische Strahlung in der Atmosphäre erzeugt werden, herausgefiltert. Um auch atmosphärische Myonen zu entfernen, deren Richtungen falsch rekonstruiert wurden, werden weitere Qualitätsschnitte durchgeführt. Eine vollständige Beschreibung der Ereignis Selektion wird in Abschnitt 4.5 vorgenommen. Der finale Datensatz enthält größtenteils atmosphärische Neutrinos, deren Herkunftsverteilung zwar vom Zenitwinkel abhängt, jedoch nicht vom Azimutwinkel (siehe Abschnitt 2.2.1). Um in diesem Untergrund ein Signal aus astrophysikalischen Neutrinos zu erkennen, wird in einer Punktquellenanalyse überprüft, ob von bestimmten Koordinaten – in

diesem Fall den Koordinaten der zuvor ausgewählten Zwerggalaxien, Galaxien und Galaxienhaufen – signifikant mehr Neutrinos kommen, als die erwartete Anzahl an atmosphärischen Neutrinos.

Für diese Arbeit wird die *Onsource-Offsource*-Methode¹ angewendet, bei der für jede Quelle eine Signalregion (*Onsource*) definiert wird, innerhalb derer die Ereignisse gezählt werden. Da hier kugelsymmetrische Dunkle-Materie-Halos untersucht werden sollen, sind die Signalregionen Kreise mit den Quellen als Zentrum. Die Radien der Kreise werden so gewählt, dass eine optimale Sensitivität erreicht wird (Abschnitt 4.5.5). Die Ereignisanzahl wird dann mit der Untergrunderwartung verglichen, die aus der Anzahl der Ereignisse in der *Offsource*-Region geschätzt wird. Dieser Bereich wird aus einem engen Zenitband gebildet, in dem die Quelle liegt. Da der Zenitwert für die *Offsource*-Region fast konstant ist, kann die Rate von atmosphärischen Ereignissen pro Raumwinkel als konstant angesehen werden.

Die Ergebnisse sind in Abschnitt 4.8 dargestellt. Da kein signifikantes Signal gefunden werden konnte, werden in Abschnitt 4.9 obere Grenzen auf den geschwindigkeitsgemittelten Annihilationsquerschnitt der Dunklen Materie in Abhängigkeit von der angenommenen Masse gesetzt.

4.1 Verwendete Datensätze

Für diese Arbeit werden Daten verwendet, die mit dem *IceCube*-Detektor zwischen dem 20. Mai 2009 und 31. Mai 2010 aufgenommen wurden. In dieser Periode bestand der Detektor aus 3540 optischen Modulen an 59 Strings. Unter Berücksichtigung der Zeiten, in denen der Detektor nicht oder nicht fehlerfrei lief, beträgt die effektiv nutzbare Messzeit 339,8 Tage.

Neben den gemessenen Daten werden auch simulierte Neutrinosignale benötigt, mit denen die Optimierung der Analyse und die Berechnung der Teilchenflüsse durchgeführt werden kann. Für *IceCube* steht dafür eine Simulationskette zur Verfügung, in der die Detektorantwort in mehreren Schritten sowohl für den Untergrund aus atmosphärischen Myonen als auch für Neutrinoströme verschiedener Energiespektren simuliert wird.

Zunächst werden die nachzuweisenden Teilchen erzeugt. Für den atmosphärischen Neutrinoströmung aus atmosphärischen Myonen wird eine modifizierte Version des Programms CORSIKA² [HKC⁺98] eingesetzt, mit dem die Entwicklung von Luftschauern simuliert wird, die durch kosmische Strahlung in der Atmosphäre entstehen. Die daraus resultierenden Simulationen werden für die vorliegende Arbeit lediglich zu Vergleichszwecken verwendet, da der Untergrund ausschließlich aus den gemessenen Daten bestimmt wird. Dagegen werden Neutrinoströme mit dem Teilchengenerator *NuGen*³ simuliert. Mit diesem Programm werden einzelne Neutrinos

¹Englisch für auf/abseits der Quelle.

²CORSIKA = COsmic Ray SIMulation for KAskade.

³Kurz für: Neutrino-generator.

entsprechend einem vorgegebenen Energiespektrum zufällig erzeugt. Dabei wird typischerweise ein hartes Spektrum mit einem differentiellen Fluss proportional zu E^{-2} oder E^{-1} eingesetzt, damit auch hochenergetische Teilchen in genügend hoher Statistik zur Verfügung stehen. Für die Verwendung in Analysen können die Ereignisse umgewichtet werden, so dass sie dem jeweils benötigten Spektrum entsprechen. So ist es möglich, die selben Daten sowohl für den Untergrund aus atmosphärischen Neutrinos als auch für die Signalsimulation zu verwenden. Die Richtungen der simulierten Neutrinos sind gleichmäßig verteilt, es wird also ein sogenannter diffuser Fluss erzeugt. Zwar wird mit dieser Analyse ein möglicher Fluss aus Punktquellen untersucht, doch die Optimierung und die Berechnung der Neutrinoflüsse kann auch mit einer diffusen Flusssimulation durchgeführt werden, wie in Abschnitt 4.6 dargelegt wird.

Nach der Erzeugung der Teilchen wird ihr Verlauf durch das Eis mit dem Programm MMC⁴ [CR04] simuliert, wobei sowohl kontinuierliche Energieverluste als auch statistische Prozesse berechnet werden. Anschließend wird bestimmt, welche optischen Module zu welchen Zeitpunkten von Photonen getroffen werden. Die Trefferwahrscheinlichkeiten werden aus Tabellen entnommen, die den Abstand und die Orientierung zwischen Spur und Modul sowie die Tiefe berücksichtigen. Die Tabellen wurden mit dem Programm *photonics* [LMB⁺07] Photonpropagation berechnet. Als Alternative zur Verwendung der Tabellen kann die Ausbreitung jedes einzelnen Photons auch mit dem Programm PPC⁵ [Chi11] simuliert werden. Da diese Methode jedoch sehr rechenintensiv ist, wurden die in der vorliegende Arbeit verwendeten Simulationen mit *photonics*-Tabellen erstellt. Die hier verwendeten Simulationen basieren auf dem Eismodell SPICE⁶, das an Messungen mit künstlichen Lichtquellen innerhalb des IceCube-Detektors angepasst wurde. Zur Abschätzung des systematischen Fehlers, der durch die Wahl des Eismodells entsteht, wurde das Modell *SpiceMie* benutzt. Auf die Verwendung des veralteten Eismodells AHA, das auf Messungen aus [AAB⁺06] basiert, wurde dagegen verzichtet. Am Ende der Kette steht eine Simulation der Detektorantwort und des Datennahmesystems. Zur Bestimmung der systematischen Unsicherheiten der optischen Module wurde die Analyse zusätzlich mit je einem simulierten Testdatensatz mit 90%, mit 100% und mit 110% Quanteneffizienz der Photomultiplier durchgeführt.

4.2 Rekonstruktion der Photonankunftszeiten

Die Spannungsverläufe der Photoelektronenvervielfacher werden von einem schnellen ADC⁷ und zwei analogen transienten Wellenformdigitalisierern (ATWD) aufgenommen (siehe Abschnitt 3.4). Für die Rekonstruktion der Myonspuren ist jedoch die volle Information der aufgenommenen Spannungsverläufe nicht von Interesse, son-

⁴MMC = Myon Monte Carlo.

⁵PPC = Photon Propagation Code.

⁶SPICE = South Pole ICE.

⁷ADC = Analog-Digital-Converter.

dern lediglich die daraus bestimmbare Anzahl von Photonen sowie deren Ankunftszeitpunkt. Diese Verlaufskurven werden zunächst mit dem *IceTray*-Modul *DOMcalibrator* normiert und zusammengefasst. Mit dem sogenannten *FeatureExtractor*, der als ein weiteres Modul implementiert ist, steht ein Algorithmus zur Verfügung, der die wahrscheinlichste Ankunftszeit des jeweils ersten Photons aus den Spannungsverläufen bestimmt.

4.3 Spurrekonstruktion

Nach Durchlaufen des *FeatureExtractors* ist für jedes Ereignis ein Satz von *Treffern* gespeichert. Jeder Treffer beinhaltet die Information, welches optische Modul zu welchem Zeitpunkt von einem Photon getroffen wurde. Gleichzeitig auftreffende Photonen, die zeitlich nicht aufgelöst werden können, werden durch einen einzigen Treffer dargestellt, und können durch die integrierte Ladung des Photoelektronenvervielfachers identifiziert werden. Um den Datensatz von Störsignalen zu reinigen, die nicht von dem durchfliegenden Teilchen ausgelöst wurden, werden nur Treffer übernommen, die innerhalb eines Zeitfensters von $6 \mu\text{s}$ liegen. Das Fenster wird so gelegt, dass eine maximale Anzahl an Treffern übrigbleibt. Im nächsten Schritt kann nun die Spur des Myons rekonstruiert werden, das diese Photonen erzeugt hat. Eine gute Spurrekonstruktion ist eine der wichtigsten Herausforderungen, um eine hohe Sensitivität von Punktquellenanalysen zu erreichen. Nur wenn so genau wie möglich bekannt ist, woher die gemessenen Teilchen kommen, können sie bestimmten Quellen zugeordnet werden. Für Myonen wird angenommen, dass die Spur eine unendlich lange Linie ist, entlang der sich das Teilchen annähernd mit Lichtgeschwindigkeit bewegt. Selbstverständlich ist die Reichweite des Myons nicht unendlich, doch da keine Aussage für das Myon weit außerhalb des Detektors getroffen werden kann, ist es für die Rekonstruktion irrelevant, wie weit vor dem Detektor es produziert wird, und wie weit es danach noch fliegt. Damit ist die Hypothese lediglich für Myonen unzulänglich, die innerhalb des Detektors entstehen, oder dort ihren Weg beenden. Für diese Fälle wurden spezielle Rekonstruktionsalgorithmen entworfen, die jedoch in der vorliegenden Analyse nicht angewandt wurden.

Um die Spur eines durchlaufenden Myons zu beschreiben, werden fünf Größen benötigt. Die Größen x , y und z bestimmen die Position des Teilchens zu einem Zeitpunkt t_0 . Dazu kommen die beiden Richtungsvariablen Θ und Φ , die den Zenit und den Azimut der Spurrichtung angeben. In Anhang B werden die relevanten Koordinatensysteme vorgestellt: das Detektorsystem, in dem die Berechnung der Spuren vorgenommen wird, sowie die verwendeten astronomische Koordinatensysteme. Letztere werden dazu gebraucht, die Herkunft der gemessenen Neutrinos mit bekannten oder unbekanntenen Quellen zu korrelieren. Im Folgenden werden Rekonstruktionsalgorithmen beschrieben, mit denen die Richtungen der Neutrinos bestimmt werden. Auch wenn eine Vielzahl an Rekonstruktionsverfahren entwickelt wurden, sollen hier lediglich die Methoden beschrieben werden, die tatsächlich für die vorliegende Arbeit

verwendet wurden. Die hier skizzierten Algorithmen sind ausführlich in [ABB⁺04] beschrieben.

4.3.1 LineFit

Als erster Schritt zur Bestimmung der Flugspur des durchlaufenden Myons wird mit dem sogenannten *LineFit* ein analytisches Verfahren eingesetzt, das bereits für das DUMAND-Projekt entwickelt wurde [Ste90]. Bei dieser Rekonstruktionsmethode wird die Bewegung eines Teilchens mit der Geschwindigkeit \vec{v} entlang einer geraden Linie ($\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t$) betrachtet. Die Ausbreitung des Lichtes anhand des Tscherenkow-Kegels sowie die optischen Eigenschaften des Eises werden dagegen ignoriert. Aus den Abständen zwischen den getroffenen Modulen \vec{r}_i und der Teilchenposition zum Zeitpunkt t_i des Treffers wird ein χ^2 -Wert definiert, der die Übereinstimmung der Spurhypothese mit der Messung quantifiziert:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_{hit}} (\vec{r}_i - \vec{r}_0 - \vec{v} \cdot t_i)^2 \quad . \quad (4.1)$$

Dieser Ansatz hat gegenüber einer Anpassung mit vollständiger Beschreibung der Lichtausbreitung den Vorteil, dass das Minimum der χ^2 -Funktion analytisch berechnet werden kann:

$$\vec{r}_0 = \langle \vec{r}_i \rangle - \vec{v} \cdot \langle t_i \rangle \quad , \quad (4.2)$$

$$\vec{v} = \frac{\langle \vec{r}_i \cdot t_i \rangle - \langle \vec{r}_i \rangle \cdot \langle t_i \rangle}{\langle t_i^2 \rangle - \langle t_i \rangle^2} \quad . \quad (4.3)$$

Dabei bezeichnet $\langle x_i \rangle$ den Mittelwert des Parameters x über alle Treffer. Mit dem *LineFit* wird, je nach Energie, eine Auflösung von bis zu 4 Grad erreicht. Für die Suche nach Punktquellen ist dies ein zu schlechter Wert, aber aufgrund der Geschwindigkeit des Algorithmus eignet sich der *LineFit* sehr gut als Ausgangspunkt (*First Guess*) für genauere Rekonstruktionen.

4.3.2 Likelihoodrekonstruktion

Allgemeines

Bevor die eigentliche Spurbestimmung beschrieben wird, soll hier zunächst das allgemeine Prinzip der Maximum-Likelihood-Methode erläutert werden (siehe zum Beispiel [Cow98]).

Wie bei jeder Parameterschätzung ist das Ziel, den wahren Wert einer Größe θ aus einer Anzahl n von Messungen der Zufallsvariablen x zu ermitteln. Damit dies möglich ist, müssen die Ergebnisse der Einzelmessungen x_i selbstverständlich von dem Parameter θ abhängen. Die Messwerte sind also eine Stichprobe der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $p(x, \theta)$, deren funktionaler Verlauf - abgesehen vom Parameter

θ - entweder bekannt sein, oder zum Beispiel durch Simulationen geschätzt werden muss. Für einen bestimmten Wert von θ beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Messwert im Intervall $[x_1, x_1 + dx_1]$ liegt, $p(x_1, \theta)dx_1$. Das Gleiche gilt für die übrigen Messungen, so dass sich die Wahrscheinlichkeit, dass alle Messungen innerhalb des jeweiligen Intervalls $[x_i, x_i + dx_i]$ liegen, durch das Produkt $\prod_{i=1}^n p(x_i, \theta)dx_i$ gegeben ist. Ist die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x_i, \theta)$ exakt, so ist dieses Produkt am größten, wenn der wahre Wert von θ eingesetzt wird. Da diese Aussage nicht von den dx_i abhängt, gilt das Gleiche für

$$\mathcal{L}(\theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i, \theta) \quad . \quad (4.4)$$

Durch diese Überlegung findet eine Bedeutungsänderung von $p(x, \theta)$ statt. Die Messgröße x wird nicht mehr als variabel angesehen, sondern ist durch die abgeschlossene Messung fixiert. Dagegen ist nun der Parameter θ eine veränderbare Größe. Um dies zu verdeutlichen, wird \mathcal{L} nicht mit dem Begriff Wahrscheinlichkeit bezeichnet, sondern mit dem englischen Ausdruck *Likelihood*. Aus der Bedingung für das Maximum der Likelihoodfunktion

$$\frac{d}{d\theta} \mathcal{L}(\hat{\theta}) = 0 \quad . \quad (4.5)$$

kann der bestmögliche Schätzwert $\hat{\theta}$ des wahren Wertes bestimmt werden. In der Praxis wird aus Gründen der leichteren Berechnung stattdessen das Minimum des negativen Logarithmus der Likelihoodfunktion bestimmt. Somit wird aus dem Produkt eine Summe:

$$-\log \mathcal{L}(\theta) = - \sum_{i=1}^n \log p(x_i, \theta) \quad . \quad (4.6)$$

Da nur für einfache Fälle die Likelihoodfunktion analytisch angegeben werden kann, wird das Minimum im Allgemeinen numerisch bestimmt.

Anwendung in IceCube

Bei der Spurrekonstruktion sollen die fünf Parameter (x, y, z, Θ, Φ) , die die Spur vollständig beschreiben, aus der Ankunftszeit der Tscherenkow-Photonen an den optischen Modulen bestimmt werden. Dabei kann jedes registrierte Photon als unabhängige Messung der Spur betrachtet werden. Abgesehen von Streuungen im Eis gibt es einen eindeutigen Zusammenhang zwischen der Ankunftszeit des Photons und dem vertikalen Abstand zwischen der Spur und dem optischen Modul, der durch

$$t_{\text{geo}} = t_0 + \frac{\vec{p} - (\vec{r}_i - \vec{r}_0) + d \cdot \tan \theta_c}{c_{\text{vac}}} \quad (4.7)$$

gegeben ist, wie leicht anhand von Abbildung 4.1 nachvollzogen werden kann. Durch

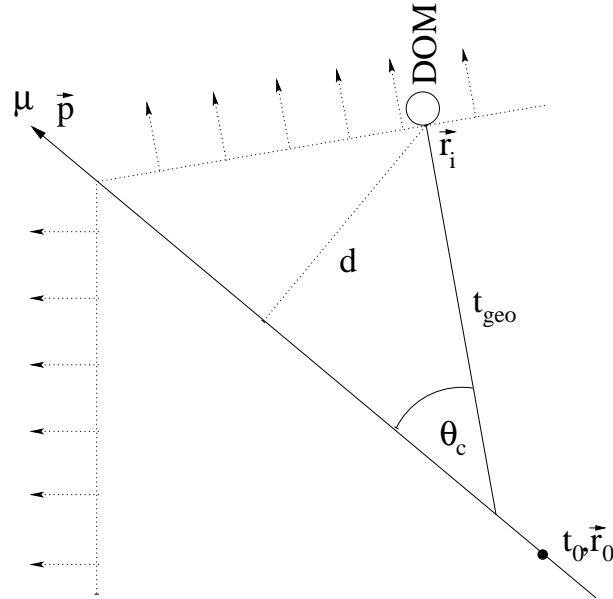


Abbildung 4.1: Ausbreitung des Tscherenkow-Lichts für ein Myon, das in Richtung \vec{p} fliegt. Ein Photon benötigt die geometrische Zeit t_{geo} um auf dem direkten Weg von seinem Entstehungsort auf der Spur zum optischen Modul zu gelangen.

die Streuung (siehe Abschnitt 3.2) nehmen jedoch die meisten Photonen nicht den direkten, sondern einen zufälligen, längeren Weg. Dadurch wird die Messzeit zu einer Zufallsvariable, die einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion folgt. Zur Vereinfachung wird von der gemessenen Zeit t_{exp} die geometrische Zeit t_{geo} abgezogen und somit das Zeitresiduum als

$$t_{res} = t_{exp} - t_{geo}$$

definiert.

Dass die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichte - innerhalb der IceCube-Kollaboration mit Pandel-Funktion⁸ bezeichnet - vom Abstand zwischen dem Sensor und der Spur abhängt, ist leicht einzusehen: je weiter der Weg der Photonen ist, desto häufiger werden sie auch gestreut, wodurch sich der Mittelwert des Zeitresiduums vergrößert. Die Pandel-Funktion [Pan96] kann analytisch mit

$$\begin{aligned}
 p(t_{res}, d_{eff}) &= \frac{1}{N(d_{eff})\Gamma(d_{eff}/\lambda)\tau} \left[\frac{t_{res}}{\tau} \right]^{d_{eff}/\lambda - 1} e^{-t_{res}(1/\tau + c/\lambda_a) - d_{eff}/\lambda_a} \\
 &\approx \frac{t^{0,03 \cdot d_{eff} - 1}}{\Gamma(0,03 \cdot d_{eff})} \cdot e^{-0,0041 \cdot t - 0,165 \cdot d_{eff}}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

⁸Benannt nach Dirk Pandel [Pan96].

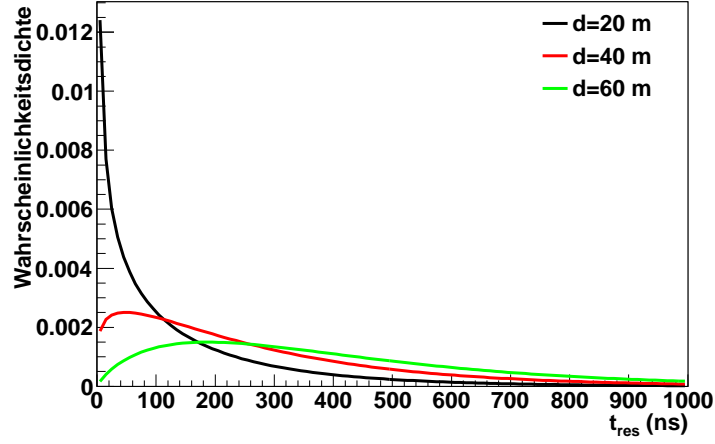


Abbildung 4.2: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zeitresiduen für Abstände von 20 m, 40 m und 60 m (Pandel-Funktionen).

angegeben werden [ABB⁺04] und ist in Abbildung 4.2 grafisch dargestellt. Dabei bezeichnet d_{eff} den effektiven Abstand⁹ und $\lambda_a = 98$ m die Absorptionslänge. Die Werte $\tau = 557$ ns $\lambda = 33,3$ m sind angefitzte Parameter, Γ ist die Gammafunktion. Die Normierung ist durch

$$N(d_{\text{eff}}) = e^{-d_{\text{eff}}/\lambda_a} \cdot \left(1 + \frac{\tau \cdot c}{\lambda_a}\right)^{-d_{\text{eff}}/\lambda} \approx e^{0,0356 \cdot d_{\text{eff}}} \quad (4.9)$$

gegeben.

Neben der Streuung der Photonen beeinflusst auch die begrenzte Zeitaufösung der Photoelektronenvervielfacher die Zeitresiduen. Dieser Effekt wird durch eine Gauß-Funktion berücksichtigt, die mit der Pandel-Funktion gefaltet wird. Dadurch können auch negative Zeitresiduen auftreten.

Rekonstruktion mit SPE-Likelihood

Während eines Ereignisses kann jedes optische Modul mehrere Photonen registrieren. Dabei sind früher ankommende Photonen im Mittel weniger stark gestreut und haben somit den höchsten Informationsgehalt für die Rekonstruktion. Daher wird bei der SPE-Rekonstruktion¹⁰ für die Berechnung der Likelihood ausschließlich das erste Signal verwendet:

$$\mathcal{L}_{\text{SPE}}(\vec{\theta}) = \prod_{i=1}^{NCh} p(t_{\text{res},i}, d(\vec{\theta})) \quad (4.10)$$

⁹Die relative Ausrichtung η des optischen Moduls wird berücksichtigt, indem ein von hinten beleuchtetes Modul einen höheren effektiven Abstand erhält: $d_{\text{eff}} = a_0 + a_1 \cdot d$ mit $a_0 = 0,84$ m und $a_1 = 3,1\text{m} - 3,9\text{m} \cdot \cos(\eta) + 4,6\text{m} \cdot \cos^2(\eta)$.

¹⁰Single Photo Electron = einzelne Photoelektronen.

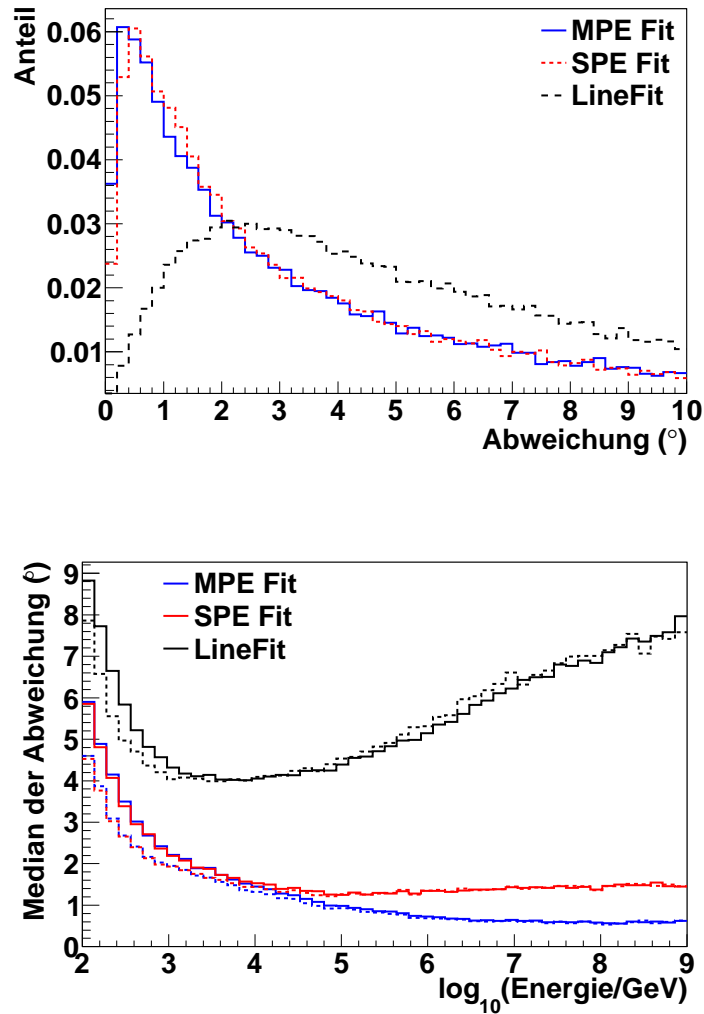


Abbildung 4.3: Vergleich der Auflösungen für die Rekonstruktionen LineFit, SPE-Fit und MPE-Fit für Neutrinos mit einer Energiegewichtung, die atmosphärischen Neutrinos entspricht. Oben: Abweichung der rekonstruierten von der wahren Spur. Unten: Median der Abweichungsverteilung gegen die Energie des Neutrinos (durchgezogene Linie) bzw. des Myons (gestrichelte Linie).

Die Anzahl der vom optischen Modul gemessenen Photonen wird nicht berücksichtigt. Die Spurparameter $\vec{\theta}$ werden mit dem Programm MINUIT nach der *SIMPLEX*-Methode [JR75] variiert, bis ein Minimum von $-\ln \mathcal{L}$ gefunden wird. Um die Wahrscheinlichkeit zu erhöhen, tatsächlich das globale Minimum zu finden, wird dieser Vorgang in mehreren Iterationen mit verschiedenen Startwerten durchgeführt.

Rekonstruktion mit MPE-Likelihood

Wie bei der SPE-Rekonstruktion wird auch für die MPE-Rekonstruktion¹¹ ausschließlich die Ankunftszeit des jeweils ersten gemessenen Photons in der Likelihood-berechnung verwendet. Zusätzlich wird jedoch auch berücksichtigt, wie viele Photonen insgesamt aufgenommen wurden. Durch diese Information wird die Likelihood verändert, da es bei einer hohen Anzahl von Photonen wahrscheinlicher ist, dass das erste nur sehr wenig gestreut wurde. Für insgesamt N Signale in einem DOM lautet die Ankunftsverteilung für das erste Photon

$$p_N^1(t_{res}) = N \cdot p_1(t_{res}) \cdot \left(\int_{t_{res}}^{\infty} p_1(t) dt \right)^{(N-1)} = N \cdot p_1(t_{res}) \cdot (1 - P_1(t_{res}))^{(N-1)} \quad , \quad (4.11)$$

wobei P_1 die kumulative Verteilung der SPE-Verteilung ist. Wie in Abbildung 4.3 zu sehen ist, ergibt sich eine verbesserte Auflösung insbesondere für Energien oberhalb von 10 TeV.

4.4 Schätzung der Winkelauflösung

Im vorherigen Abschnitt 4.3 wurde die Likelihoodmethode zur Parameterschätzung eingeführt und beschrieben, wie dieses Prinzip in der Spurrekonstruktion bei IceCube verwendet wird. Doch nicht nur der Wert des Parameters selbst ist von Interesse, sondern auch die Genauigkeit mit der dieser ermittelt werden kann. Zum Beispiel ist die Spurauflösung für *ungebinnte Punktquellenanalysen* [Neu04] von entscheidender Bedeutung. Bei diesem Analysetyp wird anhand der geschätzten Auflösung die Wahrscheinlichkeit bestimmt, dass ein Neutrino von einer bestimmten Himmelsposition kommt. Im Gegensatz dazu wurde für die vorliegende Analyse ein Ansatz gewählt, bei dem die Neutrinoanzahl in einer definierten Quellregion mit einer Kontrollregion verglichen wird (*Onsource-Offsource-Methode*). Auch wenn hier dem Auflösungsschätzer keine so zentrale Bedeutung zukommt wie bei einer ungebinnten Analyse, ist sein Wert dennoch nützlich, da er ein Maß für Qualität der Spurrekonstruktion ist und somit als Selektionsparameter herangezogen werden kann.

Die Auflösung einer Messung gibt an, wie stark die Einzelmessungen bei unendlicher Wiederholung des Experiments um den Mittelwert streuen würden. Um zum Beispiel die Auflösung des IceCube-Detektors zu errechnen, können die Abweichungen des gemessenen vom wahren Zenit- beziehungsweise Azimutwinkel für jedes Ereignis einer Simulation in ein Histogramm eingetragen werden, das anschließend mit einer Gauß-Funktion angefüttet wird. Allerdings gibt die so bestimmte Standardabweichung nur eine mittlere Auflösung an. Es wird dabei nicht berücksichtigt, dass die Genauigkeit der Messung ereignisabhängig ist. Diese hängt von vielen Faktoren ab, unter anderem von der Energie des durchlaufenden Teilchens, von der Rich-

¹¹Multi Photo Electron = vielfache Photoelektronen.

tung und auch davon, an welcher Stelle der Detektor durchquert wird¹². Um auf die gleiche Weise die Auflösung einzelner Ereignisse zu bestimmen, müssten jeweils ähnliche Ereignisse mit hoher Statistik simuliert werden. Dies ist mit vertretbarem Rechenaufwand nicht zu erreichen.

Die bisherige Methode zur Bestimmung der Winkelauflösung bei IceCube basiert auf der Auswertung der Likelihoodfunktion in der Umgebung des Maximums (*Paraboloidrekonstruktion*). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde eine alternative Methode unter Ausnutzung der Cramér-Rao-Ungleichung entwickelt und für das Softwarepaket *IceTray* implementiert. Vor den Beschreibungen dieser beiden Methoden wird zunächst der Begriff der Auflösung definiert.

4.4.1 Auflösungs-schätzung anhand der Likelihoodumgebung

Nur selten kann eine geschlossene Form der Likelihoodfunktion angegeben werden. Allerdings nähert sich die Likelihood einer Gauß-Verteilung an, je größer die Anzahl der Einzelmessungen ist. Dies kann ausgenutzt werden, um eine Unsicherheit zu bestimmen, da die negative Loglikelihood im 1σ -Abstand vom Maximum um 0,5 kleiner ist:

$$\log \mathcal{L}(\hat{\theta} \pm \hat{\sigma}_{\hat{\theta}}) = \log \mathcal{L}(\hat{\theta}) - 1/2 \quad . \quad (4.12)$$

Für zweidimensionale Gauß-Verteilungen liegen alle Punkte, deren Loglikelihood sich vom Maximum um 0,5 unterscheiden, auf einer Ellipse. Im Gegensatz zum eindimensionalen Fall, bei dem 68,28% aller Ereignisse innerhalb des 1σ -Intervalls liegen, ergibt eine Integration über die Ellipse eine Wahrscheinlichkeit von 39,35%.

Die Standardmethode bei IceCube zur Bestimmung der Unsicherheit ist der *Paraboloidfit*, der zunächst die logarithmische Likelihood auf einem Netz von 25 Stützstellen in der Umgebung des Maximums auswertet. Da der Logarithmus der Gauß-Funktion in zwei Dimensionen durch einen Paraboloiden dargestellt wird, kann eine ebensolche Fläche an die Stützstellen angepasst und daraus die Fehlerellipse bestimmt werden. Vor der Wahl der Stützpunkte wird eine Drehung des Koordinatensystems derart vorgenommen, dass die Flugrichtung der Spur auf der x-Achse liegt. Somit bilden der Azimut und der Zenit ein annähernd rechtwinkliges System. Zu beachten ist außerdem, dass der Parameterraum nicht nur zwei-, sondern fünfdimensional ist: neben den beiden Winkeln bestimmen auch drei Ortskoordinaten die Likelihoodfunktion. Diese zusätzlichen Parameter sind jedoch von keinem astrophysikalischen Interesse, da der genaue Durchgangsort der Neutrinos durch den Detektor keine Information über ihre Herkunft trägt. Um also die Anzahl der Dimensionen zu reduzieren, werden die relevanten Winkelparameter Φ und Θ zu jeder der 25 Stützstellen festgehalten

¹²Beispielsweise ist der IceCube-Detektor in der Ausbaustufe mit 59 Strings, dessen Daten in der vorliegenden Analyse verwendet wurden, sehr unsymmetrisch (siehe Abbildung 3.3). Das heißt, die mögliche Durchflugstrecke eines Teilchens durch den Detektor hängt stark von seiner Richtung ab. Auch wenn der Detektor nur am Rand durchquert wird, ist die Strecke kürzer als bei einem Durchflug durch das Zentrum.

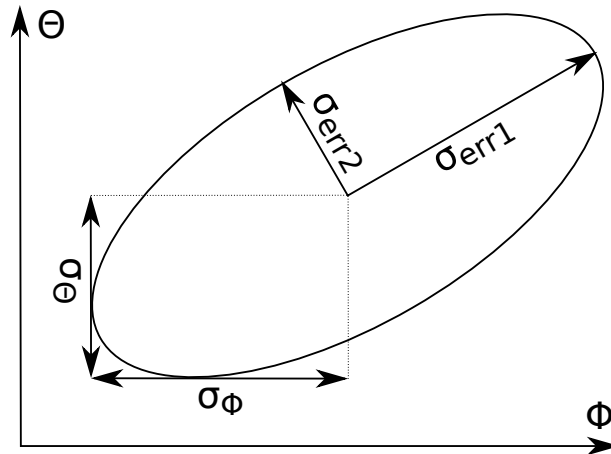


Abbildung 4.4: Punkte, deren Likelihood um 0,5 vom Maximum abweichen, liegen auf der Konfidenzellipse. Die Halbachsen werden mit σ_{err1} und σ_{err2} bezeichnet, die Auflösungen in Zenit und Azimut mit σ_Φ und σ_Θ .

und eine Minimierung der Likelihoodfunktion anhand der Ortsparameter x , y und z vorgenommen (*Profile Likelihood*).

Diese Methode steht als *IceTray*-Modul zur Verfügung und liefert die Halbachsen der Fehlerellipse σ_{err1} und σ_{err2} als relevantes Ergebnis. Zusätzlich wird das Ergebnis auch als Unsicherheit auf den Zenit σ_Θ und auf den Azimut σ_Φ ausgegeben. Als Gesamtwert wird üblicherweise die Flächenauflösung $\sigma_a = \sqrt{\sigma_{err1}\sigma_{err2}}$ angegeben, die dem Radius eines Kreises entspricht, der die gleiche Fläche hätte.

4.4.2 Die Cramér-Rao-Ungleichung

Wie leicht einzusehen ist, ist die Bestimmung der Auflösung mithilfe der oben beschriebenen Paraboloidmethode sehr rechenintensiv: an 25 Stellen muss die Likelihoodfunktion in den Ortskoordinaten numerisch minimiert werden, was eine Vielzahl von Funktionsberechnungen nötig macht. Ein Test mit simulierten IceCube-Daten in 22-String Konfiguration auf einem Rechner mit Intel-Xeon CPU (2.5 GHz) ergab eine Rechenzeit von etwa 178 ms je Ereignis, was einen erheblichen Anteil am gesamten Rechenaufwand für die Rekonstruktion bedeutet.

Auch wenn für eine begrenzte Anzahl an Ereignissen dieser Aufwand vertretbar ist, gibt es Situationen, in denen ein deutlich schnellerer Algorithmus nötig ist. Zum einen kann dann die Auflösungsberechnung in einem früheren Schritt der Ereignisselektion durchgeführt werden, so dass diese Information schon für frühe Qualitätsentscheidungen herangezogen werden kann. Zum anderen ist eine schnelle Berechnung von besonderem Wert für Analysen, die in Echtzeit durchgeführt werden. Ein Beispiel dafür ist die *optische Follow-Up-Analyse*¹³: Hierbei wird nach zeitlich und räumlich koinzidenten Neutrinos gesucht, um gegebenenfalls die Suche nach

¹³Englisch für Nachfolgeanalyse.

möglichen Kernkollaps-Supernovae mit *ROTSE*¹⁴, einem Netzwerk von optischen Teleskopen, auszulösen [AAA⁺12c].

Daher wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine alternative Methode zur Schätzung der Auflösung entwickelt, die auf der Cramér-Rao-Ungleichung basiert ([Cra45] [Rao45], für eine Zusammenfassung siehe z.B. [Cow98]). Mit dieser Relation kann eine Aussage über die maximal erreichbare Genauigkeit eines Schätzers getroffen werden. Dazu wird zunächst die Fisher-Information bestimmt, die aus der Ableitung der Likelihoodfunktion gebildet wird. Im eindimensionalen Fall wird nur eine Variable θ gesucht und der Fisher-Informationswert $I(\theta)$ ist definiert als

$$I(\theta) = \left\langle \left(\frac{d}{d\theta} \ln \mathcal{L}(x|\theta) \right)^2 \right\rangle = \left\langle \left(\sum_{i=1}^N \frac{d}{d\theta} \ln p(x|\theta) \right)^2 \right\rangle . \quad (4.13)$$

Dabei bezeichnet $\langle \rangle$ den Erwartungswert. Wenn die Integration mit der zweiten Ableitung vertauscht werden kann, kann die Definition auch als

$$I(\theta) = - \left\langle \left(\sum_{i=1}^N \frac{d^2}{d\theta^2} \ln p(x|\theta) \right) \right\rangle \quad (4.14)$$

geschrieben werden. Die Cramér-Rao-Ungleichung gibt nun an, dass die maximal erreichbare Genauigkeit einer Messung durch die Inverse des Informationswertes bestimmt ist:

$$\text{Var}(\hat{\theta}) \geq \frac{1}{I(\hat{\theta})} . \quad (4.15)$$

Ein Schätzer, der genau diese Varianz $\text{Var}(\hat{\theta})$ erreicht, wird *effizient* genannt. Um die Relation für Neutrinospuren zu nutzen, muss allerdings der mehrdimensionale Fall betrachtet werden, da eine Spur nicht nur durch einen Parameter festgelegt ist, sondern durch fünf: der Vertex der Spur, der angibt, wo sich das Teilchen zu einer festgelegten Zeit befindet, besteht aus drei Komponenten (x, y, z) und die Richtung, die durch zwei Winkel (Θ, Φ) festgelegt ist. Anstelle des Fisher-Informationswertes wird dann die Fisher-Informationsmatrix durch

$$I_{mk}(\vec{\theta}) = - \left\langle \left(\sum_{i=1}^{NCh} \frac{\partial^2}{\partial \theta_k \partial \theta_m} \ln p(t_i | d(\vec{\theta})) \right) \right\rangle \quad (4.16)$$

definiert, wobei $\vec{\theta}$ der Vektor der Parameter (x, y, z, Θ, Φ) ist. Die Summe wird über die Anzahl der getroffenen Module NCh ¹⁵ ausgeführt. Für effiziente Schätzer ist nun die Kovarianzmatrix durch

$$\text{Cov}(\theta_m, \theta_k) = I(\vec{\theta})^{-1} \quad (4.17)$$

¹⁴ROTSE = Robotic Optical Transient Search Experiment.

¹⁵ NCh = Number of Channels.

gegeben.

Bei der Berechnung der Kovarianzmatrix für Teilchenspuren durch den IceCube-Detektor ist zu beachten, dass nur vier unabhängige Parameter vorliegen, wie im Folgenden erläutert wird: Eine Spur kann durch eine Geradengleichung beschrieben werden:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t \quad . \quad (4.18)$$

Durch die Zeitmittelung in Gleichung 4.16 spielt die Geschwindigkeit keine Rolle und somit kann der Richtungsvektor \vec{v} auf einen Einheitsvektor skaliert werden:

$$\vec{v} = (\cos \Phi \sin \Theta, \sin \Phi \sin \Theta, \cos \Theta) \quad . \quad (4.19)$$

Der Wert t in Gleichung 4.18 hat dadurch keine physikalische Bedeutung mehr. Da die Ungleichung keine Information über die Zeit beinhaltet, ist der Vertex $\vec{r}_0 = (x, y, z)$ nicht mehr eindeutig bestimmt: er kann auf einen beliebigen Punkt auf der Spur gelegt werden. Diese Tatsache führt zu einer Überbestimmtheit der Informationsmatrix, die daher nicht invertierbar ist. Daher muss die Anzahl an Parametern reduziert werden, indem der Vertex eindeutig definiert wird. Für den hier entwickelten Algorithmus wurde die z -Koordinate auf Null festgelegt, so dass der Durchstoßpunkt der Spur durch die x-y-Ebene als Vertex verwendet wird:

$$\vec{r}'_0 = \vec{r}_0 + a \cdot \vec{v} = \vec{r}_0 - \frac{z \cdot \vec{v}}{\cos \Theta} \quad . \quad (4.20)$$

Damit verbleiben mit den beiden Winkeln und den Durchstoß-Koordinaten x' und y' insgesamt vier unabhängige Parameter. Die Koordinaten des verschobenen Vertex liegen bei

$$\begin{aligned} x' &= x - z \cdot \cos \Phi \tan \Theta \\ y' &= y - z \cdot \sin \Phi \tan \Theta \\ z' &= 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

und der Abstand zwischen der Spur und dem Ort eines optischen Moduls $\vec{r}_{DOM} = (x_{DOM}, y_{DOM}, z_{DOM})$ kann dann wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} d^2 &= (\vec{v} \times (\vec{r}_{DOM} - \vec{r}'_0))^2 \\ &= [(x_{DOM} - x') \sin \Phi \sin \Theta - (y_{DOM} - y') \cos \Phi \sin \Theta]^2 + \\ &\quad [(y_{DOM} - y') \cos \Theta - (z_{DOM} - z') \sin \Phi \sin \Theta]^2 + \\ &\quad [(z_{DOM} - z') \cos \Phi \sin \Theta - (x_{DOM} - x') \cos \Theta]^2 \\ &= [(x_{DOM} - x + z \cdot \cos \Phi \tan \Theta) \sin \Phi \sin \Theta - \\ &\quad (y_{DOM} - y + z \cdot \sin \Phi \tan \Theta) \cos \Phi \sin \Theta]^2 + \\ &\quad [(y_{DOM} - y + z \cdot \sin \Phi \tan \Theta) \cos \Theta - z_{DOM} \cdot \sin \Phi \sin \Theta]^2 + \\ &\quad [z_{DOM} \cdot \cos \Phi \sin \Theta - (x_{DOM} - x + z \cdot \cos \Phi \tan \Theta) \cos \Theta]^2 \quad . \end{aligned} \quad (4.22)$$

Einzig für Spuren, die im Rahmen der Rechengenauigkeit parallel zur x-y-Ebene verlaufen, ist diese Wahl ungeeignet, da diese Spuren erst im Unendlichen mit der Ebene zusammentreffen. Der Anteil an Daten, für die aus diesem Grund kein Durchstoßpunkt bestimmt werden kann, ist jedoch vernachlässigbar gering.

Die gesuchten Parameter¹⁶ $\vec{\theta}$ hängen über den Abstand d mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $p(t_i; d(\vec{\theta}))$ zusammen. Daher kann mit der Kettenregel

$$\frac{\partial}{\partial \theta_m} = \frac{\partial}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial \theta_m} = \frac{\partial}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial d^2} \frac{\partial d^2}{\partial \theta_m} = \frac{1}{2d} \frac{\partial}{\partial d} \frac{\partial d^2}{\partial \theta_m} \quad (4.23)$$

die Fisher-Informationsmatrix als

$$I_{mk}(\vec{\theta}) = \sum_{i=1}^{NCh} - \underbrace{\left\langle \left(\frac{\partial^2}{(\partial d_i)^2} \ln p(t_i; d(\vec{\theta})) \right) \right\rangle}_{T(d_i)} \underbrace{\frac{1}{4d_i^2} \frac{\partial d_i^2}{\partial \theta_m} \frac{\partial d_i^2}{\partial \theta_k}}_{D_{mk}(\vec{\theta})} \quad (4.24)$$

geschrieben werden.

Da die Matrix $D_{mk}(\vec{\theta})$ keine Zeitabhängigkeit aufweist, muss für die zeitliche Mittelung nur der Faktor $T(d_i)$ berücksichtigt werden:

$$T(d_i) = - \left\langle \left(\frac{\partial^2}{(\partial d_i)^2} \ln p(t_i; \vec{\theta}) \right) \right\rangle = - \frac{\int_0^\infty dt' \left(\frac{\partial^2}{(\partial d_i)^2} \ln p(t_i; \vec{\theta}) \right) p(t_i; \vec{\theta})}{\int_0^\infty dt p(t_i; \vec{\theta})} \quad (4.25)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(t_i; d(\vec{\theta}))$ wird in der verwendeten Näherung durch die Pandel-Funktion (Gleichung 4.8) beschrieben. Durch Einsetzen dieser Funktion wird der Faktor zu

$$T(d_i) = \frac{\psi(1, \frac{d}{\lambda})}{\lambda^2} \quad (4.26)$$

berechnet, was mithilfe des Computeralgebrasystems *Mathematica* überprüft wurde. Dabei ist $\psi(1, x)$ die erste Ableitung der dilogaritmischen Funktion ψ , die durch die Gammafunktion definiert wird: $\psi(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x)$.

Der Faktor $T(d_i)$ hängt nur vom Abstand d zwischen der Spur und dem optischen Modul sowie von der Streulänge λ ab. Bei der Implementierung in die IceCube-Software wurde großer Wert auf eine hohe Rechengeschwindigkeit gelegt, daher wurde der T -Faktor für Abstände bis 200 m in 0,5 m Schritten vorberechnet und in einer Tabelle zusammengefasst. Für Abstände, die zwischen zwei Schritten liegen, wird der verwendete Wert durch eine lineare Interpolation ermittelt. Ist der Abstand größer als 200 m, wird die Näherung $T(d) = 0,033/d$ angewendet. Eine weitere Verfeinerung der Berechnung wurde im Rahmen einer Diplomarbeit [Sch09] erreicht.

¹⁶Der Parametersatz $\vec{\theta}$ ist hier symbolisch zu verstehen. Es wird daher nicht unterschieden, ob er aus vier oder fünf Einträgen besteht.

Während zunächst ein homogenes Eis mit einheitlicher Streulänge ($\lambda = 33$ m) angenommen wurde, kann durch die Erweiterung auch die Tiefenabhängigkeit der Streuung berücksichtigt werden (siehe Abschnitt 3.2). Dazu wurden die T -Werte für Tiefen zwischen 1345 m und 2555 m in 10 m-Schritten mit den zugehörigen Streulängen berechnet und tabelliert.

Durch die Verwendung der Tabellen müssen für jedes optische Modul lediglich der Abstand sowie zur Berechnung der Matrix $D_{mk}(\theta)$ die zweiten Ableitungen des Abstandquadrates (Gleichung 4.22) nach den Spurparametern berechnet werden. Die Ableitungen lassen sich analytisch in geschlossener Form darstellen und sind in Anhang C dargestellt. Bei der Summierung der Beiträge aller getroffenen Module wird die Anzahl der Photonen berücksichtigt, die über die gemessene Gesamtladung bestimmt werden kann. Danach wird die Informationsmatrix mittels LU-Zerlegung¹⁷ invertiert, die von einer ROOT-Routine bereitgestellt wird. Das Resultat wird in einer Datenstruktur ausgegeben, die alle Kovarianzen, sowie einen Status über den Erfolg der Berechnung beinhaltet. Die wichtigsten Ergebnisse sind dabei die Diagonalelemente, die den Varianzen für Θ und Φ entsprechen. Die Wurzeln daraus können als Standardabweichungen der Winkel (σ_Θ , σ_Φ) interpretiert werden und werden zusätzlich als doppelt genaue¹⁸ Gleitkommazahlen abgespeichert, damit diese auch ohne Kenntnis der Datenstruktur ausgelesen werden können.

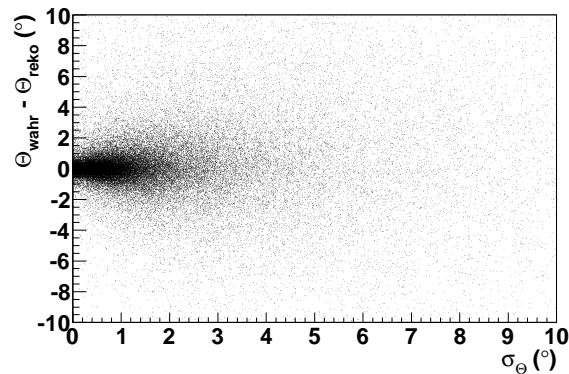
Der Algorithmus wurde als Modul der Rekonstruktionssoftware *IceTray* implementiert, so dass er leicht bedienbar für jedes gemessene oder simulierte Ereignis angewendet werden kann. Hierbei ist von großem Vorteil, dass im Gegensatz zur Paraboloidmethode keine numerischen Minimierungen vorgenommen werden müssen, was zu einer sehr hohen Rechengeschwindigkeit führt. Auf dem oben erwähnten Intel Xeon Prozessor wurden simulierte IceCube-Daten in 0,91 ms je Ereignis berechnet, was etwa 200 mal schneller ist, als die Berechnung des Paraboloidauflösungsschätzers (178 ms).

4.4.3 Cramér-Rao-Grenze als Schätzer für die Winkelauflösung

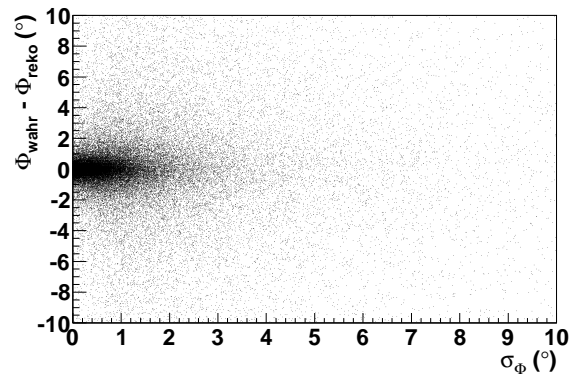
Die Cramér-Rao-Ungleichung liefert eine untere Grenze für die Auflösung einer Parameterschätzung, in diesem Fall die Herkunftsrichtung der Neutrinos. Von praktischem Interesse ist allerdings keine Grenze sondern ein Schätzwert für die Auflösung. Im Folgenden wird gezeigt, dass der oben beschriebene Algorithmus tatsächlich als Schätzung verwendet werden kann. Von wesentlicher Bedeutung ist dabei, dass in Gleichung 4.16 ausschließlich über die tatsächlich getroffenen Module (NCh) summiert wird. Alternativ könnte die Summe über alle optischen Module durchgeführt werden, indem die Wahrscheinlichkeit, ein Photon zu registrieren, berücksichtigt wird. Allerdings wären damit die Beiträge der Module unabhängig davon, ob sie

¹⁷Zerlegung der Matrix in eine untere (**L**ower) und obere (**U**pper) Dreiecksmatrix, auch Dreieckszerlegung genannt.

¹⁸Mit doppelter Genauigkeit (englisch: double precision) werden in der Informatik Zahlen bezeichnet, die mit acht Byte abgespeichert werden.



(a) Zenit.



(b) Azimut.

Abbildung 4.5: Abweichungen der rekonstruierten von der wahren Richtung gegen die Cramér-Rao-Werte. Links ist der Zenit dargestellt, rechts der Azimut.

tatsächlich getroffen wurden, und somit bliebe die Information über das Treffermuster bei der Berechnung unberücksichtigt. Die Cramér-Rao-Auflösung, wie sie oben beschrieben wurde, lässt sich also so deuten, dass sie die optimale Auflösung eines Detektors angibt, der ausschließlich aus den getroffenen Modulen besteht. Je kleiner ihr Wert ist, desto besser sind die Voraussetzungen für eine gute Richtungsrekonstruktion.

Um diesen Zusammenhang zu zeigen, werden in Abbildung 4.5 die Cramér-Rao-Werte für den Zenit und für den Azimut gegen die Abweichung zwischen wahrer und rekonstruierter Richtung abgebildet. In dieser Darstellung lässt sich eine Korrelation zwischen der wahren Auflösung und ihrem Schätzer nur schwer ablesen. Daher wird der Bereich der Cramér-Rao-Werte von null bis zehn Grad in 25 Intervalle aufgeteilt und für jedes Intervall eine Gauß-Funktion angefitet. Zur optischen Kontrolle der Anpassungen sind in Abbildung 4.6 die einzelnen Histogramme für die Zenitwerte gezeigt. Da die Abweichungen nur im zentralen Bereich einer Normalverteilung entsprechen, wurde die Anpassung auf den Bereich des 2,5-fachen der erwarteten

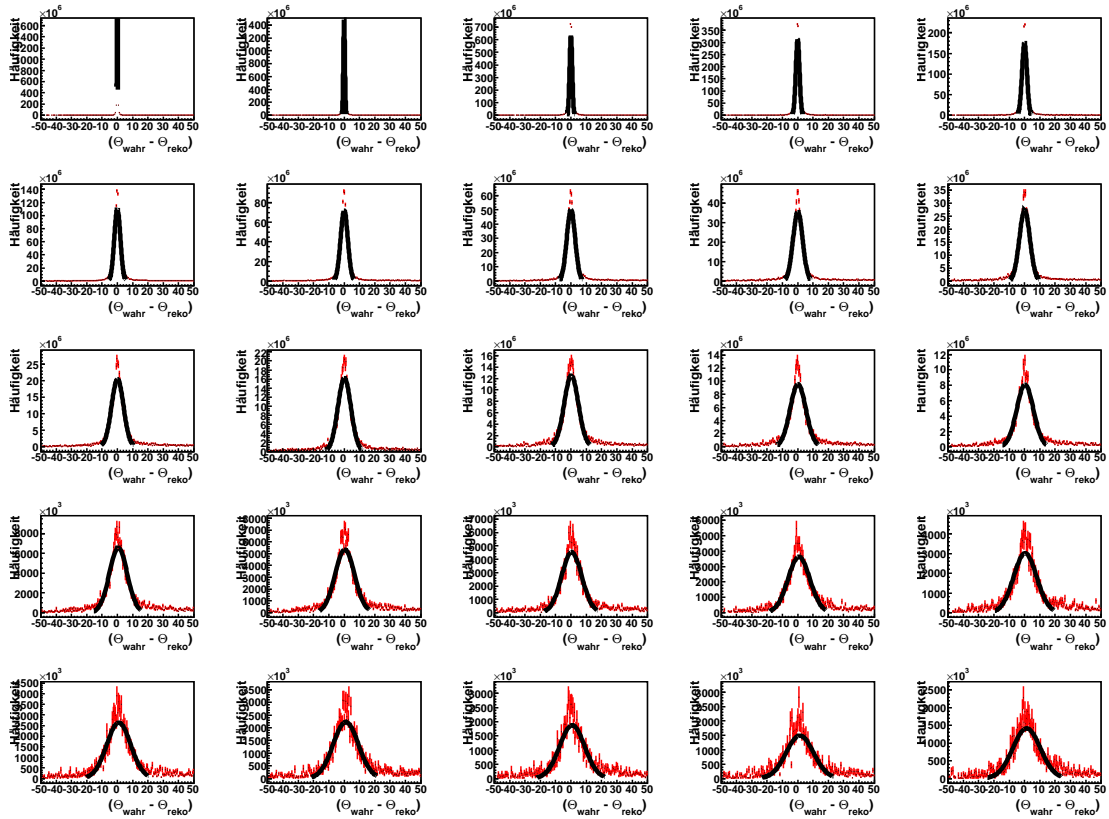
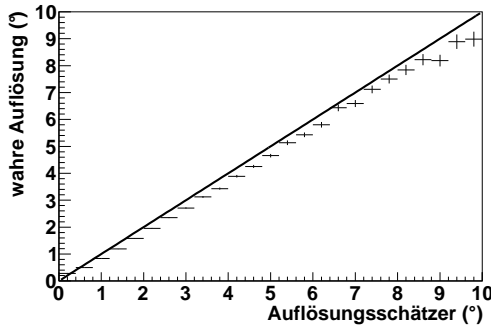


Abbildung 4.6: Abweichungen zwischen rekonstruierten und wahren Zenitwerten für verschiedene Cramér-Rao-Intervalle. Angefittet wurde jeweils eine Gauß-Funktion im zentralen Bereich ($\pm 2,5 \cdot \sigma_\Theta$). Grundlage der Plots sind simulierte Neutrinos mit einem Spektrum von E^{-2} .

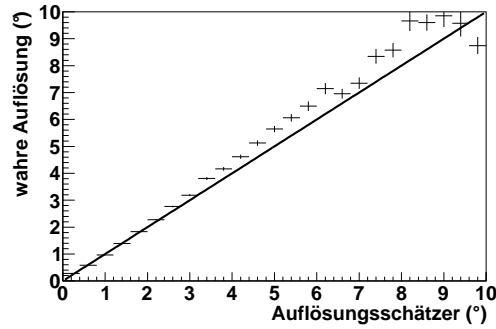
Auflösung beschränkt¹⁹. Die daraus bestimmten Breiten der Gauß-Verteilungen sind in Abbildung 4.7a und 4.7b gegen den Auflösungsschätzer, also gegen die erwartete Breite gezeigt. Auf die gleiche Weise wurde der Auflösungsschätzer aus der Paraboloidanpassung mit der wahren Auflösung verglichen (Abbildung 4.7c und 4.7d).

Es ist zu erkennen, dass die Cramér-Rao-Werte nah an der Winkelhalbierenden verlaufen, und somit gute Schätzer für die Auflösung darstellen. Während die Auflösungen durch die Paraboloidmethode deutlich unterschätzt werden, erfolgt durch die Cramér-Rao-Methode lediglich eine geringe Überschätzung für die Zenitauflösung beziehungsweise Unterschätzung der Azimutauflösung. Dies lässt sich auch anhand der Pull-Verteilung ablesen, die den Zusammenhang zwischen wahrer und geschätzter Auflösung auf ein Histogramm reduziert. Der Pull ist definiert als die Abweichung

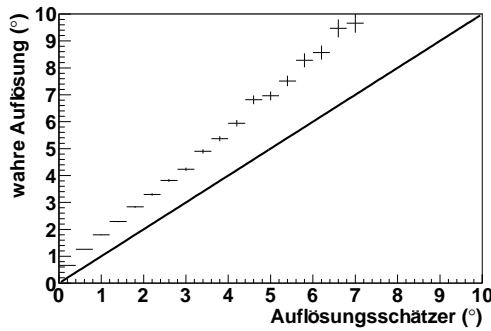
¹⁹Um auch die äußeren Bereiche zu beschreiben, kann die Summe zweier Gauß-Funktionen verwendet werden, wie in [Neu04] gezeigt wird. Da daraus jedoch keine eindeutige Auflösung zu bestimmen ist, ist eine einzelne Gauß-Funktion zur Anpassung im zentralen Bereich ein guter Kompromiss.



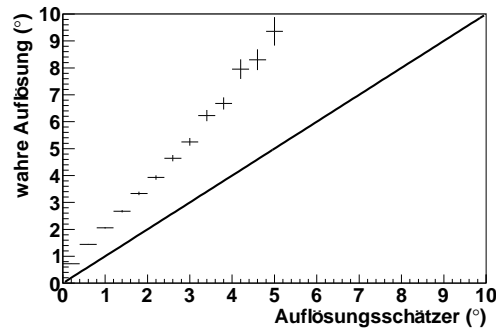
(a) Cramér-Rao, Zenit.



(b) Cramér-Rao, Azimut.



(c) Paraboloid, Zenit.



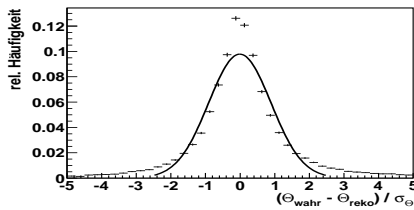
(d) Paraboloid, Azimut.

Abbildung 4.7: Wahre Auflösung gegen den Schätzwert. Links ist die Auflösung der Zenitwerte dargestellt, rechts die Azimutauflösung. In den oberen beiden Plots ist die Cramér-Rao-Abschätzung zu sehen, in den unteren die Paraboloidabschätzung. Zusätzlich ist jeweils die Winkelhalbierende eingezeichnet, auf der ein idealer Schätzer läge.

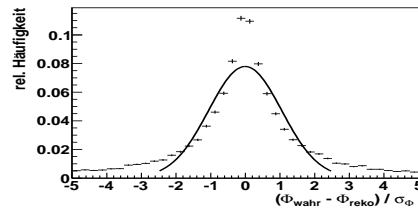
des wahren vom rekonstruierten Wert geteilt durch den Auflösungsschätzer

$$P_{\Theta} = \frac{\Theta_{\text{wahr}} - \Theta_{\text{reko}}}{\hat{\sigma}_{\Theta}} \quad (4.27)$$

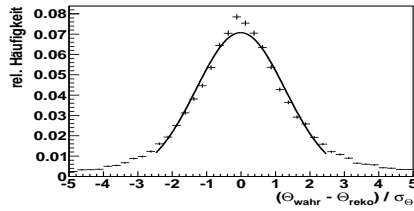
für den Zenit und analog für den Azimut. Die Pull-Verteilung eines idealen Schätzers hätte eine Breite von 1. In Abbildung 4.8 wurden Gauß-Anpassungen an die Pull-Verteilungen durchgeführt, die für den Zenit eine Breite von 0,9 und für den Azimut eine Breite von 1,1 liefern. Damit werden die Auflösungen durch die Cramér-Rao-Methode wesentlich besser abgeschätzt als durch die Paraboloidmethode, die Pullbreiten von 1,3 für den Zenit und 1,5 für den Azimut liefern. Für die Bestimmung der Pulls wurde ein simulierter Datensatz verwendet, der mit einem Energiespektrum von E^{-2} gewichtet wurde. Das Spektrum hat einen Einfluss auf die Pull-Verteilung, da die Auflösungsschätzung von der Energie abhängt, wie in Abbildung 4.9 zu sehen ist. Während für kleine mittlere Energien die Auflösung überschätzt wird, sind die Schätzwerte des Cramér-Rao-Algorithmus für Energien über 10 TeV zu klein. Falls die tatsächliche Auflösung abgeschätzt werden soll, müssen die Werte anhand einer



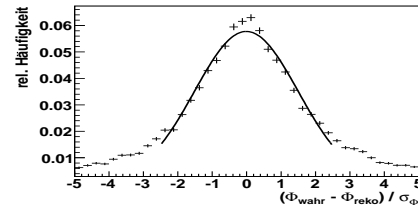
(a) Cramér-Rao, Zenit.



(b) Cramér-Rao, Azimut.



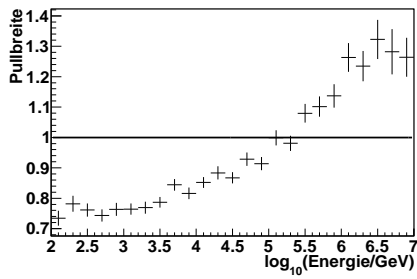
(c) Paraboloid, Zenit.



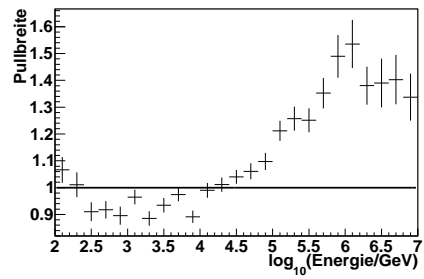
(d) Paraboloid, Azimut.

Abbildung 4.8: Pull-Verteilung der Auflösungsschätzer für Zenit und Azimut. Ideale Schätzer würden Gauß-Verteilungen der Breite 1 liefern. Die an die tatsächlichen Verteilungen angepassten Gauß-Funktionen haben eine Breite von 0,9 für den Cramér-Rao-Zenit und 1,1 für den Cramér-Rao-Azimut. Die Pullbreiten der Paraboloidschätzung sind 1,3 für den Zenit und 1,5 für den Azimut.

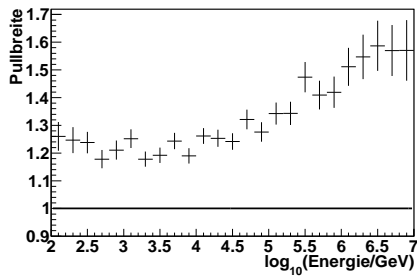
geschätzten Energie korrigiert werden. In der vorliegenden Arbeit werden dagegen die Auflösungsschätzer als Qualitätsvariablen eingesetzt. Somit ist eine Korrektur nicht nötig, da auch eine nicht-lineare Korrelation zwischen wahrer und geschätzter Auflösung ausreicht.



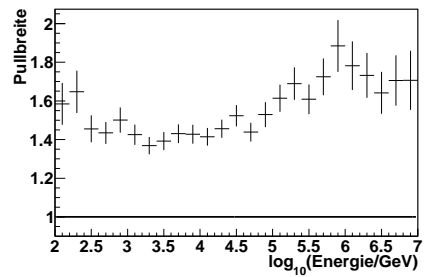
(a) Cramér-Rao, Zenit.



(b) Cramér-Rao, Azimut.



(c) Paraboloid, Zenit.



(d) Paraboloid, Azimut.

Abbildung 4.9: Abhängigkeit der Breite der Pull-Verteilung von der Energie. Ein idealer Schätzer hätte unabhängig von der Energie die Breite 1, dargestellt durch die durchgezogene Linie.

4.5 Selektion der Ereignisse

Nach der Rekonstruktion besteht der nächste wesentlicher Schritt der Datenverarbeitung darin, die Ereignisse auszuwählen. Wie für die meisten Analysen mit IceCube zielt auch die vorliegende Arbeit auf die Suche nach Neutrinos extraterrestrischen Ursprungs. Allerdings bilden diese nur einen kleinen Anteil der getriggerten Ereignisse. Dagegen werden atmosphärische Myonen mit einer Rate von etwa 10^3 Hz detektiert und bilden somit den bei weitem größten Untergrund. Dieser kann durch einen Schnitt auf den rekonstruierten Zenitwert stark reduziert werden: Wenn nur Ereignisse selektiert werden, deren Herkunftsrichtungen unterhalb des Horizonts liegen, wird die Erde als natürlicher Filter verwendet, da Myonen sie im Gegensatz zu Neutrinos nicht durchqueren können. Es kann jedoch vorkommen, dass ein Ereignis als die Erde durchdringend rekonstruiert wird, obwohl es aus der südlichen Hemisphäre, also von oben kommt. Besonders wenn während eines Triggerfensters zwei oder mehr unabhängig erzeugte Myonen den Detektor durchlaufen, ist die Rekonstruktion problematisch, da die zugrundeliegende Hypothese einer einzelnen Spur nicht mehr gegeben ist.

Im Folgenden werden zunächst verschiedene Größen vorgestellt, die zur Qualitätsbewertung herangezogen werden können. Dabei zeigen die jeweiligen ROC-Kurven²⁰ die Untergrundreduktion gegen die Signaleffizienz. Es kann also abgelesen werden, welche Anteile des Untergrunds und des Signals verworfen werden. Jeder Punkt auf der Kurve steht für einen bestimmten Schnittwert auf die Variable (siehe zum Beispiel Abbildung 4.10d). Ein idealer Schnitt, der den gesamten Untergrund aber keinen Anteil des Signals entfernt, würde in die untere, rechte Ecke des Diagramms eingezeichnet. Je näher eine Kurve diesem Punkt kommt, desto besser ist die Variable zur Untergrundreduktion geeignet. Der gezeigte Untergrund besteht aus falsch rekonstruierten, atmosphärischen Myonen, während als Signal zunächst atmosphärische Neutrinos angenommen werden. Später wird das atmosphärische Energiespektrum durch ein erwartetes Spektrum aus WIMP-Annihilationen ersetzt.

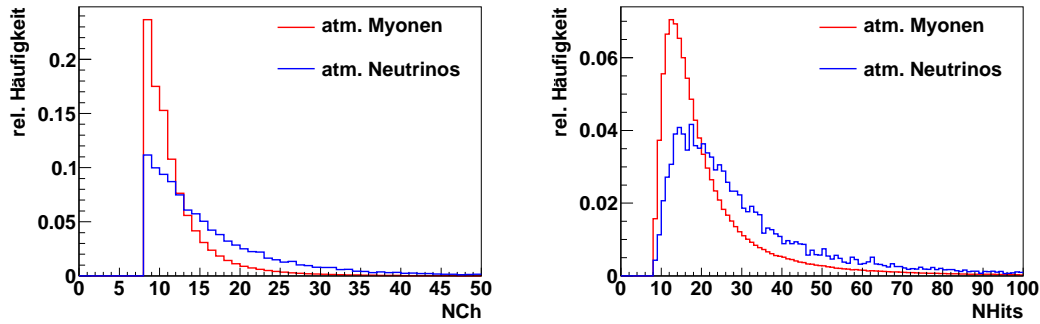
Nach der Einführung der einzelnen Variablen folgt eine Beschreibung der Schnitte, die zum kollaborationsweit genutzten Datensatz für Punktquellsuchen führen. Davon ausgehend werden zusätzliche Selektionen durchgeführt, die an die hier beschriebene Analyse angepasst wurden.

4.5.1 Größen zur Qualitätsbewertung

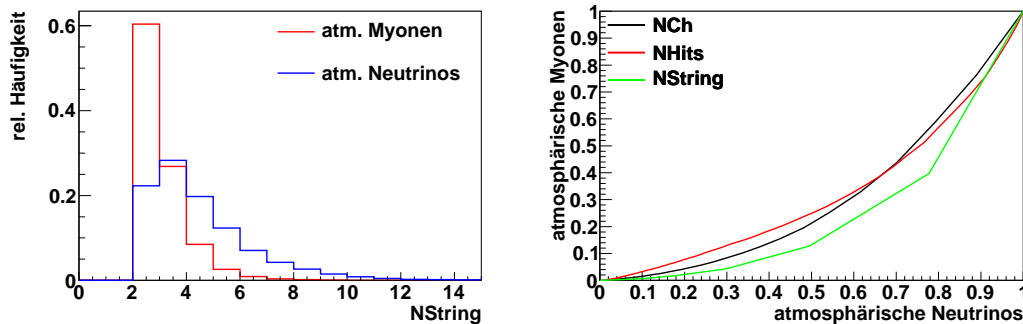
NCh, NHits und NString

Eine der einfachsten Möglichkeiten, den Untergrund an falsch rekonstruierten Myonen zu reduzieren, ist ein Schnitt auf die Anzahl der getroffenen DOMs (*NCh*). Dies funktioniert, weil die Richtung der Spur besser rekonstruiert werden kann, je mehr

²⁰ROC=Receiver Operator Characteristic, im Deutschen auch Grenzwertoptimierungskurve genannt.



- (a) Verteilung von NCh für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos. (b) Verteilung von $NHits$ für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos.



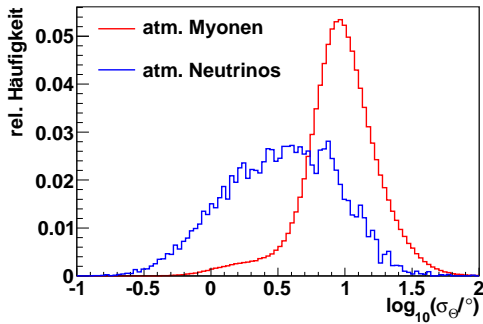
- (c) Verteilung von $NString$ für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos. (d) Untergrundreduktion gegen Signaleffizienz für NCh , $NHits$ und $NString$.

Abbildung 4.10: NCh , $NHits$ und $NString$.

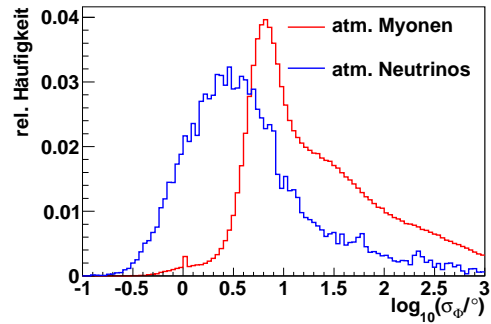
DOMs getroffen werden. Auch die Gesamtzahl der gemessenen Photonen ($NHits$) kann zur Untergrundreduktion verwendet werden. Allerdings sind diese Variablen stark mit der Teilchenenergie korreliert. Um die Ereigniseselektion möglichst unabhängig von der Energie zu erstellen, wird in dieser Analyse darauf verzichtet, diese Größen zur Untergrundreduktion heranzuziehen. Gleiches gilt für die Anzahl der Strings, an denen ein Signal gemessen wird ($NStrings$).

Auflösungsschätzer

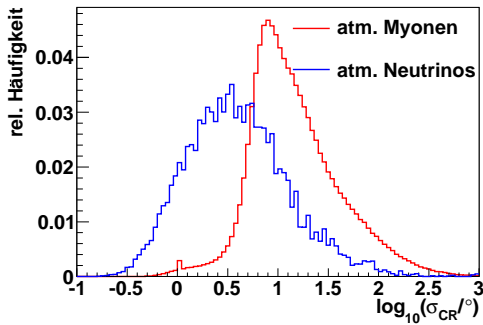
In Abschnitt 4.4 wurde beschrieben, wie einem rekonstruierten Ereignis eine individuelle Auflösung zugeordnet werden kann. Für die Paraboloidauflösung wird das geometrische Mittel der Fehlerellipsenhalbachsen $\sqrt{\sigma_{para,err1} \cdot \sigma_{para,err2}}$ verwendet. Bei der alternativen Cramér-Rao-Methode wird eine Auflösung für den Zenit und den Azimut bestimmt. Die Beurteilung der azimuthalen Auflösung hängt da-



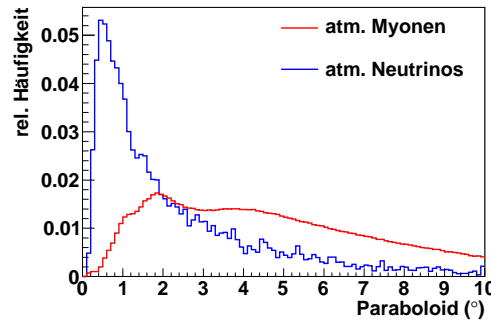
(a) Verteilung der Zenitaufösung nach Cramér-Rao für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos.



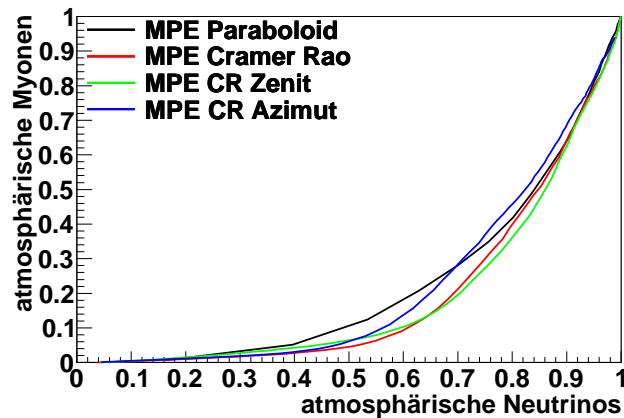
(b) Verteilung der Azimutaufösung nach Cramér-Rao für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos.



(c) Verteilung der Cramér-Rao-Aufösung $\sqrt{\sigma_{cr,\Theta} \cdot \sigma_{cr,\Phi}}$ für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos.

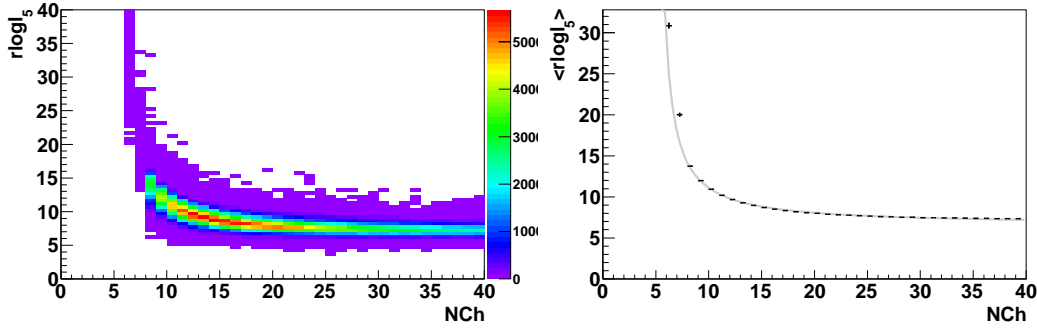


(d) Verteilung der Paraboloidaufösung $\sqrt{\sigma_{para,err1} \cdot \sigma_{para,err2}}$ für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos.



(e) Untergrundreduktion gegen Signaleffizienz für die Paraboloidaufösung sowie für die Zenit-, Azimut- und kombinierte Auflösung nach der Cramér-Rao-Methode.

Abbildung 4.11: Auflösungsschätzer.



- (a) Reduzierte Likelihood $rlogl_5$ gegen die Anzahl der getroffenen Module NCh für simulierte Neutrinodaten.
- (b) Mittlere reduzierte Likelihood $rlogl_5$ gegen die Anzahl der getroffenen Module. Die graue durchgezogene Funktion ist eine Anpassung von $rlogl = a \cdot \frac{(NCh-b)}{(NCh-5)}$. Dabei wurden die Parameter $a=6.55$ und $b=1.52$ ermittelt.

Abbildung 4.12: Einfluss der Anzahl der Parameter auf die reduzierte Likelihood.

bei vom Zenit ab, ein hoher Wert in der Nähe des Äquators bedeutet eine höhere mögliche Abweichung als in der Nähe eines Pols. Dies kann vermieden werden, wenn die Azimutaufösung mit $\sin(\Theta)$ gewichtet wird, und das geometrische Mittel $\sqrt{\sigma_{cr,\Theta} \cdot \sigma_{cr,\Phi} \cdot \sin(\Theta)}$ als Gesamtauflösung verwendet wird. Aber auch bei Missachtung der Zenitabhängigkeit wird eine gute Untergrundreduktion erreicht. So wird in der vorliegenden Analyse der Logarithmus des ungewichteten geometrischen Mittels $\log_{10}(\sqrt{\sigma_{cr,\Theta} \cdot \sigma_{cr,\Phi}})$ als Qualitätsvariable benutzt.

Reduzierte Likelihood

Bei der Likelihoodmaximierung wird die Hypothese gesucht, an der die Likelihoodfunktion ihren größten Wert annimmt. Der Wert selber hat dabei zunächst keine physikalische Bedeutung. Bei der in Abschnitt 4.3 beschriebenen Spurrekonstruktion wird die logarithmierte Likelihood durch eine Summe über die Anzahl der getroffenen Module (NCh) gebildet. Da sich die Anzahl für jedes Ereignis unterscheidet, können die maximalen Likelihoodwerte nicht miteinander verglichen werden. Um dennoch eine Aussage über die Rekonstruktionsqualität treffen zu können, wird in Anlehnung an die Methode der kleinsten Quadrate (χ^2 -Methode) der Likelihoodwert durch $(NCh - N_{param})$ geteilt. Mit dem Aufpunkt und der Richtung hat eine unendlich lange Spur fünf Parameter. Die reduzierte Loglikelihood wird also als

$$rlogl_5 = \frac{-\log \mathcal{L}}{(NCh - 5)} \quad (4.28)$$

definiert, wobei der Index für die Anzahl der Parameter steht. Es bleibt jedoch eine NCh -Abhängigkeit insbesondere im Bereich weniger Treffer, wie in Abbildung 4.12a zu sehen ist. Da NCh stark mit der Teilchenenergie korreliert, wäre ein Schnitt auf

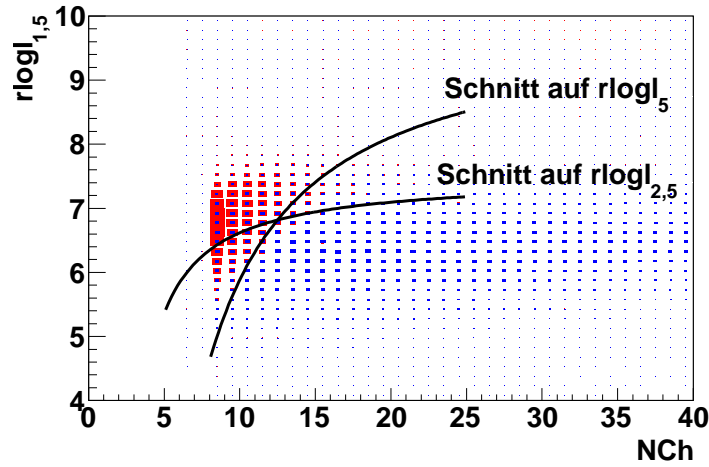


Abbildung 4.13: Reduzierte Likelihood mit 1,5 Parametern $rlogl_{1,5}$ gegen die Anzahl der getroffenen Module NCh für simulierte Neutrinodaten (blau) und für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen (rot). Zusätzlich ist der Verlauf von Schnitten auf $rlogl_{2,5}$ und auf $rlogl_5$ eingezeichnet, während Schnitte auf $rlogl_{1,5}$ in dieser Darstellung horizontal verlaufen.

$rlogl_5$ energieabhängig. Der Grund für die NCh -Abhängigkeit liegt darin begründet, dass sich die Erwartungswerte von Loglikelihoodfunktion und χ^2 -Verteilung unterscheiden und somit die Division durch $(NCh - 5)$ recht willkürlich ist.

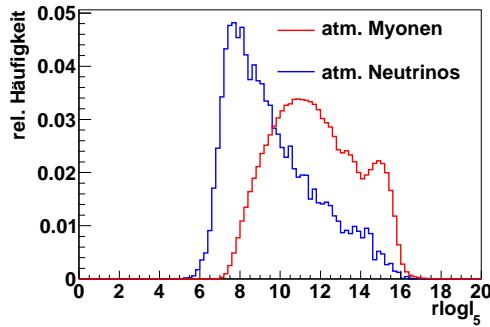
Das Beispiel einer gaußischen Wahrscheinlichkeitsverteilung verdeutlicht den Unterschied zwischen χ^2 und Likelihood. Wenn

$$p_i(x) = \frac{1}{N_i} e^{-(x-\mu_i)^2/2\sigma_i^2} \quad (4.29)$$

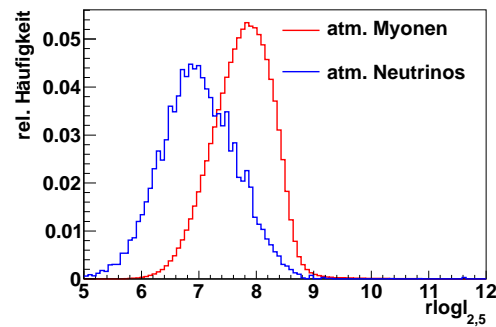
die Wahrscheinlichkeitsdichte für die i -te Messung ist, wobei $N_i = \sqrt{2\pi}\sigma_i$ den Normierungsfaktor bezeichnet, dann kann die negative Loglikelihood als

$$-\log \mathcal{L} = -\sum_{i=1}^n \ln p_i = \frac{1}{2}\chi^2 + \sum_{i=1}^n \ln N_i \quad (4.30)$$

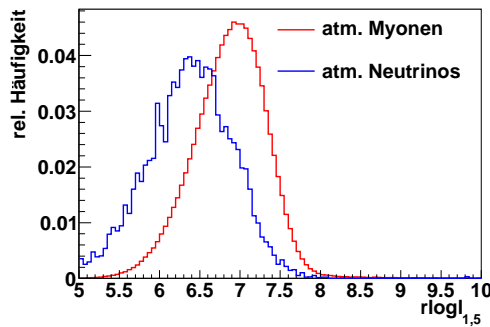
geschrieben werden. Es ergeben sich also ein Faktor $\frac{1}{2}$ sowie ein zusätzlicher additiver Term aus der Normierung. Testweise wurde die Likelihood in einen χ^2 - und einen Normierungsterm aufgeteilt und mittels Diskriminanzanalyse eine optimale Linearkombination gesucht. Da allerdings schon die Verwendung einer gaußischen Wahrscheinlichkeitsverteilung eine starke Vereinfachung darstellt, wurde der Ansatz nicht weiter verfolgt. Stattdessen kann N_{param} von seiner physikalischen Bedeutung losgelöst und so an die Daten angepasst werden, dass der mittlere Wert von $rlogl$ unabhängig von NCh ist (Abbildung 4.12b). Bei der Verwendung eines simulierten Neutrinodatensatzes für die 59-String-Konfiguration des IceCube-Detektors ergibt



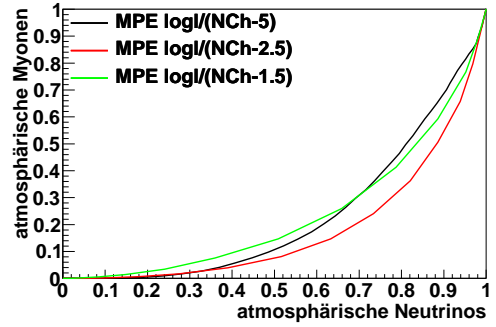
(a) Verteilung von $rlogl_5$ für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos.



(b) Verteilung von $rlogl_{2,5}$ für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos.



(c) Verteilung von $rlogl_{1,5}$ für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos.



(d) Untergrundreduktion gegen Signaleffizienz für verschiedene Definitionen der reduzierten Likelihood.

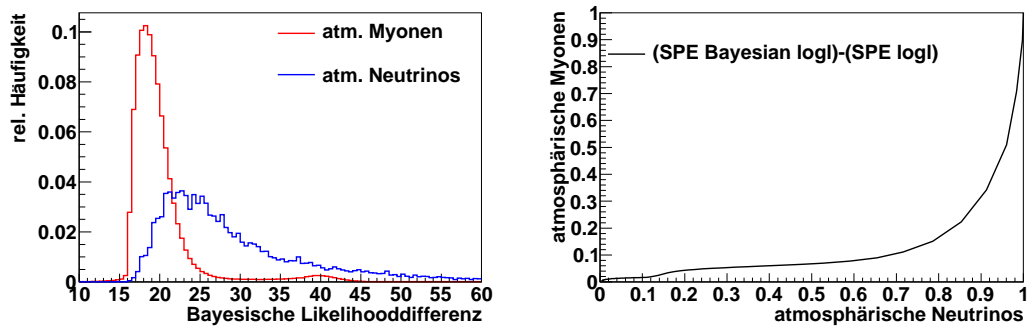
Abbildung 4.14: Reduzierte Likelihood.

sich ein Wert von $N_{param} = 1,5$. In Abbildung 4.13 sind die Verteilungen von $rlogl_{1,5}$ sowohl für simulierte Neutrinodaten als auch für den simulierten Untergrund aus falsch rekonstruierten atmosphärischen Myonen gezeigt. In dieser Analyse wird eine dritte Definition der reduzierten Likelihood verwendet. Wie in Abbildung 4.14d zu sehen ist, liefert eine Definition mit $N_{param} = 2,5$ die effektivste Untergrundreduktion. Zwar wird die Effizienz durch eine Abhängigkeit von NCh erkauft, doch ist diese nicht so stark ausgeprägt wie für $N_{param} = 5$.

Bayesischer Likelihoodquotient

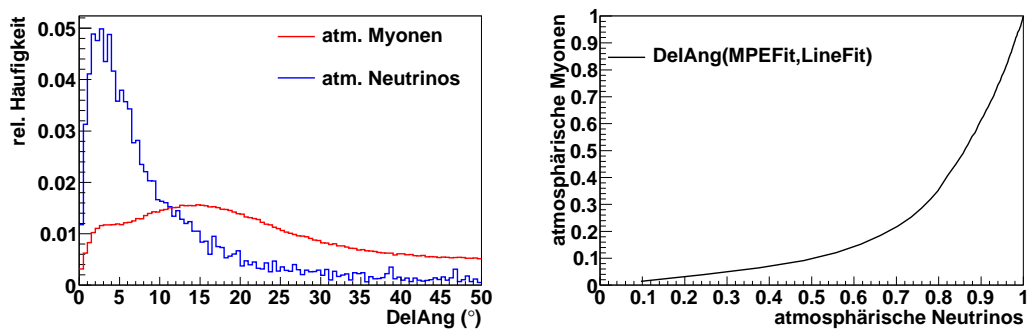
Nachdem die Ereignisse verworfen wurden, die laut Rekonstruktion von oben kommen, liegen alle Likelihoodmaxima unterhalb des Horizonts. Zusätzlich wird eine bayesische Rekonstruktion durchgeführt, bei der die Likelihood so definiert ist, dass von unten kommende Richtungen stark unterdrückt werden. Das Ergebnis ist die

wahrscheinlichste von oben kommende Spurhypothese. Bildet man nun den Quotienten aus der zugehörigen Likelihood und der Likelihood aus der uneingeschränkten Rekonstruktion $\mathcal{L}/\mathcal{L}_{\text{bayes}}$, erhält man eine weitere leistungsfähige Qualitätsvariable: Je größer dieser Wert, desto sicherer kann man sein, dass das Ereignis tatsächlich von unten kommt. In der Praxis wird die Differenz der logarithmischen Likelihoodwerte berechnet.



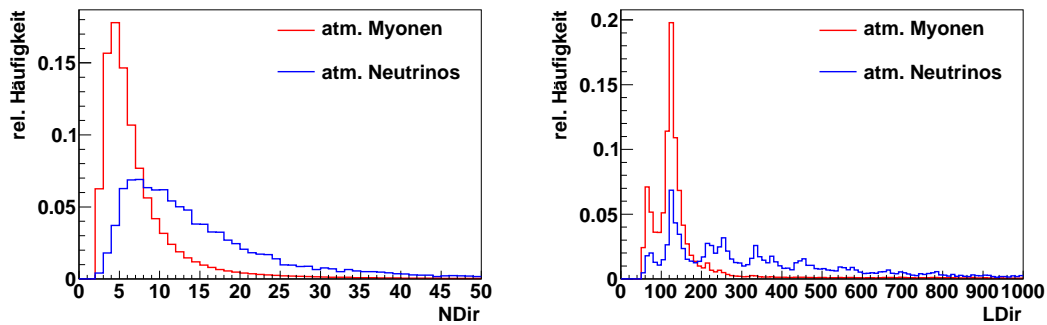
- (a) Verteilung der bayesischen Loglikelihood-Differenz für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos. (b) Untergrundreduktion gegen Signaleffizienz für die bayesische Loglikelihood-Differenz.

Abbildung 4.15: Differenz zwischen bayesischer und uneingeschränkter Loglikelihood.

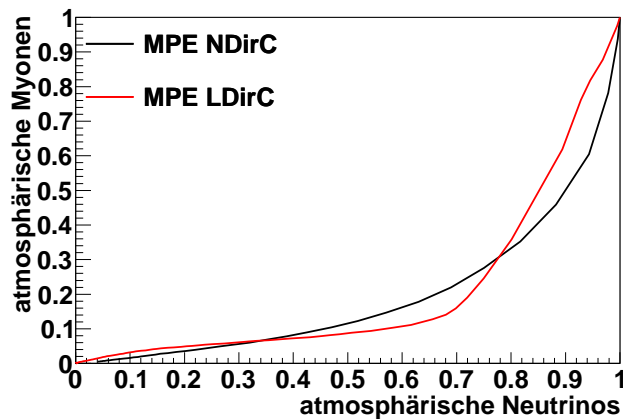


- (a) Verteilung der Winkeldifferenz zwischen Likelihoodfit und LineFit für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos. (b) Untergrundreduktion gegen Signaleffizienz für die Winkeldifferenz zwischen Likelihoodfit und LineFit.

Abbildung 4.16: Winkeldifferenz zwischen verschiedenen Rekonstruktionen.



- (a) Verteilung von N_{dir} für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos.
- (b) Verteilung von L_{dir} für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen und für die Erde durchdringende atmosphärische Neutrinos.



- (c) Untergrundreduktion gegen Signaleffizienz für die Anzahl der direkten Treffer und dem projizierten Abstand der äußersten direkten Treffer.

Abbildung 4.17: Direkte Treffer.

Winkeldifferenz zwischen verschiedenen Rekonstruktionen

Mithilfe des Unterschieds zwischen verschiedenen Rekonstruktionsmethoden kann beurteilt werden, wie stabil die rekonstruierte Richtung gegenüber der Methode ist. In Abbildung 4.16b ist die Untergrundunterdrückung für den Winkelabstand zwischen MPE-Likelihoodfit und LineFit dargestellt. Es ist zu sehen, dass die Winkeldifferenz der Fitresultate für falsch rekonstruierte Ereignisse deutlich größer ist.

Direkte Treffer

Das Prinzip der Likelihoodrekonstruktion besteht darin, aus der Laufzeit der Photonen die wahrscheinlichste Entfernung zwischen Spur und DOM zu ermitteln. Durch

Streuung im Eis (siehe Abschnitt 3.2) verlieren die Photonen an Information über die Spur. Daher sind ungestreute Photonen für die Rekonstruktion besonders nützlich. Nachdem eine Spur ermittelt wurde, können die direkten Treffer N_{dir} gezählt werden, das heißt diejenigen Treffer, bei denen die Photonen minimal gestreut wurden. Dabei werden als direkte Treffer diejenigen Photonen angesehen, deren Residuenzeiten zwischen -15 ns und 75 ns liegen. Die Projektion der äußersten direkten Treffer auf die Spur legt die Größe L_{dir} fest. Diese Größe bestimmt den Hebelarm, der eine gute Rekonstruktion ermöglicht.

Aufteilung der Treffer

Eine naheliegende Strategie zur Erkennung von Ereignissen, bei denen während des Triggerfensters mehr als ein Teilchen den Detektor durchquert hat, besteht in der Zuordnung der getroffenen DOMs auf verschiedene Spuren. Für diese Teilmengen werden dann unabhängige Spurrekonstruktionen durchgeführt. Anhand des jeweils kleinsten Zenitwerts kann beurteilt werden, ob das Ereignis mit einem von oben kommenden atmosphärischen Myon kontaminiert ist. Es werden drei unterschiedliche Methoden angewendet, die Treffer aufzuteilen.

Zeitliche Aufteilung: Treffer vor der mittleren Zeit werden einem Satz zugeordnet, Treffer danach einem anderen.

Geometrische Aufteilung: Alle getroffenen DOMs sowie deren Schwerpunkt werden auf die Spur der Likelihoodanpassung projiziert. Alle Treffer werden danach eingeteilt, ob sie vor oder hinter dem Schwerpunkt liegen.

Topologischer Trigger²¹: Es werden topologisch zusammenhängende Treffermengen gebildet. Zwei Treffer werden als zueinandergehörig betrachtet, wenn jede der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

- Der Abstand zwischen den DOMs beträgt nicht mehr als 300 m,
- sie sind nicht durch mehr als 30 DOMs getrennt, falls sie auf dem gleichen String liegen, und
- für den zeitlichen Abstand Δt und den räumlichen Abstand Δr ist die Gleichung $\Delta t - \Delta r/c < 1000$ ns erfüllt.

4.5.2 Vorselektion

Die Erstellung eines kollaborationsweit genutzten Datensatzes, der für eine Vielzahl von Analysen verwendet werden kann, geschieht in mehreren Schritten. In jedem Schritt werden einerseits aufwendigere Rekonstruktionen durchgeführt, andererseits auch Filterbedingungen definiert, so dass sich der Untergrundanteil in den Daten sukzessive verkleinert.

Im **ersten Schritt** wird für Ereignisse, deren Zenit aus der einfach iterierten SPE-Rekonstruktion größer als 80 Grad ist, gefordert, dass die reduzierte Likelihood

²¹Der Begriff "Trigger" ist in diesem Zusammenhang irreführend, hat sich allerdings eingebürgert.

$rlogl_2$ kleiner oder gleich 8,2 ist. Weiterhin muss entweder der Zenit des Likelihoodfits größer als 70 Grad sein oder die Anzahl der Kanäle (NCh) größer als 10.

Im **zweiten Schritt** wird die Bedingung gestellt, dass entweder die Anzahl der direkten Treffer (N_{dir}) größer als 5 oder die reduzierte Likelihood $rlogl_2$ kleiner oder gleich 7,38 oder die Anzahl der Kanäle (NCh) größer als 80 ist.

Der **dritte Schritt** schließt die allgemeine Selektion ab und verlangt, dass die Ereignisse durch den topologischen Trigger entweder nicht aufgeteilt werden oder das größte Unterereignis mit einem Zenitwert größer 80 Grad rekonstruiert wird. Außerdem wird mit einer Kombination aus L_{dir} und N_{dir} die Bedingung $(L_{dir}/60m)^2 + (N_{dir}/15)^2 > 1$ aufgestellt.

Nach dieser allgemeinen Vorselektion werden weitere Schritte zur Untergrundreduktion durchgeführt, die sich an den Zielen der Analyse orientieren. Für die vorliegende Arbeit werden die Selektionen anhand eines möglichen Signals aus selbst-annihilierender Dunkler Materie beurteilt und optimiert. Statt weiterhin sukzessive Schnitte auf einzelne Variablen durchzuführen, werden die Qualitätsgrößen durch multivariate Methoden kombiniert. Zunächst werden jedoch noch weitere Vorselektionen durchgeführt, die den Untergrund bereits deutlich reduzieren, ohne mögliche Signalereignisse maßgeblich zu beeinflussen.

Schnitt auf den Zenit: Bisher sind noch keine Ereignisse verworfen worden, die von oben durch den Detektor laufen. Diese Arbeit beschränkt sich jedoch auf mögliche Neutrinoquellen aus der nördlichen Hemisphäre. Für das Training der multivariaten Analyse werden zunächst Ereignisse mit einem rekonstruierten Zenitwert von größer 99 Grad ausgewählt. Dieser Schnitt wird für die eigentliche Analyse auf 90 Grad gelockert.

Schnitt auf die Anzahl der Strings: Wenn alle getroffenen DOMs auf einem String liegen, ist das Treffermuster symmetrisch im Azimut. Für solche Ereignisse kann zwar der Zenit ermittelt werden, eine sinnvolle Rekonstruktion des Azimuts ist jedoch nicht möglich. Daher wird gefordert, dass DOMs auf mehr als einem String getroffen wurden.

Schnitt auf den Cramér-Rao-Wert: Die Berechnung der Cramér-Rao-Auflösung kann zu sehr hohen Werten führen. Durch einen weichen Schnitt auf den Schätzwert der Zenitauflösung ($\sigma_{cr,\theta} < 57,3$) wird der Wertebereich eingeschränkt, wodurch die automatisierte Binnierung der multivariaten Analyseroutinen erleichtert wird.

Schnitt auf rlogl: In seltenen Fällen kann es passieren, dass die Likelihoodrekonstruktion fehlschlägt. Um diese Ereignisse herauszufiltern wird verlangt, dass für die Likelihood ein gültiger Wert abgespeichert ist.

Schnitt auf aufgeteilte Ereignisse: Es wird gefordert, dass kein geometrisches oder zeitliches Teilereignis einen Zenitwert von weniger als 57,3 Grad hat, also nicht als zu sehr von oben kommend rekonstruiert wurde.

4.5.3 Multivariate Analysen

Das Prinzip der Untergrundreduktion ist die Einteilung der Ereignisse in die Klassen *Untergrund* und *Signal*. Alle oben genannten Variablen eignen sich in verschiedenem Maße, Untergrundereignisse von potentiellen Signalereignissen zu unterscheiden. Durch multivariate Analysen, das heißt die gleichzeitige Auswertung von verschiedenen Variablen, kann die Qualität der Klasseneinteilung erhöht werden. Das Programmpaket TMVA²² [HSS⁺07] stellt eine Vielzahl an Implementierungen von verschiedenen multivariaten Analysemethoden zu Verfügung, von denen im Folgenden einige dargestellt werden.

Rechtwinklige Schnitte

Die einfachste Art der Untergrundreduktion anhand mehrerer Variablen besteht darin, für jede Größe einen festen Wert zu definieren, anhand dessen entschieden wird, ob ein Ereignis der Untergrundklasse oder der Signalklasse zugeordnet wird. Dadurch wird ein n -dimensionaler Kubus im Phasenraum der Schnittwerte definiert. Im eigentlichen Sinn handelt es sich hierbei nicht um eine multivariate Analyse, da die Variablen nicht kombinatorisch, sondern nacheinander verwendet werden. Ein weiterer Unterschied zu den übrigen hier vorgestellten Methoden ist, dass die Ergebnisse nicht in einem kontinuierlichen Wertebereich liegen, sondern direkt die Klassenzuordnung angeben. Während die Entscheidung über die Schnittwerte auch manuell per Augenmaß getroffen werden kann, wird durch die in TMVA implementierte Routine der gesamte Parameterraum durchsucht, um für verschiedene feste Signaleffizienzen das Schnittensemble mit optimaler Untergrundunterdrückung zu ermitteln.

Fisher'sches Diskriminanzverfahren

Eine häufig angewendete multivariate Methode ist das Fisher'sche Diskriminanzverfahren [Fis36]. Das Prinzip besteht darin, eine Linearkombination aus den Messgrößen zu ermitteln, die beide Klassen optimal voneinander trennt. Dabei wird der Abstand der Mittelwerte in dieser Linearkombination gegenüber den Varianzen der Klassen maximiert. In Abbildung 4.18 wird das Prinzip anschaulich dargestellt.

Likelihoodverfahren

Auch ein Likelihoodverfahren kann angewendet werden, um eine Klasseneinteilung vorzunehmen. Dafür wird für Signal S und den Untergrund B das Likelihoodverhältnis

$$y_{\mathcal{L}}(i) = \frac{\mathcal{L}_S(i)}{\mathcal{L}_S(i) + \mathcal{L}_B(i)} \quad (4.31)$$

²²TMVA=Toolkit for MultiVariate Analysis.

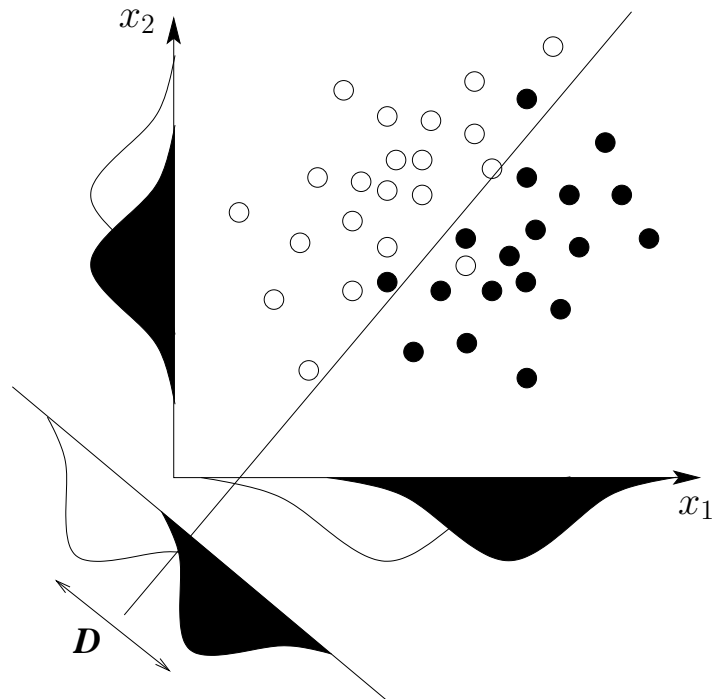


Abbildung 4.18: Prinzip der Fisher'schen Diskriminanzanalyse. Aus den gemessenen Größen x_1 und x_2 wird eine Linearkombination gebildet, so dass der Abstand der beiden Klassen D gegenüber den Varianzen maximal wird. Entnommen aus [Lü07].

berechnet, wobei sich die Likelihood aus den Wahrscheinlichkeitsdichten für die einzelnen Variablen zusammensetzt

$$\mathcal{L}_{S,B}(i) = \prod_{k=1}^{n_{var}} p_{(S,B),i}(x_k(i)) \quad . \quad (4.32)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichten werden empirisch aus den Trainingsdaten bestimmt. Zum Beispiel können die Variablen in ein Histogramm gefüllt werden, an das anschließend Spline-Funktionen²³ angepasst werden.

Boosted Decision Tree

Ähnlich wie beim Verfahren rechtwinkliger Schnitte wird auch beim Boosted Decision Tree²⁴ sukzessive abgefragt, ob eine Variable größer oder kleiner als ein bestimmter Wert ist. So entsteht eine Baumstruktur aus Entscheidungen, an dessen Ende beurteilt wird, welcher Klasse das Ereignis zugeordnet wird. Der wesentliche Unterschied zum Verfahren rechtwinkliger Schnitte ist, dass jede Variable auch mehrfach

²³Eine Spline-Funktion, auch Polynomenzug genannt, ist eine stückweise aus Polynomen zusammengesetzte Funktion, die bestimmte stetige Differenzierbarkeitsbedingungen erfüllen.

²⁴Englisch für "verstärkter Entscheidungsbaum".

abgefragt werden kann und somit nicht nur ein Hyperwürfel als Signalregion definiert wird. Stattdessen wird der Phasenraum durch viele Hyperwürfel in Signal- und Untergrundregionen aufgeteilt.

Die Zuverlässigkeit dieser Methode wird durch das sogenannte *Boosting* verbessert. Dazu werden nacheinander eine hohe Anzahl an Bäumen trainiert, wobei die Gewichte der Ereignisse, die falsch klassifiziert wurden, für den nächsten Baum mit einem Faktor $\alpha = (1 - R_{err})/R_{err}$ multipliziert werden. Hier steht R_{err} für die Fehlklassifizierungsrate. Die Beurteilung, wie sehr ein Ereignis dem Untergrund oder Signal ähnelt, wird dann anhand der Größe

$$y(\vec{x}) = \frac{1}{N_{\text{Baum}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{Baum}}} \ln(\alpha_i) \cdot h_i(\vec{x}) \quad (4.33)$$

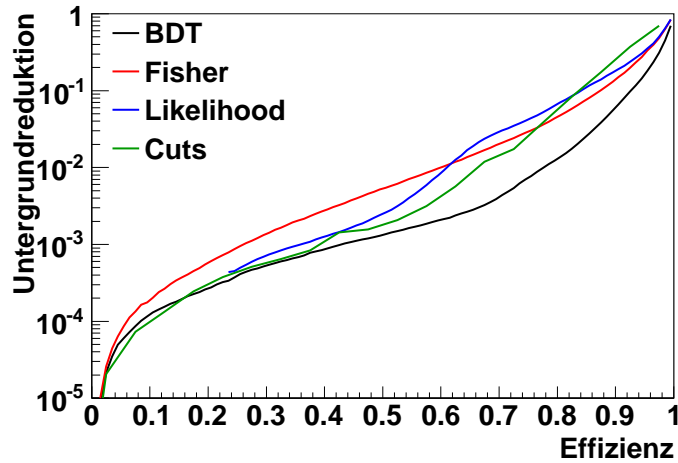
vorgenommen. Dabei bezeichnet \vec{x} die Eingangsvariablen und N_{Baum} die Gesamtanzahl der trainierten Bäume. Die Größe h_i nimmt einen Wert von +1 an, wenn der i -te Baum das Ereignis als Signal klassifiziert, und -1, wenn es als Untergrund eingeordnet wird. Daraus ergibt sich ein weiterer Vorteil des Boostings: Als Ergebnis wird keine binäre Entscheidung geliefert, sondern eine kontinuierliche Variable. Es können also je nach Bedarf höhere oder niedrigere Anforderungen an die Signalähnlichkeit eines Ereignisses gestellt werden.

4.5.4 Bewertung der multivariaten Methoden und Wahl eines optimalen Satzes von Variablen

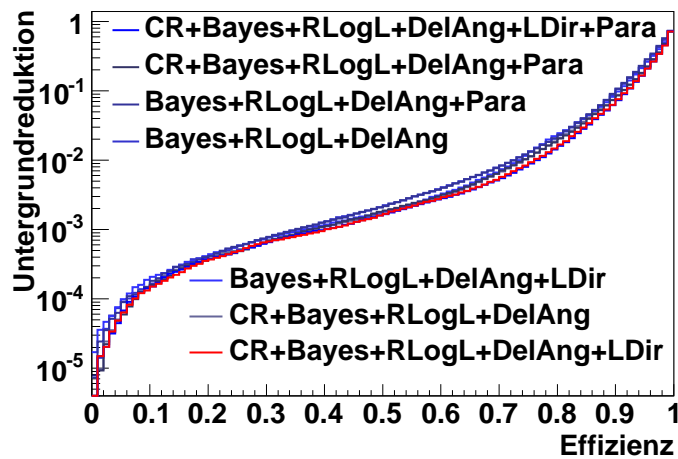
Alle multivariaten Analysemethoden müssen zunächst trainiert werden, das heißt, es müssen anhand von Datensätzen, für die die Klassenzugehörigkeit bekannt ist, die jeweiligen Entscheidungskriterien gebildet werden. Zum Vergleich wurden die oben beschriebenen Methoden mit den jeweils gleichen Variablen trainiert.

Für die Signalklasse wurden dabei simulierte Neutrinoereignisse verwendet. Die Energieverteilung des Signals hängt sowohl vom Annihilationskanal als auch von der Masse der WIMPs ab (siehe Abschnitt 2.5.1) ab. In der vorliegenden Arbeit sollen Hypothesen mit verschiedenen Massen zwischen 300 GeV und 100 TeV sowie unterschiedliche Kanäle getestet werden. Um die Selektion auf alle Spektren exakt zu optimieren müsste das Training für jede der Hypothesen wiederholt werden. Da die Spektren sich allerdings zum Teil nur gering unterscheiden, würde diese Vorgehensweise zu einer unnötigen Komplexität führen, die zu zufällig schwankenden Sensitivitäten führen kann. Stattdessen werden die Methoden nur mit einem Signalspektrum trainiert: Die simulierten Neutrinos werden so gewichtet, dass sie einem Neutrinosignal entsprechen, das bei WIMP-Annihilationen in Tauonen entsteht. Bezüglich der unterschiedlichen WIMP-Massen wird ein gemitteltes Spektrum verwendet.

Im Gegensatz zur Signalklasse wird die Untergrundklasse nicht durch Simulationen festgelegt, da die Übereinstimmung zwischen der Simulation und den tatsächlich



- (a) Untergrundreduktion gegen Effizienz für ein über die WIMP-Massen gemittelt $\tau^+\tau^-$ -Spektrum für verschiedene multivariate Methoden. Die verwendeten Variablen sind reduzierte Likelihood, bayesischer Likelihoodquotient, Winkelabstand zwischen MPE-Likelihoodfit und LineFit, projizierter Abstand der äußersten direkten Treffer und Cramér-Rao-Auflösungsschätzer.



- (b) Untergrundreduktion für BDTs mit verschiedenen Kombinationen von Variablen für ein $\tau^+\tau^-$ -Spektrum gemittelt über die WIMP-Massen. In rot ist die verwendete Kombination dargestellt. Die Bezeichnungen stehen für: RLogL=reduzierte Likelihood mit 2,5 Parametern, Bayes=bayesischer Likelihoodquotient, DelAng=Winkelabstand zwischen MPE-Likelihoodfit und LineFit, LDir=projizierter Abstand der äußersten direkten Treffer, CR=Cramér-Rao-Auflösungsschätzer, Para=Auflösungsschätzer nach Paraboloidmethode.

Abbildung 4.19: Zur Auswahl der multivariaten Methode und des Variablensatzes.

gemessenen Daten für schlecht rekonstruierte atmosphärischer Myonen nicht zufriedenstellend ist. Stattdessen werden die gemessenen Daten nach der Vorselektion als Untergrund zum Training verwendet. Zwar enthalten diese eventuell auch die gesuchten Signalereignisse, doch ist deren Anteil so gering, dass sie beim Training nicht ins Gewicht fallen.

Um eine Übertrainierung²⁵ zu verhindern, werden die Datensätze intern durch die TMVA-Routinen in zwei Teile geteilt, so dass der eine Teil zum Training verwendet wird und die Ergebnisse mit dem zweiten Teil überprüft werden können. Die Übertrainierungseffekte stellen sich als sehr gering heraus.

Die ROC-Kurven sind in Abbildung 4.19a dargestellt. Es ist klar zu erkennen, dass der Boosted Decision Tree bei gleicher Signaleffizienz die beste Untergrundreduktion bietet.

Testweise wurden BDTs mit verschiedenen Kombinationen von Variablen trainiert. Den ROC-Kurven in Abbildung 4.19b ist zu entnehmen, dass die besten Ergebnisse bei der Verwendung der reduzierten Likelihood, dem bayesischen Likelihoodquotienten, dem Winkelabstand zwischen MPE-Likelihoodfit und LineFit, dem projizierten Abstand der äußersten direkten Treffer und dem Cramér-Rao-Auflösungsschätzer erzielt werden.

Nach diesen Tests wurde entschieden, dass in dieser Analyse für alle Signalhypothesen ein gemeinsamer BDT zur Untergrundreduktion verwendet wird, der mit den oben genannten Variablen anhand eines mittleren $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ -Spektrum trainiert wurde. Die Verteilung der BDT-Werte ist in Abbildung 4.20 zu sehen.

4.5.5 Bestimmung des optimalen Schrittwertes und der optimalen Suchfenstergröße

Durch die Anwendung eines BDTs wird für jedes Ereignis ein Wert berechnet, der größer ist, je höher die Ähnlichkeit mit der Signalerwartung ist. Es ist jedoch noch nicht festgelegt, ab welchem Wert ein Ereignis tatsächlich als Signal angesehen wird und somit für die Analyse verwendet werden kann. Neben diesem Schrittwert muss außerdem der Radius des Fensters gewählt werden, in dem nach einem Signal gesucht wird. Um die Auswahl von Schrittwert und Suchfenstergröße nicht willkürlich zu treffen, werden diese Werte optimiert, so dass die bestmögliche obere Grenze auf den Neutrinofluss und den Annihilationsquerschnitt zu erwarten ist. Im Folgenden werden zunächst die Größen *Sensitivität* und *Effizienz* definiert, die für die Optimierung verwendet werden. Danach erfolgt die Beschreibung des Optimierungsverfahrens.

²⁵Eine Methode heißt übertrainiert, wenn statistische Fluktuationen in den Trainings-Datensätzen die Entscheidungskriterien beeinflussen.

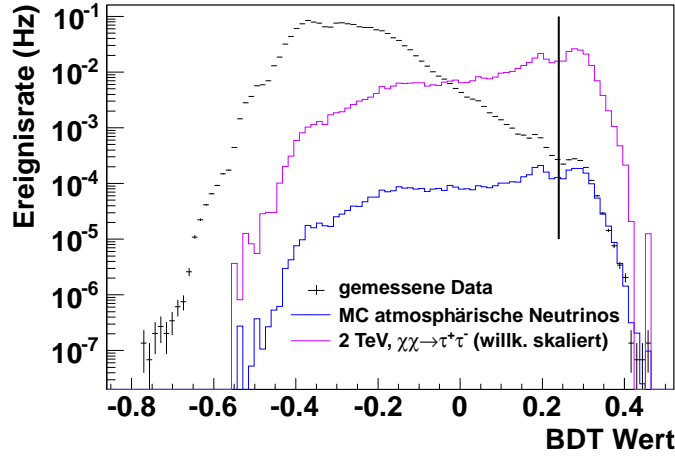


Abbildung 4.20: Verteilung der BDT-Werte für unterschiedliche Datensätze: gemessene Daten (untergrunddominiert), simulierte atmosphärische Neutrinos und simulierte Neutrinos aus WIMP-Annihilationen. Der vertikale Strich deutet einen typischen Schwellenwert an.

Sensitivität

Als Sensitivität wird eine obere Grenze bezeichnet, die erwartet wird, falls kein Signal vorliegt [HR03]. Wenn in einem Experiment unendlich häufig nach einem Signal gesucht würde, das nicht vorhanden ist, entspräche die Sensitivität der durchschnittlichen oberen Grenze aus allen Wiederholungen. Zur Berechnung der Grenzen wird die Feldman-Cousins-Methode verwendet, die in Abschnitt 4.9 beschrieben wird.

Die Grenzen auf die Anzahl der Signalereignisse im 90% Konfidenzniveau $\mu_{90}(n_{obs}, n_{bkgd})$ hängen von der Anzahl der erwarteten Untergrundereignisse n_{bkgd} und der Anzahl der beobachteten Ereignisse n_{obs} ab. Die durchschnittliche Grenze ist dann die Summe der Grenzen aller möglichen Messergebnisse ($n_{obs} = 0, 1, \dots, \infty$), gewichtet mit der jeweiligen Poisson-Wahrscheinlichkeit

$$\bar{\mu}_{90}(n_{bkgd}) = \sum_{n_{obs}=0}^{\infty} \mu_{90}(n_{obs}, n_{bkgd}) \frac{(n_{bkgd})^{n_{obs}}}{(n_{obs})!} \exp(-n_{bkgd}) \quad . \quad (4.34)$$

Da die Sensitivität nur von der erwarteten Anzahl an Untergrundereignissen abhängt, bietet es sich an, die Werte zu tabellieren. Damit muss Gleichung 4.34 nicht jedesmal neu ausgewertet werden und es wird eine erhebliche Beschleunigung des Optimierungsprozesses erreicht. Die Summe kann dabei selbstverständlich nicht bis $n_{obs} = \infty$ ausgeführt werden. Stattdessen werden solange Terme addiert, bis die Wahrscheinlichkeit aller durchlaufenen Werte von n_{obs} größer als 99% ist:

$$\sum_{n_{obs}=0}^{n_{max}} \frac{(n_{bkgd})^{n_{obs}}}{(n_{obs})!} \exp(-n_{bkgd}) > 0.99 \quad . \quad (4.35)$$

Durch die Fakultät in der Poisson-Funktion ist die Berechnung der Sensitivität für hohe Werte von n_{obs} numerisch problematisch. Daher wird die Poisson-Verteilung ab einer Untergrundanzahl von $n_{bkgd} \geq 50$ durch eine Gauß-Verteilung ersetzt

$$\bar{\mu}_{90}(n_{bkgd}) = \sum_{n_{obs}=0}^{\infty} \mu_{90}(n_{obs}, n_{bkgd}) \frac{1}{\sqrt{2\pi n_{bkgd}}} \exp\left(-\frac{(n_{obs} - n_{bkgd})^2}{2n_{bkgd}}\right) \quad (4.36)$$

Die Abweichung der Ergebnisse durch diese Näherung ist vernachlässigbar. Insgesamt wurden die Sensitivitäten bis zu einer Untergrundanzahl von 800 in Schritten von 0,1 berechnet. Da die Erstellung der Tabelle einen hohen Rechenaufwand verursacht, wurde sie abschnittsweise auf *Maigrid*, einem Rechnerverbund in Mainz mit 354 Prozessorkernen, vorgenommen. In Abbildung 4.21 ist die Sensitivität gegen die Anzahl der Untergrundereignisse dargestellt.

Der Untergrund besteht aus atmosphärischen Neutrinos und Myonen und hängt vom Zenit ab, nicht jedoch vom Azimut. Die Ereignisse werden sich also in einem engen Zenitband um die zu untersuchende Region gleichmäßig verteilen. Diese Tatsache wird dazu ausgenutzt, die Untergrundanzahl direkt mithilfe des gemessenen Datensatzes abzuschätzen: Diejenigen Ereignisse, deren Zenitwerte nicht mehr als 2,5 Grad vom Zenit der Quelle θ abweichen, und die alle Schnitte überleben, werden gezählt. Diese Anzahl wird vom Raumwinkel des Zenitbandes

$$\Delta\Omega_{\text{Zenitband}} = 2\pi(\cos(\theta - 2,5^\circ) - \cos(\theta + 2,5^\circ)) \quad (4.37)$$

auf den Raumwinkel des Suchfensters mit Radius $\delta\theta$

$$\Delta\Omega_{\text{Suchfenster}} = 2\pi(1 - \cos(\delta\theta)) \quad (4.38)$$

skaliert. Ist $\delta\theta$ größer als 2,5 Grad, so wird die Ausdehnung des Zenitbandes dem Radius angepasst, um die Änderungen der Ereignisraten mit dem Zenit besser berücksichtigen zu können.

Effizienz

Die vorgehend beschriebenen Selektionsschritte zielen darauf ab, den Untergrund aus atmosphärischen Myonen herauszufiltern. Da es hierzu keine perfekten Entscheidungskriterien gibt, kommt es zwangsläufig auch vor, dass Ereignisse verworfen werden, die aus einer astronomischen Quelle stammen könnten. Welcher Anteil an Signalereignissen den Selektionsprozess überlebt, wird durch die Effizienz angegeben. Für den Optimierungsprozess wird die Effizienz der BDTs bestimmt, da nur der Schnittwert auf diese Größe variiert wird, die Vorselektion dagegen bereits festgelegt ist.

Neben dem BDT-Schnitt wirkt sich auch die Auswahl der Suchfenstergröße auf die Effizienz aus: Durch die begrenzte Auflösung des Detektors und durch die Richtungsabweichung zwischen Myon und Neutrino streuen die rekonstruierten Herkunftsrichtungen von Signalereignissen um ihre Quelle. Je kleiner der Radius gewählt wird,

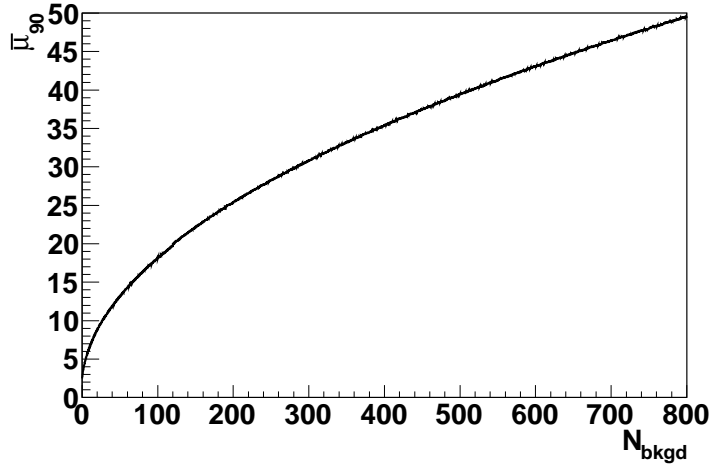


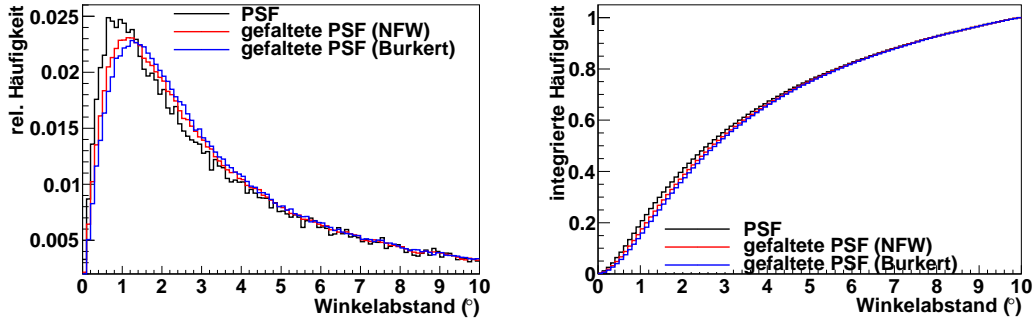
Abbildung 4.21: Sensitivität gegen die Anzahl der erwarteten Untergrundeignisse.

desto geringer ist der Signalanteil, der innerhalb des Fensters liegt und somit für die Analyse berücksichtigt wird. Wie diese Streuung verteilt ist, hängt vom Energiespektrum der Neutrinos ab und wird von der Punktspreizfunktion (PSF) beschrieben. In Abbildung 4.22 ist diese Verteilung für den Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ und eine WIMP-Masse von 1 TeV als schwarze Linie dargestellt. Die Punktspreizfunktion gibt also an, wie die rekonstruierten Richtungen verteilt sind, wenn die tatsächliche Herkunftsrichtung aller Neutrinos gleich ist, also eine Punktquelle vorliegt.

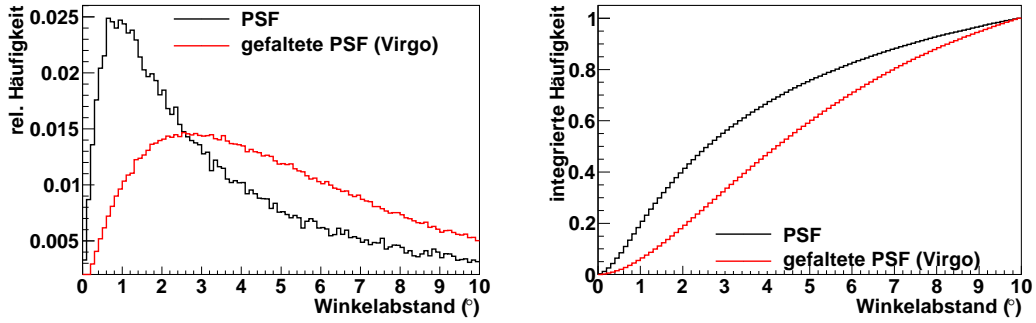
Hat dagegen die Quelle eine Ausdehnung, verbreitert sich auch die Verteilung der rekonstruierten Richtungen. Dieser Umstand kann berücksichtigt werden, indem die PSF mit der Quellfunktion gefaltet wird. Die Quellfunktion beschreibt wie der Winkelabstand zwischen der Neutrino-Richtung und dem Mittelpunkt der Quelle verteilt ist. Für Halos Dunkler Materie wird sie durch die Dichteverteilung der Dunklen Materie festgelegt, die in Abschnitt 2.5.2 diskutiert wird. Das Integral über das Dichtequadrat entlang der Sichtlinie gibt an, wie stark ein mögliches Neutrinosignal aus der entsprechenden Richtung ist. Da die Halos kugelsymmetrisch sind, kann um die Quelle herum integriert werden, um eine eindimensionale Verteilung des Winkelabstands Θ zu erhalten. Dadurch ergibt sich ein zusätzlicher Faktor von $2\pi \sin \Theta$.

Da sowohl die Punktspreizfunktion als auch die Quellfunktion im Allgemeinen nur numerisch berechnet werden können, wird für die Faltung der beiden ein Monte-Carlo-Verfahren verwendet: Während die experimentellen Abweichungen zwischen Neutrino-Richtung und rekonstruierter Spur $\Delta\Theta_{exp}$ aus dem simulierten Datensatz entnommen werden können, wird der Winkelabstand zwischen der Neutrino-Richtung und dem Mittelpunkt der Quelle $\Delta\Theta_{quel}$ gemäß der Quellfunktion zufällig bestimmt. Der relative Orientierungswinkel γ der beiden Abweichungen wird ebenfalls zufällig ermittelt. Somit wird ein Dreieck aufgespannt, dessen fehlende Seite die Gesamtabweichung $\Delta\Theta_{gesamt}$ ist und nach dem Kosinussatz

$$\Delta\Theta_{ges} = \Delta\Theta_{exp}^2 + \Delta\Theta_{quel}^2 - 2 \cdot \Delta\Theta_{exp} \cdot \Delta\Theta_{quel} \cdot \cos \gamma \quad (4.39)$$



- (a) Punktspreads vor und nach der Faltung mit NFW-Profil und Burkert-Profil für die Zwerggalaxie Draco. Die hier verwendeten Haloparameter sind unter Abbildung 2.8 angegeben.
- (b) Integrierte Punktspreads vor und nach der Faltung mit NFW-Profil und Burkert-Profil für die Zwerggalaxie Draco.



- (c) Punktspreads vor und nach der Faltung mit dem Substrukturen-Profil für den Galaxienhaufen Virgo.
- (d) Integrierte Punktspreads vor und nach der Faltung mit dem Substrukturen-Profil für den Galaxienhaufen Virgo.

Abbildung 4.22: Punktspreads für WIMPs der Masse 1 TeV und den Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ vor und nach der Faltung mit verschiedenen Quellprofilen.

beträgt. Fluktuationen durch die zufällige Bestimmung von $\Delta\Theta$ und γ werden dabei minimiert, indem die Auswertung für jedes Ereignis zehnmal wiederholt wird. Die mehrfache Verwendung von Datenpunkten zur Erhöhung der Statistik wird *Oversampling* genannt.

In Abbildung 4.22 ist für verschiedene Halomodelle das Ergebnis der Faltung und somit die Verteilung der Gesamtabweichung zwischen rekonstruierter Richtung und Mittelpunkt der Quellen angegeben. Dabei wurden für NFW- und Burkert-Profile die Parametersätze mit maximalen Skalenradien aus [MSC06b] verwendet. Auch mit dieser äußerst großen Quellausdehnung gibt es für reine NFW-Profile nur einen marginalen Unterschied zur ungefalteten Punktspreads. Demnach ist es gerechtfertigt, diese Halos als Punktquellen anzusehen und die Effizienz direkt aus der

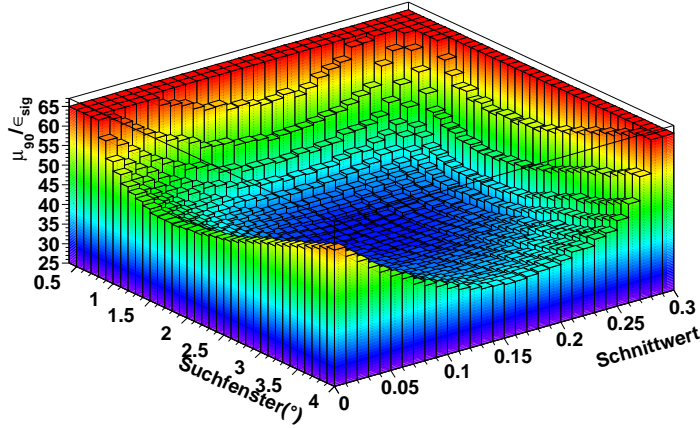


Abbildung 4.23: Zur Optimierung: Sensitivität geteilt durch Effizienz als Funktion der Suchfenstergröße und des BDT-Schnittwertes.

integrierten PSF zu bestimmen (Abbildung 4.22b). Das NFW-Profil wird in dieser Arbeit sowohl für Zwerggalaxien als auch als konservative Abschätzung für Galaxien und Galaxienhaufen angenommen. Weiterhin ist zu sehen, dass die Verteilung durch Burkert-Profile, die einen Kern relativ konstanter Dichte besitzen, etwas stärker verbreitert werden als durch NFW-Profile. Der Unterschied ist jedoch gering, so dass dieser Profiltyp für die Analyse nicht berücksichtigt wird.

Für Galaxien und Galaxienhaufen wird alternativ zu den reinen NFW-Profilen auch die Existenz von Unterstrukturen in der Dichteverteilung berücksichtigt, wie in Abschnitt 2.5.2 beschrieben. Dies hat eine erhebliche Verbreiterung der Quellregion zur Folge, die nicht mehr vernachlässigt werden kann, wie in Abbildung 4.22c zu sehen ist. Daher wird in diesem Fall die Effizienz aus der integrierten Faltung aus Punktspreizfunktion und Quellfunktion bestimmt (siehe Abbildung 4.22d).

Optimierungsverfahren

Wie oben beschrieben soll die Analyse darauf optimiert werden, dass eine möglichst einschränkende Grenze auf den Neutrinofluss gesetzt werden kann, falls kein Signal detektiert wird. In [HR03] wird beschrieben, wie dieses Ziel erreicht werden kann: Der Schnittwert auf den BDT und die Suchfenstergröße werden so gewählt, dass der Quotient aus Sensitivität und Effizienz minimal ist:

$$\bar{\mu}_{90}/\epsilon_{sig} \rightarrow \min \quad . \quad (4.40)$$

Der Grund dafür ist leicht nachzuvollziehen: Für einen angenommenen Fluss Φ wird im Durchschnitt eine bestimmte Anzahl an Signalereignissen n_s gemessen, die vom Schnittwert auf den BDT und von der Suchfenstergröße abhängt. Wird jedoch kein Signal gemessen, kann eine Grenze μ_{90} auf die Anzahl der Signalereignisse bestimmt

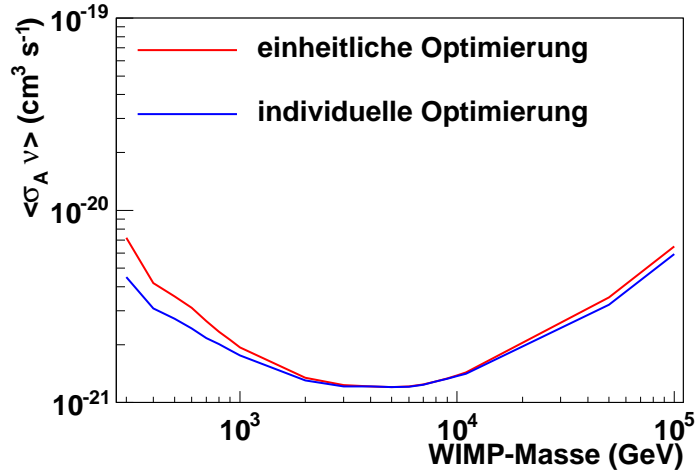


Abbildung 4.24: Vergleich der Sensitivitäten für Segue 1 bei einer individuellen Optimierung aller Massenhypothesen und bei einer einheitlichen, auf eine WIMP-Masse von 5 TeV optimierten Wahl von BDT-Schnitt und Suchfenstergröße.

werden. Die entsprechende Grenze auf den Fluss ist dann durch

$$\Phi_{90} = \Phi \frac{\mu_{90}}{n_s} \quad (4.41)$$

gegeben. Da die Anzahl der erwarteten Signalereignisse proportional zur Effizienz ϵ_{sig} ist, verhält sich auch die Grenze auf den Fluss proportional zu μ_{90}/ϵ_{sig} . Abbildung 4.23 zeigt den Verlauf von $\bar{\mu}_{90}/\epsilon_{sig}$ für die Zwerggalaxie Segue 1 und ein Energiespektrum für WIMPs der Masse 1 TeV, die über den Kanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ annihilieren. Um das Minimum dieser zweidimensionalen Funktion zu ermitteln, wird folgender iterativer Algorithmus angewendet: Zunächst wird bei festem Schnittwert die Suchfenstergröße in Schritten von $0,1^\circ$ variiert, und der Wert $\bar{\mu}_{90}/\epsilon_{sig}$ ausgewertet. Danach wird bei der Fenstergröße, für die $\bar{\mu}_{90}/\epsilon_{sig}$ am kleinsten ist, der Schnittwert variiert. Der Vorgang wird ein zweites Mal für das jeweils kleinste $\bar{\mu}_{90}/\epsilon_{sig}$ wiederholt, um die Genauigkeit des Minimums weiter zu erhöhen. Mit dieser sehr einfachen Methode werden die Minima hinreichend schnell gefunden, so dass auf die Implementierung eines komplexeren Minimierungsalgorithmus verzichtet werden konnte.

Das Signalflussspektrum hängt von der angenommenen WIMP-Masse und vom Annihilationskanal ab, die Effizienz ist zenitabhängig und damit für jede Quelle unterschiedlich. Da in dieser Analyse fünf Annihilationskanäle und 20 Massen für 12 Analysen²⁶ getestet werden sollen, wurden 1200 Optimierungen durchgeführt. Zur Vereinfachung werden letztlich jedoch für jede Analyse und für jeden Annihilationskanal einheitliche Schnittwerte und Suchfenstergrößen verwendet, die für

²⁶Eine Galaxie und zwei Galaxienhaufen mit jeweils zwei Haloprofilen, sowie fünf einzelne Zwerggalaxien und ein Stacking.

WIMP-Massen von 5 TeV optimiert werden. Die Sensitivitätseinbußen für kleinere und größere Massen sind nur gering, wie in Abbildung 4.24 zu sehen ist. Würden dagegen für jede Masse unterschiedliche Werte verwendet, könnten die Kurven der oberen Grenzen aufgrund von statistischen Schwankungen der Ereigniszahlen stark variieren.

4.6 Berechnung von Neutrinoströmen und Annihilationsquerschnitten

In dieser Analyse werden die Ereignisse innerhalb eines Suchfensters gezählt und mit den erwarteten Untergrundzahlen verglichen. Falls es keinen signifikanten Überschuss gibt, werden daraus obere Grenzen für die Anzahl an Signalereignissen berechnet. Die Anzahl hängt jedoch von der Effizienz des Detektors und der Analyse ab und hat somit keine direkte physikalische Bedeutung. Daher müssen die Ergebnisse noch in Neutrinoströme übersetzt werden, aus denen sich Annihilationsquerschnitte der Dunkle-Materie-Teilchen ableiten lassen.

Nach Gleichung 2.12 ist das Energiespektrum $d\Phi/dE$ proportional zu dN_A/dE , der differentiellen Neutrinoanzahl pro Annihilation:

$$\frac{d\Phi}{dE} = k \cdot \frac{dN_A}{dE} \quad . \quad (4.42)$$

Der Verlauf des Spektrums dN_A/dE ist für jede der 20 WIMP-Massen, die getestet werden sollen, bekannt (siehe Abschnitt 2.5.1). Um den Normierungsfaktor

$$k = \frac{\langle \sigma v \rangle}{8\pi m_\chi^2} J(\Delta\Omega) \quad (4.43)$$

zu ermitteln, wird zunächst ein Fluss mit $k_{\text{angen}} = 1 \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$ angenommen und die daraus resultierende Anzahl an Signalereignissen n_{angen} ermittelt.²⁷ Da k und n

²⁷Um die Anzahl n_{angen} zu bestimmen, können zum Beispiel Datensätze mit simulierten Punktquellen verwendet werden. Die Effizienzen hängen jedoch vom Zenitwinkel ab und somit hätte diese Vorgehensweise den Nachteil, dass für die Position jeder Quelle ein eigener Datensatz simuliert werden müsste. Jedoch kann auch mit der in Abschnitt 4.1 beschriebenen simulierten diffusen räumlichen Verteilung die gesuchte Ereignisanzahl bestimmt werden. Dazu werden die Simulationsdaten zunächst so umgewichtet, dass die Energieverteilung dem Spektrum

$$\frac{d\Phi_{\text{diffus}}}{dE} = 1 \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ sr}^{-1} \cdot \frac{dN_A}{dE}$$

entspricht. Danach werden die Ereignisse im Simulationsdatensatz in einem Zenitbereich von 2,5 Grad ober- und unterhalb der Quelle gezählt und auf die Datennahmezeit umgerechnet. Nach Division durch den Raumwinkel, den das Zenitband abdeckt, ergibt sich die Anzahl der Ereignisse pro Steradian. Diese Zahl entspricht der Ereignisanzahl einer Punktquelle mit dem Spektrum

$$\frac{d\Phi_{\text{punkt}}}{dE} = 1 \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \cdot \frac{dN_A}{dE} \quad .$$

proportional sind²⁸, kann der Normierungsfaktor, der der tatsächlich beobachteten Signalanzahl n_{obs} entspricht, durch

$$k = \frac{n_{\text{obs}}}{n_{\text{angen}}} k_{\text{angen}} \quad (4.44)$$

berechnet werden. Aus k kann dann direkt der geschwindigkeitsgemittelte Anihilationsquerschnitt

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{8\pi m_\chi^2}{J(\Delta\Omega)} \cdot k \quad (4.45)$$

bestimmt werden. Für den Gesamtfluss wird bei der Integration von dN_A/dE eine untere Grenze von 100 GeV gewählt,

$$\Phi_{E>100\text{ GeV}} = k \cdot \int_{E=100\text{ GeV}}^{\infty} \frac{dN_A}{dE} \quad (4.46)$$

da die Detektionswahrscheinlichkeit von Neutrinos geringerer Energie für IceCube ohne DeepCore sehr klein ist.

In Abbildung 4.25 sind die Sensitivitäten des Flusses und des Wirkungsquerschnittes in Abhängigkeit von der WIMP-Masse für die untersuchten Zwerggalaxien im Anihilationskanal $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$ zu sehen, die aus den Sensitivitäten der Ereigniszahlen berechnet wurden. Die Sensitivitäten der übrigen Kanäle sind in Anhang E angegeben. Die Tatsache, dass die Verläufe der Wirkungsquerschnitte stark voneinander abweichen, ist auf die sehr unterschiedlichen J -Faktoren der verschiedenen Quellen zurückzuführen. Dagegen spielen für die Flusssensitivitäten lediglich die unterschiedlichen Zenitwerte eine Rolle, so dass die Kurven in der gleichen Größenordnung liegen.

4.7 Stacking von Zwerggalaxien

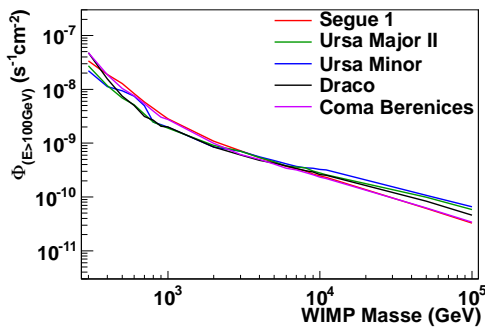
Die Sensitivitäten können verbessert werden, indem mehrere Quellen gleichzeitig betrachtet werden. Diese als *Stacking*²⁹ bezeichnete Methode wurde in [AAA⁺06b] erstmals für Neutrinooteleskope angewendet und beruht auf dem Prinzip, nicht zusammenhängende Bereiche um Quellen zu überlagern und wie eine einzige Region zu verwenden. Als erstes wird, wie in Abschnitt 4.5.5 beschrieben, der Schnitt auf den

²⁸Durch die Multiplikation mit der Effizienz ergibt sich die gesuchte Anzahl n_{angen} .
²⁸Es gilt:

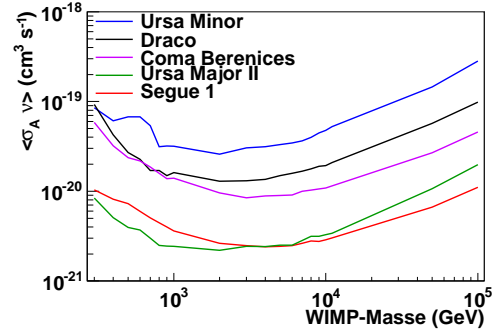
$$n = T \cdot \int A_{\text{eff}}(E) \frac{d\Phi}{dE} dE = k \cdot T \cdot \int A_{\text{eff}}(E) \frac{dN_A}{dE} dE$$

mit der Datennahmezeit T und der effektiven Fläche A_{eff} , die ein Detektor mit 100% Nachweiswahrscheinlichkeit hätte.

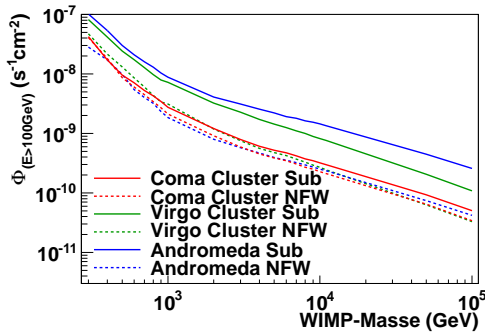
²⁹Englisch für Stapeln.



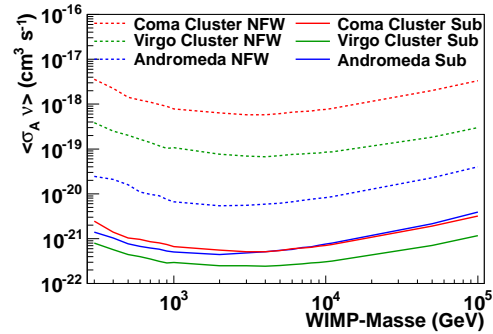
(a) Sensitivitäten der integralen Neutrinoflüsse bei Energien oberhalb von 100 GeV für Zwerggalaxien.



(b) Sensitivitäten der Annihilationsquerschnitte für Zwerggalaxien. Die leichten Strukturen kommen durch statistische Fluktuationen in den simulierten Daten zustande.



(c) Sensitivitäten der integralen Neutrinoflüsse bei Energien oberhalb von 100 GeV für Galaxien und Galaxienhaufen.



(d) Sensitivitäten der Annihilationsquerschnitte für Galaxien und Galaxienhaufen.

Abbildung 4.25: Sensitivitäten gegen die angenommene WIMP-Masse für den Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$.

BDT und die Suchfenstergrößen für alle beteiligten Quellen einheitlich festgelegt. Sie werden so optimiert, dass μ_{90}/ϵ_{sig} minimal wird, wobei die Sensitivität μ_{90} aus der erwarteten Untergrundanzahl *aller* Quellen berechnet wird. Die Effizienz ϵ_{sig} ist der Durchschnittswert für alle Quellen. Die Anzahl der gefundenen Ereignisse in der aus mehreren Bereichen bestehenden Quellregion lässt sich dann mit dem erwarteten Untergrund vergleichen. Falls es keinen signifikanten Überschuss gibt, kann daraus – wie bei der Analyse der Einzelquellen – eine obere Grenze auf den Gesamtfluss aller beteiligten Quellen bestimmt werden. Für die Umrechnung auf einen Wirkungsquerschnitt wird der Gesamtfluss auf die einzelnen Quellen gemäß der J -Faktoren, die proportional zur Flusservartung sind, aufgeteilt.

Entgegen der Intuition wird jedoch nicht die beste Sensitivität erreicht, wenn *alle* bekannten Quellkandidaten einbezogen werden. Der Grund liegt darin, dass der Un-

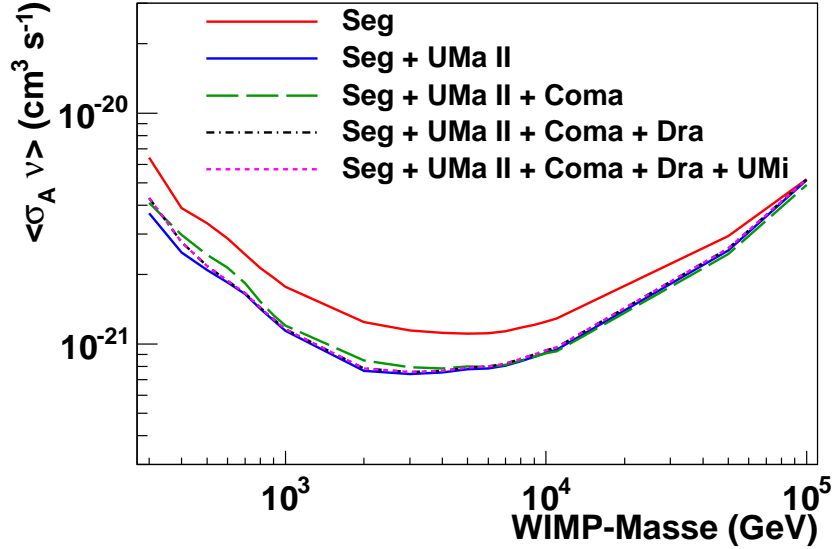


Abbildung 4.26: Sensitivitäten für das Stacking von verschiedenen Quellkombinationen für den Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$.

tergrund proportional mit der Anzahl der Quellen steigt, die erwartete Signalstärke dagegen von den J -Faktoren abhängt. Um die optimale Anzahl an Quellen zu ermitteln, werden zunächst nur die beiden Quellen mit der besten Sensitivität (Segue 1 und Ursa Major II) kombiniert. Wie in Abbildung 4.26 zu sehen ist, verbessert sich die Sensitivität gegenüber der Einzelanalyse von Segue 1. Dagegen zeigt sich, dass durch Hinzunahme der nächstschwächeren Quelle Coma Berenices bereits zu viel Untergrund gegenüber dem erwarteten Signal addiert wird, so dass sich die Sensitivität wieder verschlechtert. In der weiteren Analyse wird also nur ein Stacking von Segue 1 und Ursa Major II durchgeführt. Bei der Verwendung einer Likelihoodmethode [?] könnten alle Quellen einbezogen werden. Darauf wird in dieser Analyse jedoch verzichtet, da der erwartete Sensitivitätsgewinn klein ist.

4.8 Ergebnisse

Die Optimierungen wurden für fünf Zwerggalaxien und für das Stacking von Segue 1 und Ursa Major II durchgeführt. Außerdem wurden die Andromeda-Galaxie und die Galaxienhaufen Virgo und Coma analysiert. Für die drei letztgenannten Quellen wurden Suchfenstergröße und Schnittwert jeweils sowohl für reine NFW-Profile als auch unter Berücksichtigung von Unterstrukturen angepasst. Jede dieser zwölf Optimierungen wurde für die Annihilationskanäle $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$, $\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$, $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$, $\chi\chi \rightarrow \mu^+\mu^-$ und $\chi\chi \rightarrow \nu\bar{\nu}$ wiederholt, so dass insgesamt 60 einzelne Analysen durchgeführt wurden, von denen jedoch nicht alle statistisch unabhängig sind. So kommt es vor, dass die Optimierungen für verschiedene Annihilationskanäle die gleichen

Fenstergrößen und Schnittwerte liefern. Dies tritt besonders für den Tauon- und den Myonkanal auf, deren Energiespektren sich ähnlich sind. Trotz dieser teilweisen statistischen Abhängigkeit führt die hohe Anzahl an Analysen zu einer höheren Wahrscheinlichkeit, dass in einer der Analysen eine starke statistische Schwankung auftritt, die fälschlicherweise als zusätzliches Neutrinosignal interpretiert würde (look elsewhere effect). Um die Gefahr einer falschen Entdeckung zu verringern, wurden vor der vollständigen Auswertung der Daten zwei Analysen festgelegt, für die eine Abweichung von der Untergrunderwartung als Entdeckung proklamiert würde: Für die Zwerggalaxien ist das Stacking von Segue 1 und Ursa Major II die sensitivste Analyse. Für die übrigen Quellen werden vom Virgohaufen unter Berücksichtigung von Unterstrukturen die besten Ergebnisse erwartet. Für beide Quellen wurde der $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$ -Kanal gewählt.

In Tabelle 4.1 sind die Fenstergrößen und Schnittwerte, sowie die erwarteten Untergrundzahlen und die tatsächlich gemessenen Ereigniszahlen dargestellt. Der erwartete Untergrund wurde aus den Ereignisraten in einem Zenitband von 2,5 Grad ober- und unterhalb des Quellenzenits bestimmt. Falls die Suchfenstergröße 2,5 Grad überschreitet, wird auch das Zenitband entsprechend vergrößert.

Für das Stacking wurden 13 Ereignisse bei einem erwarteten Untergrund von 12,8 gefunden und für den Virgohaufen 102 Ereignisse bei einem Untergrund von 103. Es konnte also kein Neutrinofluss nachgewiesen werden. Auch in den anderen Analysen traten keine signifikanten Abweichungen auf.

Diese Ergebnisse sind völlig unabhängig von theoretischen Modellen, da lediglich Ereigniszahlen in verschiedenen Regionen verglichen werden. Allerdings kann aus diesen Zahlen lediglich die Abwesenheit eines Signals direkt abgelesen werden. Um weitere physikalisch relevante Informationen zu erhalten, werden zunächst obere Grenzen auf die Anzahl der Signalereignisse bestimmt, aus denen – wie in Abschnitt 4.6 beschrieben – Grenzen auf den Neutrinofluss und auf den Annihilationsquerschnitt berechnet werden.

4.9 Bestimmung von oberen Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt

Bei der Nennung eines Ergebnisses ist es in jeglicher quantitativen Wissenschaft von grundlegender Bedeutung, dass ein Fehlerintervall angegeben wird. Es wurde bereits festgestellt, dass kein Signal aus den untersuchten Quellen nachgewiesen werden konnte, die Messung also mit der Nullhypothese kompatibel ist. In diesem Fall wird das Fehlerintervall durch eine obere Grenze ausgedrückt, mit der angegeben wird, welcher Bereich der gesuchten Größe mit der Wahrscheinlichkeit des Konfidenzniveaus ausgeschlossen werden kann. Im nächsten Abschnitt wird diskutiert, wie Grenzen mit der Neyman-Methode mit einem Ordnungsprinzip nach Feldman und Cousins gesetzt werden. Danach wird diskutiert, wie in diesem Algorithmus mit

Quelle	$\tau^+\tau^-$				bb				W^+W^-				$\mu^+\mu^-$				$\nu\bar{\nu}$			
	Suchfensterbreite	Schnittwert auf BDT	erwarteter Untergrund	beobachtete Ereignisse	Suchfensterbreite	Schnittwert auf BDT	erwarteter Untergrund	beobachtete Ereignisse	Suchfensterbreite	Schnittwert auf BDT	erwarteter Untergrund	beobachtete Ereignisse	Suchfensterbreite	Schnittwert auf BDT	erwarteter Untergrund	beobachtete Ereignisse	Suchfensterbreite	Schnittwert auf BDT	erwarteter Untergrund	beobachtete Ereignisse
Segue 1	1,2	0,25	8,7	10	1,4	0,24	13,3	18	1,1	0,24	8,2	12	1,2	0,25	8,7	10	0,9	0,26	4,3	6
Ursa Major II	1,1	0,24	4,6	1	1,1	0,23	5,2	1	1,4	0,24	7,4	8	1,1	0,24	4,6	1	0,9	0,23	3,5	1
Ursa Minor	1,3	0,23	6,6	5	1,5	0,22	9,6	8	1,3	0,23	6,6	5	1,3	0,25	5,1	4	1,3	0,22	7,2	5
Coma Berenices	1,1	0,23	8,3	3	1,3	0,23	11,6	4	1	0,26	4,7	1	1,1	0,23	8,3	3	1	0,26	4,7	1
Draco	1,1	0,23	5,6	8	1,6	0,22	13,4	15	1,1	0,23	5,6	8	1,1	0,23	5,6	8	1,2	0,26	4,5	8
Stacking (Seg1 + UMa II)	1	0,25	9,5	8	1,3	0,23	20,0	23	1,1	0,24	12,8	13	1	0,25	9,5	8	0,8	0,26	5,3	4
Virgo (subhalos)	3,5	0,24	92,1	89	4	0,16	322	325	3,7	0,24	103	102	3,5	0,24	92,1	89	4	0,26	94,7	92
Virgo (NFW)	1,2	0,25	9,6	9	1,4	0,2	23,9	19	1,2	0,25	9,6	9	1,2	0,25	9,6	9	1	0,26	5,9	5
Coma (subhalos)	1,9	0,25	17,5	17	2,1	0,21	35,8	40	1,7	0,25	14,0	15	1,7	0,25	14,0	15	1,8	0,26	13,5	15
Coma (NFW)	1,1	0,25	5,9	6	1,3	0,21	13,7	13	1,1	0,25	5,9	6	1,1	0,25	5,9	6	1	0,25	4,8	5
M31 (subhalos)	7	0,25	201	194	8,2	0,22	413	418	7	0,25	201	194	7	0,25	201	194	7	0,25	201	194
M31 (NFW)	1,1	0,23	6,4	2	1,2	0,24	6,7	1	1,1	0,23	6,4	2	1,1	0,23	6,4	2	0,9	0,23	4,3	0

Tabelle 4.1: Selektionsparameter und Anzahl an Ereignissen für die untersuchten Quellen und Annihilationskanäle.

einer halb-bayesische Erweiterung auch systematische Unsicherheiten berücksichtigt werden können.

4.9.1 Methode nach Feldmann und Cousins

Bei der Bestimmung eines klassischen Konfidenzintervalls nach Neyman [Ney37] wird ein Intervall $[\mu_1, \mu_2]$ gesucht, das den wahren Wert μ_t mit einer Wahrscheinlichkeit enthält, die dem Konfidenzniveau α entspricht:

$$P(\mu_t \in [\mu_1, \mu_2]) = \alpha \quad . \quad (4.47)$$

Bei einer frequentistischen Interpretation dieser Gleichung wird der wahre Wert nicht als variabel angesehen, sondern das Konfidenzintervall. Das heißt, dass für $\alpha = 0,9$ die Aussage "Mit neunzigprozentiger Wahrscheinlichkeit liegt der wahre Wert zwischen μ_1 und μ_2 " nicht zulässig ist. Stattdessen kann gesagt werden, dass bei wiederholter Durchführung des Experiments in 9 von 10 Fällen das jeweils resultierende Konfidenzintervall den unveränderlichen wahren Wert umschließt.

Wie ein geeignetes Intervall konstruiert werden kann, lässt sich leicht wie folgt veranschaulichen. Bei einem Zählexperiment, wie es in der vorliegende Analyse vorliegt, folgt die Anzahl der Untergrundereignisse n_b einer poissonischen Wahrscheinlichkeitsverteilung:

$$P(n_b|\lambda_b) = \frac{\lambda_b^{n_b} e^{-\lambda_b}}{n_b!} \quad . \quad (4.48)$$

Hier ist λ_b der Erwartungswert der Untergrundereignisse, der als bekannt vorausgesetzt wird. Auch die Anzahl der Signalereignisse folgt einer Poisson-Verteilung. Jedoch ist der Signalerwartungswert λ_s unbekannt und soll durch das Experiment abgeschätzt werden. Da die Summe zweier Poisson-Verteilungen ebenfalls Poissonverteilt ist, wird die Gesamtzahl der Ereignisse eine Stichprobe aus

$$P(n|\lambda_s, \lambda_b) = \frac{(\lambda_b + \lambda_s)^n e^{-(\lambda_b + \lambda_s)}}{n!} \quad (4.49)$$

sein. Diese Verteilung kann für unterschiedliche Signalstärken dargestellt werden. Abbildung 4.27 zeigt den Fall für einen Untergrund von $\lambda_b = 4,2$ und die möglichen Signalstärken von $\lambda_s = 3$ und $\lambda_s = 5,5$. Aus der jeweiligen Verteilung wird ein Intervall bestimmt, so dass das Integral über diesen Bereich das Konfidenzniveau ergibt (z.B. $\alpha = 90\%$)³⁰. Um auch die Position des Intervalls eindeutig festzulegen, wird in der vorliegenden Arbeit das Ordnungsprinzip nach Feldman und Cousins [FC98] verwendet. Durch dieses Prinzip wird eine Reihenfolge festgelegt, mit der die Akzeptanzregion erweitert wird, bis das Konfidenzniveau erreicht ist. Durch die Poisson-Verteilung $P(n|\lambda_s)$ wird für eine vorgegebene Signalstärke λ_s die Wahrscheinlichkeit

³⁰Da es bei diskreten Verteilungen wie der Poissonverteilung im Normalfall nicht möglich ist, den gewünschten Wert α exakt zu erreichen, wird ein Intervall ausgewählt, für das diese Wahrscheinlichkeit gerade überschritten wird.

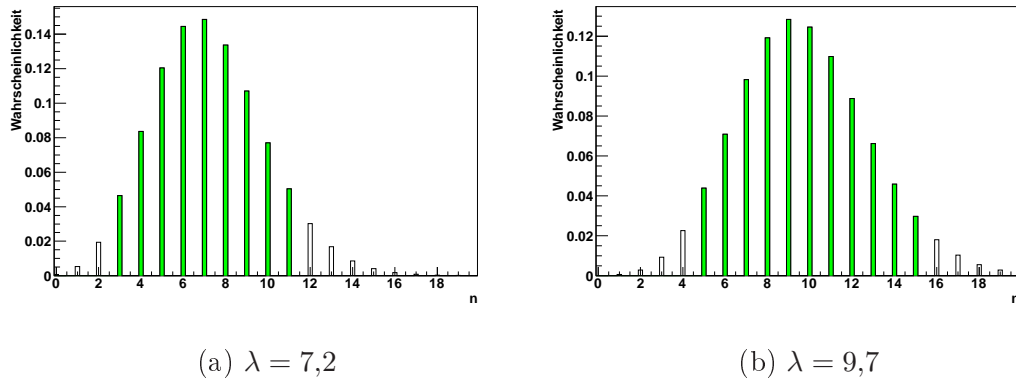


Abbildung 4.27: Poisson-Verteilungen für einen Mittelwert von 7,2 beziehungsweise 9,7. Der grün eingefärbte Bereich entspricht einer Wahrscheinlichkeit von $> 90\%$. Da es sich um eine diskrete Verteilung handelt, kann im Allgemeinen kein Intervall mit exakt 90% Wahrscheinlichkeit gefunden werden.

angegeben, einen Wert n zu messen. Daneben kann für diesen Messwert n die Signalstärke $\lambda_{s,max}$ bestimmt werden, für die die Likelihood³¹ am größten ist. Nachdem alle erlaubten Werte für n entsprechend ihren Likelihoodquotienten

$$R = P(n|\lambda_s)/P(n|\lambda_{s,max}) \quad (4.50)$$

geordnet sind, werden sie in dieser Reihenfolge sukzessive dem Intervall hinzugefügt, bis die Gesamtwahrscheinlichkeit das gewünschte Konfidenzniveau erreicht, zum Beispiel $\sum P(n|\lambda_s) > 0,9$.

In feinen Schritten werden nun die Intervalle für verschiedene Signalstärken bestimmt und als horizontale Linien dargestellt. Daraus ergibt sich die Konfidenzzone³² (Abbildung 4.28), aus der für einen bestimmten Messwert das Konfidenzintervall direkt abgelesen werden kann, indem auf der X-Achse ein senkrechter Strich an der Stelle des gemessenen Wertes eingezeichnet wird. Die Y-Koordinaten, an denen dieser Strich die Ränder der Konfidenzzone durchquert, entsprechen der oberen und unteren Grenze der Messung.

4.9.2 Statistische und systematische Unsicherheiten

Die oberen Grenzen werden aus dem in Tabelle 4.1 angegebenen Untergrund und den gemessenen Ereignissen berechnet. Während die gemessenen Ereigniszahlen keine Unsicherheit aufweisen, hängt die Genauigkeit der Untergrundschätzung von der

³¹ $P(n|\lambda_s)$ wird in diesem Fall als Likelihood bezeichnet, da der Messwert n festgehalten wird, während der ursprünglich vorgegebene Parameter λ_s variiert wird.

³²Auch mit dem Ausdruck *confidence belt* bezeichnet.

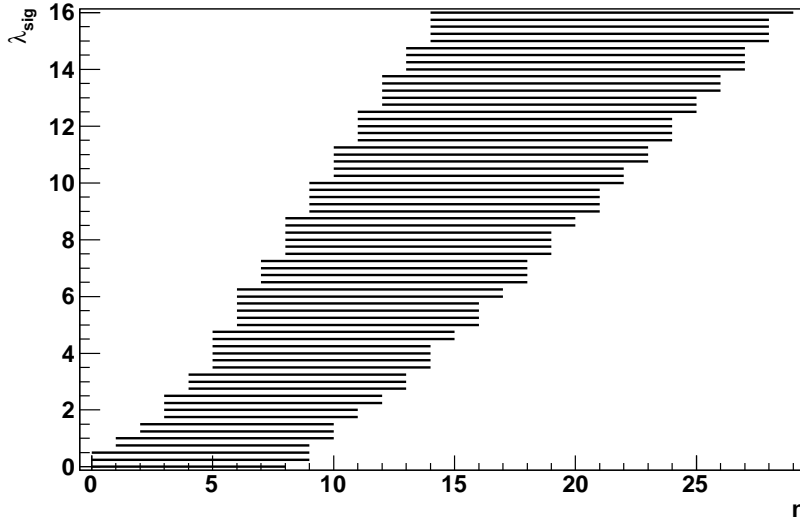


Abbildung 4.28: Konfidenzzone: Bei einem angenommenen Untergrund von $\lambda_b = 5,2$ sind für verschiedene Signalstärken λ_s die jeweiligen Intervalle, die dem Konfidenzniveau entsprechen, als horizontale Linien eingezeichnet.

Anzahl der Ereignisse im Zenitband ab. Diese statistische Unsicherheit liegt in der Größenordnung von 2%³³.

Werden lediglich Grenzen auf die Anzahl der Signalereignisse angegeben, müssen keine systematischen Unsicherheiten des Detektors oder der astrophysikalischen Modelle berücksichtigt werden. Diese treten erst bei der Umrechnung der Ereigniszahlen in die dazugehörigen geschwindigkeitsgemittelten Annihilationsquerschnitte $\langle \sigma v \rangle$ auf. Die Umrechnung ist in Abschnitt 4.6 beschrieben und kann verkürzt mit

$$\lambda_s = a \langle \sigma v \rangle J \quad (4.51)$$

angegeben werden, wobei sowohl der astrophysikalische Faktor J als auch die Detektoreigenschaften, die hier in dem Faktor a zusammengefasst werden, Unsicherheiten aufweisen. Während die J -Faktoren zusammen mit den Unsicherheiten in [AAA⁺11b] veröffentlicht sind, wird die Berechnung der Detektorunsicherheiten im Folgenden beschrieben. Danach wird erläutert, wie die Unsicherheiten bei der Berechnung von oberen Grenzen berücksichtigt werden [CBHP03].

³³Beispiel: Der Untergrund für die Segue 1 und dem Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ wird aus einer Statistik von 3342 Ereignissen abgeschätzt, was einer Unsicherheit von 1,7% entspricht.

Annihilationskanal	WIMP-Masse	90° – 120°			90° – 120°			90° – 120°		
		<1 TeV	1 TeV-10 TeV	>10 TeV	<1 TeV	1 TeV-10 TeV	>10 TeV	<1 TeV	1 TeV-10 TeV	>10 TeV
$\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$		0.18	0.15	0.16	0.21	0.21	0.15	0.19	0.19	0.12
$\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$		0.26	0.16	0.15	0.18	0.22	0.21	0.16	0.22	0.19
$\chi\chi \rightarrow W^+W^-$		0.17	0.15	0.15	0.22	0.21	0.15	0.21	0.18	0.14
$\chi\chi \rightarrow \mu^+\mu^-$		0.18	0.15	0.16	0.20	0.21	0.14	0.19	0.19	0.11
$\chi\chi \rightarrow \nu\bar{\nu}$		0.15	0.14	0.16	0.25	0.18	0.09	0.24	0.15	0.15

Tabelle 4.2: Tabelle der relativen experimentellen Unsicherheiten σ_{rel} .

Bestimmung der Detektorunsicherheiten

Wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, werden in dieser Arbeit mit dem Eismodell und der Effizienz der Photondetektion die wichtigsten Ursachen von systematischen Unsicherheiten berücksichtigt. Um zu ermitteln welchen Einfluss diese Effekte auf die Ergebnisse haben, werden zwei Simulationen mit verschiedenen Eismodellen sowie zwei Simulationen mit 10% höherer beziehungsweise niedrigerer Quanteneffizienz der Photomultiplier verwendet. Für jede Simulation werden die Flüsse berechnet, die sich aus einer festen Messung ergeben. Die Beträge der relativen Differenzen zwischen den Eismodellen und die halben Differenzen zwischen den 90%- und 110%-Quanteneffizienzen werden als Unsicherheiten interpretiert. Sie sind in Abbildung 4.29 als Funktion der WIMP-Masse zusammen mit der Gesamtunsicherheit zu sehen, die sich quadratisch aus den einzelnen Unsicherheiten addiert. Um die auftretenden Fluktuationen zu unterdrücken und dennoch sensitiv auf die Massenabhängigkeit zu sein, werden Mittelwerte für drei Massenbereiche gebildet, die durch horizontale Linien angedeutet sind. Die Zenitabhängigkeit wird berücksichtigt, indem die Unsicherheiten für die drei Winkelbereiche 90° – 120°, 120° – 150° und 150° – 180° bestimmt werden. Dieser Vorgang wird für jeden Annihilationskanal durchgeführt, so dass insgesamt 45 Unsicherheiten verwendet werden, die in Tabelle 4.2 aufgeführt sind.

Obere Grenzen unter Berücksichtigung von Unsicherheiten

Ergibt die Messung des Faktors a aus Gleichung 4.51 einen Wert von a_0 , so kann mit $\sigma_a = \sigma_{\text{rel}} \cdot a_0$ bei relativer Unsicherheit σ_{rel} aus Tabelle 4.2 die Likelihood

$$\mathcal{L}(a_0|a_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_a} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{a_t-a_0}{\sigma_a}\right)^2} . \quad (4.52)$$

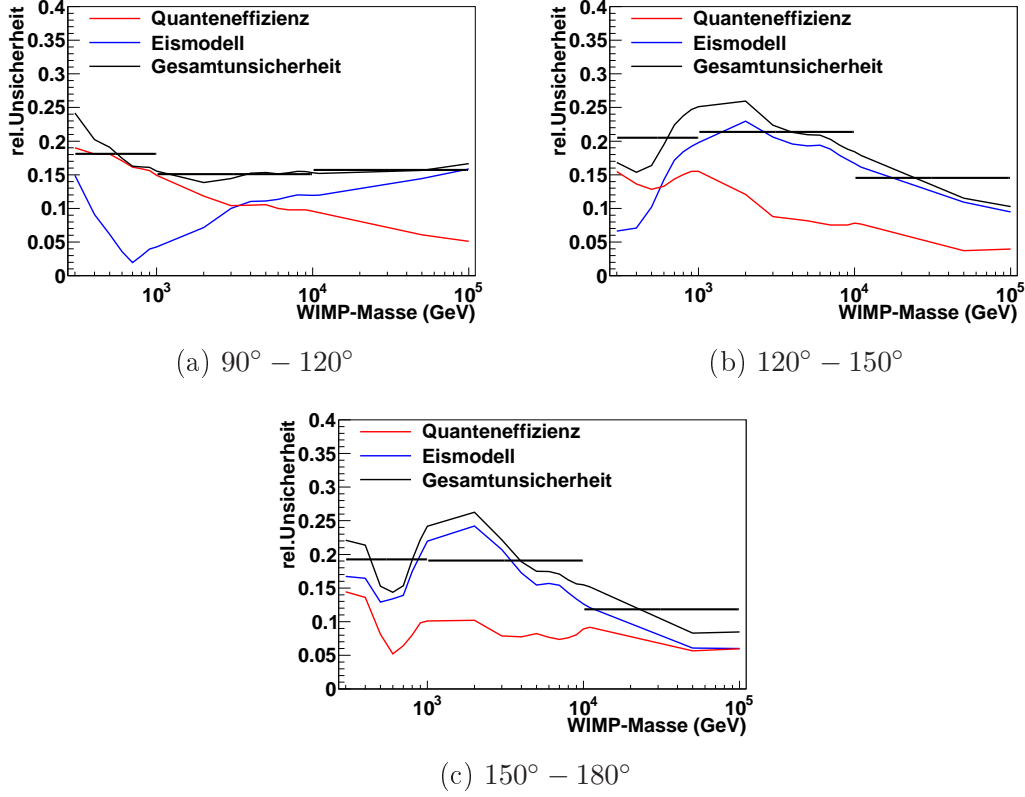


Abbildung 4.29: Relative Unsicherheiten für den Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ in verschiedenen Winkelbereichen.

für den wahren Wert a_t aufgestellt werden. Die Unsicherheiten auf die Detektoreigenschaften pflanzen sich bei einer Messung der Signalereignisse λ_s fort, so dass entsprechend die Likelihood

$$\mathcal{L}(\lambda_{s,0}|\lambda_{s,t}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\lambda_s}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_{s,t}-\lambda_{s,0}}{\sigma_{\lambda_s}}\right)^2} \quad (4.53)$$

angegeben werden kann. Dabei tritt aufgrund der linearen Beziehung zwischen λ_s und a die gleiche relative Unsicherheit auf, $\sigma_{\lambda_s} = \sigma_{\text{rel}} \cdot \lambda_{s,0}$. In der bayesischer Betrachtungsweise, bei der die Likelihood als Wahrscheinlichkeitsdichte für den wahren Wert interpretiert wird [Cou95], können die Unsicherheiten bei der Berechnung der Grenzen berücksichtigt werden, indem Gleichung 4.49 mit der Likelihood gefaltet wird [CBHP03],

$$P(\lambda_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\lambda_s}} \int_0^\infty P(n|\lambda_{s,t}, \lambda_b) e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_{s,t}-\lambda_{s,0}}{\sigma_{\lambda_s}}\right)^2} d\lambda_{s,t} \quad , \quad (4.54)$$

bevor die Intervalle zur Konstruktion der Konfidenzzone bestimmt werden.

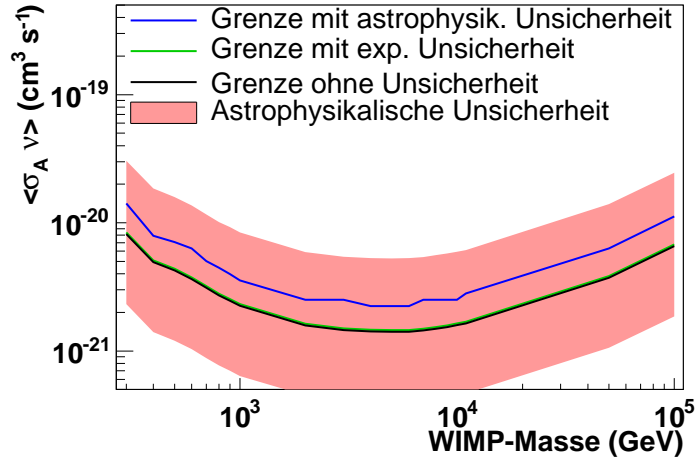


Abbildung 4.30: Obere Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt im Kanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ für die Zwerggalaxie Segue 1. Dargestellt sind die Grenzen mit und ohne Berücksichtigung von experimentellen und astrophysikalischen Unsicherheiten. Zusätzlich ist als rotes Band die Breite des astrophysikalischen Unsicherheitsbereichs eingezeichnet.

Die astrophysikalischen Faktoren J haben eine sehr hohe Unsicherheit und werden üblicherweise im logarithmischen Maßstab angegeben. So ist beispielsweise in Tabelle 2.1 der J -Faktor für Segue 1 mit

$$\log(J/\text{GeV}^2\text{cm}^{-5}) = 19,6 \pm 0,5 \quad (4.55)$$

angegeben. Folglich entspricht die Likelihood für $\log J$ einer Normalverteilung und die Likelihood für J einer Log-Normalverteilung³⁴,

$$\mathcal{L}(J_0|J_t) = \frac{1}{\ln 10} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\log(J)} J} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\log(J)_t - \log(J)_0}{\sigma_{\log(J)}} \right)^2} . \quad (4.56)$$

Auch die Unsicherheit des astrophysikalischen Faktors pflanzt sich auf den Erwar-

³⁴Entgegen der üblichen Praxis eine Größe als log-normalverteilt zu bezeichnen, wenn ihr natürlicher Logarithmus (\ln) einer Normalverteilung folgt, bezieht sich hier der Begriff Log-Normalverteilung auf den Logarithmus zur Basis zehn (\log). Dadurch kommt ein zusätzlicher Normierungsfaktor $1/(\ln 10)$ zustande.

tungswert der Signalereignisse λ_s fort³⁵,

$$\mathcal{L}(\lambda_{s,0}, \lambda_{s,t}) = \frac{1}{\ln 10} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\log(J)}\lambda_s} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(\frac{\lambda_s}{a\langle\sigma v\rangle}) - \log(J)_0}{\sigma_{\log(J)}}\right)^2}. \quad (4.57)$$

Wie für die Detektorunsicherheiten wird auch diese Likelihood mit Gleichung 4.49 gefaltet, um daraus die Konfidenzzone zu konstruieren.

Die hier beschriebene Bestimmung von Grenzen mit der Feldman-Cousins-Methode unter Berücksichtigung von Unsicherheiten wurden für die vorliegende Arbeit in der ROOT-Umgebung implementiert. Dabei werden die Faltungen numerisch berechnet. Der Faktor a in Gleichung 4.57 wird ermittelt, indem in Gleichung 4.51 die zuvor berechneten Grenzen auf λ_s und $\langle\sigma v\rangle$ ohne Berücksichtigung von Unsicherheiten eingesetzt werden.

In Abbildung 4.30 ist der Einfluss der Unsicherheiten auf die oberen Grenzen abgebildet. Während die experimentellen Detektorunsicherheiten nur eine kleine Verschlechterung der Grenzen zur Folge haben, sind die Veränderungen durch die astrophysikalischen Unsicherheiten wesentlich deutlicher. Im Weiteren werden jedoch die letztgenannten Unsicherheiten aus folgendem Grund nicht berücksichtigt: Durch Gleichung 4.51 können die Grenzen leicht umgerechnet werden, wenn in Zukunft genauere Vermessungen der Dunkle-Materie-Halos und damit neuere J -Faktoren zur Verfügung stehen. Diese Möglichkeit besteht nicht, wenn auch die Unsicherheiten der bisher verwendeten J -Faktoren eingerechnet sind.

Abbildung 4.31 zeigt schließlich die oberen Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt für verschiedene Quellen unter Berücksichtigung von experimentellen Unsicherheiten. Die Grenzen für weitere Annihilationskanäle finden sich in Anhang E zusammen mit den entsprechenden Sensitivitäten.

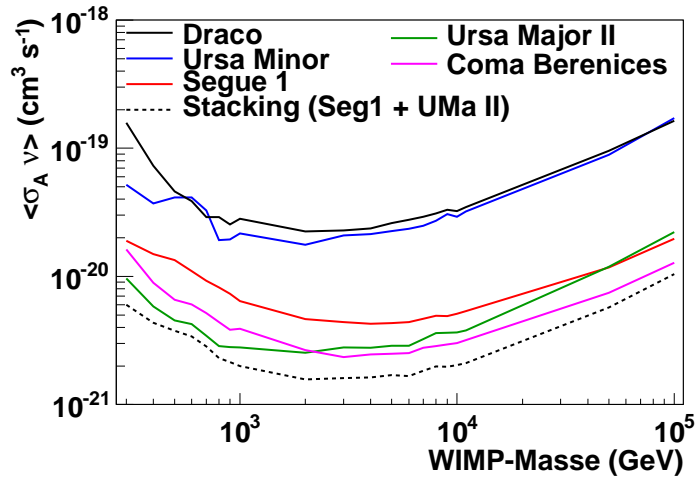
4.10 Vergleich mit bisherigen Analysen

Ein Vergleich der Resultate verschiedener Experimente ist für die Annihilationskanäle $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ und $\chi\chi \rightarrow \mu^+\mu^-$ in Abbildung 4.32 zu sehen. Neben den in dieser Arbeit ermittelten Grenzen für den Virgo-Haufen unter Berücksichtigung von Substrukturen und für das Stacking von Zwerggalaxien ist das Ergebnis einer IceCube-Analyse des galaktischen Halos [AAA⁺11a] dargestellt. Weiterhin sind die

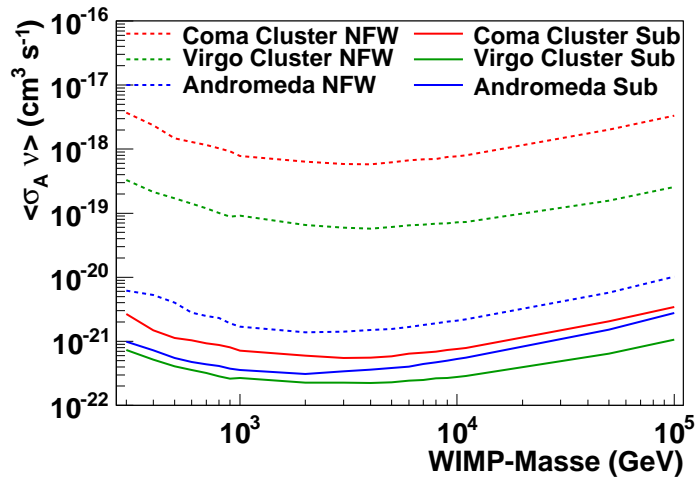
³⁵Wenn die Variable x der Verteilung $p_x(x)$ folgt, kann die Verteilung einer abgeleiteten Variable $y = g(x)$ mit

$$p_y(y) = \frac{dx}{dy} \cdot p(x) = \frac{d}{dy} g^{-1}(y) \cdot p_x(g^{-1}(y))$$

berechnet werden. Im vorliegenden Fall ist $x = \log(J)$ normalverteilt ($p_x(x) = \mathcal{N}(\log(J))$) und der Zusammenhang mit der Größe $y = \lambda_s$ ist mit $x = g^{-1}(y) \Leftrightarrow \log(J) = \log(\lambda_s / (a\langle\sigma v\rangle))$ gegeben. Daraus folgt, dass λ_s einer Verteilung entsprechend Gleichung 4.57 folgt.



(a) Grenzen aus der Analyse von Zwerggalaxien.



(b) Grenzen aus der Analyse von Galaxienhaufen und von M31.

Abbildung 4.31: Obere Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt gegen die angenommene WIMP-Masse für den Kanal $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$.

Ergebnisse von VERITAS für Segue 1 [AAA⁺12h], von H.E.S.S. für den Fornax-Haufen [AAA⁺12f], von Fermi-LAT für eine kombinierte Analyse von Zwerggalaxien [AAA⁺11b] und für den Fornax-Haufen [AAA⁺10b] eingezeichnet. Für kleine Massen können mit Gamma-Teleskopen stärkere Grenzen gesetzt werden. Insbesondere ist hier die Fermi-Analyse von Zwerggalaxien zu nennen, durch die im Massenbereich bis etwa 50 GeV die erwarteten Wirkungsquerschnitte im $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ -Kanal ausgeschlossen werden, die sich für WIMPs als thermale Relikte ergeben (siehe Abschnitt 2.5).

Dagegen liefert – unter der Voraussetzung, dass der Einfluss der Substrukturen in den Halos so stark ist wie angenommen – die vorliegende Analyse des Virgo-Haufens für Massen oberhalb von 5 TeV für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ und oberhalb von 10 TeV

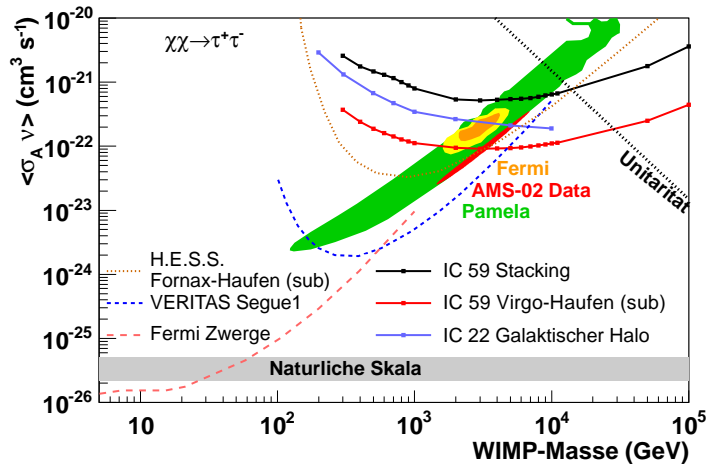
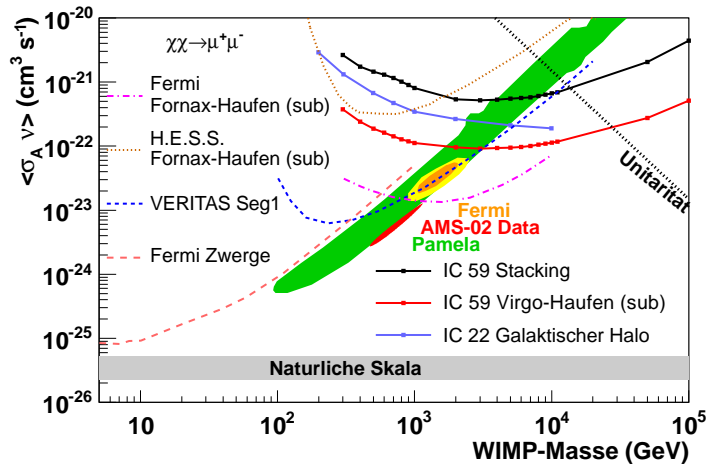
(a) Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$.(b) Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow \mu^+\mu^-$.

Abbildung 4.32: Vergleich verschiedener Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt.

für $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ die stärksten Grenzen. Die Unitaritätsgrenze wird bei etwa 30 TeV erreicht. Die Interpretation, dass der von Pamela und AMS-02 gemessene Positronüberschuss (grüner/roter Bereich) und der von Fermi gemessene Positron-Elektron-Fluss (gelber Bereich) von Dunkler Materie verursacht wird [MPSV10,Kop13], kann teilweise ausgeschlossen werden.

Kapitel 5

Zusammenfassung

In den letzten Jahren wurden deutliche Fortschritte bei der Suche nach Dunkler Materie erzielt. Sowohl der Streuquerschnitt als auch der Wirkungsquerschnitt zur Selbstannihilation konnte durch verschiedene Experimente stark eingeschränkt werden. So deuten die Ergebnisse aus der Suche von hochenergetischen Photonen aus Zwerggalaxien an, dass der Annihilationsquerschnitt für geringe WIMP-Massen und bestimmte Annihilationskanäle kleiner ist, als für die Erklärung von Dunkler Materie als thermales Relikt des frühen Universums nötig ist.

Für die vorliegende Arbeit wurde zum ersten Mal eine Suche nach Neutrinos aus Zwerggalaxien, Galaxienhaufen und aus unserer Nachbargalaxie M31 durchgeführt. Die mithilfe des IceCube-Detektors aufgenommenen Ereignisse wurden zu diesem Zweck in einer sorgfältig ausgearbeiteten multivariaten Analyse selektiert. Eine wichtige verwendete Entscheidungsvariable ist die Schätzung der individuellen Richtungsauflösung unter Verwendung der Cramér-Rao-Ungleichung, die im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde. Weiterhin wurde in einem Optimierungsprozess das Niveau der Untergrundreduktion sowie die Größe des räumlichen Suchfensters so eingerichtet, dass bestmögliche Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt der Dunklen Materie gesetzt werden konnten. Durch ein Stacking von Zwerggalaxien konnte der Annihilationsquerschnitt noch weiter eingeschränkt werden. Zur Berücksichtigung von systematischen Fehlern wurde eine halb-bayesische Methode implementiert und erstmals innerhalb der IceCube-Kollaboration auch für logarithmische Unsicherheiten angewendet.

Es konnte gezeigt werden, dass – unter der Voraussetzung, dass der Effekt der Unterstrukturen so stark ist wie angenommen – die Analyse von Galaxienhaufen sensitiver ist als Neutrinosuchen im galaktischen Zentrum und Halo. Insbesondere kann der Annihilationsquerschnitt im Bereich hoher WIMP-Massen von einigen TeV stärker eingeschränkt werden als durch bisherige Suchen mit Gammateleskopen. Für die direkte Annihilation von WIMPs in Neutrinos konnte die bisher stärkste Grenze gesetzt werden, da durch Analysen von Gamma-Teilchen offensichtlich keine Aussagen für diesen Kanal getroffen werden können. Durch die erreichten Ausschlussgrenzen wird die Interpretation des mit Pamela und Fermi gemessenen Positron- und

Elektronflusses als Signal der Dunklen Materie teilweise in Frage gestellt.

Nachfolgende Analysen mit den Daten des vollständigen Detektors werden die Sensitivität weiter verbessern. Durch den DeepCore-Unterdetektor bietet sich die Möglichkeit, niedrigere WIMP-Massen zu testen und durch die Selektion von im Detektor startenden Spuren auch Quellen im Südhimmel zu berücksichtigen.

Durch die Aufstellung von stark einschränkenden Annihilationsgrenzen konnte mit dieser Arbeit ein kleiner Beitrag zur Klärung der Frage geleistet werden, wie sich die Welt zusammensetzt. Die Zukunft wird zeigen, was sich hinter der rätselhaften Dunklen Materie tatsächlich verbirgt.

Anhang A

Berechnung der J -Faktoren

In Abschnitt 2.5.2 wird beschrieben, wie der J -Faktor numerisch berechnet werden kann. Durch Vereinfachungen lässt sich auch eine analytische Näherung angeben. Dazu werden die Integrationsgrenzen so gewählt, dass sie der sphärischen Symmetrie des Halos entsprechen. Wird das NFW-Profil über den schraffierten Bereich in Abbildung A.1 integriert, ergibt sich für den J -Faktor der Ausdruck

$$J(r_\alpha) = \frac{4\pi}{3} \rho_0^2 r_s^3 \frac{1}{R^2} \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{r_\alpha}{r_s}\right)^3} \right) , \quad (\text{A.1})$$

beziehungsweise durch Ersetzen des Grenzradius $r_\alpha = R \cdot \cos \alpha$:

$$J(\alpha) = \frac{4\pi}{3} \rho_0^2 r_s^3 \frac{1}{R^2} \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{R \cdot \cos \alpha}{r_s}\right)^3} \right) . \quad (\text{A.2})$$

Dabei wird lediglich der äußere Bereich des Halos vernachlässigt, in dem die Dichte sehr klein ist und somit kaum zum J -Faktor beiträgt. In Abbildung A.2 wird der J -Faktor für die Andromedagalaxie in Abhängigkeit vom Integrationswinkel gezeigt. Die Punkte zeigen die numerisch mit einem Kegelmantel als Integrationsgrenze berechneten Werte, während die beschriebene analytische Näherung durch die durchgezogene Linie dargestellt ist. Aufgrund der limitierten Winkelauflösung von IceCube sind die optimalen Suchfenstergrößen dieser Analyse größer als ein Grad. Für diesen Integrationsbereich stimmen die beiden Berechnungsmethoden nahezu überein, da diese Radien den größten Teil des Halos einschließen.

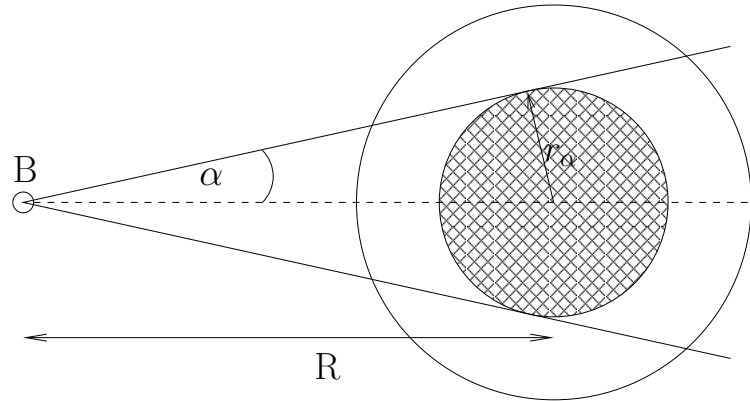


Abbildung A.1: Vereinfachte Berechnung des J -Faktors. Die Integration wird über den schraffierten Bereich durchgeführt.

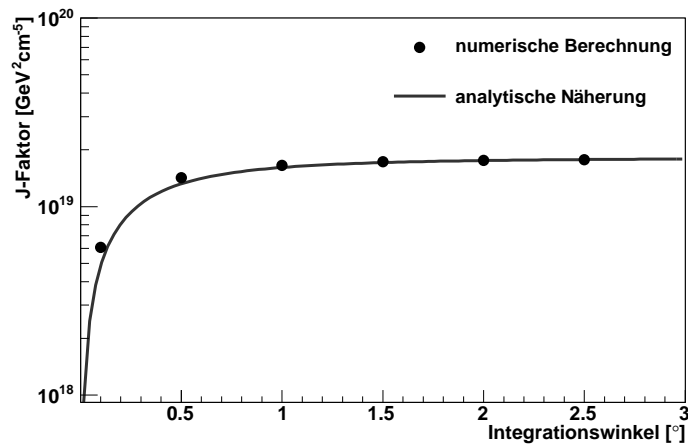


Abbildung A.2: Kumulativer J -Faktor der Andromeda-Galaxie gegen den Integrationswinkel nach numerischer Berechnung über den exakten Integrationsbereich und nach analytischer Berechnung über den genäherten Integrationsbereich.

Anhang B

Koordinatensysteme

Durch die Rotation der Erde findet eine Bewegung des Detektors gegenüber den gesuchten Neutrinoquellen statt. Daher müssen verschiedene Koordinatensysteme verwendet werden.

Für die Rekonstruktion der Teilchenspuren wird ein ortsfestes Detektorsystem definiert. Die y -Achse läuft vom Koordinatenursprung entlang des Nullmeridians in Richtung Greenwich, die x -Achse im 90° -Winkel in Uhrzeigerrichtung und die z -Achse nach oben, so dass ein rechtshändiges System gebildet wird. Der Nullpunkt dieses Systems ist bezüglich des Vermessungssystems der Amundsen-Scott-Station¹ auf die Koordinaten 46500 ft E, 52200 ft N und eine Meereshöhe von 2900 ft festgelegt und liegt damit zentral im Detektor. Durch das Fließen des Gletschers bewegt sich der Detektor und das Koordinatensystem um etwa 10 m pro Jahr gegenüber der Erde. Dieser Prozess ist jedoch nebensächlich, solange die Ausrichtung des Koordinatensystems fest ist. Als Spurrichtung wird die Herkunftsrichtung der Teilchen in Kugelkoordinaten angegeben. Dabei bezeichnet der Zenitwert den Winkel zur positiven z -Achse und der Azimutwert den Winkel zur x -Achse in der x - y -Ebene. Teilchen mit Zenitwerten kleiner als 90° kommen also von oben, während bei größeren Zenitwerten die Erde durchquert wurde.

Die Position von astronomischen Objekten wird in Koordinatensystemen beschrieben, die ortsfest bezüglich des Himmels sind. Die untersuchten Quellen in Tabelle 2.1 sind in äquatorialen Koordinaten angegeben. Die Deklination beschreibt den Winkel zur Äquatorialebene und liegt zwischen -90° und $+90^\circ$. Positive Werte liegen dabei im Nordhimmel, negative Werte im Süden. Der zweite Winkel wird Rektaszension genannt und bezieht sich auf eine Achse, die in Richtung des Frühlingspunktes zeigt, in dem die Sonne zum Frühlingsbeginn steht. Die Rektaszension wird im Stunden-

¹Bei Vermessungen am Südpol ist das Kugelkoordinatensystem von Längen- und Breitengraden nicht praktikabel ("Jede Richtung ist Norden"). Daher wird ein kartesisches System verwendet, das einen Referenzpunkt in der Nähe der Station hat. Von dort aus wird die Entfernung Richtung Nullmeridian ("nördliche Richtung") und die Entfernung in die dementsprechende "östliche Richtung" gemessen. Die Entfernungen werden in der veralteten Einheit Fuß (1 ft=0,3048 m) angegeben, und mit 50000 addiert, um negative Werte zu vermeiden.

winkel von 0 h bis 24 h angegeben, wodurch Beobachtungszeiten von Sternen leichter bestimmt werden können.

Die z -Achsen des Detektorsystems und des äquatorialen Koordinatensystems sind identisch. Damit ist die Umrechnung zwischen Zenit und Deklination trivial: Beide Werte unterscheiden sich lediglich um 90° . Dagegen ist der Zusammenhang zwischen Azimut und Rektaszension wegen der Drehung der Erde komplexer. Bei der Umrechnung muss nicht nur die Uhrzeit des Tages sondern auch das Datum berücksichtigt werden².

Das ebenfalls gebräuchliche galaktische Koordinatensystem bezieht sich auf die Ebene der Milchstraße und hat die Sonne als Ursprung. Bei der Umrechnung in äquatoriale Koordinaten wird durch die Berücksichtigung der astronomischen Epoche die Präzession der Erde einberechnet. Die aktuell gültige Standarddepoche ist J2000.

²Wegen des Umlaufs um die Sonne unterscheiden sich Sonnen- und Sternentage. Die Erde dreht sich an einem Sonnentag um etwa 361° .

Anhang C

Ableitungen für die Cramér-Rao-Ungleichung

Für die Berechnung der Fisher-Informationsmatrix (siehe Abschnitt 4.4.2) müssen für den quadratischen Abstand d^2 zwischen der Spur und dem DOM die Ableitungen nach den Spurparametern berechnet werden. Die Ableitungen nach Zenit (Θ), Azimut (Φ) und den verschobenen Vertexparametern (x' , y') sind im Folgenden angegeben. Dabei bezeichnen die Größen x_{DOM} , y_{DOM} und z_{DOM} die Position des DOMs und x , y , z den ursprünglichen Spurvertex.

$$\begin{aligned} \frac{\partial d^2}{\partial \Theta} &= 2 \cdot (\cos \Theta [(y - y_{\text{DOM}}) \cos \Phi + (x_{\text{DOM}} - x) \sin \Phi]^2 \sin \Theta \\ &\quad + [(z_{\text{DOM}} - z) \cos \Phi \cos \Theta + (x_{\text{DOM}} - x) \sin \Theta] \\ &\quad \cdot [(x - x_{\text{DOM}}) \cos \Theta + (z_{\text{DOM}} - z) \cos \Phi \sin \Theta] \\ &\quad + [(z - z_{\text{DOM}}) \cos \Theta \sin \Phi + (y - y_{\text{DOM}}) \sin \Theta] \\ &\quad \cdot [(y_{\text{DOM}} - y) \cos \Theta + (z - z_{\text{DOM}}) \sin \Phi \sin \Theta]) \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial d^2}{\partial \Phi} &= 2 \cdot ((y - y_{\text{DOM}}) \cos \Phi + (x_{\text{DOM}} - x) \sin \Phi) \sin \Theta \\ &\quad \cdot ((z_{\text{DOM}} - z) \cos \Theta + ((x_{\text{DOM}} - x) \cos \Phi + (y_{\text{DOM}} - y) \sin \Phi) \sin \Theta) \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial d^2}{\partial x'} &= 2 \cdot ((x - x_{\text{DOM}}) \cos^2 \Theta + (z_{\text{DOM}} - z) \cos \Phi \cos \Theta \sin \Theta \\ &\quad + \sin \Phi [(y_{\text{DOM}} - y) \cos \Phi + (x - x_{\text{DOM}}) \sin \Phi] \sin^2 \Theta) \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial d^2}{\partial y'} &= 2 \cdot ((y - y_{\text{DOM}}) \cos^2 \Theta + (z_{\text{DOM}} - z) \cos \Theta \sin \Phi \sin \Theta \\ &\quad + \cos \Phi [(y - y_{\text{DOM}}) \cos \Phi + (x_{\text{DOM}} - x) \sin \Phi] \sin^2 \Theta) \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Anhang D

Schätzer für die Likelihood

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Methode zur Schätzung der Likelihood entwickelt. Für eine vorgegebene Spur kann der Erwartungswert berechnet werden, indem zur Pandelfunktion¹

$$p(t_{res}, d_{eff}) = \frac{1}{N(d_{eff})\Gamma(d_{eff}/\lambda)\tau} \left[\frac{t_{res}}{\tau} \right]^{d_{eff}/\lambda-1} e^{-t_{res}(1/\tau+c/\lambda_a)-d_{eff}/\lambda_a} \quad (D.1)$$

die zeitlichen Mittelwerte für jedes DOM gebildet und nach einer Wichtung mit den jeweiligen Trefferwahrscheinlichkeiten $q_{hit}(d)$ summiert werden, wobei d die Entfernung zwischen DOM und Spur ist:

$$(\ln \mathcal{L})_{est} = \sum_i^{\text{DOMs}} q_{hit}(d_i) \cdot \langle \ln p(t_i, d_i) \rangle \quad (D.2)$$

Dabei kann die Trefferwahrscheinlichkeit

$$q_{hit}(d) = (1 - e^{-\mu(d)}) \quad (D.3)$$

aus der erwarteten Photonenzahl $\mu(d)$ bestimmt werden.

Eine Vereinfachung der Berechnung lässt sich durch

- die Summierung über die tatsächlich getroffenen DOMs, statt der gewichteten Summierung über alle DOMs und durch
- die Verwendung der Likelihood der mittleren Ankunftszeit statt der mittleren Likelihood

erzielen:

$$(\ln \mathcal{L})_{est} = \sum_i^{\text{Treffer}} \ln p(\langle t \rangle, d_i) \quad (D.4)$$

¹Die Pandelfunktion beschreibt die Ankunfts wahrscheinlichkeiten der Photonen, siehe Abschnitt 4.3.

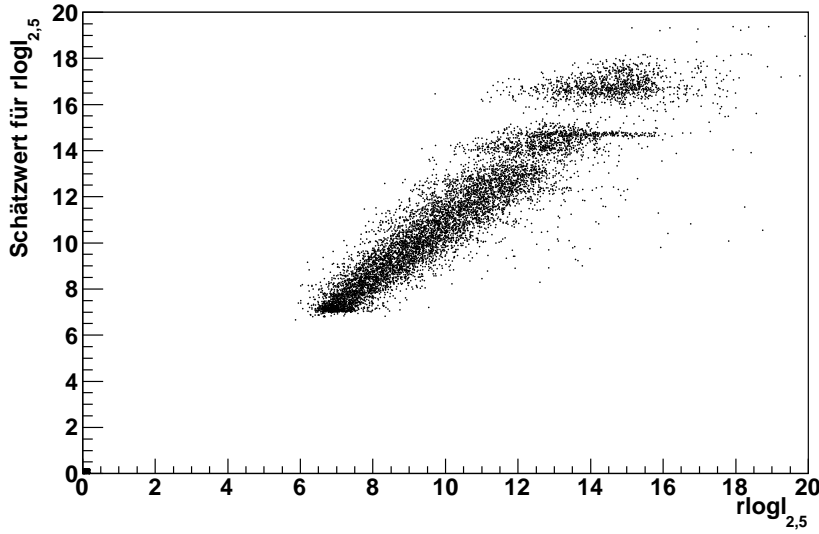


Abbildung D.1: Mithilfe des Linefits geschätzte reduzierte Loglikelihood gegen den tatsächlichen Wert für die MPE-Rekonstruktion. Die Strukturen entstehen durch die Division durch die ganzzahlige Trefferanzahl.

Für den Mittelwert der Ankunftszeit gilt:

$$\langle t \rangle = \int_0^{\infty} t' p(t', d) \cdot dt' = \frac{d \cdot \tau}{\lambda + c\tau \frac{\lambda}{\lambda_a}} \approx 7,25 \cdot d \quad (\text{D.5})$$

Durch Einsetzen der Zahlenwerte $\lambda_a = 98 \text{ m}$, $\lambda = 33,3 \text{ m}$ und $\tau = 557 \text{ ns}$ kann die Likelihood mit

$$(\ln \mathcal{L})_{est} = \sum_i^{\text{Treffer}} \ln \frac{(7,25 \cdot d_i)^{(0,03d_i - 1)}}{\Gamma(0,03 \cdot d_i)} e^{(-0,195 \cdot d_i)} \quad (\text{D.6})$$

abgeschätzt werden.

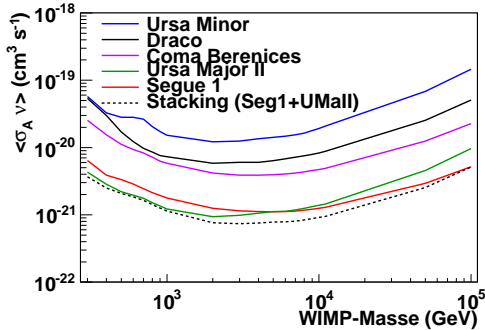
Mit dieser Größe kann die Qualität einer Likelihoodrekonstruktion für ein Ereignis bereits abgeschätzt werden, bevor diese durchgeführt wird. Dazu reicht es aus, mit einer schnellen First-Guess-Methode eine ungefähre Spur berechnet zu haben. In Abbildung D.1 ist die Korrelation zwischen diesem Schätzwert und der tatsächlichen Likelihood dargestellt.

In der vorliegenden Arbeit wurden Daten verwendet, auf die bereits Likelihoodrekonstruktionen angewendet wurden. Daher wurde die Methode der Likelihoodschätzung nicht weiter verfolgt.

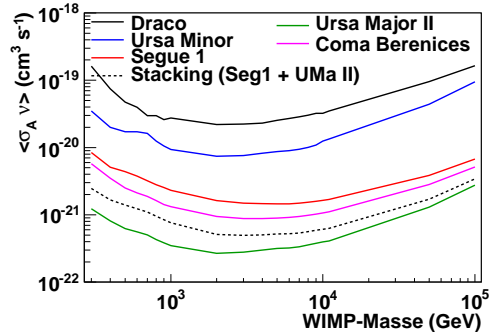
Anhang E

Resultate

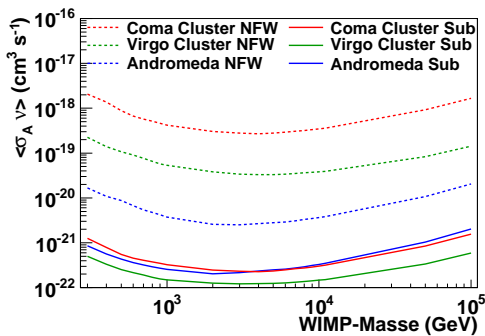
In Abbildung 4.25 und 4.31 sind die Sensitivitäten beziehungsweise die Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt für den Kanal $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$ dargestellt. Hier folgen die entsprechenden Ergebnisse für die übrigen untersuchten Annihilationskanäle. Die Abweichungen zwischen Sensitivitäten und Grenzen sind durch die statistischen Unter- bzw. Überfluktuationen verursacht, die in Tabelle 4.1 aufgeführt sind.



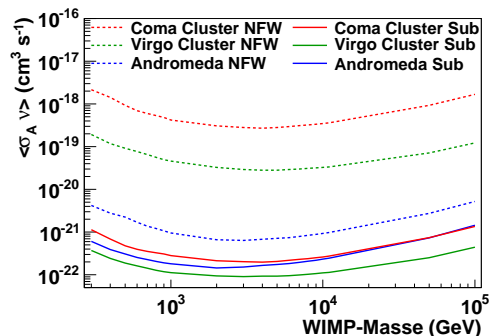
(a) Sensitivitäten des Annihilationsquerschnittes für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$.



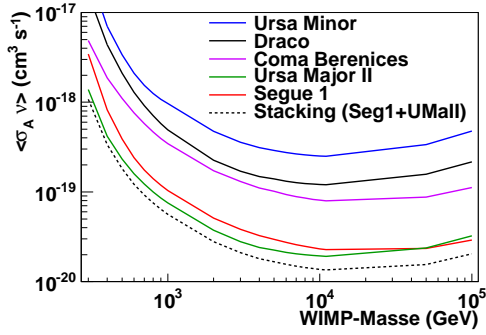
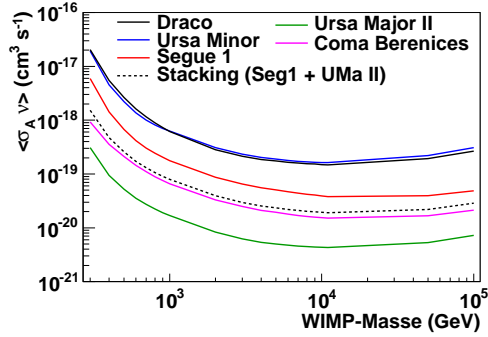
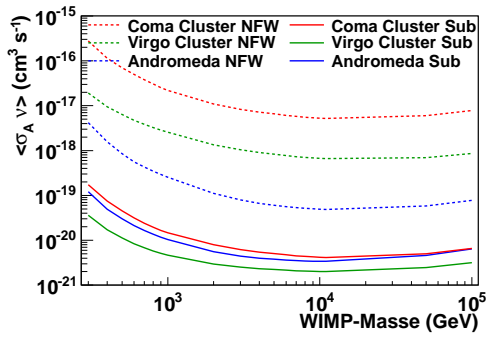
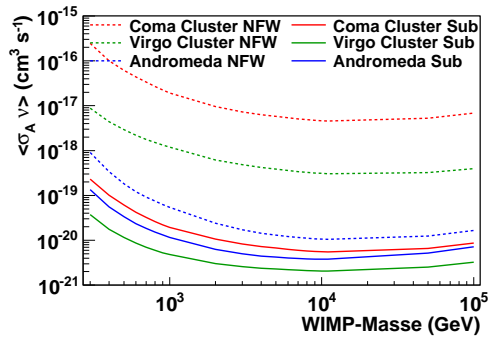
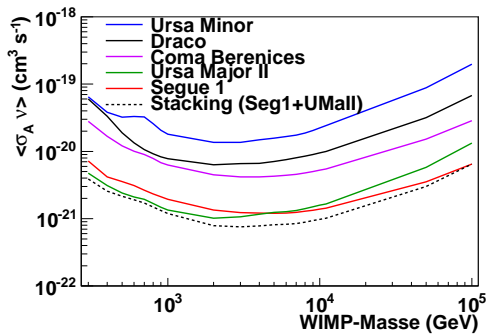
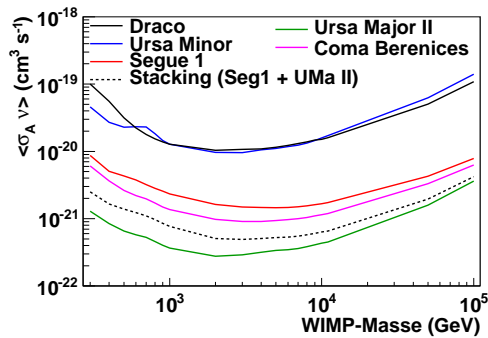
(b) Grenze auf den Annihilationsquerschnitt für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$.

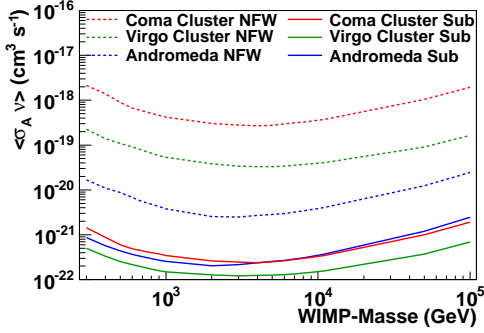
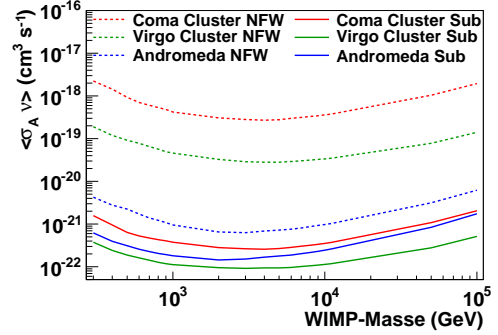
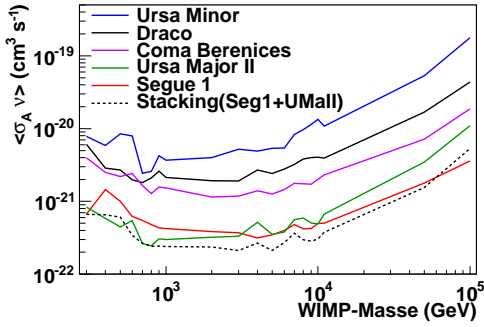
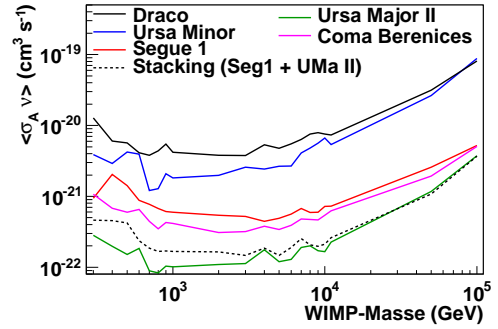
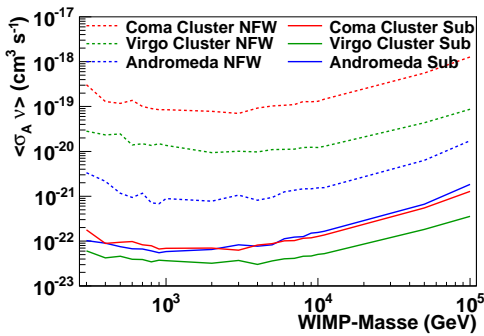
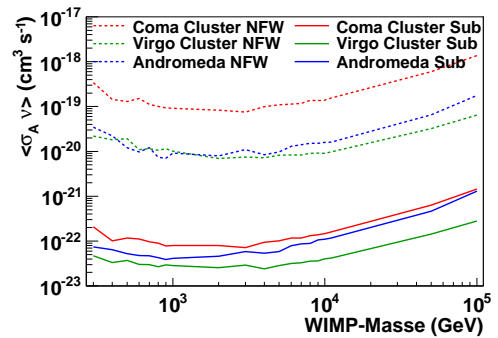


(c) Sensitivitäten des Wirkungsquerschnittes für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$.



(d) Grenze auf den Annihilationsquerschnitt für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$.

(e) Sensitivitäten des Annihilationsquerschnittes für den Kanal $\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$.(f) Grenze auf den Annihilationsquerschnitt für den Kanal $\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$.(g) Sensitivitäten des Wirkungsquerschnittes für den Kanal $\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$.(h) Grenze auf den Annihilationsquerschnitt für den Kanal $\chi\chi \rightarrow b\bar{b}$.(i) Sensitivitäten des Annihilationsquerschnittes für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \mu^+\mu^-$.(j) Grenze auf den Annihilationsquerschnitt für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \mu^+\mu^-$.

(k) Sensitivitäten des Wirkungsquerschnittes für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \mu^+\mu^-$.(l) Grenze auf den Annihilationsquerschnitt für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \mu^+\mu^-$.(m) Sensitivitäten des Annihilationsquerschnittes für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \nu\bar{\nu}$.(n) Grenze auf den Annihilationsquerschnitt für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \nu\bar{\nu}$.(o) Sensitivitäten des Wirkungsquerschnittes für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \nu\bar{\nu}$.(p) Grenze auf den Annihilationsquerschnitt für den Kanal $\chi\chi \rightarrow \nu\bar{\nu}$.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Wirkungsquerschnitte für verschiedene Neutrinoreaktionen gegen die Energie. Entnommen aus [Sch97].	6
2.2	Der Abstrahlungswinkel des Tscherenkow-Lichts kann mit Elementarwellen, die eine Wellenfront bilden, konstruiert werden. Abbildung nach [Jac62].	7
2.3	Energiespektrum der kosmischen Strahlung. Entnommen aus [Bec].	8
2.4	Energiespektrum atmosphärischer Elektron- und Myon-Neutrinos. In rosa ist der erwartete Neutrinofluss aus Hadronen mit Charmanteil dargestellt. Aus [AAA ⁺ 13c].	9
2.5	Rotationskurve einer typischen Spiralgalaxie (NGC 6503). Der Dunkle-Materie-Halo wurde angepasst, so dass die Daten von der durchgezogenen Linie beschrieben werden. Die Einzelkomponenten von sichtbarer Materie, von Gas und von Dunkler Materie sind ebenfalls eingezeichnet. Entnommen aus [BBS91].	12
2.6	Energiespektren für Neutrinoflüsse aus der Annihilation von WIMPs der Masse 3 TeV.	16
2.7	Der Abstand s zwischen Punkt P und einem Beobachter B auf der Erde kann mit dem Kosinussatz in den Abstand r zwischen Punkt P und dem Halozentrum Z umgerechnet werden.	17
2.8	J -Faktor gegen die Integrationsgrenze für die Draco-Zwerggalaxie. Die Parameter $\rho_0 = 10^{7,2} \text{ M}_\odot \text{ kpc}^{-3}$, $r_s = 10^{0,45} \text{ kpc}$ für das NFW-Profil und $\rho_0 = 10^{8,1} \text{ M}_\odot \text{ kpc}^{-3}$, $r_s = 10^{0,15} \text{ kpc}$ für das Burkert-Profil wurden [MSC06a] entnommen.	18
2.9	J -Faktor der Andromeda-Galaxie gegen die Integrationsgrenze für verschiedene Haloparameter: [BIRS08](blau), [FTB07](rot), [TTT07](schwarz)	19
2.10	J -Faktoren gegen die Integrationsgrenze für Andromeda, den Coma-Haufen und den Virgo-Haufen unter Berücksichtigung von Subhalos.	20
3.1	Streu- und Absorptionskoeffizienten des antarktischen Eises am Südpol in Abhängigkeit von der Wellenlänge und der Tiefe. Entnommen aus [AAB ⁺ 06].	22
3.2	Schematischer Aufbau des IceCube-Detektors mit dem Teildetektor DeepCore und dem Oberflächendetektor IceTop. Zum Größenvergleich ist der Eiffelturm dargestellt. Erstellt von Danielle Vevea und Jamie Yang.	24

3.3	Schematische Aufsicht auf den Detektor. Die schwarzen Punkte repräsentieren die 59 Strings, die zur Saison 2009/10 installiert waren. Entnommen aus [AAA ⁺ 13a].	25
3.4	Skizze eines digitalen optischen Moduls	26
4.1	Ausbreitung des Tscherenkow-Lichts für ein Myon, das in Richtung \vec{p} fliegt. Ein Photon benötigt die geometrische Zeit t_{geo} um auf dem direkten Weg von seinem Entstehungsort auf der Spur zum optischen Modul zu gelangen.	33
4.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zeitresiduen für Abstände von 20 m, 40 m und 60 m (Pandel-Funktionen).	34
4.3	Vergleich der Auflösungen für die Rekonstruktionen LineFit, SPE-Fit und MPE-Fit für Neutrinos mit einer Energiegewichtung, die atmosphärischen Neutrinos entspricht. Oben: Abweichung der rekonstruierten von der wahren Spur. Unten: Median der Abweichungsverteilung gegen die Energie des Neutrinos (durchgezogene Linie) bzw. des Myons (gestrichelte Linie).	35
4.4	Punkte, deren Likelihood um 0,5 vom Maximum abweichen, liegen auf der Konfidenzellipse. Die Halbachsen werden mit σ_{err1} und σ_{err2} bezeichnet, die Auflösungen in Zenit und Azimut mit σ_{Φ} und σ_{Θ} . . .	38
4.5	Abweichungen der rekonstruierten von der wahren Richtung gegen die Cramér-Rao-Werte. Links ist der Zenit dargestellt, rechts der Azimut.	43
4.6	Abweichungen zwischen rekonstruierten und wahren Zenitwerten für verschiedene Cramér-Rao-Intervalle. Angefittet wurde jeweils eine Gauß-Funktion im zentralen Bereich ($\pm 2,5 \cdot \sigma_{\Theta}$). Grundlage der Plots sind simulierte Neutrinos mit einem Spektrum von E^{-2}	44
4.7	Wahre Auflösung gegen den Schätzwert. Links ist die Auflösung der Zenitwerte dargestellt, rechts die Azimutauflösung. In den oberen beiden Plots ist die Cramér-Rao-Abschätzung zu sehen, in den unteren die Paraboloidabschätzung. Zusätzlich ist jeweils die Winkelhalbierende eingezeichnet, auf der ein idealer Schätzer läge.	45
4.8	Pull-Verteilung der Auflösungsschätzer für Zenit und Azimut. Ideale Schätzer würden Gauß-Verteilungen der Breite 1 liefern. Die an die tatsächlichen Verteilungen angepassten Gauß-Funktionen haben eine Breite von 0,9 für den Cramér-Rao-Zenit und 1,1 für den Cramér-Rao-Azimut. Die Pullbreiten der Paraboloidschätzung sind 1,3 für den Zenit und 1,5 für den Azimut.	46
4.9	Abhängigkeit der Breite der Pull-Verteilung von der Energie. Ein idealer Schätzer hätte unabhängig von der Energie die Breite 1, dargestellt durch die durchgezogene Linie.	47
4.10	NCh, NHits und NString.	49
4.11	Auflösungsschätzer.	50
4.12	Einfluss der Anzahl der Parameter auf die reduzierte Likelihood. . . .	51

4.13	Reduzierte Likelihood mit 1,5 Parametern $rlogl_{1,5}$ gegen die Anzahl der getroffenen Module NCh für simulierte Neutrinodaten (blau) und für falsch rekonstruierte atmosphärische Myonen (rot). Zusätzlich ist der Verlauf von Schnitten auf $rlogl_{2,5}$ und auf $rlogl_5$ eingezeichnet, während Schnitte auf $rlogl_{1,5}$ in dieser Darstellung horizontal verlaufen.	52
4.14	Reduzierte Likelihood.	53
4.15	Differenz zwischen bayesischer und uneingeschränkter Loglikelihood.	54
4.16	Winkeldifferenz zwischen verschiedenen Rekonstruktionen.	54
4.17	Direkte Treffer.	55
4.18	Prinzip der Fisher'schen Diskriminanzanalyse. Aus den gemessenen Größen x_1 und x_2 wird eine Linearkombination gebildet, so dass der Abstand der beiden Klassen D gegenüber den Varianzen maximal wird. Entnommen aus [Lü07].	59
4.19	Zur Auswahl der multivariaten Methode und des Variablensatzes.	61
4.20	Verteilung der BDT-Werte für unterschiedliche Datensätze: gemessene Daten (untergrunddominiert), simulierte atmosphärische Neutrinos und simulierte Neutrinos aus WIMP-Annihilationen. Der vertikale Strich deutet einen typischen Schnittwert an.	63
4.21	Sensitivität gegen die Anzahl der erwarteten Untergrundereignisse.	65
4.22	Punktspreizfunktionen für WIMPs der Masse 1 TeV und den Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ vor und nach der Faltung mit verschiedenen Quellprofilen.	66
4.23	Zur Optimierung: Sensitivität geteilt durch Effizienz als Funktion der Suchfenstergröße und des BDT-Schnittwertes.	67
4.24	Vergleich der Sensitivitäten für Segue 1 bei einer individuellen Optimierung aller Massenhypothesen und bei einer einheitlichen, auf eine WIMP-Masse von 5 TeV optimierten Wahl von BDT-Schnitt und Suchfenstergröße.	68
4.25	Sensitivitäten gegen die angenommene WIMP-Masse für den Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$.	71
4.26	Sensitivitäten für das Stacking von verschiedenen Quellkombinationen für den Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$.	72
4.27	Poisson-Verteilungen für einen Mittelwert von 7,2 beziehungsweise 9,7. Der grün eingefärbte Bereich entspricht einer Wahrscheinlichkeit von $> 90\%$. Da es sich um eine diskrete Verteilung handelt, kann im Allgemeinen kein Intervall mit exakt 90% Wahrscheinlichkeit gefunden werden.	76
4.28	Konfidenzzone: Bei einem angenommenen Untergrund von $\lambda_b = 5,2$ sind für verschiedene Signalstärken λ_s die jeweiligen Intervalle, die dem Konfidenzniveau entsprechen, als horizontale Linien eingezeichnet.	77
4.29	Relative Unsicherheiten für den Annihilationskanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ in verschiedenen Winkelbereichen.	79

4.30	Obere Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt im Kanal $\chi\chi \rightarrow \tau^+\tau^-$ für die Zwerggalaxie Segue 1. Dargestellt sind die Grenzen mit und ohne Berücksichtigung von experimentellen und astrophysikalischen Unsicherheiten. Zusätzlich ist als rotes Band die Breite des astrophysikalischen Unsicherheitsbereichs eingezeichnet.	80
4.31	Obere Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt gegen die angenommene WIMP-Masse für den Kanal $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$	82
4.32	Vergleich verschiedener Grenzen auf den Annihilationsquerschnitt. . .	83
A.1	Vereinfachte Berechnung des J -Faktors. Die Integration wird über den schraffierten Bereich durchgeführt.	88
A.2	Kumulativer J -Faktor der Andromeda-Galaxie gegen den Integrationswinkel nach numerischer Berechnung über den exakten Integrationsbereich und nach analytischer Berechnung über den genäherten Integrationsbereich.	88
D.1	Mithilfe des Linefits geschätzte reduzierte Loglikelihood gegen den tatsächlichen Wert für die MPE-Rekonstruktion. Die Strukturen entstehen durch die Division durch die ganzzahlige Trefferanzahl.	93

Tabellenverzeichnis

2.1	Liste der untersuchten Zwerggalaxien, Galaxien und Galaxienhaufen. Für M31 und die Galaxienhaufen wurden keine Fehler veröffentlicht. . .	19
4.1	Selektionsparameter und Anzahl an Ereignissen für die untersuchten Quellen und Annihilationskanäle.	74
4.2	Tabelle der relativen experimentellen Unsicherheiten σ_{rel}	78

Literaturverzeichnis

- [AAA⁺] ADE, P.A.R. ; AGHANIM, N. ; ARMITAGE-CAPLAN, C. u.a.: Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters.
- [AAA⁺06a] ACHTERBERG, A. ; ACKERMANN, M. ; ADAMS, J. u.a.: First year performance of the IceCube neutrino telescope. In: *Astroparticle Physics* 26 (2006), Oktober, S. 155–173
- [AAA⁺06b] ACHTERBERG, A. ; ACKERMANN, M. ; ADAMS, J. u.a.: On the selection of AGN neutrino source candidates for a source stacking analysis with neutrino telescopes. In: *Astroparticle Physics* 26 (2006), November, S. 282–300
- [AAA⁺08] ABRAHAM, J. ; ABREU, P. ; AGLIETTA, M. u.a.: Observation of the Suppression of the Flux of Cosmic Rays above $4 \cdot 10^{19}$ eV. In: *Physical Review Letters* 101 (2008), August, Nr. 6, S. 061101
- [AAA⁺09] ABBASI, R. ; ACKERMANN, M. ; ADAMS, J. u.a.: The IceCube data acquisition system: Signal capture, digitization, and timestamping. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 601 (2009), April, S. 294–316
- [AAA⁺10a] ABBASI, R. ; ABDU, Y. ; ABU-ZAYYAD, T. u.a.: Calibration and characterization of the IceCube photomultiplier tube. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 618 (2010), Juni, S. 139–152
- [AAA⁺10b] ACKERMANN, M. ; AJELLO, M. ; ALLAFORT, A. u.a.: Constraints on dark matter annihilation in clusters of galaxies with the Fermi large area telescope. In: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 5 (2010), Mai, S. 25
- [AAA⁺11a] ABBASI, R. ; ABDU, Y. ; ABU-ZAYYAD, T. u.a.: Search for dark matter from the Galactic halo with the IceCube Neutrino Telescope. In: *Physical Review D* 84 (2011), Juli, Nr. 2, S. 022004
- [AAA⁺11b] ACKERMANN, M. ; AJELLO, M. ; ALLAFORT, A. u.a.: Constraining Dark Matter Models from a Combined Analysis of Milky Way Satellites with the Fermi Large Area Telescope. In: *Physical Review Letters* 107 (2011), Dezember, Nr. 24, S. 241302
- [AAA⁺12a] AAD, G. ; ABAJYAN, T. ; ABBOTT, B. u.a.: Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. In: *Physics Letters B* 716 (2012), September, S. 1–29

- [AAA⁺12b] ABBASI, R. ; ABDU, Y. ; ABU-ZAYYAD, T. u.a.: Multiyear search for dark matter annihilations in the Sun with the AMANDA-II and IceCube detectors. In: *Physical Review D* 85 (2012), Februar, Nr. 4, S. 042002
- [AAA⁺12c] ABBASI, R. ; ABDU, Y. ; ABU-ZAYYAD, T. u.a.: Searching for soft relativistic jets in Core-collapse Supernovae with the IceCube Optical Follow-up Program. In: *Astronomy & Astrophysics* 539 (2012), März, S. A60
- [AAA⁺12d] ABBASI, R. ; ABDU, Y. ; ABU-ZAYYAD, T. u.a.: The design and performance of IceCube DeepCore. In: *Astroparticle Physics* 35 (2012), Mai, S. 615–624
- [AAA⁺12e] ABBASI, R. ; ABDU, Y. ; ACKERMANN, M. u.a.: Search for Neutrinos from Annihilating Dark Matter in the Direction of the Galactic Center with the 40-String IceCube Neutrino Observatory. (2012), Oktober. – arxiv:1210.3557 [hep-ex]
- [AAA⁺12f] ABRAMOWSKI, A. ; ACERO, F. ; AHARONIAN, F. u.a.: Search for Dark Matter Annihilation Signals from the Fornax Galaxy Cluster with H.E.S.S. In: *Astrophysical Journal* 750 (2012), Mai, S. 123
- [AAA⁺12g] ACKERMANN, M. ; AJELLO, M. ; ALLAFORT, A. u.a.: Measurement of Separate Cosmic-Ray Electron and Positron Spectra with the Fermi Large Area Telescope. In: *Physical Review Letters* 108 (2012), Januar, Nr. 1, S. 011103
- [AAA⁺12h] ALIU, E. ; ARCHAMBAULT, S. ; ARLEN, T. u.a.: VERITAS deep observations of the dwarf spheroidal galaxy Segue 1. In: *Physical Review D* 85 (2012), März, Nr. 6, S. 062001
- [AAA⁺12i] APRILE, E. ; ALFONSI, M. ; ARISAKA, K. u.a.: Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data. In: *Physical Review Letters* 109 (2012), S. 181301
- [AAA⁺13a] AARTSEN, M. G. ; ABBASI, R. ; ABDU, Y. u.a.: An IceCube Search for Dark Matter Annihilation in nearby Galaxies and Galaxy Clusters. (2013). – 1307.3473 [astro-ph.HE]
- [AAA⁺13b] AARTSEN, M. G. ; ABBASI, R. ; ABDU, Y. u.a.: Evidence for High-Energy Extraterrestrial Neutrinos at the IceCube Detector. In: *Science* 342 (2013), Nr. 6161, S. 1242856
- [AAA⁺13c] AARTSEN, M. G. ; ABBASI, R. ; ABDU, Y. u.a.: Measurement of the Atmospheric ν_e Flux in IceCube. In: *Physical Review Letters* 110 (2013), Apr, S. 151105
- [AAA⁺13d] ADE, P. A. R. ; AGHANIM, N. ; ARMITAGE-CAPLAN, C. u.a.: Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. (2013), März. – arXiv:1303.5062 [astro-ph.CO]

- [AAA⁺13e] AGUILAR, M. ; ALBERTI, G. ; ALPAT, B. u.a.: First Result from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station: Precision Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5–350 GeV. In: *Physical Review Letters* 110 (2013), Apr, S. 141102
- [AAB⁺02] AHRENS, J. ; ANDRÉS, E. ; BAI, X. u.a.: Limits to the muon flux from WIMP annihilation in the center of the Earth with the AMANDA detector. In: *Physical Review D* 66 (2002), August, Nr. 3, S. 032006
- [AAB⁺06] ACKERMANN, M. ; AHRENS, J. ; BAI, X. u.a.: Optical properties of deep glacial ice at the South Pole. In: *Journal of Geophysical Research* 111 (2006), Juli, S. 13203
- [AAB⁺13] AKERIB, D. S. ; ARAUJO, H. M. ; BAI, X. u.a.: First results from the LUX dark matter experiment at the Sanford Underground Research Facility. (2013). – arXiv:1310.8214 [astro-ph.CO]
- [ABB⁺] AN, F. P. ; BAI, J. Z. ; BALANTEKIN, A. B. u.a.: Observation of Electron-Antineutrino Disappearance at Daya Bay. In: *Physical Review Letters*
- [ABB⁺04] AHRENS, J. ; BAI, X. ; BAY, R. u.a.: Muon track reconstruction and data selection techniques in AMANDA. In: *Nucl.Instrum.Meth.* A524 (2004), Mai, S. 169–194
- [ABB⁺09] ADRIANI, O. ; BARBARINO, G. C. ; BAZILEVSKAYA, G. A. u.a.: An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5–100 GeV. In: *Nature* 458 (2009), April, S. 607–609
- [ABB⁺12] ANGLOHER, G. ; BAUER, M. ; BAVYKINA, I. u.a.: Results from 730 kg days of the CRESST-II Dark Matter search. In: *European Physical Journal C* 72 (2012), April, S. 1971
- [AFSW09] ARKANI-HAMED, N. ; FINKBEINER, D. P. ; SLATYER, T. R. ; WEINER, N.: A theory of dark matter. In: *Physical Review D* 79 (2009), Januar, Nr. 1, S. 015014
- [BBC⁺08] BERNABEI, R. ; BELLI, P. ; CAPPELLA, F. u.a.: First results from DAMA/LIBRA and the combined results with DAMA/NaI. In: *European Physical Journal C* 56 (2008), August, S. 333
- [BBS91] BEGEMAN, K. G. ; BROEILS, A. H. ; SANDERS, R. H.: Extended rotation curves of spiral galaxies - Dark haloes and modified dynamics. In: *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 249 (1991), April, S. 523–537
- [Bec] BECKER, J. K.: High-energy neutrinos in the context of multimessenger physics. In: *Physics Reports* 458, S. 173–246
- [BHS] BERTONE, G. ; HOOPER, D. ; SILK, J.: Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints. In: *Physics Reports*. 405, S. 279–390

- [BIRS08] BOYARSKY, A. ; IAKUBOVSKIY, D. ; RUCHAYSKIY, O. ; SAVCHENKO, V.: Constraints on decaying dark matter from XMM-Newton observations of M31. In: *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 387 (2008), Juli, S. 1361–1373
- [BQ03] BARENBOIM, G. ; QUIGG, C.: Neutrino observatories can characterize cosmic sources and neutrino properties. In: *Physical Review D* 67 (2003), Apr, S. 073024
- [Bri09] BRINGMANN, T.: Particle models and the small-scale structure of dark matter. In: *New Journal of Physics* 11 (2009), Oktober, Nr. 10, S. 105027
- [Bur95] BURKERT, A.: The Structure of Dark Matter Halos in Dwarf Galaxies. In: *Astrophysical Journal* 447 (1995), Juli, S. L25
- [CBHP03] CONRAD, J. ; BOTNER, O. ; HALLGREN, A. ; PÉREZ DE LOS HEROS, C.: Including systematic uncertainties in confidence interval construction for Poisson statistics. In: *Physical Review D* 67 (2003), Januar, Nr. 1, S. 012002
- [CCD⁺11] CHARBONNIER, A. ; COMBET, C. ; DANIEL, M. u.a.: Dark matter profiles and annihilation in dwarf spheroidal galaxies: perspectives for present and future γ -ray observatories - I. The classical dwarf spheroidal galaxies. In: *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 418 (2011), Dezember, S. 1526–1556
- [Chi11] CHIRKIN, D.: Study of South Pole ice transparency with IceCube flashers. In: *International Cosmic Ray Conference*, 2011
- [CKS⁺12] CHATRCHYAN, S. ; KHACHATRYAN, V. ; SIRUNYAN, A. M. u.a.: Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. In: *Phys.Lett.* B716 (2012), September, S. 30–61
- [Cou95] COUSINS, R. D.: Why isn't every physicist a Bayesian? In: *American Journal of Physics* 63 (1995), S. 398
- [Cow98] COWAN, G.: *Statistical Data Analysis*. Oxford Science Publications, 1998
- [CR04] CHIRKIN, D. ; RHODE, W.: Propagating leptons through matter with Muon Monte Carlo (MMC). (2004)
- [Cra45] CRAMÉR, H.: *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton Univ. Press, 1945
- [De 08] DE YOUNG, T. FÜR DIE ICECUBE KOLLABORATION: Results from seven years of AMANDA-II. In: *Journal of Physics Conference Series* 136 (2008), November, Nr. 2, S. 022046
- [FC98] FELDMAN, G. J. ; COUSINS, R. D.: A Unified approach to the classical statistical analysis of small signals. In: *Physical Review D* 57 (1998), S. 3873

- [Fis36] FISHER, R.A.: The use of multiples measurements in taxonomic problems. In: *Annals of Eugenics* 7 (1936), S. 179–188
- [FTB07] FORNASE, M. ; TAOSO, M. ; BERTONE, G.: Gamma rays from dark matter minispikes in the Andromeda Galaxy M31. In: *Physical Review D* 76 (2007), August, Nr. 4, S. 043517
- [Gai90] GAISSER, T. K.: *Cosmic Rays and Particles*. Cambridge University Press, 1990
- [GEU⁺04] GONDOLO, P. ; EDSJÖ, J. ; ULLIO, P. u. a.: DarkSUSY: computing supersymmetric dark matter properties numerically. In: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 7 (2004), Juli, S. 8
- [GFJ⁺] GAO, L. ; FRENK, C.S. ; JENKINS, A. u. a.: Where will supersymmetric dark matter first be seen? In: *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* 419, S. 1721
- [GK90] GRIEST, K. ; KAMIONKOWSKI, M.: Unitarity limits on the mass and radius of dark-matter particles. In: *Physical Review Letters* 64 (1990), Feb, S. 615–618
- [Gru93] GRUPEN, C.: *Teilchendetektoren*. Bibliographisches Institut & F.A. Brockhaus AG, 1993
- [Hes12] HESS, V. F.: Über Beobachtungen der durchdringenden Strahlung bei sieben Freiballonfahrten. In: *Physikalische Zeitschrift* 13 (1912), S. 1084–1091
- [HFE⁺12] HAN, J. ; FRENK, C. S. ; EKE, V. R. u.a.: Evidence for extended gamma-ray emission from galaxy clusters. (2012). – arxiv:1201.1003 [astro-ph.HE]
- [HKC⁺98] HECK, D. ; KNAPP, J. ; CAPDEVIELLE, J.N. u. a.: CORSIKA: A Monte Carlo code to simulate extensive air showers. In: *Report KfK* 6019 (1998)
- [HR03] HILL, G. C. ; RAWLINS, K.: Unbiased cut selection for optimal upper limits in neutrino detectors: The Model rejection potential technique. In: *Astroparticle Physics* 19 (2003), S. 393–402
- [HSS⁺07] HOECKER, A. ; SPECKMAYER, P. ; STELZER, J. u. a.: TMVA: Toolkit for Multivariate Data Analysis. In: *PoS ACAT* (2007), S. 040
- [Hui01] HUI, L.: Unitarity Bounds and the Cuspy Halo Problem. In: *Physical Review Letters* 86 (2001), April, S. 3467–3470
- [Jac62] JACKSON, J. D.: *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons Inc., 1962
- [JR75] JAMES, F. ; ROOS, M.: Minuit: A System for Function Minimization and Analysis of the Parameter Errors and Correlations. In: *Comput.Phys.Commun.* 10 (1975), S. 343–367

- [Kop13] KOPP, J.: Constraints on dark matter annihilation from AMS-02 results. In: *Physical Review D* 88 (2013), Oktober, Nr. 7, S. 076013
- [LMB⁺07] LUNDBERG, J. ; MIOCINOVIC, P. ; BURGESS, T. u. a.: Light tracking for glaciers and oceans: Scattering and absorption in heterogeneous media with Photonics. In: *Nucl.Instrum.Meth.* A581 (2007), S. 619–631
- [Lü07] LÜNEMANN, J.: *Entfaltung des Energiespektrums atmosphärischer Myonen mit dem AMANDA-Neutrino teleskop*, Universität Dortmund, Diplomarbeit, 2007
- [Mar97] MARTIN, S. P.: *A Supersymmetry primer*. 1997. – arxiv:hep-ph/9709356
- [MPSV10] MEADE, P. ; PAPUCCI, M. ; STRUMIA, A. ; VOLANSKY, T.: Dark Matter interpretations of the e^\pm excesses after FERMI. In: *Nuclear Physics B* 831 (2010), Mai, S. 178–203
- [MSC06a] MASHCHENKO, S. ; SILLS, A. ; COUCHMAN, H. M.: Constraining Global Properties of the Draco Dwarf Spheroidal Galaxy. In: *Astrophysical Journal* 640 (2006), März, S. 252–269
- [MSC06b] MASHCHENKO, S. ; SILLS, A. ; COUCHMAN, H. M.: Constraining Global Properties of the Draco Dwarf Spheroidal Galaxy. In: *Astrophysical Journal* 640 (2006), März, S. 252–269
- [Mur07] MURASE, K.: High energy neutrino early afterglows from gamma-ray bursts revisited. In: *Physical Review D* 76 (2007), Dec, S. 123001
- [Neu04] NEUNHÖFFER, T.: *Die Entwicklung eines neuen Verfahrens zur Suche nach kosmischen Neutrino-Punktquellen mit dem AMANDA-Neutrino teleskop*, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Diss., 2004
- [Ney37] NEYMAN, J.: Outline of a Theory of Statistical Estimation Based on the Classical Theory of Probability. In: *Philos. Trans. R. Soc. London* (1937), S. 333
- [NFW97] NAVARRO, J. F. ; FRENK, C. S. ; WHITE, S. D. M.: A Universal density profile from hierarchical. In: *Astrophysical Journal* 490 (1997), S. 493–508
- [Pan96] PANDEL, D.: *Bestimmung von Wasser- und Detektorparametern und Rekonstruktion von Myonen bis 100 TeV mit dem Baikal-Neutrino teleskop NT-72*, Humboldt-Universität zu Berlin, Diplomarbeit, 1996
- [PPB11] PINZKE, A. ; PFROMMER, C. ; BERGSTRÖM, L.: Prospects of detecting gamma-ray emission from galaxy clusters: Cosmic rays and dark matter annihilations. In: *Physical Review D* 84 (2011), Dec, S. 123509
- [Rao45] RAO, C. R.: Information and the Accuracy Attainable in the Estimation of Statistical Parameters. In: *Bulletin of Cal. Math. Soc.* 37 (1945), S. 81
- [RB00] ROSENBERG, L. J. ; BIBBERB, K. A. v.: Searches for invisible axions. In: *Physics Reports* 325 (2000), S. 1–39

- [RFT80] RUBIN, V. C. ; FORD, W. K. J. ; . THONNARD, N.: Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 /R = 4kpc/ to UGC 2885 /R = 122 kpc/. In: *Astrophysical Journal* 238 (1980), Juni, S. 471–487
- [Rob92] ROBERTS, Arthur: The birth of high-energy neutrino astronomy: A personal history of the DUMAND project. In: *Reviews of Modern Physics* 64 (1992), Jan, S. 259–312
- [SBK⁺92] SMOOT, G. F. ; BENNETT, C. L. ; KOGUT, A. u. a.: Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps. In: *Astrophysical Journal* 396 (1992), September, S. L1–L5
- [SBK⁺08] STRIGARI, L. E. ; BULLOCK, J. S. ; KAPLINGHAT, M. u. a.: A common mass scale for satellite galaxies of the Milky Way. 454 (2008), August, S. 1096–1097
- [Sch97] SCHMITZ, N.: *Neutrinophysik*. Teubner-Studienbücher, 1997
- [Sch08] SCHNEIDER, P.: *Einführung in die Extragalaktische Astronomie und Kosmologie*. Springer, 2008
- [Sch09] SCHATTO, K.: *Gridbasierte IceCube Monte-Carlo-Simulation und Untersuchung eines Spurauflösungsschätzers*, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Diplomarbeit, 2009
- [SDB] STEIGMAN, G. ; DASGUPTA, B. ; BEACOM, J. F.: Precise Relic WIMP Abundance and its Impact on Searches for Dark Matter Annihilation. In: *Physical Review D* 86, S. 023506
- [Sjo95] SJOSTRAND, T.: PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4 Physics and Manual. (1995), August. – arXiv:hep-ph/9508391
- [Ste90] STENGER, V.J.: Track fitting for DUMAND-II Octacon Array. In: *External Report HDC-1-90, University of Hawai'i* (1990)
- [SVP⁺03] SPERGEL, D. N. ; VERDE, L. ; PEIRIS, H. V. u. a.: First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters. 148 (2003), September, S. 175–194
- [Tsc34] TSCHERENKOW, P. A.: Visible glow under exposure of gamma-radiation. In: *Doklady Akademii Nauk SSSR* 2 (1934), S. 451
- [TTT07] TEMPEL, E. ; TAMM, A. ; TENJES, P.: Visible and dark matter in M 31 - II. A dynamical model and dark matter density distribution. (2007), Juli. – arXiv:0707.4374 [astro-ph]
- [Wil89] WILKINS, G.A.: IAU Style Manual. In: *IAU Transactions XXB* (1989)
- [Zwi33] ZWICKY, F.: Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. In: *Helvetica Physica Acta* 6 (1933), S. 110

