

**Einzelspin-Asymmetrien
in der elastischen
Elektron-Proton-Streuung
und
die Beiträge der Strange-Quarks
zu den Formfaktoren des Nukleons**

Dissertation

zur Erlangung des Grades
„Doktor der Naturwissenschaften“

am Fachbereich Physik
der Johannes Gutenberg-Universität
in Mainz

von
Sebastian Baunack
geb. in Hamburg

Mainz, den 3. Januar 2006

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Einzelspin-Asymmetrien in der elastischen Elektron-Proton-Streuung	9
2.1	Paritätsverletzung bei Longitudinalpolarisation in der elastischen Elektron-Proton-Streuung	9
2.1.1	Strangeness im Proton	9
2.1.2	Elektromagnetische Streuung	14
2.1.3	Neutrale Ströme der schwachen Wechselwirkung	17
2.1.4	Paritätsverletzende Asymmetrie	19
2.1.5	Andere Experimente zu paritätsverletzender Elektronstreuung	22
2.2	Zwei-Photon-Austausch bei Transversal polarisation in der elastischen Elektron-Proton-Streuung	30
2.2.1	Zwei-Photon-Austausch	30
2.2.2	Andere Experimente zur Messung von A_{\perp}	35
2.3	Mischung von Longitudinal- und Transversal polarisation	36
3	Prinzip und experimenteller Aufbau des A4-Experiments	39
3.1	Meßprinzip und Anforderungen an den Meßaufbau	39
3.2	Experimentelle Realisierung	42
3.2.1	Experimentsteuerung	42
3.2.2	Quelle polarisierter Elektronen und Beschleuniger	44
3.2.3	Strahlmonitore und Strahlstabilisierungssysteme	47

3.2.4	Wasserstofftarget	48
3.2.5	PbF ₂ -Detektor	49
3.2.6	Luminositätsmonitor	50
3.2.7	Polarimeter	51
4	Messungen mit dem Bleifluorid-Kalorimeter	55
4.1	Das Bleifluoridkalorimeter	55
4.2	Die Ausleseelektronik des PbF ₂ -Kalorimeters (Medusa)	58
4.3	Energiespektren	61
4.4	Untersuchung der elastischen Ereignisse	64
4.4.1	Berechnung der Raten der elastisch gestreuten Elektronen	64
4.4.2	Extraktion der elastischen Ereignisse aus den Energiespektren	66
4.4.3	Mit dem Kalorimeter gemessene Raten der elastisch gestreuten Elektronen	73
5	Physikalische Asymmetrien in der Luminositätsmessung	77
5.1	Paritätsverletzende Asymmetrie in der Luminositätsmessung	78
5.2	Zwei-Photon-Austausch und Normalspin-Asymmetrien in der Luminositätsmessung	80
5.2.1	Normalspin-Asymmetrie A_{\perp}^{Mo} in der Møllerstreuung	80
5.2.2	Gemessene Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren	84
6	Datenanalyse - Bestimmung der physikalischen Asymmetrie	97
6.1	Bestimmung der Rohsymmetrie	98
6.2	Korrektur auf apparative Asymmetrien aus der Polarisationsumschaltung	101
6.2.1	Berechnung der apparativen Asymmetrien	102
6.2.2	Helizitätskorrelierte Strahlparameter im Experiment	107
6.2.3	Bestimmung der helizitätskorrelierten apparativen Asymmetrien aus den Experimentdaten	113

6.3	Bestimmung der physikalischen Asymmetrien A_{PV} und A_{\perp}	124
6.3.1	Besonderheiten bei longitudinaler Spinstellung	124
6.3.2	Besonderheiten bei transversaler Spinstellung	125
6.3.3	Rohasymmetrien	126
6.3.4	Physikalische Asymmetrien bei sektorenweise durchgeführter linearer Regression	128
6.3.5	Physikalische Asymmetrien bei alternativen Vorgehensweisen	135
6.3.6	Systematische Überprüfungen	138
6.3.7	Korrektur der Asymmetrien auf Untergrundprozesse	143
6.4	Bestimmung der physikalischen Asymmetrie - Zusammenfassung .	147
7	Schlußfolgerungen	151
7.1	Beitrag der Strangeness zu den Vektorformfaktoren	151
7.1.1	Elektromagnetische Formfaktoren und axialer Formfaktor .	151
7.1.2	Strange-Formfaktoren G_E^s und G_M^s	154
7.1.3	Schwache Formfaktoren \tilde{G}_E^p und \tilde{G}_M^p	159
7.1.4	Vergleich mit den Resultaten anderer Experimente zur paritätsverletzenden Elektronstreuung	160
7.2	Zwei-Photon-Austausch	161
7.3	Künftige A4-Messungen	162
8	Zusammenfassung und Ausblick	165
A		167
A.1	Geometrie des Kalorimeters	167
A.2	Kinematik	169
A.3	Meßwerte der Spindrehungen bei E=569.3 MeV und E=855.2 MeV	171
A.3.1	Spindrehung bei E=569.3 MeV	171
A.3.2	Spindrehung bei E=855.2 MeV	172
A.4	Mittelwertbildung bei Asymmetrien	173

A.5	Matrizen und Regressionskoeffizienten aus der linearen Regression .	174
A.5.1	Matrizen	174
A.5.2	Regressionskoeffizienten a^j	184
A.6	Daten zur Bestimmung der Spinnormal-Asymmetrien	186
A.7	Tabellen zur Bestimmung der Korrektur- und Fehlerbeiträge zu den Asymmetrien	188
A.8	Geplantes Meßprogramm bei transversaler Spinstellung	190
Abbildungsverzeichnis		191
Tabellenverzeichnis		195
Literaturverzeichnis		199

Kapitel 1

Einleitung

Die Beschreibung von Hadronen als gebundene Zustände aus Quarks und Gluonen ist bis heute eine Herausforderung in der modernen Physik. Die zugrundeliegende relativistische Feldtheorie ist die Quantenchromodynamik (QCD). Die physikalischen Abläufe bei sehr kleinen Abständen, d. h. großen Impulsüberträgen, lassen sich mit ihr im Rahmen einer Störungsrechnung behandeln. Bei größeren Abständen, d. h. kleinen Impulsüberträgen, etwa der Größe eines Nukleons, läßt sich die Wechselwirkung wegen der Größe der Kopplungskonstanten α_s nicht mehr perturbativ berechnen. Von besonderem Interesse ist die Struktur der Nukleonen, aus denen die Atomkerne aufgebaut sind. Proton und Neutron werden als Zustände aus drei Quarks aufgefaßt, die durch die Farbkraft der QCD gebunden sind. Darüberhinaus gibt es aber auch einen See aus Gluonen und Quark-Antiquark-Paaren. Experimentell ist der Nachweis von See-Effekten im Nukleon für Up- und Down-Quarks schwierig, da man zwischen Valenz- und Seequarks trennen muß. Eine Messung von Strange-Quark-Beiträgen zu den Eigenschaften des Nukleons ist hingegen stets auf Seequark-Effekte zurückzuführen.

Die Kollaboration A4 am Mainzer Elektronenbeschleuniger MAMI untersucht die Struktur des Protons, indem sie Asymmetrien im Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung entgegengesetzt longitudinal oder transversal polarisierter Elektronen an unpolarisierten Protonen bei Impulsübertragen im Bereich bis zu $1 \text{ (GeV}/c)^2$ mißt. Die gestreuten Elektronen werden dabei mit einem Bleifluorid-Kalorimeter nachgewiesen. Diese Asymmetrien werden auch Einzelspin-Asymmetrien genannt, um auszudrücken, daß nur ein Streupartner - hier das Elektron - polarisiert ist. Bei longitudinaler Polarisation tritt eine paritätsverletzende Asymmetrie A_{PV} auf, die den Rückschluß auf den Beitrag von Strange-/Anti-Strange-Quarks $s\bar{s}$ zu den Vektorformfaktoren des Protons ermöglicht. Bei transversaler Polarisation führen Prozesse höherer Ordnung - in erster Linie der Zwei-Photon-Austausch - zu einer Asymmetrie A_{\perp} , deren Größe

es erlaubt, den Anteil angeregter Zustände am hadronischen Zwischenzustand zu bestimmen und Zwei-Photon-Beiträge zu den Nukleon-Formfaktoren abzuschätzen.

Die physikalischen Asymmetrien im Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung liegen in der Größenordnung 10^{-6} . Statistische Fluktuationen und systematische Fehlerquellen können in das Meßergebnis in vergleichbarer Größenordnung eingehen. Eine Untersuchung systematischer Effekte ist daher unbedingt erforderlich. Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Analyse der Daten bei zwei verschiedenen Impulsüberträgen und jeweils longitudinaler und transversaler Polarisation, mit der Untersuchung des Einflusses helizitätskorrelierter Orts-, Winkel- und Energiedifferenzen des Elektronenstrahls auf die gemessene Asymmetrie, mit der Bestimmung der physikalischen Asymmetrien und schließlich mit der Extraktion des Strangeness-Beitrags zu den Vektor-Formfaktoren des Protons. In Kapitel 2 werden die theoretischen Grundlagen der elastischen $\vec{e}p$ -Streuung und die dabei auftretenden Asymmetrien behandelt sowie andere Experimente vorgestellt, welche die Messung solcher Asymmetrien zum Ziel haben. In Kapitel 3 wird der Aufbau des A4-Experiments beschrieben, soweit es für das Verständnis der Analyse erforderlich ist. Dem Bleifluorid-Kalorimeter wird ein eigenes Kapitel gewidmet (Kap. 4), ebenso der Luminositätsmessung (Kap. 5). Dort wird auch die für sich schon interessante Asymmetrie in der Møllerstreuung aufgrund des Zwei-Photon-Austauschs untersucht. In Kapitel 6, dem umfangreichsten Kapitel der Arbeit, werden die physikalischen Asymmetrien für die einzelnen Datenpunkte bestimmt. Die Implikationen der Ergebnisse auf den Strangeness-Beitrag zu den Formfaktoren des Protons werden schließlich in Kapitel 7 diskutiert.

Kapitel 2

Einzelspin-Asymmetrien in der elastischen Elektron-Proton-Streuung

2.1 Paritätsverletzung bei Longitudinalpolarisation in der elastischen Elektron-Proton-Streuung

Zum Standardmodell der Teilchenphysik gehört die Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung, welche vor nahezu vier Dekaden entwickelt wurde [1] und seither experimentell vielfach bestätigt wurde. Eine besondere Eigenschaft der schwachen Kraft ist die Paritätsverletzung. Diese Eigenschaft ermöglicht eine präzise Untersuchung der Struktur des Nukleons mit leptonischen Sonden und hier insbesondere des Beitrags von Strange-/Anti-Strange-Quarks zu den statischen Eigenschaften des Protons. In diesem Kapitel soll zunächst die Rolle der Strangeness im Proton beleuchtet werden, ehe im Anschluß daran der Formalismus der paritätsverletzenden Asymmetrie in der elastischen $\vec{e}p$ -Streuung entwickelt wird. Diese Asymmetrie erlaubt es, den Beitrag von Strange-Quarks zu den Vektor-Formfaktoren des Protons zu isolieren.

2.1.1 Strangeness im Proton

Im Rahmen des Konstituentenquark-Modells sind Mesonen gebundene Zustände aus einem Quark-/Antiquark-Paar, Baryonen gebundene Zustände aus je drei Quarks. Die Quarks tragen jeweils einen bestimmten Flavour Up, Down, Strange, Charme, Bottom oder Top (u, d, s, c, b, t). Das Proton beispielsweise besteht aus der Kombination zweier Up- und eines Down-Quarks uud (Abb. 2.1.1 (1)). Dieses

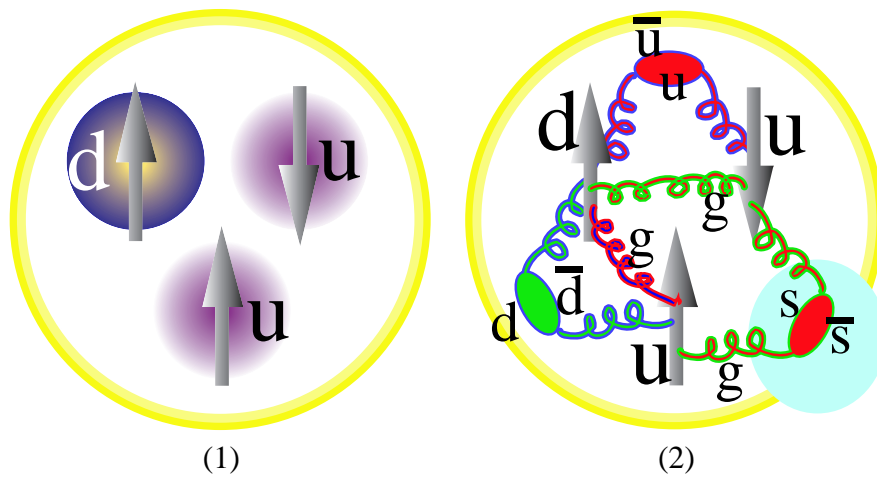


Abbildung 2.1: Quarkmodell des Protons: (1) Konstituentenquark-Modell: Das Proton setzt sich zusammen aus zwei Up- und einem Down-Quark. (2): Komplexeres Bild: Neben den drei Valenzquarks tragen auch die Eichbosonen der QCD, die Gluonen, und ein See aus Quark-/Antiquark-Paaren zu den Eigenschaften des Protons bei.

Quarkmodell wurde in den 1960er Jahren erfunden [2] und konnte erfolgreich das zu beobachtende Spektrum von Hadronen erklären. Bei höheren Impulsüberträgen beschreibt man das Nukleon mit der Quantenchromodynamik (QCD).

Die Eichbosonen der starken Wechselwirkung, die Gluonen, vermitteln die Kraft zwischen den Quarks. Es besteht die Möglichkeit, daß sich die Gluonen in Quark-Antiquark-Paare aufspalten. Dabei können auch Flavours entstehen, die im Konstituentenquarkmodell gar nicht vorkommen. So können z.B. im Proton auch Strange-/Anti-Strange-Paare ($s\bar{s}$) entstehen. Wenn also auch das Proton keine Netto-Strangeness enthält ($S=0$), so ist es doch möglich, daß die Strange-Seequarks zu den Eigenschaften des Protons beitragen (Abb. 2.1.1 (2)). Die Untersuchung eines solchen Beitrags ist von besonderem Interesse, da es sich um einen reinen Seequark-Effekt handelt. Auf die Möglichkeit, den Beitrag von Strange-Quarks zu den Eigenschaften des Protons experimentell zu bestimmen, wurde 1988 von Kaplan und Manohar hingewiesen [3]. Im Prinzip kann ein $s\bar{s}$ -See Beiträge zu den Eigenschaften wie Masse, Impuls, Spin und Ladungsradius des Nukleons liefern. Kaplan und Manohar zeigten, wie man experimentell auf Strange-Matrix-Elemente im Proton zugreifen kann:

$$\langle p | \bar{s}s | p \rangle \quad \text{skalare Dichte} \quad (2.1)$$

$$\langle p | \bar{s}\gamma_\mu s | p \rangle \quad \text{Vektorstrom} \quad (2.2)$$

$$\langle p | \bar{s}\gamma_5 s | p \rangle \quad \text{Axialvektorstrom} \quad (2.3)$$

Der Zugriff auf das Matrixelement $\langle p | \bar{s} \gamma_\mu s | p \rangle$ über Paritätsexperimente war im Laufe der letzten Jahre Gegenstand zahlreicher Übersichtsartikel [4, 5, 6, 7, 8, 9]. In den vergangenen Jahren gab es sowohl eine Reihe von experimentellen Hinweisen zur Anwesenheit von Strange-Quarks im Nukleon als auch eine Anzahl theoretischer Modelle hierzu, welche im folgenden kurz vorgestellt werden sollen.

Experimentelle Hinweise auf Strangeness im Proton

Charmproduktion in tiefinelastischer Neutrino-Streuung Ein Nachweis der Anwesenheit von Strange-Quarks im Nukleon ist mittels tiefinelastischer Neutrino-Streuung möglich. Das Nukleon wird beschrieben durch die Quarkstrukturfunktionen $u(x)$, $\bar{u}(x)$, $d(x)$, $\bar{d}(x)$, $s(x)$, $\bar{s}(x)$ usw., die von der Bjorkenschen SkalenvARIABLEN x abhängen. In tiefinelastischer Neutrino-Streuung können die Neutrinos mit d - und s -Quarks wechselwirken ($\nu_\mu + d \rightarrow \mu^- + u$ oder $\nu_\mu + s \rightarrow \mu^- + c$). Die aus den s -Quarks erzeugten c -Quarks zerfallen semileptonisch ($c \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$), so daß letztlich $\mu^- \mu^+$ -Paare aufgrund der Wechselwirkung von ν_μ mit den s -Quarks beobachtet werden. Analog werden $\mu^+ \mu^-$ -Paare aus der Wechselwirkung von $\bar{\nu}_\mu$ mit \bar{s} -Quarks erzeugt. Messungen sowohl mit Neutrinos als auch mit Antineutrinos wurden am CERN von der CDHS-Kollaboration sowie am Fermilab von der CCFR- und der NuTeV-Kollaboration durchgeführt [10, 11, 12]. Die Analyse ergibt, daß $s(x)$ und $\bar{s}(x)$ für kleine x ($x < 0.1$) signifikant zum Quarksee beitragen.

$\pi - N$ -Sigma-Term Der Beitrag von Strange-Quarks zur Masse des Nukleons kann in der Pion-Nukleon-Streuung untersucht werden. Gegenstand der Analyse ist die isospin-gerade πN -Streuamplitude $\Sigma_{\pi N}$ aus dem Experiment, welche zu $q^2 = 0$ hin extrapoliert wird. Man erhält je nach Analyse einen Wert $\Sigma_{\pi N}(0) = 45 - 79$ MeV [13, 14]. Die Größe

$$\sigma \equiv \frac{m_u + m_d}{2m_p} \langle p | \bar{u}u + \bar{d}d | p \rangle \tag{2.4}$$

kann aus Hyperonmassen-Relationen hergeleitet werden und beträgt nach SU(3)-Korrekturen $\sigma \approx 35$ MeV. Bei Abwesenheit von Strange-Quarks erwartet man $\Sigma_{\pi N}(0) = \sigma$. Der skalare Strangeness-Inhalt des Protons ist definiert als

$$y = \frac{2 \langle \bar{p} | \bar{s}s | p \rangle}{\langle \bar{p} | \bar{u}u + \bar{d}d | p \rangle} \tag{2.5}$$

Aus dem Wert von $\Sigma_{\pi N}(0) \approx 50$ MeV schließen Gasser et al. [13] auf einen Wert von $y \approx 0.2$ und einen Beitrag der Strange-Quarks zur Nukleonmasse von

$$m_s \langle p | \bar{s}s | p \rangle \approx 130 \text{ MeV} \tag{2.6}$$

Dieses Ergebnis muß allerdings mit Vorsicht betrachtet werden. Unsicherheiten bestehen bezüglich der Extrapolation der πN -Amplitude, bezüglich der experimentellen πN -Daten und auch hinsichtlich der SU(3)-Symmetriebrechung in den Hyperonmassen-Relationen. Untersuchungen unter Zuhilfenahme von Gitter-QCD-Berechnungen [15, 16] ergeben sowohl deutlich größere als auch deutlich kleinere Werte für den Strange-Quark-Beitrag zur Nukleonmasse, so daß für den oben genannten Wert derzeit eine Unsicherheit von 100% anzunehmen ist [7]. Strange-Quarks tragen nicht nur über den Massenterm Gl. 2.6 zur Masse des Protons bei, sondern auch über ihre kinetische und potentielle Energie sowie über die sogenannte Spur-Anomalie. In [17] wurde über alle diese Beiträge der Strange-Quarks summiert. Es ergibt sich ein Beitrag von -30 MeV zur Masse des Protons.

Beitrag der Strangeness zum Nukleon-Spin Der Spin des Nukleons setzt sich zusammen aus Spin- und Bahndrehimpulsanteilen sowohl der Quarks ($\Delta\Sigma, L_q$) als auch der Gluonen ($\Delta G, L_G$):

$$S = \frac{1}{2}\Delta\Sigma + \Delta G + L_q + L_g \tag{2.7}$$

Der Faktor 1/2 trägt der Tatsache Rechnung, daß die Quarks den Spin 1/2 tragen, während die Gluonen den Spin 1 haben. Der Anteil der Quarkspins kann in die einzelnen Flavours zerlegt werden:

$$\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d + \Delta s \tag{2.8}$$

Die Beiträge der einzelnen Quarkflavour zum Nukleonspin können mit polarisierter tiefinelastischer Lepton-Streuung herausgefiltert werden. Die spinabhängige Quarkverteilung im Nukleon wird mit den spinabhängigen Strukturfunktionen $u^\uparrow, u^\downarrow, d^\uparrow, d^\downarrow, s^\uparrow$ und s^\downarrow beschrieben, wobei “ \uparrow ” (“ \downarrow ”) sich auf den Quarkspin parallel (antiparallel) zum Nukleonspin bezieht. Der Beitrag der Up-Quark-Spins Δu zum Spin des Nukleons wird dann folgendermaßen definiert:

$$\Delta u \equiv \int_0^1 [u^\uparrow(x) - u^\downarrow(x)] dx \tag{2.9}$$

Entsprechende Definitionen gelten für Δd und Δs . Experimentell bestimmt werden kann die spinabhängige Strukturfunktion des Nukleons $g_1(x)$, aus der sich die Größe Γ_1 berechnen läßt:

$$\Gamma_1 = \int_0^1 g_1(x) dx \tag{2.10}$$

Für das Proton gilt:

$$\Gamma_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{9}\Delta u + \frac{1}{9}\Delta d + \frac{1}{9}\Delta s \right) \tag{2.11}$$

Um daraus individuelle Flavour-Beiträge zu isolieren, können zwei zusätzliche Relationen benutzt werden. Die erste betrifft den axialen Formfaktor, der aus dem β -Zerfall des Neutrons bekannt ist [18],

$$G_A(Q^2 = 0) = \Delta u - \Delta d = 1.2601 \pm 0.0025 \quad (2.12)$$

die zweite die sogenannte Oktett-Kombination, welche aus Hyperon- β -Zerfällen bekannt ist [19]:

$$a_8 = \Delta u + \Delta d - 2\Delta s = -0.60 \pm 0.12 \quad (2.13)$$

Die Analyse der verfügbaren Daten ergibt [20], daß nur etwa 20% des Nukleon-Spins von den Spins der Quarks getragen wird:

$$\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d + \Delta s = 0.20 \pm 0.10 \quad (2.14)$$

Für den Beitrag der Spins der Strange-Quarks zum Nukleon-Spin ergibt sich der in den letzten Jahren weithin akzeptierte Wert von $\Delta s = -0.1 \pm 0.1$. Eine neuere Analyse ergibt [21]:

$$\Delta s = -0.045 \pm 0.007 \quad (2.15)$$

Modelle zur Strangeness im Nukleon

Im nichtperturbativen Bereich der QCD werden Modelle mit effektiven Freiheitsgraden benutzt, um die Eigenschaften des Nukleons zu berechnen. Da die Strommasse der Strange-Quarks ($m_s \approx 140$ MeV) deutlich größer ist als die der Up- und Down-Quarks ($m_u, m_d \approx 5-10$ MeV), erwartet man eine Unterdrückung von Strangeness in der Quark-Antiquark-Erzeugung. Andererseits liegt die Masse des Strange-Quarks im Bereich des Skalenparameters Λ_{QCD} der QCD ($m_s \approx \Lambda_{QCD}$), so daß die dynamische Erzeugung von $s\bar{s}$ -Paaren von erheblicher Bedeutung sein kann im Gegensatz zu den schwereren Charm-, Bottom- oder Top-Quarks. Abschätzungen für Strangeness-Beiträge können mit Modellen analog zur Pionwolke vorgenommen werden. Es wird angenommen, daß sich das Nukleon für eine kurze Zeit t , die die Unschärferelation erlaubt, in ein System aus Baryon und Meson aufspaltet. Damit Strange-Quarks involviert sind, kann es sich dabei etwa um $K\Lambda$ -, $K\Sigma$ - oder ηN -Systeme handeln. Andere Ansätze basieren beispielsweise auf der chiralen Störungstheorie, auf Dispersionsrelationen, auf Konstituentenquarkmodellen und der Gittereichtheorie. Eine Übersicht über einzelne Modelle findet sich z.B. in [8]. Die Vorhersagen dieser Modelle decken derzeit einen weiten Bereich von Werten für die einzelnen Strangeness-Beiträge ab und unterscheiden sich zum Teil auch im Vorzeichen. Exemplarisch seien Gitter-QCD-Rechnungen am CSSM in Adelaide vorgestellt [22]. Die Gruppe um D. B. Leinweber gibt präzise numerische Vorhersagen für das seltsame magnetische Moment des Protons an. Verwendet werden Gitterrechnungen mit der sogenannten Quenched-QCD (QQCD). Die experimentell bekannten magnetischen Momente der Baryonen können mit diesen Rechnungen in sehr guter Übereinstimmung innerhalb der Fehler reproduziert werden. Nun

hat die Gruppe auch Simulationen zum Beitrag der Strange-Quarks zum magnetischen Moment des Protons durchgeführt. Es wurde Ladungssymmetrie vorausgesetzt. Desweiteren kamen chirale Extrapolationstechniken zur Anwendung. Für das seltsame magnetische Moment des Protons ergibt sich [22]:

$$\mu_s = G_M^s(Q^2 = 0) = -0.051 \pm 0.021 \tag{2.16}$$

Während die Vorhersage der Größe des seltsamen magnetischen Moments von einem Input-Parameter ${}^1R_d^s$, dem Verhältnis von s - zu leichten Seequark-Schleifen, abhängt, ist sich die Gruppe sicher, daß μ_s negativ ist.

2.1.2 Elektromagnetische Streuung

Die elastische Elektron-Nukleon-Streuung wird in erster Bornscher Näherung beschrieben durch ebene Wellen für die ein- und auslaufenden Teilchen und den Austausch eines einzelnen virtuellen Photons für die Wechselwirkung. Der Viererimpuls des ausgetauschten Photons $q = (\omega, \vec{q}) = k_i - k_f$ wird durch die Viererimpulse von ein- und auslaufendem Elektron $k_i = (E, \vec{k}_i)$ bzw. $k_f = (E', \vec{k}_f)$ bestimmt und kann alternativ durch die Streuenergie

$$E' = \frac{E}{1 + (2E/M) \sin^2 \theta_e/2} \tag{2.17}$$

und den Laborstreuwinkel θ_e bestimmt werden. Unter Vernachlässigung der Elektronmasse ($m_e = 0$) gilt:

$$Q^2 \equiv -q^2 = 4EE' \sin^2(\theta_e/2) > 0 \tag{2.18}$$

Der Kinematik des Nukleons trägt der Vierervektor $P_i = (E_i, \vec{P}_i)$ Rechnung. Die elastische Elektron-Nukleon-Streuung wird als Wechselwirkung eines Elektronenstroms j_μ mit einem hadronischen Strom J_μ aufgefaßt. Die Ladungs- und Stromverteilung wird durch den Vierervektor

$$J_\mu(x) = \begin{pmatrix} \rho(x) \\ \vec{j}(x) \end{pmatrix} \tag{2.19}$$

beziehungsweise durch dessen Fouriertransformierte in den Impulsraum in den üblichen Einheiten $\hbar = c = 1$ beschrieben:

$$J_\mu(q) = \int e^{-iqx} \cdot J_\mu(x) d^4x \tag{2.20}$$

Das Übergangsmatrixelement der elastischen Streuung erhält man aus den beteiligten Strömen und dem Photon-Propagator [23]:

$$\mathcal{M}_\gamma = -i \int j_\mu \left(\frac{1}{Q^2} \right) J^\mu d^4x \quad (2.21)$$

Der Elektronstrom ist gegeben durch

$$j_\mu = -e \bar{u}(\vec{k}_f) \gamma_\mu u_e(\vec{k}_i) \quad (2.22)$$

wobei u_e der Elektronspinor ist. Der hadronische Strom kann, da das Nukleon kein Punktteilchen ist, nicht so einfach dargestellt werden. Die allgemeinste Paritäts- und Zeitumkehr-invariante Formulierung lautet

$$J^\mu = e \bar{u}_p(\vec{P}_f) \left(F_1(Q^2) \gamma^\mu + \frac{1}{2M_N} F_2(Q^2) i\sigma^{\mu\nu} q_\nu \right) u_p(\vec{P}_i) \quad (2.23)$$

wobei M_N die Nukleonmasse ist, u_p das Proton repräsentiert und F_1 und F_2 Funktionen sind, die von Q^2 abhängen. Die sogenannten Dirac- und Pauli-Formfaktoren F_1 und F_2 parametrisieren die elektromagnetische Struktur des Nukleons. In der hier gewählten Darstellung ist das anomale magnetische Moment des Protons κ in F_2 enthalten. Die Formfaktoren $F_1(Q^2)$ und $F_2(Q^2)$ können als Linearkombination der häufig gebrauchten elektrischen (E) und magnetischen (M) Sachs-Formfaktoren geschrieben werden [24]:

$$G_E(Q^2) = F_1(Q^2) - \tau F_2(Q^2) \quad (2.24)$$

$$G_M(Q^2) = F_1(Q^2) + F_2(Q^2) \quad (2.25)$$

mit $\tau = Q^2/4M_N$. Im folgenden wird häufig zwischen den beiden Formfaktor-Darstellungen gewechselt. Der Nukleonstrom (z. B. Gl. 2.23) läßt sich einfacher mit den Dirac- und Pauli-Formfaktoren ausdrücken, der Wirkungsquerschnitt der elastischen $\vec{e}p$ -Streuung hingegen einfacher mit den Sachs-Formfaktoren. Beide Darstellungen sind äquivalent. Für $Q^2 \rightarrow 0$ erhält man aus den Sachs-Formfaktoren Ladung $Q_{p,n}$ und magnetisches Moment $\mu_{p,n}$ des Nukleons:

$$\lim_{Q^2 \rightarrow 0} G_E = \frac{Q_{p,n}}{e} \quad (2.26)$$

$$\lim_{Q^2 \rightarrow 0} G_M = \mu_{p,n} \quad (2.27)$$

Für Proton und Neutron gilt $G_E^p(0) = 1$, $G_E^n(0) = 0$, $G_M^p(0) = \mu_p = 2.79 \mu_N$, $G_M^n(0) = \mu_n = -1.91 \mu_N$ mit $\mu_N = e/2m_p$ das Kernmagneton. Mit Hilfe der Steigung von $G_E(Q^2)$ bei $Q^2 = 0$ läßt sich auch ein mittlerer quadratischer Ladungsradius

$\langle r^2 \rangle$ definieren, den man aus der Reihenentwicklung der Fouriertransformation der Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$ an der Stelle $Q^2 = 0$ herleiten kann:

$$\langle r^2 \rangle = -6 \cdot \left. \frac{dG_E(Q^2)}{dQ^2} \right|_{Q^2=0} \quad (2.28)$$

Bei der Interpretation dieser Größe muß man jedoch Vorsicht walten lassen, da die Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$ nicht einfach die Fouriertransformierte des elektrischen Formfaktors $G_E(\vec{q})$ darstellt. Diese Interpretation ist nur in einem ganz bestimmten Bezugssystem zulässig, dem sogenannten Breit-Frame ($\vec{P}_f = -\vec{P}_i$) [23]. Der Wirkungsquerschnitt der elastischen ep -Streuung kann mit den Sachs-Formfaktoren auf einfache Weise ausgedrückt werden. Dies wurde erstmals von Rosenbluth formuliert [25]:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{lab}} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\theta_e/2)} \frac{E'}{E} \left\{ \frac{(G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta_e}{2} + 2\tau (G_M^p)^2 \sin^2 \frac{\theta_e}{2} \right\} \quad (2.29)$$

Um die Beiträge der verschiedenen Quarkflavours zu trennen, kann man versuchen, eine Flavour-Dekomposition durchzuführen. Dabei wird der Strom des Nukleons als Summe der einzelnen Quarkströme dargestellt. Beiträge von Quarks schwerer als Strange-Quarks werden in diesem Formalismus ignoriert, da diese als sehr klein abgeschätzt wurden [3]. Der hadronische Strom (Gl. 2.23) läßt sich daher schreiben [26]:

$$J^\mu = \bar{u}(\vec{P}_f) \left[\sum_{f=u,d,s} q_f \left(F_1^f(q^2) \gamma^\mu + \frac{1}{2M_N} F_2^f(q^2) i\sigma^{\mu\nu} q_\nu \right) \right] u_p(\vec{P}_i) \quad (2.30)$$

wobei q_f die elektrische Ladung des Quarkflavours f bezeichnet (Tab. 2.1) und die F_1^f und F_2^f die jeweiligen Pauli- und Dirac-Flavour-Formfaktoren. Die Flavour-Dekomposition gilt auch für die Sachsformfaktoren G_E und G_M und soll hier exemplarisch für Proton und Neutron ausgeschrieben werden:

$$G_{E,M}^p = \sum_{f=u,d,s} q_f G_{E,M}^{f,p} = \frac{2}{3} G_{E,M}^{p,u} - \frac{1}{3} G_{E,M}^{p,d} - \frac{1}{3} G_{E,M}^{p,s} \quad (2.31)$$

$$G_{E,M}^n = \sum_{f=u,d,s} q_f G_{E,M}^{f,n} = \frac{2}{3} G_{E,M}^{n,u} - \frac{1}{3} G_{E,M}^{n,d} - \frac{1}{3} G_{E,M}^{n,s} \quad (2.32)$$

Die linken Seiten dieser Gleichungen, $G_{E,M}^{p,n}$, lassen sich experimentell bestimmen. Zu einer Verringerung der Unbekannten auf den rechten Seiten der Gleichungen trägt die Ausnutzung der Isospin-Symmetrie oder genauer der Ladungssymmetrie bei, also die Annahme, daß die Lagrange-Dichte der QCD invariant ist unter Vertauschung von Up- und Down-Quarks. Der Effekt einer Ladungssymmetriebrechung wurde in [27] untersucht. Er ist klein und führt bei den in dieser Arbeit untersuchten

Impulsüberträgen Q^2 zu Modifikationen der elektromagnetischen Formfaktoren von weniger als 1%. Verhält sich also ein Up-Quark im Proton wie ein Down-Quark im Neutron, so gilt $G_{E,M}^{u,p} = G_{E,M}^{d,n}$, $G_{E,M}^{d,p} = G_{E,M}^{u,n}$ und $G_{E,M}^{s,p} = G_{E,M}^{s,n}$. Unter der Konvention, daß bei weggelassenem Index p, n bei den Flavour-Formfaktoren stets das Proton p gemeint ist, erhält man die Beziehungen

$$G_{E,M}^p = \frac{2}{3}G_{E,M}^u - \frac{1}{3}G_{E,M}^d - \frac{1}{3}G_{E,M}^s \quad (2.33)$$

$$G_{E,M}^n = \frac{2}{3}G_{E,M}^d - \frac{1}{3}G_{E,M}^u - \frac{1}{3}G_{E,M}^s \quad (2.34)$$

Eine dritte Beziehung und damit einen experimentellen Zugriff auf die Strangeness-Formfaktoren liefert die schwache Wechselwirkung, wie im folgenden Unterkapitel zu sehen ist.

2.1.3 Neutrale Ströme der schwachen Wechselwirkung

Die elektroschwache Theorie des Standardmodells vereint die elektromagnetische mit der schwachen Wechselwirkung in einer $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Symmetriegruppe [1, 28, 29]. Analog zu den elektromagnetischen Formfaktoren führt man die sogenannten schwachen Formfaktoren ein. Die Lorentz-Struktur des neutralen Stroms erfordert neben den Vektor-Formfaktoren \tilde{F}_1 und \tilde{F}_2 noch die Einführung des schwachen axialen Formfaktors \tilde{G}_A . Schwache Größen werden in dieser Arbeit mit einer Tilde gekennzeichnet. Die Kopplungsstärken der schwachen Elektron- und Nukleon-Ströme können Tabelle 2.1 entnommen werden [24]. Es muß zwischen links- und rechtshändigen Teilchen unterschieden werden. Diese Eigenschaft der schwachen Wechselwirkung kann formal durch die Einführung des schwachen Isospins T beschrieben werden, wobei die linkshändigen Up- und Down-Quarks ein Dublett mit $T = 1/2$ und die rechtshändigen Quarks zwei Singulets mit $T = 0$ bilden. Die Größe θ_W ist als Weinbergwinkel oder auch schwacher Mischungswinkel bekannt. Im Niederenergiebereich und im \overline{MS} -Renormalisierungsschema ist $\sin^2 \theta_W(m_Z)_{\overline{MS}} \equiv \hat{s}_Z^2 = 0.23120(15)$ [18].

Das Übergangsmatrixelement für den Z^0 -Austausch lautet

$$M_Z = -i \int \tilde{j}_\mu \left(\frac{1}{Q^2 + m_Z^2} \right) \tilde{j}^\mu d^4x \quad (2.35)$$

wobei die m_Z die Masse des Z^0 -Bosons ist. Der schwache Strom des Elektrons lautet

$$\tilde{j}_\mu = \left(-\frac{1}{4} + \sin^2 \theta_W \right) \bar{u} \gamma_\mu u_e + \frac{1}{4} \bar{u} \gamma_\mu \gamma_5 u_e \quad (2.36)$$

Der Nukleonstrom kann wieder in die einzelnen Quarkströme u, d, s aufgespalten werden [26]:

Tabelle 2.1: Die elektroschwachen Kopplungsstärken der Quarks und des Elektrons aus dem Standardmodell [24]. q bezeichnet die elektromagnetische Ladung, g^V die schwache vektorielle, g^A die schwache axiale Ladung und g^L und g^R die Ladung für links- bzw. rechtshändige Teilchen. Es gilt $g^L = g^V - g^A$ und $g^R = g^V + g^A$.

Teilchen	q	g^V	g^A	g^L	g^R
e^-	-1	$-\frac{1}{4} + \sin^2 \theta_W$	$+\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W$	$+\sin^2 \theta_W$
u	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{4} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{4}$	$+\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$-\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$
d	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$	$+\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$	$+\frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$
s	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$	$+\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$	$+\frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$

$$\tilde{j}^\mu = \langle p' | \sum_{f=u,d,s} \bar{q} \left[\gamma^\mu \left(\frac{1}{2} T_3^f - q_f \sin^2 \theta_W \right) - \frac{1}{2} T_3^f \gamma^\mu \gamma^5 \right] q_f | p \rangle \quad (2.37)$$

Darin beträgt die dritte Komponente des schwachen Isospins $T_3 = 1/2$ für links-händige Up-Quarks und $T_3 = -1/2$ für linkshändige Down- und Strange-Quarks sowie $T_3 = 0$ für alle rechtshändigen Quarks. q_f steht für die drittelzahligen elektrischen Ladungen der Quarks. Analog zu Gl. 2.23 kann der Nukleonstrom mit den Formfaktoren $\tilde{F}_{1,2}^f$ für die Quarkflavours f formuliert werden:

$$\tilde{j}^\mu = \bar{\psi}(\vec{P}_f) \sum_{f=u,d,s} \left\{ \left(\frac{1}{2} T_3^f - q_f \sin^2 \theta_W \right) \left[\gamma^\mu \tilde{F}_1^f + i \frac{\tilde{F}_2^f}{2m_N} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right] - \frac{1}{2} T_3^f \gamma^\mu \gamma^5 \tilde{G}_A^f \right\} u_p(\vec{P}_i) \quad (2.38)$$

Unter der Annahme der Universalität der Quarkverteilungen gilt $\tilde{F}_1^f = F_1^f$ und $\tilde{F}_2^f = F_2^f$. Die Flavour-Dekomposition kann auch wieder für die Sachs-Formfaktoren formuliert werden. Man erhält analog zu Gl. 2.31:

$$\tilde{G}_{E,M}^p = \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) G_{E,M}^u - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) G_{E,M}^d - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) G_{E,M}^s \quad (2.39)$$

Mit den Gl. 2.31, 2.34, 2.39 hat man drei Gleichungen und kann im Prinzip die Formfaktoren der drei Flavours u , d und s separieren, wenn man die elektromagnetischen und schwachen Formfaktoren des Nukleons mißt.

2.1.4 Paritätsverletzende Asymmetrie

Der Beitrag des Z^0 -Austauschs zum Wirkungsquerschnitt in der elastischen $\vec{e}p$ -Streuung ist bei kleinem Impulsübertrag ($Q^2 \approx 0.2 \text{ GeV}^2$) wegen der großen Masse m_Z des Z -Bosons ($m_Z \approx 92 \text{ GeV}/c^2$) gegenüber dem elektromagnetischen Beitrag stark unterdrückt. Eine direkte Bestimmung der schwachen Formfaktoren aus einer Wirkungsquerschnittsmessung ist daher nicht möglich. Man kann sich aber die Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung zunutze machen und Asymmetrien im Wirkungsquerschnitt für unterschiedliche Elektron-Helizitäten messen.

Die Paritätsoperation \mathbf{P} stellt die Punktspiegelung eines physikalischen Zustandes am Koordinatenursprung dar. Da sich der Impuls \vec{p} eines Teilchens unter der Paritätsoperation ändert (Vektor), der Spin \vec{s} hingegen nicht (Axialvektor), werden durch die Paritätstransformation linkshändige (L) in rechtshändige (R) Teilchen verwandelt und umgekehrt. So gilt für polarisierte Elektronen:

$$\mathbf{P} |e_L\rangle = |e_R\rangle \quad (2.40)$$

$$\mathbf{P} |e_R\rangle = |e_L\rangle \quad (2.41)$$

Die paritätsverletzende Asymmetrie in der elastischen Streuung rechts- und linkshändiger Elektronen an unpolarisierten Protonen ist folgendermaßen definiert:

$$A_{PV} := \frac{\sigma_R - \sigma_L}{\sigma_R + \sigma_L} \quad (2.42)$$

Die Wirkungsquerschnitte σ_R und σ_L berechnen sich nach den Feynman-Regeln als Quadrate der Übergangsmatrixelemente $M \propto \langle f|S|i\rangle$. Die Matrixelemente für den γ - und den Z^0 -Austausch wurden bereits in den Gl. 2.21 und 2.35 vorgestellt:

$$M_\gamma \propto j_\mu \frac{1}{Q^2} J^\mu \quad (2.43)$$

$$M_Z \propto \tilde{j}_\mu \frac{1}{Q^2 + m_Z^2} \tilde{J}^\mu \xrightarrow{Q^2 \ll m_Z^2} \frac{\tilde{j}_\mu \cdot \tilde{J}^\mu}{m_Z^2} \quad (2.44)$$

Der Wirkungsquerschnitt ist proportional zum Betrag der Summe der beiden Übergangselemente. Die elektromagnetische Wechselwirkung ist paritätserhaltend. M_γ ist daher für beide Helizitäten gleich. M_Z hingegen unterscheidet sich wegen der unterschiedlichen Kopplungsstärke für rechts- und linkshändige Polarisation:

$$\sigma_R \propto |M_\gamma + M_{Z,R}|^2 \quad (2.45)$$

$$\sigma_L \propto |M_\gamma + M_{Z,L}|^2 \quad (2.46)$$

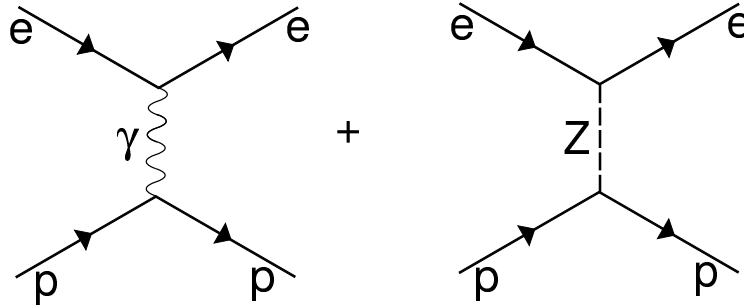


Abbildung 2.2: Feynman-Diagramme 1. Ordnung für die ep -Streuung. Neben dem γ - ist auch ein Z^0 -Austausch möglich.

Setzt man diese Beziehungen in Gl. 2.42 ein, so ergibt sich folgende Asymmetrie im Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung:

$$A_{PV} = \frac{|M_\gamma|^2 + 2\text{Re}(M_\gamma M_{Z,R}) + |M_{Z,R}|^2 - |M_\gamma|^2 - 2\text{Re}(M_\gamma M_{Z,L}) - |M_{Z,L}|^2}{|M_\gamma|^2 + 2\text{Re}(M_\gamma M_{Z,R}) + |M_{Z,R}|^2 + |M_\gamma|^2 + 2\text{Re}(M_\gamma M_{Z,L}) + |M_{Z,L}|^2} \quad (2.47)$$

Wegen der großen Masse des Z-Bosons sind die Interferenzterme $\text{Re}(M_\gamma M_Z)$ um etwa 10^{-6} kleiner als $|M_\gamma|^2$, ebenso ist $|M_Z^2|$ etwa um 10^{-6} kleiner als die Interferenzterme. Die Asymmetrie kann daher geschrieben werden:

$$A_{PV} \approx \frac{\text{Re}(M_\gamma [M_{Z,R} - M_{Z,L}]^*)}{|M_\gamma|^2} \quad (2.48)$$

Die resultierende Asymmetrie A_{PV} kann in Abhängigkeit von den elektromagnetischen Formfaktoren des Protons $G_{E,M}^p$, den neutralen, schwachen Vektorformfaktoren des Protons $\tilde{G}_{E,M}^p$ und dem neutralen, schwachen Axialvektorformfaktor \tilde{G}_A^p in folgender Weise ausgedrückt werden [30, 9]:

$$A_{PV} = -\frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \times \frac{\varepsilon G_E^p \tilde{G}_E^p + \tau G_M^p \tilde{G}_M^p - (1 - 4\sin^2\theta_w)\varepsilon' G_M^p \tilde{G}_A^p}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} \quad (2.49)$$

In dieser Formel sind noch keine schwachen Strahlungskorrekturen erhalten. Zur Definition der verwendeten Größen siehe Gl. 2.51. Unter Verwendung der Flavour-Dekomposition (Gl. 2.31, 2.32), der Ladungssymmetrie (Gl. 2.34), und der Universalität der Quarkverteilung (Gl. 2.39) kann man die Asymmetrie in Abhängigkeit von den bekannten elektromagnetischen Formfaktoren, den Strange-Formfaktoren $G_{E,M}^s$ und dem schwachen axialen Formfaktor \tilde{G}_A^p folgendermaßen ausdrücken:

$$A_{PV} = A_V + A_S + A_A = A_0 + A_S \quad (2.50)$$

Die Asymmetrie setzt sich zusammen aus einem Anteil A_V , der die Vektorkopplung am Proton-Vertex ausdrückt, wobei mögliche Strangeness-Beiträge herausgenommen wurden, einem Anteil A_S , der aus den Beiträgen der Strangeness zu den Vektor-Formfaktoren erwächst, sowie einem Anteil A_A , der aus der Axialkopplung am Proton-Vertex aufgrund von \tilde{G}_A^p herrührt. Die Beiträge A_V und A_A werden zu einem Term A_0 zusammengefaßt, der die Asymmetrie ohne Beitrag von Strange-Quarks zu den Vektor-Formfaktoren ausdrückt. Mit schwachen Strahlungskorrekturen erhält man [4]:

$$A_V = -\frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}}\rho'_{eq} \left\{ (1 - 4\hat{\kappa}'_{eq}\hat{s}_Z^2) - \frac{\varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} \right\} \quad (2.51)$$

$$A_A = \frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \left\{ \frac{(1 - 4\hat{s}_Z^2)\sqrt{1 - \varepsilon^2}\sqrt{\tau(1 + \tau)}G_M^p \tilde{G}_A^p}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} \right\} \quad (2.52)$$

$$A_S = \frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}}\rho'_{eq} \left\{ \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} \right\} \quad (2.53)$$

mit

G_μ	$= 1.16637(1) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$	Fermi-Kopplungskonstante aus dem μ -Zerfall [18]
α	$= 1/137.03599911(46)$	Feinstrukturkonstante [18]
Q^2		Negativer Vierer-Impulsübertrag
τ	$= Q^2/4m_p$	kinematischer Parameter
m_p	$= 938.272029(80) \text{ MeV}/c^2$	Protonmasse [18]
ε	$= \varepsilon = [1 + 2(1 + \tau) \tan^2 \frac{\Theta}{2}]^{-1}$	kinematischer Parameter
\hat{s}_Z^2	$= 0.23120(15)$	schwacher Mischungswinkel $\sin\theta_w(m_z)_{\overline{MS}}$ in \overline{MS} [18]
Θ	$= 32.1^\circ - 38.5^\circ$	Streuwinkel im Laborsystem
ρ'_{eq}	$= 0.9878$	elektroschwache Strahlungskorrektur in \overline{MS} nach [18]
$\hat{\kappa}'_{eq}$	$= 1.0027$	elektroschwache Strahlungskorrektur in \overline{MS} nach [18]

Schwache Strahlungskorrekturen am Elektronvertex inklusive γZ -Boxgraphen werden in den Faktoren ρ'_{eq} und $\hat{\kappa}'_{eq}$ berücksichtigt. Korrekturen am Protonvertex sind in der Regel sehr klein und können vernachlässigt werden. Die Asymmetrie steigt mit dem Impulsübertrag Q^2 an. Für die in dieser Arbeit untersuchten Messungen betragen die Asymmetrien ohne Strangeness-Beitrag $A_0 = (-2.06 \pm 0.14) \cdot 10^{-6}$ bei $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV}/c)^2$ und $A_0 = (-6.25 \pm 0.44) \cdot 10^{-6}$ bei $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV}/c)^2$. (siehe Kap. 7.1.2).

2.1.5 Andere Experimente zu paritätsverletzender Elektronstreuung

Es gibt eine Reihe weiterer Experimente, die sich mit der Bestimmung der Strangeness im Nukleon mittels paritätsverletzender Elektronstreuung befassen: HAPPEX[31] am TNJAF, SAMPLE [32] an MIT-Bates und G^0 am TJNAF [40]. Darüberhinaus gibt es zwei Experimente, die sich derselben experimentellen Methode widmen, der paritätsverletzenden Elektronstreuung, die aber ein anderes physikalisches Ziel haben, nämlich die Untersuchung des Laufens der Kopplungskonstante $\sin^2 \theta_W$: E-158 [33] am SLAC und Q_{weak} [34] am TJNAF.

SAMPLE

Die SAMPLE-Kollaboration hat Messungen zu den seltsamen Formfaktoren mit Streuung von Elektronen an Wasserstoff und Deuterium unter Rückwärtswinkeln $130^\circ \leq \theta_e \leq 170^\circ$ am MIT-Bates-Beschleuniger durchgeführt [32]. Der mit dem Wirkungsquerschnitt gewichtete mittlere Streuwinkel beträgt $\theta_e = 148.15^\circ$ [35], die Targetlänge 40 cm und der mittlere Strahlstrom $40 \mu A$ bei einer Polarisation $P \approx 36\%$. Es findet ein Luft-Cherenkov-Detektor Verwendung, der wegen der vergleichsweise geringen Raten unter Rückwärtswinkeln einen großen Raumwinkelbereich von etwa 1.5 sr abdeckt. Das Cherenkov-Licht der rückgestreuten Elektronen wird mittels Spiegeln auf 10 Photomultiplier fokussiert, die integrierend messen. Es wurde nahe der Pion-Produktionsschwelle gemessen, so daß inelastischer Untergrund unterdrückt ist. Eine apparative Trennung zwischen elastischer Streuung und Untergrund findet nicht statt, daher muß die experimentelle Asymmetrie später in der Analyse auf die Abschwächung durch Pionenzerfallsprodukte korrigiert werden. Deren Beiträge wurden in GEANT-Simulationen ermittelt.

Aufgrund der gewählten Kinematik ist das Experiment sensitiv auf eine Kombination des seltsamen magnetischen Formfaktors G_M^S und des neutralen axialen Formfaktors G_A^e , während Beiträge von G_E^S unterdrückt sind. Messungen an Wasserstoff (SAMPLE I) und Deuterium (SAMPLE II und SAMPLE III) erlauben eine Separation zwischen G_M^S und G_A^e .

Bei SAMPLE I wurden Elektronen mit einer Energie von $E=200$ MeV an Wasserstoff gestreut [36]. Dies entspricht einem Impulsübertrag von $Q^2 = 0.1$ $(\text{GeV}/c)^2$. Die gemessene und korrigierte Asymmetrie beträgt:

$$A_{SAMPLE,p}(Q^2 = 0.1(\text{GeV}/c)^2) = (-5.61 \pm 0.67_{stat} \pm 0.88_{syst}) \cdot 10^{-6} \quad (2.54)$$

Es wurde eine relative Genauigkeit von 11.9% statistisch und 15.7% systematisch

erreicht. Die experimentell ermittelte Asymmetrie ist zu vergleichen mit Asymmetrie A_{SM} im Rahmen des Standardmodells:

$$A_{SM}(Q^2 = 0.1(\text{GeV}/c)^2) = \left(-5.56 + 3.37G_M^S + 1.54G_A^{e(T=1)}\right) \cdot 10^{-6} \quad (2.55)$$

wobei G_A^e aufgespalten wurde in einen isoskalaren und einen isovektoriellen Teil und der kleine isoskalare Teil in den Zahlenwert $-5.56 \cdot 10^{-6}$ hineingenommen wurde.

Bei Sample II und Sample III wurden Elektronen mit einer Energie von $E=200$ MeV bzw. $E=125$ MeV an Deuterium gestreut [37]. Die entsprechenden Impulsüberträge sind $Q^2 = 0.1 (\text{GeV}/c)^2$ bzw. $Q^2 = 0.04 (\text{GeV}/c)^2$. Der dominierende Streuprozess ist die quasielastische Streuung, die Asymmetrie ist sensitiver auf G_A^e als auf G_M^S . Die im Experiment ermittelten physikalischen Asymmetrien betragen

$$A_{SAMPLE,d}(Q^2 = 0.1(\text{GeV}/c)^2) = (-7.77 \pm 0.73_{stat} \pm 0.62_{syst}) \cdot 10^{-6} \quad (2.56)$$

$$A_{SAMPLE,d}(Q^2 = 0.04(\text{GeV}/c)^2) = (-3.51 \pm 0.57_{stat} \pm 0.58_{syst}) \cdot 10^{-6} \quad (2.57)$$

und sind zu vergleichen mit den aus dem Standardmodell bestimmten Asymmetrien

$$A_{SM}(Q^2 = 0.1(\text{GeV}/c)^2) = -7.06 + 0.77G_M^S + 1.66G_A^{e(T=1)} \quad (2.58)$$

$$A_{SM}(Q^2 = 0.04(\text{GeV}/c)^2) = -2.14 + 0.27G_M^S + 0.76G_A^{e(T=1)} \quad (2.59)$$

Die Resultate von SAMPLE II und SAMPLE III sind in guter Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage von Zhu et al. [38] $G_A^{e(T=1)} = -0.83 \pm 0.26$. Die Linearkombinationen von G_M^S und G_A^e , die sich aus den SAMPLE-Experimenten ergeben, sind zusammen mit den Berechnungen von Zhu et al. in Abb. 2.3 aufgetragen. Eine Bestimmung von G_M^S ist möglich durch eine Kombination aus SAMPLE I entweder mit den Deuteriumdaten oder mit der Rechnung von Zhu et al. Wie man aus Abb. 2.3 erkennt, ergibt sich bei der Kombination mit den Deuteriumdaten (größere Ellipse) ein deutlich größerer Fehler für G_M^S als bei der Kombination mit

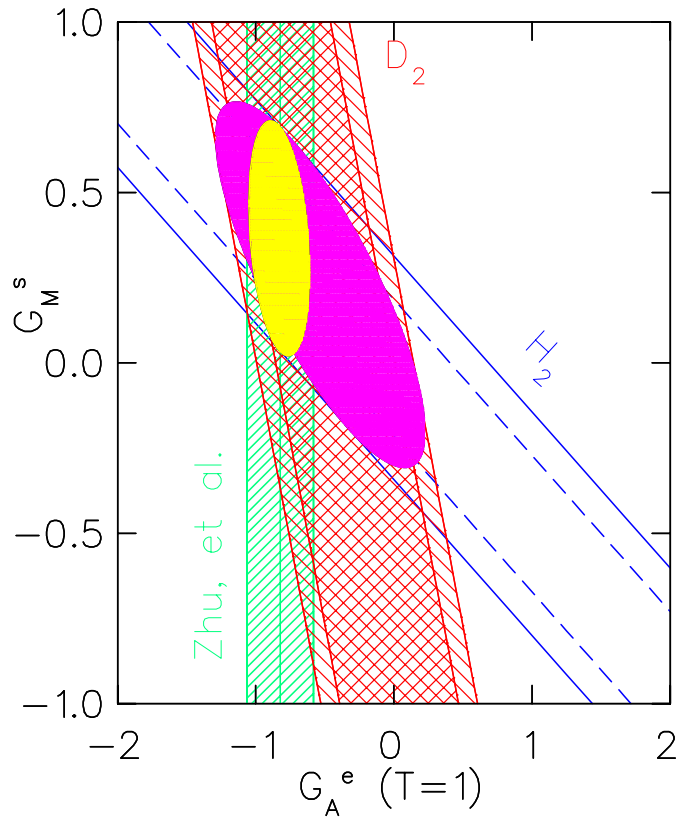


Abbildung 2.3: Resultat von SAMPLE: G_M^s vs. $G_A^{e(T=1)}$ bei $Q^2 = 0.1 \text{ (GeV/c)}^2$ aus [36]. Die inneren Bänder geben den Bereich der statistischen Unsicherheit wieder, die äußeren Bänder enthalten den systematischen Fehler quadratisch addiert. Eingetragen sind die Messungen an Wasserstoff und Deuterium sowie die theoretische Vorhersage aus [38]. Die größere Ellipse gibt den 1σ -Überlapp der Wasserstoff- mit den Deuteriumdaten an, die kleinere Ellipse den Überlapp der Wasserstoffdaten mit der theoretischen Vorhersage von Zhu et al. [38].

der theoretischen Vorhersage für G_A^e (kleinere Ellipse). Die SAMPLE-Kollaboration benutzt daher die theoretische Vorhersage, um den seltsamen magnetischen Formfaktor G_M^s zu bestimmen [36]:

$$G_M^s(Q^2 = 0.1(\text{GeV}/c)^2) = 0.37 \pm 0.20_{stat} \pm 0.26_{syst} \pm 0.07_{theo} \quad (2.60)$$

Der erste Fehler gibt die statistische, der zweite die systematische Unsicherheit an und der dritte den Theoriebeitrag zur Unsicherheit.

HAPPEX

Die HAPPEX-Kollaboration hat Messungen zu den seltsamen Formfaktoren mit der Streuung polarisierter Elektronen an unpolarisiertem Wasserstoff unter einem Vorwärtswinkel von $\theta_e = 12^\circ$ am Thomas Jefferson Laboratory (JLab) durchgeführt [31], zwei weitere Messungen unter dem Titel HAPPEX II zur Streuung von Elektronen an Wasserstoff und Helium bei einem Streuwinkel von $\theta_e = 6^\circ$ sind derzeit im Gange [40], [41].

Bei HAPPEX I traf der Elektronstrahl mit einem Strahlstrom von etwa $35 \mu\text{A}$, einer Polarisation von etwa 70% und einer Energie von 3.3 GeV auf ein 15 cm langes Flüssig-Wasserstofftarget. Elastisch gestreute Elektronen wurden durch ein Paar hochauflösender Magnetspektrometer mit total absorbierenden Detektoren, die aus abwechselnden Lagen aus Blei und Plexiglas bestehen, integrierend gemessen [42]. Der im Vergleich zu SAMPLE und A4 kleine Raumwinkelbereich von 5.5 msr pro Spektrometer macht eine Messung unter kleinen Vorwärtswinkeln erforderlich, um eine genügend große Rate zu erhalten. Der Streuwinkel von $\theta_e = 12^\circ$ entspricht einen Impulsübertrag von $Q^2 = 0.48 (\text{GeV}/c)^2$. Die magnetischen Spektrometer erlauben eine saubere Trennung der elastischen von der inelastischen Streuung. In einer gesonderten Messung wurde der Beitrag von Untergrundprozessen zum Detektorsignal zu 0.2% bestimmt [39].

Bei der gewählten Kinematik ist das HAPPEX-Experiment sensitiv auf eine Linearkombination aus seltsamen elektrischen und magnetischen Formfaktor $G_E^s + k \cdot G_M^s$. Die gemessene und korrigierte Asymmetrie beträgt [31]:

$$A_{\text{HAPPEX},p}(Q^2 = 0.48(\text{GeV}/c)^2) = (-14.92 \pm 0.98_{\text{stat}} \pm 0.56_{\text{sys}}) \cdot 10^{-6} \quad (2.61)$$

Es wurde eine relative Genauigkeit von 6.5% statistisch und 3.7% systematisch erreicht. Für die Linearkombination von G_E^s und G_M^s folgt [31]:

$$G_E^s + 0.392G_M^s = 0.014 \pm 0.020_{\text{exp}} \pm 0.010_{\text{FF}} \quad (2.62)$$

wobei der erste Fehler statistischen und systematischen Fehler sowie Unsicherheit in A_A quadratisch addiert enthält und der zweite den Fehler aufgrund der Unsicherheiten in den elektromagnetischen Formfaktoren. Diese Linearkombination ist in Abb. 2.4 aufgetragen.

HAPPEX II ist derzeit im Gange, ein Teil der Daten ist bereits genommen. Ein Streuwinkel von $\theta_e = 6^\circ$ und eine Strahlenergie von 3.2 GeV führen zu einem Impulsübertrag von $Q^2 = 0.11 (\text{GeV}/c)^2$. Für die Messung am Wasserstoff ist eine

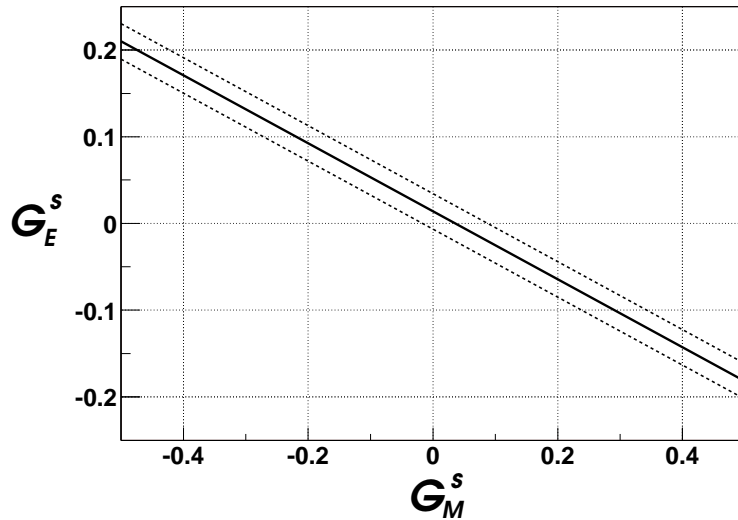


Abbildung 2.4: Resultat von HAPPEX I aus [31]: G_E^S vs. G_M^S bei $Q^2 = 0.48 \text{ (GeV}/c)^2$. Die durchgezogene Linie gibt die Linearkombination von $G_E^S + 0.392G_M^S$ an, die gestrichelten Linien den 1σ -Fehlerbereich. Als Gesamtfehler wurden statistischer Fehler, systematischer Fehler und Fehler aufgrund der Unsicherheiten der elektromagnetischen Formfaktoren quadratisch addiert.

relative Genauigkeit von 4.6% statistisch und 2.5% systematisch geplant. Das Experiment ist auf eine Linearkombination aus G_E^S und G_M^S sensitiv und wird zusammen mit den Resultaten von SAMPLE und A4 bei gleichem Q^2 eine Separation von seltsamem elektrischen und magnetischen Formfaktor erlauben. Die Messung an ^4He ist ausschließlich auf G_E^S sensitiv.

G^0

Die G^0 -Kollaboration führt am Jlab ebenfalls ein Experiment zur Messung der schwachen Formfaktoren mittels elastischer Elektron-Proton-Streuung durch [43]. In der ersten Phase wurden Messungen unter Vorwärtswinkeln durchgeführt, in einer zweiten Phase sind Messungen unter Rückwärtswinkeln geplant. Anders als bei den bisher beschriebenen Experimenten werden nicht die elastisch gestreuten Elektronen, sondern die Rückstoß-Protonen nachgewiesen. Die Besonderheit im G^0 -Experiment ist das Detektorsystem. Ein supraleitender torodialer Magnet lenkt die Protonen entsprechend ihren Impulsen auf unterschiedliche Plastikszintillatoren ab. So können in einem Q^2 -Bereich zwischen etwa $0.1 \text{ (GeV}/c)^2$ und $1 \text{ (GeV}/c)^2$ sieben Impulsüberträge zur gleichen Zeit gemessen werden. Inelastische Ereignisse wie Pionen oder inelastische Protonen werden mittels Flugzeitmessung zurückgewiesen. Die Protonen werden unter einem Winkel von etwa 70° nachgewiesen, das entspricht Elektronstreuwinkeln von $7^\circ \leq \theta_e \leq 15^\circ$. Es handelt sich wie bei A4 um

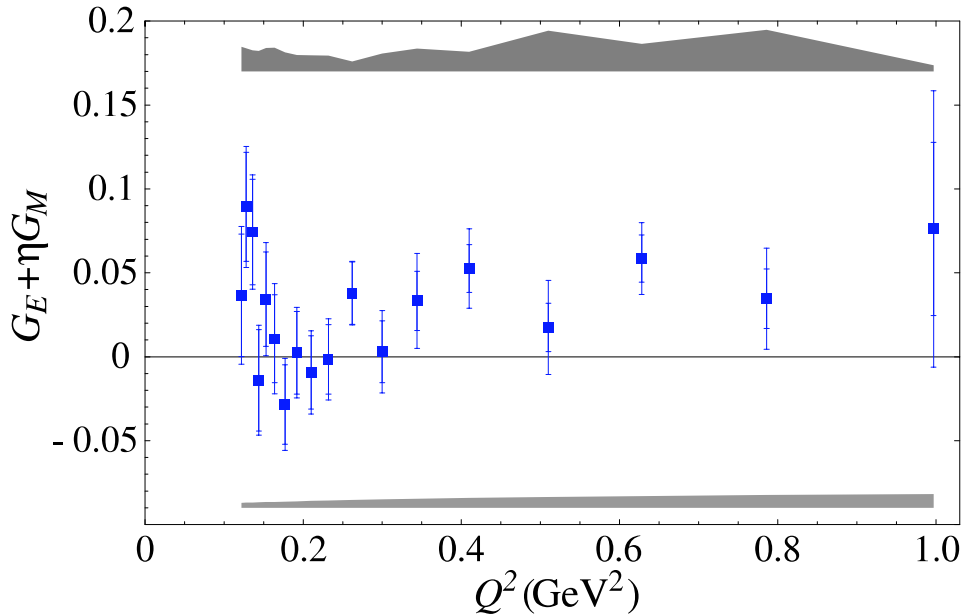


Abbildung 2.5: Ergebnis der G^0 -Messungen unter Vorwärtswinkeln [45]. Aufgetragen ist die Linearkombination $G_E^s + \eta \cdot G_M^s$ für die verschiedenen Impulsüberträge Q^2 . Die Fehlerbänder geben die globalen systematischen Unsicherheiten an: die aufgrund der Messungen (oben) und die aufgrund der Berechnung der Asymmetrie ohne Strangeness-Beitrag A_0 (unten).

ein Zählexperiment, einzelne elastische Protonen werden gezählt. Bei einem Strahlstrom von $40 \mu\text{A}$, einer Targetlänge von 20 cm und einer projizierten Meßzeit von 700 h wurde angestrebt, die paritätsverletzende Asymmetrien mit einem jeweiligen relativen Fehler von 5% zu vermessen [44]. Die Messungen unter Vorwärtswinkeln sind bereits analysiert [45], die Ergebnisse sind in Abb. 2.5 abgebildet. Aufgetragen ist die Linearkombination $G_E^s + \eta \cdot G_M^s$ für die verschiedenen Impulsüberträge Q^2 , wobei näherungsweise $\eta \approx 0.94Q^2$ gilt. Die G^0 -Kollaboration schließt aus diesen Daten, daß die “Non-Strange”-Hypothese $G_E^s + \eta \cdot G_M^s = 0$ mit einer Konfidenz von 89% ausgeschlossen werden kann [45].

E-158

E-158 wird am Stanford Linear Accelerator (SLAC) durchgeführt [33]. Es wird die paritätsverletzende Asymmetrie in der Møllerstreuung gemessen. Ziel ist die Bestimmung des schwachen Mischungswinkels $\sin^2 \Theta_w$ bei kleinem Impulsübertrag Q^2 . Bisherige Messungen fanden vorwiegend in der Nähe des Z-Pols statt (Abb. 2.6). Die Messung ist ein Test für elektroschwache Strahlungskorrekturen und erlaubt Abschätzungen für die sogenannte neue Physik jenseits des

Standardmodells bei einer TeV-Skala [47]. Angestrebt wird eine Genauigkeit von $\Delta(\sin^2 \theta_w) \approx 0.0008$. Der zu messende Streuprozess ist eine rein leptonische Reaktion, welche in der elektroschwachen Theorie mit hoher Genauigkeit berechnet werden kann.

Longitudinal polarisierte Elektronen mit einer Energie von $E=48$ GeV werden an unpolarisierten Elektronen eines 1.5 m langen Flüssig-Wasserstofftargets gestreut. Es wird also die paritätsverletzende Asymmetrie in der Møllerstreuung gemessen. Die Wahl fiel auf ein Wasserstofftarget, weil hier das Verhältnis Elektronen zu Nucleonen besonders günstig ist. Der Strahl ist mit 120 Hz gepulst bei einem mittleren Strahlstrom zwischen $6 \mu A$ und $12 \mu A$ und einer Polarisation von 80 %. Nachgewiesen werden die gestreuten Elektronen mit einem Cherenkov-Kalorimeter, das aus wechselnden Schichten aus Kupfer und optischen Quarzfasern besteht. Das Kalorimeter ist aus zwei Zylindern aufgebaut, wobei der innere die Møller-Elektronen nachweist und der äußere die am Proton gestreuten Elektronen. Im Møllerkalorimeter findet keine Trennung von elastischen und inelastischen Ereignissen statt. Zusätzliche Detektoren werden verwendet, um den Untergrund und seine Asymmetrien zu messen.

Die Elektronen werden unter Schwerpunktsstreuwinkeln von $66^\circ < (\theta_e)_{CM} < 89^\circ$ nachgewiesen [42]. Dies entspricht Laborwinkeln von $(\theta_e)_{lab} < 0.5^\circ$ und einem Impulsübertrag von $Q^2 = 0.03$ $(\text{GeV}/c)^2$. Die paritätsverletzende Asymmetrie ist proportional zu $1 - 4 \sin^2 \theta_w$ und liegt bei etwa $0.1 \cdot 10^{-6}$, mithin mehr als eine Größenordnung kleiner als bei den bisher beschriebenen Experimenten. Die Kontrolle der systematischen Effekte ist daher besonders wichtig. Der systematische Fehler soll auf $\Delta(\sin^2 \theta_w)_{\text{syst}} \approx 0.0003$ begrenzt werden. Für die Messung sind insgesamt 20 Wochen an Produktionsstrahlzeit veranschlagt, wovon ein Teil im Jahre 2002 realisiert werden konnte. Eine Analyse des ersten Teils der Daten ergibt eine paritätsverletzende Asymmetrie [47]

$$A_{E-158} = (-175 \pm 30_{\text{stat.}} \pm 20_{\text{syst.}}) \cdot 10^{-9} \tag{2.63}$$

und damit einen schwachen Mischungswinkel am Z-Pol [47]:

$$\sin^2 \theta_w(m_z)_{\overline{MS}} \equiv \hat{s}_Z^2 = 0.2293 \pm 0.0024_{\text{stat.}} \pm 0.0016_{\text{syst.}} \pm 0.0006_{\text{theo.}} \tag{2.64}$$

Dieser Wert ist in voller Übereinstimmung mit dem Standardmodell und damit mit dem von uns verwendeten Wert aus [18] von $\hat{s}_Z^2 = 0.23120(15)$ und setzt neue Limits für die neue Physik jenseits des Standardmodells.

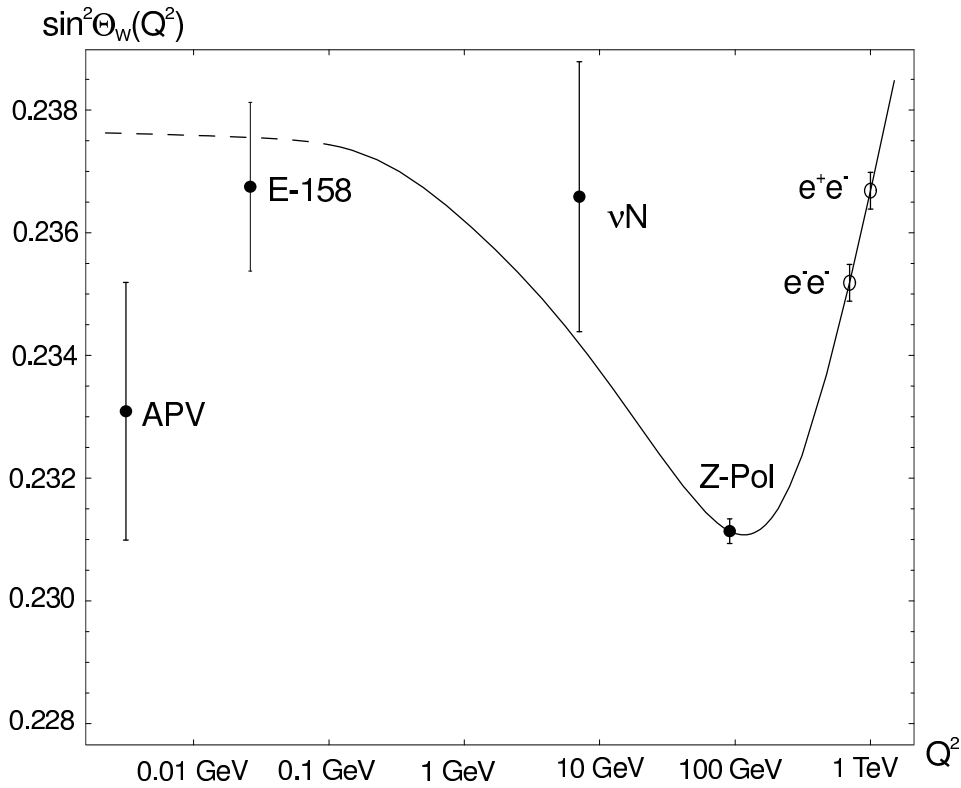


Abbildung 2.6: Vorhersage für den Verlauf des schwachen Mischungswinkels $\sin^2 \theta_w$ als Funktion des Impulsübertrages Q^2 aus [46]. Bereits erfolgte Messungen sind im Gegensatz zu den projizierten Messungen mit einem ausgefüllten Kreis gekennzeichnet. Der Meßpunkt für den ersten Teil der Daten von E-158 [47] ist ebenfalls eingetragen. Er entspricht einer schwachen Ladung des Elektrons $Q_W^e = -0.053 \pm 0.011$.

Q_{Weak}

Q_{Weak} ist ein am JLab bewilligtes Experiment, das die schwache Ladung des Protons messen soll [34]. Die schwache Ladung ist definiert als $Q_W^p = 1 - 4 \sin^2 \Theta_w$. Somit wird auch bei diesem Experiment der schwachen Mischungswinkel bei kleinem Impulsübertrag untersucht. Die experimentelle Methode ist die Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie in der elastischen Streuung von polarisierten Elektronen an unpolarisiertem Wasserstoff. In die Asymmetrie gehen neben Q_W^p auch elektromagnetischen Formfaktoren sowie die seltsamen Formfaktoren ein, wie sie z.B. von A4, G^0 , HAPPEX und SAMPLE gemessen werden. Die Ergebnisse der laufenden Paritätsexperimente werden daher bei der Bestimmung von Q_W^p Verwendung finden.

Ein Elektronstrahl mit einer Energie von 1.2 GeV, einem Strahlstrom von $180 \mu\text{A}$ und einer Polarisierung von 80% soll auf ein 35 cm langes Flüssig-Wasserstofftarget treffen. Die gestreuten Elektronen sollen unter Streuwinkeln von $\theta_e = 9^\circ \pm 2^\circ$ nachgewiesen werden, dies entspricht einem Impulsübertrag von $Q^2 = 0.03 (\text{GeV}/c)^2$. Die unter kleinem Winkel gestreuten Elektronen sollen mittels eines torodialen Magneten in Quarz-Cherenkov-Detektoren gelenkt werden, die integrierend messen und einen Raumwinkel von etwa 46 msr abdecken. Die projektierte Meßzeit beträgt 2200 h. Es ist geplant, den schwachen Mischungswinkel mit einer Genauigkeit von $\Delta(\sin^2 \Theta_w) = 0.0007$ zu bestimmen. Das Experiment wird nach G^0 laufen, voraussichtlich im Jahr 2006.

2.2 Zwei-Photon-Austausch bei Transversalpolarisation in der elastischen Elektron-Proton-Streuung

In jüngster Zeit hat die Untersuchung von Beiträgen des Zwei-Photon-Austausches zum Wirkungsquerschnitt in der elastischen Streuung transversal polarisierter Elektronen an Protonen enorm an Interesse gewonnen. Es lassen sich damit beispielsweise Aussagen zu πN -Amplituden, generalisierten Parton-Verteilungen (GPD) und zu elektroschwachen Boxgraphen gewinnen. Der Detektor des A4-Experiments, ursprünglich entworfen zur Vermessung der paritätsverletzenden Asymmetrie in der elastischen Streuung longitudinal polarisierter Elektronen, eignet sich wegen seiner 2π -Abdeckung des Azimutstreuwinkels ϕ_e und wegen seiner Fähigkeit, Asymmetrien im Wirkungsquerschnitt bis zu 10^{-6} hinunter zu vermessen, in besonderer Weise für Experimente mit transversal polarisierten Elektronen. In zwei Pilotmessungen, die in Kapitel 6 vorgestellt werden, wurde die Tauglichkeit des A4-Aufbaus für solche Messungen unter Beweis gestellt. Im Rahmen des Sonderforschungsbereichs SFB 443 wurde das Forschungsvorhaben als exzellent begutachtet, im Teilprojekt H7 ist ein umfangreiches Meßprogramm bewilligt worden. Im folgenden soll die zugrundeliegende Physik des Zwei-Photon-Austausches vorgestellt werden.

2.2.1 Zwei-Photon-Austausch

Die elektromagnetische Wechselwirkung bei der Elektron-Proton-Streuung wird in Bornscher Näherung durch den Austausch eines virtuellen Photons mit dem negativen Viererimpulsübertrag Q^2 beschrieben. Prozesse höherer Ordnung können wegen der Kleinheit der Kopplungskonstante $\alpha \approx 1/137$ als kleine Strahlungskor-

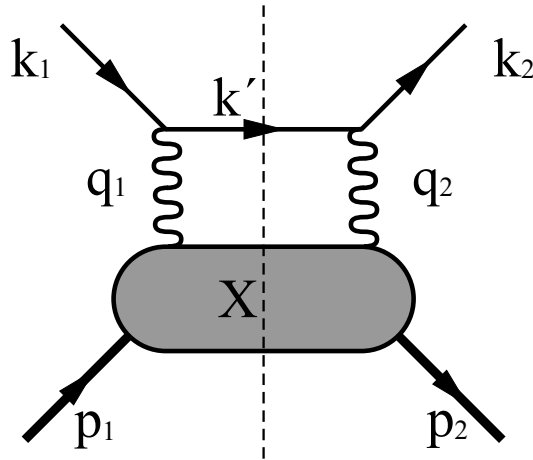


Abbildung 2.7: Feynman-Diagramm des Zwei-Photon-Austausches. Die Blase X steht für den Zwischenzustand des Protons, zu dem auch angeregte Zustände gehören können.

rekturen behandelt werden. Ein Prozeß höherer Ordnung ist der Austausch zweier virtueller Photonen (Abb. 2.7). Zum hadronischen Zwischenzustand können auch höher angeregte Nukleon-Zustände beitragen.

Der Zwei-Photon-Austausch wurde erstmals zu Beginn der 1970er Jahre diskutiert und ist in jüngster Zeit wieder stärker ins Interesse gerückt durch die Beobachtung, daß das Verhältnis $R^2 = (\mu_p G_E^p / G_M^p)^2$ gemessen per Rosenbluth-Separation abweicht von dem, welches aus Polarisationstransfer-Experimenten bestimmt wird (Abb. 2.8). Möglicherweise können Beiträge des Zwei-Photon-Austauschs diese Diskrepanz erklären [48]. Ein alternativer Zugang zur Zwei-Photon-Amplitude ist die Messung der Asymmetrie A_{\perp} in der elastischen Streuung transversal polarisierter Elektronen an unpolarisierten Protonen. In der elastischen Elektron-Proton-Streuung kann der Lepton-Vertex vollständig innerhalb der QED beschrieben werden, die Struktur des Protons wird durch zwei reelle Funktionen F_1, F_2 , die von Q^2 abhängen, parametrisiert. Das Übergangsmatrixelement der elastischen Streuung kann folgendermaßen geschrieben werden:

$$M = \frac{e^2}{Q^2} \bar{u}(\underline{k}) \gamma_{\mu} u(k_1) \bar{u}(\underline{p}) \left[F_1(Q^2) \gamma_{\mu} + i \frac{\sigma_{\mu\nu} q^{\nu}}{2M} F_2(Q^2) \right] u(p_1) \quad (2.65)$$

$k_1 (p_1)$ und $k_2 (p_2)$ sind die Viererimpulse von ein- und auslaufendem Elektron (Proton), die durch die Spinoren $u(k)$ bzw. $u(p)$ dargestellt sind, M ist die Masse des Protons, $q = k_1 - k_2$, $Q^2 = -q^2 > 0$. Strahlungskorrekturen zum Ein-Photon-Austausch sind innerhalb der QED berechenbar. Der Zwei-Photon-Austausch ist von der Ordnung α relativ zum führenden Term, da er durch Interferenz mit der Ein-Photon-Amplitude eingeht. Der Austausch mehrerer Photonen kann in Analogie zur elastischen np -Streuung behandelt werden [50]. Eine Verallgemeinerung

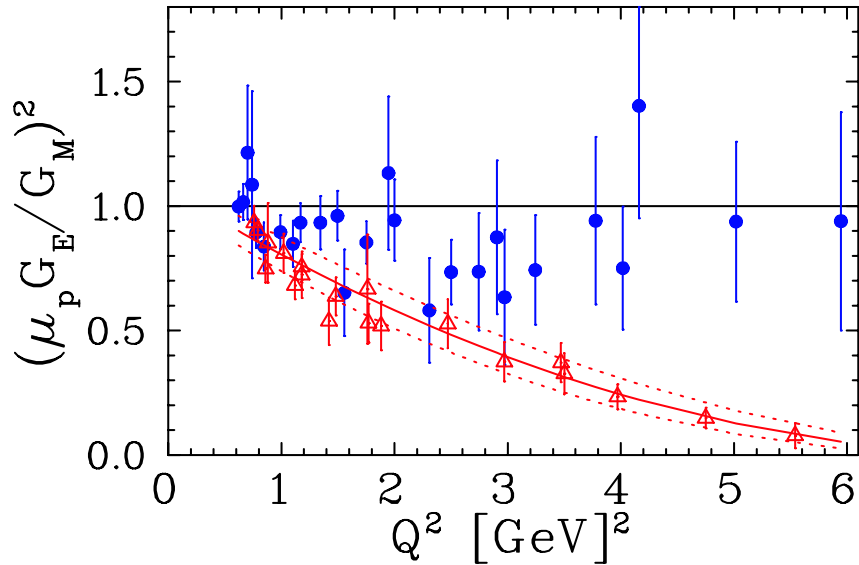


Abbildung 2.8: Verhältnis $(\mu_p G_E^p / G_M^p)^2$ bestimmt aus Rosenbluth-Separation und Polarisationsübertrag-Experimenten, Darstellung aus [49]. In blau (Dreiecke) dargestellt sind die Daten, die sich aus den Wirkungsquerschnitt-Messungen ergeben. Sie sind verträglich mit $R=1$. In rot (ausgefüllte Punkte) dargestellt sind die Daten aus Polarisationsübertrags-Messungen. An diese Daten wurde eine phänomenologische Funktion angepaßt. Die Diskrepanz zwischen beiden Methoden bei größeren Impulsüberträgen ist offensichtlich.

der Spinstruktur des Matrixelements führt zu sechs unabhängigen Produkten von Vierer-Spinoren, die Anfangs- und Endzustand der Fermionen beschreiben:

$$\begin{aligned}
 \bar{u}(\underline{k})u(k_1) &\cdot \bar{u}(\underline{p})u(p_1), \\
 \bar{u}(\underline{k})\gamma u(k_1) &\cdot \bar{u}(\underline{p})\gamma \cdot Ku(p_1), \\
 \bar{u}(\underline{k})\gamma_5 u(k_1) &\cdot \bar{u}(\underline{p})\gamma_5 u(p_1), \\
 \bar{u}(\underline{k})\gamma \cdot Pu(k_1) &\cdot \bar{u}(\underline{p})\gamma \cdot Ku(p_1), \\
 \bar{u}(\underline{k})\gamma \cdot Pu(k_1) &\cdot \bar{u}(\underline{p})u(p_1), \\
 \bar{u}(\underline{k})\gamma_5 \gamma \cdot Pu(k_1) &\cdot \bar{u}(\underline{p})\gamma_5 \gamma \cdot Ku(p_1)
 \end{aligned}$$

Dabei ist $K = (k_1 + k_2)/2$ und $P = (p_1 + p_2)/2$. Die ersten drei Produkte kehren die Helizität des Elektrons um, die letzten drei hingegen erhalten die Helizität. Die Streuamplitude wird durch die sechs komplexen Funktionen $\hat{G}_M, \hat{F}_2, \hat{F}_3, \hat{F}_4, \hat{F}_5$ und \hat{F}_6 parametrisiert, die von Q^2 und s abhängen mit $s = (k_1 + p_1)^2$. Die Streuamplitude kann aufgeteilt werden in einen helizitätserhaltenden und einen helizitätsumkehrenden Anteil:

$$M = M_{non-flip} + M_{flip} \tag{2.66}$$

Die helizitätserhaltende Streuamplitude $M_{non-flip}$, die den Austausch mehrerer Photonen einschließt, kann geschrieben werden [51]:

$$M_{non-flip} = \frac{e^2}{Q^2} \bar{u}(\underline{k}) \gamma_\mu u(k_1) \bar{u}(\underline{p}) \left[\hat{G}_M \gamma_\mu - \hat{F}_2 \frac{P^\mu}{M} + \hat{F}_3 \frac{\gamma \cdot K P^\mu}{M^2} \right] u(p_1) \quad (2.67)$$

Die helizitätsumkehrende Amplitude M_{flip} lautet:

$$M_{flip} = \frac{m_e}{M} \frac{e^2}{Q^2} \left(\bar{u}(\underline{k}) u(k_1) \bar{u}(\underline{p}) \left[\hat{F}_4 + \hat{F}_5 \frac{\gamma \cdot K}{M} \right] u(p_1) + \hat{F}_6 \bar{u}(\underline{k}) \gamma_5 u(k_1) \bar{u}(\underline{p}) \gamma_5 u(p_1) \right) \quad (2.68)$$

In Bornscher Näherung erhält man:

$$\begin{aligned} \hat{G}_M^{\text{Born}}(s, Q^2) &= G_M(Q^2) \\ \hat{F}_2^{\text{Born}}(s, Q^2) &= F_2(Q^2) \\ \hat{F}_{3,4,5,6}^{\text{Born}} &= 0 \end{aligned}$$

\hat{F}_2 kann umgeschrieben werden als \hat{G}_E ,

$$\hat{G}_E = \hat{G}_M - (1 + \tau) \hat{F}_2 \quad (2.69)$$

so daß man in Bornscher Näherung den elektrischen Formfaktor erhält:

$$\hat{G}_E^{\text{Born}}(s, Q^2) = G_E(Q^2) \quad (2.70)$$

Um zwischen Ein- und Zwei-Photon-Beiträgen zu unterscheiden, ist es hilfreich, folgende Dekomposition einzuführen:

$$\hat{G}_M = G_M + \Delta \hat{G}_M \quad (2.71)$$

$$\hat{G}_E = G_E + \Delta \hat{G}_E \quad (2.72)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt unter Berücksichtigung des Zwei-Photon-Austausches kann nun folgendermaßen geschrieben werden [52]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_0 \left\{ \tau [G_M^2 - 2G_M \text{Re}(\Delta \hat{G}_M)] + \varepsilon [G_E^2 - 2G_E \text{Re}(\Delta \hat{G}_E)] \right. \\ \left. - 2\varepsilon \sqrt{\tau(1+\tau)} \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} [G_E + \tau G_M] \text{Re}(\hat{F}_3) \right\} \quad (2.73) \end{aligned}$$

wobei σ_0 den Mott-Wirkungsquerschnitt darstellt und ε wie in Gl. 2.51 definiert ist. Der Zwei-Photon-Beitrag zum elastischen Wirkungsquerschnitt drückt sich insbesondere im Realteil $\text{Re}(\hat{F}_3)$ aus. Die Zwei-Photon-Beiträge für die elastische

Positron-Nukleon-Streuung gehen mit genau entgegengesetztem Vorzeichen ein, so daß sie sich für die Summe der Wirkungsquerschnitte herausmitteln:

$$\frac{1}{2} \left(\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{e^-p} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{e^+p} \right) = \sigma_0 (G_E + \tau G_M) \quad (2.74)$$

Durch Vergleich von Wirkungsquerschnitts-Daten für e^-p - und e^+p -Streuung lassen sich prinzipiell Zwei-Photon-Beiträge isolieren. Bereits zu Beginn der 1970er Jahre versuchte man solch einen Nachweis zu führen, der aber innerhalb der experimentellen Genauigkeit nicht möglich war [53]. Weitere experimentell mögliche Zugänge bieten die ‘‘T-Odd’’-Polarisations-Observablen. Eine davon ist die sogenannte Normalspin-Asymmetrie (‘‘beam normal spin asymmetry’’) A_\perp im Wirkungsquerschnitt der elastischen ep -Streuung mit dem Elektronspin parallel (σ_\uparrow) und antiparallel (σ_\downarrow) zum Polarisationsnormalenvektor $\vec{S}_n = (\vec{k}_1 \times \vec{k}_2) / (|\vec{k}_1 \times \vec{k}_2|)$:

$$A_\perp = \frac{\sigma_\uparrow - \sigma_\downarrow}{\sigma_\uparrow + \sigma_\downarrow} \quad (2.75)$$

Für diese Asymmetrie gilt [51]:

$$A_\perp = \frac{2m_e}{Q} \sqrt{2\varepsilon(1-\varepsilon)} \sqrt{1 + \frac{1}{\tau} \left(G_M^2 + \frac{\varepsilon}{\tau} G_E^2 \right)^{-1}} \times \left\{ -\tau G_M \text{Im} \left(\hat{F}_3 + \frac{1}{1+\tau} \frac{v}{M^2} \hat{F}_5 \right) - G_E \text{Im} \left(\hat{F}_4 + \frac{1}{1+\tau} \frac{v}{M} \hat{F}_5 \right) \right\} \quad (2.76)$$

v ist dabei der Energieübertrag auf das Proton. Man sieht an Gl. 2.76, daß die Asymmetrie im Falle der Bornschen Näherung verschwindet. A_\perp ist proportional zu einer Linearkombination der Imaginärteile $\text{Im}(\hat{F}_3)$, $\text{Im}(\hat{F}_4)$ und $\text{Im}(\hat{F}_5)$. Eine Extraktion dieser Imaginärteile aus einer Messung ist prinzipiell möglich unter Zuhilfenahme von Modellrechnungen, die den Imaginärteil der Zwei-Photon-Austausch-Amplitude mit dem hadronischen Tensor verbinden [51]. Gegenwärtig ist noch offen, ob man mit Kenntnis der Imaginärteile von \hat{F}_i beispielsweise über Dispersionsrelationen den Realteil von \hat{F}_3 berechnen kann. Dies würde einen von den direkten Wirkungsquerschnittsmessungen unabhängigen Zugang zu dieser Größe ermöglichen und könnte helfen, die Diskrepanz bei den Formfaktormessungen zwischen Rosenbluth-Separation und Polarisationsübertrag zu erklären.

Der Imaginärteil der Zwei-Photon-Amplitude kann aus dem Absorptionsteil des Tensors der doppelt virtuellen Compton-Streuung berechnet werden. Die Teilchen im Zwischenzustand befinden sich auf der Massenschale. Die Impulse von Fermion und Boson in der Schleife sind durch Impulserhaltung gegeben. Alle hadronischen Zwischenzustände, die aufgrund der Kinematik angeregt werden können, tragen zu A_\perp bei. Berechnungen von A_\perp als Funktion des Elektron-Streuwinkels θ_{lab} für verschiedene am Beschleuniger MAMI mögliche Energien sind in Abb. 2.9 aufgetragen [51]. Dabei wurden die hadronischen Zwischenzustände mit MAID [54]

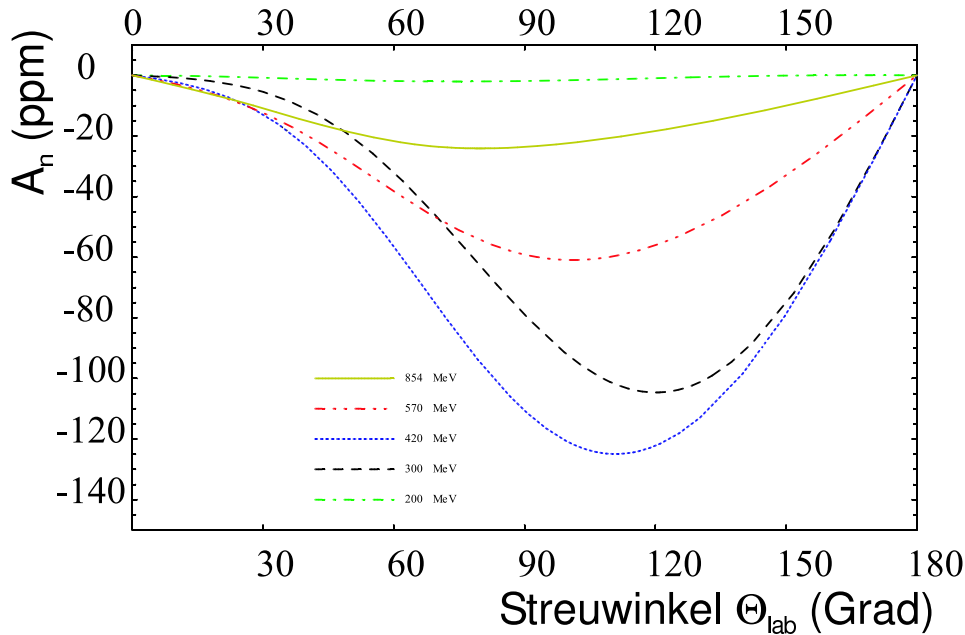


Abbildung 2.9: Berechnung der Normalspin-Asymmetrie A_{\perp} als Funktion des Elektron-Streuwinkels für verschiedene Energien [51]. Die Rechnungen enthalten für den hadronischen Zwischenzustand sowohl den Proton-Grundzustand als auch alle möglichen angeregten πN -Zwischenzustände.

berechnet. Neben dem Proton-Grundzustand wurden alle kinematisch möglichen πN -Zwischenzustände berücksichtigt. Für die zwei A4-Messungen bei $E=570$ MeV und $E=855$ MeV und Vorwärtsstreuung betragen die Vorhersagen [51]:

$$\begin{aligned} A_{\perp}(E=570 \text{ MeV}) &= -15.7 \cdot 10^{-6} \\ A_{\perp}(E=855 \text{ MeV}) &= -13.0 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

2.2.2 Andere Experimente zur Messung von A_{\perp}

Eine experimentelle Bestimmung der Normalspin-Asymmetrie A_{\perp} ist erst kürzlich ins Interesse gerückt. Bisher gibt es nur wenig Daten hierzu. Die SAMPLE-Kollaboration hat erstmals eine Messung in der elastischen Elektron-Proton-Streuung mit transversaler Spinstellung durchgeführt [55]. Die Elektronenenergie betrug 200 MeV und der Laborstreuwinkel $130^{\circ} \leq \theta_e \leq 170^{\circ}$, entsprechend einem Impulsübertrag $Q^2 = 0.1(\text{GeV}/c)^2$. Mit einer Meßzeit von nur zwei Tagen diente sie hauptsächlich als Pilotmessung. Hier wurde erstmals eine azimuthale Abhängigkeit beobachtet (Abb. 2.10). Die Asymmetrie wurde zu $A_{\perp} = (15.4 \pm 5.4) \cdot 10^{-6}$ bestimmt. Auch die G^0 -Kollaboration hat eine Messung mit transversal polarisier-

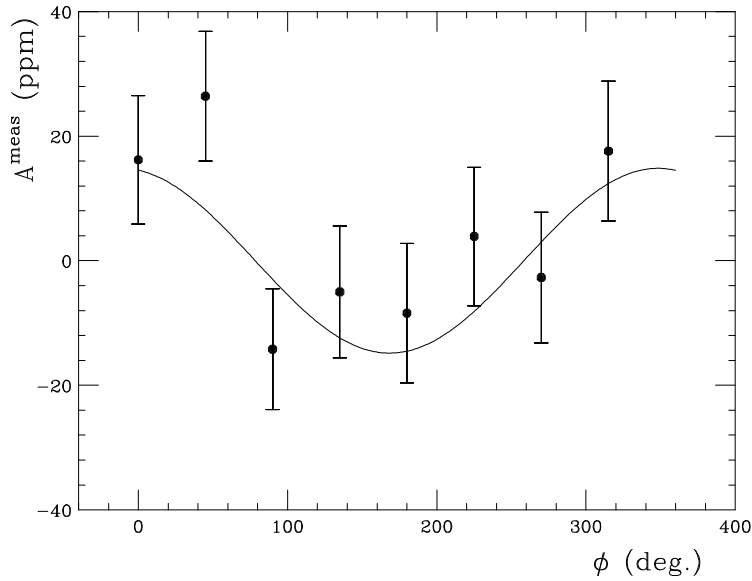


Abbildung 2.10: Ergebnis der SAMPLE-Messung bei transversaler Spinstellung, Rückwärtswinkeln $130^\circ \leq \theta_e \leq 170^\circ$, $E=200$ MeV und $Q^2 = 0.1$ $(\text{GeV}/c)^2$. Darstellung aus [55]. Die Normalspin-Asymmetrie wurde zu $A_\perp = (-15.4 \pm 5.4) \cdot 10^{-6}$ bestimmt.

ten Elektronen bei einer Meßzeit von 30 Stunden durchgeführt [56]. Für die G^0 -Kinematik mit einer Elektronenergie $E=3$ GeV und Vorwärtsstreuwinkeln sind die vorhergesagten Asymmetrien allerdings recht klein ($-3 \cdot 10^{-6} \leq A_\perp \leq 0 \cdot 10^{-6}$). Ergebnisse sind noch nicht veröffentlicht. Die G^0 -Kollaboration plant Messungen mit Transversalpolarisation unter Rückwärtswinkeln bei drei verschiedenen Strahlenergien [56].

2.3 Mischung von Longitudinal- und Transversalpolarisation

Die Polarisationsorientierung des Elektronstrahls hängt von der relativistischen Präzession der Spins in den Magnetfeldern des Beschleunigers ab. Durch geeignete Wahl der Einschußenergie der Elektronen kann am Targetort der gewünschte Spinwinkel θ_S eingestellt werden, $\theta_S = 0^\circ$ bedeutet longitudinale Polarisation, $\theta_S = 90^\circ$ transversale Polarisation. Darüberhinaus erlaubt ein Wienfilter (Kap. 5.2.2) die Manipulation der Spinrichtung. In der Praxis kann es allerdings zu Spinfehlwinkeln $\Delta\theta_S$ kommen, d. h. die Elektronen sind nicht ausschließlich longitudinal oder transversal polarisiert, sondern haben Komponenten von beiden Polarisationsrichtungen. Bei den in dieser Arbeit vorgestellten Messungen betragen die Fehlwinkel

$3^\circ \leq \Delta\theta_S \leq 10^\circ$ (Kap. 5.2.2). Hierfür soll im folgenden ein Formalismus entwickelt werden. Die Polarisation des Elektrons vor der Streuung läßt sich durch den Polarisationsvektor \vec{P} beschreiben. Der Spin des Elektrons befindet sich stets in der Beschleuniger-Ebene, hier xz-Ebene genannt, und kann durch einen Winkel θ_S relativ zur z-Achse beschrieben werden. Weiterhin wird der Spinfeldstellwinkel $\Delta\theta_S$ eingeführt, der eine Fehlstellung um den Winkel $\Delta\theta_S$ von dem gewünschten Sollwinkel θ_S beschreibt. Man kann den Polarisationsvektor dann folgendermaßen definieren:

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} P_X \\ 0 \\ P_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\theta_S + \Delta\theta_S) \\ 0 \\ \cos(\theta_S + \Delta\theta_S) \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

Ebenso kann man einen Vektor für die physikalische Asymmetrie \vec{A}^{phys} definieren, der die Asymmetrien in Abhängigkeit des Spinwinkels $\theta_S + \Delta\theta_S$ und des Azimutstreuwinkels ϕ_e beschreibt:

$$\vec{A}^{phys} = \begin{pmatrix} A_\perp \sin(\phi_e) \\ 0 \\ A_{PV} \end{pmatrix} \quad (2.78)$$

Die im Experiment zu beobachtende physikalische Asymmetrie A^{phys} läßt sich nun als Produkt aus Polarisations- und Asymmetrievektor $\vec{P} \cdot \vec{A}^{phys}$ schreiben. Für die Messungen mit longitudinaler Spinstellung ($\theta_S = 0^\circ$) erhält man:

$$A^{phys} = \vec{P} \cdot \vec{A}^{phys} = A_\perp \sin\Delta\theta_S \sin\phi_e + A_{PV} \cos\Delta\theta_S \quad (2.79)$$

Für die Messungen mit transversaler Spinstellung ($\theta_S = 90^\circ$) erhält man:

$$A^{phys} = \vec{P} \cdot \vec{A}^{phys} = A_\perp \cos\Delta\theta_S \sin\phi_e - A_{PV} \sin\Delta\theta_S \quad (2.80)$$

Für die Analyse bedeutet es, daß bei Auftreten einer Spinfeldstellung $\Delta\theta_S$ bei nominell longitudinaler Polarisation mit einer azimutwinkelabhängigen Aufmodulation von $A_\perp \cdot \sin\Delta\theta_S$ und einer Reduktion des konstanten Beitrags um $\cos\Delta\theta_S$ gerechnet werden muß und bei nominell transversaler Polarisation mit einer Verschiebung der zu beobachtenden Sinuskurve um eine Konstante $A_{PV} \cdot \sin\Delta\theta_S$ und einer Reduktion der Sinus-Amplitude um $\cos\Delta\theta_S$. Prinzipiell denkbar ist auch eine Messung bei einem Spinwinkel von beispielsweise $\theta_S = 45^\circ$. In diesem Fall würde man die Normalspin-Asymmetrie A_\perp und die paritätsverletzende Asymmetrie A_{PV} gleichzeitig messen. Dem Nachteil möglicher Komplikationen in der Analyse stünde dabei der Gewinn der Gelegenheit gegenseitiger systematischer Überprüfungen beider Meßprogramme gegenüber.

Kapitel 3

Prinzip und experimenteller Aufbau des A4-Experiments

3.1 Meßprinzip und Anforderungen an den Meßaufbau

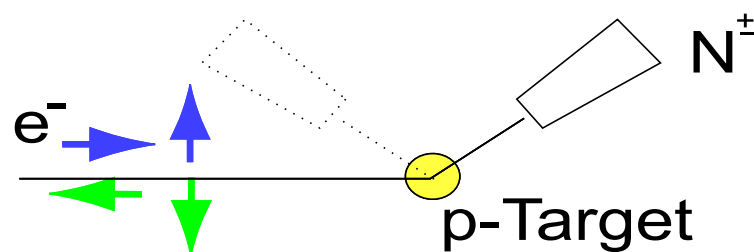


Abbildung 3.1: Grundprinzip des A4-Experiments. Longitudinal oder transversal polarisierte Elektronen werden an einem unpolarisiertem Target gestreut und mit einem Detektor nachgewiesen.

Die Meßgröße des A4-Experiments ist die Asymmetrie im Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung polarisierter Elektronen an einem unpolarisierten Target. Die Elektronen können dabei entweder longitudinal oder transversal polarisiert sein. Die physikalische Asymmetrie ist definiert als

$$A^{phys} = \frac{\sigma^+ - \sigma^-}{\sigma^+ + \sigma^-} \quad (3.1)$$

σ^+ bzw. σ^- bezeichnet dabei den Wirkungsquerschnitt entweder für longitudinal rechts- (+) bzw. linkshändig (-) oder für transversal in der Beschleunigerebene entweder nach rechts (+) oder links zur Ausbreitungsrichtung (-) polarisierte Elektro-

nen. Das Meßprinzip ist einfach (Abb. 3.1). Die am Target polarisiert einlaufenden Elektronen werden nach der Streuung von einem Detektor unter dem Polarstreuwinkel θ_e nachgewiesen und gezählt. Der Nachweis der am Target elastisch gestreuten Elektronen erfolgt über eine kalorimetrische Ein-Arm-Messung. Das Proton wird in der Streuung nicht nachgewiesen, da in der elastischen Streuung die Messung des Winkels und der Energie des gestreuten Elektrons ausreicht, um die Kinematik festzulegen. Die Grundlagen zur Bestimmung der Asymmetrie A^{phys} sollen kurz aufgezählt werden:

- Proportionalität zwischen Wirkungsquerschnitt σ^\pm und elastisch nachgewiesenen Ereignissen N^\pm
- Normierung der elastischen Ereignisse auf Proportionalitätsfaktoren, welche für “+”- und “-”-Polarisation verschieden sein können
- Korrektur der Asymmetrie auf apparative Asymmetrien und Polarisationsgrad

Präzise Messungen eines Wirkungsquerschnitts σ sind schwierig, da etliche Proportionalitätsfaktoren (Luminosität und damit verbunden Strahlstrom und effektive Targetdichte, Raumwinkel, Detektoreffizienzen etc.) eingehen. Bei der Asymmetriebildung hingegen kürzen sich Proportionalitätsfaktoren weg, die für die beiden Polarisationsrichtungen “+” und “-” gleich sind. Die Anzahl der elastisch gestreuten Teilchen N^\pm ist proportional zum Produkt aus Luminosität L^\pm und Wirkungsquerschnitt σ^\pm . In einem ersten Schritt wird daher eine experimentelle Rohasymmetrie A^{exp} aus den auf die Luminosität normierten elastischen Ereignissen gebildet. Im A4-Experiment wird statt auf die Luminosität L^\pm auf die Targetdichte $\rho^\pm = L^\pm / I^\pm$ normiert, die der Quotient von Luminosität L^\pm und Strahlstrom I^\pm ist (Kap. 5):

$$A^{exp} = \frac{N^+/\rho^+ - N^-/\rho^-}{N^+/\rho^+ + N^-/\rho^-} \quad (3.2)$$

Um daraus die physikalische Asymmetrie A^{phys} zu bestimmen, muß auf den Polarisationsgrad des Elektronstrahls und apparative Asymmetrien korrigiert werden. Apparative Asymmetrien sind triviale Asymmetrien im Wirkungsquerschnitt, die von mit der Helizitätumschaltung korreliert auftretenden unterschiedlichen Strahleigenschaften hervorgerufen werden. Ist beispielsweise die Strahllage für die beiden Polarisationsrichtungen “+” und “-” unterschiedlich, so sind auch Streuwinkel und Raumwinkel unterschiedlich, die sich im Wirkungsquerschnitt niederschlagen. Beispielsweise führt bei einer Elektronenergie von $E=855$ MeV eine Differenz in der Strahllage von $\Delta y = y^+ - y^- = 0.28 \mu\text{m}$ zu einer trivialen apparativen Asymmetrie von $A^{app} = 1 \cdot 10^{-6}$. Die apparativen Asymmetrien werden manchmal auch

als falsche Asymmetrien bezeichnet. Der Zusammenhang zwischen Rohasymmetrie und physikalischer Asymmetrie kann folgendermaßen geschrieben werden (Kap.6):

$$A^{exp} = P \cdot A^{phys} + \sum_i A_i^{app} \quad (3.3)$$

P bezeichnet den Polarisationsgrad des Elektronstrahls. Aus der physikalischen Asymmetrie können dann die gesuchten physikalischen Größen bestimmt werden (Kap. 7).

An das Design des Experiments werden folgende Anforderungen gestellt:

- Minimierung des statistischen Fehlers
- Trennung der elastischen Ereignisse von Untergrundprozessen
- Minimierung des systematischen Fehlers

Da die zu messenden Asymmetrien klein sind (Größenordnung 10^{-6}), muß eine große Zahl elastischer Ereignisse nachgewiesen werden. Der Poissonstatistik folgend ist der statistische Fehler der gemessenen Asymmetrie umgekehrt proportional zur Wurzel der nachgewiesenen elastischen Ereignisse $N = N^+ + N^-$, d. h. $\Delta A^{exp}|_{stat} \propto 1/\sqrt{N}$. Um beispielsweise eine Asymmetrie von $2 \cdot 10^{-6}$ auf zehn Prozent statistisch genau zu vermessen, sind bei einem typischen Polarisationsgrad von $P = 80\%$ rund $4 \cdot 10^{13}$ elastische Ereignisse vonnöten. Festlegung der Kinematik und Wahl des Detektors sind daher von der Fragestellung dominiert, wie man eine Asymmetrie bei einem festgelegten relativen statistischen Fehler in möglichst kurzer Zeit messen kann. Zusätzlich muß der Detektor elastische von inelastischen Ereignissen trennen können, weil inelastische Ereignisse eine eigene, unbekannte paritätsverletzende Asymmetrie haben können, beispielsweise die Pion-Produktion. Eine Beimischung inelastischer Ereignisse würde die Bestimmung der Asymmetrie in der elastischen Streuung verfälschen. Zur Unterdrückung inelastischer Ereignisse sind mehrere Vorgehensweisen möglich. So kann man die Energie der Elektronen so gering wählen, daß die inelastischen Ereignisse keinen signifikanten Beitrag mehr liefern (wie bei SAMPLE) oder ein Magnetspektrometer zur Separation der elastischen Ereignisse verwenden (HAPPEX). Die geringe Akzeptanz eines Spektrometers zwingt zur Wahl kleiner Streuwinkel, um noch genügend Ereignisse nachzuweisen, weil bei größeren Winkeln Wirkungsquerschnitte und damit die Raten zu stark abfallen. Die A4-Kollaboration hat sich für ein Kalorimeter entschieden; hier geschieht die Separation der elastischen Ereignisse über Schnitte im Energiespektrum der nachgewiesenen Teilchen. Solch ein Kalorimeter kann größere Raumwinkelbereiche abdecken und erlaubt somit auch die Wahl größerer Streuwinkel. Zur Festlegung der Kinematik wurde ein Gütefaktor $F(E, \theta) = A^2 \cdot d\sigma/d\Omega$ definiert, dessen

Maximum angibt, bei welchem Streuwinkel man in kürzester Zeit eine Asymmetrie mit definierter relativer statistischer Unsicherheit bestimmen kann. Während der Wirkungsquerschnitt mit der vierten Potenz des Impulsübertrags Q^4 abfällt, wächst die Asymmetrie mit Q^2 an. Es zeigte sich [57], daß bei der derzeitigen MAMI-Maximalenergie von 855 MeV das Optimum bei einem Streuwinkel $\theta_e = 35^\circ$ liegt. Da die Asymmetrien mit einer Genauigkeit von 10^{-7} vermessen werden sollen, ist eine Minimierung systematischer Fehler unerlässlich. Ein häufiger Wechsel zwischen den Polarisationszuständen “+” und “-” - im A4-Experiment mit einer Umschaltfrequenz von 25 Hz - sorgt dafür, daß sich langfristige Veränderungen in den Experimentbedingungen nicht in der Asymmetrie niederschlagen. Die Strahlparameter werden im gesamten Experiment von der Quelle bis zum Target überwacht, korreliert mit der Polarisationsumschaltung auftretende Schwankungen werden durch Stabilisierungssysteme mit Rückkopplung minimiert. Die wichtigsten Komponenten des Experiments werden im folgenden Kapitel vorgestellt.

3.2 Experimentelle Realisierung

Das A4-Experiment hat seinen Platz in den Experimentierhallen 3 und 4 am Elektronenbeschleuniger Mainzer Mikrotron (MAMI). Eine Übersicht über den Beschleuniger mit den für das A4-Experiment wichtigen Komponenten ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Die polarisierten Elektronen werden an der Quelle für polarisierte Elektronen erzeugt, in den Mikrotronen beschleunigt und in die Experimentierhallen transportiert (Kap. 3.2.2). Eine spezielle Elektronik, der sogenannte Gategenerator (Kap. 3.2.1), steuert die Umschaltung der Helizität, die alle 20 ms erfolgt. Die Parameter des Elektronstrahls (Strom, Lage, Energie) werden an verschiedenen Stellen gemessen und geregelt (Kap. 3.2.3). Die polarisierten Elektronen streuen an einem 10 cm langen unpolarisierten Flüssig-Wasserstofftarget (Kap. 3.2.4) und werden im PbF_2 -Kalorimeter detektiert (Kap. 3.2.5). Die Targetdichte wird von acht Luminositätsmonitoren überwacht (Kap. 3.2.6). Zur Bestimmung der physikalischen Asymmetrie ist die Kenntnis der Elektronenpolarisation notwendig. Hierzu stehen mehrere Polarimeter zur Verfügung bzw. sind im Aufbau (Kap. 3.2.7).

3.2.1 Experimentsteuerung

Zur Experimentsteuerung und Helizitätsumschaltung wurde ein sogenannter Gategenerator gebaut. Dieser weist die Quelle an, dem Elektronstrahl eine festgelegte Helizität zu geben, und speist der A4-Elektronik das Signal zur Datennahme ein. Das Gerät arbeitet netzsynchron, so daß falsche Asymmetrien durch Einstreuung von Störsignalen korreliert mit 50 Hz vermieden werden. Die Meßgatelänge wird an die Netzfrequenz angebunden und beträgt $T = 1/f \approx 20$ ms. Die Polarisations-

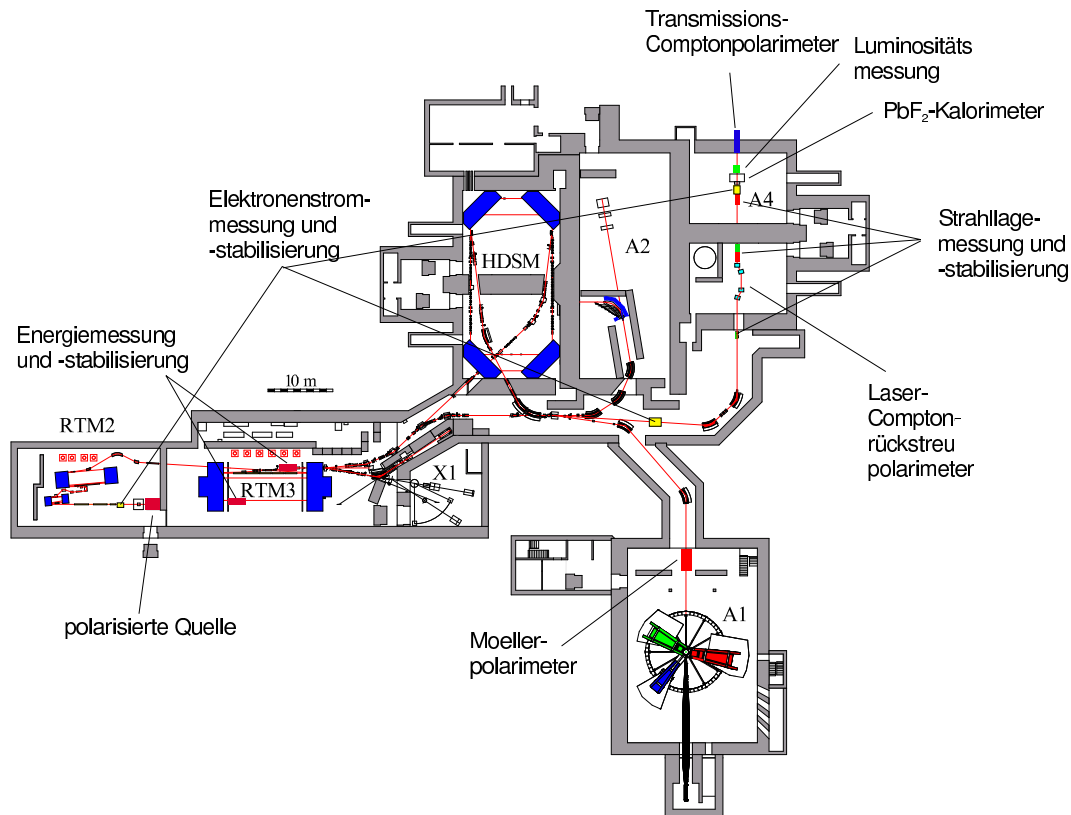


Abbildung 3.2: Plan des Elektronenbeschleunigers MAMI mit den für das A4-Experiment wichtigen Komponenten. Die polarisierten Elektronen werden an der polarisierten Quelle erzeugt, durch die Racetrack-Mikrotrone (RTM) beschleunigt und zur Experimentierhalle A4 transportiert. Strahlstrom, -lage und -energie müssen hierbei stetig kontrolliert werden. Es wird ein System von mehreren Mikrowellenkavitäten benutzt, um die Parameter des Strahls zu überwachen. Stabilisierungssysteme mit Rückkopplung werden benutzt, um Energie, Strom, Position und Winkel des Strahls zu stabilisieren. Der Polarisationsgrad des Elektronenstrahls kann von drei Polarimetern an verschiedenen Stellen des Beschleunigers vermessen werden. Die Elektronen streuen in der Experimentierhalle A4 am Wasserstofftarget und werden mit dem Bleifluorid-Kalorimeter nachgewiesen. Die Luminosität wird mit acht hinter dem Target angebrachten Wasser-Cherenkov-Monitoren gemessen.

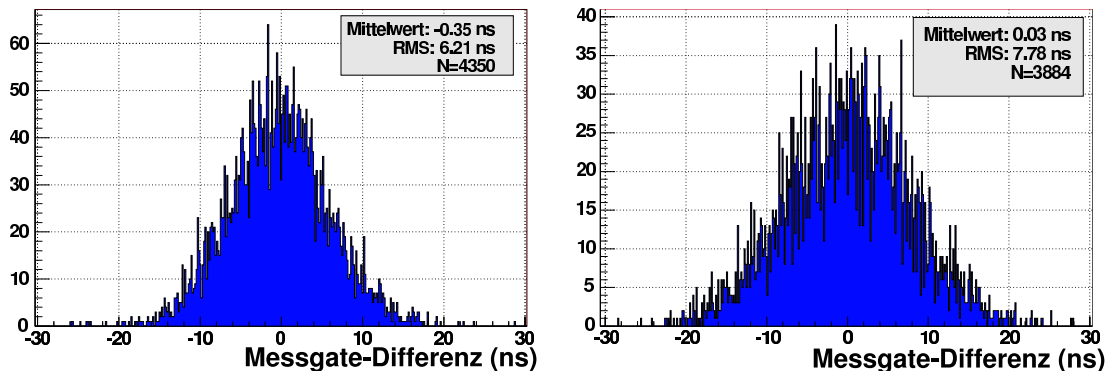


Abbildung 3.3: Meßgate-Differenzen zwischen den beiden Helizitäten für die Daten bei $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV und longitudinaler Polarisation. Die Differenzen sind so klein, daß sie keinen nennenswerten Einfluß auf die gemessene Asymmetrie ausüben.

muster werden jeweils für vier aufeinanderfolgende 20 ms-Perioden mit definierter Helizität (+ oder -) erzeugt. Zufallsgeneriert werden zwei Muster der Form $+ - - +$ oder $- + + -$. Durch diese Muster ist der Polarisationswechsel für beide Helizitäten gleichwahrscheinlich, so daß eine Korrelation der Asymmetrie mit der Umschaltsequenz vermieden wird. Zwischen zwei 20 ms Meßpulsen ist eine Umschaltzeit von $80 \mu\text{s}$ eingefügt. Diese wird aufgrund des Schaltverhaltens der Pockels-Zelle für die Polarisationsumschaltung benötigt.

Sind die Meßgate-Fenster für die beiden Helizitäten unterschiedlich lang, führen sie eine falsche Asymmetrie in das Ergebnis ein. Um den Einfluß der Meßgatelängen unter Kontrolle zu halten, werden die Längen der Meßgates in der A4-Datenaufnahme mithistogrammiert. In Abbildung 3.3 sind die helizitätskorrelierten Gatelängendifferenzen für etwa 4300 Datenläufe bei $E=854.3$ MeV und etwa 3900 Datenläufe bei $E=570.4$ MeV und longitudinaler Polarisation histogrammiert. Sie betragen im Mittelwert -0.34 ns und 0.03 ns und führen zu falschen Asymmetrien von lediglich $1.8 \cdot 10^{-8}$ bzw. $1.5 \cdot 10^{-9}$.

3.2.2 Quelle polarisierter Elektronen und Beschleuniger

Die Quelle polarisierter Elektronen [58, 59, 60] basiert auf dem Prinzip der Photoemission aus GaAs. Sie liefert für das A4-Experiment polarisierte Elektronen bei einem Strahlstrom von $20 \mu\text{A}$ und einer Polarisation von etwa 80%. Der Aufbau der Quelle ist schematisch in Abb. 3.4 dargestellt. Der GaAs-Kristall dient als Photokathode und wird mit 100 ps breiten Lichtpulsen eines getakteten Halbleiter-Lasers beleuchtet. Die Repetitionsrate des Lasers von 2.45 GHz ist dabei auf die Hochfrequenz von MAMI synchronisiert. Zur Erhöhung des Pola-

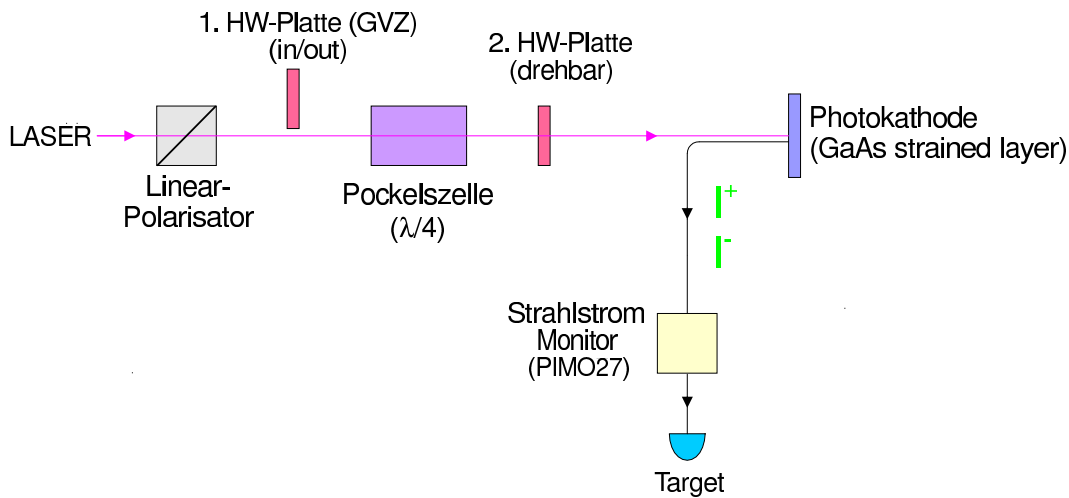


Abbildung 3.4: Aufbau der Quelle polarisierter Elektronen, Zeichnung aus [61]. Beschreibung siehe Text.

risationsgrades werden die GaAs-Kristalle in einer Richtung deformiert (strained layer). Die Helizität der emittierten Elektronen hängt von der Helizität des zirkular polarisierten Laserlichts ab. Es befinden sich an der Quelle zwei $\lambda/2$ -Platten. Eine davon kann in den Strahlengang des Lasers hineingefahren werden. Sie kehrt die Helizität des Laserlichts gerade um mit der Folge, daß sich auch die Helizität der emittierten Elektronen umkehrt. Diese Halbwellenplatte wird auch als Generalvorzeichenwechsler (GVZ) bezeichnet, ihr jeweiliger Status (in den Strahlengang des Lasers eingefahren oder nicht) mit IN und OUT. Mit einer Pockelszelle wird das Laserlicht wahlweise links- oder rechtszirkular polarisiert geschaltet. Damit kann die Helizität der emittierten Elektronen gewählt werden. Zur Verminderung der Schaltasymmetrie im Strahlstrom befindet sich eine drehbare Halbwellenplatte zwischen Pockelszelle und Photokathode. Durch symmetrische Orientierung der im Laserlicht verbliebenden Linearkomponenten zur Dehnungsachse des Kristalls kann die Stromasymmetrie auf $< 10^{-5}$ begrenzt werden. Die aus dem Kristall austretenden Photoelektronen werden mit einer Hochspannung von 100 kV aus der Quelle extrahiert und in den Beschleuniger MAMI eingespeist.

Die Elektronen werden am MAMI mit Hilfe sogenannter Rennbahn-Mikrotrone (“Race track microtron”, RTM) beschleunigt. Ein RTM besteht aus zwei 180° -Umlenkmagneten, die die Elektronen immer wieder demselben Linearbeschleuniger zuführen. Der Energiezugewinn bei jedem Durchlauf beträgt ΔE , so daß der Ablenkradius nach jeder Beschleunigung zunimmt. Nach n Durchläufen haben die Elektronen die Energie $E = n \cdot \Delta E$ gewonnen und werden extrahiert (Abb. 3.5). Die Linearbeschleuniger bestehen aus normalleitenden Hochfrequenzkavitäten, die

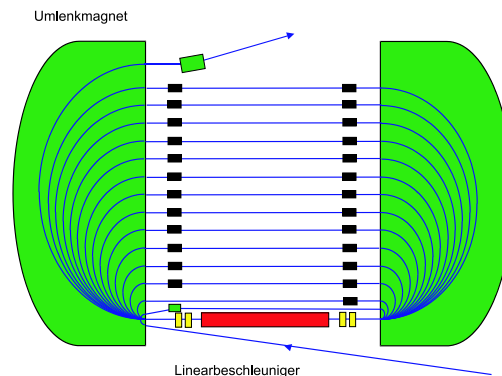


Abbildung 3.5: Prinzip eines Rennbahn-Mikrotrons (RTM). Das Elektron tritt mit niedriger Energie in das Feld des linken Umlenkmagneten ein (unten), wird um 180° abgelenkt, erreicht den rechten Magneten, wird wieder abgelenkt und durchläuft den Linearbeschleuniger. Durch den Energiegewinn ΔE ist der Ablenkradius beim zweiten Durchlauf der Magnetfelder größer. Nach n Umläufen hat das Elektron die Energie $n \cdot \Delta E$ gewonnen und wird extrahiert (oben). Zeichnung aus [64].

mit 2.45 GHz betrieben werden. Die Beschleunigung am MAMI erfolgt durch drei hintereinandergeschaltete Rennbahn-Mikrotrone. Die Elektronen verlassen die erste Mikrotron-Stufe mit einer Energie von 14.35 MeV, die zweite mit einer Energie von 180 MeV und gewinnen eine Energie von 7.5 MeV pro Umlauf in der dritten Mikrotron-Stufe mit einem Maximum von $n=90$ Umläufen. Dies führt zu einer Endenergie von 855 MeV. Die Spinstellung der Elektronen kann durch eine Energieanpassung, die die relativistische Spinpräzession der Elektronen in Magnetfeldern ausnutzt, sowie durch einen Wienfilter in der Beschleunigerebene (xz -Ebene) beliebig gedreht werden, so daß sowohl longitudinale als auch transversale Polarisation am Targetort möglich ist. Die Orientierung des Spins der Elektronen ist zunächst von seiner Präzession in magnetischen Feldern abhängig. Während der Beschleunigung durchlaufen die Elektronen - abhängig von der gewünschten Endenergie - viele Male die Umlenkmagneten der Rennbahnmikrotrone (RTM). Aufgrund des anomalischen magnetischen Moments des Elektrons präzidiert der Spin des Elektrons stärker als sein Impuls. Die Spinstellung kann durch geeignete Einstellung von Einschußenergie der Elektronen in die RTM, Magnetfeldstärke der RTM und Amplitude des Linac festgelegt werden. Bei einer Energie von 855 MeV gilt, daß eine Energiedifferenz ΔE von 1 MeV zu einer Rotation des Spins von $\Delta\theta_s = 45^\circ$ führt. Eine ausführliche Beschreibung der Spindynamik am Beschleuniger MAMI findet sich in [62]. Zusätzlich kann der Elektronenspin mit einem Niedrigenergiespinrotator manipuliert werden [63]. Es handelt sich um einen Wienfilter, der strahlabwärts nach der GaAs-Quelle installiert ist. Ein gekreuztes elektrisches und magnetisches Feld $\vec{E} \times \vec{B}$, das senkrecht zur Strahlrichtung orientiert ist, erlaubt eine Drehung des

Spins bis zu 90° . Der Spinrotator ermöglicht es auch, während einer Strahlzeit die Spinstellung mit geringem Aufwand zu variieren (siehe Kap. 5.2.2).

3.2.3 Strahlmonitore und Strahlstabilisierungssysteme

Eine Reihe von Strahlmonitoren überwacht die Strahleigenschaften und erlaubt über Rückkopplungsschleifen eine Stabilisierung verschiedener Parameter. Die Signale der Monitore sind in das A4-Datenaufnahmesystem integriert. Während eines Datenlaufs werden sie über die Länge eines Zeitfensters ($20 \mu\text{s}$) integriert, digitalisiert und abgespeichert.

Strahlstrom Zur Messung der Strahlstromstärke stehen mehrere Phasenintensitätsmonitore und eine Förstersonde zur Verfügung. Die beiden Systeme unterscheiden sich wesentlich durch ihre unterschiedlichen Bandbreiten. Die Bandbreite der Förstersonde liegt mit 0.1 Hz deutlich unterhalb der Polarisationsumschaltfrequenz des A4-Experiments, die Bandbreite der Phasenintensitätsmonitore liegt hingegen im MHz-Bereich und damit erheblich über der Umschaltfrequenz. Die Förstersonde am RTM3 ermöglicht die absolute Messung der CW-Stromstärke mit einer Genauigkeit von $\pm 1\%$ bis 0.1 nA. Das vom Strahl induzierte Magnetfeld wird mit einem Ferritkern gemessen, um den zwei Spulen gewickelt sind. Um einen großen Linearitätsbereich zu erhalten, wird der Sensor per Kompensationsverfahren als Nulldetektor eingesetzt. Dieses Meßprinzip ist auch als Fluxgate-Magnetometer bekannt. Aufgrund der absoluten Messung erlaubt die Förstersonde die Eichung der übrigen Strommonitore. Im Gegensatz zu den übrigen Signalen werden die Meßwerte der Förstersonde während eines Datenlaufes sekundlich gespeichert. Dem Datenaufnahmesystem der A4 stehen zwei Phasenintensitätsmonitore zur Verfügung, die aufgrund ihrer Lage in der Strahlführung als PIMO08 und PIMO27 bezeichnet werden. Bei den Phasenintensitätsmonitoren handelt es sich um HF-Resonanz-Kavitäten. Sie ermöglichen die Bestimmung der Asymmetrie im Strahlstrom der beiden Helizitäten während eines fünfminütigen Datenlaufs je nach Strahlstabilität auf bis zu $1 \cdot 10^{-6}$ genau. Ein weiterer Phasenintensitätsmonitor (PIMO13) wird für die aktive Stromstabilisierung an MAMI verwendet, die Strahlstromschwankungen im Frequenzbereich $< 100 \text{ Hz}$ unterdrückt. Die Regelung beruht auf der Messung des Strahlstroms und einem Vergleich mit seinem Sollwert. Eine eventuelle Abweichung vom Sollsignal ergibt ein Regelsignal, das den Strom der Master-Oszillator-Diode des Lasers an der Quelle modifiziert.

Strahllage Zwei HF-Lagemonitore (XYMO20, XYMO27) befinden sich 8.4 m bzw. 1.2 m vor dem Target. Die Signale der Lagemonitore sind in das A4-Datenaufnahmesystem integriert und erlauben später in der Analyse die Be-

stimmung der Lage- und Winkeldifferenzen für die beiden Helizitäten des Strahls. Zur Eichung der Lagemonitore kann der Strahl niederfrequent über ein sogenanntes Drahttarget gewedelt werden (Kap. 6.2.2). Helizitätskorrelierte Ortsdifferenzen für einen Datenlauf von 5 Minuten können je nach Strahlkondition auf (50-400) nm genau gemessen werden.

Auch die Strahlage wird aktiv stabilisiert. Die Strahllageregelung besteht aus einer elektronischen Rückkopplung, deren Regelparameter über das MAMI-Kontrollsystem eingestellt werden können. Die Signale der HF-Lagemonitore werden direkt benutzt, um mittels je zweier davor liegenden speziellen Korrekturwedlerpaare Lage- und Richtungsfluktuationen am Target zu reduzieren. Eine niederfrequente Fixierung des Strahls auf der Achse, die die Ablagen auch über die HF-Lagemonitore erfaßt und über zwei weitere Wedlerpaare in Abständen von etwa 15 Sekunden nachkorrigiert, wurde ebenfalls installiert.

Strahlenergie Die Energie der Elektronen wird am RTM3 mit dem Energiemonitor ENMO gemessen. Die Energie wird über den Laufzeitunterschied der Elektronen verschiedener Energie beim Durchgang durch den zweiten Magneten des RTM3 während der Extraktion mit Hilfe zweier HF-Kavitäten vor und nach dem Magneten bestimmt. Verschiedene Energien führen zu verschiedenen Laufzeiten. Die Messung wird auch dazu benutzt, die Energie des Strahls zu stabilisieren. Die Einschußphase in das RTM3 wird so gesteuert, daß die Laufzeit zwischen den beiden Monitoren und damit die Energie im Ausschuß möglichst konstant gehalten wird [65]. Das Energiesignal wird im Rahmen der A4-Datenaufnahme gemessen. Helizitätskorrelierte Energiedifferenzen für einen Datenlauf von 5 Minuten können bei einer Strahlenergie von 855 MeV auf etwa 10 eV genau bestimmt werden.

3.2.4 Wasserstofftarget

Für die Messungen unter Vorwärtswinkeln wird ein 10 cm langes Flüssigwasserstoff-Target verwendet [66]. Bei einem Strahlstrom von 20 μA wird dort eine Leistung von etwa 100 W deponiert. Diese Wärmeleistung muß abgeführt werden, ohne daß es zu Blasenbildung durch Sieden kommt. Targetdichteschwankungen führen, wenn sie unkorreliert zur Helizitätsumschaltung auftreten, zu einer Fluktuation der gemessenen Zählrate und somit zu einer Verbreiterung der Verteilung der gemessenen Asymmetrien und zu einer systematischen falschen Asymmetrie, wenn sie helizitätskorreliert auftreten. In Rahmen der Diplomarbeit von T. Hammel [67] wurde festgestellt, daß mögliche Targetdichteschwankungen durch Blasenbildung bzw. Sieden kleiner als 10^{-3} in 20 ms gehalten werden müssen. Der flüssige Wasserstoff wird bei 14 K unterkühlt gehalten, d.h. die Was-

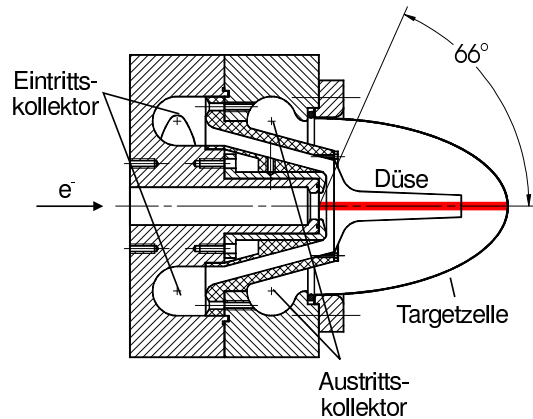


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung der Targetzelle. Sie besteht aus mehreren Aluminiumbauteilen, die mit Indiumdichtungen verbunden sind. Die Länge des Targets beträgt 10 cm, was die gewünschte Winkelaufösung des PbF_2 -Detektors garantiert [57]. Der flüssige Wasserstoff tritt durch den toroidalen Eingangskollektor in eine Düse mit 12 mm Durchmesser entlang der Strahlachse ein. Hier wird das Maximum der Flußgeschwindigkeit erreicht. Durch den Ausgangskollektor verläßt der flüssige Wasserstoff die Targetzelle. Das Eintrittsfenster hat eine Dicke von $75 \mu\text{m}$. Der Targethut hat eine Wandstärke von $250 \mu\text{m}$, der am Ort des Strahlaustritts aber auf $100 \mu\text{m}$ verkleinert wurde. Die Wände der Düse sind $200 \mu\text{m}$ dick, damit der 66-Grad-Kegelbereich für gestreute Elektronen so materialarm wie möglich ist. Der Elektronenstrahl tritt von links in die Targetzelle ein.

serstofftemperatur liegt soweit wie möglich unter dem Siedepunkt. Abbildung 3.6 zeigt die Targetzelle schematisch und erläutert ihre Funktionsweise. Turbulenter Fluß in der Targetzelle führt zu einer transversalen Mischung des flüssigen Wasserstoffs und verhindert damit das Sieden. Auf eine Rasterung des Elektronenstrahls kann daher verzichtet werden. Die Kühlregelung des Targets wird von einem Rechner aus gesteuert. Sämtliche relevanten Parameter - Temperaturen des Wasserstoffs und des Kühlmittels Helium, Druck etc. - stehen dem A4-Datenaufnahmesystem zur Verfügung und werden im Minutentakt gespeichert.

3.2.5 PbF_2 -Detektor

Der Nachweis der am Target elastisch gestreuten Elektronen erfolgt über eine kalorimetrische Ein-Arm-Messung. Aufgabe des vollabsorbierenden Kalorimeters ist die Bestimmung der Energie E' , des Polarstreuwinkels θ_e und des Azimutstreuwinkels ϕ_e eines jeden in das Kalorimeter gestreuten Elektrons. Da die Analyse der Daten des PbF_2 -Detektors Gegenstand dieser Arbeit ist, findet sich eine ausführli-

che Beschreibung des Kalorimeters in Kapitel 4.

3.2.6 Luminositätsmonitor

Die Luminosität L ist das Produkt aus dem Fluß der einlaufenden Elektronen Φ_e (Elektronen/s) und der effektiven Targetdichte ρ_{H_2} (Atome/cm²): $L = \Phi_e \cdot \rho_{H_2}$. Bei einem 10 cm langen Target und einem Strahlstrom von 20 μA beträgt die Luminosität $L = 5.37 \cdot 10^{37} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ [61]. Sie wird im A4-Experiment mit acht Wasser-Cherenkov-Detektoren gemessen, die symmetrisch um den Elektronenstrahl unter kleinen Vorwärtswinkeln von $4.4^\circ \leq \theta_e \leq 10^\circ$ angebracht sind. Im Target möllergestreute Elektronen erzeugen in den Wassertanks Cherenkov-Licht, das von Photomultipliern ausgelesen wird. Wegen der hohen Ereignisrate unter kleinen Winkeln wird integrierend gemessen. Abb. 3.7 zeigt die Seitenansicht eines Luminositätsmonitormoduls. Die Luminositätsmessung hat zwei Ziele: Erstens die Erkennung von Targetdichtefluktuationen aufgrund von Blasenbildung im Flüssigwasserstoff; wird während der Datennahme solch ein Targetkochen beobachtet, kann es durch Optimieren des Strahldurchmessers reduziert werden. Zweitens die Normierung der elastischen Zählraten des PbF_2 -Kalorimeters N^\pm auf die Luminosität L^\pm , um falsche Asymmetrien aufgrund unterschiedlicher Luminosität zu korrigieren. Wegen des großen Einflusses dieser Normierung auf das Resultat der Asymmetrie ist die Luminositätsmessung Gegenstand eines gesonderten Kapitels (Kap. 5).

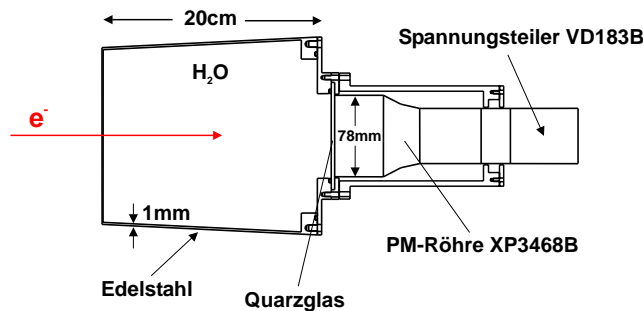


Abbildung 3.7: Zeichnung eines Luminositätsmonitors aus [61], seitliche Ansicht. Die Elektronen treten von links in den Wassertank aus Edelstahl ein und erzeugen dort Cherenkov-Strahlung. Die Länge eines Moduls beträgt 20 cm. Das Cherenkovlicht wird mit Photomultipliern ausgelesen, die durch Quarzfenster vom Wasservolumen getrennt sind und sich in einem lichtdichten Gehäuse befinden. Um Rückstreuungen auf den PbF_2 -Detektor zu vermeiden, wurden die Module so materialarm wie möglich gebaut, die Stärke des verwendeten Edelstahls beträgt lediglich 1 mm.

3.2.7 Polarimeter

Die experimentell gemessene Asymmetrie des A4-Experiments ist dem Polarisationsgrad P des Elektronstrahls proportional. Die Genauigkeit der Bestimmung des Polarisationsgrades geht somit direkt in die Genauigkeit der Asymmetriemessung ein. Es stehen prinzipiell drei Polarimeter zur Verfügung, um die Polarisation zu messen. Bei den hier vorgestellten Messungen wurde die Polarisation des Elektronstrahls mit einem Møller-Polarimeter der A1-Kollaboration, welches sich in einer anderen Strahlführung befindet, einmal wöchentlich bestimmt. Die Polarisation beträgt etwa 80%. Um den sich zeitlich ändernden Polarisationsgrad häufiger zu vermessen und den mit der Messung verbundenen systematischen Fehler zu reduzieren, wurden zwei Polarimeter entwickelt, die sich in der A4-Strahlführung befinden.

Møllerpolarimeter Das Møllerpolarimeter der A1-Kollaboration nutzt die Helizitätsabhängigkeit der Møllerstreuung aus. Es wird hierbei ausschließlich die longitudinale Strahlpolarisation aus parallel und antiparallel orientierten Strahl- und Targetpolarisationsrichtungen bestimmt. Als Target wird eine polarisierte Reineisenfolie von etwa $10\ \mu\text{m}$ Dicke verwendet. Die Elektronenpolarisation in der Folie beträgt etwa 8%. Der optimale Strahlstrom während der Messung beträgt 80 nA. Die Halle mit dem Møllerpolarimeter ist antiparallel zur Elektronstrahlrichtung in den Hallen des A4-Experiments. Das Møllerpolarimeter hat eine Genauigkeit von 2.1% [68]. Da es sich in einer anderen Strahlführung befindet (Spektrometerhalle), ist die Messung mit einem Zeitaufwand von etwa acht Stunden verbunden und wird daher nur einmal pro Woche durchgeführt. Mit der Reduzierung der Strahlstromstärke und der Umstellung der Strahlführung können unbekannte systematische Effekte verbunden sein. Die Genauigkeit des über die Wochenfrist interpolierten Polarisationsgrades wird im A4-Experiment daher mit 4% abgeschätzt.

Compton-Rückstreu-Polarimeter In der A3-Halle wurde ein Compton-Rückstreu-Polarimeter aufgebaut, das die Polarisation des Elektronstrahls bei laufender Asymmetriemessung zerstörungsfrei bestimmen kann. In zwei Diplomarbeiten [69, 70] wurden dazu Voruntersuchungen zur Realisierung geleistet. Im Verlaufe dreier weiterer Diplomarbeiten [71, 72, 73] erfolgten Aufbau und Inbetriebnahme des Polarimeters. Erste Messungen konnten erfolgreich durchgeführt werden. Derzeit wird die Vervollkommnung des Polarimeters für den Einsatz bei Produktions-Datennahmen vorangetrieben.

Das Compton-Polarimeter beruht auf der Polarisationsabhängigkeit der Comptonstreuung von Photonen an Elektronen. Die Analysierstärke ist durch den Comptonstreuquerschnitt gegeben, der exakt berechnet werden kann. Mit Hilfe einer magnetischen Schikane aus vier Dipolen werden die Elektronen aus der Strahlführung gelenkt. Ihnen wird zirkular polarisiertes Laserlicht der Wellenlänge $\lambda = 514,5\ \text{nm}$

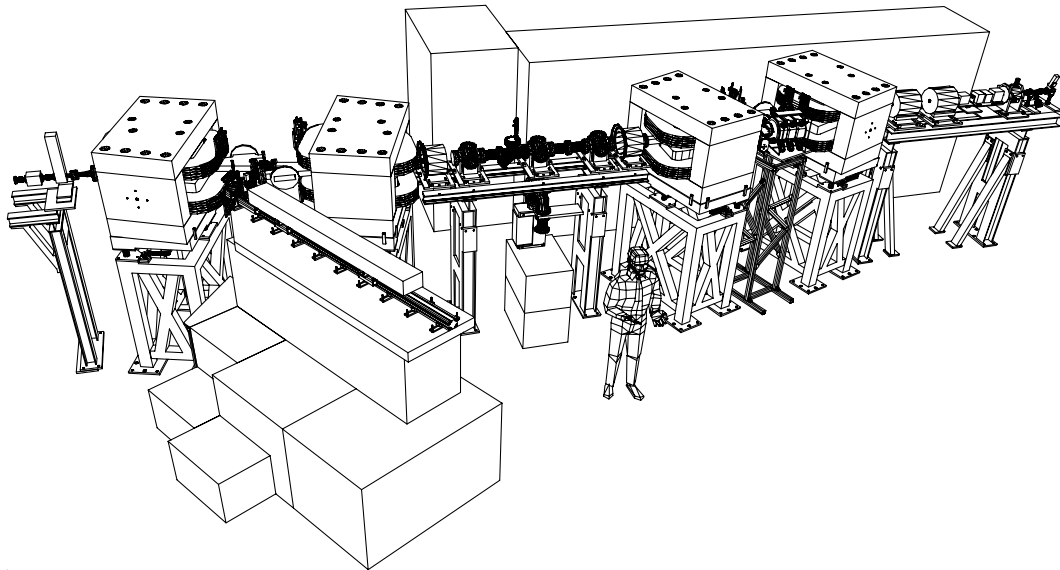


Abbildung 3.8: Aufbau des A4-Compton-Rückstreu-Polarimeters, Zeichnung aus [72]. Der Elektronstrahl kommt von links. Zu sehen sind die vier Dipolmagnete, die die Schikane bilden. Zwischen den mittleren Dipolen befindet sich die Wechselwirkungszone zwischen Elektron- und Laserstrahl. Der Photodetektor befindet sich rechts zwischen drittem und viertem Dipol. Vorne links ist der Laser aufgebaut.

entsprechend einer Energie $E=2.4 \text{ eV}$ entgegengeschickt. Um eine genügend große Streurrate zu erhalten, wurde das sogenannte Intra-Cavity-Prinzip realisiert, bei dem die Wechselwirkungszone zwischen Elektron- und Laserstrahl innerhalb des Laserresonators liegt. Die Photonen werden wegen der großen Elektronimpulse in einen engen Kegel um die Bewegungsrichtung der Elektronen zurückgestreut. Die rückgestreuten Photonen können bei einer Strahlenergie von $E=855 \text{ MeV}$ eine Energie von bis zu 26 MeV haben und werden mit einem NaI-Detektor nachgewiesen. Aufgrund der Polarisationsabhängigkeit des Comptonwirkungsquerschnitts mißt man beim Wechsel der Polarisationsrichtung des Elektron- oder des Laserstrahls eine Asymmetrie in der Anzahl der rückgestreuten Photonen, aus der der Polarisationsgrad der Elektronen bestimmt werden kann. Mit dem derzeit verwendeten Photon-Detektor kann das Polarimeter nur longitudinale Polarisation messen. Es ist aber auch möglich, mittels Faserdetektoren die ϕ -Abhängigkeit des Compton-Wirkungsquerschnitts auszunutzen, um auch bei transversaler Spinrichtung den Polarisationsgrad des Elektronstrahls bestimmen zu können. Abb. 3.8 zeigt eine Zeichnung des Aufbaus.

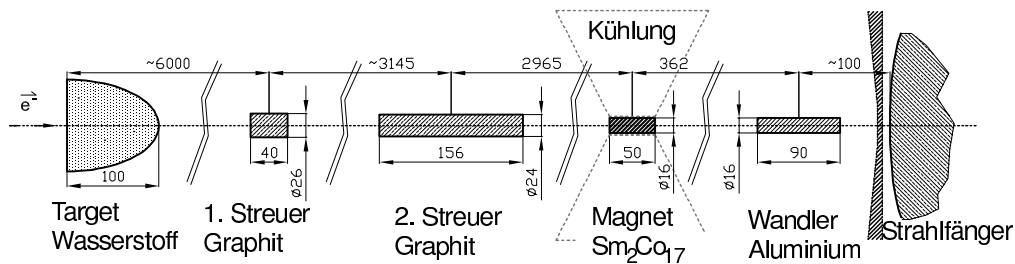


Abbildung 3.9: Aufbau des A4-Transmissions-Compton-Polarimeters, alle Längenangaben in mm. Der Elektronenstrahl erzeugt im Target und in den Kohlenstoffaufstreuern polarisierte Bremsstrahlung. Die polarisierten Bremsstrahlungs-Photonen wechselwirken mit den polarisierten Elektronen des Magneten. Die Polarisationsabhängigkeit des Compton-Wirkungsquerschnitts bewirkt eine Asymmetrie im Teilchenfluß hinter dem Magneten für die beiden Helizitäten des Elektronenstrahls, die proportional zum Polarisationsgrad ist.

Transmissions-Compton-Polarimeter In der Diplomarbeit von C. Weinrich [74] wurde ein Transmissions-Polarimeter im Strahlrohr vor dem Strahlfänger aufgebaut. Das Meßprinzip ist in Abb. 3.9 dargestellt: Der polarisierte Elektronenstrahl erzeugt im Target und in zwei Kohlenstoffaufstreuern polarisierte Bremsstrahlung, die auf einen Dauermagneten trifft. Die Bremsstrahlungsphotonen werden an den polarisierten Elektronen des Magneten Compton-gestreuert. Die Polarisationsabhängigkeit dieses Prozesses führt bei der Umschaltung der Helizität des Elektronenstrahls zu einer Asymmetrie in der Durchlässigkeit des Magneten für die Bremsstrahlung bzw. im Teilchenfluss hinter dem Magneten. Diese Asymmetrie ist dem Polarisationsgrad der Elektronen proportional.

Das Transmissions-Polarimeter wurde im Jahre 2002 in Betrieb genommen. Da der Fluß der Comptonphotonen und die Analysierstärke im Material des Magneten nur ungenau abgeschätzt werden können, ist keine absolute, sondern nur eine relative Bestimmung des Polarisationsgrades möglich. Das Polarimeter ist auf Longitudinalpolarisation sensitiv. Es erfüllte bei den hier vorgestellten Messungen vorwiegend zwei Aufgaben: Kontrolle des Status der Halbwellenplatte an der Quelle (GVZ) bei Longitudinalpolarisation sowie Messung und Einstellen des Spinwinkels bei Transversalpolarisation mittels Aufnahme einer Spindrehkurve. In Abb. 3.10 sind die mit dem Transmissions-Polarimeter gemessenen Asymmetrien für etwa 5000 Datenläufe aufgetragen. Deutlich zu erkennen sind die Datenpakete für die Messung mit der Strahlenergie $E=570.4$ MeV bei longitudinaler Spinstellung. Die Asymmetrien betragen etwa $100 \cdot 10^{-6}$. Je nach Status der Halbwellenplatte an der Quelle wechseln die Asymmetrien ihr Vorzeichen. Des weiteren ist die Messung bei transversalem Spin erkennbar. Da das Polarimeter nur auf Longitudinalspin sensitiv ist, liegen die Asymmetrien bei Transversalpolarisation nahe an der Null.

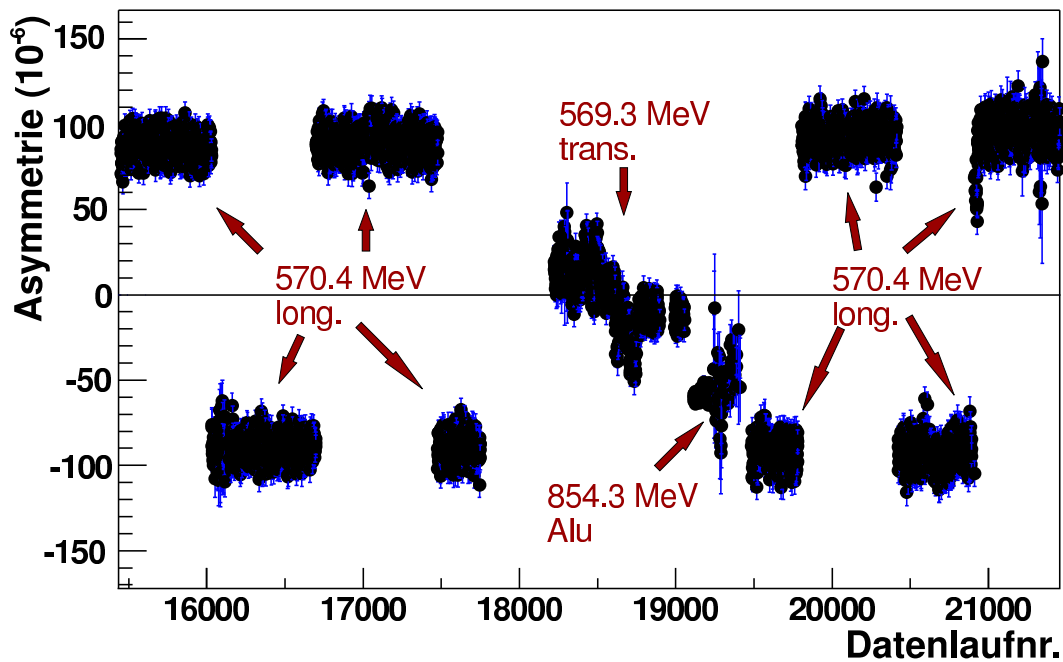


Abbildung 3.10: Mit dem Transmissions-Compton-Polarimeter gemessene Asymmetrien als Funktion der Datenlaufnummer. Deutlich zu erkennen sind die Datenpakete für die Messung mit der Strahlenergie $E=570.4$ MeV bei longitudinaler Spinstellung. Die Asymmetrien betragen etwa $100 \cdot 10^{-6}$. Je nach Status der Halbwellenplatte an der Quelle (GVZ IN/OUT) wechseln die Asymmetrien ihr Vorzeichen. Des Weiteren ist die Messung bei transversalem Spin erkennbar. Da das Polarimeter nur auf Longitudinalspin sensitiv ist, liegen die Asymmetrien bei Transversalpolarisation deutlich näher an der Null als bei Longitudinalpolarisation. Aufgrund einer Spinfeldstellung und einer damit verbundenen verbleibenden Longitudinalkomponente ergeben sich von Null verschiedene Meßwerte.

Aufgrund einer Spinfeldstellung und einer damit verbundenen verbleibenden Longitudinalkomponente ergeben sich von Null verschiedene Meßwerte. Außerdem ist ein Datenpaket bei einer Strahlenergie von $E=854.3$ MeV und longitudinaler Polarisation zu sehen ("Alu"). Wegen der höheren Energie sind die auftretenden Asymmetrien im Polarimeter kleiner als bei der Energie $E=570.4$ MeV.

Kapitel 4

Messungen mit dem Bleifluorid-Kalorimeter

4.1 Das Bleifluoridkalorimeter

Im A4-Experiment wird eine kalorimetrische Ein-Arm-Messung durchgeführt. Um die elastische Streuung nachzuweisen, genügt es, Energie E' und Streuwinkel θ_e der Elektronen zu bestimmen, da dadurch die Kinematik vollständig bestimmt ist. Aufbau und Eigenschaften des Kalorimeters sind im Detail in zwei Dissertationen beschrieben [75], [76]. Die Anforderungen an das Kalorimeter lassen sich stichwortartig beschreiben:

- Verarbeitung von Ereignisraten im Bereich von 100 MHz
- Trennung der elastischen von inelastischen Ereignissen
- Strahlungsfestigkeit

Die Erfordernis von hohen Raten erklärt sich aus der Kleinheit der zu messenden Asymmetrien. Bei longitudinaler Spinstellung betragen die Asymmetrien ohne Strangeness-Beitrag A_0 bei den in dieser Arbeit untersuchten Kinematiken $-6.3 \cdot 10^{-6}$ bei $Q^2 = 0.23(\text{GeV}/c)^2$ beziehungsweise $-2.1 \cdot 10^{-6}$ bei $Q^2 = 0.11(\text{GeV}/c)^2$. Um den statistischen Fehler der Asymmetrien auf 10% zu begrenzen, sind bei einer Strahlpolarisation von 80% $3.9 \cdot 10^{12}$ bzw. $3.5 \cdot 10^{13}$ nachgewiesene elastische Ereignisse vonnöten. Um diese Ereignisse in einigen hundert Stunden messen zu können, wurde eine Luminosität von $5.37 \cdot 10^{37} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ gewählt, so daß sich elastische Raten von 10 MHz bzw. 40 MHz ergeben. Die Anforderung an die Energieauflösung ergibt sich aus der Notwendigkeit, elastische von inelastischen Ereignissen zu trennen. Da inelastische Ereignisse eine eigene, unbekann-

te paritätsverletzende Asymmetrie haben können, führt ihre Beimischung zu den elastischen Ereignissen zu einer Verfälschung der gemessenen Asymmetrie. Hohe Strahlungsfestigkeit ist erforderlich, weil der Detektor im Laufe des Experiments starker Strahlung ausgesetzt ist. Die hohe Luminosität und effektive Meßzeiten je Datenpunkt von vielen hundert Stunden führen zu einer Energiedeposition im Detektor von einigen 10 krad.

Die genannten Anforderungen werden von dem A4-Kalorimeter erfüllt. Es ist voll absorbierend und deckt den gesamten Azimutwinkel ab, einen Polarwinkelbereich von 30° bis 40° und insgesamt einen Raumwinkel von $\Delta\Omega \approx 0.6$ sr. Als Kalorimetermaterial dienen Bleifluorid-Einkristalle (PbF_2). PbF_2 ist ein reiner Cherenkov-Strahler mit einer hoher Transmission vom sichtbaren bis in den UV-Bereich. Der Brechungsindex liegt für 400 nm bei etwa 1.8. Die Strahlungslänge beträgt $X_0 = 0.93$ cm, der Molière-Radius für die Produktion von Cherenkov-Licht beträgt $R_M = 1.8$ cm [77]. Für den Einsatz dieses Materials sprechen seine Strahlenfestigkeit sowie seine kurze Lichtabklingzeit. Die Maße der Kristalle ergeben sich aus den Anforderungen an die Energieauflösung und betragen ca. 26 mm x 26 mm an der Frontfläche und 31 mm x 31 mm an der Rückseite, die Längen liegen je nach Einbauort im Kalorimeter zwischen 150 mm und 180 mm. Die Länge entspricht 16 Strahlungslängen, longitudinal wird daher fast der gesamte elektromagnetische Schauer erfaßt. In transversaler Richtung deckt ein 3x3-Cluster aus Kristallen einen Zylinder von $2 R_M$ ab, so daß bei zentralem Einschub mehr als 95% der Energie in einem solchen Cluster aus 9 Modulen deponiert wird. Die Auslese des Cherenkov-Lichts aus den Bleifluoridkristallen erfolgt mit zehnstufigen Photomultipliern der Firma Philips, Modell XP 2900/01. Angepaßt an die Transmission des PbF_2 wird ein Borsilikatfenster verwendet. Es werden ratenfeste, volltransistorisierte, aktiv-stabilisierte Spannungsteiler verwendet, die am IPN Orsay entwickelt und gebaut wurden. Wegen der Transmission von PbF_2 im UV-Bereich bis hin zu einer Wellenlänge von etwa 250 nm ist die Ausbeute an Photoelektronen hoch, der statistische Anteil an der Energieauflösung liegt bei $3.2\%/\sqrt{E[\text{GeV}]}$. Hohe Ereignisraten sind möglich, weil die Photomultiplier-Pulse bereits nach 20 ns abgeklungen sind.

Der Gesamtaufbau des Kalorimeters ist in Abb. 4.1 als Schnittzeichnung und in Abb 4.2 fotografisch dargestellt. Es besteht aus 1022 einzelnen PbF_2 -Kristallen. Je sieben davon sind in einem Rahmen zusammengefaßt. 146 Rahmen decken den gesamten Azimutwinkel ab. Jedem Kristall ist ein eigener Elektronikkanal zugeordnet. Durch diese Segmentierung ist es einerseits möglich, den Auftreffort eines Ereignisses in Polarwinkel θ_e und Azimutwinkel ϕ_e zu registrieren, andererseits lassen sich hohe Raten verarbeiten, da die Elektronik parallel arbeitet (siehe Kap. 4.2). Weil der elektromagnetische Schauer eines Ereignisses sich transversal über mehr als einen Kristall ausbreitet, werden die Signale von insgesamt neun benachbarten Kristallen summiert. Seit Frühjahr 2005 ist das Kalorimeter mit einer drehbaren Plattform

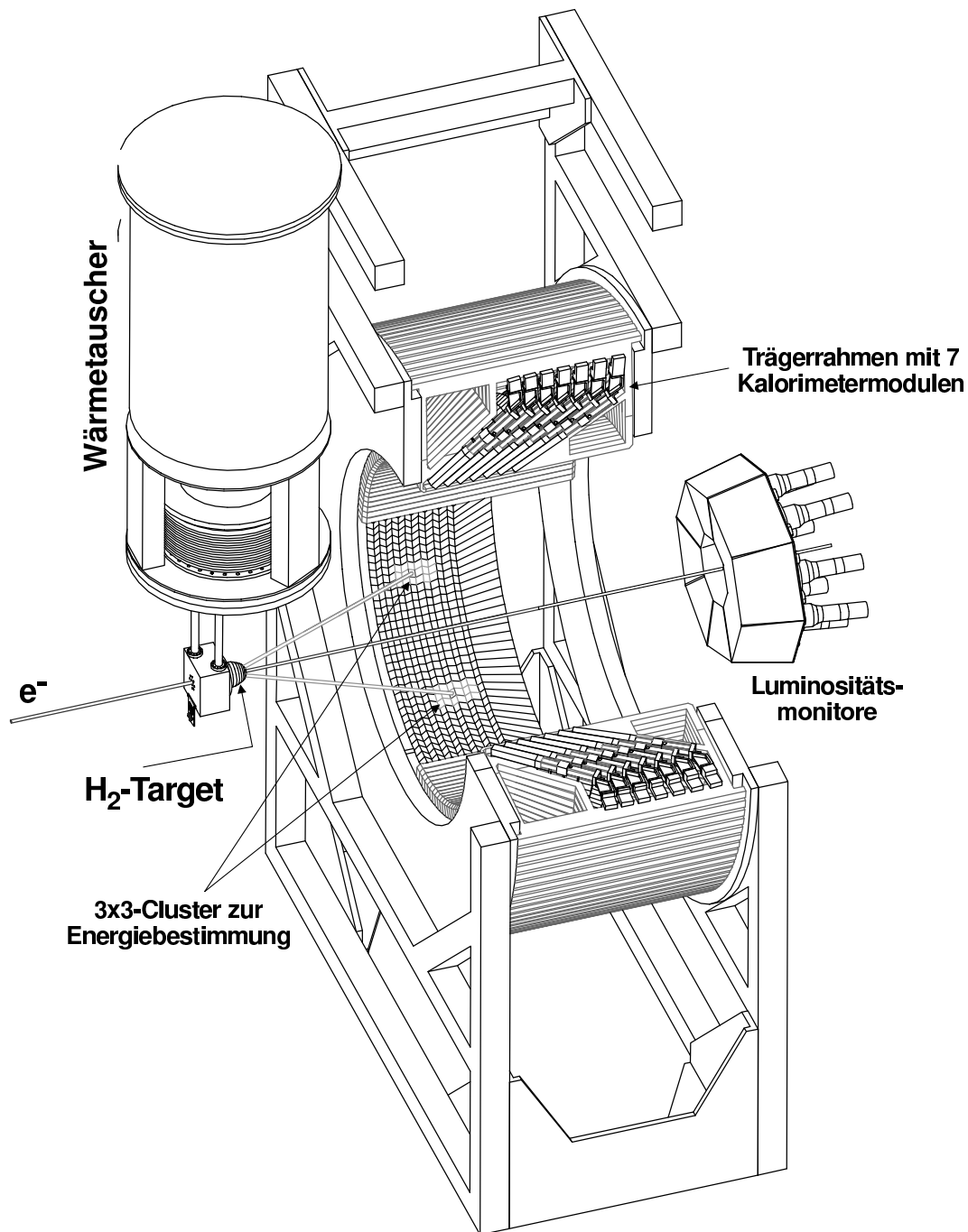


Abbildung 4.1: Schnittzeichnung des A4-Kalorimeters aus [76]. Es besteht aus 1022 PbF_2 -Kristallen. Von links trifft der Elektronenstrahl auf das Wasserstofftarget. Die Energie eines in das Kalorimeter gestreuten Teilchens wird aus der Summe des Cherenkov-Lichts des getroffenen 3x3-Clusters aus Kristallen bestimmt, welcher aus dem zentralen und den 8 Nachbar-Kalorimetermodulen besteht. Ebenfalls eingezeichnet sind die Targetzelle mit Wärmetauscher und die acht unter kleinen Vorwärtswinkeln hinter dem Target angebrachten Luminositätsmonitore.



Abbildung 4.2: Foto des Bleifluoridkalorimeters, Blick in Strahlrichtung. Die Bleifluoridkristalle sind in 146 Rahmen montiert und umgeben die Streukammer - links im Bild - im kompletten Azimutwinkel. Die Polarwinkel bezüglich des Wasserstoff-Targets liegen zwischen 30° und 40° . Zum Zeitpunkt der Aufnahme war das Kalorimeter aufgrund anstehender Umbaumaßnahmen einige Meter strahlabwärts verschoben, was eine bessere Sicht auf die Konstruktion ermöglicht.

ausgerüstet, die eine Drehung des Detektors um 180° möglich macht [78]. Daher sind seitdem auch Messungen unter Rückwärtswinkeln $\Theta = (145 \pm 5)^\circ$ möglich.

4.2 Die Ausleseelektronik des PbF_2 -Kalorimeters (Medusa)

Die Datenaufnahmeelektronik des Kalorimeters hat die Aufgabe, die Photomultiplier-Signale der Einzelkristalle und die ihrer Nachbarn analog zu summieren, zu integrieren, zu digitalisieren und in Histogrammen abzulegen. Konzipierung und Aufbau eines Prototypen der Elektronik sind in [79] beschrieben, Realisierung und Messungen in [80] und [81].

Die maßgebliche Anforderung an die Elektronik besteht darin, hohe Ereignisraten

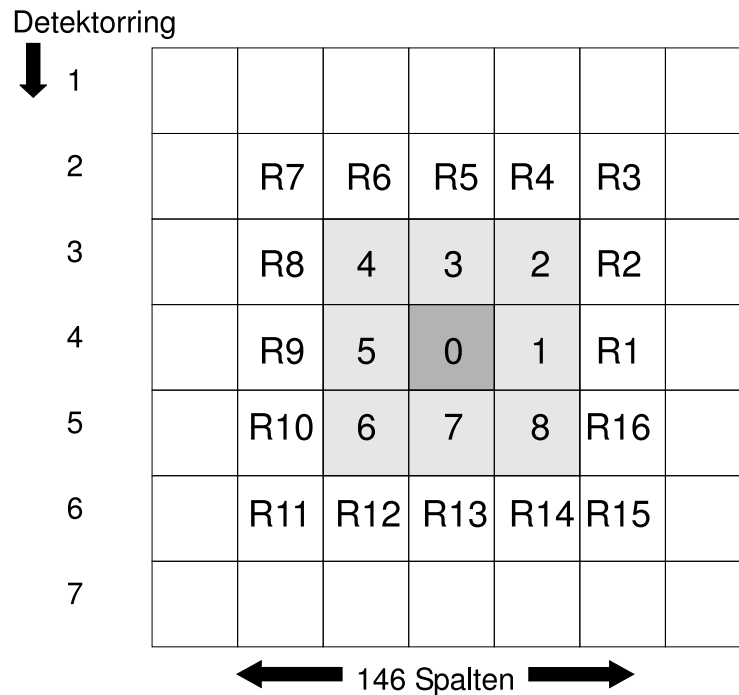


Abbildung 4.3: Schematischer Ausschnitt aus dem Kalorimeter. Im mit '0' bezeichneten Kanal wurde die meiste Energie eines Ereignisses deponiert. Dieser meldet ein Lokales Maximum. Die Signale der Kanäle 0-8 werden summiert und über 20 ns integriert. Tritt während der Integrationszeit ein weiteres Ereignis in den Kanälen R1-R16 auf (räumliches pile-up) oder mit einem Abstand von wenigstens 5 ns in den Kanälen 0-8 (zeitliches pile-up), so erkennt die Vetologik einen Doppeltreffer und verwirft das Ereignis, da der Überlapp der Schauer zu einer falschen Energiebestimmung führen kann.

von etwa 100 MHz im Raumwinkel des Detektors zu verarbeiten. Jedem Kanal des Kalorimeters ist daher eine eigene Elektronik-Einheit bestehend aus einem sogenannten Analog- und Digitalteil zugeordnet, so daß die einkommenden Signale der Photomultiplier in 1022 Modulen parallel verarbeitet werden. Ein wichtiges Element der Elektronik ist die Trigger- und Vetologik. Da stets die Signale von neun Modulen summiert werden, wird jedes Signal auf 9 Elektronikkanäle verteilt. Zusätzlich werden Trigger- und Vetosignale zwischen benachbarten Modulen ausgetauscht, dies führt zu einer umfangreichen Vernetzung der Elektronikkanäle untereinander.

Die Verarbeitung der Photomultiplier-Pulse kann stichpunktartig folgendermaßen beschrieben werden:

- **Trigger:** In einem ersten Schritt wird analysiert, welchen Einzeldetektor ein Teilchen getroffen hat, d. h. wo der Hauptteil der Energie deponiert wurde.

Ist die in einem Modul deponierte Energie größer als in den angrenzenden Modulen und übersteigt sie eine Mindestschwelle (die sogenannte Local-Maximum-Schwelle), so wird ein sogenanntes *Lokales-Maximum*-Signal erzeugt. Dieses Modul definiert das Zentrum eines 3x3-Clusters von PbF₂-Kristallen, siehe Abb. 4.3. Die Module 0-9 bilden den Cluster mit dem zentralen Modul 0.

- **Integration:** Die Signale der neun Photomultiplier des Clusters werden von der zum Modul 0 gehörenden Elektronikeinheit analog summiert und über einen Zeitraum von 20 ns integriert.
- **Veto:** Doppeltreffer (sog. Pile-Up) verfälschen die Energiemessung und werden daher von der Datennahme ausgeschlossen. Trifft während des Integrationszeitraums von 20 ns ein weiteres Teilchen in den Bereich der Module 0-8 (zeitliches Pile-Up) und hat einen Mindestabstand von 5 ns zum ersten Ereignis, so wird es als Doppeltreffer erkannt und verworfen. Da sich der elektromagnetische Schauer eines Ereignisses über 3x3 Module verteilt, kann es zu einem Schauerüberlapp kommen (räumliches Pile-Up). Trifft während des Integrationszeitraumes ein Teilchen in den Bereich der Kristalle R1-R16 (Abb. 4.3), so lassen sich die beiden Schauer nicht trennen, das Ereignis wird ebenfalls verworfen.
- **Histogrammierung:** Übersteigt die im 3x3-Cluster deponierte Energie eine Diskriminatorschwelle (CFD) und liegt kein Veto vor, wird das Ereignis akzeptiert. Die von den Integratoren gesammelten Ladungen werden analog-digital gewandelt. Zum Einsatz kommen schnelle Analog-Digitalwandler, sogenannte Flash-ADC. Hierbei werden die Eingangssignale an die Eingänge einer Reihe von Komparatoren gelegt, deren zweite Eingänge an eine Reihe unterschiedlicher Referenzgrößen gelegt sind. Da die Komparatoren unabhängig voneinander und gleichzeitig arbeiten, erzielt diese Methode hohe Geschwindigkeiten. Im sogenannten Digitalteil der Elektronik ist jedem Modul eine Histogrammereinheit zugeordnet, die die digitalisierten Energiewerte in einem lokalen Speicher (RAM) histogrammiert. Um auch zeitlich schnell aufeinanderfolgende Daten (Minimum 20 ns) verarbeiten zu können, werden die empfangenen Daten zunächst in einen schnellen Zwischenspeicher geschrieben, dem sogenannten FIFO (first in/first out). Zusätzlich zur Summenenergie, welche mit 8 Bit digitalisiert wird, wird auch die nur im Zentralmodul deponierte Energie mit 6 Bit digitalisiert. Ein weiteres Bit speichert den jeweiligen Helizitätszustand des Elektronenstrahls. Nach Ablauf einer definierten Meßzeit - beispielsweise fünf oder zehn Minuten - werden die Histogrammspeicher per VME-Bus ausgelesen und auf Datenplatten zur weiteren Analyse gespeichert. Im folgenden Kapitel werden die aus den Histogrammen erhältlichen Energiespektren vorgestellt.

4.3 Energiespektren

In Abb. 4.4 ist ein Histogramm für einen einzelnen Kanal nach einer Meßzeit von fünf Minuten bei einem Strahlstrom von $20 \mu\text{A}$ und einer Strahlenergie von 854.3 MeV abgebildet. Zu sehen sind die Daten für einen Helizitätszustand des Elektronenstrahls. Wegen der kleinen Asymmetrien von $\approx 10^{-6}$ im Wirkungsquerschnitt sind die Histogramme für die beiden Polarisationsrichtungen sehr ähnlich. Auf der x-Achse ist die Summenenergie des 3×3 -Clusters aufgetragen, auf der y-Achse die Energie des Zentralkristalles. Beide Achsen haben ihre eigene Skala, die jeweiligen ADC-Einheiten sind nicht vergleichbar, da die Summenenergie mit 8 Bit, die Zentralenergie mit 6 Bit digitalisiert wird. Man erkennt rechts im Spektrum die elastischen Ereignisse, gut davon getrennt links die weit zahlreicheren inelastischen Ereignisse. Die Histogrammierung der Energie des Zentralkristalls

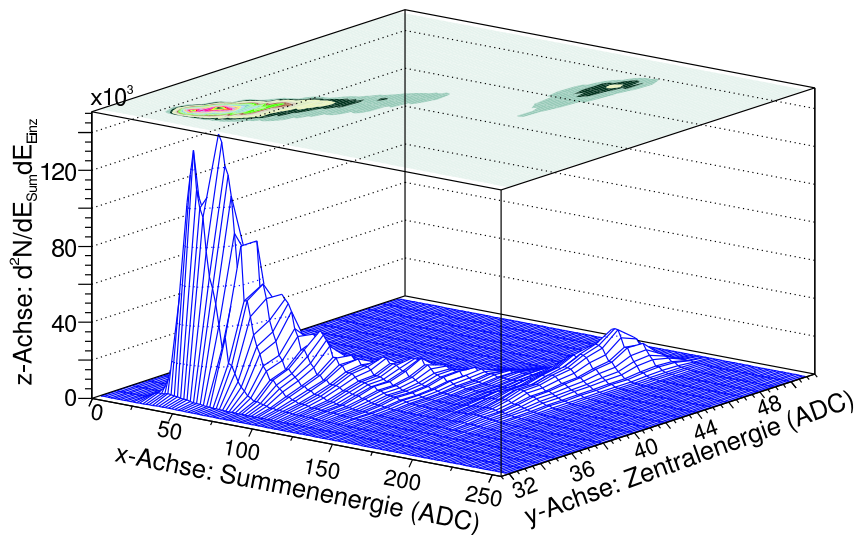


Abbildung 4.4: Zweidimensionales Energiespektrum für einen Kanal aus dem 4. Ring. Auf der x-Achse ist die Summenenergie, auf der y-Achse die Energie des Zentralkristalls aufgetragen. Beide Achsen haben ihre eigene Skala, die jeweiligen ADC-Einheiten sind nicht vergleichbar, da die Summenenergie mit 8 Bit, die Zentralenergie mit 6 Bit digitalisiert wird. Auf der z-Achse ist die Häufigkeit $d^2N/(dE_{Sum} \cdot dE_{Einzel})$ aufgetragen, mit der die Ereignisse in den jeweiligen Energieintervallen aufgetreten sind.

geht zurück auf Untersuchungen zur Ortsrekonstruktion im Kalorimeter [82]. Ziel ist es, den Auftreffort eines Ereignisses in einem Kristall näher zu bestimmen. Nicht zu vermeidende Lücken zwischen den Bleifluoridställen beim Einbau in das Kalorimeter führen dazu, daß von im Randbereich eines Kristalls auftreffenden Teilchen weniger Energie im Kalorimeter registriert wird als von im Zentrum auftreffenden Teilchen. Dies führt zu einer Verminderung der Energieauflösung

[76]. Die Energie, die ein Teilchen im Zentralkristall eines 3x3-Clusters deponiert, kann als Maß für den Auftreffort verwendet werden. Es ist daher möglich, durch geeignete Schnitte in den Spektren Randereignisse aus der Analyse auszuschließen und damit eine Verbesserung der Energieauflösung zu erreichen.

Führt man eine Projektion auf die x-Achse der Summenenergie durch, erhält man eindimensionale Spektren, welche die Summe der Signale eines 3x3-Clusters zeigen. In Abb. 4.5 sind beispielhaft die Spektren für die zwei Strahlenergien $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV dargestellt. Beide Spektren entstammen demselben Kanal aus dem 4. Ring des Kalorimeters, entsprechend einem mittleren Streuwinkel von $\theta_e = 34.8^\circ$. Sie wurden bei einem Strahlstrom von $20 \mu\text{A}$ und einer Datenaufnahmezeit von 5 Minuten genommen. Rechts in den Spektren ist die elastische Linie zu erkennen. Die Energie der elastisch gestreuten Elektronen beträgt $E'=728.9$ MeV bzw. $E'=511.6$ MeV. Links von der elastischen Linie durch ein Tal getrennt liegen die inelastischen Ereignisse. Der Abbruch der Spektren am linken Rand wird von den Diskriminatorschwellen verursacht. Die Kalibration wurde für beide Energien in etwa gleich gehalten, daher rückt die elastische Linie bei der niedrigeren Strahlenergie wegen der niedrigeren Energie der elastisch gestreuten Elektronen nach links im Spektrum. Die Zählraten sind bei niedrigerem Q^2 aufgrund des zunehmenden Wirkungsquerschnitts größer. Es sind jeweils die Histogramme für beide Polarisationsrichtungen in einer gemeinsamen Darstellung aufgetragen; die Unterschiede sind so gering, daß die Spektren kaum zu unterscheiden sind. Außerdem sind neben den Rohspektren auch noch die auf die differentiellen Nichtlinearitäten (DNL) des Analog-Digitalwandlers (ADC) korrigierten Spektren zu sehen. Die DNLs aller 1022 ADC wurden gesondert vermessen [80]. Die korrigierten Spektren weisen einen deutlich glatteren Verlauf auf. Um etwaige Verfälschungen bei der Extraktion der Zählratenasymmetrie durch die DNL-Messungen zu vermeiden, werden aber für die Bestimmung der Zahl der elastischen Ereignisse die unkorrigierten Spektren verwendet.

Ein Detektor mit freier Sicht auf das Target sieht neben den elastisch gestreuten Elektronen noch eine Vielzahl anderer Ereignisse. Die auftretenden Untergrundprozesse wurden in [57] untersucht. Es sind vor allem inelastisch gestreute Elektronen sowie Photonen aus dem Zerfall neutraler Pionen zu nennen. Die Histogrammierung sowohl elastischer als auch inelastischer Ereignisse erlaubt es, die paritätsverletzende Asymmetrie nicht nur in der elastischen Streuung, sondern auch in anderen Bereichen - etwa der Δ -Region - zu untersuchen [83].

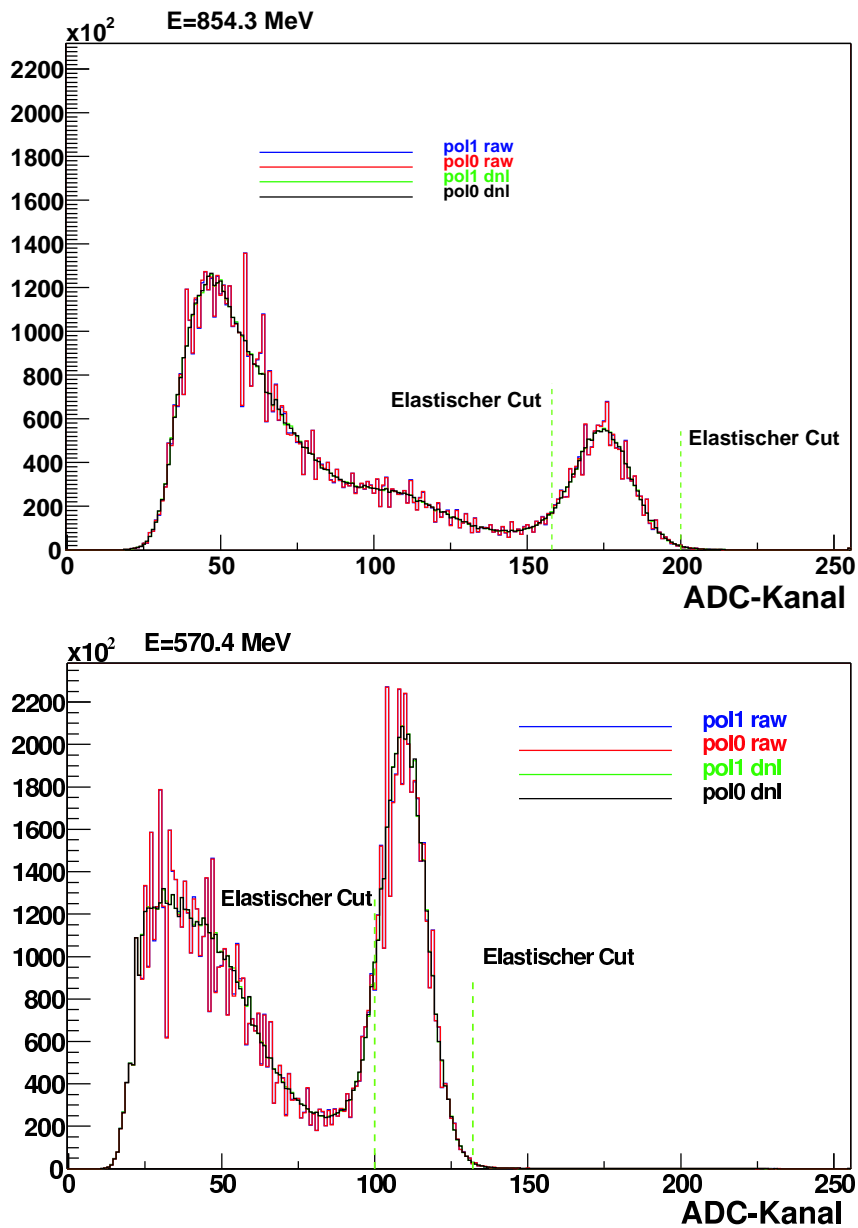


Abbildung 4.5: Energiespektren des Bleifluorid-Kalorimeters für $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV für die Summe eines 3×3 -Clusters, jeweils fünfminütige Datennahme bei $20 \mu\text{A}$ Strahlstrom. Beide Spektren entstammen demselben Kanal aus dem 4. Ring des Kalorimeters, entsprechend einem mittleren Streuwinkel von $\theta_e = 34.8^\circ$. Die Kalibration wurde für beide Energien in etwa gleich gehalten, daher rückt die elastische Linie bei der niedrigeren Strahlenergie wegen der niedrigeren Energie der elastisch gestreuten Elektronen nach links im Spektrum. Die elastische Zählrate ist bei niedrigerem Q^2 aufgrund des zunehmenden Wirkungsquerschnitts größer.

4.4 Untersuchung der elastischen Ereignisse

Im folgenden soll die Zahl der elastischen Ereignisse untersucht werden, die mit dem Kalorimeter nachgewiesen werden. Zunächst wird die Berechnung der Raten aus dem Wirkungsquerschnitt für elastische Streuung vorgestellt. Anschließend wird gezeigt, wie die elastischen Ereignisse aus den gemessenen Energiespektren extrahiert werden. Schließlich werden Messung und Rechnung verglichen.

4.4.1 Berechnung der Raten der elastisch gestreuten Elektronen

Die Berechnung der Rate der elastisch gestreuten Elektronen im Bleifluorid-Kalorimeter ist möglich, weil Wirkungsquerschnitt, Luminosität und Detektorgeometrie bekannt sind. Die elastische Rate ist aus mehreren Gründen von Interesse: Zunächst läßt sich im Vorfeld einer Messung bei gegebener Kinematik und angestrebter statistischer Genauigkeit die erforderliche Meßzeit abschätzen. Darüberhinaus erlaubt ein Vergleich der aus den Spektren extrahierten elastischen Ereignisse mit den aus der Berechnung erwarteten Ereignissen eine systematische Kontrolle. Für die vorliegende Arbeit von Bedeutung ist die Möglichkeit, den Einfluß helizitätskorrelierter Differenzen von Strahlort, -winkel oder -energie auf die zu messende Asymmetrie zu berechnen. Die genannten Differenzen führen zu trivialen Unterschieden in Streuwinkel und Raumwinkel und lassen sich in der Ratenberechnung berücksichtigen.

Die elastische Streuung von Elektronen der Energie E an Protonen unter dem Polarstreuwinkel θ_e wird durch den Rosenbluth-Wirkungsquerschnitt beschrieben:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} \cdot \left[\frac{(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2}{1 + \tau} + 2\tau(G_M^p)^2 \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right] \quad (4.1)$$

mit dem Mottwirkungsquerschnitt:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} = \frac{4\alpha^2 (-hc)^3 E'^2 E'}{Q^4 c^4 E} \cos^2 \frac{\theta_e}{2} \quad (4.2)$$

und

- Viererimpulsübertrag $Q^2 = -q^2 = \frac{4EE'}{c^2} \sin^2 \frac{\theta_e}{2}$
- Energie des gestreuten Elektrons $E' = \frac{E}{1 + E/(m_p c^2) \cdot (1 - \cos \theta_e)}$
- m_p : Masse des Protons
- $G_E^p(Q^2)$, $G_M^p(Q^2)$: Elektrischer bzw. magnetischer Formfaktor des Protons

Das Produkt aus Wirkungsquerschnitt σ und Luminosität L ergibt die Ereignisrate $R = \sigma \cdot L$. Die Luminosität im A4-Experiment beträgt bei $20\mu\text{A}$ Strahlstrom und einer Targetlänge von 10 cm [61]

$$L = \frac{I_{e^-}}{e} \cdot \rho_{H_2} = 5.3 \cdot 10^{37} \frac{1}{\text{s} \cdot \text{cm}^2} \quad (4.3)$$

I_{e^-} ist dabei der Strahlstrom, ρ_{H_2} die effektive TargetDichte [Atome/ cm^2]. Die geometrischen Abmessungen der Bleifluoridkristalle sind in [75] beschrieben. Da das Bleifluoridkalorimeter hinsichtlich des Polarwinkels siebenfach segmentiert ist, ergeben sich aufgrund unterschiedlicher Streuwinkel und Raumwinkel für die sieben Ringe des Kalorimeters unterschiedliche Raten. Im Anhang A.1 sind die für die Berechnung des Raumwinkels relevanten Größen aufgeführt. Die Kristalle sind im Kalorimeter so angeordnet, daß der Rückgang des Wirkungsquerschnitts bei größer werdendem Streuwinkel durch eine zunehmende Raumwinkelabdeckung teilweise kompensiert wird.

Die Kristalle des Kalorimeters sind so geschnitten, daß die Kanten alle auf einen Punkt im Target zeigen, den sogenannten Fokus. Der Fokus des Kalorimeters befand sich bei den hier untersuchten Datennahmen nicht in der Mitte des Wasserstofftargets, sondern war um $\Delta x = 35$ mm strahlaufwärts verschoben [76]. Zur Definition der Größe Δx siehe auch Abb 4.6. Durch die Verschiebung verändern sich die Streu- und Raumwinkel, welche in der Berechnung der Raten berücksichtigt wurde. Weiterhin ging auch die Ausdehnung des Targets in die Rechnung ein. Das Target hat auf der Strahlachse (z-Achse) eine Länge von 10 cm, Streu- und Raumwinkel unterscheiden sich je nachdem, an welchem Ort z im Target das Elektron gestreut

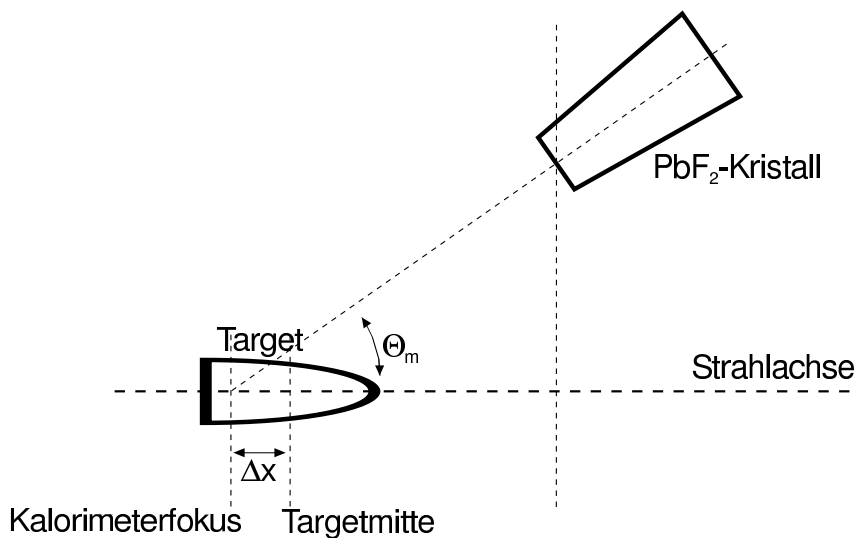


Abbildung 4.6: Mittlerer Streuwinkel θ_m und Verschiebung des Kalorimeterfokus aus der Targetmitte um Δx .

Tabelle 4.1: Mittlerer Streuwinkel θ_M (siehe Abb. 4.6, Raumwinkel $\Delta\Omega$ und Wirkungsquerschnitte σ für die 7 Kalorimeterringe und zugehörige elastische Raten für die beiden Strahlenergien $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV. Die Bleifluoridkristalle sind so angeordnet, daß der Rückgang des Wirkungsquerschnitts bei größer werdendem Streuwinkel durch einen zunehmenden Raumwinkel teilweise kompensiert wird.

Ring i	θ_M	$\Delta\Omega$ (sr)	E=854.3 MeV		E=570.4 MeV	
			σ_i (nbarn)	R_i (kHz)	σ_i (nbarn)	R_i (kHz)
1	39.22°	0.1143	17.58	932	64.05	3395
2	37.69°	0.1069	20.50	1087	73.03	3871
3	36.20°	0.0991	23.67	1255	82.48	4372
4	34.77°	0.0929	27.65	1465	94.24	4995
5	33.39°	0.0864	32.00	1696	106.74	5657
6	32.06°	0.0802	36.93	1958	120.59	6391
7	30.77°	0.0742	42.48	2252	135.84	7199

wird. Die Rate R_i für den Ring i bei einer Luminosität L ergibt sich dann:

$$R_i = L \cdot \frac{\int_{\text{Target}} dz \int_{\Omega_i(z)} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta(z)) d\Omega}{\int_{\text{Target}} dz \int_{\Omega_i(z)} d\Omega} \quad (4.4)$$

In Tab. 4.1 sind die Ergebnisse der numerischen Berechnung für die sieben Kalorimeterringe und für die beiden Strahlenergien aufgeführt. Die Gesamtrate an elastischen Ereignissen im Kalorimeter beträgt 10.6 MHz bei $E=854.3$ MeV und 35.9 MHz bei $E=570.4$ MeV. Ein Vergleich mit den im Experiment gemessenen Raten erfolgt in Kap. 4.4.3.

4.4.2 Extraktion der elastischen Ereignisse aus den Energiespektren

Die prinzipielle Vorgehensweise bei der Extraktion der elastischen Ereignisse aus den Energiespektren wurde bereits in [76] beschrieben. Die Energiespektren des Kalorimeters enthalten sowohl elastische als auch inelastische Ereignisse. Um die Anzahl der elastischen Ereignisse zu erhalten, müssen daher Schnitte in den Spektren definiert werden. Wegen der endlichen Energieauflösung $\Delta E/E$ sind Beimischungen inelastischer Ereignisse zu erwarten. Solche Beimischungen führen zu einer Verfälschung der Asymmetrie. Die Schnitte sollten daher so gewählt werden, daß sich einerseits möglichst viele elastische Ereignisse und andererseits möglichst wenige inelastische Ereignisse innerhalb der Schnittgrenzen befinden.

Tabelle 4.2: Mittlere Streuenergien E' der Elektronen für elastische Streuung und Pionproduktion an der Schwelle, jeweils für die Strahlenergien $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV. Für die Berechnung wurde über die Targetausdehnung gemittelt und die Verschiebung des Kalorimeterfokus um 35 mm berücksichtigt.

Ring	Streuenergie E' [MeV] bei $E=854.3$ MeV			Streuenergie E' [MeV] bei $E=570.4$ MeV		
	elast.	π^0	π^+	elast.	π^0	π^+
1	701.5	582.7	577.1	497.9	371.6	365.7
2	711.1	590.6	585.0	502.7	375.2	369.2
3	720.2	598.2	592.5	507.3	378.6	372.6
4	728.9	605.4	599.7	511.5	381.8	375.8
5	737.3	612.4	606.6	515.7	384.9	378.8
6	745.2	618.9	613.1	519.6	387.8	381.6
7	752.7	625.2	619.3	523.2	390.5	384.3

Streuenergien bei inelastischen Ereignissen

Inelastisch gestreute Elektronen verlieren stets mehr Energie als elastisch gestreute. Der energetisch der elastischen Streuung am nächsten kommende Prozeß ist die Pionproduktion an der Schwelle. Die Streuenergien E' der an der Schwellenproduktion von π^0 und π^+ beteiligten Elektronen können aus der Kinematik berechnet werden. Unter Vernachlässigung der Elektronenmasse gilt für die Energie E' eines gestreuten Elektrons mit der ursprünglichen Energie E :

$$E'(\theta_e) = \frac{m_p^2 c^4 + 2m_p c^2 E - W^2 c^4}{2m_p^2 c^2 + 4E \sin^2 \frac{\theta_e}{2}} \quad (4.5)$$

θ_e bezeichnet den Streuwinkel des Elektrons im Laborsystem, m_p die Protonenmasse, W die invariante Masse des angeregten hadronischen Zustandes. Für die sieben Kalorimeterringe wurde diese Rechnung durchgeführt, dabei wurde zum einen über die Targetausdehnung gemittelt, zum anderen die Verschiebung des Kalorimeterfokus um 35 mm berücksichtigt. Tab. 4.2 gibt die Werte E' für die beiden Strahlenergien $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV an. Die Schwellenenergie $E_{Thr}^{\pi^0}$ für die erstmögliche inelastische Reaktion liegt also zwischen 120 und 130 MeV niedriger als die Energie der elastisch gestreuten Elektronen. Für die Festlegung einer unteren Schnittgrenze E_{Cut} wird von dieser Schwellenenergie ausgegangen. Benötigt wird ferner die Energieunschärfe ΔE_{Thr} bei dieser Energie, die aus der Energieauflösung bei elastischer Streuung bestimmt wird. Aus beiden Größen zusammen wird dann die untere Schnittgrenze festgelegt (Kap. 4.4.2).

Energieauflösung und Bestimmung von ΔE_{Thr}

Die Energieauflösung $\Delta E/E$ wird anhand der Energiespektren des Kalorimeters bestimmt, indem an die elastische Linie eine Funktion angepaßt wird, um ihre Breite zu charakterisieren. Der elastische Peak kann durch folgende phänomenologische Funktion beschrieben werden [75]:

$$f(x) = \begin{cases} C \cdot \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma_L} \right)^2 \right] + \exp \left[\frac{x-\mu}{\lambda} \right] \cdot \left(1 - \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma_L} \right)^2 \right] \right) \right\} & , x < \mu \\ C \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma_R} \right)^2 \right] & , x \geq \mu \end{cases} \quad (4.6)$$

Die hochenergetische Flanke der elastischen Linie wird durch eine Gaußfunktion mit Breite σ_R und Mittelwert μ beschrieben, die niederenergetische Flanke durch eine Gaußfunktion mit Breite σ_L und gleichem Mittelwert μ , modifiziert mit einer Exponentialfunktion, um den radiativen Schwanz zu berücksichtigen. Abb. 4.7 zeigt

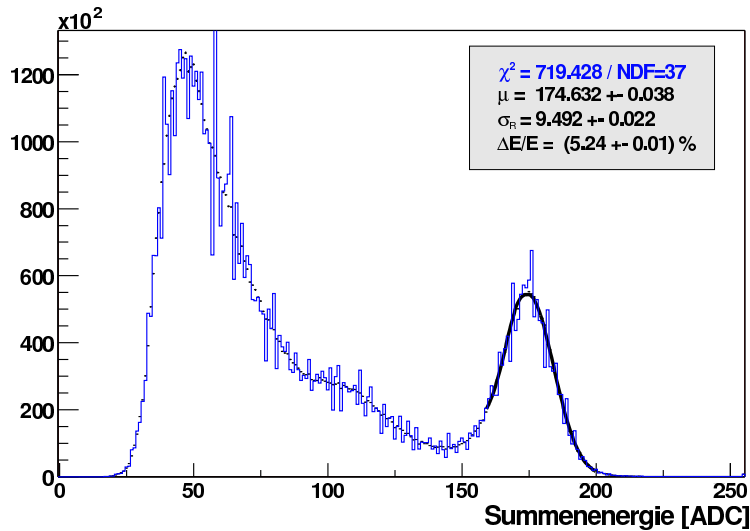


Abbildung 4.7: Anpassung der Funktion $f(x)$ an die elastische Linie des Energiespektrums eines Kanals aus dem 4. Ring des Kalorimeters.

eine solche Kurvenanpassung. Für jeden Datenlauf werden 2044 solcher Kurvenanpassungen durchgeführt (1022 Module, je Modul zwei Histogramme für die beiden Polarisationsrichtungen). Zu einem Meßprogramm gehören oft etliche tausend Datenläufe, so daß insgesamt mehrere Millionen Kurvenanpassungen notwendig sind. Diese große Anzahl macht eine manuelle Überprüfung der Ergebnisse dieser Anpassungen unmöglich, daher mußte ein Verfahren entwickelt werden, das vollautomatisch und mit nahezu 100% Zuverlässigkeit die Kurvenanpassungen vornimmt. Durch Vorgabe von guten Startwerten und geeigneten Anpassungsintervallen kann

die erforderliche Zuverlässigkeit erreicht werden. Zum Auffinden der Lage der elastischen Linie werden die Spektren mit einem Gaußfilter geglättet, das verwendete σ beträgt zwei ADC-Kanäle. Bezeichnet $h(x)$ das zu glättende Energiepektrum, $g(x)$ das geglättete Spektrum, so erhält man den Wert von $g(x)$ an der Stelle x_0 durch:

$$g(x_0) = \int h(x) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)^2} dx \quad (4.7)$$

Bei den diskreten ADC-Spektren geht das Integral in eine Summe über:

$$g(x_0) = \sum_{x=0}^{255} \frac{h(x)}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)^2} \quad (4.8)$$

Das geglättete Spektrum wird numerisch differenziert,

$$g'(x_0) = g(x_0) - g(x_0 - 1), \quad x_0 > 0 \quad (4.9)$$

und anschließend nochmals einem Gaußfilter Gl. 4.7 unterzogen. In Abb. 4.8 ist das geglättete und differenzierte Spektrum aus Abb. 4.7 dargestellt. Der Algorithmus

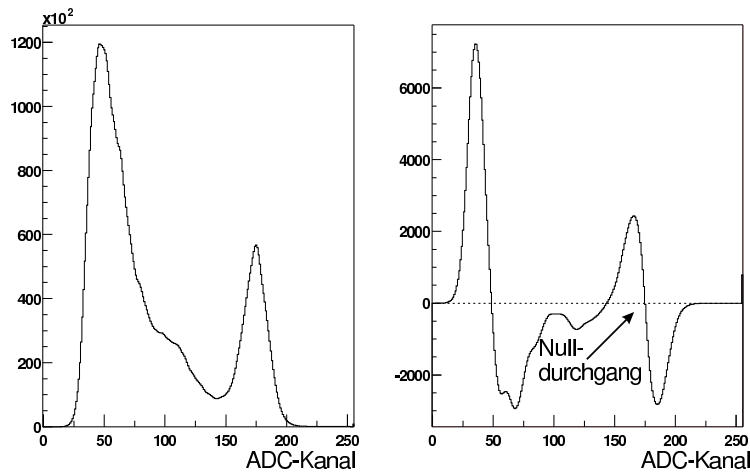


Abbildung 4.8: Bestimmung der Lage der elastischen Linie $\tilde{\mu}$: Das Spektrum aus Abb. 4.7 nach Glätten (links) und Differenzieren (rechts). Der erste Nulldurchgang von rechts in der ersten Ableitung bestimmt die Lage von $\tilde{\mu}$.

durchsucht von rechts die gauß-geglättete Ableitung $g'(x)$ nach dem ersten auftretenden Nulldurchgang. Ist hier die zweite Ableitung $g''(x)$ negativ, bestimmt der ADC-Kanal des Nulldurchgangs die Lage des elastischen Peaks $\tilde{\mu}$. Ausgehend von diesem ADC-Kanal wird im geglätteten Spektrum $g(x)$ solange nach rechts gegangen, bis der Funktionswert auf unter 63.2% des Funktionswert an der Stelle $\tilde{\mu}$ fällt. d. h. bis die Bedingung

$$g(x_1) < 0.632 g(\tilde{\mu}) \quad (4.10)$$

erfüllt ist. Die Größe $\tilde{\sigma}_R = x_1 - \tilde{\mu}$ ist dann der Startwert für die Breite des rechtsseitigen Gaußfunktion Gl. 4.6. Zusätzlich wird die sogenannte hochenergetische Kante E_k ermittelt. Die Definition dieser Größe erfolgte bei der Entwicklung eines Kalibrationsverfahrens für das Kalorimeter [84]. Die hochenergetische Kante ist definiert als Wendepunkt der fallenden Flanke der elastischen Linie im logarithmierten Spektrum: Wendepunkte sind allgemein durch eine Nullstelle in der zweiten Ableitung erkennbar. Um die Lage der Kante durch das Filterverfahren nicht zu verändern, wird ein Medianfilter benutzt, das Spektrum zu glätten (siehe [84]), $\tilde{g}(x) = \text{med } g(x)$. Anschließend wird das Spektrum logarithmiert, $g_1(x) = \lg \tilde{g}(x)$. Der Algorithmus durchsucht die zweite Ableitung $g_1''(x)$ von rechts nach dem ersten Nulldurchgang. Um sicherzustellen, daß tatsächlich eine fallende Flanke gefunden wurde, wird die dritte Ableitung gebildet. Sie muß in diesem Fall positiv sein. Mit den solchermaßen bestimmten Größen wird das

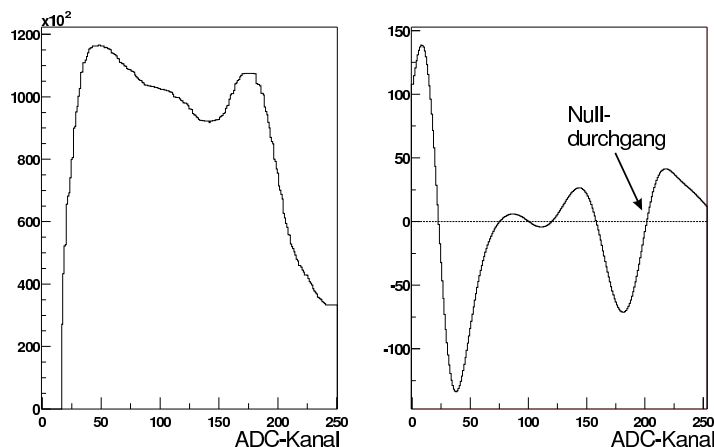


Abbildung 4.9: Bestimmung der hochenergetischen Kante E_k : Das Spektrum aus Abb. 4.7 nach Logarithmieren (links) und zweifachem Differenzieren (rechts). Der erste Nulldurchgang von rechts in der zweiten Ableitung bestimmt die Lage von E_k .

Anpassungsintervall festgelegt: $\tilde{\mu} - 1.5\tilde{\sigma}_R \leq x \leq E_K$.

Die aus der Kurvenanpassung ermittelten Parameter μ und σ_R sowie der bekannte Nullpunkt (Pedestal) x_P des Summenspektrums ermöglichen es, die Energieauflösung $\Delta E/E$ zu berechnen:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\sigma_R}{\mu - x_P} \quad (4.11)$$

Die Energieabhängigkeit der relativen Energieauflösung kann in einem Ansatz mit

drei Termen folgendermaßen parametrisiert werden [75]:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{c_1}{E} \oplus \frac{c_s}{\sqrt{E}} \oplus c_3 \quad (4.12)$$

Der Term c_1/E charakterisiert das energieunabhängige Rauschen, welches von der Elektronik hervorgerufen wird. Die Konstante c_s beschreibt den statistischen Term: Die Anzahl der erzeugten Photoelektronen ist proportional zur deponierten Energie. Die Konstante c_3 berücksichtigt Leckverluste in der Schauerbildung, die auftreten, wenn das Detektorvolumen für die Teilchenenergie nicht mehr ausreicht. Die Konstanten c_1 und c_3 wurden bei Messungen am Strahl zu $c_1 = (0.60 \pm 0.05)\%$ und $c_3 = (0.4 \pm 0.1)\%$ bestimmt. Aus den Gleichungen 4.11 und 4.12 kann man den statistischen Parameter c_s berechnen und damit die Energieunschärfe ΔE_{Thr} bei der Energie der Schwelle E_{Thr} .

In Abb. 4.10 sind die Werte aller zentralen Module des Kalorimeters für jeweils einen Datenlauf bei 854.3 MeV und 570.4 MeV histogrammiert. Die Energieunschärfe an der Energie E_{Thr} mbeträgt im Mittel 34.3 MeV bzw. 29.7 MeV, dies entspricht etwa 7.7 bzw. 6.6 ADC-Kanälen. Die statistische Konstante c_s hat sich zwischen den beiden dargestellten Datensätzen, zwischen denen mehr als 1000 Stunden Strahl auf die Kristalle einwirkten, leicht verändert und liegt im Mittel bei $4.34\% \sqrt{\text{GeV}}$ bzw. $4.69\% \sqrt{\text{GeV}}$.

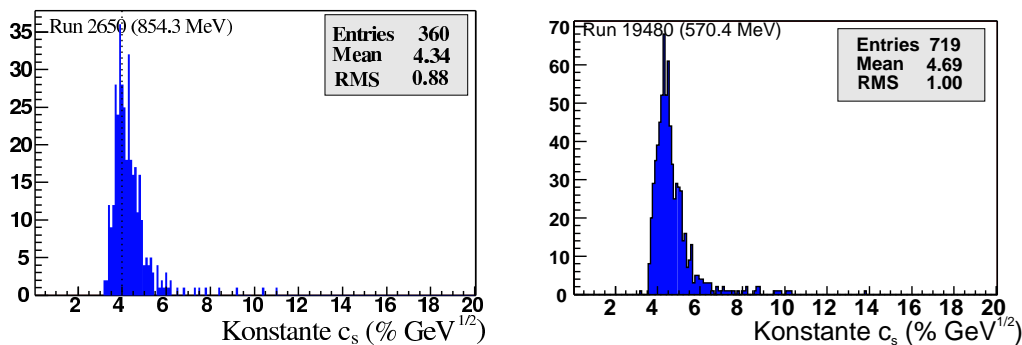


Abbildung 4.10: Statistische Konstante c_s für zwei Datenläufe von 5 Minuten bei den zwei Strahlenergien 854.3 MeV und 570.4 MeV, Werte jeweils für alle zentralen Module des Kalorimeters. Die statistische Konstante c_s hat sich zwischen den beiden dargestellten Datensätzen, zwischen denen mehr als 1000 Stunden Strahl auf die Kristalle einwirkten, leicht verändert und liegt im Mittel bei $4.34\% \sqrt{\text{GeV}}$ bzw. $4.69\% \sqrt{\text{GeV}}$.

Festlegung der Schnittgrenzen

Der Wirkungsquerschnitt für die Pion-Produktion besitzt eine eigene, unbekannte paritätsverletzende Asymmetrie. Um die paritätsverletzende Asymmetrie im Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung zu bestimmen, müssen daher im Energiespektrum Schnitte definiert werden, welche die elastischen Ereignisse von den inelastischen separieren. Ausgehend von der Schwellenenergie für die π^0 -Produktion und der Energieunschärfe ΔE_{Thr} eines Moduls bei der Schwellenenergie kann eine untere Schnittgrenze definiert werden:

$$E^u = E_{Thr}^{\pi^0} + k \cdot \Delta E_{Thr} \quad (4.13)$$

Die untere Schnittgrenze ist k -mal die Energieunschärfe ΔE_{Thr} von der Schwellenenergie entfernt. Der Faktor k wird für alle Detektormodule gleich gewählt. Dies stellt sicher, daß die Beimischung inelastischer Ereignisse in allen Modulen gleich ist. Die Datenstruktur im A4-Experiment ist so angelegt, daß eine Analyse der Asymmetrie in der elastischen Streuung für jedes k im Intervall $k \in [0,4]$ problemlos möglich ist. Für die in dieser Arbeit vorgestellten Analysen wird ein Wert von $k = 1.6$ benutzt. Diese konservative Wahl stellt sicher, daß nur ein geringer Anteil inelastischer Ereignisse den elastischen Zählraten beigemischt ist. Im Rahmen zweier Dissertation und einer Diplomarbeit wurden Simulationen zum Antwortverhalten des Kalorimeters durchgeführt [75, 85, 86].

Ereignisse mit Energien größer als die der elastisch gestreuten Elektronen stammen aus nicht zurückgewiesenen Doppeltreffern, wenn zwei Ereignisse innerhalb von 5 ns im selben Modul auftreten und daher von der Elektronik nicht als getrennte Ereignisse erkannt werden können. Um diese Ereignisse von den elastischen zu trennen, wird eine obere Schnittgrenze E^o benutzt, die durch die hochenergetischer Kante E_k definiert wird, d. h. $E^o \equiv E_k$. Die obere Schnittgrenze trennt nur wenige Ereignisse ab.

Nach der Definition der Schnittgrenzen lassen sich die elastischen Ereignisse N_i^+ und N_i^- für jeden Datenlauf i für die beiden Polarisationsrichtungen “+” und “-” bestimmen. Für jedes Modul m des Bleifluorid-Kalorimeters und jeden Datenlauf i gibt es je zwei Energiespektren $h_{i,m}^\pm(x)$. Mit den für jedes Modul m und jeden Datenlauf i individuell nach dem oben beschriebenen Verfahren bestimmten Schnittgrenzen $E_{i,m}^u$ und $E_{i,m}^o$ ergibt sich die Anzahl elastischer Ereignisse des Kalorimeters für den Datenlauf i :

$$N_i^\pm = \sum_{m=1}^{1022} \sum_{x=E_{i,m}^u}^{E_{i,m}^o} h_{i,m}^\pm(x) \quad (4.14)$$

Entsprechend lassen sich die elastischen Ereignisse für Teilbereiche des Kalorimeters bestimmen, indem man die erste Summe statt über alle Module nur über die

Module laufen läßt, die zum gewünschten Teilbereich gehören. Beispielsweise erhält man die elastischen Ereignisse für Ring 4 des Datenlaufs i folgendermaßen:

$$N_{i,\text{Ring4}}^{\pm} = \sum_{m \in \text{Ring4}} \sum_{x=E_{i,m}^u}^{E_{i,m}^o} h_{i,m}^{\pm}(x) \quad (4.15)$$

4.4.3 Mit dem Kalorimeter gemessene Raten der elastisch gestreuten Elektronen

Für einen Vergleich der gemessenen Zählraten mit den in Kap. 4.4.1 berechneten Raten wird hier die Summe $N_i = N_i^+ + N_i^-$ betrachtet. Alle in die Asymmetriemessung bei den Strahlenergien 854.3 MeV und 570.4 MeV und longitudinaler Spinstellung eingehenden Datenläufe i wurden berücksichtigt. Die sieben Ringe des Kalorimeters wurden getrennt analysiert. Defekte oder aufgrund noch nicht bestehenden Vollausbau fehlende Module mindern die Gesamtzählrate. Deshalb wurde die jeweils tatsächlich vorhandene Anzahl an Modulen ermittelt und die gemessene Rate auf eine Gesamtrate hochgerechnet, die bei vollständiger Modulzahl erreicht worden wäre. Ebenso wurde die tatsächliche Strahlstromstärke berücksichtigt. Die solchermaßen umgerechnete Rate $R_{i,\text{Ring}}$ der gemessenen Ereignisse eines Ringes für den Datenlauf i ist also:

$$R_{i,\text{Ring}} = \frac{N_{i,\text{Ring}}}{T_i} \cdot \frac{20\mu\text{A}}{I_i} \cdot \frac{146}{n_{i,\text{Ring}}^{\text{Det}}} \quad (4.16)$$

wobei T_i die Meßzeit des Datenlaufs i ist, I_i der Strahlstrom in Mikroampere und $n_{i,\text{Ring}}^{\text{Det}}$ die Zahl tatsächlich vorhandener Dektormodule im Ring. Die Raten wurden für alle Datenläufe bestimmt und histogrammiert. Die mittleren Raten und der Vergleich mit den aus dem Wirkungsquerschnitt berechneten Raten für die beiden Strahlenergien $E=570.4$ MeV und $E=854.3$ MeV sind in folgender Tabelle angegeben:

Ring	E=854.3 MeV		E=570.4 MeV	
	\bar{R}_{Ring} [kHz]	Gemessen/Berechnet	\bar{R}_{Ring} [kHz]	Gemessen/Berechnet
1	590.7 ± 0.9	$(64.0 \pm 0.1) \%$	2454.0 ± 0.9	$(72.4 \pm 0.0) \%$
2	870.8 ± 1.0	$(81.0 \pm 0.1) \%$	3229.5 ± 1.0	$(83.6 \pm 0.0) \%$
3	1021.5 ± 1.0	$(82.2 \pm 0.1) \%$	3660.1 ± 1.2	$(83.9 \pm 0.0) \%$
4	1172.4 ± 1.3	$(80.8 \pm 0.1) \%$	4115.1 ± 1.5	$(82.5 \pm 0.0) \%$
5	1359.7 ± 1.4	$(81.0 \pm 0.1) \%$	4598.2 ± 1.6	$(81.4 \pm 0.0) \%$
6	1613.7 ± 1.4	$(83.3 \pm 0.1) \%$	5319.0 ± 1.7	$(83.4 \pm 0.0) \%$
7	1484.3 ± 1.5	$(66.6 \pm 0.1) \%$	5115.9 ± 1.3	$(71.2 \pm 0.0) \%$

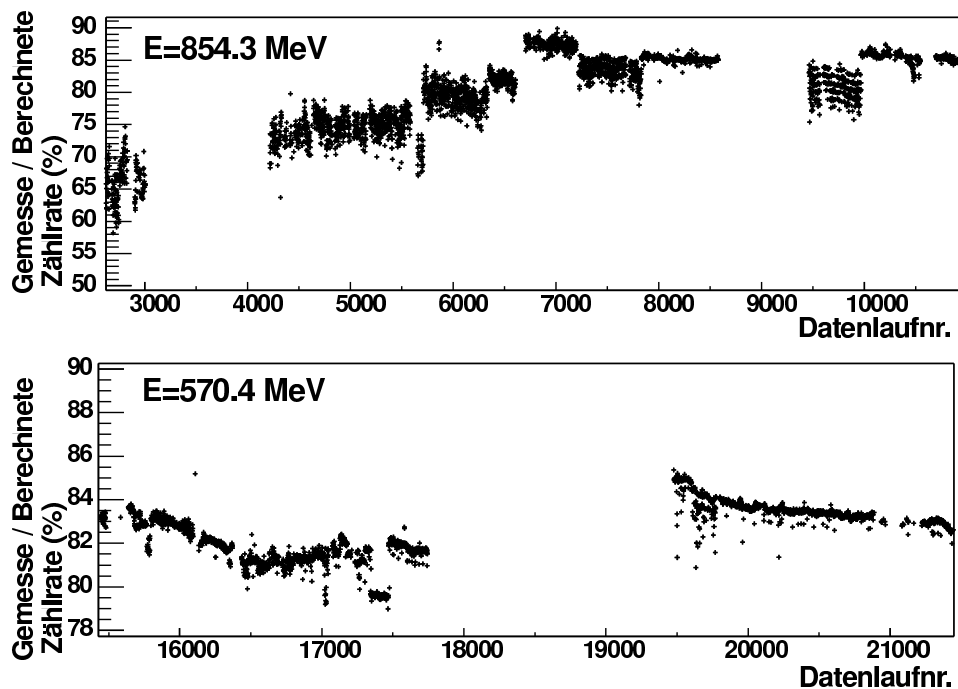


Abbildung 4.11: Verhältnis der gemessenen zur berechneten elastischen Zählrate für Ring 4 des Kalorimeters bei der Strahlenergie $E=854.3$ MeV (oben) und $E=570.4$ MeV (unten) als Funktion der Datenlaufnummer. Die Zählraten in der ersten Hälfte des oberen Datensatzes sind durch Targetkochen vermindert. Beim unteren Datensatz spielen Targetdichte-Fluktuationen hingegen eine geringe Rolle.

Die inneren Ringe des Kalorimeters, Ring 2 bis 6, erreichen im Mittel 82% bzw. 83% der elastischen Zählrate, die in Kap. 4.4.1 berechnet wurden. Die äußeren Ringe, Ringe 1 und 7, erreichen zwischen 64% und 72%. Den Modulen dieser Ringe fehlen Nachbarn, sie können daher nicht Zentrum eines vollständigen 3×3 -Clusters sein. Dies führt zu einer geringeren Energieauflösung und damit zu einem Verlust elastischer Ereignisse. Zu einem genaueren Verständnis ist in Abb. 4.11 für den zentralen Ring 4 des Kalorimeters das Verhältnis gemessener zu berechneten Raten als Funktion der Datenlaufnummer aufgetragen.

In der ersten Hälfte des Datensatzes bei der Energie $E=854.3$ MeV war Targetkochen der Regelfall [61]. Blasenbildung im Target vermindert die Luminosität und führt zu einer Verminderung der Streuraten. Entsprechend beobachtet man dort geringere Raten. Zu den 570.4 MeV-Daten in Abb. 4.11 tragen zwei mehrwöchige Strahlzeiten bei. Zu Beginn der Strahlzeiten ist das Ratenverhältnis am größten und nimmt dann wegen Strahlenschäden in den Bleifluorid-Kristallen langsam ab. Jeweils vor Beginn einer langen Datennahme werden die Strahlenschäden Kristallen des mittels optischen Bleichens ausgeheilt. Während der Messung bilden

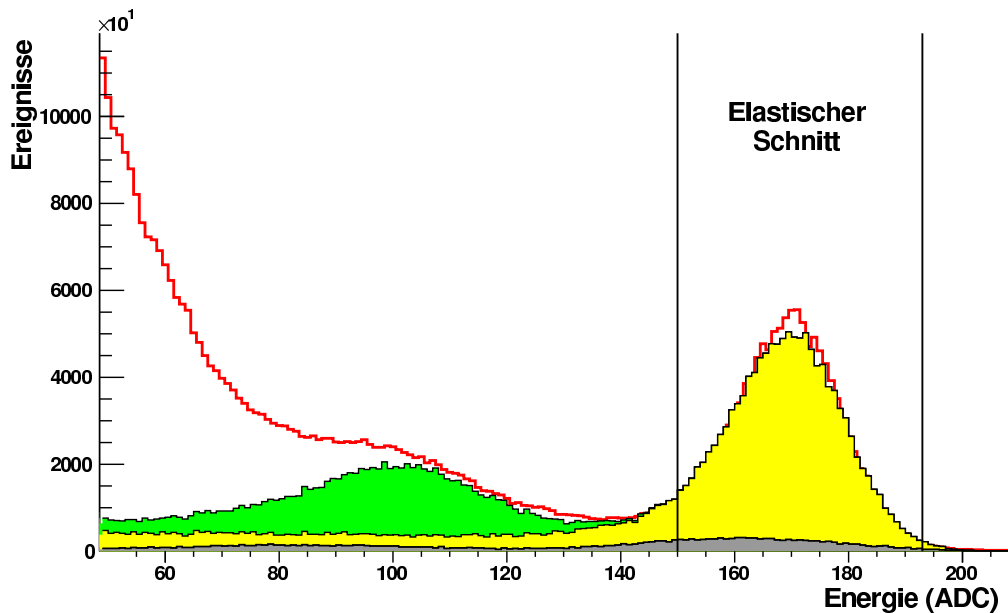


Abbildung 4.12: Monte-Carlo-Simulation des Energiespektrums im A4-Kalorimeter und Vergleich mit gemessenem Spektrum [86]. In rot eingezeichnet ist das gemessene Spektrum. Das ausgefüllte Spektrum ist das Resultat der Simulation. Die verschiedenen Farben repräsentieren die verschiedenen Beiträge zum Spektrum. In gelb dargestellt ist die elastische Streuung unter Berücksichtigung von Energieverlusten und Strahlungskorrekturen. Rechts ist der elastische Peak zu sehen, der Strahlungsschwanz streckt sich nach links zu kleineren Energien hin aus. Inelastische Streuung ist in grün dargestellt. Die Beiträge aus der Streuung am Aluminium der Ein- und Austrittsfenster sind in grau unten im Spektrum zu erkennen. Zusätzlich eingetragen sind die verwendeten elastischen Schnittgrenzen. Man sieht, daß ein Teil der elastischen Ereignisse abgetrennt wird.

sich dann erneut Strahlenschäden, die zu einer Reduktion der Energieauflösung führen. Daraus ergeben sich nach Gl. 4.13 geringere elastische Zählraten. Die gelegentlich zu beobachtenden Abweichungen nach unten sind auf Targetkochen zurückzuführen.

Unter optimalen Bedingungen (Strahlenschäden in den Bleifluoridkristallen sind mittels optischen Bleichens ausgeheilt und das Wasserstofftarget zeigt keine Blasenbildung) beobachtet man ein Verhältnis der gemessenen zur berechneten elastischen Rate von rund 85%. Die konservative Wahl der unteren Schnittgrenze führt dazu, daß ein gewisser Teil der elastisch gestreuten Elektronen nicht mitgezählt wird. Die im Rahmen einer Diplomarbeit [86] durchgeführten Untersuchungen zeigen deutlich einen Strahlungsschwanz, der außerhalb der Schnittgrenzen liegt (Abb.4.12).

Kapitel 5

Physikalische Asymmetrien in der Luminositätsmessung

Die Korrektur der im Experiment nachgewiesenen Anzahl der elastisch gestreuten Elektronen auf Targetdichtefluktuationen ist ein wichtiger Punkt der Analyse. Zur Kontrolle der Targetdichte wird die Luminosität gemessen. In diesem Kapitel soll untersucht werden, ob der der Luminositätsmessung zugrundeliegende physikalische Prozeß eine eigene Asymmetrie besitzt und inwieweit eine solche Asymmetrie bei der Normierung der Anzahl der elastisch gestreuten Elektronen eine Rolle spielt.

Die im A4-Experiment gemessene Anzahl der elastisch gestreuten Elektronen N^\pm wird auf die Targetdichte ρ^\pm normiert. Die Targetdichte ist definiert als Quotient aus Luminosität L^\pm und Strahlstrom I^\pm [61]:

$$\rho^\pm = \frac{L^\pm}{I^\pm} \quad (5.1)$$

Die Normierung auf die Targetdichte ist folgendermaßen definiert:

$$A^{exp} = \frac{N^+/\rho^+ - N^-/\rho^-}{N^+/\rho^+ + N^-/\rho^-} = \frac{N^+\rho^- - N^-\rho^+}{N^+\rho^- + N^-\rho^+} \quad (5.2)$$

Alternativ kann man von folgender Gleichung ausgehen:

$$\frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} - \frac{\rho^+ - \rho^-}{\rho^+ + \rho^-} = \frac{2N^+\rho^- - 2N^-\rho^+}{N^+(\rho^+ + \rho^-) + N^-(\rho^+ + \rho^-)} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2N^+\rho^- - 2N^-\rho^+}{2N^+\rho^- + 2N^-\rho^+ - (\rho^- - \rho^+)N^+ - (\rho^+ - \rho^-)N^-} \\ &= \frac{N^+\rho^- - N^-\rho^+}{N^+\rho^- + N^-\rho^+} \cdot \left(1 - \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} \cdot \frac{\rho^+ - \rho^-}{\rho^+ + \rho^-} \right) \quad (5.4) \end{aligned}$$

Der Vergleich von Gl. 5.2 mit Gl. 5.4 zeigt, daß sich die Normierung der elastischen Ereignisse N^\pm auf die Targetdichte ρ^\pm schreiben läßt als die Differenz der Asymmetrien in den beiden Größen, modifiziert um einen Korrekturfaktor, der lediglich um das Produkt der beiden Asymmetrien von 1 abweicht:

$$A^{exp} = \frac{N^+/\rho^+ - N^-/\rho^-}{N^+/\rho^+ + N^-/\rho^-} = \left(\frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} - \frac{\rho^+ - \rho^-}{\rho^+ + \rho^-} \right) \cdot \left(1 - \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} \cdot \frac{\rho^+ - \rho^-}{\rho^+ + \rho^-} \right)^{-1} \quad (5.5)$$

Die Asymmetrien in den elastischen Ereignissen, in der Luminosität und im Strahlstrom liegen im A4-Experiment typischerweise in der Größenordnung 10^{-5} , so daß der Korrekturfaktor nur um einen Betrag von der Größenordnung 10^{-10} von eins abweicht. Setzt man den Zusammenhang Gl. 5.5 auch für die Targetdichte ein, so kann man näherungsweise schreiben:

$$A^{exp} \approx \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} - \frac{L^+ - L^-}{L^+ + L^-} + \frac{I^+ - I^-}{I^+ + I^-} \quad (5.6)$$

Eine eigene physikalische Asymmetrie in der Luminositätsmessung geht also direkt in die Meßgröße A^{exp} ein. Daher ist es wichtig, diese Asymmetrien zu kennen. Die auftretenden physikalischen Asymmetrien hängen davon ab, ob der Elektronspin longitudinal oder transversal orientiert ist, und sollen im folgenden näher untersucht werden.

5.1 Paritätsverletzende Asymmetrie in der Luminositätsmessung

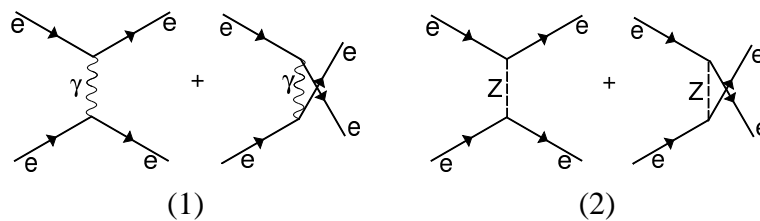


Abbildung 5.1: Feynmangraphen für die Møllerstreuung. Die paritätsverletzende Asymmetrie A_{Mo}^{PV} rührt von der Interferenz der Terme mit γ -Austausch (1) und Z^0 -Austausch (2) her.

Der die Luminositätsmessung dominierende physikalische Prozeß ist die Møllerstreuung. Bei longitudinaler Spinstellung gibt es eine paritätsverletzende Asymmetrie in der Elektron-Elektron-Streuung. Sie wird analog zur Asymmetrie in der elastischen Elektron-Proton-Streuung von der Interferenz aus elektromagnetischen

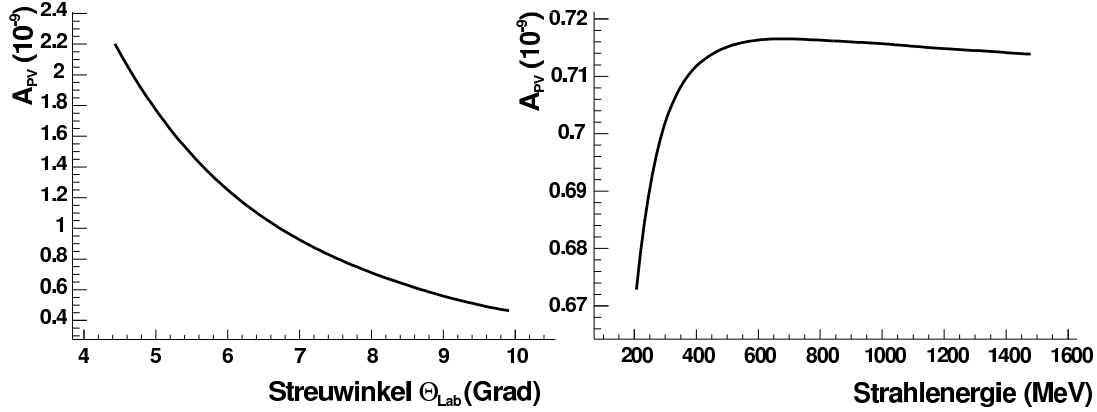


Abbildung 5.2: Paritätsverletzende Asymmetrie in der Møllerstreuung. Links aufgetragen ist die Asymmetrie als Funktion des Laborstreuwinkels in dem Bereich, den die Luminositätsmonitore abdecken bei einer Strahlenergie $E=854.3$ MeV. Rechts aufgetragen ist die Asymmetrie als Funktion der Strahlenergie, gemittelt über die Akzeptanz der Luminositätsmonitore. Im gesamten Energiebereich ist die Asymmetrie kleiner als 10^{-9} und damit vernachlässigbar.

und schwachen Amplituden (Abb. 5.1) hervorgerufen und ist auf dem Tree-Level gegeben durch [88]:

$$A_{Mo}^{PV} = m_e E \frac{G_F}{\sqrt{2}\pi\alpha} \frac{16 \sin^2 \theta_{CM}}{(3 + \cos^2 \theta_{CM})^2} \left(\frac{1}{4} - \sin^2 \theta_W \right) \quad (5.7)$$

mit m_e der Elektronmasse, E der Energie des einlaufenden Elektrons, $G_F = 1.16637 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ Fermis Kopplungskonstante, $\sin^2 \theta_W = 0.23120$ schwacher Mischungswinkel und θ_{CM} der Streuwinkel im Schwerpunktsystem. Strahlungskorrekturen können zu erheblichen Änderungen führen, beispielsweise zu einer Modifikation der Asymmetrie um etwa 40% [33]. Die Luminositätsmonitore decken einen Winkelbereich von 4.4° bis 10° ab, dies entspricht im Schwerpunktsystem Rückwärtswinkeln. In Abb. 5.2 ist die Asymmetrie A_{PV}^{Mo} für diesen Winkelbereich bei einer Strahlenergie von $E=854.3$ MeV aufgetragen. Sie liegt im Bereich von 10^{-9} und ist damit vernachlässigbar. Außerdem ist die Asymmetrie als Funktion der Strahlenergie bis zu der mit MAMI-C erreichbaren Höchstenergie angegeben. Dabei wurde über den Akzeptanzbereich der Luminositätsmonitore gemittelt.

Man sieht, daß die gemittelte Asymmetrie A_{PV}^{Mo} etwa $0.71 \cdot 10^{-9}$ oder weniger beträgt. Sie liegt drei Größenordnungen unterhalb der zu messenden paritätsverletzenden Asymmetrie in der elastischen Elektron-Proton-Streuung und ist somit vernachlässigbar.

5.2 Zwei-Photon-Austausch und Normalspin-Asymmetrien in der Luminositätsmessung

Bei transversalem Spin gibt es in der Møllerstreuung analog zur elastischen ep -Streuung eine Asymmetrie, die von der Interferenz der Zwei-Photon-Austauschamplitude mit der Ein-Photon-Austauschamplitude hervorgerufen wird. Da es bei der Elektron-Elektron-Streuung keinen hadronischen Vertex gibt, ist diese Normalspin-Asymmetrie A_{\perp}^{Mo} innerhalb der Quantenelektrodynamik (QED) berechenbar. Die Asymmetrie in der Møllerstreuung bei transversaler Spinstellung A_{\perp}^{Mo} ist im Gegensatz zur paritätsverletzenden Asymmetrie A_{PV}^{Mo} bei longitudinalem Spin nicht mehr vernachlässigbar. Sie soll daher im folgenden Unterkapitel zunächst berechnet werden. Im darauffolgenden Unterkapitel werden die Rechnungen mit Resultaten verglichen, die sich aus der Analyse der Luminositätsdaten ergeben.

5.2.1 Normalspin-Asymmetrie A_{\perp}^{Mo} in der Møllerstreuung

Eine Normalspin-Asymmetrie bei der transversal polarisierten Møllerstreuung wurde bereits 1960 von Barut und Fronsdal [89] sowie 1974 von DeRaad [90] berechnet. Diese Rechnungen wurden jüngst von Dixon und Schreiber [91] im Rahmen des E-158-Experiments (siehe Kap. 2.1.5) wiederaufgenommen, bestätigt und um Next-to-leading-order-Korrekturen erweitert. Die Normalspin-Asymmetrie A_{\perp}^{Mo} kann geschrieben werden als:

$$A_{\perp}^{Mo} = \frac{\sigma^{\uparrow} - \sigma^{\downarrow}}{\sigma^{\uparrow} + \sigma^{\downarrow}} \quad (5.8)$$

wobei σ^{\uparrow} bzw. σ^{\downarrow} den Wirkungsquerschnitt bezeichnen für den Elektronenspin parallel bzw. antiparallel zum Normalvektor \vec{n} :

$$\vec{n} = \frac{\vec{k} \times \vec{k}'}{|\vec{k} \times \vec{k}'|} \quad (5.9)$$

\vec{k} bezeichnet den Impuls des Elektrons vor, \vec{k}' den Impuls nach der Streuung. Die zu beobachtende Asymmetrie $A(\phi_e)$ hängt vom Elektronenspin \vec{S}_e und dem Azimutstreuungswinkel ϕ_e folgendermaßen ab [91]:

$$A(\phi_e, \theta_S) \propto \vec{S}_e \cdot (\vec{k} \times \vec{k}') = A_{\perp}^{Mo} \cdot \cos(\phi_e) \cdot \sin \theta_S \quad (5.10)$$

Zur Definition der Winkel ϕ_e und θ_S siehe Abb. 5.3.

Die Normalspin-Asymmetrie A_{\perp}^{Mo} in der Møllerstreuung wird analog zur Normalspin-Asymmetrie A_{\perp} in der elastischen Elektron-Proton-Streuung durch

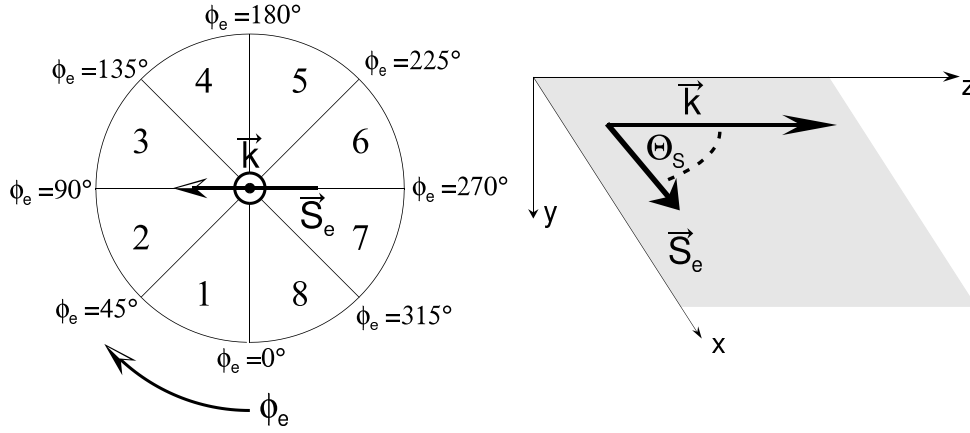


Abbildung 5.3: Links: Definition des Azimutwinkels ϕ_e : Schematischer Blick von hinten auf das Kalorimeter. Der Elektronenstrahl kommt aus der Blattebene (\vec{k}). Der Spin ist transversal orientiert (\vec{S}_e). Der Winkel ϕ_e wird von unten (6 Uhr) in Uhrzeigerichtung gemessen. Zusätzlich eingetragen ist die Azimutabdeckung der acht Luminositätsmonitore (1-8). Rechts: Definition des Spinwinkels θ_S . Er bezeichnet den Winkel zwischen dem Impuls \vec{k} des einlaufenden Elektrons und seinem Spin \vec{S}_e in der Beschleunigerebene (xz-Ebene). Bei longitudinaler Spinstellung gilt $\theta_S = 0^\circ$ oder $\theta_S = 180^\circ$, bei transversaler Spinstellung $\theta_S = 90^\circ$ oder $\theta_S = 270^\circ$. Der Spin \vec{S}_e liegt stets in der Beschleunigerebene ($\phi_S = 0^\circ$).

einen Zwei-Photon-Austausch hervorgerufen. Im Gegensatz zur Elektron-Proton-Streuung treten keine hadronischen Effekte auf, die Asymmetrie kann daher im Rahmen der QED berechnet werden. Die führenden Graphen der Møllerstreuung sind in Abb. 5.4 dargestellt. Die Treelevel-Graphen (1) stellen den Ein-Photon-Austausch dar, der zum Born-Wirkungsquerschnitt $d\sigma^{Born}/d\Omega$ der Møllerstreuung führt. Die Einschleifen-Diagramme (2) stellen den Zwei-Photon-Austausch dar. Der führende Term im azimutwinkelabhängigen Wirkungsquerschnitt $d\sigma^{\phi_e}/d\Omega$ rührt von der Interferenz der Treelevel-Diagramme (1) mit den Box-Diagrammen (2) her. Unter Vernachlässigung von Termen, die mit m_e^2/s unterdrückt sind, erhält man für die beiden Wirkungsquerschnitte [91]:

$$\frac{d\sigma^{Born}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2s} \left[\frac{t^2 + tu + u^2}{tu} \right]^2 \quad (5.11)$$

$$\frac{d\sigma^{\phi}}{d\Omega} = -\frac{\alpha^3 m_e}{8 \sqrt{s}} \sin\theta_{CM} \sin\phi_e \frac{1}{t^2 u^2} \cdot [3s[t(u-s)\ln(\frac{-t}{s}) - u(t-s)\ln(\frac{-u}{s})] - 2(t-u)tu] \quad (5.12)$$

mit

$$s = 2m_e E, \quad t = -\frac{s}{2}(1 - \cos\theta_{CM}), \quad u = -\frac{s}{2}(1 + \cos\theta_{CM})$$

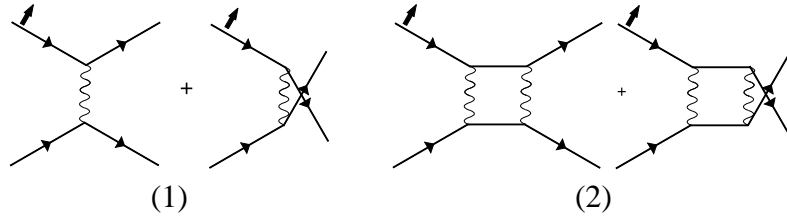


Abbildung 5.4: Feynmangraphen für die Møllerstreuung. Die Treelevel-Graphen (1) stellen den Ein-Photon-Austausch dar, der zum Born-Wirkungsquerschnitt der Møllerstreuung führt. Die Einschleifen-Diagramme (2) stellen den Zwei-Photon-Austausch dar. Der führende Term im Wirkungsquerschnitt mit azimuthaler Abhängigkeit rührt von der Interferenz der Treelevel-Diagramme (1) mit den Box-Diagrammen (2) her. Der Pfeil deutet an, daß das einlaufende Elektron transversal polarisiert ist.

$$E' = \frac{E}{2}(1 + \cos \theta_{CM}), \quad \cos \theta_{lab} = 1 - \frac{m_e}{E} \frac{1 - \cos \theta_{CM}}{1 + \cos \theta_{CM}}$$

Die Wirkungsquerschnitte für die Spinorientierung parallel bzw. antiparallel zum Normalenvektor sind:

$$\begin{aligned} \sigma^\uparrow &= \int \left(\frac{d\sigma^{born}}{d\Omega} + \frac{d\sigma^\phi(\phi_e=0)}{d\Omega} \right) d\theta_{CM} \\ \sigma^\downarrow &= \int \left(\frac{d\sigma^{born}}{d\Omega} - \frac{d\sigma^\phi(\phi_e=0)}{d\Omega} \right) d\theta_{CM} \end{aligned}$$

Für die Normalspin-Asymmetrie A_{\perp}^{Mo} gilt dann:

$$A_{\perp}^{Mo} = \frac{\sigma^\uparrow - \sigma^\downarrow}{\sigma^\uparrow + \sigma^\downarrow} = \frac{\int \frac{d\sigma^\phi(\phi_e=0)}{d\Omega} d\theta_{CM}}{\int \frac{d\sigma^{born}}{d\Omega} d\theta_{CM}} \quad (5.13)$$

Für die zwei Strahlenergien $E=855.2$ MeV und $E=569.3$ MeV, bei denen bislang mit transversalem Spin gemessen wurde, sind die Normalspin-Asymmetrien A_{\perp}^{Mo} als Funktion des Streuwinkels im Schwerpunktsystem θ_{CM} in Abb. 5.5 dargestellt.

Man sieht zunächst, daß A_{\perp}^{Mo} ungerade ist unter der Transformation $\theta_{CM} \rightarrow \pi - \theta_{CM}$. Dies bedeutet, daß die zu beobachtende Asymmetrie verschwindet für den Fall, daß die Detektorazeptanz symmetrisch in Vorwärts- wie Rückwärtsstreuung ist. Der Winkelbereich, den die Luminositätsmonitore im A4-Experiment abdecken, ist in Abb. 5.5 eingetragen. Im Laborsystem beträgt er $4.4^\circ \leq \theta_{lab} \leq 10^\circ$, im Schwerpunktsystem entspricht dies Rückwärtswinkeln von $130.6^\circ \leq \theta_{CM} \leq 157.6^\circ$ bei 855.2 MeV bzw. $121.2^\circ \leq \theta_{CM} \leq 152.7^\circ$ bei 569.3 MeV, so daß sich die Normalspin-Asymmetrie nicht herausmittelt. In Abb 5.5

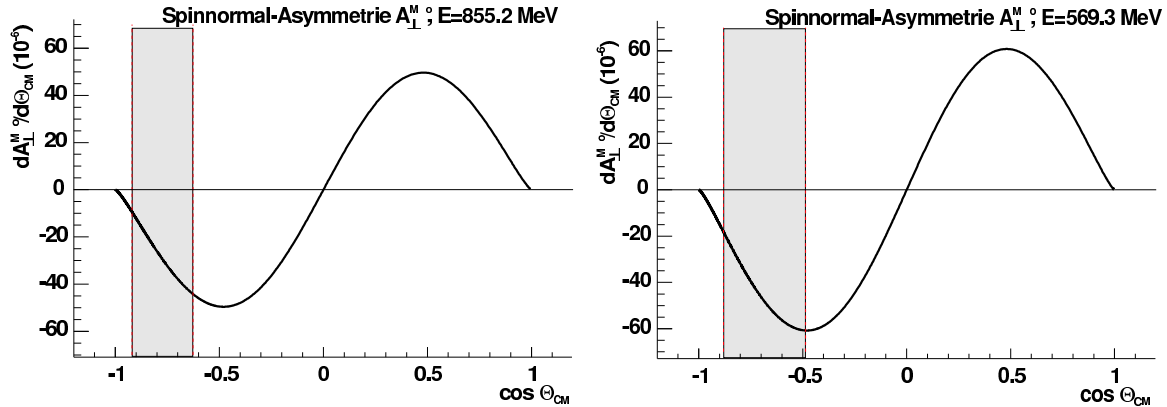


Abbildung 5.5: Normalspin-Asymmetrie $dA_{\perp}^{Mo}/d\theta_{CM}$ als Funktion des Schwerpunkstreuwinkels θ_{CM} für die Energien $E=855.2$ MeV und $E=569.3$ MeV. Zusätzlich eingezeichnet ist jeweils der Polarwinkelbereich, den die Luminositätsmonitore abdecken. Sie weisen die gestreuten Elektronen im Schwerpunktsystem unter Rückwärtswinkeln nach.

ist zu erkennen, daß A_{\perp}^{Mo} nicht vernachlässigbar klein, sondern betragsmäßig bis zu eine Größenordnung größer ist als die eigentliche Meßgröße des Transversalprogramms, die Normalspin-Asymmetrie in der elastischen e-p-Streuung A_{\perp} .

Die Normalspin-Asymmetrien wurden für beide Strahlenergien berechnet. Sie betragen $A_{\perp}^{Mo}(E = 855.2 \text{ MeV}) = -15.86 \cdot 10^{-6}$ und $A_{\perp}^{Mo}(E = 569.3 \text{ MeV}) = -28.66 \cdot 10^{-6}$. Diese Werte sind unter Berücksichtigung der Targetverschiebung um 35 mm strahlaufwärts berechnet und in Tab. 5.1 mit den Winkelbereichen angegeben. A_{\perp}^{Mo} ist bei $E=569.3$ MeV betragsmäßig deutlich größer als bei $E=855.2$ MeV. Dies liegt zum einen daran, daß die Normalspin-Asymmetrie in der Møllerstreuung für abnehmende Strahlenergie zunimmt bis hinab zu etwa 1 MeV [89], zum anderen daran, daß sich der Winkelbereich der Luminositätsmonitore für die erstgenannte Energie näher im betragsmäßigen Maximum von $dA_{\perp}^{Mo}/d\theta_{CM}$ befindet.

Tabelle 5.1: Berechnete Normalspin-Asymmetrien $A_{\perp}^{Mo}|_{calc}$ in der Møllerstreuung für $E=855.2$ MeV und $E=569.3$ MeV. Die Asymmetrien wurden für den Polarwinkelbereich der Luminositätsmonitore berechnet. Die Verschiebung des Targets um 35 mm strahlaufwärts wurde berücksichtigt.

Strahlenergie		$A_{\perp}^{Mo} _{calc} (10^{-6})$
569.3 MeV	$121.2^{\circ} \leq \theta_{CM} \leq 152.7^{\circ}$	-28.66
855.2 MeV	$130.6^{\circ} \leq \theta_{CM} \leq 157.6^{\circ}$	-15.86

5.2.2 Gemessene Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren

Das Luminositätsmonitorsystem ist achtfach segmentiert und deckt azimuthal den vollen 2π -Bereich ab. Da es wie oben bereits erwähnt hauptsächlich auf Møllerstreuung sensitiv ist, lassen sich Normalspin-Asymmetrien beobachten. Im folgenden werden diese Asymmetrien bei einer Drehung des Elektronspins von longitudinaler in transversale Stellung, bei transversaler Spinstellung sowie bei nominell longitudinaler Spinstellung vorgestellt.

Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren bei Spindrehung

Während der Messungen mit Transversalspin sowohl bei $E=855.2$ MeV als auch bei $E=569.3$ MeV wurde jeweils einmal mit Hilfe des oben erwähnten Wienfilters der Spin \vec{S}_e der Elektronen über einen Bereich von etwa 90° gedreht. Der Winkel θ_S des Spins der Elektronen verändert sich dabei linear mit dem am Wienfilter eingestellten Wienfilterstrom I_W . Zur Definition des Spinwinkels θ_S siehe Abb. 5.3. Primäres Ziel war die exakte Bestimmung des Spinwinkels bei nominell transversaler Stellung. Diese Messung wurde mit dem Transmissions-Compton-Polarimeter durchgeführt [74]. Das Polarimeter ist auf longitudinale Polarisationskomponenten sensitiv und erlaubt eine relative Messung der Strahlpolarisation. Das Signal - die Asymmetrie A^{Pola} im Verhältnis der Stromstärken vor und hinter dem Dauermagneten für die beiden Polarisationszustände - erreicht ein Maximum bei vollständig longitudinaler Polarisation und verschwindet für transversale Polarisation. Trägt man die gemessenen Asymmetrien gegen den jeweiligen Strom des Wienfilters auf, so erhält man einen cosinusförmigen Verlauf:

$$A^{Pola}(I_W) = A_0^{Pola} \cdot \cos(b \cdot I_W + c) \quad (5.14)$$

Es wurden mehrere Wienfilterströme I_W und damit mehrere Spinwinkel θ_S eingestellt. Aus den Parametern einer Kurvenanpassung erhält man eine Eichung, so daß man jedem Wienfilterstrom I_W einen Spinwinkel $\theta_S(I_W)$ zuordnen kann. Die Fehler im Wienfilterstrom betragen $\Delta I_W < 0.01$ A. Abb. 5.6 zeigt die gemessenen Asymmetrien A^{Pola} des Polarimeters für die Messung bei der 569.3 MeV. Die gemessenen Asymmetrien folgen dem erwarteten Verlauf. Die Fehlerbalken geben die statistische Unsicherheit der Asymmetrie-Meßwerte an. Aus der Kurvenanpassung erhält man die Parameter $A_0^{Pola} = (96.47 \pm 2.27) \cdot 10^{-6}$, $b = (14.59 \pm 0.29)^\circ/\text{A}$ und $c = (26.58 \pm 1.33)^\circ$. Zu jedem Wienfilterstrom I_W gehört der Spinwinkel θ_S :

$$\theta_S(I_W) = b \cdot I_W + c \quad (5.15)$$

Die Messungen zur Bestimmung der Normalspin-Asymmetrie in der elastischen ep -Streuung A_\perp bei $E=569.3$ MeV wurden bei einem Wienfilterstrom von $I_W = 4.81$ A

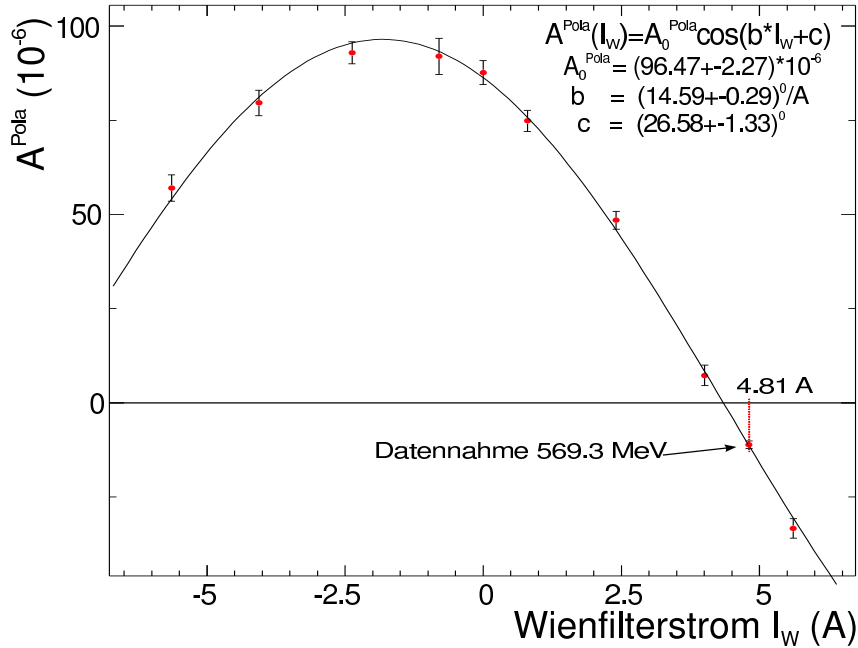


Abbildung 5.6: Spindrehung bei $E=569.3$ MeV. Der Wienfilterstrom I_W wurde im Bereich zwischen -5 A und $+5$ A variiert. Der Spinwinkel θ_S der Elektronen ist proportional zum Wienfilter-Strom. Aus den Parametern der Kurvenanpassung erhält man eine Eichung, so daß man jedem Strom einen Spinwinkel zuordnen kann. Die Messungen zur Bestimmung der Normalspin-Asymmetrie in der elastischen ep -Streuung A_\perp bei $E=569.3$ MeV wurden bei einem Wienfilterstrom von $I_W = 4.81$ A durchgeführt. Der zugehörige Spinwinkel wurde zu $\theta_S = 96.8^\circ \pm 0.8^\circ$ bestimmt.

durchgeführt. Der zugehörige Spinwinkel läßt sich mit Gl. 5.15 und den oben bestimmten Parametern b und c zu $\theta_S = 96.8^\circ \pm 0.8^\circ$ bestimmen. Vollständige Transversalpolarisation wird bei $\theta_S = 90^\circ$ erreicht. Es lag also ein Fehlstellung des Spins von 6.8° vor.

Eine solche Meßkurve mit variiertem Wienfilterstrom wurde auch bei der Datennahme zur Bestimmung der Normalspin-Asymmetrie A_\perp bei $E=855.2$ MeV aufgenommen. Die Meßwerte sind in Anhang A.3 aufgeführt. Der Spinwinkel bei dieser Datennahme ergibt sich zu $\theta_S = 100.5^\circ \pm 1.6^\circ$.

Nach diesen systematischen Vorstudien ist es möglich, die Normalspin-Asymmetrien der Luminositätsmonitore in Abhängigkeit der Wienfilterströme bzw. der Spinwinkel zu untersuchen. Jeder der acht Luminositätsmonitore bedeckt einen Azimutstreuwinkelbereich von $\Delta\phi_e = 45^\circ$ (Abb. 5.3). Dem Monitor n mit $1 \leq n \leq 8$ kann man den mittleren Azimutstreuwinkel $\bar{\phi}_e(n) = n \cdot 45^\circ - 22.5^\circ$ zuordnen. Da sich die zu beobachtende Asymmetrie mit dem Cosinus des Azimutstreuwinkels ϕ_e verändert (Gl. 5.10), ergibt sich die im Luminositätsmonitor n zu beobachtende

Asymmetrie $A_n^{LuMo}(\theta_S) \equiv A^{LuMo}(\theta_S, \bar{\phi}_e)$ als Funktion des Spinwinkels θ_S aus der Mittelung über den jeweils abgedeckten Azimutwinkelbereich:

$$A^{LuMo}(\theta_S, \bar{\phi}_e) = \int_{\bar{\phi}_e - 22.5^\circ}^{\bar{\phi}_e + 22.5^\circ} A_{\perp}^{Mo} \sin \theta_S \cos \phi'_e d\phi'_e \quad (5.16)$$

$$= \sqrt{2 - \sqrt{2}} A_{\perp}^{Mo} \sin \theta_S \cos \bar{\phi}_e \quad (5.17)$$

$$\approx 0.77 \cdot A^{Mo}(\theta_S) \cdot \cos \bar{\phi}_e \quad (5.18)$$

$$\text{mit } A^{Mo}(\theta_S) = A_{\perp}^{Mo} \cdot \sin \theta_S \quad (5.19)$$

Bei jeder Spinstellung θ_S wurden drei bis vier Datenläufe zu jeweils fünf Minuten genommen. Für jeden Datenlauf i und jeden Luminositätsmonitor n wird das Luminositätssignal $\tilde{L}_{n,i}^{\pm}$ auf den Strahlstrom I_i^{\pm} normiert und eine Asymmetrie $A_{n,i}^{LuMo}$ bestimmt:

$$A_{n,i}^{LuMo} = \frac{1}{P} \cdot \frac{\tilde{L}_{n,i}^+/I_i^+ - \tilde{L}_{n,i}^-/I_i^-}{\tilde{L}_{n,i}^+/I_i^+ + \tilde{L}_{n,i}^-/I_i^-} \quad (5.20)$$

Die Normierung auf den Strahlstrom sorgt dafür, daß die Asymmetrie auf eine Asymmetrie in der Strahlstromstärke A_I korrigiert wird. Die Luminositäten \tilde{L}^{\pm} tragen eine Tilde, um anzudeuten, daß es sich bei diesen Größen um die linearisierten Luminositätssignale handelt. Das Luminositätssignal L ist bei größeren Luminositäten nicht linear zur tatsächlichen Luminosität, sondern zeigt Nichtlinearitäten. Eine Nichtlinearität im Signal L^{\pm} führt aber zu einer Verfälschung bei der Asymmetrieberechnung. Die Nichtlinearitäten können mit einer tanh-Funktion beschrieben und entsprechend korrigiert werden [61].

Aus den Datenläufen i jeweils zu einem Spinwinkel θ_S werden per Mittelwertbildung die acht Asymmetrien $A^{LuMo}(\theta_S, \bar{\phi}_e)$ berechnet. Bei den hier vorgestellten Messungen stand Luminositätsmonitor 8 nicht zur Verfügung, so daß sieben Asymmetrien ausgewertet werden konnten. Zu jedem Spinwinkel θ_S kann an diese sieben Asymmetrien eine Cosinusfunktion nach Gl. 5.18 angepaßt werden, aus welcher die Normalspin-Asymmetrie $A^{Mo}(\theta_S)$ für den jeweiligen Spinwinkel bestimmt werden kann. Das Verfahren wurde für die Daten bei $E=569.3$ MeV angewendet. In Abb. 5.7 sind die Asymmetrien für acht Spinwinkel θ_S aufgetragen. Man erkennt die jeweils cosinusförmige Abhängigkeit der Asymmetrien vom Azimutstreuwinkel ϕ_e . Der Spin ändert seine Orientierung von transversal nach longitudinal und dann nach entgegengesetzt transversal. Entsprechend werden die Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren kleiner, bis sie bei longitudinaler Stellung verschwinden und anschließend mit umgekehrtem Vorzeichen wieder anwachsen. Tab. 5.2 enthält die Resultate für die einzelnen Spinwinkel. Angegeben sind der zunächst der jeweilige Wienfilterstrom I_W und der zugehörige Spinwinkel θ_S samt Unsicherheit. Der Spinwinkel wird aus der Eichung nach Gl. 5.15 bestimmt. Die Unsicherheiten im Spinwinkel ergeben sich aus einer detaillierten Analyse der Daten des

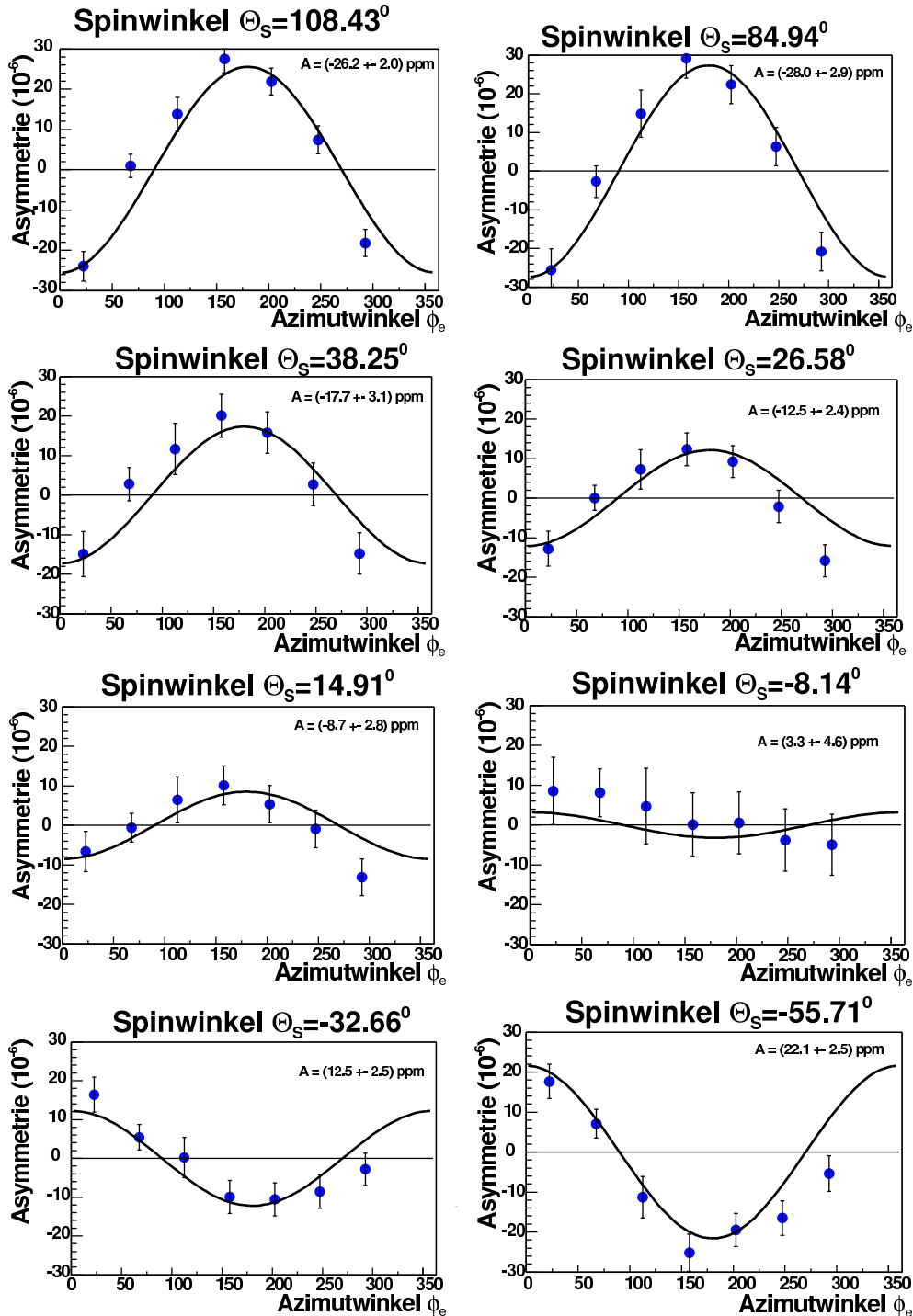


Abbildung 5.7: Asymmetrien $A_n^{LUMo}(\theta_S)$ der Luminositätsmonitore bei verschiedenen Spinwinkeln θ_S , $E=569.3$ MeV. Der Spin ändert seine Orientierung von transversal nach longitudinal und dann nach entgegengesetzt transversal. Entsprechend werden die Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren kleiner, bis sie bei longitudinaler Stellung verschwinden und anschließend mit umgekehrtem Vorzeichen wieder anwachsen. An die Daten wurde jeweils eine Cosinus-Funktion nach Gl. 5.18 angepaßt.

Tabelle 5.2: Wienfilterströme, Spinwinkel und Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren bei E=569.3 MeV. Die Spinwinkel θ_S wurden aus der Eichung nach Gl. 5.15. Die Unsicherheiten im Spinwinkel ergeben sich aus einer detaillierten Untersuchung der Daten des Compton-Transmissions-Polarimeters [92].

Wienfilterstrom I_W [A]	-5.64	-4.06	-2.38	-0.80	0.00	0.80	4.00	5.61
Spinwinkel θ_S [Grad]	-55.71	-32.66	-8.14	14.91	26.58	38.25	84.94	108.43
	± 2.83	± 2.39	± 1.94	± 1.53	± 1.34	± 0.87	0.79	± 0.96
$A^{Mo}(\theta_S)$ [10^{-6}]	21.65	10.36	2.82	-12.80	-13.62	-15.25	-27.71	-25.35
	± 2.51	± 2.47	± 4.58	± 2.78	± 2.39	± 3.11	± 2.94	± 2.94

Compton-Transmissions-Polarimeters [92]. Dann ist angegeben der zum Spinwinkel θ_S gehörende Wert $A^{Mo}(\theta_S) = A_{\perp}^{Mo} \cdot \sin\theta_S$, wie er sich aus der Anpassung einer Cosinus-Funktion an die Asymmetrien im Signal der einzelnen Luminositätsmonitore ergibt (Gl. 5.18). Aus diesen acht Werten für die acht Spinwinkel θ_S kann man einen experimentellen Wert für A_{\perp}^{Mo} gewinnen, indem man eine Sinusfunktion an die Daten anpaßt (Gl. 5.19). Das Ergebnis ist in Abb. 5.8 aufgetragen.

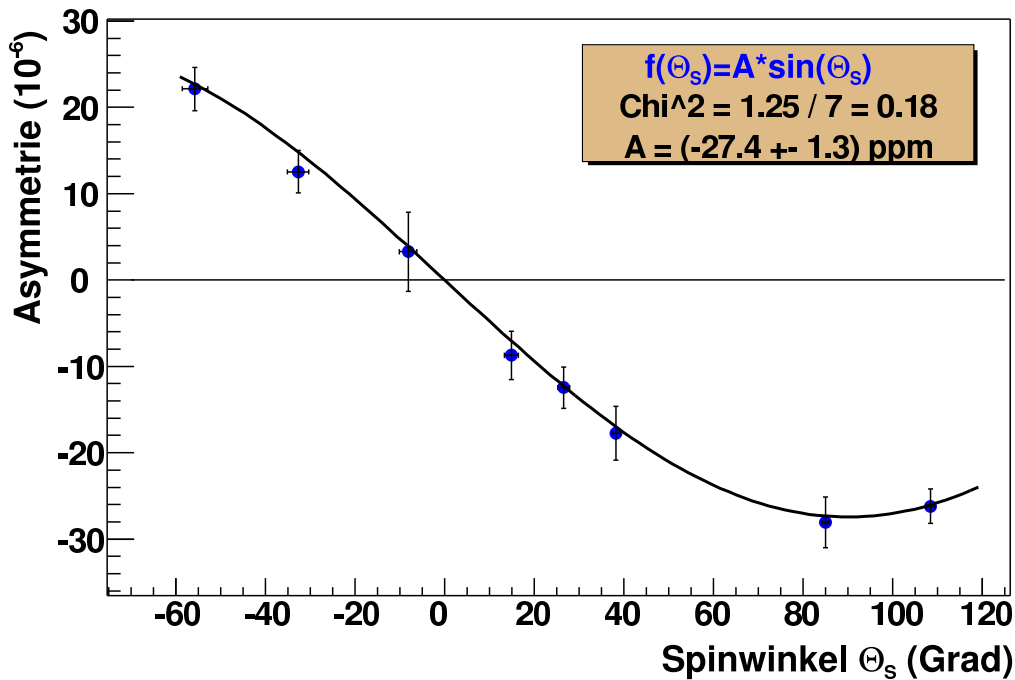


Abbildung 5.8: Normalspin-Asymmetrie $A_{\perp}^{Mo} \cdot \sin\theta_S$ als Funktion des Spinwinkels θ_S für E=569.3 MeV. Bei transversaler Spinstellung ($\theta_S = 90^\circ$) wird die Asymmetrie maximal, bei longitudinaler Spinstellung ($\theta_S = 0^\circ$) verschwindet sie. An die Daten wurde eine Sinusfunktion angepaßt. Es ergibt sich die Normalspin-Asymmetrie $A_{\perp}^{Mo} = (-27.4 \pm 1.3) \cdot 10^{-6}$.

Die Anpassung ergibt bei der Energie $E=569.3$ MeV eine Normalspin-Asymmetrie von $A_{\perp}^{Mo}|_{exp} = (-27.4 \pm 1.3) \cdot 10^{-6}$. Dies ist in guter Übereinstimmung mit berechneten Wert aus Kap. 5.2.1 von $A_{\perp}^{Mo}|_{calc} = -28.7 \cdot 10^{-6}$.

Die Daten, die einer Spindrehung bei $E=855.2$ MeV genommen wurden, können nicht zur Bestimmung von A_{\perp}^{Mo} herangezogen werden. Geringere Statistik und höhere Targetdichtefluktuationen lassen eine zuverlässige Bestimmung der physikalischen Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren nicht zu. Insbesondere Targetdichte-Fluktuationen stehen der Analyse im Weg. Das Luminositätsmonitorsystem dient dazu, die Daten des Bleifluoridkalorimeters auf Targetdichte-Schwankungen zu korrigieren. Stehen seine Signale selbst im Fokus der Analyse, so fehlt die Möglichkeit, auf die Targetdichte-Schwankungen zu korrigieren.

Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren bei Messungen mit transversalem Spin Bei den Strahlenergien $E=569.3$ MeV und $E=855.2$ MeV wurden jeweils etwa 50 Stunden Daten bei transversaler Polarisation genommen. Der Spinwinkel betrug $\theta_S = 96.8^\circ \pm 0.8^\circ$ bzw. $\theta_S = 100.5^\circ \pm 1.6^\circ$. Zur Untersuchung der Normalspin-Asymmetrien in der Møllerstreuung A_{\perp}^{Mo} wurden die Asymmetrien für jeden der sieben zur Verfügung stehenden Luminositätsmonitore bestimmt. Die Asymmetrien $A_{n,r}^{LuMo}$ für den Luminositätsmonitor n und den Datenlauf i wurden wie im vorangegangenen Unterkapitel aus den linearisierten Luminositäten \tilde{L}^{\pm} bestimmt, die auf den Strahlstrom I^{\pm} normiert werden:

$$A_{n,i}^{LuMo} = \frac{\tilde{L}_{n,i}^+/I_i^+ - \tilde{L}_{n,i}^-/I_i^-}{\tilde{L}_{n,i}^+/I_i^+ + \tilde{L}_{n,i}^-/I_i^-} \quad (5.21)$$

Zusätzlich werden die Asymmetrien nun auf die Einflüsse helizitätskorrelierter Differenzen des Elektronstrahls in Position, Winkel und Energie korrigiert. Diese Differenzen führen zu einer systematischen Veränderung der gemessenen Asymmetrie A_{exp}^{LuMo} . Das Verfahren kommt auch in der Analyse der Daten des Bleifluorid-Kalorimeters zur Anwendung und wird dort ausführlich beschrieben (Kap. 6.2.2). Die gemessene Asymmetrie $A_{n,i}^{LuMo}$ kann in einem linearen Ansatz geschrieben werden als Summe aus der gesuchten Normalspin-Asymmetrie $A^{Mo}(\bar{\phi}_e(n), \theta_S)$ und Beiträgen $a^j \cdot X_{n,i}^j$, die von den genannten Differenzen X^j , $1 \leq j \leq 6$ in den Strahlparametern herrühren:

$$A_{n,i}^{LuMo} = P \cdot A^{Mo}(\bar{\phi}_e, \theta_S) + \sum_{j=1}^6 a_n^j \cdot X_i^j \quad (5.22)$$

P ist der Polarisationsgrad des Elektronstrahls. Die Koeffizienten a^j werden mit dem Verfahren der linearen Regression bestimmt.

Tabelle 5.3 führt die in dieser Weise bestimmten Asymmetrien der Luminositätsmonitore für die beiden Strahlenergien $E=569.3$ MeV und $E=855.2$ MeV auf.

Tabelle 5.3: Normalspin-Asymmetrien $A^{Mo}(\bar{\phi}_e(n), \theta_S)$ in den Luminositätsmonitoren bei transversaler Spinstellung und den Strahlenergien $E=569.3$ MeV und $E=855.2$ MeV. Jeweils etwa 50h Strahlendaten gingen in die Analyse ein. Die Asymmetrien wurden mittels linearer Regression auf den Einfluß helizitäts-korrelierter Differenzen in den Strahlparametern korrigiert.

LuMo n	Azimutwinkel $\bar{\phi}_e$	E=569.3 MeV $A^{Mo}(\bar{\phi}_e, \theta_S) [10^{-6}]$	E=855.2 MeV $A^{Mo}(\bar{\phi}_e, \theta_S) [10^{-6}]$
LuMo 1	22.5°	-22.85 ± 2.25	-14.48 ± 3.46
LuMo 2	67.5°	-1.13 ± 5.26	-1.87 ± 1.59
LuMo 3	112.5°	+11.97 ± 1.37	+12.54 ± 1.62
LuMo 4	157.5°	+31.64 ± 3.31	+25.15 ± 3.47
LuMo 5	202.5°	+19.91 ± 2.35	+15.74 ± 2.07
LuMo 6	247.5°	+8.16 ± 1.49	+9.02 ± 2.95
LuMo 7	292.5°	-9.99 ± 1.04	-18.75 ± 3.52

Aus diesen Werten kann man die Normalspin-Asymmetrie A_{\perp}^{Mo} bestimmen, indem man an die Asymmetrien die Cosinusfunktion Gl. 5.18 anpaßt. Abb. 5.9 zeigt das Ergebnis der Anpassung. Man erhält für $E=569.3$ MeV $A_{\perp}^{Mo} \cdot \sin \theta_S = (-26.13 \pm 1.23) \cdot 10^{-6}$ und für $E=855.2$ MeV $A_{\perp}^{Mo} \cdot \sin \theta_S = (-20.00 \pm 1.46) \cdot 10^{-6}$. Zusammen mit Spinwinkeln von $\theta_S = 96.8^\circ \pm 0.8^\circ$ bzw. $\theta_S = 100.5^\circ \pm 1.6^\circ$ erhält man daraus folgende experimentell bestimmte Werte für A_{\perp}^{Mo} :

$$A_{\perp}^{Mo}(E = 569.3 \text{ MeV})|_{exp} = (-26.32 \pm 1.24) \cdot 10^{-6}$$

$$A_{\perp}^{Mo}(E = 855.2 \text{ MeV})|_{exp} = (-20.34 \pm 1.49) \cdot 10^{-6}$$

Der Wert für $A_{\perp}^{Mo}|_{exp}$ bei $E=569.3$ MeV ist in guter Übereinstimmung mit dem Wert, welcher aus den Daten der Spindrehung bestimmt wurde und etwa 2 Standardabweichungen vom berechneten Wert $A_{\perp}^{Mo}|_{calc}$ entfernt. Bei $E=855.2$ MeV liegen berechneter und experimentell bestimmter Wert etwa 3 Standardabweichungen auseinander. Bei einem Vergleich zwischen berechnetem Wert $A_{\perp}^{Mo}|_{calc}$ und experimentell bestimmten Wert $A_{\perp}^{Mo}|_{exp}$ sind systematische Effekte sowohl beim berechneten als auch beim experimentell bestimmten Wert zu beachten:

- In der Rechnung wurde ausschließlich die Møllerstreuung berücksichtigt. In den Luminositätsmonitoren geht aber auch die elastische Streuung am Proton in das integrierte Signal ein [61].
- Die Energie der møllergestreuten Elektronen E' ändert sich erheblich über den Polarwinkelbereich, den die Luminositätsmonitore abdecken:

31 MeV	$\leq E' \leq$	132 MeV	Strahlenergie E=569.3 MeV
32 MeV	$\leq E' \leq$	144 MeV	Strahlenergie E=855.2 MeV

Das Antwortverhalten des Detektors wurde in den Rechnungen bislang nicht berücksichtigt.

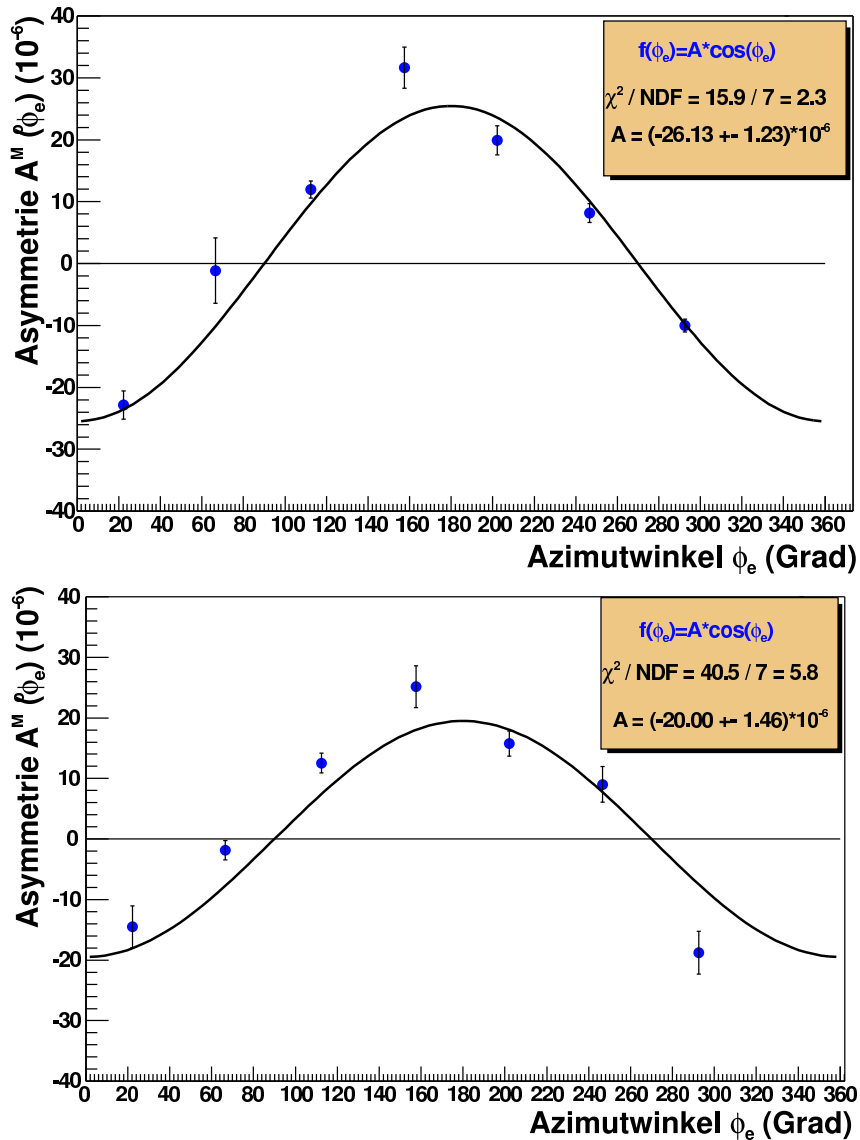


Abbildung 5.9: Normalspin-Asymmetrien der Luminositätsmonitore $A^{Mo}(\bar{\phi}_e) \cdot \sin\theta_S$ als Funktion des Azimutstreuwinkels $\bar{\phi}_e$ bei den Strahlenergien $E=569.3$ MeV und $E=855.2$ MeV. An die Daten wurde die Cosinusfunktion Gl. 5.18 angepaßt.

- Targetdichte-Fluktuationen erschweren die Bestimmung von $A_{\perp}^{Mo}|_{exp}$ erheblich, da die Luminositätsmonitore selbst Gegenstand der Untersuchung sind und eine Normierung auf die Targetdichte nicht zur Verfügung steht. Eine Abschätzung des Beitrags von Targetdichte-Fluktuationen zum systematischen Fehler der gemessenen Asymmetrien ist daher noch erforderlich.

Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren bei Messung mit Longitudinalspin Bei longitudinaler Spinstellung $\theta_S = 0^\circ$ oder $\theta_S = 180^\circ$ gibt es keine Normalkomponente des Spins \vec{S}_e . Deshalb treten in diesem Falle keine Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren auf. Wie in Kap. 5.2.2 gesehen, ist es aber möglich, daß Spinfehlstellwinkel auftreten, d. h. daß der Spin der Elektronen nicht exakt longitudinal ausgerichtet ist. Der Spinwinkel wurde bislang bei den Datennahmen zur paritätsverletzenden Asymmetrie noch nicht mit dem Transmissions-Compton-Polarimeter bestimmt. Deshalb soll hier untersucht werden, ob in den Luminositätsmonitoren Normalkomponenten des Spins erkennbar sind.

Die Messungen zur paritätsverletzenden Asymmetrie in der elastischen $\vec{e}p$ -Streuung fanden für $E=854.3$ MeV bei nominell $\theta_S = 0^\circ$ und für $E=570.4$ MeV bei nominell $\theta_S = 180^\circ$ statt. Für beide Datensätze kann man die physikalischen Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren mit einer Regressionsanalyse aus den linearisierten Luminositätssignalen bestimmen, wie im vorangegangenen Unterkapitel beschrieben wurde (Gl. 5.21 und Gl. 5.22). Voraussetzung ist, daß die Asymmetrien im Luminositätssignal nicht durch zu starke Targetdichte-Fluktuationen überlagert sind. Deshalb konnte im Datensatz zu $E=854.3$ MeV nur ein Teil der Daten in die Analyse eingehen (Datenlaufnr. 7217-10466). Abb. 5.10 zeigt die Rohasymmetrien des Luminositätsmonitors 1 aufgetragen gegen die Asymmetrien des Strahlstroms A_I , gemessen mit dem Phasenintensitätsmonitor PIMO27. Ohne Targetdichte-Fluktuationen sollten die Asymmetrien eng korreliert sein. Links abgebildet ist der erste Teil des Datensatzes. Hier waren die Targetdichte-Fluktuationen so stark, daß die Asymmetrien in der Luminosität zum Teil um ein Vielfaches größer sind als die Asymmetrien im Strahlstrom, eine Korrelation ist nicht zu erkennen. Asymmetrien im Bereich von wenigen 10^{-6} sind bei einer Überlagerung von Asymmetrien bis zu $150 \cdot 10^{-6}$, die von den Targetdichte-Schwankungen verursacht sind, nicht zu bestimmen. Rechts aufgetragen sind die Asymmetrien für den zweiten Teil des Datensatzes. Hier waren die Targetdichte-Fluktuationen erheblich reduziert, es ist eine deutliche Korrelation der Asymmetrie in der Luminosität mit der im Strahlstrom zu erkennen. Bei den Messungen zu $E=570.4$ MeV kann der komplette Datensatz verwendet werden (Datenlaufnr. 15428-21448), da hier die Targetdichte-Schwankungen generell klein waren (siehe auch Kap. 6.1). Tab. 5.4 gibt die Asymmetrien in den einzelnen Luminositätsmonitoren an. Bei den Daten mit der Strahlenergie $E=854.3$ MeV standen alle acht Luminositätsmonitore zur Verfügung, bei den Daten mit der Strahlenergie $E=570.4$ MeV die Monitore 1-7.

Diese Werte sind in Ab. 5.11 graphisch dargestellt. Man erkennt einen deutlichen Verlauf der Asymmetrien mit dem Cosinus des Azimutstreuwinkels ϕ_e . Allerdings sind die Asymmetrien eine Größenordnung kleiner als die Asymmetrien bei nahezu transversaler Spinstellung, die im vorangegangenen Unterkapitel untersucht wurden. Dies deutet auf eine leichte Abweichung des Spinwinkels θ_S vom Sollwert $\theta_S = 0^\circ$ bzw. $\theta_S = 180^\circ$ hin. Für eine quantitative Bestimmung von θ_S wird an die

5.2 Zwei-Photon-Austausch und Normalspin-Asymmetrien in der Luminositätsmessung 93

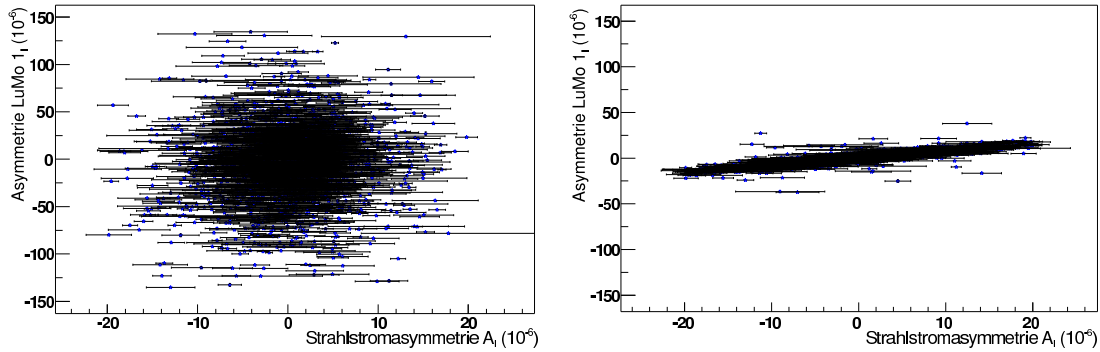


Abbildung 5.10: Rohasymmetrie im Luminositätsmonitor 1 aufgetragen gegen die Asymmetrie im Strahlstrom A_l bei $E=854.3$ MeV. Links ist der erste Teil des Datensatzes abgebildet (Datenlaufnr. 2622-6606). Die Targetdichte-Fluktuationen sind so stark, daß die Asymmetrien in der Luminosität zum Teil um ein Vielfaches größer sind als die Asymmetrien im Strahlstrom, eine Korrelation der beiden Größen ist nicht zu erkennen. Asymmetrien im Bereich von wenigen 10^{-6} sind bei einer Überlagerung von Asymmetrien bis zu $150 \cdot 10^{-6}$, die von den Targetdichte-Schwankungen verursacht sind, nicht zu bestimmen. Rechts der zweite Teil des Datensatzes (Datenlaufnr. 7217-10466). Hier sind die Targetdichte-Fluktuationen erheblich reduziert, es ist eine deutliche Korrelation der Asymmetrie in der Luminosität mit der im Strahlstrom zu erkennen.

Tabelle 5.4: Entkorrelierte Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren bei $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV und nominell longitudinalem Spin.

LuMo n	Azimutwinkel $\bar{\phi}_e$	$E=854.3$ MeV $A^{Mo}(\bar{\phi}_e, \theta_s) [10^{-6}]$	$E=570.4$ MeV $A^{Mo}(\bar{\phi}_e, \theta_s) [10^{-6}]$
LuMo 1	22.5°	-1.54 ± 0.25	$+1.14 \pm 0.13$
LuMo 2	67.5°	-0.94 ± 0.20	$+0.85 \pm 0.17$
LuMo 3	112.5°	$+1.88 \pm 0.33$	-1.38 ± 0.29
LuMo 4	157.5°	$+3.12 \pm 0.51$	-1.75 ± 0.22
LuMo 5	202.5°	$+1.68 \pm 0.31$	-2.06 ± 0.33
LuMo 6	247.5°	$+0.74 \pm 0.19$	-0.66 ± 0.28
LuMo 7	247.5°	-0.80 ± 0.19	$+0.32 \pm 0.63$
LuMo 8	292.5°	-1.75 ± 0.29	—

Daten eine Cosinusfunktion angepaßt. Man erhält die Werte

$$A_{\perp}^{Mo} \cdot \sin \theta_S = (-2.09 \pm 0.14) \cdot 10^{-6} \quad , \quad E = 854.3 \text{ MeV}$$

$$A_{\perp}^{Mo} \cdot \sin \theta_S = (+1.81 \pm 0.11) \cdot 10^{-6} \quad , \quad E = 570.4 \text{ MeV}$$

Zusammen mit den experimentell bestimmten Werten für A_{\perp}^{Mo} aus den Messungen bei transversaler Spinstellung kann man unter Vernachlässigung der geringen Differenzen zwischen den jeweiligen Energien bei Longitudinal- und Transversal-

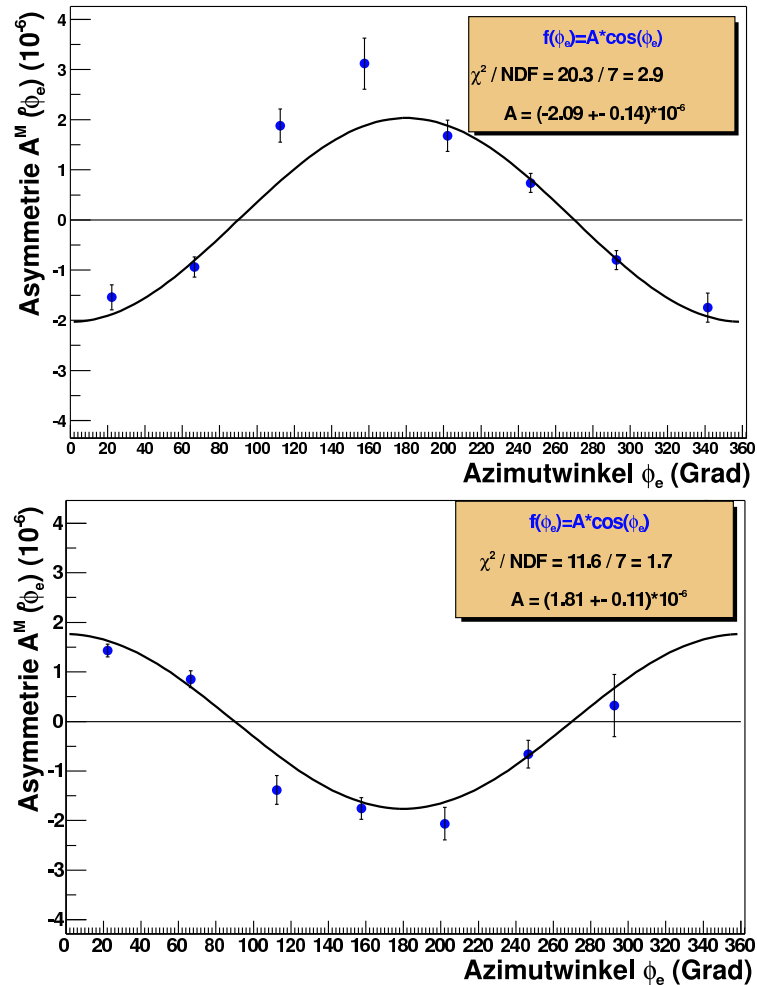


Abbildung 5.11: Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren bei $E=854.2$ MeV und $E=570.4$ MeV und nominell longitudinaler Polarisation. Bei $E=854.3$ MeV wurde die zweite Hälfte des Datensatzes verwendet (Datenlaufnr. 7217-10466). In diesem Teil des Datensatzes waren die Targetdichte-Fluktuationen um ein Vielfaches geringer als in der ersten Hälfte des Datensatzes (siehe Kap. 6.1). Bei $E=570.4$ MeV wurde der komplette Datensatz verwendet. Anhand der Cosinus-Abhängigkeit der beobachteten Asymmetrien ist eine Normalkomponente des Spins der Elektronen \vec{S}_e zu erkennen. Die Asymmetrien sind eine Größenordnung kleiner als bei transversaler Spinstellung ($\theta_S = 90^\circ$). Aus den Kurvenanpassungen kann eine Normalspin-Asymmetrie von $A_{\perp}^{Mo} \cdot \sin\theta_S = (-2.09 \pm 0.14) \cdot 10^{-6}$ bei $E=854.3$ MeV und $A_{\perp}^{Mo} \cdot \sin\theta_S = (+1.81 \pm 0.11) \cdot 10^{-6}$ bei $E=570.4$ MeV bestimmt werden. Damit können die Spinwinkel zu $\theta_S = 4.6^\circ \pm 0.5^\circ$ bei $E=854.3$ MeV und $\theta_S = 185.1^\circ \pm 0.6^\circ$ bei $E=570.4$ MeV abgeschätzt werden.

polarisation den Spinwinkel θ_S bestimmen. Der systematische Fehler der experimentell bestimmten Werte der Normalspin-Asymmetrien wird hierbei als genauso groß abgeschätzt wie der experimentelle Fehler und quadratisch hinzuaddiert, d. h. $A_{\perp}^{Mo} = (-20.34 \pm 2.11) \cdot 10^{-6}$ bei $E=855.2$ MeV und $A_{\perp}^{Mo} = (-26.32 \pm 1.75) \cdot 10^{-6}$ bei $E=569.3$ MeV. Man erhält folgende Spinwinkel für die nominell longitudinalen Messungen:

$$\begin{aligned}\theta_S &= 4.6^\circ \pm 0.5^\circ, & E &= 854.3 \text{ MeV} \\ \theta_S &= 185.1^\circ \pm 0.6^\circ, & E &= 570.4 \text{ MeV}\end{aligned}$$

Diese Spinfeldstellung ist so klein, daß sie den Wert der paritätsverletzenden Asymmetrie in der elastischen $\vec{e}p$ -Streuung nur gering verändert ($\cos\theta_S \approx 0.997$). Beimischungen von Normalspin-Asymmetrien in der elastischen $\vec{e}p$ -Streuung können hingegen eine Rolle spielen ($\sin\theta_S \approx 0.08$), mitteln sich aber heraus, solange die Detektorakzeptanz symmetrisch im Azimutwinkel ϕ_e ist. Bei der Normierung der Anzahl der elastischen Ereignisse in der $\vec{e}p$ -Streuung auf die Luminosität ist darauf zu achten, daß die Luminosität ϕ_e -symmetrisch bestimmt wird, um eine Beimischung der Normalspin-Asymmetrie A_{\perp}^{Mo} zu vermeiden.

Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren - Zusammenfassung

Bei den hier vorgestellten Messungen gilt es zwischen vier Asymmetrien zu unterscheiden. Es gibt die zwei Asymmetrien in der elastischen Elektron-Proton-Streuung bei longitudinaler Polarisation A_{pV} und bei transversaler Polarisation A_{\perp} , und es gibt die zwei Asymmetrien in der Møllerstreuung bei longitudinaler Polarisation A_{pV}^{Mo} und bei transversaler Polarisation A_{\perp}^{Mo} . Die beiden erstgenannten Asymmetrien werden mit dem Bleifluoridkalorimeter vermessen, die beiden letztgenannten treten in den Luminositätsmonitoren auf. Während die paritätsverletzende Asymmetrie A_{pV}^{Mo} in den Luminositätsmonitoren klein ist, treten bei transversaler Elektronenpolarisation Asymmetrien A_{\perp}^{Mo} auf, die betragsmäßig größer sind als die zu untersuchenden Asymmetrien in der elastischen Elektron-Proton-Streuung A_{pV} und A_{\perp} . Die Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren bei transversaler Polarisation können mit einem Zwei-Photon-Austausch erklärt werden [89], [91]. Eine sorgfältige Analyse der Luminositätssignale führt zu einer Bestätigung der theoretischen Berechnung. In Tab. 5.5 werden die berechneten Werte $A_{\perp}^{Mo}|_{calc}$ mit den experimentell bestimmten Werten $A_{\perp}^{Mo}|_{exp}$ aus den Messungen bei Transveralpolarisation verglichen. Eine Abschätzung zum systematischen Fehler der experimentell bestimmten Werte $A_{\perp}^{Mo}|_{exp}$ ist noch erforderlich, ebenso eine Berücksichtigung des Antwortverhaltens des Detektors bei der Berechnung von $A_{\perp}^{Mo}|_{calc}$.

Die Größe der Normalspin-Asymmetrien A_{\perp}^{Mo} führt dazu, daß selbst bei nominell longitudinaler Polarisation aufgrund kleiner Spinfeldstellung in den Luminositätsmonitoren Asymmetrien auftreten, die nicht vernachlässigbar klein sind. Möchte man die Anzahl der Ereignisse in der elastischen Elektron-Proton-Streuung auf

Tabelle 5.5: Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren, Vergleich der berechneten mit den experimentell bestimmten Werten aus den Messungen bei Transversalpolarisation.

Strahlenergie	$A_{\perp}^{Mo} _{calc}$	$A_{\perp}^{Mo} _{exp}$
570 MeV	$-28.66 \cdot 10^{-6}$	$(-26.32 \pm 1.24 \pm \Delta A_{syst}) \cdot 10^{-6}$
855 MeV	$-15.86 \cdot 10^{-6}$	$(-20.34 \pm 1.49 \pm \Delta A_{syst}) \cdot 10^{-6}$

die Luminosität normieren, so ist es erforderlich, über die Luminositätsmonitore ϕ_e -symmetrisch zu summieren. Wegen der cosinusförmigen Abhängigkeit vom Azimutwinkel mitteln sich in diesem Fall die Normalspin-Asymmetrien heraus.

Zu guter Letzt steht mit den Luminositätsmonitoren ein System zur Verfügung, mit dem ergänzend zum Transmissions-Compton-Polarimeter der Spinwinkel ϕ_S der Elektronen untersucht werden kann. Im Unterschied zum Transmissions-Polarimeter ist die Empfindlichkeit auf den Spinwinkel um 90° phasenverschoben.

Kapitel 6

Datenanalyse - Bestimmung der physikalischen Asymmetrie

In diesem Kapitel soll die Datenanalyse für das A4-Experiment vorgestellt werden. Ziel der Analyse ist es, die physikalische Asymmetrie im Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Proton-Streuung zu bestimmen. Die sich daraus ergebenden physikalischen Schlußfolgerungen - Beitrag der Strangeness zu den Vektorformfaktoren des Protons im Falle longitudinaler Stellung des Spins des Elektrons bzw. hadronische Zwischenzustände beim Zwei-Photonaustausch bei transversaler Spinstellung - werden in Kapitel 7 diskutiert. In den Jahren 2000-2003 wurden vier verschiedene Meßprogramme durchgeführt, die hier vorgestellt werden sollen:

Polarisation (Meßgröße)	Strahlenergie E	Impulsübertrag Q^2	Jahr	Datenlaufnr.
longitudinal (A_{PV})	854.3 MeV	0.23 (GeV/c)^2	2000-2002	2622-10946
transversal (A_{\perp})	855.2 MeV	0.23 (GeV/c)^2	2002-2003	10965-12268
longitudinal (A_{PV})	570.4 MeV	0.11 (GeV/c)^2	2003	15428-21448
transversal (A_{\perp})	569.3 MeV	0.11 (GeV/c)^2	2003	18078-19048

Die Problemstellung - Bestimmung der physikalischen Asymmetrie - ist allen vier Meßpunkten gemeinsam. Entsprechend wird stets das gleiche Verfahren angewandt: Zunächst werden die Daten einer Qualitätsprüfung unterzogen. Datenläufe mit Problemen entweder auf der Beschleunigerseite - Ausfall des Strahls, Ausfall eines Stabilisierungssystems etc. - oder auf der Experimentatorseite - etwa der Ausfall der Hochspannung bei an der Messung beteiligten Detektoren - werden aus dem Datensatz für die Asymmetrieberechnung entfernt [61]. Für jeden im Datensatz verbliebenen Datenlauf i wird aus den Zählraten des Kalorimeters N_i^{\pm} und der Targetdichte ρ_i^{\pm} eine Rohzählratenasymmetrie A_i^{exp} bestimmt sowie die helizitätskorrelierten Strahlparameter X_i^j , welche die gemessene Asymmetrie systematisch verändern. Die Zählratenasymmetrie A_i^{exp} wird auf diese Einflüsse korrigiert. Die

Datenläufe eines jeden Meßpunkts sind in mehreren Paketen zusammengefaßt. Die Zugehörigkeit zu diesen Datenpaketen richtet sich nach der jeweiligen Stellung der Halbwellenplatte an der Quelle (IN oder OUT), welche die Polarisationsrichtung des Elektronstrahls umkehrt (siehe Kap. 3.2.2). Aus den korrigierten Asymmetrien wird für jedes Datenpaket ein Mittelwert berechnet, dieser dann auf die Polarisation P korrigiert. Da die Polarisation wöchentlich gemessen wurde, werden die Polarisationsgrade für die Datenpakete interpoliert. Mit Hilfe der linear und quadratisch integrierten Luminositäten werden für jedes Datenpaket Totzeitkorrekturen an die Asymmetrien angebracht. Aus den Asymmetrien der Datenpakete kann dann durch Mittelwertbildung eine Gesamtasymmetrie für einen Meßpunkt bestimmt werden (mehr zur Mittelwertbildung in Anhang A.4). Diese wird schließlich noch auf Untergrundbeimischungen korrigiert, die von quasi-elastisch an den Aluminium-Ein- und Austrittsfenstern des Targets gestreuten Elektronen oder vom Zerfall elektroproduzierter Pionen in zwei Photonen herrühren. Die einzelnen Schritte werden im folgenden näher beschrieben.

6.1 Bestimmung der Rohsymmetrie

Ausgangsgröße der Analyse ist die für jeden Datenlauf i mit dem Bleifluoridkalorimeter bestimmte Rohasymmetrie A_i^{exp} im Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung polarisierter Elektronen an unpolarisierten Protonen für die beiden Polarisationsrichtungen “+” und “-”. Diese Größe wird beschrieben durch die Asymmetrie der auf die effektive Targetdichte ρ_i^\pm normierten Anzahl der elastisch gestreuten Elektronen N_i^\pm ,

$$A_i^{exp} = \frac{N_i^+/\rho_i^+ - N_i^-/\rho_i^-}{N_i^+/\rho_i^+ + N_i^-/\rho_i^-} \quad (6.1)$$

wobei die effektive Targetdichte ρ_i^\pm als Quotient aus Luminosität L_i^\pm und Strahlstrom I_i^\pm definiert ist. Eine Normierung auf die Luminosität ist eine weitere denkbare Definition. Resultate mit dieser Definition werden weiter unten ebenfalls diskutiert. Die Zahl der während des Datenlaufs i elastisch gestreuten Ereignisse N_i^\pm wird aus den Energiespektren des Kalorimeters gewonnen. Wie aus dem Spektrum eines einzelnen Moduls m die Zahl der elastischen Ereignisse $N_{m,i}^\pm$ gewonnen werden, wurde bereits in Kap. 4 beschrieben. Aus den 1022 $N_{m,i}^\pm$ kann nun für den Datenlauf i eine Gesamtzahl elastischer Ereignisse N_i^\pm für das Gesamtkalorimeter durch Summation gebildet werden: $N_i^\pm = \sum_{m=1}^{1022} N_{m,i}^\pm$. Es bietet sich jedoch an, die physikalisch vorhandene Segmentierung des Kalorimeters im Azimutwinkel ϕ_e in der Analyse nicht von vornherein vollständig zunichte zu machen. Zum einen erlaubt eine getrennte Analyse für verschiedene Segmente des Kalorimeters eine

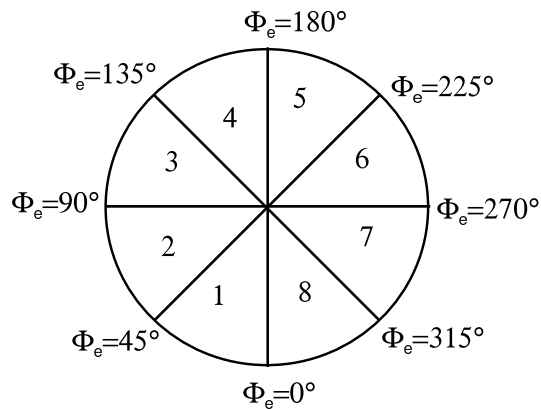


Abbildung 6.1: Aufteilung des Bleifluoridkalorimeters in Sektoren für die Analyse. Der Strahl kommt aus der Ebene. Der Topologie der Luminositätsmonitore folgend wurde das Kalorimeter in acht Intervalle im Azimutwinkel ϕ_e aufgeteilt.

Kontrolle über systematische Effekte - so sollten bei paritätsverletzender Elektronstreuung die separat extrahierten Asymmetrien bei gleichem Polarwinkel θ_e , aber verschiedenem Azimutwinkel ϕ_e im Rahmen der Fehler übereinstimmen -, zum anderen ist bei transversaler Spinstellung eine Segmentierung sogar erforderlich, da andernfalls die Abhängigkeit der physikalischen Asymmetrie vom Azimutwinkel ϕ_e gar nicht beobachtet werden könnte. Die Wahl der Segmente ist a priori beliebig, es könnten im Prinzip 1022 getrennte Einzelanalysen durchgeführt werden. Da der statistische Fehler eines einzelnen Kanals jedoch groß ist, bietet sich eine Zusammenfassung zu größeren Segmenten an. Der Topologie der Luminositätsmonitore folgend wurde folgende Zusammenfassung in sogenannte Sektoren gewählt (siehe Abb. 6.1): Es werden 8 Sektoren gebildet, die unterschiedliche Azimutbereiche abdecken. Zu jedem Sektor gehören 18 bzw. 19 Rahmen (die Sektoren sind deshalb nicht alle gleich groß, weil die Anzahl der Rahmen, 146, nicht durch 8 teilbar ist).

Innerhalb der Sektoren wird über die Ringe 2 bis 6 summiert. Die Ringe 1 und 7 werden in der Analyse nicht verwendet, da Kristalle dieser Ringe aufgrund fehlender Nachbarn nicht Zentrum eines vollständigen 3×3 -Clusters sind, was sich in verminderter Energieauflösung und unklarer Detektorakzeptanz äußert. Diese Wahl der Zusammenfassung von Kanälen ist nicht zwingend, obgleich die für die Analyse verwendeten Algorithmen darauf optimiert sind. Zwecks einer systematischen Überprüfung werden weiter unten auch die Ergebnisse einer Analyse vorgestellt, bei der alle elastischen Ereignisse des Kalorimeters zusammengefaßt wurden, ebenso eine Analyse, bei der die Kanäle jeweils eines Ringes zusammengefaßt wurden. In diesem Fall erhält man sieben Segmente, die jeweils einem anderen Streuwinkel θ_e und mithin einem anderen Impulsübertrag Q^2 entsprechen. Da die paritätsverletzenden

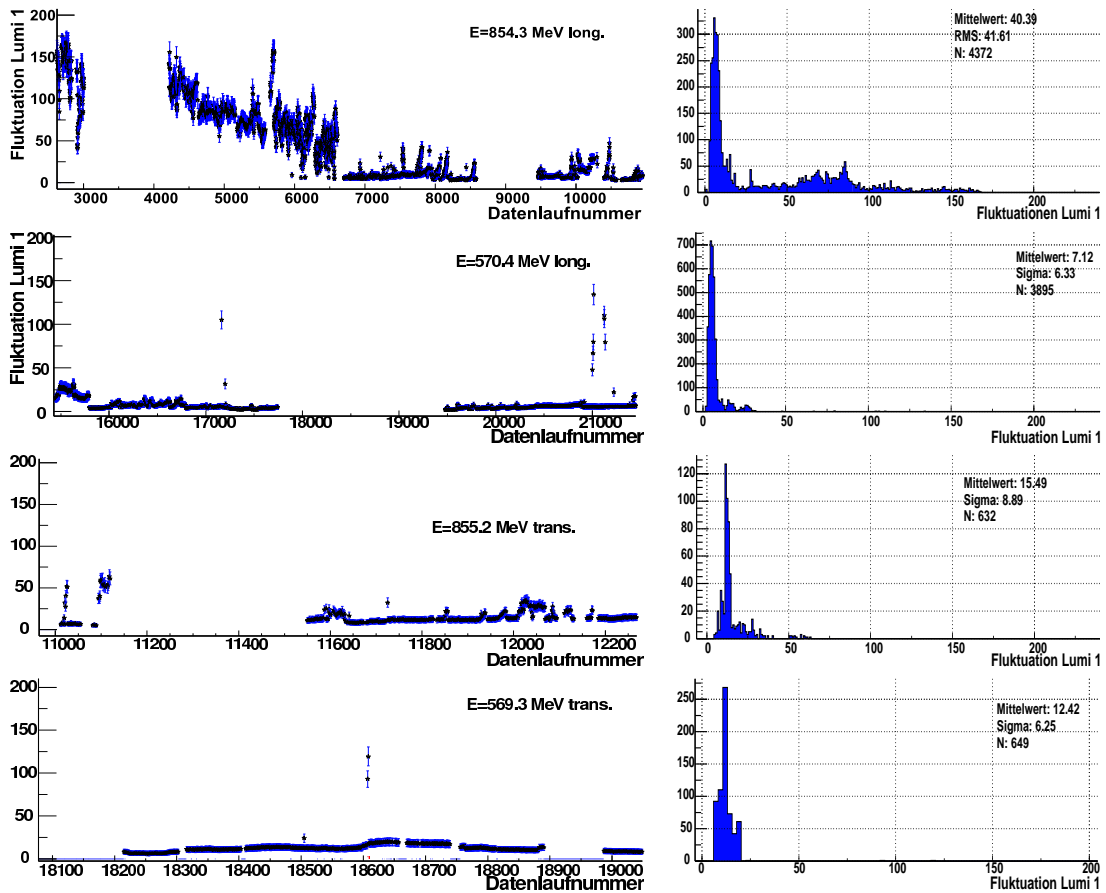


Abbildung 6.2: Fluktuationen in der Luminosität während der Messungen für die vier Datenpunkte. Von oben nach unten: E=854.3 MeV longitudinal, 570.4 MeV longitudinal, 855.2 MeV transversal und 569.3 MeV transversal. Links sind die Fluktuationen als Funktion der Datenlaufnr. aufgetragen, rechts histogrammiert.

de Asymmetrie A_{PV} vom Impulsübertrag Q^2 abhängt, kann diese Abhängigkeit in den extrahierten Asymmetrien zur systematische Überprüfung dienen. Im allgemeinen wird die Analyse aber sektorenweise durchgeführt.

Die Normierung auf die Targetdichte ρ^\pm nach Gl. 6.1 ist dann besonders wichtig, wenn größere Targetdichte-Fluktuationen auftreten. Als Maß für Targetdichte-Fluktuationen können die sogenannten Luminositäts-Fluktuationen dienen. Diese sind definiert als die Standardabweichung der über die Länge eines Datenlaufs histogrammierten Punkt-zu-Punkt-Differenzen der ADC-Werte des zeitaufgelösten Luminositätssignals [61]. Werte ab etwa 20 ADC-Einheiten deuten auf nicht ver-

nachlässigbare Dichteschwankungen hin. In Abb. 6.1 sind die Fluktuationen als Funktion der Datenlaufnummer aufgetragen für hier vorgestellten Messungen bei den Impulsübertragen $Q^2 = 0.23(\text{GeV}/c)^2$ und $Q^2 = 0.11(\text{GeV}/c)^2$ sowohl bei longitudinaler als auch bei transversaler Polarisation. Insbesondere in der ersten Hälfte des Datensatzes bei $E=854.3$ MeV und longitudinaler Polarisation treten große Targetdichte-Schwankungen auf. Später konnten diese Fluktuationen durch eine Vergrößerung des Strahldurchmessers und eine Verschiebung des Targets um 1-2 mm aus der Symmetrie-Achse deutlich vermindert werden [61].

6.2 Korrektur auf apparative Asymmetrien aus der Polarisationsumschaltung

Im A4-Experiment werden Asymmetrien im Wirkungsquerschnitt für entgegengesetzte Spinstellungen der Elektronen gemessen. Dazu wird der Polarisationszustand des Elektronenstrahls fortlaufend gewechselt, und zwar in zufällig gewürfelten Mustern (+ - -+) oder (- + +-). “+” und “-” bezeichnen Zeitfenster von 20 ms, in denen der Spin der Elektronen rechts- bzw. linkshändig ausgerichtet ist. Die Wahl des Musters und die Schaltung der Zeitfenster wird von einem speziell für das Experiment entwickelten Gategenerator gesteuert, der ausführlich in [61] beschrieben wird. Die Polarisationsumschaltung erfolgt an der Quelle mit Hilfe einer Pockelszelle. Ein Umschalten der Hochspannung an der Pockelszelle bewirkt eine Umkehrung der Polarisation des Laserlichts und damit auch eine Umkehr des Spins der aus dem GaAs-Kristall ausgelösten Elektronen. Mit der Umschaltung der Polarisation können helizitätskorrelierte Änderungen der Strahleigenschaften einhergehen, die im Experiment apparative Asymmetrien induzieren. Diese Asymmetrien werden auch als falsche Asymmetrien bezeichnet, um sie von den physikalischen Asymmetrien in der paritätsverletzenden Elektronstreuung und beim Zwei-Photon-Austausch zu unterscheiden. Die von der polarisierten Elektronquelle herrührenden Effekte werden in der Literatur mit dem Begriff PITA (“Polarisation-Induced Transport Asymmetry”) bezeichnet und spielen bei allen Experimenten eine Rolle, die Paritätsverletzung in der Elektronstreuung messen, siehe z.B. [93].

Unterschiedliche Strahlstromstärke für die beiden Polarisationsrichtungen führt zu einer Stromasymmetrie A_I . Hauptursache sind kleine Komponenten an linear polarisiertem Licht im eigentlich zirkular polarisierten Laserlicht, die von der Pockelszelle verursacht werden und sich bei Polarisationsumschaltung um 90° drehen. Die eingesetzten GaAs-Photokathoden (“strained-layer”) besitzen eine Asymmetrie in der Quantenausbeute bezüglich der Orientierung des linear polarisierten Lichts. Dies kann zu Stromasymmetrien bis $A_I \approx 10^{-3}$ führen. Dieser Effekt

Tabelle 6.1: Übersicht über die Strahlparameter, deren helizitätskorrelierten Asymmetrien und Differenzen zu apparativen, so genannten falschen Asymmetrien führen. Zur einfacheren Darstellung werden sie mit X^i , $i = 1..6$ bezeichnet.

Parameter	Bedeutung	Formel
X^1	Stromasymmetrie	$A_I = (I^+ - I^-)/(I^{++} I^-)$
X^2	Horizontale Ortsdifferenz im Target	$\Delta x = x^+ - x^-$
X^3	Vertikale Ortsdifferenz im Target	$\Delta y = y^+ - y^-$
X^4	Horizontale Winkeldifferenz im Target	$\Delta x' = x'^+ - x'^-$
X^5	Vertikale Winkeldifferenz im Target	$\Delta y' = y'^+ - y'^-$
X^6	Energiedifferenz	$\Delta E = E^+ - E^-$

verschwindet, wenn die Richtungen des linear polarisierten Lichts für beide Polarisationsrichtungen gerade symmetrisch zur Deformationsachse des Photokathodenkristalls ausgerichtet sind. Die Orientierung des Laserlichts läßt sich über eine drehbare $\lambda/2$ -Platte zwischen Pockelszelle und Photokathode einstellen. Dadurch können im Experiment Stromasymmetrien $A_I < 10^{-5}$ erreicht werden [61]. Eine Quelle helizitätskorrelierter Orts- und Winkeldifferenzen des Elektronstrahls ist die räumliche Inhomogenität der Doppelbrechung in der Pockelszelle. Diese räumliche Inhomogenität erzeugt räumlich unterschiedliche Linearpolarisationskomponenten im Laserstrahl. Die daraus resultierenden räumlich variierenden Stromasymmetrien A_I im Elektronenstrahl führen zu einer unterschiedlichen Ausbildung des Strahlschwerpunkts für die beiden Polarisationsrichtungen. Die räumlichen Unterschiede pflanzen sich bei der Beschleunigung in den Mikrotronen fort und resultieren am Targetort in helizitätskorrelierten Differenzen in Position (Δx , Δy) und Winkel ($\Delta x'$, $\Delta y'$). Die Energie E des Elektronstrahls kann sich bei der Polarisationsumschaltung ebenfalls ändern, so daß man insgesamt sechs Strahlparameter zu beachten hat, die helizitätskorrelierte Asymmetrien oder Differenzen aufweisen können.

Tab.6.1 listet die sechs betrachteten Strahlparameter auf. Die Asymmetrien bzw. Differenzen werden zur einfacheren Darstellung mit X^j , $1 \leq j \leq 6$ bezeichnet. Die im Experiment gemessenen Asymmetrien A^{exp} müssen auf die apparativen Asymmetrien, die von den helizitätskorrelierten Differenzen und Asymmetrien X^j der Strahlparameter j hervorgerufen werden, korrigiert werden. Dazu ist es notwendig zu wissen, wie groß die von den X^j hervorgerufenen apparativen Asymmetrien sind. Im folgenden Kapitel 6.2.1 werden diese apparativen Asymmetrien als Funktion der X^j berechnet.

6.2.1 Berechnung der apparativen Asymmetrien

Alle sechs genannten Differenzen bzw. Asymmetrien in den Strahleigenschaften führen zu helizitätskorrelierten Unterschieden in den Ereignisraten und damit zu

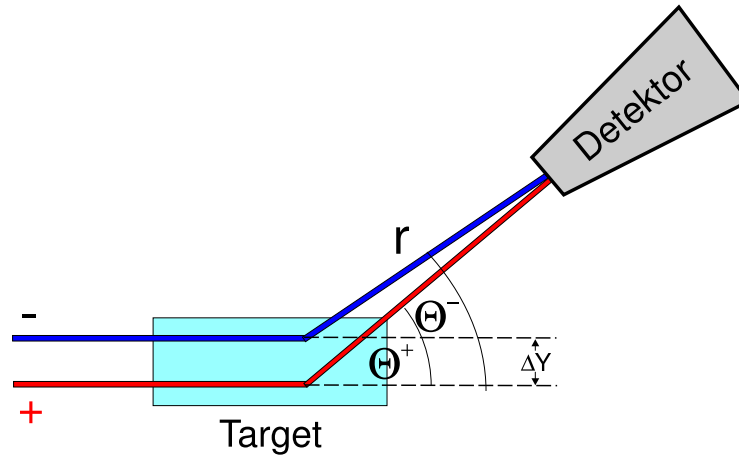


Abbildung 6.3: Helizitätskorrelierte Ortsdifferenzen Δy in vertikaler Position führen zu apparativen Asymmetrien, da sich die Streuwinkel θ_e^\pm für die beiden Polarisationsrichtungen “+” und “-” unterscheiden.

trivialen Zählratenasymmetrien. Die Effekte lassen sich am Wirkungsquerschnitt Gl. 4.1 bzw. an der Luminosität Gl. 4.3 erkennen. Der Strahlstrom geht linear in die Luminosität und damit in die Ereignisrate ein. Änderungen in Strahlposition und Strahlwinkel führen zu unterschiedlichen Streuwinkeln und damit zu unterschiedlichen Wirkungsquerschnitten. Abb. 6.3 veranschaulicht den Sachverhalt am Beispiel einer helizitätskorrelierten vertikalen Lagedifferenz $\Delta y \equiv X^3$ des Elektronenstrahls. Die Lagedifferenz ΔY verursacht unterschiedliche Streuwinkel θ_e^+ und θ_e^- , unterschiedliche Raumwinkel $\Delta\Omega^+$ und $\Delta\Omega^-$ und somit unterschiedliche Wirkungsquerschnitte σ^+ und σ^- , die zu einer apparativen Asymmetrie führen. Die Strahlenergie E ist mit dem Impulsübertrag Q^2 verknüpft, Änderungen in der Energie führen daher zu Änderungen im Wirkungsquerschnitt und in den elektromagnetischen Formfaktoren. Da die Geometrie des A4-Detektors bekannt ist und es keine abbildenden Magnetfelder zwischen Target und Kalorimeter gibt, lassen die sich von den Strahlparametern induzierten Ratenänderungen und die damit verbundenen apparativen Asymmetrien direkt berechnen. Die Vorgehensweise ist folgendermaßen: Zunächst wird nach Gl. 4.1 der Wirkungsquerschnitt und daraus die Rate $R(I, x, y, x', y', E)$ berechnet, bei der alle Strahlparameter den Sollwert besitzen, d. h. $I = I_0 = 20\mu\text{A}$, $x = y = x' = y' = 0$, $E = E_0$. Dabei wird über die Targetlänge gemittelt, der Raumwinkel erstreckt sich über die Ringe 2 bis 6 des Kalorimeters (siehe Kap. 6.1). Dann wird jeweils ein Strahlparameter variiert und die sich dabei ergebende Rate R berechnet. Die resultierenden apparativen Asymmetrien $A(X^j)$ lassen sich nun bestimmen, beispielsweise gilt für X^3 :

$$A(X^3) = \frac{R(I_0, 0, 0, 0, 0, E_0) - R(I_0, 0, X^3, 0, 0, E_0)}{R(I_0, 0, 0, 0, 0, E_0) + R(I_0, 0, X^3, 0, 0, E_0)} \quad (6.2)$$

Für kleine X^3 kann man die Asymmetrie nach X^3 entwickeln:

$$A(X^3) = \frac{R(I_0, 0, 0, 0, 0, E_0) - \left(R(I_0, 0, 0, 0, 0, E_0) + \frac{\partial R}{\partial X^3} X^3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 R}{\partial^2 X^3} (X^3)^2 + \dots \right)}{R(I_0, 0, 0, 0, 0, E_0) + \left(R(I_0, 0, 0, 0, 0, E_0) + \frac{\partial R}{\partial X^3} X^3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 R}{\partial^2 X^3} (X^3)^2 + \dots \right)}$$

$$\approx \frac{-\frac{\partial R}{\partial X^3} X^3}{2R(0) + \frac{\partial R}{\partial X^3} X^3} \quad (6.3)$$

Sofern die Ableitung $\partial R / \partial X^3 \cdot X^3$ im Nenner vernachlässigbar ist gegenüber $2R(I_0, 0, 0, 0, 0, E_0)$, ändert sich die falsche Asymmetrie linear mit X^3 und es kann $A(X^3) = a^3 \cdot X^3$ angesetzt werden. Dies gilt für die Parameter X^2 bis X^6 , also für die Differenzen in Strahlhöhe, -winkel und -energie. Im Falle der Asymmetrie im Strahlstrom X^1 ist die apparative Asymmetrie $A(X^1)$ streng linear mit X^1 . Dies erkennt man, wenn man die Rate als Produkt aus Wirkungsquerschnitt und Luminosität in die Gleichung für $A(X^1)$ einsetzt:

$$A(X^1) = \frac{R(I_0, 0, 0, 0, 0, E_0) - R(I, 0, 0, 0, 0, E_0)}{R(I_0, 0, 0, 0, 0, E_0) + R(I, 0, 0, 0, 0, E_0)} \quad (6.4)$$

$$= \frac{\sigma_0 / \epsilon \rho_{H_2} \cdot I_0 - \sigma_0 / \epsilon \rho_{H_2} \cdot I}{\sigma_0 / \epsilon \rho_{H_2} \cdot I_0 + \sigma_0 / \rho_{H_2} \cdot I} = a^1 \cdot \frac{I_0 - I}{I_0 + I} = a^1 \cdot X^1 \quad (6.5)$$

mit $a^1 = 1$. Die Parameter a^j können numerisch dadurch bestimmt werden, daß die Steigung an der Stelle $X^j = 0$ für ein kleines δX^j bestimmt wird,

$$a_{calc}^j = \frac{A(\delta X^j) - A(-\delta X^j)}{2\delta X^j} \quad (6.6)$$

Neben dem Wert von a^j ist auch von Interesse, inwieweit der Linearitätsansatz von Gültigkeit ist. Deshalb werden die apparativen Asymmetrien für einen großen Bereich von X^j berechnet und daraufhin untersucht, ab welchem Wert von X^j sie um mehr als 1% von der Gerade $a^j \cdot X^j$ abweichen, d. h.

$$\left| \frac{A(X^j) - a_{calc}^j \cdot X^j}{A(X^j)} \right| \geq 0.01 \quad (6.7)$$

Das Verfahren wurde für alle sechs Parameter a^j durchgeführt und sei an einem Beispiel illustriert. Betrachtet werde die vertikale Ortsdifferenz $X^3 = \Delta y$ bei einer Strahlenergie $E=854.3$ MeV. Bei den Strahlparametern Orts- und Winkeldifferenz hängt die apparative Asymmetrie von der Position des betrachteten Kalorimetersektors ab. Betrachtet sei hier Sektor 1. Aufgrund seiner Lage (Abb. 6.1) ist dieser Sektor sensitiver auf vertikale als auf horizontale Ortsdifferenzen. In Abb. 6.4 sind die Ergebnisse der Berechnungen dargestellt. Aufgetragen sind die elastische Rate in Abhängigkeit von der Verschiebung des Strahls um Δy , die daraus resultierende

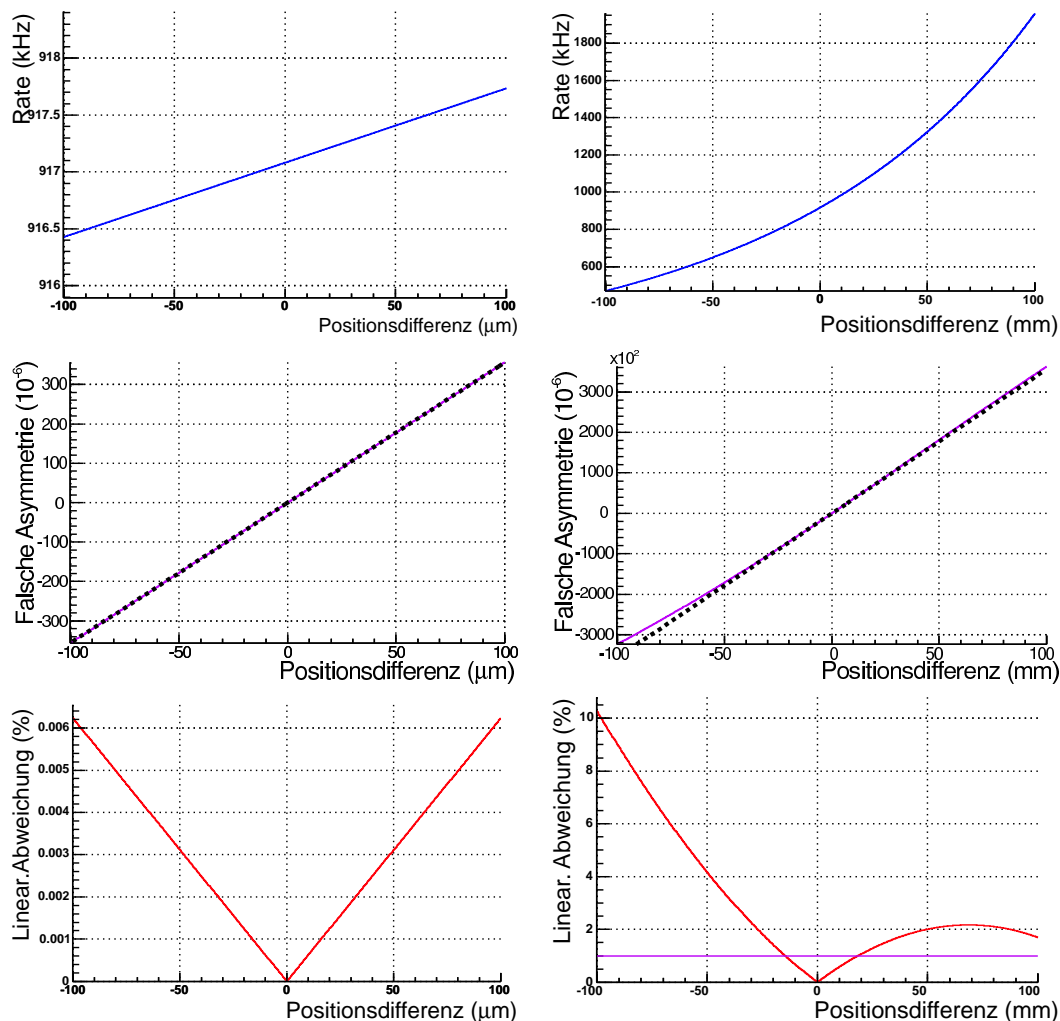


Abbildung 6.4: Variation der vertikalen Ortsdifferenz Δy bei einer Strahlenergie von $E=854.3 \text{ MeV}$ und Einfluß auf Rate und Asymmetrie in Sektor 1 des Kalorimeters. Aufgetragen sind von oben nach unten die Variation der elastischen Rate im Sektor 1, die daraus resultierende apparative Asymmetrie $A(\Delta y)$ sowie die Abweichung von der Linearität nach Gl. 6.7 in Prozent. Links aufgetragen ist eine Ortsdifferenz von bis zu $\pm 100 \mu\text{m}$. Im Experiment treten typischerweise Ortsdifferenzen von kleiner als $1 \mu\text{m}$ auf. Maximal treten $2 \mu\text{m}$ auf. Die apparativen Asymmetrien weichen für den im Experiment auftretenden Bereich von Δy nur um weniger als ein zehntel Promille von einem linearen Zusammenhang ab. Rechts aufgetragen sind unrealistisch große, im Experiment nicht mögliche Differenzen bis zu 100 mm . Hier ist eine deutliche Abweichung vom linearen Verlauf erkennbar.

Koeffizient	E=854.3 MeV			E=570.4 MeV		
	Wert		1%	Wert		1%
$a_{calc}^1 (A_i)$	+1		—	+1		—
$a_{calc}^2 (\Delta x)$	$+1.59 \cdot 10^{-6}/\mu\text{m}$	$ \Delta x >$	9.4 mm	$+1.46 \cdot 10^{-6}/\mu\text{m}$	$ \Delta x >$	9.0 mm
$a_{calc}^3 (\Delta y)$	$+3.56 \cdot 10^{-6}/\mu\text{m}$	$ \Delta y >$	14.4 mm	$+3.26 \cdot 10^{-6}/\mu\text{m}$	$ \Delta y >$	14.8 mm
$a_{calc}^4 (\Delta x')$	$+1.74 \cdot 10^{-6}/\mu\text{rad}$	$ \Delta x' >$	13.2 mrad	$+1.56 \cdot 10^{-6}/\mu\text{rad}$	$ \Delta x' >$	13.8 mrad
$a_{calc}^5 (\Delta y')$	$+3.90 \cdot 10^{-6}/\mu\text{rad}$	$ \Delta y' >$	14.3 mrad	$+3.51 \cdot 10^{-6}/\mu\text{rad}$	$ \Delta y' >$	14.4 mrad
$a_{calc}^6 (\Delta E)$	$-1.97 \cdot 10^{-9}/\text{eV}$	$ \Delta E >$	35.7 MeV	$-2.40 \cdot 10^{-9}/\text{eV}$	$ \Delta E >$	19.4 MeV

Tabelle 6.2: Übersicht über die rechnerisch ermittelten Koeffizienten a^j für die beiden Strahlenergien E=854.3 MeV und 570.4 MeV in Sektor 1. Zusätzlich angegeben ist der jeweilige Wert von X^j , ab dem die falsche Asymmetrie $A(X^j)$ um mindestens 1% vom linearen Zusammenhang $a^j \cdot X^j$ abweicht.

apparative Asymmetrie $A(\Delta y)$ und der entsprechende lineare Verlauf $a^3 \cdot X^3$ sowie die Abweichung vom linearen Verlauf in Prozent. Links aufgetragen ist eine Ortsdifferenz von bis zu $\pm 100 \mu\text{m}$. Die apparativen Asymmetrien weichen hier nur um weniger als ein zehntel Promille von einem linearen Zusammenhang ab. Im Experiment treten typischerweise Ortsdifferenzen von höchstens $2 \mu\text{m}$ auf. Rechts aufgetragen sind unrealistisch große, im Experiment nicht mögliche Differenzen bis zu 100 mm. Hier ist eine klare Abweichung vom linearen Verlauf erkennbar. Aus der Steigung bei $\Delta y = 0$ wird der Koeffizient a^3 zu $a_{calc}^3 = 3.56 \cdot 10^{-6}/\mu\text{m}$ bestimmt. Dies bedeutet, daß eine helizitätskorrelierte vertikale Ortsdifferenz von $1 \mu\text{m}$ zu einer apparativen Asymmetrie von $3.56 \cdot 10^{-6}$ in Sektor 1 des Kalorimeters führt.

Wegen der Menge an Daten seien die Ergebnisse für die die Koeffizienten a^1 bis a^6 für die Strahlenergien E=854.3 MeV und E=570.4 MeV tabellarisch wiedergegeben. Wegen der Abhängigkeit von der Geometrie müßten die Koeffizienten für Orts- und Winkeldifferenzen im Prinzip für jeden Sektor des Kalorimeters getrennt angegeben werden. Die Symmetrie des Detektors¹ ermöglicht es jedoch, aus den Koeffizienten für Sektor 1 die Koeffizienten für die übrigen Sektoren herzuleiten. Sei a_s^j der Koeffizient für X^j in Sektor s . Dann gilt beispielsweise (siehe Abb. 6.1) $a_5^2 = -a_1^2$ und $a_2^3 = a_1^3$ usw. In der Tabelle ist neben den Koeffizienten a^j auch der Bereich von X^j angegeben, innerhalb dessen der lineare Term zur Berechnung der falschen Asymmetrie $A(X^j)$ um weniger als 1% von dem wahren Zusammenhang abweicht. Im folgenden Kapitel werden die im Experiment aufgetretenen Strahlparameter X^j vorgestellt. Es wird sich zeigen, daß die Annahme eines linearen Zusammenhangs $A(X^j) = a^j \cdot X^j$ eine gerechtfertigte Näherung darstellt.

¹Die Sektoren des Kalorimeters sind nicht völlig symmetrisch, da die Sektoren zum Teil aus 18 Rahmen zu je 7 Kanälen und zum Teil aus 19 Rahmen zu je 7 Kanälen bestehen. Die jeweils einander im Azimutwinkel gegenüberstehenden Sektoren sind jedoch symmetrisch zueinander. Betrachtet man die Anzahl der elastischen Ereignisse in den einzelnen Sektoren, ergeben sich aufgrund unterschiedlicher Rahmenanzahl und unterschiedlicher Zähleffizienzen in den einzelnen Kanälen Unterschiede bis zu 10%.

6.2.2 Helizitätskorrelierte Strahlparameter im Experiment

Strahlstrom, -lage und -energie werden mit einer Reihe von Strahlmonitoren gemessen, die bereits in Kap. 3 vorgestellt wurden. Ermittelt man den Zusammenhang zwischen Strahlparameter und apparativer Asymmetrie aus den Daten des Experiments (siehe Kap. 6.2.3), können für die Analyse prinzipiell ungeeichte Werte - also ADC-Werte - verwendet werden. Die Koeffizienten a^j würden dann die Einheit $1/\text{ADC}$ tragen. Es empfiehlt sich jedoch die Verwendung von geeichten Größen. Erstens verteilen sich die Messungen zu einem Datenpunkt auf mehrwöchige Strahlzeiten, die zudem mehrere Monate auseinanderliegen können. Da sich die Nullpunkte und Eichkonstanten der Strahlmonitore in einem solchen Zeitraum verändern, entsprechen gleiche ADC-Werte nicht immer gleichen physikalischen Größen. Zweitens lassen sich bei Verwendung ungeeichter Strahlparameter die in der Analyse ermittelten Koeffizienten a^j nicht mit den aus dem Wirkungsquerschnitt berechneten a^j vergleichen. Die Eichung der Strahlmonitore wurde bereits in [61] ausführlich beschrieben und soll hier kurz wiedergegeben werden.

Die Asymmetrie im Strahlstrom A_I geht in die Analyse ein. Eine Eichung des Strahlstrommonitors PIMO27 ist nicht zwingend erforderlich, weil sich bei der Asymmetriebildung alle Einheiten wegkürzen. Lediglich der Nullpunkt (Pedestal) muß regelmäßig gemessen werden. Helizitätskorrelierte Orts- und Winkeldifferenzen des Strahls am Target können berechnet werden, weil die Lage des Strahls an zwei Stellen vor dem Target gemessen wird und sich zwischen diesen Stellen und dem Target keine strahloptischen Elemente befinden (Abb. 6.5). Die Lagemonitore werden mit einem sogenannten Festdrahtscanner geeicht: Ein am Strahleingang der A3-Halle gelegener Wedler bewegt den Elektronenstrahl mit geringer Frequenz zyklisch horizontal oder vertikal. Am Targetort befindet sich ein in den Strahl fahr-

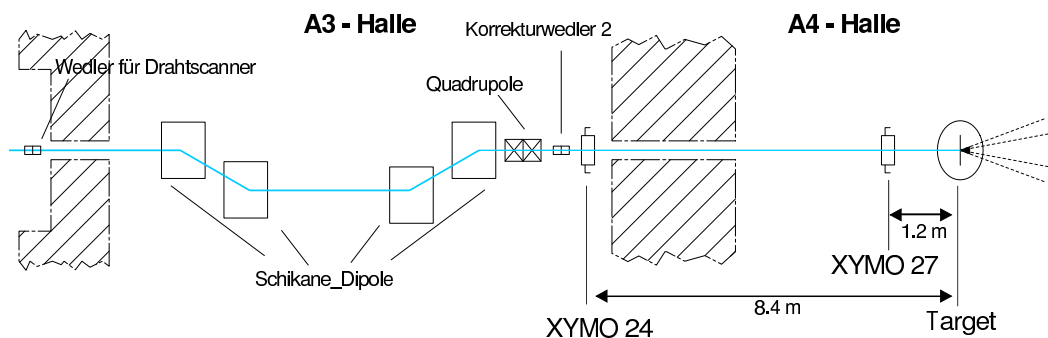


Abbildung 6.5: Bestimmung von Strahlposition und -winkel am Target. Die Position des Strahls wird von den Lagemonitoren XYMO24 und XYMO27 jeweils in x- und y-Richtung gemessen. Aus den bekannten Abständen der Monitore vom Target, ca. 8,4 m und 1,2 m, lassen sich Ort und Winkel am Ort des Targets geometrisch bestimmen.

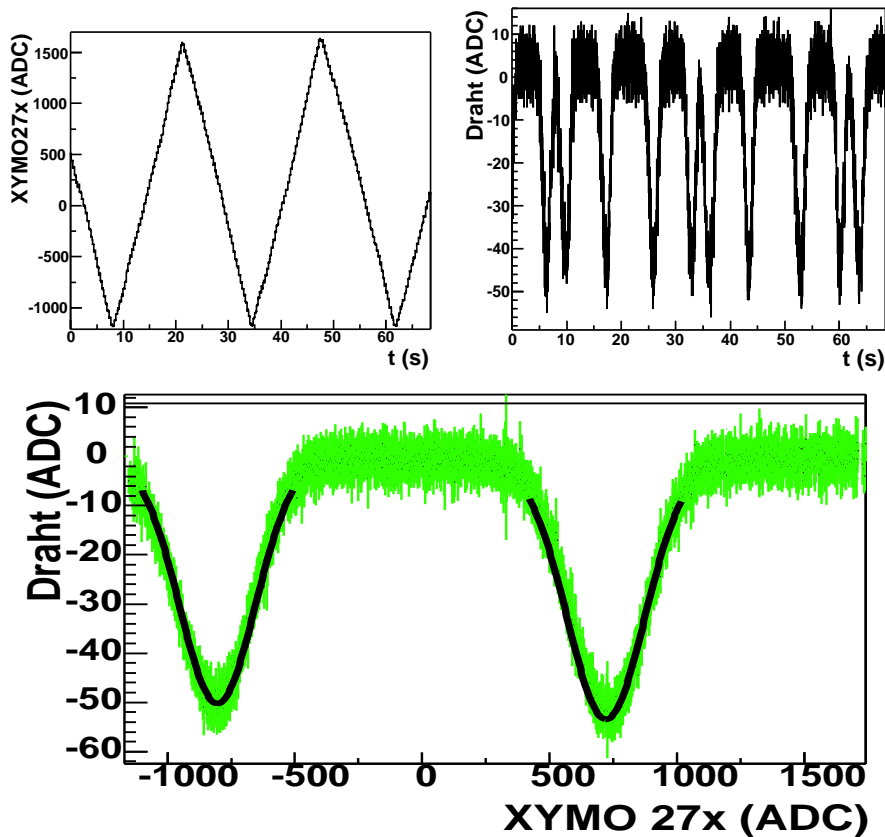


Abbildung 6.6: Eichung der Positionsmonitore. Der Strahl wird vom Wedler zyklisch mit geringer Frequenz in der Horizontalen hin- und herbewegt. Links oben ist das Signal des Positionsmonitors XYMO27x gegen die Zeit aufgetragen. Rechts oben ist das Sekundärelektronensignal des Drahttargets gegen die Zeit aufgetragen. Das Signal steigt an, wenn der Strahl einen Draht trifft. Trägt man das Signal des Drahttargets als Funktion der Signal des Lagemonitors auf, so erhält man zwei Peaks (unten), die den zwei Drähten entsprechen. Aus dem Abstand der Drähte, 6 mm, läßt sich im gezeigten Fall eine Eichkonstante von $3.7 \mu\text{m}/\text{ADC}$ bestimmen.

bares Gitter aus $25\mu\text{m}$ dicken Wolframdrähten, die in 6 mm Abstand gespannt sind. Trifft der Elektronenstrahl einen Draht, fließt dort durch Sekundärelektronenemission ein Strom. Mißt man die Signale der Drähte und der Lagemonitore synchron und trägt das Drahtsignal als Funktion des Signals der Lagemonitore auf, so erhält man wohldefinierte Peaks im Sekundärelektronen-Signal genau dann, wenn der Strahl über den Draht streicht. Da der Abstand der Drähte bekannt sind, lassen sich die ADC-Werte der Lagemonitore mit Hilfe der gemessenen Abstände der Lagemonitore in physikalische Einheiten umrechnen (Abb. 6.6). Die Eichung des Strahlmonitors ENMO wird mit Hilfe eines Phasenschiebers durchgeführt. Dabei wird nicht

die Energie des Elektronenstrahls moduliert, sondern das Signal des Energiemonitors für die beiden Helizitätszustände. Da bekannt ist, welcher Energieänderung diese Modulation entspricht, kann aus den unterschiedlichen Mittelwerten der gegeneinander verschobenen Histogramme für die beiden Helizitäten des ENMO die Eichkonstante berechnet werden. Die Eichkonstanten und Nullpunkte der Strahlmonitore werden im Regeldatennahmebetrieb alle zwei Tage vermessen. Die Änderungen sind in diesem Zeitraum so gering, daß häufigeres Messen nicht notwendig ist.

Die im Experiment aufgetretenen Strahlparameter sind in den Abb. 6.8 und 6.9 histogrammiert dargestellt. Alle für die Asymmetriemessung verwendeten Datenläufe wurden berücksichtigt. Zunächst fällt auf, daß sich alle Größen um den Nullpunkt verteilen. Dies führt dazu, daß die auf die Detektorasymmetrie anzuwendenden Korrekturen klein bleiben, da sich die Korrekturen herausmitteln. Dann fällt auf, daß die Strahlparameter - abgesehen von der Intensitätsasymmetrie - bei 570 MeV deutlich stärker streuen als bei 855 MeV. Dies hat beschleunigertechnische Gründe. Die Emittanz des Strahls ist bei 570 MeV kleiner als bei 855 MeV. Weil am Targetort ein großer Strahldurchmesser erwünscht ist, um Blasenbildung durch Targetkochen zu vermeiden, wird der Strahlfleck durch strahloptische Elemente vergrößert. Aufgrund der kleineren Emittanz bei der niedrigeren Energie muß hier stärker vergrößert werden. Damit einhergehend werden auch die helizitätskorrelierten Differenzen in Ort und Winkel stärker vergrößert (Abb. 6.7). Die Elektronenenergie wird an MAMI mittels longitudinaler Phasenfokussierung eingestellt. Bei niedrigerer Energie werden die Elektronen nach weniger Umläufen aus dem RTM 3 extrahiert, bei 570 MeV beispielsweise nach 52 Umläufen statt nach 90 Umläufen bei 855 MeV. Deshalb können die helizitätskorrelierten Energiedifferenzen bei 570 MeV größer sein. Generell fällt auf, daß die Daten mit transversaler Polarisation und der Energie $E=569.3$ MeV (Abb. 6.9) deutlich größere Strahldifferenzen aufweisen als die Messungen mit longitudinaler Polarisation (Abb. 6.9). In Tab. 6.3 sind die Mittelwerte und Standardabweichungen für die vier Datenpunkte tabellarisch aufgeführt. Die helizitätskorrelierten Differenzen sind so klein, daß ein linearer Zusammenhang

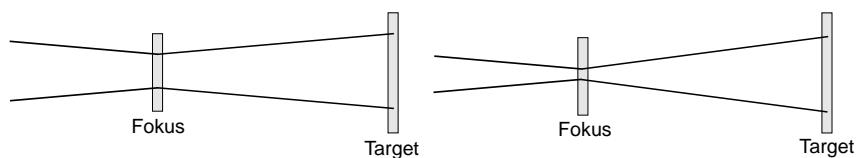


Abbildung 6.7: Strahlfokus und Strahldurchmesser am Target, schematische Darstellung für 855 MeV (links) und 570 MeV (rechts). Bei der niedrigeren Energie ist die Emittanz des Strahls kleiner. Um am Target den gleichen Strahldurchmesser zu erhalten, muß der Elektronenstrahl stärker aufgeweitet werden. Dabei vergrößern sich auch die helizitätskorrelierten Orts- und Winkeldifferenzen stärker als bei 855 MeV.

Tabelle 6.3: Übersicht über die im Experiment erreichten Strahlparameter und die daraus zu erwartenden apparativen Asymmetrien. Der Fehler des Mittelwertes wurde aus der Standardabweichung dividiert die Wurzel der Anzahl der Datenläufe bestimmt. Die apparativen Asymmetrien wurden mit Hilfe der in Kapitel 6.2.1 berechneten Koeffizienten a^j berechnet. Die Asymmetrien aufgrund von Orts- und Winkeldifferenzen unterscheiden sich je nach betrachtetem Sektor des Kalorimeters. Angegeben sind die Werte für den Sektor 1.

E=854.3 MeV, long. Polarisation				E=570.4 MeV, long. Polarisation			
	Mittelwert		app. Asymmetrie	Mittelwert		app. Asymmetrie	
A_i	(-0.15 ± 0.15)	$\cdot 10^{-6}$	$(-0.15 \pm 0.15) \cdot 10^{-6}$	(-1.08 ± 0.16)	$\cdot 10^{-6}$	$(-1.08 \pm 0.16) \cdot 10^{-6}$	
Δx	(-0.03 ± 0.01)	μm	$(-0.05 \pm 0.01) \cdot 10^{-6}$	(-0.26 ± 0.02)	μm	$(-0.38 \pm 0.03) \cdot 10^{-6}$	
Δy	$(+0.05 \pm 0.01)$	μm	$(+0.18 \pm 0.03) \cdot 10^{-6}$	(0.13 ± 0.01)	μm	$(+0.42 \pm 0.03) \cdot 10^{-6}$	
$\Delta x'$	(-3.57 ± 0.68)	nrad	$(-0.01 \pm 0.00) \cdot 10^{-6}$	(-29.46 ± 1.67)	nrad	$(-0.05 \pm 0.00) \cdot 10^{-6}$	
$\Delta y'$	$(+8.99 \pm 0.46)$	nrad	$(+0.04 \pm 0.00) \cdot 10^{-6}$	(12.47 ± 1.05)	nrad	$(+0.04 \pm 0.00) \cdot 10^{-6}$	
ΔE	(-8.13 ± 0.37)	eV	$(+0.02 \pm 0.00) \cdot 10^{-6}$	(3.58 ± 0.29)	eV	$(+0.01 \pm 0.00) \cdot 10^{-6}$	

E=855.2 MeV, trans. Polarisation				E=569.3 MeV, trans. Polarisation			
	Mittelwert		app. Asymmetrie	Mittelwert		app. Asymmetrie	
A_i	$(+5.98 \pm 0.46)$	$\cdot 10^{-6}$	$(+5.98 \pm 0.46) \cdot 10^{-6}$	$(+0.89 \pm 0.81)$	$\cdot 10^{-6}$	$(+0.89 \pm 0.81) \cdot 10^{-6}$	
Δx	$(+0.01 \pm 0.00)$	μm	$(+0.02 \pm 0.00) \cdot 10^{-6}$	$(+1.73 \pm 0.13)$	μm	$(+2.53 \pm 0.19) \cdot 10^{-6}$	
Δy	$(+0.02 \pm 0.01)$	μm	$(+0.07 \pm 0.04) \cdot 10^{-6}$	$(+0.21 \pm 0.05)$	μm	$(+0.68 \pm 0.16) \cdot 10^{-6}$	
$\Delta x'$	$(+2.13 \pm 0.38)$	nrad	$(+0.00 \pm 0.00) \cdot 10^{-6}$	$(+100.84 \pm 9.97)$	nrad	$(+0.16 \pm 0.02) \cdot 10^{-6}$	
$\Delta y'$	(-2.98 ± 1.27)	nrad	$(-0.01 \pm 0.00) \cdot 10^{-6}$	$(+19.88 \pm 4.15)$	nrad	$(+0.07 \pm 0.01) \cdot 10^{-6}$	
ΔE	(-0.06 ± 0.27)	eV	$(-0.00 \pm 0.00) \cdot 10^{-6}$	$(+49.01 \pm 2.42)$	eV	$(-0.12 \pm 0.01) \cdot 10^{-6}$	

zwischen Parameter und induzierter falscher Asymmetrie gegeben ist. Zusätzlich ist in der Tabelle aufgeführt, welche Korrektur auf die Detektorasymmetrie zu erwarten ist, wenn man von den in Kapitel 6.2.1 berechneten Koeffizienten a^j ausgeht. Da hierbei der Polarisationsgrad des Strahls mit eingeht (siehe folgendes Kapitel), wurde der Einfachheit halber eine mittlere Polarisation von 80% zugrunde gelegt.

Im Falle eines symmetrischen Detektoraufbaus mitteln sich bei longitudinaler Spinstellung die apparativen Asymmetrien aufgrund helizitätskorrelierter Positions- und Winkeldifferenzen heraus. Bei transversaler Spinstellung mitteln sich zusätzlich die von Intensitätsasymmetrie und Energiedifferenz induzierten apparativen Asymmetrien heraus (siehe Kap. 6.3.1 und Kap. 6.3.2).

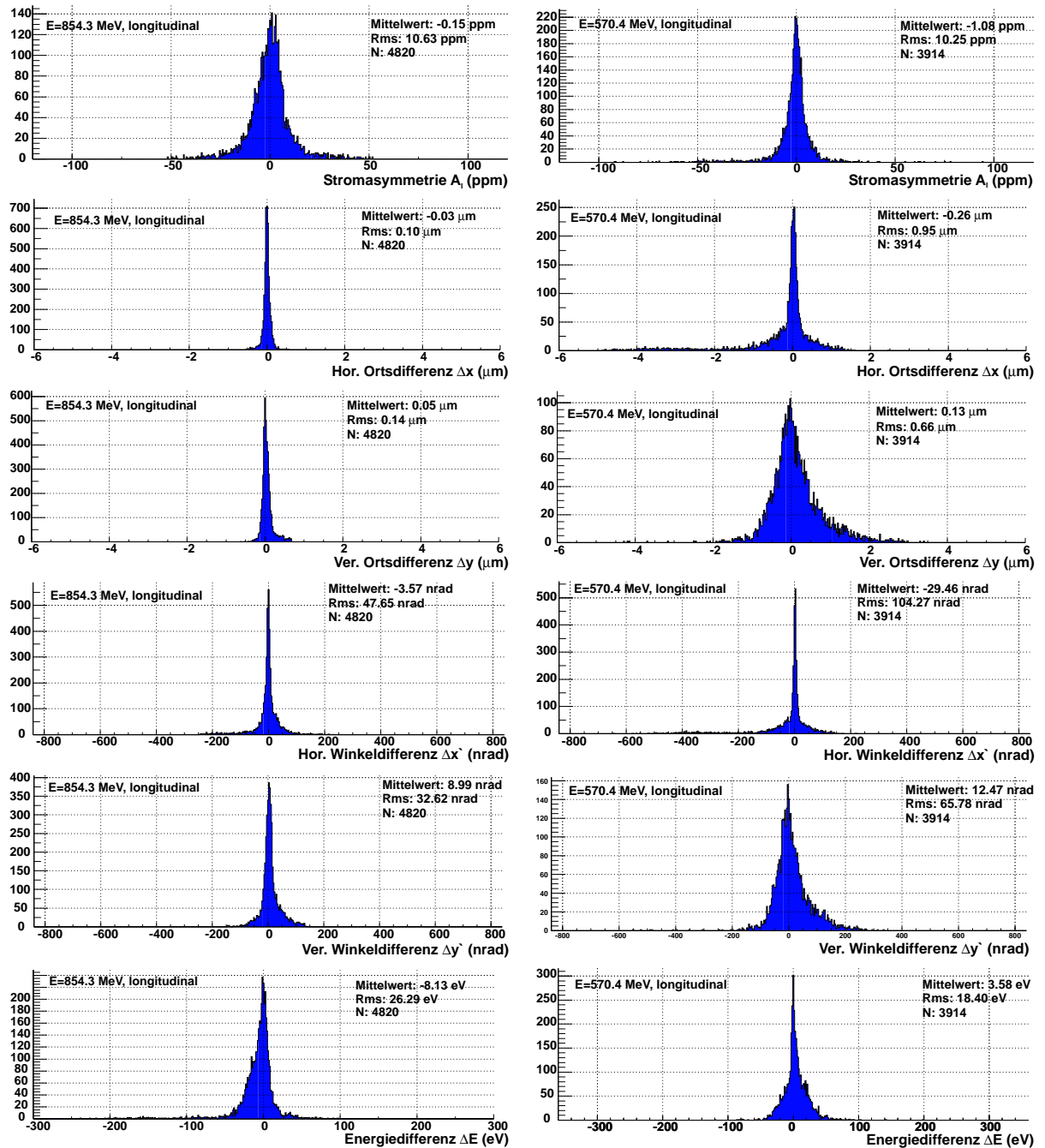


Abbildung 6.8: Helizitätskorrelierte Strahlparameter bei den Datennahmen mit longitudinaler Spinstellung und den Strahlenergien $E=854.3$ MeV (links) und $E=570.4$ MeV (rechts). Es gingen 4820 bzw. 3914 Datenläufe ein. Alle Größen verteilen sich um den Nullpunkt herum. Die Schwankungen sind so klein, daß die Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen Strahlparameter und hervorgerufener apparativer Asymmetrie gerechtfertigt ist.

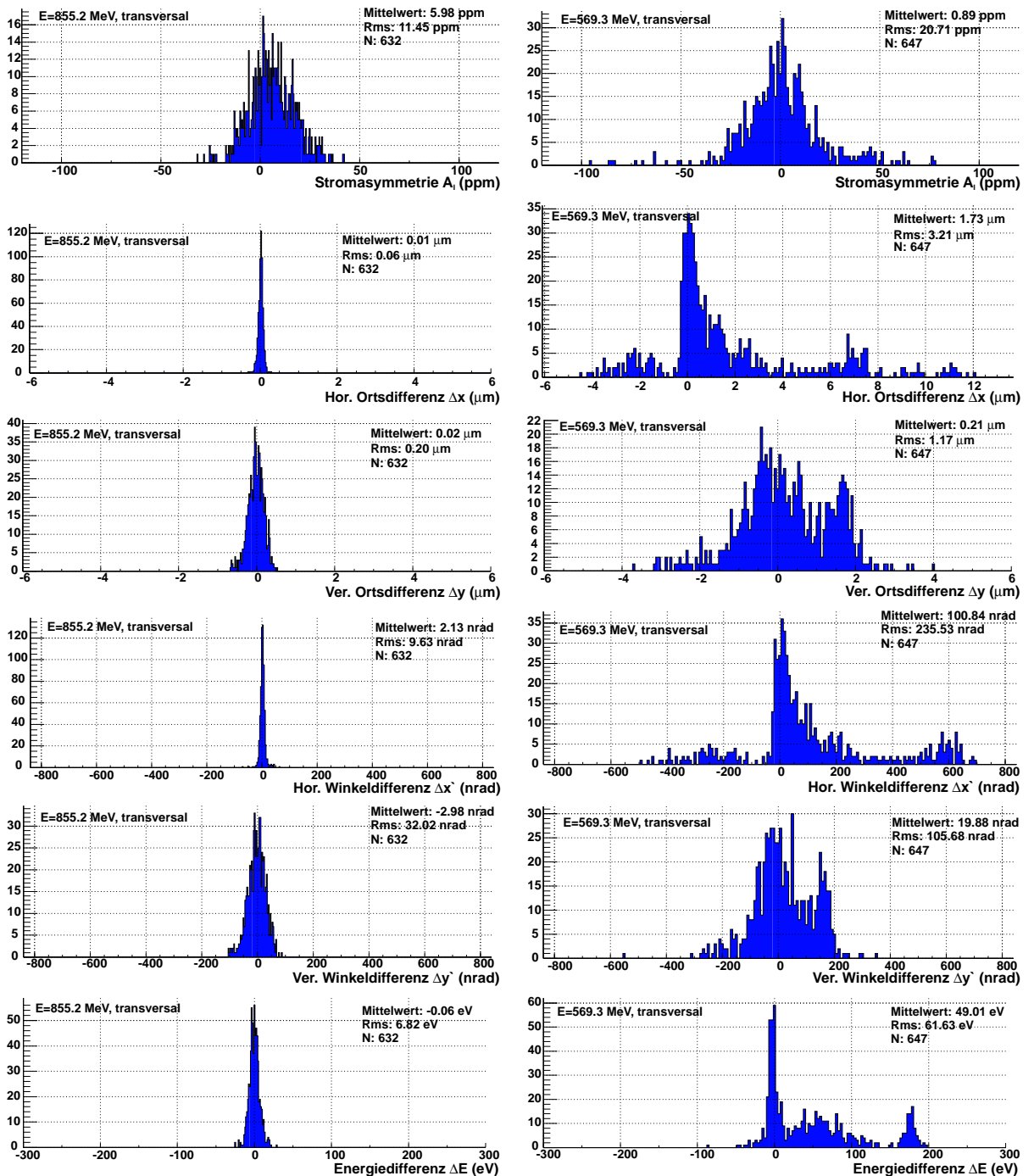


Abbildung 6.9: Helizitätskorrelierte Strahlparameter bei den Datennahmen mit transversaler Spinstellung und den Strahlenergien $E=855.2$ MeV (links) und $E=569.3$ MeV (rechts). Es gingen 632 bzw. 647 Datenläufe ein. Im Vergleich zu den Daten bei longitudinaler Polarisation ist die Statistik um eine Größenordnung geringer.

6.2.3 Bestimmung der helizitätskorrelierten apparativen Asymmetrien aus den Experimentdaten

Wie im Vorangegangenen gezeigt, liegt in guter Näherung bei den im A4-Experiment auftretenden helizitätskorrelierten Stromasymmetrien und Orts-, Winkel- oder Energiedifferenzen ein linearer Zusammenhang zwischen Strahlparameter X^j , $1 \leq j \leq 6$, und jeweils dadurch induzierter apparativer Asymmetrie $A(X^j)$ vor. Für die während eines Datenlaufs i beobachtete Asymmetrie A_i^{exp} (Gl. 6.1) kann daher angesetzt werden:

$$A_i^{exp} = P \cdot A^{phys} + \sum_{j=1}^6 a^j X_i^j \quad (6.8)$$

wobei P den Polarisationsgrad bezeichnet. Neben der Berechnung der Koeffizienten a^j nach Kap. 6.2.1 aus dem Wirkungsquerschnitt ist auch eine Bestimmung aus den Experimentdaten in einer mehrdimensionalen Regressionsanalyse möglich. Das Verfahren ist in [94] dokumentiert und stellt eine Erweiterung der bekannten linearen Regression mit einem Parameterpaar (x, y) auf weitere Dimensionen (x, y_1, \dots, y_n) dar, wobei Korrelationen der Parameter untereinander berücksichtigt werden. Es soll hier in konsistenter Nomenklatur wiedergegeben werden.

Herleitung und technische Durchführung der Regression

Datenbasis sind die $i = 1, \dots, N$ Datenläufe, in denen die Rohasymmetrie A_i^{exp} sowie die helizitätskorrelierten Strahldifferenzen bzw. -asymmetrien X_i^j , $1 \leq j \leq 6$ gemessen wurden. Es ist einer einfacheren Schreibweise dienlich, die Rohasymmetrie A_i^{exp} für den Datenlauf i als X_i^0 zu schreiben und ihren Fehler als ΔX_i^0 . Ausgangsgleichung der Regression ist also

$$X_i^0 = P \cdot A^{phys} + \sum_{j=1}^6 a^j X_i^j \quad (6.9)$$

Gesucht wird die letztlich die Größe $P \cdot A^{phys}$. Summiert man Gl. 6.9 über alle N Datenläufe, so erhält man:

$$\sum_{i=1}^N X_i^0 = \sum_{i=1}^N \left[P \cdot A^{phys} + \sum_{j=1}^6 a^j X_i^j \right] = N \cdot P \cdot A^{phys} + N \cdot \sum_{j=1}^6 a^j \bar{X}^j \quad (6.10)$$

wobei die \bar{X}^j die jeweiligen Mittelwerte der X_i^j über alle verwendeten Datenläufe sind:

$$\bar{X}^j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^j \quad (6.11)$$

Man erhält aus Gl. 6.10 folgende Hilfsgleichung für $P \cdot A^{phys}$:

$$P \cdot A^{phys} = \overline{X^0} - \sum_{j=1}^6 a^j \overline{X^j} \quad (6.12)$$

Methode der kleinsten Quadrate Für die bestmögliche Bestimmung der Größen $P \cdot A^{phys}$ und a^j wird gefordert, daß die Summe der Abweichungsquadrate χ^2 minimiert wird. Die Summe der Abweichungsquadrate χ^2 ist definiert als

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} \left[X_i^0 - P \cdot A^{phys} - a^1 \cdot X_i^1 - \dots - a^6 \cdot X_i^6 \right]^2 \quad (6.13)$$

Setzt man Gl. 6.12 in Gl. 6.13 ein, so folgt:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} \left[(X_i^0 - \overline{X^0}) + \sum_{j=1}^6 a^j (X_i^j - \overline{X^j}) \right]^2 \quad (6.14)$$

Für das Vorliegen eines Minimums ist es erforderlich, daß die Ableitungen von χ^2 nach den Koeffizienten a^j Null sind:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a^j} \stackrel{!}{=} 0 \quad j = 1, \dots, 6 \quad (6.15)$$

Damit erhält man insgesamt 6 Gleichungen mit $1 \leq j \leq 6$:

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} (X_i^0 - \overline{X^0})(X_i^j - \overline{X^j}) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} \sum_{k=1}^6 a^k (X_i^k - \overline{X^k})(X_i^j - \overline{X^j}) \quad (6.16)$$

Diese Gleichungen lassen sich vereinfachen, indem man folgende Definition einführt:

$$s_{jk}^2 = \frac{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} (X_i^j - \overline{X^j})(X_i^k - \overline{X^k}) \right]}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2}} \quad (6.17)$$

Die s_{jk} sind nichts anderes als die aus der Statistik bekannten Kovarianzen der Größen X^j und X^k , die noch den Meßfehler ΔX_i^0 als Wichtungsfaktor enthalten. Damit vereinfachen sich die Gl. 6.16 zu

$$s_{j0} = \sum_{k=1}^6 a^k s_{jk} \quad j = 1, \dots, 6 \quad (6.18)$$

Multipliziert man Gl. 6.18 mit $\frac{s_{j0}}{s_{jj} \cdot s_{00}}$, so erhält man:

$$r_{j0} = \sum_{k=1}^6 a^k \frac{s_{kk}}{s_{00}} r_{jk} \quad j = 1, \dots, 6 \quad (6.19)$$

Im letzten Schritt wurden die aus der Statistik bekannten Korrelationskoeffizienten r_{jk} eingeführt, die folgendermaßen definiert sind:

$$r_{jk} = \frac{s_{jk}^2}{s_{jj}s_{kk}} \quad (6.20)$$

Definiert man sich nun noch die Größe b^k ,

$$b^k = a^k \frac{s_{kk}}{s_{00}} \quad (6.21)$$

so erhält man folgende sechs Gleichungen:

$$\begin{aligned} r_{10} &= r_{11}b^1 + r_{12}b^2 + \dots r_{16}b^6 \\ r_{20} &= r_{21}b^1 + r_{22}b^2 + \dots r_{26}b^6 \\ &\dots\dots\dots \\ r_{60} &= r_{61}b^1 + r_{62}b^2 + \dots r_{66}b^6 \end{aligned}$$

Diese Gleichungen lassen sich als eine Matrixgleichung schreiben:

$$\vec{r}_0 = \mathbf{R} \cdot \vec{b} \quad (6.22)$$

mit den Vektoren \vec{r}_0 und \vec{b} ,

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} r_{10} \\ r_{20} \\ \vdots \\ r_{60} \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_6 \end{pmatrix}$$

sowie der Korrelationsmatrix \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{16} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{26} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} & \dots & r_{66} \end{pmatrix} \quad (6.23)$$

Mit einer Matrizeninversion $\mathbf{R}^{-1} = (r_{jk}^{-1})$ läßt sich der Vektor \vec{b} berechnen,

$$\vec{b} = \mathbf{R}^{-1} \vec{r}_0 \iff b^j = \sum_{k=1}^6 r_{jk}^{-1} r_{k0} \quad (6.24)$$

daraus folgen mit Gl. 6.21 die Regressionskoeffizienten a^j :

$$a^j = \frac{s_{00}}{s_{jj}} \sum_{k=1}^6 r_{k0} r_{jk}^{-1} \quad (6.25)$$

Die gesuchte Größe $P \cdot A^{phys}$ kann jetzt als gewichtetes Mittel aus Gl. 6.9 berechnet werden:

$$P \cdot A^{phys} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} \left[X_i^0 - \sum_{j=1}^6 a^j X_i^j \right]}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2}} \quad (6.26)$$

Fehlerabschätzung Die Unsicherheit in den Regressionskoeffizienten kann aus den Unsicherheiten ΔX_i^0 über Fehlerfortpflanzung abgeschätzt werden. Gemäß der üblichen Fehlerfortpflanzung gilt

$$(\Delta a^j)^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial a^j}{\partial X_i^0} \Delta X_i^0 \right)^2 \quad (6.27)$$

Die Abhängigkeit der a^j von X_i^0 steckt in Gl. 6.25 implizit in den Kovarianzen s_{k0}^2 . Dies sieht man, wenn man Gl. 6.25 umschreibt und nach X_i^0 differenziert:

$$\frac{\partial a^j}{\partial X_i^0} = \frac{\partial}{\partial X_i^0} \left[\frac{s_{00}}{s_{jj}} \sum_{k=1}^6 r_{k0} r_{jk}^{-1} \right] = \frac{\partial}{\partial X_i^0} \left[\frac{1}{s_{jj}} \sum_{k=1}^6 \frac{s_{k0}^2}{s_{kk}} r_{jk}^{-1} \right] \quad (6.28)$$

$$= \frac{1}{s_{jj}} \sum_{k=1}^6 \frac{r_{jk}^{-1}}{s_{kk}} \frac{\partial s_{k0}^2}{\partial X_i^0} \quad (6.29)$$

Die Ableitung von s_{k0}^2 ergibt sich aus Gl. 6.17:

$$\frac{\partial s_{k0}^2}{\partial X_i^0} = \frac{\frac{1}{N-1} \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} (X_i^k - \bar{X}^k)}{\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \frac{1}{(\Delta X_l^0)^2}} \quad (6.30)$$

Somit erhält man für die Ableitung der Regressionskoeffizienten a^j nach den X_i^0 :

$$\frac{\partial a^j}{\partial X_i^0} = \frac{\frac{1}{N-1} \frac{1}{s_{jj}} \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} \sum_{k=1}^6 \frac{r_{jk}^{-1}}{s_{kk}} (X_i^k - \bar{X}^k)}{\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \frac{1}{(\Delta X_l^0)^2}} \quad (6.31)$$

Setzt man Gl. 6.31 in Gl. 6.27 ein, so erhält man die Beziehung für die Unsicherheit Δa^j des Koeffizienten a^j :

$$(\Delta a^j)^2 = \frac{\frac{1}{(N-1)^2} \frac{1}{s_{jj}^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} \left[\sum_{k=1}^6 \frac{r_{jk}^{-1}}{s_{kk}} (X_i - \bar{X}^k) \right]^2}{\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} \right]^2} \quad (6.32)$$

$$= \frac{\frac{1}{(N-1)^2} \frac{1}{s_{jj}^2} \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \left[\frac{r_{jk}^{-1} r_{jl}^{-1}}{s_{kk} s_{ll}} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} (X_i^k - \bar{X}^k) (X_i^l - \bar{X}^l) \right) \right]}{\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} \right]^2} \quad (6.33)$$

$$= \frac{\frac{1}{N-1} \frac{1}{s_{jj}^2} \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \left[r_{jk}^{-1} r_{jl}^{-1} r_{kl} \right]}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2}} = \frac{\frac{1}{N-1} \frac{1}{s_{jj}^2} \sum_{k=1}^6 \left[r_{jk}^{-1} \delta_{kj} \right]}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2}} \quad (6.34)$$

mit δ_{kj} dem bekannten Kronecker-Delta. Im letzten Schritt wurden die Regeln für die Multiplikation einer Matrix mit ihrer Inversen ausgenutzt. Führt man noch die Summe aus, so erhält man schlußendlich für die Unsicherheit Δa^j :

$$\Delta a^j = \sqrt{\frac{\frac{1}{N-1} \frac{1}{s_{jj}^2} r_{jj}^{-1}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2}}} \quad (6.35)$$

Der Fehler $\Delta(p \cdot A^{phys})$ läßt sich auf ähnliche Weise herleiten. Er ergibt sich zu [94]:

$$\Delta(P \cdot A^{phys}) = \sqrt{\frac{\frac{1}{N} + \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^6 (\bar{X}^j \cdot \bar{X}^k \frac{1}{s_{jj}} \frac{1}{s_{kk}} r_{jk}^{-1})}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2}}} \quad (6.36)$$

Genauigkeit bei der Bestimmung der Regressionskoeffizienten und Durchführbarkeit der Regression

Betrachtungen für den eindimensionalen Fall Für grundsätzliche Überlegungen wird das Problem zunächst vereinfacht betrachtet. Sei die Rohzählratenasymmetrie A_i^{exp} für den Datenlauf i nur von einer falschen Asymmetrie überlagert, die von der helizitätskorrelierten Strahlschwankung X_i^j herrührt:

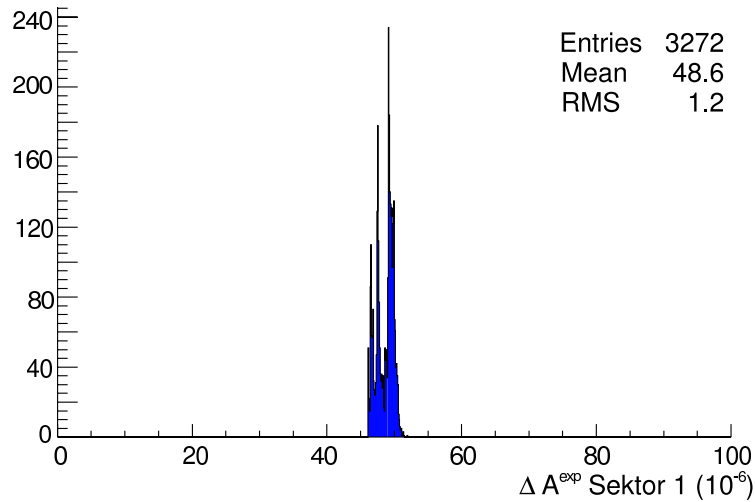


Abbildung 6.10: Verteilung des Fehlers der Rohasymmetrien $\Delta A^{exp} \equiv \Delta X^0$ bei der Messung mit der Strahlenergie $E=570.4$ MeV und longitudinaler Polarisation für den Sektor 1. Die Verteilung spiegelt die Unterschiede im Strahlstrom bzw. in der Luminosität bei den betrachteten Datenläufen wider, da die unterschiedlichen Zählraten den Fehler dominieren. Die Standardabweichung beträgt $(\Delta X^0)_{RMS} = 1.2 \cdot 10^{-6}$ bei einem Mittelwert von $\overline{\Delta X^0} = 48.6 \cdot 10^{-6}$, d.h. 2.6% relativ. ΔX^0 kann daher für die Betrachtungen hier in guter Näherung als konstant angenommen werden.

$$A_i^{exp} = P \cdot A^{phys} + a^j X_i^j \quad (6.37)$$

Ziel der Analyse ist es, den Achsenabschnitt $P \cdot A^{phys}$ dieser Geradengleichung und damit die physikalische Asymmetrie zu bestimmen. Darüberhinaus soll hier betrachtet werden, mit welcher Genauigkeit die Bestimmung des Koeffizienten a^j möglich ist. Die Ermittlung der Parameter erfolgt mittels linearer Regression.

Zur weiteren Vereinfachung werden die Fehler der Rohasymmetrien ΔA_i^{exp} gleich angenommen für alle i . Diese Vereinfachung ist gerechtfertigt, da die Fehler für alle Datenläufe mit gleicher Meßdauer in guter Näherung gleich sind. Abbildung 6.10 zeigt als Beispiel die Verteilung der ΔA^{exp} für die Messung bei $E=570.4$ MeV und longitudinaler Polarisation in Sektor 1 des Kalorimeters. Der Fehler der Rohasymmetrie $\Delta A^{exp} \equiv \Delta X^0$ beträgt im Mittel $48.6 \cdot 10^{-6}$ bei einer Standardabweichung von $(\Delta A^{exp})_{RMS} = 1.2 \cdot 10^{-6}$ absolut bzw. 2.6 % relativ.

Unter diesen Voraussetzung erhält man für den Fehler Δa^j aus Gl. 6.35, da im eindimensionalen Fall $r_{11} = r_{11}^{-1} = 1$:

$$\Delta a^j = \frac{\Delta X^0}{\sqrt{N-1} \sigma_{X^j}} \quad (6.38)$$

Aus Gl. 6.38 lassen sich die Gesetzmäßigkeiten ablesen, die die Genauigkeit bei der Ermittlung des Regressionskoeffizienten a^j festlegen. Der Fehler Δa^j skaliert linear mit dem Fehler in der gemessenen Asymmetrie und fällt - wie statistisch zu erwarten - mit der Wurzel der Anzahl der verwendeten Datenläufe. Besondere Aufmerksamkeit sei auf die Standardabweichung σ_{X^j} im Nenner gelenkt. Je breiter der Strahlparameter X^j schwankt, desto genauer ist die Bestimmung des Koeffizienten a^j möglich. Von eigentlichem Interesse ist allerdings nicht die Genauigkeit der Koeffizienten a^j , sondern der Fehler bei der Bestimmung des Achenabschnitts ΔA^{phys} . Für den Fehler des Achsenabschnitts ΔA^{phys} erhält man aus Gl. 6.36:

$$\Delta(p \cdot A^{phys}) = \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{\overline{X^j}^2}{(N-1)\sigma_{X^j}^2}} \cdot \Delta X^0 \quad (6.39)$$

Der Fehler skaliert mit dem Fehler der Rohasymmetrie und setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: Zunächst ein statistischer Anteil, der mit der Wurzel der genommenen Datenläufe $1/\sqrt{N}$ fällt, den man erhält, wenn man den Mittelwert $\overline{X^j}^2 = 0$ setzt. Der zweite Anteil resultiert aus der Extrapolation der Asymmetrie bei $X^j = \overline{X^j}$ auf die Asymmetrie bei $X^j = 0$. Hier geht einerseits die Unsicherheit im Koeffizient a^j ein (Gl 6.38), andererseits die Entfernung $\overline{X^j}$ von der y-Achse. Man kann sich diesen Zusammenhang anhand einfacher Beispiele verdeutlichen (Abb. 6.11). Es wurden per Zufallsgenerator drei Verteilungen mit jeweils 10 Wertepaaren erzeugt, erstens eine Verteilung mit breiter Streuung und einem von 0 verschiedenem Mittelwert des Strahlparameters X^j ($\overline{X^j} = 4$, $\sigma_{X^j} = 7$), zweitens eine schmale Streuung um $X^j = 0$ ($\overline{X^j} = 0$, $\sigma_{X^j} = 1$), drittens eine nichtzentrale Verteilung mit schmaler Streuung ($\overline{X^j} = 10$, $\sigma_{X^j} = 1$). Im ersten Fall streuen die Werte des Strahlparameters X^j so weit, daß die Steigung der Geraden mit kleinem Fehler Δa^j per Regression berechnet werden kann ($\Delta a^j = 0.06 \cdot 10^{-6}$), so daß der Achsenabschnitt $P \cdot A^{phys}$ mit einer Genauigkeit von $\Delta(P \cdot A^{phys}) = 0.34 \cdot 10^{-6}$ bestimmt werden kann. Im zweiten Fall ist die Varianz des Strahlparameters X^j so klein, daß die Steigung der Geraden a^j nur noch auf $\Delta a^j = 0.46 \cdot 10^{-6}$ bestimmt werden kann. Da der Strahlparameter X^j jedoch um Null streut, kann der Achsenabschnitt $P \cdot A^{phys}$ mit einer vergleichbaren Genauigkeit von $\Delta(P \cdot A^{phys}) = 0.36 \cdot 10^{-6}$ angegeben werden. Im dritten Fall streut der Strahlparameter X^j schmal, daher kann die Geradensteigung a^j nicht sehr genau bestimmt werden ($\Delta a^j = 0.31 \cdot 10^{-6}$). Wegen der im Vergleich zum zweiten Fall größeren Entfernung kann der Achsenabschnitt $P \cdot A^{phys}$ nur mit einem im Vergleich zu den vorigen Beispielen beinahe zehnmal größeren Fehler von $\Delta(P \cdot A^{phys}) = 3.26 \cdot 10^{-6}$ bestimmt werden.

Aus Gl 6.39 läßt sich ableiten, wann der systematische Beitrag $\Delta(P \cdot A^{phys})_{syst}$ auf-

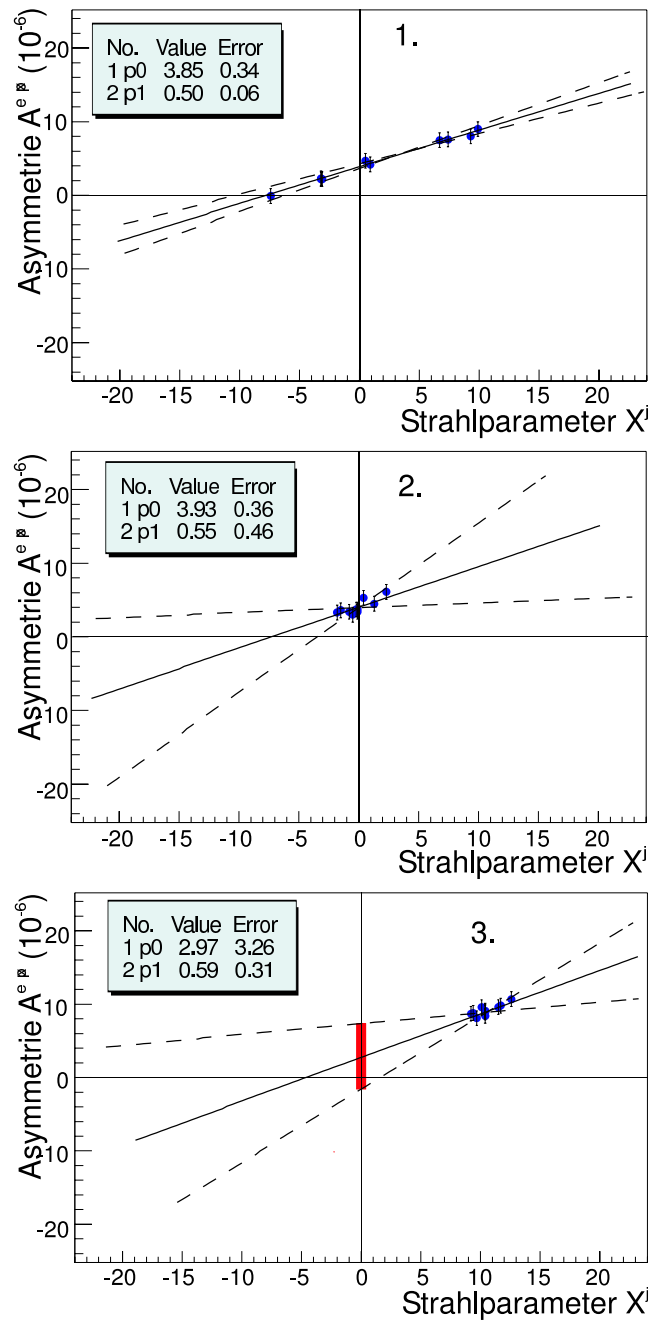


Abbildung 6.11: Beispiel für lineare Regression in einer Dimension bei breiter, schmaler zentraler und schmaler nichtzentraler Verteilung des Strahlparameters X^j , das die Fehlerquellen darlegen soll. 1. Die Meßwerte streuen weit, der Achsenabschnitt kann mit einer Genauigkeit von $\Delta(P \cdot A^{phys}) = 0.34 \cdot 10^{-6}$ bestimmt werden. 2. Die Varianz des Strahlparameters X^j ist klein. Da die Werte jedoch um $X^j = 0$ streuen, kann der Achsenabschnitt mit einer vergleichbaren Genauigkeit von $\Delta(P \cdot A^{phys}) = 0.36 \cdot 10^{-6}$ angegeben werden. 3. Die Werte des Strahlparameters X^j streuen schmal und sind weit entfernt von $X^j = 0$. Hier kann der Achsenabschnitt nur mit einem im Vergleich zu den vorigen Beispielen zehnmal größeren Fehler von $\Delta(P \cdot A^{phys}) = 3.26 \cdot 10^{-6}$ bestimmt werden.

grund der Korrekturen auf die apparativen Asymmetrien kleiner ist als der statistische Beitrag aufgrund der Zählstatistik $\Delta(P \cdot A^{phys})_{stat}$. Dies ist genau dann der Fall, wenn in Gl. 6.39 der rechte Summand in der Wurzel kleiner ist als der linke, d. h.

$$\frac{\overline{X^j}^2}{(N-1)\sigma_{X^j}^2} < \frac{1}{N} \quad (6.40)$$

Wegen der großen Zahl an Datenläufen gilt $N \approx N-1$, man erhält die Bedingung

$$|\overline{X^j}| < \sigma_{X^j} \quad (6.41)$$

d. h. solange die Beträge der Mittelwerte der helizitätskorrelierten Strahlasymmetrien und -differenzen $|\overline{X^j}|$ kleiner sind als ihre Standardabweichung σ_{X^j} , überwiegt der statistische Beitrag zum Fehler $\Delta(P \cdot A^{phys})$. Dies ist bei den hier vorgestellten Messungen sowohl bei Longitudinal- als auch bei Transversalpolarisation der Fall.

Die im Experiment beobachteten Strahlparameter und deren Schwankungen wurden bereits im vorangegangenen Kapitel 6.2.2 vorgestellt. Ausgehend von den berechneten Regressionskoeffizienten a_{calc}^j und der im Experiment beobachteten Streuung der Strahlparameter kann anhand Gl. 6.38 die relative Genauigkeit $\Delta a^j / a_{calc}^j$ abgeschätzt werden, mit der sich die Regressionskoeffizienten experimentell bestimmen lassen. Tab. 6.4 gibt die Ergebnisse für die Datennahmen mit longitudinaler Spinstellung an, Tab. 6.5 die entsprechenden Werte für die Datennahmen mit transversaler Spinstellung. Zusätzlich ist dort die Kenngröße $|\overline{X^j}| / \sigma_{X^j}$ angegeben. Werte kleiner eins zeigen an, daß der Beitrag zum Fehler aufgrund der Korrekturen auf die apparativen Asymmetrien $\Delta(P \cdot A^{phys})_{sys}$ kleiner ist als der Beitrag aufgrund der Zählstatistik $\Delta(P \cdot A^{phys})_{stat}$.

Man sieht, daß der Koeffizient a^1 , der die Abhängigkeit von der Stromasymmetrie beschreibt, mit wenigen hundert Stunden Meßzeit auf 10 Prozent genau bestimmt werden kann. Die Fehler der anderen Koeffizienten lassen sich in Meßzeiten kleiner als 1000 Stunden nicht auf 10 Prozent des Werts begrenzen, sondern benötigen zum Teil erheblich längere und in der Praxis nicht erreichbare Meßzeiten. Dennoch ist der Beitrag der Korrekturen zum Gesamtfehler kleiner als der statistische Beitrag, da $|\overline{X^j}| / \sigma_{X^j}$ in allen Fällen kleiner eins ist. Die nach Gl. 6.38 berechneten Genauigkeiten Δa^j können mit den real im Experiment erreichten Genauigkeiten verglichen werden, siehe Kapitel 6.3.4. Da die Abschätzungen für den vereinfacht eindimensionalen Fall vorgenommen werden, ist zu erwarten, daß im Falle des Auftretens von Korrelationen zwischen den Variablen X^j diese Genauigkeiten experimentell nicht erreicht werden. Bei den hier vorliegenden Daten sind die relativen Fehler $\Delta a^j / a_{calc}^j$ typischerweise um 50% bis 100% größer als hier abgeschätzt (siehe Kap. 6.3.4). Bei Auftreten starker Korrelationen, die insbesondere zwischen den Orts- und Winkeldifferenzen gleicher Richtung auftreten, werden die relativen Fehler bis zu zwanzigfach größer als hier abgeschätzt.

Tabelle 6.4: Abschätzung der Genauigkeit $\Delta a^j / a_{calc}^j$ bei der Bestimmung der Regressionskoeffizienten a^j für die Datennahmen mit longitudinaler Spinstellung. Aufgrund der höheren Zählraten und zum Teil größeren Streuung der Strahlparameter bei dem niedrigeren Impulsübertrag ergeben sich bei 570.4 MeV zum Teil deutlich erhöhte Genauigkeiten. Die Abschätzungen, die aus dem vereinfachten eindimensionalen Fall gewonnen wurden, geben eine Untergrenze für Δa^j an, im Falle des Auftretens von Korrelationen zwischen den Variablen X^j sind größerer Fehler Δa^j zu erwarten. Zusätzlich ist das Verhältnis $|\overline{X^j}| / \sigma_{X^j}$ angegeben. Werte < 1 zeigen an, daß der Fehlerbeitrag aufgrund der Korrekturen auf apparative Asymmetrien $\Delta(P \cdot A^{phys})_{syst}$ kleiner ist als derjenige aufgrund der Zählstatistik $\Delta(P \cdot A^{phys})_{stat}$. Trotz des großen Fehlers in $\Delta a^j / a_{calc}^j$ ist der Beitrag zum Gesamtfehler klein, da $\overline{X^j} < \sigma_{X^j}$.

Regressionskoeffizient	854.3 MeV long.		570.4 MeV long.	
	$\frac{\Delta a^j}{ a_{calc}^j }$ nach Gl. 6.38	$ \overline{X^j} / \sigma_{X^j}$	$\frac{\Delta a^j}{ a_{calc}^j }$ nach Gl. 6.38	$ \overline{X^j} / \sigma_{X^j}$
a^1 (Stromasymmetrie)	8%	0.014	6%	0.105
a^2 (Horizontale Ortsdifferenz)	538%	0.300	46%	0.274
a^3 (Vertikale Ortsdifferenz)	172%	0.357	29%	0.197
a^4 (Horizontale Winkeldifferenz)	1033%	0.075	391%	0.283
a^5 (Vertikale Winkeldifferenz)	673%	0.276	275%	0.190
a^6 (Energiedifferenz)	1754%	0.309	1440%	0.195

Tabelle 6.5: Abschätzung der Genauigkeit $\Delta a^j / a_{calc}^j$ bei der Bestimmung der Regressionskoeffizienten a^j bei den Datennahmen mit transversaler Spinstellung und Kenngröße $|\overline{X^j}| / \sigma_{X^j}$ für den Beitrag der Korrektur auf die apparativen Asymmetrien zum Gesamtfehler. Wegen der im Vergleich zu den Datennahmen bei longitudinaler Spinstellung wesentlich kürzeren Meßzeiten mitteln sich einige Größen X^j deutlich weniger zur Null hin, es ergeben sich Werte von $|\overline{X^j}| / \sigma_{X^j}$ von bis zu 0.8, aber immer noch kleiner als 1, d. h. der statistische Beitrag zum Gesamtfehler überwiegt.

Regressionskoeffizient	855.2 MeV trans.		569.3 MeV trans.	
	$\frac{\Delta a^j}{ a_{calc}^j }$ nach Gl. 6.38	$ \overline{X^j} / \sigma_{X^j}$	$\frac{\Delta a^j}{ a_{calc}^j }$ nach Gl. 6.38	$ \overline{X^j} / \sigma_{X^j}$
a^1 (Stromasymmetrie)	23%	0.522	7%	0.043
a^2 (Horizontale Ortsdifferenz)	2786%	0.167	32%	0.539
a^3 (Vertikale Ortsdifferenz)	373%	0.100	39%	0.179
a^4 (Horizontale Winkeldifferenz)	15862%	0.221	378%	0.398
a^5 (Vertikale Winkeldifferenz)	2128%	0.093	214%	0.188
a^6 (Energiedifferenz)	19797%	0.009	1008%	0.795

Verallgemeinerung für den mehrdimensionalen Fall Es soll hier untersucht werden, wie sich die Regression verhält, wenn man vom vereinfachten eindimensionalen Fall auf den realen Fall mit mehreren Variablen X^j , $j = 1, \dots, n$ zurückgeht. Korrelationen der Variablen untereinander kommen nun ins Spiel. Die grundlegenden Gesetzmäßigkeiten lassen sich bereits am Fall $n = 2$ ablesen. Sei der Einfachheit halber der Fehler ΔX_i^0 wieder für alle Datennahmen als konstant angenommen. Die Korrelationsmatrix \mathbf{R} und ihre Inverse \mathbf{R}^{-1} lauten:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}^{-1} = \frac{1}{1-r_{12}^2} \begin{pmatrix} 1 & -r_{12} \\ -r_{12} & 1 \end{pmatrix}$$

Aus Gl. 6.35 und Gl. 6.36 leitet man mit Standardalgebra den Spezialfall $n = 2$ ab:

$$\Delta a^j = \frac{\Delta X^0}{\sqrt{N-1} \sqrt{1-r_{12}^2} \sigma_{X^j}} \quad (6.42)$$

$$\Delta(p \cdot A^{phys}) = \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{1}{(N-1)(1-r_{12}^2)} \left[\left(\frac{\overline{X^1}}{\sigma_{X^1}} \right)^2 + \left(\frac{\overline{X^2}}{\sigma_{X^2}} \right)^2 - 2 \frac{\overline{X^1} \cdot \overline{X^2}}{\sigma_{X^1} \sigma_{X^2}} r_{12} \right]} \cdot \Delta X^0 \quad (6.43)$$

Aus Gl. 6.42 liest man ab, daß in den Fehler Δa^j der Term $1 - r_{12}^2$ in den Nenner eingeht. Daraus folgt, daß sich der Fehler Δa^j bei Auftreten von Korrelation zwischen den Variablen vergrößert. Anschaulich ist klar, daß beim Auftreten von Korrelationen zwischen den Variablen X^j und X^k eine Trennung der Effekte und separate Bestimmung von a^j und a^k erschwert ist und der Fehler Δa^k bzw. Δa^j größer wird. Für den Fehler in ΔA^{phys} (Gl. 6.43) ist eine differenziertere Betrachtung notwendig. Zunächst ist wieder zu bemerken, daß Mittelwerte $\overline{X^j}$, die kleiner sind als die Streuung σ_{X^j} , dafür sorgen, daß der statistische Beitrag zum Gesamtfehler dominiert. Im Falle völliger Unkorreliertheit, $r_{12} = 0$, addieren sich die Terme $\overline{X^1}/\sigma_{X^1}$ und $\overline{X^2}/\sigma_{X^2}$ quadratisch. Für den Fall $r_{12} \rightarrow \pm 1$ geht der Fehlerbeitrag der Regression gegen Unendlich. Im Bereich dazwischen kommt es auf die Vorzeichen des Produktes der Mittelwerte und des Korrelationskoeffizienten an. Ein Minimum des Fehlerbeitrags wird erreicht bei

$$r_{12} = \frac{(X^1/\sigma_{X^1})^2 + (X^2/\sigma_{X^2})^2}{X^1/\sigma_{X^1} \cdot X^2/\sigma_{X^2}} \pm \sqrt{\left(\frac{(X^1/\sigma_{X^1})^2 + (X^2/\sigma_{X^2})^2}{X^1/\sigma_{X^1} \cdot X^2/\sigma_{X^2}} \right) - 1} \quad (6.44)$$

wobei das Vorzeichen der Wurzel so zu wählen ist, daß die Bedingung $-1 \leq r_{12} \leq 1$ erfüllt ist. Abb. 6.12 demonstriert die Gegebenheiten für das Beispiel $X^1/\sigma_{X^1} = 0.5$ und $X^2/\sigma_{X^2} = 0.2$. Das Minimum liegt hier bei $r_{12} = 0.4$, der Fehlerbeitrag ist hier kleiner als im Falle $r_{12} = 0$.

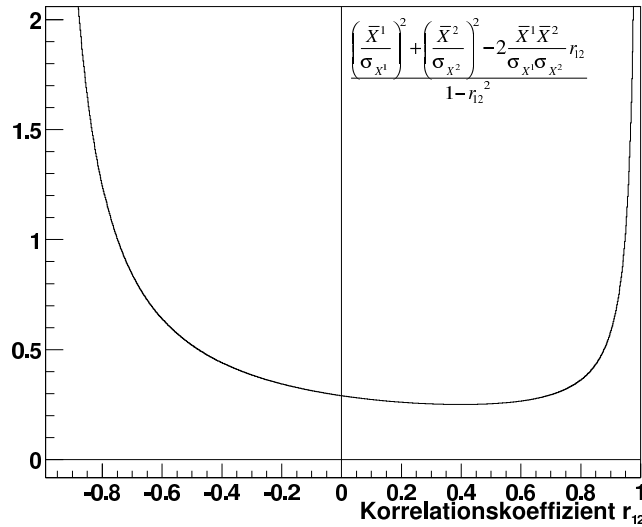


Abbildung 6.12: Beitrag der Regression zum Fehler in A^{phys} in Abhängigkeit vom Korrelationskoeffizienten r_{12} . Als numerisches Beispiel wurde $X^1/\sigma_{X^1} = 0.5$ und $X^2/\sigma_{X^2} = 0.2$ gewählt. Für $r_{12} \rightarrow \pm 1$ geht der Fehlerbeitrag gegen Unendlich, bei $r_{12} = 0.4$ befindet sich ein Minimum. In diesem Falle ist der Fehlerbeitrag kleiner als bei Unkorreliertheit ($r_{12} = 0$).

6.3 Bestimmung der physikalischen Asymmetrien A_{PV} und A_{\perp}

In diesem Kapitel werden nun die physikalische Asymmetrien unter Anwendung der mehrdimensionalen linearen Regression bestimmt. Die Symmetrien des Detektors und der physikalischen Problemstellung ermöglichen es prinzipiell, die Zahl der Variablen in der Regression zu vermindern. Darauf wird in den folgenden zwei Unterkapiteln kurz eingegangen. Anschließend werden die Resultate bei Anwendung der linearen Regression vorgestellt und mit alternativen Vorgehensweisen verglichen.

6.3.1 Besonderheiten bei longitudinaler Spinstellung

Bei longitudinaler Spinstellung heben sich wegen des symmetrischen Aufbaus des Kalorimeters apparative Asymmetrien aufgrund helizitätskorrelierter Orts- und Winkeldifferenzen weg. Voraussetzungen sind ein ideal symmetrischer Aufbau und ein gleiches statistisches Gewicht eines jeden Sektors. Beide Voraussetzungen sind beispielsweise dann nicht mehr erfüllt, wenn einzelne Kanäle des Kalorimeters wegen Defekts ausfallen oder wegen unterschiedlicher Strahlenschädigung unter-

schiedliche Zählereffizienz besitzen. In der Realität sind jedoch beide Voraussetzungen in guter Näherung bis auf 10% erfüllt. Für jeden Sektor s des Kalorimeters gilt nach Gl. 6.8:

$$A_s^{phys} = \frac{1}{p} \left(A_s^{exp} - \sum_{j=1}^6 a_s^j \cdot X^j \right) \quad (6.45)$$

Aus diesen Einzelasymmetrien wird die Gesamtasymmetrie durch Mittelwertbildung bestimmt:

$$A^{phys} = \frac{1}{8} \sum_{s=1}^8 A_s^{phys} \quad (6.46)$$

Nun gilt für die Koeffizienten a_s^j :

$$\begin{aligned} a_1^j &= a_2^j = \dots = a_8^j & j &= 1, 6 \text{ (Strom, Energie)} \\ a_5^j &= -a_1^j, a_6^j = -a_2^j, a_7^j = -a_3^j, a_8^j = -a_4^j & j &= 2, 3, 4, 5 \text{ (Ort, Winkel)} \end{aligned}$$

Setzt man diese Relationen in die obigen Gleichungen ein, so erhält man:

$$A^{phys} = \frac{1}{P} \left(\frac{1}{8} \cdot \sum_{s=1}^8 A_s^{exp} - a^1 \cdot X^1 - a^6 \cdot X^6 \right) \quad (6.47)$$

Helizitätskorrelierte Orts- und Winkeldifferenzen können daher nur über nichtlineare Effekte in die physikalische Asymmetrie eingehen. Diese nichtlinearen Effekte sind allerdings bei den im A4-Experimenten auftretenden Differenzen vernachlässigbar klein (Kap. 6.2.1).

6.3.2 Besonderheiten bei transversaler Spinstellung

Bei transversaler Spinstellung heben sich aufgrund der Abhängigkeit der physikalischen Asymmetrie vom Cosinus des Azimutwinkels bei Bestimmung von A_{\perp} zusätzlich die von Intensitätsasymmetrie und Energiedifferenz induzierten apparativen Asymmetrien weg. Voraussetzung ist wieder die Annahme idealer Detektorsymmetrie wie im vorangegangenen Kapitel. Aus den nach Gl. 6.45 bestimmten physikalischen Asymmetrien der einzelnen Sektoren wird A_{\perp} folgendermaßen bestimmt:

$$A_{\perp} = \frac{1}{8} \cdot \sum_{s=1}^8 F_s \cdot A_s^{phys} \quad (6.48)$$

Die F_s sind dabei die aus der Geometrie des Detektors herrührenden Wichtungsfaktoren, für die gilt:

$$F_5 = F_4 = -F_1 = -F_8, \quad F_6 = F_3 = -F_2 = -F_7$$

Einsetzen der F_s und a_s^j in die Gleichung liefert:

$$A_{\perp} = \frac{1}{P} \cdot \left(\frac{1}{8} \sum_{s=1}^8 F_s \cdot A_s^{exp} - \frac{1}{8} \sum_{j=2}^5 \sum_{s=1}^8 F_s \cdot a_s^j \cdot X^j \right) = \frac{1}{P} \cdot \frac{1}{8} \sum_{s=1}^8 F_s \cdot A_s^{exp} \quad (6.49)$$

Anschaulich ist klar, daß die von Intensitätsasymmetrie und Energiedifferenz induzierten apparativen Asymmetrien nicht in A_{\perp} eingehen: Diese falschen Asymmetrien hängen nicht vom Azimutwinkel ab, sondern bewirken lediglich eine Verschiebung der Cosinuskurve. Dies ändert aber nicht ihre Amplitude. Die von Orts- und Winkeldifferenz induzierten falschen Asymmetrien hingegen hängen vom Azimutwinkel ab, so daß keine Cosinuskurve mehr vorliegt. Eine Bestimmung von A_{\perp} mit einer Kurvenanpassung ist daher nicht mehr korrekt. Bei Berechnung von A_{\perp} mit den Wichtungsfaktoren F_s nach Gl. 6.49 allerdings heben sich die orts- und winkelabhängigen Terme gerade gegenseitig auf (Abb. 6.13).

6.3.3 Rohasymmetrien

Soweit nicht ausdrücklich anders angegeben, werden die Detektor-Asymmetrien sektorenweise bestimmt und daraus wird dann ein gewichteter Mittelwert gebildet. Bei Messungen mit Transversalpolarisation läßt sich die gesuchte physikalische Größe A_{\perp} aus den Einzel-Asymmetrien der Sektoren über geometrische Wichtungsfaktoren berechnen (Gl. 6.48). Da bei den Rohasymmetrien zunächst lediglich auf die Targetdichte normiert wird, sind neben der physikalischen Asymmetrie auch noch die Beiträge der apparativen Asymmetrien vorhanden. Tab. 6.6 gibt eine Übersicht über die jeweiligen Meßzeiten, Anzahl der elastischen Ereignisse und die Rohasymmetrien A_{PV}^{roh} bzw. A_{\perp}^{roh} der vier Datenpunkte.

Tabelle 6.6: Meßzeiten, Anzahl der elastischen Ereignisse und Rohasymmetrien A_{PV}^{roh} bzw. A_{\perp}^{roh} für die vier Datenpunkte. Der nichtstatistische Beitrag $(\Delta A^{exp})_{target}$ zur Unsicherheit von A^{roh} stammt von der Normierung der Ereignisse N^{\pm} auf die Targetdichte ρ^{\pm} . Auf die Polarisation wurde noch nicht korrigiert.

Datenpunkt	Meßzeit (h)	Elast. Ereignisse	A_{PV}^{roh} bzw. A_{\perp}^{roh} (10^{-6})
0.23 (GeV/c) ² long.	516	$4.8 \cdot 10^{12}$	$-5.43 \pm 0.45_{stat} \pm 0.03_{target}$
0.11 (GeV/c) ² long.	273	$2.0 \cdot 10^{13}$	$-0.45 \pm 0.22_{stat} \pm 0.02_{target}$
0.23 (GeV/c) ² trans.	48	$5.1 \cdot 10^{11}$	$-7.24 \pm 1.73_{stat} \pm 0.06_{target}$
0.11 (GeV/c) ² trans.	54	$3.9 \cdot 10^{12}$	$-9.61 \pm 0.72_{stat} \pm 0.04_{target}$

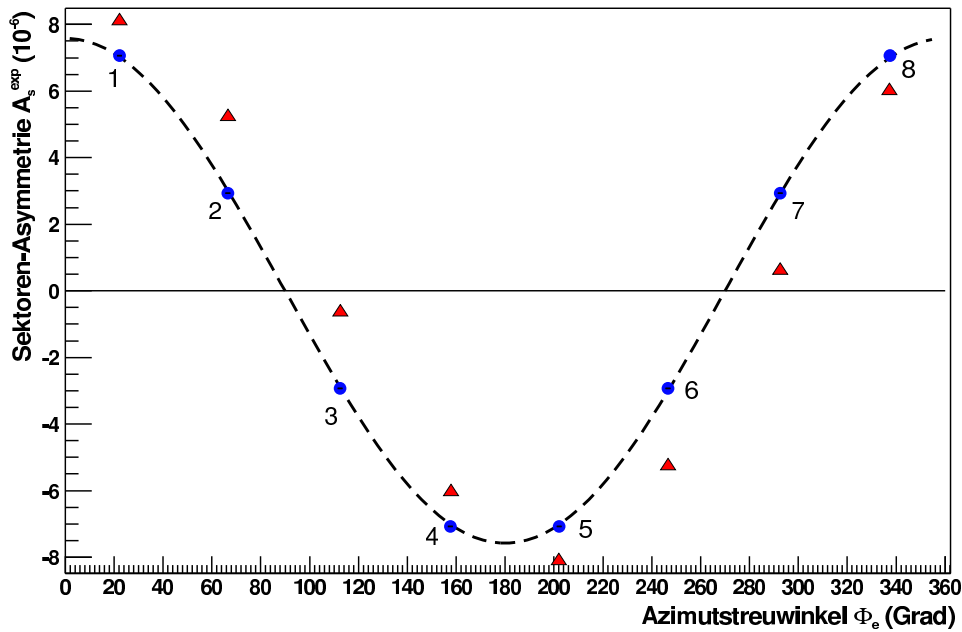


Abbildung 6.13: Beispiel für ideale Asymmetrien bei Transversalpolarisation und Auswirkung einer horizontalen Positionsdifferenz Δx . Dargestellt in blauen Kreisen sind die Asymmetrien der acht Sektoren unter idealen Bedingungen ($X^i = 0 \forall i$), die $A_{\perp} = 10 \cdot 10^{-6}$ entsprechen. Sie folgen genau einem sinusförmigen Verlauf. In roten Dreiecken dargestellt sind die Asymmetrien, wenn zusätzlich eine Ortsdifferenz $\Delta x = 0.7 \mu\text{m}$ vorliegt. Es ergeben sich deutliche Abweichungen vom Cosinusverlauf. Bei Berechnung von A_{\perp} mitteln sich die apparativen Asymmetrien jedoch heraus. Es kompensieren sich gegenseitig jeweils die apparativen Asymmetrien in den Sektoren 4 und 5, 3 und 6, 2 und 7 sowie 1 und 8.

6.3.4 Physikalische Asymmetrien bei sektorenweise durchgeführter linearer Regression

Die physikalischen Asymmetrien werden für jeden Datenpunkt mit der in Kap. 6.2.3 vorgestellten mehrdimensionalen linearen Regression bestimmt. In die Regression fließen jeweils alle Datenläufe ein, die die Qualitätsprüfung bestanden haben [61]. Bei etwa der Hälfte der Datenläufe war im Lasersystem der Quelle eine Halbwellenplatte eingesetzt, die zu einer Polarisationsumkehr des Elektronstrahls (“+” wird zu “-” und “-” wird zu “+”) führt und damit zu physikalischen Asymmetrien mit umgekehrtem Vorzeichen. Bei allen Datenläufen mit eingesetzter Halbwellenplatte an der Quelle (GVZ IN) werden daher die Rohasymmetrien X_i^0 vor Beginn der Berechnung im Vorzeichen umgedreht, d.h.

$$X_i^0 = \begin{cases} X_i^0 & \text{falls GVZ OUT in Datenlauf } i \\ -X_i^0 & \text{falls GVZ IN in Datenlauf } i \end{cases} \quad (6.50)$$

Regressionskoeffizienten

Die aus der linearen Regression bestimmten Koeffizienten a^j sind in Tab. 6.7 und Tab. 6.8 aufgeführt und mit den aus den Wirkungsquerschnitten berechneten Werten a_{calc}^j verglichen. Für jeden der acht Sektoren erhält man einen solchen Satz an Koeffizienten, angegeben sind hier exemplarisch die Werte für den Sektor 1, die Werte der übrigen Sektoren sind in Anhang A.5 zu finden. Man sieht unmittelbar, daß der Koeffizient a^1 für die Stromasymmetrie mit Genauigkeiten zwischen 5% und 24% bestimmt werden konnte, während die übrigen Koeffizienten deutlich größere Fehler aufweisen.

Da Stromasymmetrie und Energiedifferenz in allen Sektoren in gleicher Weise apparative Asymmetrien hervorrufen, lassen sich die Koeffizienten a^1 und a^6 über

Tabelle 6.7: Regressionskoeffizienten a^j für den Sektor 1 bei den Messungen mit den Strahlenergien $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV und Longitudinalpolarisation. Die Werte für die anderen Sektoren sind im Anhang A.5 angegeben.

	E=854.3 MeV		E=570.4 MeV	
	a_{exp}^j	a_{theo}^j	a_{exp}^j	a_{theo}^j
a^1	$+1.01 \pm 0.09$	1	$+1.31 \pm 0.11$	1
a^2 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	$+18.19 \pm 13.92$	1.59	-3.38 ± 12.65	1.46
a^3 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	-5.39 ± 13.59	3.56	-2.79 ± 18.67	3.26
a^4 ($10^{-6}/\mu\text{rad}$)	-21.03 ± 28.93	1.74	$+40.15 \pm 118.6$	1.56
a^5 ($10^{-6}/\mu\text{rad}$)	-12.03 ± 61.02	3.90	$+4.2 \pm 193.2$	3.51
a^6 ($10^{-9}/\text{eV}$)	$+55.2 \pm 53.6$	-1.97	$+19.5 \pm 44.5$	-2.40

Tabelle 6.8: Regressionskoeffizienten für den Sektor 1 bei den Messungen mit den Strahlenergien $E=855.2$ MeV und $E=569.3$ MeV und Transversalpolarisation. Die Werte für die anderen Sektoren sind im Anhang A.5 angegeben.

	E=855.2 MeV		E=569.3 MeV	
	a^j	a^j_{calc}	a^j	a^j_{calc}
a^1	$+1.02 \pm 0.24$	1	$+1.31 \pm 0.05$	1
a^2 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	$+133.1 \pm 119.3$	1.59	-28.03 ± 11.01	1.46
a^3 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	-185.8 ± 182.2	3.56	-72.57 ± 25.59	3.26
a^4 ($10^{-6}/\mu\text{rad}$)	-965.6 ± 1093.7	1.74	$+295.9 \pm 126.7$	1.56
a^5 ($10^{-6}/\mu\text{rad}$)	$+1128.7 \pm 1156.6$	3.90	$+808.0 \pm 293.4$	3.51
a^6 ($10^{-9}/\text{eV}$)	-330.7 ± 458.5	-1.97	-31.1 ± 33.5	-2.40

alle Sektoren mitteln (Tab. 6.9), um einen genaueren Wert zu erhalten. Der Koeffizient für die Stromasymmetrie kann auf weniger als 10% genau bestimmt werden, während dies beim Koeffizienten für die Energiedifferenz nicht möglich ist. Bei den Messungen mit größerem Q^2 stimmen die aus der Regression ermittelten Werte von a^1 mit der Erwartung $a^1_{calc} = 1$ überein. Bei den Messungen beim niedrigeren Q^2 zeigen sich signifikante Abweichungen hin zu einem größeren Wert.

Die erreichten Genauigkeiten bei der Bestimmung der Regressionskoeffizienten a^j können mit der Abschätzung nach Gl. 6.38 verglichen werden. Wie zu erwarten war, werden die für den vereinfacht eindimensionalen Fall berechneten Genauigkeiten nicht erreicht, sondern geben lediglich eine Untergrenze an. Die Genauigkeiten der aus diesen Daten bestimmten Regressionskoeffizienten sind in Tabelle 6.10 angegeben und den aus Gl. 6.38 abgeschätzten Genauigkeiten gegenübergestellt. Die sich bei Durchführung der Regression für $E=854.3$ MeV longitudinal und $E=570.4$ MeV longitudinal ergebenden Korrelations- und Kovarianzmatrizen aller Sektoren sind in Anhang A.5 aufgeführt. Die Koeffizienten a^1 für die Stromasymmetrie und a^6 für die Energiedifferenz können in etwa mit der Genauigkeit bestimmt werden, die aus der eindimensionalen Abschätzung hergeleitet wurde. Wie man an den Korrelationsmatrizen sieht, ist jede dieser Größen nur schwach mit den übrigen Größen korreliert. Für die Positions- und Winkelkoeffizienten a^2 bis a^5 sieht das an-

Tabelle 6.9: Regressionskoeffizienten a^1 und a^6 gemittelt über alle Sektoren für die einzelnen Datennahmen.

	a^1	a^6 ($10^{-9}/\text{eV}$)
854.3 MeV long.	0.99 ± 0.05	7.2 ± 27.2
570.4 MeV long.	1.18 ± 0.04	15.2 ± 15.5
855.2 MeV trans.	1.08 ± 0.11	246.1 ± 206.7
569.3 MeV trans.	1.31 ± 0.02	-23.7 ± 12.2

Tabelle 6.10: Genauigkeit bei der Bestimmung der Regressionskoeffizienten a^j für Sektor 1 aus den Asymmetriedaten für $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV}/c)^2$ und $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV}/c)^2$ bei Longitudinalpolarisation im Vergleich mit den berechneten Genauigkeiten für den eindimensionalen Fall.

	E=854.3 MeV		E=570.4 MeV	
	$\frac{\Delta a^j}{a_{theo}^j}$ Regr.	$\frac{\Delta a^j}{a_{theo}^j}$ nach Gl. 6.38	$\frac{\Delta a^j}{a_{theo}^j}$ Regr.	$\frac{\Delta a^j}{a_{theo}^j}$ nach Gl. 6.38
a^1 (Stromasymmetrie)	0.09	0.08	0.11	0.06
a^2 (Horizontale Ortsdifferenz)	8.75	5.38	8.66	0.46
a^3 (Vertikale Ortsdifferenz)	3.82	1.72	5.73	0.29
a^4 (Horizontale Winkeldifferenz)	16.63	10.33	76.03	3.91
a^5 (Vertikale Winkeldifferenz)	15.65	6.73	55.04	2.75
a^6 (Energiedifferenz)	27.21	17.54	18.54	14.40

ders aus. In der jeweils gleichen Raumrichtung - horizontal oder vertikal - sind die Positions- und Winkeldifferenzen eng korreliert. Beispielsweise ist bei den Daten bei der Strahlenergie E=570.4 MeV der Korrelationskoeffizient zwischen vertikaler Positions- und Winkeldifferenz $r_{35} = 0.998$. Entsprechend können die Koeffizienten a^3 und a^5 nur mit deutlich größerer Unsicherheit bestimmt werden, als nach der eindimensionalen Abschätzung zu erwarten wäre. Wegen der Kleinheit der Mittelwerte $\overline{X^3}$ und $\overline{X^5}$ hält sich der Beitrag zum Fehler dennoch in Grenzen.

Polarisationsgrad des Elektronstrahls und Zusammenfassung der Datenläufe in Pakete

Mit der Regressionsanalyse kann ein Wert für das Produkt aus physikalischer Asymmetrie und Polarisationsgrad des Elektronstrahls $P \cdot A^{phys}$ bestimmt werden. Zur separaten Bestimmung von A^{phys} muß noch auf den Polarisationsgrad P des Elektronstrahls korrigiert werden, der bei etwa 80% liegt. Die Polarisation wurde jeweils wöchentlich gemessen (Kap. 3.2.7). Aus diesen Messungen wird die Polarisation P_i für den Datenlauf i folgendermaßen interpoliert: Die einzelnen Datenläufe i werden im A4-Experiment zu mehreren Paketen, zusammengefaßt. Die Zugehörigkeit eines Datenlaufs zu einem Datenpaket richtet sich nach dem Status (IN oder OUT) der Halbwellenplatte (GVZ) an der Quelle. Für jeden Wechsel dieses Status wird ein neues Paket angefangen. Zu einem Datenpaket gehören typischerweise einige hundert Datenläufe. Für jedes Paket wird aus den Polarisationsmessungen ein Polarisationsgrad interpoliert.

Tabelle 6.11: Übersicht über die Datenpakete der vier Datennahmen und die Polarisationsgrade. Die Genauigkeit der interpolierten Polarisationswerte wird mit 4% abgeschätzt.

Paket	E=854.3 MeV long.			E=570.4 MeV long.		
	Datenläufe	P	GVZ	Datenläufe	P	GVZ
0	2622-2906	85.1%	OUT	15428-16023	74.6%	OUT
1	2907-3003	85.1%	IN	16024-16692	74.6%	IN
2	4217-4406	80.0%	OUT	16693-17469	74.6%	OUT
3	4407-4646	80.0%	IN	17470-17733	74.6%	IN
4	4647-5508	80.0%	OUT	19478-19792	77.4%	IN
5	5509-5582	82.0%	IN	19793-20409	78.0%	OUT
6	5586-6003	82.0%	OUT	20410-20908	77.7%	IN
7	6004-6334	82.0%	IN	20909-21448	77.4%	OUT
8	6350-6606	82.0%	OUT			
9	6705-7216	75.0%	OUT			
10	7217-7686	73.5%	IN			
11	7715-8213	72.0%	OUT			
12	8214-8581	70.0%	IN			
13	9465-9799	83.0%	IN			
14	9801-10179	84.0%	OUT			
15	10183-10466	83.0%	IN			
16	10471-10946	78.0%	OUT			

Paket	E=855.2 MeV trans.			E=569.3 MeV trans.		
	Datenläufe	P	GVZ	Datenläufe	P	GVZ
0	10965-11128	75.0%	OUT	18078-18806	81.8%	IN
1	11550-11720	75.0%	IN	18607-19048	81.8%	OUT
2	11725-12268	75.0%	OUT			

Physikalische Asymmetrien

Für jeden Datenpunkt ergeben sich aus der Regression über alle Datenläufe acht Asymmetrien A_s^{phys} (für jeden Sektor s des Kalorimeters eine Asymmetrie). Bei den Datennahmen mit $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV/c)}^2$ war das Kalorimeter noch nicht voll bestückt, deshalb fehlen dort die Sektoren 2, 3 und 7 (sowie Sektor 8 bei der Messung mit Longitudinalpolarisation). Die Berechnung der Asymmetrien A_s^{phys} erfolgt mit Hilfe der zuvor bestimmten Regressionskoeffizienten analog zu Gl. 6.26, wobei auf den jeweils für den Datenlauf i interpolierten Polarisationsgrad P_i korrigiert wird:

$$A^{phys} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} \cdot \frac{1}{P_i} \left[X_i^0 - \sum_{j=1}^6 a^j X_i^j \right]}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2}} \quad (6.51)$$

Die physikalischen Asymmetrien A_s^{phys} der einzelnen Sektoren sind tabellarisch

aufgeführt und in Abb. 6.14 dargestellt:

Sektor	Longitudinal		Transversal	
	$Q^2 = 0.23 \text{ (GeV/c)}^2$ $A_s^{phys} (10^{-6})$	$Q^2 = 0.11 \text{ (GeV/c)}^2$ $A_s^{phys} (10^{-6})$	$Q^2 = 0.23 \text{ (GeV/c)}^2$ $A_s^{phys} (10^{-6})$	$Q^2 = 0.11 \text{ (GeV/c)}^2$ $A_s^{phys} (10^{-6})$
1	-3.84 ± 1.17	$+0.60 \pm 0.90$	$+3.64 \pm 3.96$	$+6.39 \pm 2.05$
2	-5.42 ± 1.22	-1.38 ± 0.87	-0.67 ± 3.70	$+2.03 \pm 2.05$
3		-3.24 ± 0.88		-6.34 ± 2.04
4		-2.23 ± 0.88		-9.79 ± 2.09
5	-6.76 ± 1.22	-2.13 ± 0.92	-11.94 ± 4.07	-11.32 ± 2.11
6	-7.11 ± 1.18	-0.72 ± 0.88	-3.93 ± 3.77	-1.38 ± 2.08
7		-0.90 ± 0.87		-1.55 ± 2.03
8		-1.37 ± 0.87	$+7.26 \pm 4.06$	$+5.57 \pm 2.56$

An die Longitudinaldaten wurde eine Konstante angepaßt, da die paritätsverletzende Asymmetrie keine Abhängigkeit vom Azimutstreuwinkel ϕ_e aufweist, an die Transversaldaten eine Cosinusfunktion nach Gl. 5.18. Wie man sieht, folgen die Daten jeweils dem erwarteten Verlauf. Eine Spinfeldstellung ($\theta_S \neq 0^\circ$ bei Longitudinal- oder $\theta_S \neq 90^\circ$ bei Transversalmessung) äußert sich bei den Datennahmen mit Longitudinalpolarisation in einer Aufmodulierung einer Cosinusfunktion, bei den Datennahmen mit Transversalpolarisation in einer Verschiebung der Cosinuskurve um eine Konstante. Die Spinfeldstellung bei den Messungen mit Longitudinalpolarisation konnte zu $\Delta\theta_S = (4.6 \pm 0.5)^\circ$ bei $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV/c)}^2$ und $\Delta\theta_S = (4.9 \pm 0.6)^\circ$ bei $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV/c)}^2$ bestimmt werden (Kap. 5.2.2). Die dadurch hervorgerufenen Normalspin-Asymmetrien erreichen maximal einen Wert von $A \approx A_\perp \cdot \sin 5^\circ \approx 0.7 \cdot 10^{-6}$. Dies liegt unterhalb der Auflösungsgrenze bei den hier vorgestellten Messungen. Etwaige Beiträge der Normalspin-Asymmetrien heben sich aber auch wegen des ϕ -symmetrischen Aufbaus des Kalorimeters bei der Mittelung der Asymmetrien über die Sektoren gegenseitig weg. Bei den Transversalmessungen wurden Spinfeldstellungen von $\Delta\theta_S = (6.8 \pm 0.8)^\circ$ bei $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV/c)}^2$ und $\Delta\theta_S = (10.5 \pm 1.6)^\circ$ bei $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV/c)}^2$ ermittelt (Kap. 5.2.2), dies entspricht einer Addition einer konstanten Asymmetrie von $A = A^{PV} \cdot \sin \Delta\theta_S$ von etwa $-0.2 \cdot 10^{-6}$ bzw. $-1.0 \cdot 10^{-6}$ (siehe unten). Dieser konstante Term wurde in den Kurvenanpassungen bereits berücksichtigt. Bei Bestimmung von A_\perp nach Gl. 6.48 spielt die Beimischung der paritätsverletzenden Asymmetrie eine geringere Rolle, da sie sich bei perfekter Detektorsymmetrie weghöben und im Rahmen der Verletzung dieser Symmetrie nur ein kleiner Beitrag übrig bleibt.

Die hier vorgestellten Asymmetrien tragen eine Tilde, da für die endgültige Bestimmung der Asymmetrie noch Untergrundkorrekturen angebracht werden müs-

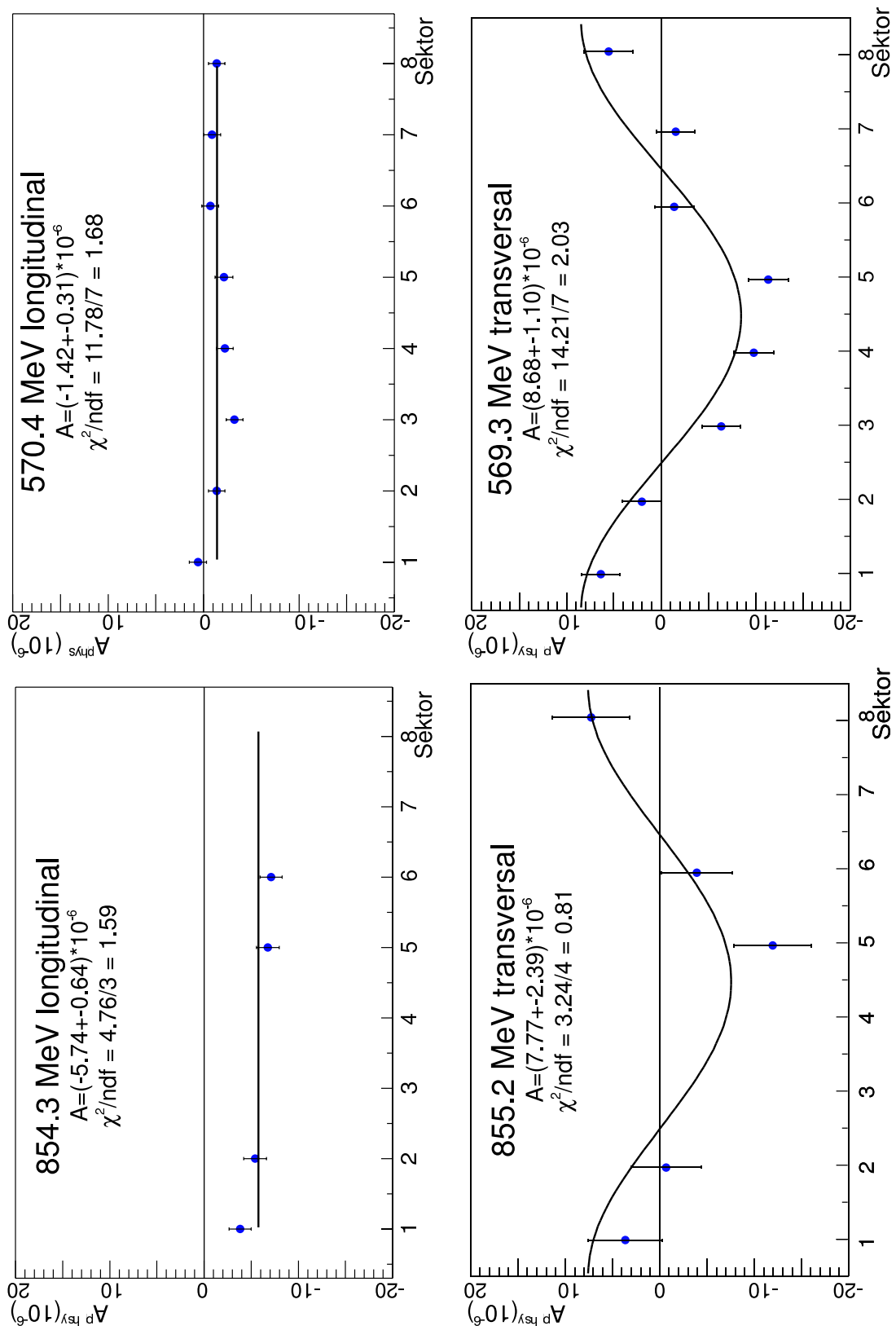


Abbildung 6.14: Asymmetrien der einzelnen Sektoren bei sektorenweise durchgeführter linearer Regression. An die Daten bei Longitudinalpolarisation (obere Reihe) wurde eine Konstante angepaßt, an die Daten bei Transversalpolarisation eine Cosinusfunktion nach Gl. 5.18.

sen: Zum einen Korrekturen aufgrund des π^0 -Zerfalls in zwei Photonen, wobei ein Photon nahezu die Energie eines elastisch gestreuten Elektrons haben kann, zum anderen Korrekturen aufgrund der quasi-elastischen Streuung am Aluminium des Ein- und Austrittsfensters des Targets (Kap. 6.3.7). Bei den Messungen mit Longitudinalpolarisation kann eine über alle Sektoren gemittelte Asymmetrie als gewichteter Mittelwert berechnet werden (mehr dazu in Anhang A.4). Man erhält:

$$\langle \tilde{A}^{PV} (Q^2 = 0.23(\text{GeV}/c)^2) \rangle = (-5.74 \pm 0.57_{\text{stat}} \pm 0.29_{\text{syst}}) \cdot 10^{-6} \quad (6.52)$$

$$\langle \tilde{A}^{PV} (Q^2 = 0.11(\text{GeV}/c)^2) \rangle = (-1.42 \pm 0.29_{\text{stat}} \pm 0.12_{\text{syst}}) \cdot 10^{-6} \quad (6.53)$$

Die spitzen Klammern deuten an, daß die Asymmetrien eine über den Raumwinkelbereich des Kalorimeters gemittelte Meßgröße darstellen. Der statistische Fehler $(\Delta A^{PV})_{\text{stat}} = 1/P \cdot 1/\sqrt{N_{\text{ges}}}$ gibt die Unsicherheit aufgrund der Zählstatistik an, im systematischen Fehler $(\Delta A^{PV})_{\text{syst}}$ sind alle übrigen Fehlerbeiträge zusammengefaßt, namentlich also der Fehlerbeitrag aufgrund Normierung auf die Targetdichte ρ sowie die Fehlerbeiträge aufgrund der Korrekturen auf apparative Asymmetrien $a^j \cdot X^j$ und auf den Polarisationsgrad P .

Im Vergleich zu [98] weicht der Wert von $\langle \tilde{A}^{PV} \rangle$ für $Q^2 = 0.23(\text{GeV}/c)^2$ um $0.1 \cdot 10^{-6}$ vom dort veröffentlichten Wert ab, weil zwischenzeitlich die Methode der Luminositätsnormierung geändert wurde. Es hatte sich gezeigt, daß eine Normierung auf eine über alle Luminositätsmonitore gemittelte Luminosität einer Normierung auf einzelne Monitore vorzuziehen ist, weil man auf diese Weise den Einfluß eventuell vorhandener Transversalpolarisationskomponenten im nominell longitudinal polarisierten Elektronstrahl auf die Luminositätsmessung herausmitteln kann (Kap. 5.2). Im Falle der Normierung auf einzelne Monitore mitteln sich die Normalspin-Asymmetrien dann nicht vollständig heraus, wenn die einzelnen Sektoren des Kalorimeters unterschiedliches statistisches Gewicht haben. Die Zahl der aus den einzelnen Sektoren gewonnenen elastischen Ereignisse kann wie gesehen um bis zu 10% variieren. Bei den Messungen mit Transversalpolarisation wird die Normalspin-Asymmetrie A_{\perp} nach Gl. 6.48 berechnet. Dabei müssen die Geometriefaktoren F , die sich aus der Mittelung über den abgedeckten Azimutbereich ergeben, jeweils an die exakte Geometrie der Sektoren angepaßt werden. So umfassen manche Sektoren 19 statt 18 Rahmen und somit einen größeren Azimutwinkelbereich. Zudem war der Sektor 8 bei den $Q^2 = 0.23 (\text{GeV}/c)^2$ -Messungen noch nicht vollständig bestückt, bei den $Q^2 = 0.11 (\text{GeV}/c)^2$ -Messungen fehlten aufgrund von Defekten in der Hochspannungsversorgung mehrere Rahmen in der Mitte des Sektors 8. Die genauen Angaben sind in Anhang A.6 aufgeführt. Aus diesem Grund ist die Berechnung auch exakter als eine Kurvenanpassung, die diese Besonderheiten nicht berücksichtigen kann. Zusätzlich wird entsprechend Gl. 2.80 die jeweilige Spinfehlstellung $\Delta\theta_S$ berücksichtigt. Man erhält:

$$\langle \tilde{A}_{\perp} (Q^2 = 0.23(\text{GeV}/c)^2) \rangle = (-8.34 \pm 2.31_{\text{stat}} \pm 0.83_{\text{syst}}) \cdot 10^{-6} \quad (6.54)$$

$$\langle \tilde{A}_{\perp} (Q^2 = 0.11(\text{GeV}/c)^2) \rangle = (-8.74 \pm 0.89_{\text{stat}} \pm 0.76_{\text{syst}}) \cdot 10^{-6} \quad (6.55)$$

6.3.5 Physikalische Asymmetrien bei alternativen Vorgehensweisen

Als ein Teil der systematischen Überprüfung sollen in diesem Kapitel die physikalischen Asymmetrien mit anderen Vorgehensweisen bestimmt werden.

Physikalische Asymmetrien bei Regression über das Gesamtkalorimeter

Anstatt die Daten aus den Histogrammen des Kalorimeters in der Analyse in einzelne Sektoren aufzuteilen, kann man auch über die elastischen Ereignisse N^+ , N^- aller Sektoren summieren. Der statistische Fehler in der experimentellen Asymmetrie X^0 wird dabei um den Faktor $\sqrt{8} = 2.8$ (bzw. bei halbbestücktem Kalorimeter um den Faktor $\sqrt{4} = 2$) kleiner. Da sich die helizitätskorrelierten falschen Asymmetrien aufgrund von Positions- und Winkeldifferenzen für gegenüberliegende Detektormodule wegheben, erwartet man für die Positions- und Ortskoeffizienten $a^2 = a^3 = a^4 = a^5 = 0$. Diese Art der Analyse ist nur für die Datennahmen bei longitudinaler Spinstellung sinnvoll, weil man über keinerlei azimutaufgelöste Informationen mehr verfügt. Man erhält:

$$\langle \tilde{A}^{PV}(Q^2 = 0.23(\text{GeV}/c)^2) \rangle = (-5.77 \pm 0.57_{\text{stat}} \pm 0.30_{\text{syst}}) \cdot 10^{-6} \quad (6.56)$$

$$\langle \tilde{A}^{PV}(Q^2 = 0.11(\text{GeV}/c)^2) \rangle = (-1.41 \pm 0.29_{\text{stat}} \pm 0.14_{\text{syst}}) \cdot 10^{-6} \quad (6.57)$$

Die Regressionskoeffizienten sind in Tab. 6.12 aufgeführt. Man sieht, daß die solchermaßen bestimmten Asymmetrien sich nur etwa um ein halbes Prozent von den Asymmetrien unterscheiden, die mit der sektorenweise durchgeführten Regression bestimmt wurden. Die Koeffizienten a^2 bis a^5 für die Orts- und Winkeldifferenzen

Tabelle 6.12: Regressionskoeffizienten für die Messungen bei $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV longitudinal bei Regression über das ganze Kalorimeter. Die Koeffizienten a^2 bis a^5 für die Orts- und Winkeldifferenzen sind wie zu erwarten mit Null verträglich. Die Koeffizienten a^1 und a^6 stimmen jeweils gut mit den gemittelten Werten aus der sektorenweise durchgeführten Regression überein.

	E=854.3 MeV	570.4 MeV
a^1	+0.99±0.05	+1.18±0.04
a^2 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	0.18±7.11	+3.28±4.49
a^3 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	-7.85±6.97	-2.24±6.63
a^4 ($10^{-6}/\mu\text{rad}$)	-8.03±14.67	-33.06±42.11
a^5 ($10^{-6}/\mu\text{rad}$)	22.98±31.05	17.93±68.64
a^6 ($10^{-3} \cdot 10^{-6}/\text{eV}$)	7.8±27.3	15.9±15.8

sind wie zu erwarten mit Null verträglich. Ebenso stimmen die Regressionskoeffizienten a^1 und a^6 jeweils sehr gut mit den gemittelten Werten für a^1 und a^6 aus der sektorenweise durchgeführten Regression (Tab. 6.9) überein. Es entspricht auch der Erwartung, daß es keinen Unterschied machen sollte, ob man zunächst die Daten kombiniert und dann die Regression durchführt oder zunächst die Regression durchführt und dann die Resultate kombiniert, denn es handelt sich hier stets um lineare Operationen. Die implementierten Algorithmen arbeiten also korrekt.

Sektorenweise bestimmte physikalische Asymmetrien ohne Regressionsanalyse

Aus der geometrischen Berechnung der Wirkungsquerschnittsänderungen ist das Verhalten der apparativen Asymmetrien als Funktion der helizitätskorrelierten Strahldifferenzen prinzipiell bekannt (Kap. 6.2.1). Zudem trägt der symmetrische Detektoraufbau dazu bei, den Einfluß positions- oder winkelabhängiger falscher Asymmetrien weiter zu reduzieren (Kap. 6.3.1). Daher bietet es sich an, dieses Wissen zu nutzen und die physikalische Asymmetrie ohne Rückgriff auf die Regression zu bestimmen. Wegen der Kleinheit der Mittelwerte der helizitätskorrelierten Strahldifferenzen X^j wird hier folgendes Vorgehen gewählt: Die elastischen Ereignisse N_i^\pm eines Sektors im Datenlauf i werden summiert und anstatt auf die Targetdichte ρ_i^\pm auf die Luminosität L_i^\pm normiert, d. h.

$$A_i^{exp} \equiv X_i^0 = \frac{N_i^+/L_i^+ - N_i^-/L_i^-}{N_i^+/L_i^+ + N_i^-/L_i^-} \quad (6.58)$$

Durch die Normierung auf L anstatt auf ρ muß man nicht mehr auf die Strahlstromasymmetrie korrigieren. Die übrigen Korrekturen sind so klein, daß auf sie verzichtet wird und stattdessen die rechnerisch bestimmte Korrektur dem systematischen Fehler zugeschlagen wird. Dabei kann man entweder die konservativere Herangehensweise wählen und über alle Orts-, Winkel- und Energiedifferenzen summieren oder sich aber die Symmetrie-Eigenschaften des Kalorimeters zunutze machen, nach denen sich sowohl bei longitudinaler als auch bei transversaler Spinstellung die falschen Asymmetrien aufgrund der Positions- und Winkeldifferenzen herausmitteln (Kap. 6.3.1 und Kap. 6.3.2). Bei letzterer Herangehensweise wird nur der Beitrag der Energiedifferenz zum systematischen Fehler berücksichtigt. Die physikalischen Asymmetrie des Sektors s erhält man als gewichtetes Mittel über alle N Datenläufe,

$$A_s^{phys} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2} \cdot \frac{1}{P_i} X_i^0}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{(\Delta X_i^0)^2}} \quad (6.59)$$

und für den Fehler in der physikalischen Asymmetrie ΔA_S^{phys} erhält man:

$$(\Delta A_S^{phys})_{stat} = \frac{1}{\bar{P}} \cdot \frac{1}{\sqrt{N_{ges}}} \quad (6.60)$$

$$(\Delta A_S^{phys})_{syst} = \sqrt{\frac{1}{\bar{P}^2} \cdot \left((\Delta A_{target})^2 + \sum_{j=1}^6 \left(a_{calc}^j \cdot \bar{X}^j \right)^2 \right) + (\Delta A_{Pola})^2} \quad (6.61)$$

wobei mit $l = 2$ über apparativen Asymmetrien der Orts-, Winkel- und Energiedifferenzen summiert wird (konservative Abschätzung) und mit $l = 6$ nur über die der Energiedifferenz. Die Gesamtasymmetrie wird über alle Sektoren des Kalorimeters gemittelt. Es ergeben sich folgende Werte für die noch nicht auf Untergrundprozesse korrigierten paritätsverletzenden Asymmetrien $\langle \tilde{A}^{PV} \rangle$ und Normalspin-Asymmetrien $\langle \tilde{A}_{\perp} \rangle$ (alle Angaben in 10^{-6}):

Q^2	$l=2$	$l=6$
0.23 (GeV/c)^2	$\langle \tilde{A}^{PV} \rangle = -5.96 \pm 0.57_{stat} \pm 0.28_{syst}$	$\langle \tilde{A}^{PV} \rangle = -5.95 \pm 0.57_{stat} \pm 0.25_{syst}$
0.11 (GeV/c)^2	$\langle \tilde{A}^{PV} \rangle = -1.28 \pm 0.29_{stat} \pm 0.33_{syst}$	$\langle \tilde{A}^{PV} \rangle = -1.30 \pm 0.29_{stat} \pm 0.06_{syst}$
0.23 (GeV/c)^2	$\langle \tilde{A}_{\perp} \rangle = 8.47 \pm 2.31_{stat} \pm 0.41_{syst}$	$\langle \tilde{A}_{\perp} \rangle = 8.47 \pm 2.31_{stat} \pm 0.41_{syst}$
0.11 (GeV/c)^2	$\langle \tilde{A}_{\perp} \rangle = 11.18 \pm 0.89_{stat} \pm 1.85_{syst}$	$\langle \tilde{A}_{\perp} \rangle = 10.97 \pm 0.89_{stat} \pm 0.45_{syst}$

Zunächst ist zu bemerken, daß die Asymmetrien im Rahmen der Fehler mit den Asymmetrien übereinstimmen, die mit der sektorenweise durchgeführten Regression bestimmt wurden. Dies zeigt, daß die Korrekturen auf apparative Asymmetrien im A4-Experiment richtig behandelt werden. Beim größeren Impulsübertrag $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV/c)}^2$ erhält man bereits für die konservative Abschätzung, die die Orts- und Winkeldifferenzen im Fehler berücksichtigt ($l = 2$) einen kleineren systematischen Fehler als bei der sektorenweise durchgeführten linearen Regression. Bei den Daten mit niedrigerem Impulsübertrag $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV/c)}^2$ erhält man dagegen bei der konservativeren Abschätzung einen größeren Fehler. Hier sind die Mittelwerte \bar{X}^2 bis \bar{X}^5 deutlich größer als bei den Messungen mit bei $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV/c)}^2$. Setzt man allerdings die Detektorsymmetrie voraus und berücksichtigt nur die Energiedifferenzen ΔE , so erhält man kleinere Fehler als bei der sektorenweise durchgeführten Regression. Der systematische Fehler wird dann von der Polarisationskorrektur dominiert.

Vergleich der alternativen Vorgehensweise mit der linearen Regression

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die Asymmetrien, die mit der mehrdimensionalen linearen Regression bestimmt wurden, von den alternativen Vorgehensweisen im Rahmen der Fehler bestätigt werden. Der sektorenweise durchge-

fürten Regressionsanalyse wird im folgenden der Vorzug gegeben. Außer der Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen helizitätskorrelierter Strahldifferenz und entsprechender apparativer Asymmetrie werden keine weiteren Annahmen hineingesteckt. Man erhält bei diesem Verfahren entkorrelierte Asymmetrien für die einzelnen Sektoren mit konsistenter und mathematisch korrekter Fehlerbestimmung. Eine Regression über das Gesamtkalorimeter ist ebenfalls möglich und liefert nahezu das gleiche Resultat wie die sektorenweise durchgeführte Regression, wenn man dort über die Asymmetrie der Sektoren mittelt. Allerdings erhält man keine Informationen mehr über die Abhängigkeit der Asymmetrien vom Azimutstreuwinkel ϕ_e . Das Verfahren ist deshalb bei Datennahmen mit Transversal polarisation zur Messung der Normalspin-Asymmetrien A_{\perp} nicht anwendbar. Die Bestimmung der physikalischen Asymmetrien ohne Regressionsanalyse ist prinzipiell auch möglich. Allerdings ist man dort auf eine mehr oder minder willkürliche Abschätzung des systematischen Fehlers angewiesen.

6.3.6 Systematische Überprüfungen

Die Asymmetrien, die mit der sektorenweise durchgeführten linearen Regression bestimmt wurden, werden im folgenden systematischen Tests unterzogen. Dazu zählen der Vorzeichenwechsel bei Polarisationsumkehr, die Abhängigkeit der Größe der Asymmetrien vom Impulsübertrag Q^2 sowie die Untersuchung der statistischen Fluktuationen der Asymmetrien.

Vorzeichenwechsel bei Polarisationsumkehr

Eine grundlegender systematischer Test bei Asymmetriemessungen besteht in der Umkehr der Bedeutung der Polarisationszustände “+” und “-” ohne Eingriff in die Elektronik des Experiments, indem an der Quelle der polarisierten Elektronen mechanisch eine optische Halbwellenverzögerungsplatte eingesetzt wird (Kap. 3.2.2). Die zu messende physikalische Asymmetrie sollte dabei den Betrag nicht ändern, aber das Vorzeichen wechseln. Diese Halbwellenplatte wird daher im A4-Experiment auch Generalvorzeichenwechsler (GVZ) genannt. Etwa die Hälfte der Daten für jeden Datenpunkt wurde mit aus der Optik der Quelle herausgefahrener Halbwellenplatte (GVZ OUT) gemessen, die andere Hälfte mit eingesetzter Halbwellenplatte (GVZ IN). Getrennt nach Status der Halbwellenplatte (GVZ IN/ GVZ OUT) erhält man bei sektorenweise durchgeführter Regression folgende Asymmetrien:

	GVZ	Elast. Ereign. N	Meßzeit T	$\langle \tilde{A}^{PV} \rangle$ bzw. $\langle \tilde{A}_{\perp} \rangle$
854.3 MeV long.	OUT	$3.1 \cdot 10^{12}$	336.7 h	$(-5.61 \pm 0.79) \cdot 10^{-6}$
	IN	$1.7 \cdot 10^{12}$	179.5 h	$(+6.00 \pm 1.09) \cdot 10^{-6}$
570.4 MeV long.	OUT	$1.1 \cdot 10^{13}$	150.3 h	$(-0.93 \pm 0.43) \cdot 10^{-6}$
	IN	$8.9 \cdot 10^{12}$	122.3 h	$(+2.03 \pm 0.48) \cdot 10^{-6}$
855.2 MeV trans.	OUT	$3.8 \cdot 10^{11}$	36.2 h	$(+7.51 \pm 2.87) \cdot 10^{-6}$
	IN	$1.3 \cdot 10^{-6}$	12.2 h	$(-9.56 \pm 4.64) \cdot 10^{-6}$
569.3 MeV trans.	OUT	$1.7 \cdot 10^{12}$	24.2 h	$(+7.75 \pm 1.83) \cdot 10^{-6}$
	IN	$2.2 \cdot 10^{12}$	29.8 h	$(-9.49 \pm 1.46) \cdot 10^{-6}$

Der Vorzeichenwechsel tritt bei allen Datenpunkten auf. Die Beträge der jeweiligen Werte für GVZ IN / OUT sind im Rahmen der Fehler miteinander kompatibel. Für die Daten mit longitudinaler Polarisation sind die Asymmetrien der einzelnen Pakete in Abb. 6.15 aufgetragen. Der Vorzeichenwechsel der Asymmetrien bei Einsetzen des Generalvorzeichenwechslers ist schön zu beobachten.

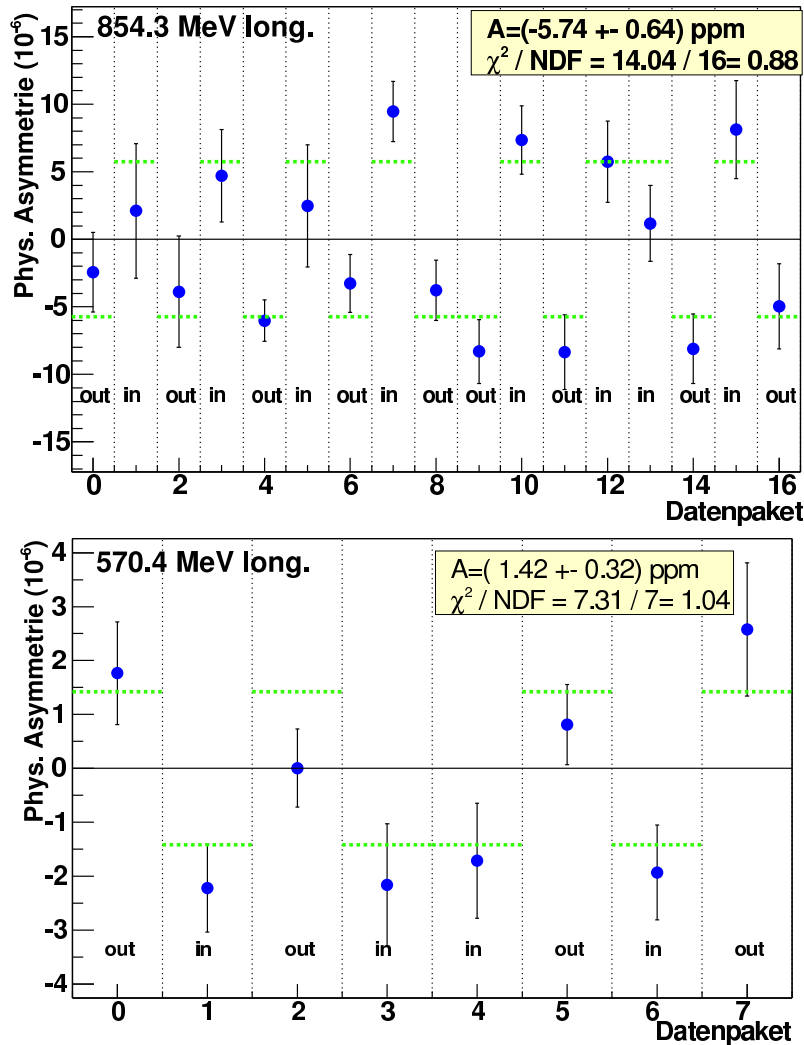


Abbildung 6.15: Asymmetrien für $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV/c)}^2$ und $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV/c)}^2$ berechnet für die Datenpakete, in denen jeweils die Datenläufe mit gleichem Halbwellenplatten-Status. Bei mit OUT bezeichneten Datenpaketen war die Halbwellenplatte (GVZ) an der Elektronenquelle herausgefahren, bei den mit IN bezeichneten Paketen war die Halbwellenplatte eingesetzt, dabei wird die Bedeutung von “+” und “-” in der Polarisation der Elektronen umgekehrt. Die physikalischen Asymmetrien wechseln ihr Vorzeichen. Bei der Messung mit $E=570.4 \text{ MeV}$ war die Bedeutung von “+” und “-” wegen der relativistischen Spinpräzession in MAMI vertauscht gegenüber der Messung bei $E=854.3 \text{ MeV}$, deshalb tragen die Asymmetrien entgegengesetzte Vorzeichen. An die Datenpunkte wurde eine Konstante angepaßt, wobei die Vorzeichen der Asymmetrien der mit IN bezeichneten Datenpakete zuvor invertiert wurden (gestrichelte grüne Linien).

Impulsübertragsabhängigkeit der Asymmetrien

Die paritätsverletzende Asymmetrie A^{PV} ist abhängig vom Impulsübertrag Q^2 und damit bei konstanter Strahlenergie E vom Polarstreuwinkel θ_e (Gl. 2.51-2.53). Die sieben Ringe des Kalorimeters lassen sich nutzen, um das Verhalten der experimentell bestimmten Asymmetrien als Funktion des Polarwinkels θ_e zu überprüfen. Ring 1 entspricht einem mittleren Streuwinkel $\theta_e = 39.2^\circ$, Ring 7 einem mittleren Streuwinkel von $\theta_e = 30.8^\circ$ (Tab. A.1 in Anhang A.1).

Im Bereich zwischen $30^\circ \leq \theta_e \leq 40^\circ$ variiert die Asymmetrie A_0 ohne Strangeness-Beitrag zwischen $3.89 \cdot 10^{-6}$ und $8.90 \cdot 10^{-6}$ bei $E=854.3$ MeV bzw. zwischen $1.28 \cdot 10^{-6}$ und $2.90 \cdot 10^{-6}$ bei $E=570.4$ MeV und damit um mehr als ein Faktor 2. Die Änderung bei $E=854.3$ MeV beträgt etwa $5 \cdot 10^{-6}$ und ist damit etwa neunmal größer als die Unsicherheit der experimentell gemessenen Asymmetrie $\Delta\langle\tilde{A}^{PV}\rangle = 0.64 \cdot 10^{-6}$. Die Q^2 -Abhängigkeit sollte also erkennbar sein. Die Regressionskoeffizienten a^j wurden mit der sektorenweise durchgeführten linearen Regression über die Ringe 2-6 wie in Kap. 6.3.4 berechnet. Mit diesen Koeffizienten wurden die Asymmetrien getrennt für die einzelnen Ringe des Kalorimeters berechnet, indem man statt der elastischen Ereignisse eines ganzen Sektors jeweils nur die Ereignisse verwendet, die in dem Sektor aus dem entsprechenden Ring stammen. Hierbei wurden auch die äußeren Ringe 1 und 7 berücksichtigt. Man erhält für die Messungen bei longitudinaler Spinnstellung folgende physikalischen Asymmetrien:

E=854.3 MeV:

	Ring 1	Ring 2	Ring 3	Ring 4	Ring 5	Ring 6	Ring 7
$Q^2(\text{GeV}/c)^2$	0.285	0.267	0.250	0.234	0.218	0.203	0.189
$\langle\tilde{A}^{PV}\rangle(10^{-6})$	8.50	7.48	5.78	5.78	4.74	5.91	4.80
$\Delta\langle\tilde{A}^{PV}\rangle(10^{-6})$	1.75	1.44	1.33	1.24	1.15	1.07	1.10

E=570.4 MeV:

	Ring 1	Ring 2	Ring 3	Ring 4	Ring 5	Ring 6	Ring 7
$Q^2(\text{GeV}/c)^2$	0.135	0.126	0.118	0.110	0.102	0.095	0.088
$\langle\tilde{A}^{PV}\rangle(10^{-6})$	3.01	2.25	1.76	1.32	0.79	1.28	2.04
$\Delta\langle\tilde{A}^{PV}\rangle(10^{-6})$	0.86	0.75	0.70	0.66	0.62	0.58	0.60

Abb. 6.16 zeigt die Resultate für die beiden Messungen bei longitudinaler Spinnstellung. Zusätzlich eingezeichnet ist die Asymmetrie A_0 aus dem Standardmodell ohne Strangeness-Beitrag. Man erkennt, daß die experimentell bestimmten Asymmetrien mit dem Impulsübertrag anwachsen und systematisch kleiner sind als die Erwartung ohne Strangeness-Beitrag.

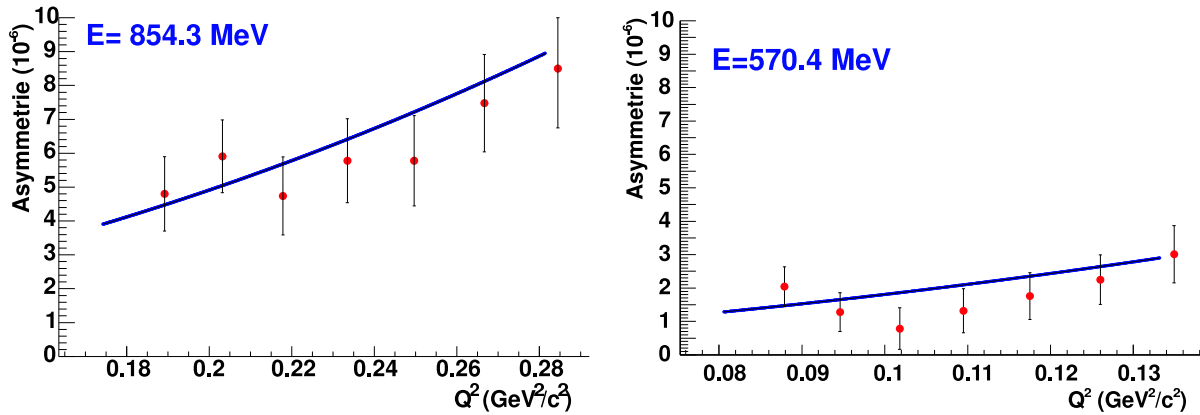


Abbildung 6.16: Experimentell bestimmte Asymmetrien der einzelnen Kalorimeterringe 1 bis 7. Jeder Ring entspricht einem anderen Polarstreuwinkel θ_e und damit einem anderen Impulsübertrag Q^2 . Links die Asymmetrien für die Strahlenergie $E=854.3$ MeV, rechts für die Strahlenergie $E=570.4$ MeV, jeweils longitudinale Spinstellung. Die Asymmetrien werden mit zunehmenden Impulsübertrag größer. Zusätzlich eingezeichnet ist die Asymmetrie ohne Strangeness-Beitrag A_0 . Die gemessenen Asymmetrien folgen dem Verlauf, liegen aber systematisch unterhalb der Kurve für A_0 .

Statistische Fluktuation der Asymmetrie

Zum Zwecke einer weiteren systematischen Überprüfung wird hier die statistische Verteilung der Asymmetrien untersucht. Histogrammiert man die auf apparative Asymmetrien und Polarisation korrigierten Asymmetrien \tilde{A}_{PV} jedes einzelnen Datenlaufs, so erwartet man aufgrund der Zählstatistik eine gaußförmige Verteilung mit einer Standardabweichung von

$$\sigma = \frac{1}{P} \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{run}}} \quad (6.62)$$

wobei N_{run} die Anzahl der elastischen Ereignisse pro Datenlauf ist und P der Polarisationsgrad des Elektronstrahls. Für die Messungen bei 854.3 MeV erwartet man aufgrund der Zählstatistik daher eine Breite von $37.96 \cdot 10^{-6}$ und für die Messungen bei 570.4 MeV eine Breite von $16.76 \cdot 10^{-6}$. In Abb. 6.17 sind die histogrammierten Asymmetrien aufgetragen. Wie man sieht, entsprechen die tatsächlichen Breiten von $40.57 \cdot 10^{-6}$ bzw. $17.06 \cdot 10^{-6}$ sehr gut diesen Erwartungen. Zusätzlich wurde eine Gaußfunktion an die Histogramme angepaßt. Dabei wurde der Anpassungsbereich auf ein Intervall von \pm drei RMS-Breiten um den Mittelwert festgelegt. Die Asymmetrien folgen wie erwartet einer Gaußverteilung. Die größere Breite σ der Verteilung bei $E=854.3$ MeV ist auf die größeren Targetdichte-Fluktuationen zurückzuführen, die in der ersten Hälfte dieses Datensatzes auftraten. Bringt man nur die Polarisationskorrektur an, ergeben sich Breiten von $59.62 \cdot 10^{-6}$ bzw.

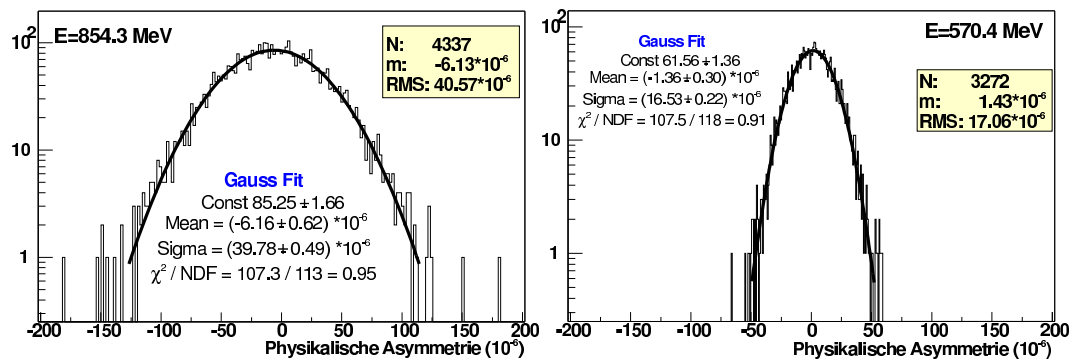


Abbildung 6.17: Histogrammierte physikalische Asymmetrien für $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV bei longitudinaler Spinstellung. Die korrigierte Asymmetrien jedes einzelnen Datenlaufs wurden in das Histogramm eingefüllt. Wegen der höheren Rate bei kleinerer Energie streuen die Asymmetrien dort deutlich weniger.

$20.11 \cdot 10^{-6}$. Daran erkennt man, daß die Normierung auf Targetdichte und die Korrekturen auf apparative Asymmetrien die Verteilung tatsächlich schmäler machen und bei der Bestimmung der physikalischen Asymmetrie hilfreich sind.

6.3.7 Korrektur der Asymmetrien auf Untergrundprozesse

Neben der elastischen Streuung der Elektronen an Protonen treten eine Reihe weiterer Prozesse auf, die die Bestimmung der Asymmetrie in der elastischen Streuung verfälschen können. Die Energieauflösung des PbF_2 -Kalorimeters erlaubt eine saubere Trennung in hoch- und niederenergetische Ereignisse, so daß Elektronen, die an der Pion- oder Deltaproduktion beteiligt waren, von der Asymmetrieberechnung ausgeschlossen werden können. Es bleiben zwei Prozesse übrig, bei denen die im Detektor nachgewiesenen Teilchen energetisch im Bereich des elastischen Linie liegen können und daher durch die Festlegung des elastischen Schnitts nicht separiert werden können.

Zerfall eines neutralen Pions in zwei Photonen Ein möglicher Prozeß ist die Erzeugung eines neutralen Pions (π_0), welches nachfolgend in zwei Photonen (γ) zerfällt. Im Ruhesystem des Pions haben die beiden Photonen die gleiche Energie und einen Winkel von 180° zueinander. Bedingt durch den Boost ins Laborsystem kann ein Photon allerdings fast die Energie eines elastisch gestreuten Elektrons tragen und ist daher in unserem Kalorimeter, welches elektromagnetische Schauer nachweist, nicht von den elastischen Ereignissen zu trennen. Dieser Prozeß wurde in

Monte-Carlo-Simulationen untersucht. Danach führt die Beimischung dieser Photonen zu einer Modifikation der gemessenen Asymmetrie um $1\% \pm 1\%$ [85]. Wegen der Kleinheit des Effekts wird auf eine Korrektur der Asymmetrie verzichtet und die Unsicherheit von 1% dem systematischen Fehler zugeschlagen.

Quasielastische Streuung an Aluminium Ein weiterer möglicher Prozeß ist die Streuung der Elektronen am Aluminium der Ein- und Austrittsfenster des Targets. Möglich sind elastische und quasielastische Streuung. Da der Wirkungsquerschnitt für elastische Streuung um mehr als den Faktor 1000 gegenüber dem Wirkungsquerschnitt für quasielastische Streuung unterdrückt ist, wird nur die quasielastische Streuung betrachtet. Die aus Aluminium bestehenden Ein- und Austrittsfenster des Targets haben eine Gesamtdicke von etwa $250 \mu\text{m}$. Die Streurate an Aluminium wurde mit Hilfe eines 2.5 mm dicken Aluminiumtargets am Strahl bestimmt. Es ergibt sich, daß das Verhältnis der Rate der quasielastischen Streuung an Aluminium zur Rate der elastischen Streuung am Wasserstoff $R=0.064$ beträgt. Die Asymmetrie A^{alu} bei der Streuung an Aluminium kann in der statischen Näherung berechnet werden, in der man die Aluminiumkerne als Komposita aus $Z=13$ Protonen und $N=14$ Neutronen betrachtet. Die über den Raumwinkel des Kalorimeters gemittelten Asymmetrien $\langle A_0 \rangle$ bei der Streuung an Protonen und Neutronen lassen sich bei longitudinaler Spinstellung aus Gl. 2.51 und Gl. 2.52 berechnen. Bei Neutronen verwendet man anstatt der Formfaktoren des Protons die des Neutrons. Bei transversaler Spinstellung wurde die Asymmetrie von B. Pasquini abgeschätzt. Der Wirkungsquerschnitt σ für die Streuung an Proton und Neutron kann mit der Rosenbluth-Formel Gl. 4.1 berechnet werden. Die Asymmetrie in der quasielastischen Streuung an Aluminium kann dann wie folgt bestimmt werden:

$$A_{alu} = \frac{13 \cdot \sigma_{\text{Proton}} \cdot \langle A_{\text{Proton}} \rangle + 14 \cdot \sigma_{\text{Neutron}} \cdot \langle A_{\text{Neutron}} \rangle}{13 \cdot \sigma_{\text{Proton}} + 14 \cdot \sigma_{\text{Neutron}}} \quad (6.63)$$

Die Korrektur, die aufgrund der Beimischung der quasielastisch am Aluminium gestreuten Elektronen an die Asymmetrie $\langle \tilde{A}^{phys} \rangle$ angebracht werden muß, kann folgendermaßen hergeleitet werden: Die beobachtete Asymmetrie $\langle \tilde{A}^{phys} \rangle$ setzt sich zusammen aus den Asymmetrien der elastischen Streuung am Proton und der quasielastischen Streuung am Aluminium, gewichtet mit der Streurrate N_p bzw. N_{alu} :

$$\tilde{A}^{phys} = \frac{N_p \cdot A^{phys} + N_{alu} \cdot A_{alu}}{N_p + N_{alu}} \quad (6.64)$$

Ziel ist es, den Korrekturbeitrag A^{Korr} zu bestimmen, der an die beobachtete Asymmetrie $\langle \tilde{A}^{phys} \rangle$ angebracht werden muß:

$$A^{phys} = \tilde{A}^{phys} + A^{Korr} \quad (6.65)$$

Im folgenden muß zwischen longitudinaler und transversaler Spinstellung unterschieden werden. Setzt man bei longitudinaler Spinstellung das Verhältnis der Streuraten $R=N_{alu}/N_p$ in die Gleichung ein, so erhält man:

$$\tilde{A}^{phys} = \frac{A^{phys} + R \cdot A_{alu}}{1 + R} \quad (6.66)$$

Die Asymmetrie im Aluminium A_{alu} berechnet man ohne Strangeness-Beitrag, addiert sie hier aber zur physikalischen Asymmetrie am Proton mit Strangeness-Beitrag. Daher klammert man A^{phys} aus und dividiert den zweiten Term im Zähler Gl. 6.66 durch die Asymmetrie am Proton ohne Strangeness-Beitrag A_0 . Dabei wird angenommen, daß das Verhältnis von Asymmetrie ohne Strange-Beitrag zu Asymmetrie mit Strange-Beitrag für Proton und Aluminium gleich ist. Man erhält

$$\tilde{A}^{phys} = A^{phys} \cdot \frac{1 + R \cdot \frac{A_{alu}}{A_0}}{1 + R} \quad (6.67)$$

Für die Korrektur A^{Korr} ergibt sich also:

$$A_{long}^{Korr} = \langle \tilde{A}^{phys} \rangle \cdot \left(\frac{1 + R}{1 + R \frac{\langle A_{alu} \rangle}{\langle A_0 \rangle}} - 1 \right) \quad (6.68)$$

Bei transversaler Spinstellung wird der letzte Schritt Gl. 6.67 nicht durchgeführt. Für die Korrektur ergibt sich:

$$A_{trans}^{Korr} = R \cdot \left(\langle \tilde{A}^{phys} \rangle - \langle A_{alu} \rangle \right) \quad (6.69)$$

Bei longitudinaler Spinstellung kann die Unsicherheit bei der Asymmetrie A_{alu} aus den Unsicherheiten der Asymmetrien A_{Proton} und $A_{Neutron}$ berechnet werden, welche wiederum aus den Unsicherheiten in der Kenntnis der Formfaktoren stammen. Bei transversaler Spinstellung werden die Asymmetrien A_{alu} aus einer Modellrechnung bestimmt. Hier wird eine Unsicherheit von 50% bei der Asymmetrie angenommen. Für das Verhältnis R der Raten der elastisch zu den quasielastisch gestreuten Elektronen wird eine Unsicherheit von 20% angenommen. Die sich ergebenden Korrekturen A^{Korr} sind in Tab. 6.13 aufgeführt.

Tabelle 6.13: Größen zur Berechnung der Asymmetrie bei der quasielastischen Streuung an Aluminium, Korrekturbeitrag zur experimentell beobachteten Asymmetrie $\langle \tilde{A}^{phys} \rangle$ und korrigierte Asymmetrien $\langle A^{phys} \rangle$.

	854.3 MeV long.	570.4 MeV long.	855.2 MeV trans.	569.3 MeV trans.
$\langle \tilde{A}^{phys} \rangle (10^{-6})$	-5.74	-1.42	-8.34	-8.74
$\Delta \langle \tilde{A}^{phys} \rangle (10^{-6})$	0.64	0.31	2.46	1.17
R (quasiel./el.)	0.064	0.064	0.064	0.064
ΔR	0.013	0.013	0.013	0.013
$\langle A_{Proton} \rangle (10^{-6})$	-6.25	-2.06	-9.90	-16.36
$\Delta \langle A_{Proton} \rangle (10^{-6})$	0.44	.14		
$\langle A_{Neutron} \rangle (10^{-6})$	-23.62	-9.94	16.87	35.79
$\Delta \langle A_{Neutron} \rangle (10^{-6})$	1.61	0.83		
$\sigma_{Proton} (\mu\text{barn})$	0.141	0.477	0.140	0.480
$\sigma_{Neutron} (\mu\text{barn})$	0.025	0.049	0.025	0.049
$\langle A_{alu} \rangle (10^{-6})$	-8.99	-2.82	-5.63	-11.16
$\Delta \langle A_{alu} \rangle (10^{-6})$	0.45	0.15	2.81	5.58
A^{Korr}	0.15	0.03	-0.17	0.15
ΔA^{Korr}	0.05	0.01	0.24	0.36
$\langle A^{phys} \rangle (10^{-6})$	-5.59	-1.39	-8.51	-8.59
$\Delta \langle A^{phys} \rangle (10^{-6})$	0.64	0.31	2.48	1.22

6.4 Bestimmung der physikalischen Asymmetrie - Zusammenfassung

Die physikalischen Asymmetrien - bei longitudinaler Polarisation der Elektronen die paritätsverletzende Asymmetrie A_{PV} , bei transversaler Polarisation die Normalspin-Asymmetrie A_{\perp} nach allen Korrekturen betragen für die beiden Impulsüberträge:

Impulsübertrag	Asymmetrie
0.23 (GeV/c)^2	$A_{PV} = (-5.59 \pm 0.57_{stat} \pm 0.29_{syst}) \cdot 10^{-6}$
0.23 (GeV/c)^2	$A_{\perp} = (-8.51 \pm 2.31_{stat} \pm 0.89_{syst}) \cdot 10^{-6}$
0.11 (GeV/c)^2	$A_{PV} = (-1.39 \pm 0.29_{stat} \pm 0.12_{syst}) \cdot 10^{-6}$
0.11 (GeV/c)^2	$A_{\perp} = (-8.59 \pm 0.89_{stat} \pm 0.83_{syst}) \cdot 10^{-6}$

Die Größe der Korrekturen an der Asymmetrie und deren Beiträge zum systematischen Fehler sind in den Tabellen 6.14 und 6.15 aufgeschlüsselt.

Die Korrekturen auf apparative Asymmetrien wurden in einer Korrelationsanalyse ermittelt, daher ist die direkte Angabe einzelner Fehlerbeiträge nicht möglich. Deshalb wird folgendermaßen vorgegangen: Bei den Strahldifferenzen wird, um den Einfluß eines Parameters zu bestimmen, dieser aus der Regression herausgenommen, d. h. die Regression wird nur für $n=5$ Variable X^1 - X^5 durchgeführt. Aus

Tabelle 6.14: Korrekturen und Beiträge zum systematischen Fehler für die Asymmetrien bei longitudinaler Spinstellung, $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV/c)}^2$ und $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV/c)}^2$.

	E=854.3 MeV long.		E=570.4 MeV long.	
	Korrektur (10^{-6})	Fehlerbeitrag (10^{-6})	Korrektur (10^{-6})	Fehlerbeitrag (10^{-6})
Luminosität	-0.06	0.10	+0.01	0.02
Linearitätskorrektur LuMo	-0.23	0.04	+0.04	0.00
Totzeitkorrektur	-0.11	0.08	+0.03	0.02
A_I	+0.64	0.04	-0.33	0.04
ΔE_e	-0.05	0.02	-0.33	0.04
$\Delta x, \Delta y$	-0.03	0.02	+0.01	0.09
$\Delta x', \Delta y'$	+0.03	0.03	+0.01	0.09
Aluminiumfenster	+0.15	0.05	+0.03	0.01
Beimischung π^0 -Zerfall	± 0.00	0.06	± 0.00	0.01
P_e Messung	-1.07	0.11	-0.34	0.03
P_e Interpolation	± 0.00	0.19	± 0.00	0.05
Gesamte Korrektur/gesamter Fehler	-0.16	0.29	-0.94	0.12

den Differenzen der Fehler nach Mittelung über alle Datenläufe und Sektoren zwischen $n=6$ und $n=5$ Parametern folgt der Beitrag des ausgelassenen Parameters zum Fehler. Der Beitrag zur Korrektur wird dadurch bestimmt, daß nach Berechnung der Kovarianz- und Korrelationsmatrizen die Werte des zu untersuchenden Strahlparameters X^j zu Null gesetzt werden. Aus der Differenz der so bestimmten Asymmetrie zur Asymmetrie ohne dieses Vorgehen bestimmt sich der Beitrag des Strahlparameters j zur Korrektur. Der Beitrag der Luminosität auf die Korrektur wird ermittelt, indem bei der Berechnung der Rohasymmetrien A^{exp} statt auf die Targetdichte ρ auf den Strahlstrom I normiert wird und mit diesen Rohasymmetrien die Regressionsanalyse durchgeführt wird. Aus der Differenz des so erhaltenen Ergebnisses zur Asymmetrie, die sich bei der Regressionsanalyse mit den auf Targetdichte normierten Rohasymmetrien ergibt, folgt der Beitrag der Luminositätsnormierung zur Korrektur; aus der Differenz der beiden Fehler folgt der Beitrag zum Gesamtfehler. Der Einfluß der Linearitätskorrektur der Luminositätsmonitore wird analog ermittelt, indem anstatt der linearisierten Luminositäten die Roh-Luminositäten verwendet werden. Bei den anderen Korrekturen lassen sich die Korrektur- und Fehlerbeiträge direkt bestimmen. Da bei den apparativen Asymmetrien Korrelationen auftreten, kann die quadratische Summe der Einzelbeiträge zum Fehler größer sein als der Gesamtfehler. Ebenso kann sich bei der Aufsummierung der Einzelbeiträge der Korrekturen ein anderer Wert als die Gesamtkorrektur ergeben, da sich beispielsweise bei einer Änderung der Zählratennormierung unterschiedliche Eingangsgrößen der Regression ergeben und damit verschiedene, nicht vergleichbare Regressionskoeffizienten berechnet werden.

Man liest aus den Tabellen ab, daß die Korrektur auf die Polarisation in allen Datenpunkten den größten Korrekturbeitrag von $-1.07 \cdot 10^{-6}$ bzw. $-0.34 \cdot 10^{-6}$ bei longitudinaler Polarisation und $-2.09 \cdot 10^{-6}$ bzw. $-1.57 \cdot 10^{-6}$ bei transversaler Polarisation liefert. Darüberhinaus fällt bei allen Datenpunkten die Korrektur auf die Strahlstromasymmetrie ins Gewicht. Der systematische Fehler, unter dem hier alle Beiträge summiert werden, die nicht von der Zählstatistik herrühren, ist bei allen Datenpunkten kleiner als der statistische Fehler. Die Beiträge der helizitätskorrelierten Strahldifferenzen zum systematischen Fehler sind klein, weil die Regressionsbedingung Gl. 6.41 erfüllt ist. Wo allerdings der Mittelwert einer Strahlparameterdifferenz nicht sehr viel kleiner ist als ihre Standardabweichung, ergeben sich verhältnismäßig große Fehlerbeiträge. So ist zum Beispiel bei der Messung mit $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV}/c)^2$ und transversaler Spinstellung das Verhältnis des Mittelwertes der Energiedifferenz $\overline{\Delta E}$ zu ihrer Standardabweichung $\sigma_{\Delta E}$ mit $|\overline{\Delta E}|/\sigma_{\Delta E} \approx 0.8$ nicht weit von 1 entfernt. Entsprechend ist bei diesem Datenpunkt der Fehlerbeitrag der Korrektur auf die von der Energiedifferenz hervorgerufenen apparativen Asymmetrie mit $0.48 \cdot 10^{-6}$ der größte Einzelbeitrag.

Tabelle 6.15: Korrekturen und Beiträge zum systematischen Fehler für die Asymmetrien bei transversaler Spinstellung, $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV}/c)^2$ und $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV}/c)^2$.

	E=855.2 MeV long.		E=569.3 MeV long.	
	Korrektur (10^{-6})	Fehlerbeitrag (10^{-6})	Korrektur (10^{-6})	Fehlerbeitrag (10^{-6})
Targetdichte	-0.74	0.10	-0.41	0.08
Linearitätskorrektur LuMo	-0.55	0.00	-0.32	0.00
Totzeitkorrektur	+0.24	0.19	+0.04	0.12
A_I	+1.51	0.04	-0.32	0.03
ΔE_e	-0.08	0.10	+0.94	0.48
$\Delta x, \Delta y$	-0.18	0.27	-0.01	0.15
$\Delta x', \Delta y'$	-0.27	0.36	-0.03	0.15
Aluminiumfenster	-0.17	0.24	+0.15	0.36
Beimischung π^0 -Zerfall	± 0.00	0.08	± 0.00	0.09
P_e Messung	-2.09	0.17	-1.57	0.18
P_e Interpolation	± 0.00	0.29	± 0.00	0.30
Gesamte Korrektur/gesamter Fehler	-1.10	0.83	+0.87	0.76

Kapitel 7

Schlußfolgerungen

Im vorangegangenen Kapitel wurden die physikalischen Asymmetrien für die elastische Elektron-Proton-Streuung bei longitudinaler und transversaler Polarisation bei den zwei Impulsüberträgen $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV}/c)^2$ und $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV}/c)^2$ bestimmt. In diesem Kapitel wird nun die Bedeutung der paritätsverletzenden Asymmetrien A_{PV} hinsichtlich eines Beitrags der Strangeness zu den Vektorformfaktoren des Protons diskutiert. Zudem werden die Resultate mit denen anderer Experimente verglichen, die sich mit paritätsverletzender Elektronstreuung befassen. Die Normalspin-Asymmetrien A_{\perp} werden mit Modellrechnungen verglichen. Das Kapitel endet mit einem Ausblick über das künftige Meßprogramm der A4-Kollaboration.

7.1 Beitrag der Strangeness zu den Vektorformfaktoren

7.1.1 Elektromagnetische Formfaktoren und axialer Formfaktor

Um die Strange-Formfaktoren G_E^s und G_M^s aus den gemessenen Asymmetrien zu bestimmen, ist die Kenntnis der elektromagnetischen Formfaktoren $G_{E,M}^{p,n}$ von Proton und Neutron und des axialen Formfaktors \tilde{G}_A^p erforderlich. Die Berechnung der elektromagnetischen Formfaktoren erfolgt nach einer jüngst veröffentlichten Parametrisierung von Friedrich et. al [95]. Dort wird das Nukleon als ein Kern aus Konstituentenquarks umgeben von einer Pionen-Wolke modelliert. Die Formfaktoren des Nukleons werden mit folgendem Ansatz parametrisiert:

$$G_N(Q^2) = G_S(Q^2) + a_b \cdot Q^2 G_b(Q^2) \quad (7.1)$$

mit

$$G_S(Q^2) = \frac{a_{10}}{(1 + Q^2/a_{11})^2} + \frac{a_{20}}{(1 + Q^2/a_{21})^2} \quad (7.2)$$

$$G_B(Q^2) = \exp^{-\frac{1}{2}(\frac{Q-Q_b}{\sigma_b})^2} + \exp^{-\frac{1}{2}(\frac{Q+Q_b}{\sigma_b})^2} \quad (7.3)$$

Die Parameter wurden an einen umfangreichen Satz von Messungen angepaßt. Die Werte sind folgendermaßen [95]:

	a_{10}	a_{11} (GeV/c) ²	a_{20}	a_{21} (GeV/c) ²	a_b (GeV/c) ⁻²	σ_b (GeV/c)	Q_b (GeV/c)
G_E^p	1.041(40)	0.765(66)	-0.041	6.2(5.0)	-0.23(18)	0.07(88)	0.27(29)
G_M^p/μ_p	1.002(07)	0.749(06)	-0.002	6.0(3.4)	-0.13(03)	0.35(07)	0.21(03)
G_E^n	1.04(10.7)	1.73	-1.04	1.54(1.94)	0.23(15)	0.29(17)	0.20(09)
G_M^n/μ_n	1.012(06)	0.770(10)	-0.012	6.8(3.0)	-0.28(3)	0.33(03)	0.14(02)

In Abb. 7.1 ist der Verlauf der Formfaktoren im Bereich $Q^2 \leq 1(\text{GeV}/c)^2$ dargestellt. Es wird eine Unsicherheit von 3% bei G_E^p und G_M^p , von 5% bei G_M^n und 10% bei G_E^n angenommen. Für den axialen Formfaktor spielen Strahlungskorrekturen eine wichtige Rolle. Er wird nach [38] im \overline{MS} -Renormierungsschema folgendermaßen berechnet:

$$G_A^p(Q^2) = G_A^p(0) \times G_A^D(Q^2) \quad , \quad G_A^D(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/M_A^2)^2} \quad (7.4)$$

Für $G_A^p(0)$ gilt:

$$G_A^p(0) = -g_A (1 + R_A^p) + \Delta s \quad (7.5)$$

mit

R_A^p	$= R_A^{(T=1)SM} + 1.44 R_A^{(T=1)anap} + R_A^{(T=0)SM} + 1.44 R_A^{(T=0)anap}$
$R_A^{(T=1)SM}$	$= -0.18$ isovektorielle axiale Strahlungskorrektur in \overline{MS}
$R_A^{(T=0)SM}$	$= +0.07$ isoskalare axiale Strahlungskorrektur in \overline{MS}
$R_A^{(T=1)anap}$	$= -0.06 \pm 0.24$ isovektorielle axiale Anapolstrahlungskorrektur on-shell
$R_A^{(T=0)anap}$	$= +0.01 \pm 0.14$ isoskalare axiale Anapolstrahlungskorrektur on-shell
ΔS	$= -0.045 \pm 0.007$ Beitrag der s-Quarks zum Nukleonspin nach [21]
g_A	$= +1.267 \pm 0.004$ axiale Ladung des Nukleons aus dem β -Zerfall [18]
M_A	$= +1.032 \pm 0.036$ axiale Masse

Mit den angegebenen Werten erhält man $G_A^p(0) = -1.081 \pm 0.399$. Durch die Wahl des neueren Wertes von $\Delta S = -0.045 \pm 0.007$ nach [21] an Stelle des bisher gebräuchlichen Wertes $\Delta S = -0.1 \pm 0.1$ vermindert sich der Betrag des axialen Formfaktors um etwa 5% und sein Fehler um etwa 3%.

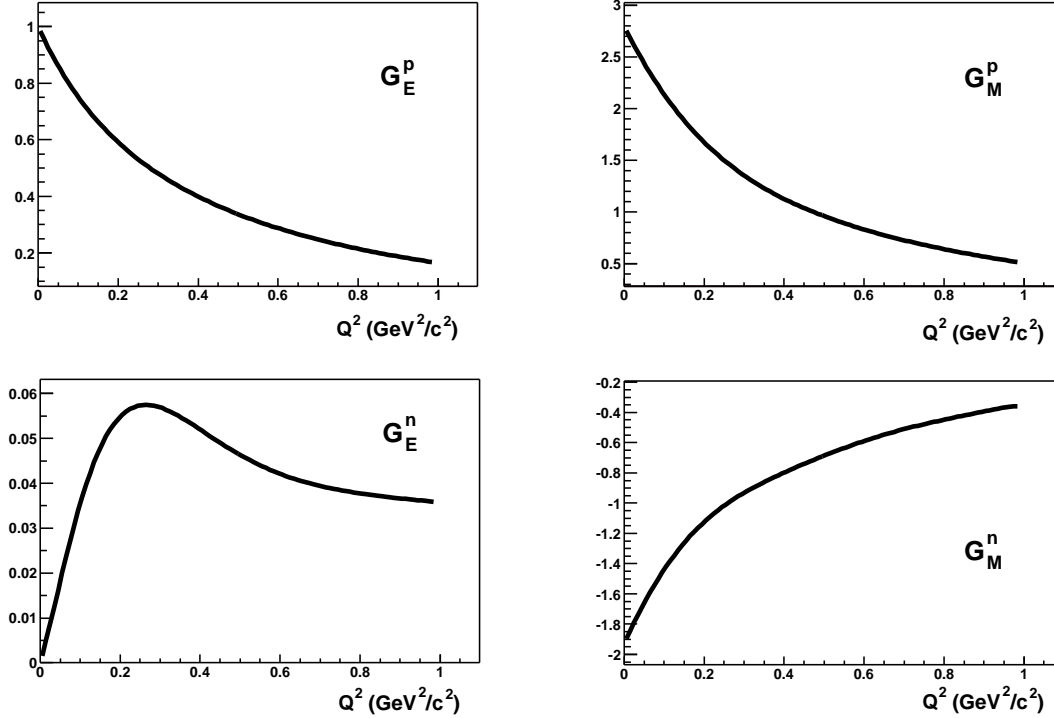


Abbildung 7.1: Elektromagnetische Formfaktoren des Protons und Neutrons gegen den Impulsübertrag Q^2 aufgetragen. Die Berechnung folgt einer kürzlich veröffentlichten Parametrisierung von Friedrich et. al [95].

Die numerischen Werte der Formfaktoren bei einem Impulsübertrag $Q^2 = 0.230 (\text{GeV}/c)^2$ und $Q^2 = 0.108 (\text{GeV}/c)^2$ sind in folgender Tabelle angegeben. Die elektromagnetischen Formfaktoren wurden nach Friedrich et al. [95], der axiale Formfaktor wurde nach Zhu et al. [38] berechnet:

	$Q^2 = 0.230 (\text{GeV}/c)^2$	$Q^2 = 0.108 (\text{GeV}/c)^2$
G_E^p	$+0.554 \pm 0.017$	$+0.736 \pm 0.022$
G_M^p	$+1.565 \pm 0.047$	$+2.094 \pm 0.063$
G_E^n	$+0.057 \pm 0.006$	$+0.038 \pm 0.004$
G_M^n	-1.058 ± 0.053	-1.410 ± 0.071
\tilde{G}_A^p	-0.732 ± 0.270	-0.892 ± 0.329

7.1.2 Strange-Formfaktoren G_E^S und G_M^S

Aus der Differenz zwischen gemessener Asymmetrie A_{PV} und der aus dem Standardmodell ohne Strangeness-Beitrag berechneten Asymmetrie A_0 kann man den Beitrag der Strange-Quarks zu den Formfaktoren bestimmen.

Die gemessenen paritätsverletzenden Asymmetrien A_{PV} nach Anbringung aller Korrekturen seien hier noch einmal wiedergegeben:

$$\begin{aligned} Q^2 = 0.230 \text{ (GeV}/c)^2: & \quad A_{PV} = (-5.59 \pm 0.57_{\text{stat}} \pm 0.29_{\text{syst}}) \cdot 10^{-6} \\ Q^2 = 0.108 \text{ (GeV}/c)^2: & \quad A_{PV} = (-1.39 \pm 0.29_{\text{stat}} \pm 0.12_{\text{syst}}) \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

Die Formeln für die Asymmetrie im Rahmen des Standardmodells wurden bereits in Kap. 2 vorgestellt und sollen hier der besseren Übersichtlichkeit halber noch einmal wiedergegeben werden:

$$A_{PV} = A_0 + A_S = A_V + A_A + A_S \quad (7.6)$$

Die einzelnen Beiträge sind:

$$A_V = -\frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \rho'_{eq} \left\{ (1 - 4\hat{\kappa}'_{eq} \hat{s}_Z^2) - \frac{\varepsilon G_E^p G_E^n + \tau G_M^p G_M^n}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right\} \quad (7.7)$$

$$A_A = \frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \left\{ \frac{(1 - 4\hat{s}_Z^2) \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\tau(1 + \tau)} G_M^p \tilde{G}_A^p}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right\} \quad (7.8)$$

$$A_S = \frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \rho'_{eq} \left\{ \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{\varepsilon (G_E^p)^2 + \tau (G_M^p)^2} \right\} \quad (7.9)$$

mit

G_μ	$= 1.16637(1) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$	Fermi-Kopplungskonstante aus dem μ -Zerfall [18]
α	$= 1/137.03599911(46)$	Feinstrukturkonstante [18]
Q^2	$= -q^2 = (k_i - k_f)^2$	Negativer Vierer-Impulsübertrag
τ	$= Q^2/4m_p$	kinematischer Parameter
m_p	$= 938.272029(80) \text{ MeV}/c^2$	Protonenmasse [18]
ε	$= \varepsilon = [1 + 2(1 + \tau) \tan^2 \frac{\Theta}{2}]^{-1}$	kinematischer Parameter
\hat{s}_Z^2	$= 0.23120(15)$	schwacher Mischungswinkel $\sin \theta_w(m_z)_{\overline{MS}}$ in \overline{MS} [18]
Θ	$= 32.1^\circ - 38.5^\circ$	Streuwinkel im Laborsystem
ρ'_{eq}	$= 0.9878$	elektroschwache Strahlungskorrektur in \overline{MS} nach [18]
$\hat{\kappa}'_{eq}$	$= 1.0027$	elektroschwache Strahlungskorrektur in \overline{MS} nach [18]

Da im A4-Experiment die Asymmetrien über die Ringe 2 bis 6 des Kalorimeters gemittelt gemessen werden, müssen auch die Asymmetrien A_0 und A_S über die

Tabelle 7.1: Gemittelte Impulsüberträge $\langle Q^2 \rangle$ und Asymmetrien $\langle A_0 \rangle$ bei den Strahlenergien 854.3 MeV und 570.4 MeV. Zum Vergleich sind die im vorangegangenen Kapitel aus der Messung bestimmten physikalischen Asymmetrien nach allen Korrekturen $\langle A_{PV} \rangle$ mitaufgeführt.

	E=854.3 MeV	E=570.4 MeV
$\langle Q^2 \rangle$ (GeV/c) ²	0.230	0.108
$\langle A_0 \rangle$ (10 ⁻⁶)	-6.25±0.44	-2.06±0.14
$\langle A_V \rangle$ (10 ⁻⁶)	-5.60±0.36	-1.82±0.11
$\langle A_A \rangle$ (10 ⁻⁶)	-0.66±0.24	-0.24±0.09
Linearkombination	$G_E^s + 0.225 G_M^s$	$G_E^s + 0.106 G_M^s$
$\langle A_{phys} \rangle$ (10 ⁻⁶)	-5.59±0.60	-1.39±0.32

Detektorakzeptanz, d.h. Raumwinkel des verwendeten Kalorimeterbereichs und Länge des Targets, gemittelt werden:

$$\langle A_0 \rangle = \frac{\int_{\text{Target}} dl \int_{\text{Kalorimeter}} d\Omega A_0 \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}}{\int_{\text{Target}} dl \int_{\text{Kalorimeter}} d\Omega} \quad (7.10)$$

In gleicher Weise kann ein gemittelter Impulsübertrag $\langle Q^2 \rangle$ bestimmt werden:

$$\langle Q^2 \rangle = \frac{\int_{\text{Target}} dl \int_{\text{Kalorimeter}} d\Omega Q^2 \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}}{\int_{\text{Target}} dl \int_{\text{Kalorimeter}} d\Omega} \cdot F \quad (7.11)$$

Energieverlust der Elektronen durch Ionisation im Wasserstofftarget und äußere Strahlungskorrekturen führen zu einer effektiven Verminderung des Impulsübertrages von rund 0.8% bei E=854.3 MeV und 1.0% bei E=570.4 MeV [97], daher wird hier der Korrekturfaktor $F = 0.992$ bzw. $F = 0.99$ eingeführt. Die Integration wurde unter Berücksichtigung der Verschiebung des Targetmittelpunkts um 3.5 cm aus dem Targetfokus strahlaufwärts durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tab. 7.1 zusammengefaßt. Die Einzelbeiträge zur Unsicherheit in $\langle A_0 \rangle$ wurden durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung ermittelt und sind in Tab. 7.2 aufgeführt. Die größten Beiträge stammen von den Unsicherheiten in \tilde{G}_A^p , G_M^n und G_E^p .

Ein Vergleich mit den in Kap. 6 bestimmten paritätsverletzenden Asymmetrien zeigt, daß die gemessenen Asymmetrien bei beiden Strahlenergien betragsmäßig kleiner sind als die Asymmetrien $\langle A_0 \rangle$ ohne Strangeness-Beitrag. Abb. 7.2 zeigt die gemessenen Asymmetrien im Vergleich zur Asymmetrie $\langle A_0 \rangle$ ohne Strangeness-Beitrag.

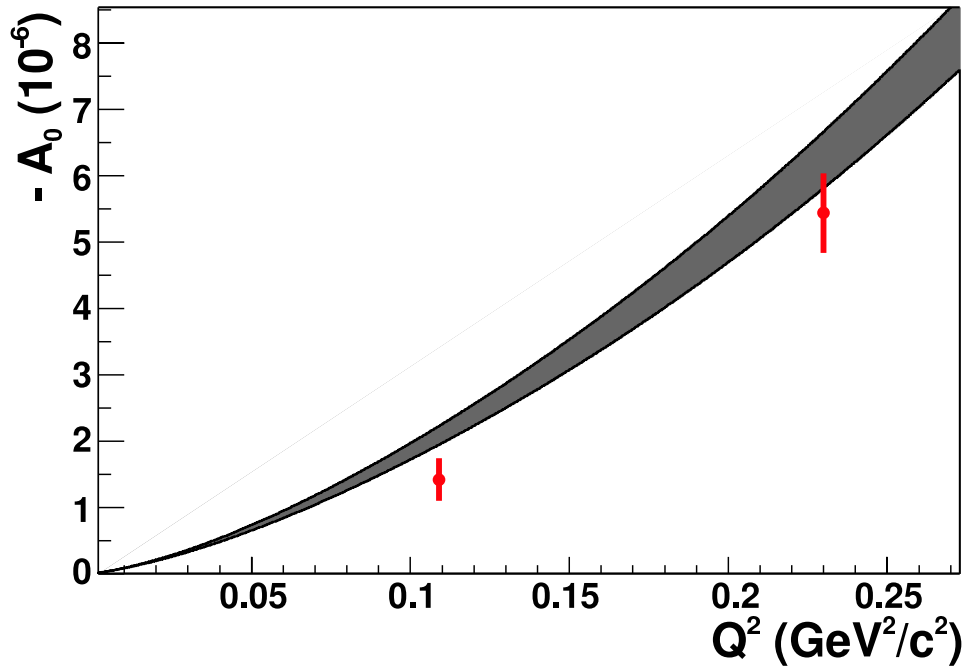


Abbildung 7.2: Asymmetrie A_0 ohne Strangeness-Beitrag als Funktion von Q^2 . Die Fläche zwischen den beiden Kurven zeigt den 1σ -Fehlerbereich an. Man beachte, daß auf der y-Achse negative Asymmetrien aufgetragen sind. Zusätzlich sind die zwei experimentell bestimmten paritätsverletzenden Asymmetrien A_{PV} eingetragen. In beiden Fällen liegen die gemessenen Asymmetrien betragsmäßig niedriger als die erwarteten Asymmetrien ohne Strangeness-Beitrag.

Tabelle 7.2: Beiträge zur Unsicherheit in $\langle A_0 \rangle$ für die Strahlenergien 854.3 MeV und 570.4 MeV. Die größten Beiträge stammen von den Unsicherheiten in \tilde{G}_A^p , G_M^n und G_E^p .

	Fehlerbeitrag (10^{-6})	
	E=854.3 MeV	E=570.4 MeV
G_μ	0.00	0.00
s_Z^2	0.02	0.01
G_E^p	0.21	0.07
G_M^p	0.07	0.03
G_E^n	0.12	0.04
G_M^n	0.27	0.07
\tilde{G}_A^p	0.24	0.09
Summe	0.44	0.14

Nach Gl. 2.50-2.53 lassen sich die Linearkombinationen aus dem elektrischen und dem magnetischen Strange-Formfaktor extrahieren. Es gilt:

$$\frac{G_{\mu\rho'_{eq}}}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \cdot \int_{\text{Target}} dl \int_{\text{Kalorimeter}} d\Omega Q^2 \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s + \tau G_M^p G_M^s}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} = \langle A_{PV} \rangle - \langle A_0 \rangle \quad (7.12)$$

Die Integration auf der linken Seite ist nicht durchführbar, da die Formfaktoren G_E^s und G_M^s von Q^2 abhängen und daher nicht vor das Integral gezogen werden können. Stattdessen werden Formfaktoren und Impulsübertrag beim zentralen Streuwinkel $\theta = 35^\circ$ evaluiert und lediglich der Faktor k in der Linearkombination $G_E^s + k \cdot G_M^s$ per Integration bestimmt:

$$G_E^s + k \cdot G_M^s = \frac{4\pi\alpha\sqrt{2}}{G_{\mu\rho'_{eq}} Q^2} \left(G_E^p + \frac{\tau (G_M^p)^2}{\varepsilon G_E^p} \right) (\langle A_{PV} \rangle - \langle A_0 \rangle) \quad (7.13)$$

$$k = \int_{\text{Target}} dl \int_{\text{Kalorimeter}} d\Omega \frac{\tau G_M^p}{\varepsilon G_E^p} \quad (7.14)$$

Alternativ kann man in Gl. 7.12 die Strange-Formfaktoren ungeachtet ihrer Impulsübertragsabhängigkeit vor das Integral ziehen:

$$\frac{G_{\mu\rho'_{eq}}}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \cdot \left[G_E^s \cdot \int dl \int d\Omega Q^2 \frac{\varepsilon G_E^p}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} + G_M^s \cdot \int dl \int d\Omega Q^2 \frac{\varepsilon G_E^p G_E^s \tau G_M^p}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} \right] = \langle A_{PV} \rangle - \langle A_0 \rangle$$

Man erhält folgenden Ausdruck:

$$G_E^s + \frac{b}{a} G_M^s = \frac{1}{a} (\langle A_{PV} \rangle - \langle A_0 \rangle) \quad (7.15)$$

$$a = \frac{G_{\mu\rho'_{eq}}}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \cdot \int_{\text{Target}} dl \int_{\text{Kalorimeter}} d\Omega \frac{\varepsilon Q^2 G_E^p}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} \quad (7.16)$$

$$b = \frac{G_{\mu\rho'_{eq}}}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \cdot \int_{\text{Target}} dl \int_{\text{Kalorimeter}} d\Omega Q^2 \frac{\tau Q^2 G_M^p}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} \quad (7.17)$$

Der Unterschied zwischen beiden Varianten ist gering. Es ergeben sich Unterschiede von weniger als 0.5% beim Wert der Linearkombination und weniger als 1.5% beim Vorfaktor k bzw. b/a des Formfaktors G_M^s . Bei Anwendung des ersten Verfahrens erhält man folgende Linearkombinationen:

$Q^2 = 0.230 \text{ (GeV/c)}^2$: $G_E^s + 0.225 G_M^s = 0.029 \pm 0.028_{exp} \pm 0.020_{FF}$
$Q^2 = 0.108 \text{ (GeV/c)}^2$: $G_E^s + 0.106 G_M^s = 0.070 \pm 0.032_{exp} \pm 0.014_{FF}$

Der erste Fehler gibt die Unsicherheit aufgrund der experimentell bestimmten physikalischen Asymmetrie an, wobei statistischer und systematischer Fehler in der Asymmetrie quadratisch addiert wurden, der zweite Fehler gibt die Unsicherheit aufgrund der Unsicherheiten in den Formfaktoren und aller verwendeten Naturkonstanten an. Die Linearkombinationen der Strange-Formfaktoren des Protons sind eine Größenordnung kleiner als die der elektromagnetischen Formfaktoren des Protons, die hier vergleichsweise angegeben werden sollen:

$$\begin{aligned} Q^2 = 0.230 \text{ (GeV}/c)^2: & \quad G_E^p + 0.225G_M^p = 0.906 \pm 0.020 \\ Q^2 = 0.108 \text{ (GeV}/c)^2: & \quad G_E^p + 0.106G_M^p = 0.958 \pm 0.026 \end{aligned}$$

Die Situation der Strange-Formfaktoren des Protons ist allerdings eher mit den elektromagnetischen Formfaktoren des Neutrons vergleichbar. So, wie das Proton keine Netto-Strangeness enthält ($S = 0$), enthält das Neutron keine Nettoladung ($Q = 0$), aufgrund unterschiedlicher räumlicher Verteilung der Ladungsträger ergeben sich aber nichtverschwindende Formfaktoren. Daher seien zum Vergleich auch die Linearkombinationen des Neutrons angegeben:

$$\begin{aligned} Q^2 = 0.230 \text{ (GeV}/c)^2: & \quad G_E^n + 0.225G_M^n = -0.181 \pm 0.015 \\ Q^2 = 0.108 \text{ (GeV}/c)^2: & \quad G_E^n + 0.106G_M^n = -0.114 \pm 0.009 \end{aligned}$$

Die Linearkombinationen $G_E^s + k \cdot G_M^s$ lassen sich als ein Band in der von G_E^s und G_M^s aufgespannten Ebene darstellen (Abb. 7.3). Das Band gibt die möglichen Werte von G_E^s und G_M^s innerhalb eines 1σ -Bereichs an, wobei für den Fehler die Unsicherheiten aus dem Experiment und den Formfaktoren quadratisch addiert wurden. Für die Messung bei $0.230 \text{ (GeV}/c)^2$ gibt es derzeit keine weiteren veröffentlichten experimentellen Daten. Anders bei der $0.108 \text{ (GeV}/c)^2$ -Messung: Die HAPPEX-Kollaboration hat bei $Q^2 = 0.1 \text{ (GeV}/c)^2$ bereits Daten sowohl mit Wasserstoff als auch mit Helium genommen und analysiert [101], die Messungen sind allerdings noch nicht abgeschlossen. Die SAMPLE-Kollaboration hat einen Wert für G_M^s bei $Q^2 = 0.1 \text{ (GeV}/c)^2$ veröffentlicht [36], dessen 1σ -Bereich in die rechte Darstellung als hellgraues Band eingetragen ist. Die Ellipse gibt den Überlapp der SAMPLE-Daten mit der Messung von A4 innerhalb eines 1σ -Bereichs an. Die *ad-hoc*-Kombination der Messungen von SAMPLE und A4 ergibt für den elektrischen Strange-Formfaktor $G_E^s = 0.031 \pm 0.050$. Eine detaillierte Analyse unter Verwendung eines gemeinsamen Satzes an Formfaktoren zur Kombination der Resultate von A4, SAMPLE und HAPPEX ist derzeit im Gange.

Die Messungen bei beiden Impulsüberträgen zusammengenommen deuten darauf hin, daß es einen nichtverschwindenden Strangeness-Beitrag zu den Formfaktoren des Protons gibt. Für eine separate Bestimmung von G_E^s und G_M^s sind Messungen bei gleichem Q^2 , aber unterschiedlicher Kinematik erforderlich. Im Rahmen der A4-Kollaboration werden derzeit Messungen unter Rückwärtswinkeln vorbereitet (Kap. 7.3).

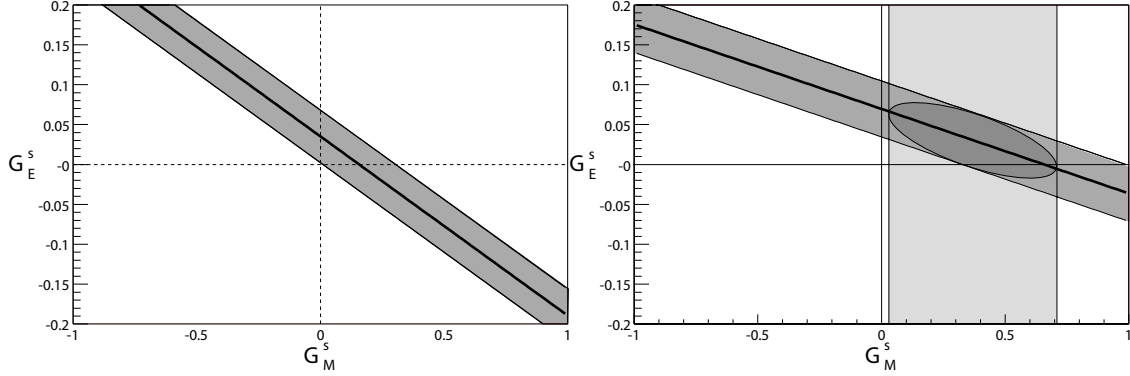


Abbildung 7.3: G_E^s vs. G_M^s für $Q^2 = 0.230$ $(\text{GeV}/c)^2$ (links) und $Q^2 = 0.108$ $(\text{GeV}/c)^2$ (rechts). Die dicke Linie zeigt das jeweilige Resultat, das dunkelgraue Band gibt die möglichen Werte von G_E^s und G_M^s innerhalb eines 1σ -Bereichs an. Die Unsicherheiten aus dem Experiment und den Formfaktoren wurden dabei quadratisch addiert. Für die Messung bei 0.230 $(\text{GeV}/c)^2$ gibt es derzeit keine weiteren veröffentlichten experimentellen Daten. Anders bei der 0.108 $(\text{GeV}/c)^2$ -Messung: Die SAMPLE-Kollaboration hat einen Wert für G_M^s bei $Q^2 = 0.1$ $(\text{GeV}/c)^2$ veröffentlicht [36], der in die rechte Figur als hellgraues Band eingetragen ist. Die Ellipse gibt den Überlapp dieser SAMPLE-Daten mit der Messung von A4 innerhalb eines 1σ -Bereichs an. Die *ad-hoc*-Kombination beider Resultate ergibt für den elektrischen Strange-Formfaktor $G_E^s = 0.031 \pm 0.050$.

7.1.3 Schwache Formfaktoren \tilde{G}_E^p und \tilde{G}_M^p

Wie in Kap. 2 gesehen, läßt sich die paritätsverletzende Asymmetrie A_{PV} ohne Strahlungskorrekturen folgendermaßen schreiben [9]:

$$A^{PV} = -\frac{G_\mu Q^2}{4\pi\alpha\sqrt{2}} \times \frac{\varepsilon G_E^p \tilde{G}_E^p + \tau G_M^p \tilde{G}_M^p - (1 - 4\sin^2\theta_w)\varepsilon' G_M^p \tilde{G}_A^p}{\varepsilon(G_E^p)^2 + \tau(G_M^p)^2} \quad (7.18)$$

mit $\varepsilon = [1 + 2(1 + \tau)\tan^2(\theta/2)]^{-1}$ und $\varepsilon' = \sqrt{\tau(1 + \tau)(1 - \varepsilon^2)}$. Die primären Meßgrößen des A4-Experiments bei longitudinaler Spinstellung sind also - setzt man die elektromagnetischen Formfaktoren, $\sin^2\theta_w$ und den axialen Formfaktor als bekannt voraus - die schwachen Formfaktoren \tilde{G}_E^p und \tilde{G}_M^p . Der Zusammenhang zwischen den Strange-Formfaktoren G_E^s und G_M^s kann nach einer Flavour-Dekomposition unter Ausnutzung der Isospin-Symmetrie aus den schwachen Formfaktoren hergestellt werden [9]:

$$G_E^s = (1 - 4\sin^2\Theta_W)G_E^p - G_E^n - \tilde{G}_E^p \quad (7.19)$$

$$G_M^s = (1 - 4\sin^2\Theta_W)G_M^p - G_M^n - \tilde{G}_M^p \quad (7.20)$$

Die Linearkombinationen aus seltsamen und aus schwachen Formfaktoren lassen sich in einfacher Weise ineinander überführen. Hat man beispielsweise die Linearkombination aus den seltsamen Formfaktoren bereits bestimmt, d. h.

$$G_E^s + k \cdot G_M^s = W \pm \Delta W \quad (7.21)$$

so erhält man durch Einsetzen der Gl. 7.19 und 7.20:

$$\tilde{G}_E^p + k \cdot \tilde{G}_M^p = (1 - 4 \sin^2 \Theta_W) G_E^p - G_E^n + k [(1 - 4 \sin^2 \Theta_W) G_M^p - G_M^n] - W \quad (7.22)$$

Daraus erhält man folgende Linearkombinationen der schwachen Formfaktoren:

$$\begin{aligned} Q^2 = 0.230 \text{ (GeV}/c)^2: & \quad \tilde{G}_E^p + 0.225 \tilde{G}_M^p = 0.223 \pm 0.035 \\ Q^2 = 0.108 \text{ (GeV}/c)^2: & \quad \tilde{G}_E^p + 0.106 \tilde{G}_M^p = 0.116 \pm 0.035 \end{aligned}$$

7.1.4 Vergleich mit den Resultaten anderer Experimente zur paritätsverletzenden Elektronstreuung

Bisher haben vier Experimente Resultate zur paritätsverletzenden Asymmetrie in der Elektron-Protonstreuung veröffentlicht: die SAMPLE-Kollaboration [36], HAPPEX [39, 101], unsere Kollaboration A4 [98, 99] sowie G^0 [45]. Sie decken einen Impulsübertragsbereich von etwa 0.1-0.5 (GeV/c)² ab. Ein Maß für den Beitrag der Strange-Quarks zu den Formfaktoren des Protons ist die Differenz zwischen der gemessenen paritätsverletzenden Asymmetrie A_{PV} und der Asymmetrie A_0 berechnet im Standardmodell ohne Strange-Beitrag. In Abb. 7.4 sind die Differenzen aufgetragen. Die Datenpunkte von SAMPLE, HAPPEX und A4 sowie die meisten von G^0 liegen auf der positiven Seite, d.h. die gemessenen Asymmetrien sind betragsmäßig kleiner als die Asymmetrien ohne Strange-Beitrag A_0 . Dies kann man als eine mögliche Evidenz für einen nichtverschwindenden Beitrag der Strange-Quarks zu den Formfaktoren des Protons werten.

Eine Kombination der SAMPLE-, HAPPEX- und A4-Messungen beim gleichen Impulsübertrag $Q^2 = 0.1 \text{ (GeV}/c)^2$ unter Verwendung eines gemeinsamen Satzes von Formfaktoren ist in Zusammenarbeit mit der SAMPLE- und HAPPEX-Kollaboration in Vorbereitung.

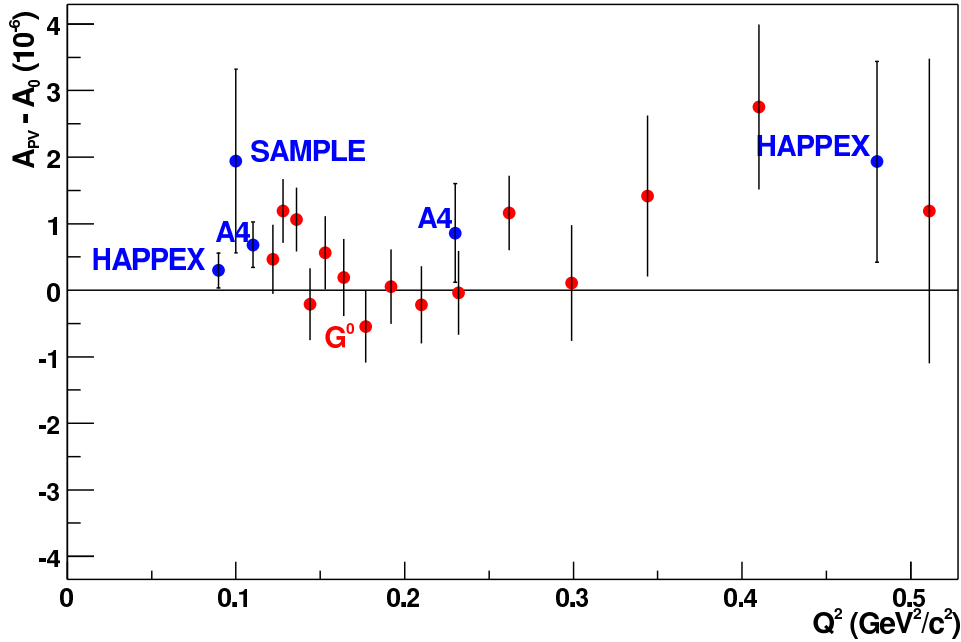


Abbildung 7.4: Differenz der gemessenen paritätsverletzenden Asymmetrie A_{PV} von der im Rahmen des Standardmodells ohne Strange-Beitrag berechneten Asymmetrie A^0 für die Experimente SAMPLE, HAPPEX, A4 und G^0 . Abweichungen von Null bedeuten einen nichtverschwindenden Strangeness-Beitrag zu den Formfaktoren des Protons. Die Asymmetrien von SAMPLE, HAPPEX und A4 sowie die meisten Asymmetrien von G^0 sind betragsmäßig kleiner als die Asymmetrien A_0 ohne Strange-Beitrag.

7.2 Zwei-Photon-Austausch

Die A4-Kollaboration hat bei zwei Impulsüberträgen die Asymmetrien im Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung transversal polarisierter Elektronen an unpolarisierten Protonen gemessen [100]. Die Asymmetrien nach Anbringung aller Korrekturen seien hier noch einmal wiedergegeben:

$$\begin{array}{l} Q^2 = 0.230 \text{ (GeV/c)}^2: \quad A_{\perp} = (-8.51 \pm 2.31_{stat} \pm 0.89_{syst}) \cdot 10^{-6} \\ Q^2 = 0.108 \text{ (GeV/c)}^2: \quad A_{\perp} = (-8.59 \pm 0.89_{stat} \pm 0.83_{syst}) \cdot 10^{-6} \end{array}$$

Zur physikalischen Interpretation können diese Resultate mit Modellrechnungen verglichen werden. In Abb. 7.5 ist die Normalspin-Asymmetrie A_{\perp} als Funktion der Strahlenergie aufgetragen. Diese Rechnung aus [51] ist an die A4-Kinematik angepaßt. Die punktiert-gestrichelte Linie repräsentiert die Normalspin-Asymmetrie, wenn für den Zwischenzustand des Protons nur der Grundzustand berücksichtigt wird, die gestrichelte Linie die Asymmetrie aus angeregten πN -

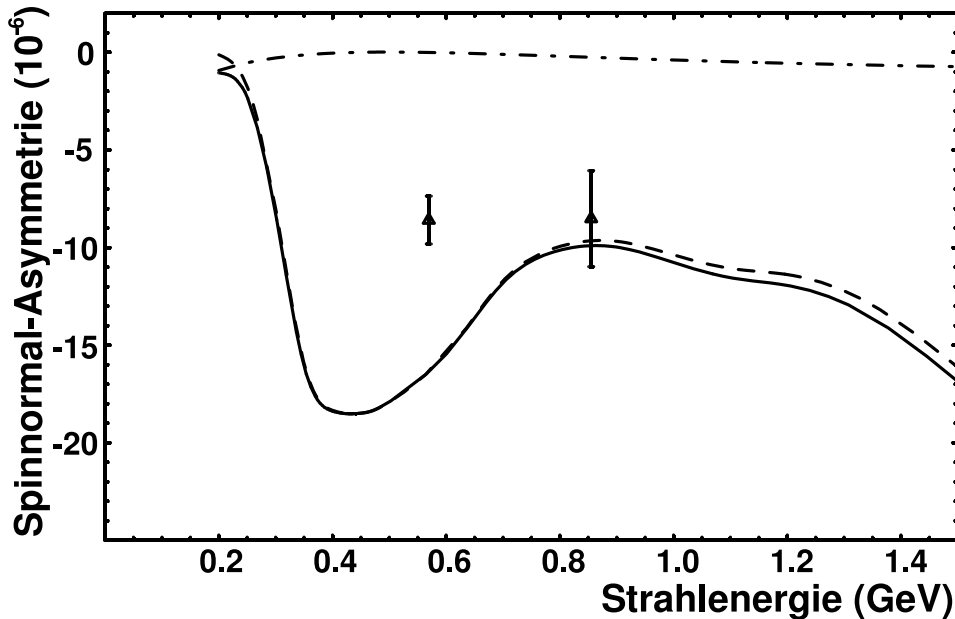


Abbildung 7.5: Ergebnisse der A4-Messungen für A_{\perp} bei $Q^2 = 0.23$ $(\text{GeV}/c)^2$ und $Q^2 = 0.11$ $(\text{GeV}/c)^2$ im Vergleich zur Rechnung aus [51]. Die punktiert-gestrichelte Linie repräsentiert die Normalspin-Asymmetrie, wenn für den Zwischenzustand des Protons nur der Grundzustand berücksichtigt wird, die gestrichelte Linie die Asymmetrie aus angeregten πN -Zwischenzuständen des Protons. Die durchgezogene Linie ist die Summe aus beiden Beiträgen. Man sieht, daß der Grundzustand nur wenig zur Asymmetrie beiträgt und die gemessenen Asymmetrien nicht erklären kann.

Zwischenzuständen des Protons. Die durchgezogene Linie ist die Summe aus beiden Beiträgen. Zusätzlich eingetragen sind die beiden gemessenen Asymmetrien. Man sieht, daß diese nicht durch den Grundzustand des Protons im Zwischenzustand erklärt werden können, vielmehr spielen angeregte Zwischenzustände im Zwei-Photon-Austausch offensichtlich eine wichtige Rolle.

7.3 Künftige A4-Messungen

Mitte 2004 bis Mitte 2005 befand sich das A4-Experiment im Umbau. Das Bleifluorid-Kalorimeter wurde auf eine drehbare Plattform gesetzt, so daß es mit geringem Aufwand für Messungen sowohl unter Vorwärts- als auch unter Rückwärtswinkeln positioniert werden kann [78]. Der Aufbau des Kalorimeters selbst wurde dabei nicht verändert, so daß neben den Streuwinkeln von $30^{\circ} \leq \theta_e \leq 40^{\circ}$

auch die Streuwinkel $140^\circ \leq \theta_e \leq 150^\circ$ zur Verfügung stehen. Bei den Messungen unter Rückwärtswinkeln wird ein auf 20 cm verlängertes Target verwendet, das die Luminosität verdoppelt und damit die geringeren Wirkungsquerschnitte bei großen Winkeln zum Teil ausgleicht. Zudem wird künftig auch Deuterium als Target zur Verfügung stehen.

Zunächst sind Messungen unter Rückwärtswinkeln an Wasserstoff bei longitudinaler Spinstellung vorgesehen. Bereits existierende Messungen in Vorwärtskinematik können bei jeweils gleichem Q^2 unter Rückwärtskinematik ergänzt werden, so daß eine Trennung von G_E^s und G_M^s möglich wird. Zur Auswahl stehen die paritätsverletzenden Asymmetrien bei den Impulsüberträgen $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV}/c)^2$ ($E=320 \text{ Mev}$, $A_0=-16.5 \cdot 10^{-6}$) und $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV}/c)^2$ ($E=205 \text{ Mev}$, $A_0=-7.6 \cdot 10^{-6}$), die von der A4-Kollaboration bereits unter Vorwärtswinkeln gemessen wurden, sowie bei $Q^2 = 0.48 \text{ (GeV}/c)^2$ ($E=510 \text{ Mev}$, $A_0=-36.3 \cdot 10^{-6}$), die von der HAPPEX-Kollaboration unter Vorwärtswinkeln gemessen wurde. Wegen der deutlich größeren Asymmetrien genügen jeweils etwa 200h Meßzeit, um den statistischen Fehler auf 10% zu begrenzen. Die Kombination der Wasserstoffdaten mit Messungen an Deuterium bei gleichem Q^2 erlaubt die experimentelle Trennung von G_M^s und \tilde{G}_A^p .

Darüberhinaus ist ein umfangreiches Meßprogramm mit transversaler Spinstellung geplant. Es sind Messungen sowohl unter Vorwärts- als auch unter Rückwärtswinkeln an Wasserstoff und Deuterium geplant. In Anhang A.8 sind die projektierten Messungen aufgelistet.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Die A4-Kollaboration am Mainzer Mikrotron MAMI erforscht die Struktur des Protons mit Hilfe der elastischen Streuung polarisierter Elektronen an unpolarisiertem Wasserstoff. Bei longitudinaler Polarisation wird eine paritätsverletzende Asymmetrie im Wirkungsquerschnitt gemessen, die Aufschluß über den Beitrag der Strangeness zu den Vektor-Formfaktoren des Protons gibt. Bei transversaler Polarisation treten Normalspin-Asymmetrien auf, die auf Beiträge des Zwei-Photon-Austauschs zum Wirkungsquerschnitt zurückzuführen sind und den Zugriff auf den Imaginärteil der Zwei-Photon-Amplitude ermöglichen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden Messungen bei zwei Impulsüberträgen und jeweils Longitudinal- und Transversalpolarisation durchgeführt und analysiert. Im Vordergrund standen die Extraktion der Rohasymmetrien, die Korrekturen der gemessenen Rohasymmetrien auf apparative Asymmetrien, die Abschätzung des systematischen Fehlers der korrigierten Asymmetrien und die Bestimmung der Strange-Formfaktoren aus den paritätsverletzenden Asymmetrien. Im Zusammenhang mit der Normierung der elastischen Ereignisse auf die Luminosität wurden auch die Normalspin-Asymmetrien in der Møllerstreuung untersucht, die im Luminositätsmonitorsystem auftreten. Die Rechnungen der Quantenelektrodynamik konnten experimentell bestätigt werden, mit der Kenntnis um diese Normalspin-Asymmetrien wurde ein wichtiger systematischer Effekt im A4-Experiment unter Kontrolle gebracht.

Die gemessenen Asymmetrien können von apparativen Asymmetrien verfälscht werden, die von helizitätskorrelierten Differenzen in Ort, -winkel und -energie des Elektronstrahls sowie einer Strahlstromasymmetrie hervorgerufen werden. Es wurde das Verfahren der mehrdimensionalen linearen Regression implementiert, welches die notwendigen Korrekturen sowie deren Beitrag zum Fehler anhand der

gemessenen Rohasymmetrien und Strahlparameter berechnet. Die Unsicherheiten der experimentell bestimmten Asymmetrien im Wirkungsquerschnitt der elastischen $\vec{e}p$ -Streuung aller vier Datenpunkte sind von der Zählstatistik dominiert. Es konnte gezeigt werden, daß die Fehlerbeiträge aufgrund der Korrekturen der apparativen Asymmetrien solange kleiner sind als der statistische Beitrag, solange die Mittelwerte der Strahldifferenzen aller für die Messung benutzten Datenläufe betragsmäßig kleiner sind als ihre Standardabweichung.

Bei den Messungen mit Longitudinalpolarisation wurden die Asymmetrien zu $A_{PV} = (-5.59 \pm 0.57_{stat} \pm 0.29_{syst}) \cdot 10^{-6}$ bei $Q^2 = 0.23(\text{GeV}/c)^2$ und $A_{PV} = (-1.39 \pm 0.29_{stat} \pm 0.12_{syst}) \cdot 10^{-6}$ bei $Q^2 = 0.11(\text{GeV}/c)^2$ bestimmt, wobei der erste Fehler die Unsicherheit aufgrund der Zählstatistik und der zweite Fehler die Unsicherheit aufgrund der Korrekturen auf Targetdichteschwankungen, Polarisation, apparative Asymmetrien und Untergrund angibt. Daraus ergeben sich die Linearkombinationen der Strange-Formfaktoren zu $G_E^s + 0.225 G_M^s = 0.029 \pm 0.028_{exp} \pm 0.020_{FF}$ bei einem Impulsübertrag von $Q^2 = 0.23(\text{GeV}/c)^2$ sowie $G_E^s + 0.106 G_M^s = 0.070 \pm 0.032_{exp} \pm 0.014_{FF}$ bei $Q^2 = 0.11(\text{GeV}/c)^2$. Der erste Fehler gibt die Unsicherheit aufgrund unserer Messung an, der zweite Fehler die Unsicherheit aufgrund in der Analyse verwendeten elektromagnetischen Formfaktoren und Naturkonstanten. Die beiden Resultate stehen in Übereinstimmung mit anderen Experimenten und deuten darauf hin, daß es einen nichtverschwindenden Strangeness-Beitrag zu den Formfaktoren gibt. Die Messungen erfolgten unter Vorwärtsstreuwinkeln von $30^\circ \leq \theta_e \leq 40^\circ$. Um den elektrischen und den magnetischen Strange-Formfaktor G_E^s und G_M^s separat zu bestimmen, sind Messungen bei jeweils gleichem Impulsübertrag, aber anderer Kinematik nötig. Diese Messungen bei Rückwärtsstreuwinkeln von $140^\circ \leq \theta_e \leq 150^\circ$ sind derzeit in der A4-Kollaboration in Vorbereitung. Bei den Messungen mit Transversalpolarisation wurde die Normalspin-Asymmetrie zu $A_\perp = (-8.51 \pm 2.31_{stat} \pm 0.89_{syst}) \cdot 10^{-6}$ bei $Q^2 = 0.23(\text{GeV}/c)^2$ und $A_\perp = (-8.59 \pm 0.89_{stat} \pm 0.83_{syst}) \cdot 10^{-6}$ bei $Q^2 = 0.11(\text{GeV}/c)^2$ bestimmt. Die Größe der gemessenen Asymmetrie belegt, daß bei der Berechnung der Zwei-Photon-Amplitude im intermediären hadronischen Zwischenzustand nicht nur der Grundzustand des Protons berücksichtigt werden muß, sondern vielmehr angeregte Zwischenzustände einen wesentlichen Beitrag liefern. Für die Zukunft ist ein umfangreiches Meßprogramm geplant, um die Normalspin-Asymmetrien bei verschiedenen Strahlenergien sowohl unter Vorwärts- als auch unter Rückwärtswinkeln zu messen.

Anhang A

A.1 Geometrie des Kalorimeters

Tabelle A.1: Polarwinkel der Kalorimeterringe vom Fokus des Kalorimeters aus gesehen. Angegeben sind der kleinste (θ_{min}), der größte (θ_{max}) und der mittlere Streuwinkel (θ_M) sowie der Abstand (D_M) der Kristallmitte vom Fokus des Kalorimeters, siehe auch Abb. A.1. Liegt der Fokus des Kalorimeters nicht in der Targetmitte, so muß eine Verschiebung Δx berücksichtigt werden. Bei den in dieser Arbeit untersuchten Messungen war der Fokus um 35 mm strahlaufrwärts verschoben.

Ring	θ_{min}	θ_{max}	θ_M	D_M (mm)
1	38.44°	40.00°	39.22°	952.3
2	36.93°	38.44°	37.69°	985.0
3	35.48°	36.93°	36.20°	1019.4
4	34.07°	35.48°	34.77°	1055.8
5	32.71°	34.07°	33.39°	1094.1
6	31.40°	32.71°	32.06°	1094.1
7	30.14°	31.40°	30.77°	1176.3

Tabelle A.2: Untere (Y_{iu}) und obere (Y_{io}) Breiten der inneren Kristallstirflächen für die sieben Kalorimeterringe.

Ring	Y_{iu} (mm)	Y_{io} (mm)
1	25.49	26.35
2	25.48	26.36
3	25.47	26.37
4	25.46	26.38
5	25.45	26.38
6	25.44	26.39
7	25.44	26.40

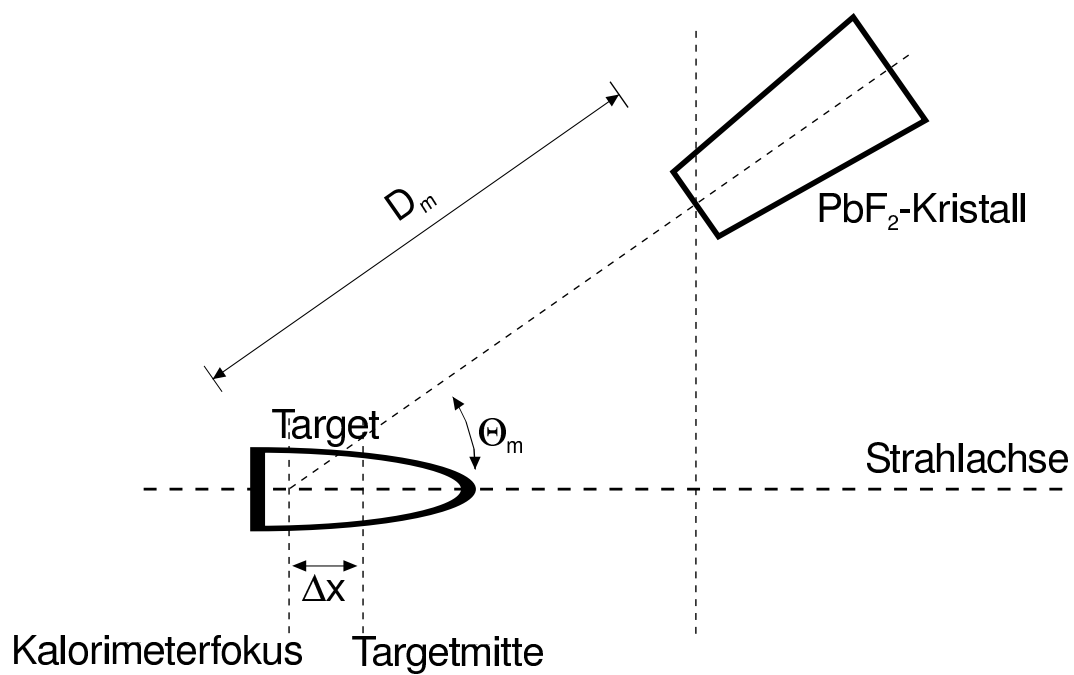


Abbildung A.1: Definition der Größen D_m und θ_m aus Tab. A.1

A.2 Kinematik

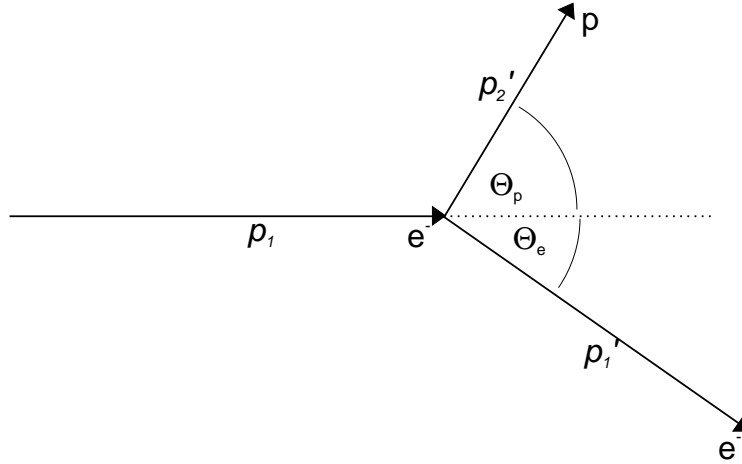


Abbildung A.2: Kinematik der Elektron-Proton-Streuung. Ein Elektron mit Viererimpuls p_1 wird am ruhenden Proton unter dem Winkel θ_e gestreut und besitzt nach dem Streuprozess den Impuls p'_1 . Das Proton besitzt nach dem Stoß den Impuls p'_2 , θ_p bezeichnet den Winkel zwischen Protonimpuls \vec{p}'_2 und Impuls des einfallenden Elektrons \vec{p}_1 .

Ein Elektron der Energie E_1 wird an einem ruhenden Proton gestreut. Da das Elektron hochrelativistisch ist, wird mit Viererimpulsen gerechnet. Vor dem Stoß hat das Elektron den Impuls $p_1 = (E_1/c, \vec{p}_1)$, das Proton den Impuls $p_2 = (M_p, 0)$, nach dem Stoß hat das Elektron den Impuls $p'_1 = (E'_1/c, \vec{p}'_1)$, das Proton den Impuls $p'_2 = (E'_2/c, \vec{p}'_2)$. Für das hochrelativistische Elektron kann die Elektronenmasse vernachlässigt werden, und es gilt $|\vec{p}_1| \approx E_1/c$ und $|\vec{p}'_1| \approx E'_1/c$. Wegen Energie- und Impulserhaltung gilt

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2 \quad (\text{A.1})$$

Die invarianten Massen sind

$$p_1^2 = p_1'^2 = m_e^2 c^2 \quad \text{und} \quad p_2^2 = p_2'^2 = M_p^2 c^2 \quad (\text{A.2})$$

Nach Quadrierung von Gl. A.1 und Einsetzen der Viererimpulse erhält man die Energie des gestreuten Elektrons E'_1 in Abhängigkeit von Anfangsenergie E_1 und Streuwinkel θ_e :

$$E'_1 = \frac{E_1}{2 \frac{E_1}{M_p c^2} \cdot \sin^2\left(\frac{\theta_e}{2}\right) + 1} \quad (\text{A.3})$$

Der Impulsübertrag beträgt unter Vernachlässigung der Elektronenmasse

$$Q^2 = -q^2 = (p_1 - p'_1)^2 \approx \frac{4E_1 E'_1}{c^2} \sin^2\left(\frac{\theta_e}{2}\right) \quad (\text{A.4})$$

Für den Impuls des Protons nach der Streuung gilt:

$$|\vec{p}_2'| = \sqrt{\left(\frac{E_1}{c}\right)^2 + \left(\frac{E_1'}{c}\right)^2 - 2\frac{E_1 E_1'}{c^2} \cos \theta_e} \quad (\text{A.5})$$

$$\cos \theta_p = \frac{|\vec{p}_2'|^2 + \frac{E_1^2 - E_1'^2}{c^2}}{2|\vec{p}_2'| \frac{E_1}{c}} \quad (\text{A.6})$$

Die Tabellen A.3 und A.4 geben die kinematischen Größen für die Strahlenergien $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV an.

Tabelle A.3: Kinematische Größen für $E=854.3$ MeV Strahlenergie.

Ring	θ_e	Q^2 (GeV/c) ²	E_1' (MeV)	θ_p	$ \vec{p}_2' $ (MeV/c)
1	39.2°	0.273	708.9	-55.8°	542.2
2	37.7°	0.256	717.9	-56.9°	524.0
3	36.2°	0.240	726.6	-58.0°	505.9
4	34.8°	0.224	734.8	-59.1°	488.3
5	33.4°	0.209	742.7	-60.2°	471.1
6	32.1°	0.195	750.1	-61.2°	454.2
7	30.8°	0.182	757.2	-62.3°	437.7

Tabelle A.4: Kinematische Größen für $E=570.4$ MeV Strahlenergie.

Ring	θ_e	Q^2 (GeV/c) ²	E_1' (MeV)	θ_p	$ \vec{p}_2' $ (MeV/c)
1	39.2°	0.129	501.7	-60.2°	365.6
2	37.7°	0.120	506.2	-61.2°	353.0
3	36.2°	0.112	510.5	-62.3°	340.6
4	34.8°	0.105	514.5	-63.3°	328.5
5	33.4°	0.098	518.4	-64.3°	316.7
6	32.1°	0.091	522.0	-65.2°	305.2
7	30.8°	0.084	525.4	-66.1°	293.9

A.3 Meßwerte der Spindrehungen bei E=569.3 MeV und E=855.2 MeV

Durch Veränderungen des Wienfilterstroms I_W kann der Spin \vec{S}_e der Elektronen über einen Bereich von etwa 90° gedreht werden. Der Winkel θ_S des Spins der Elektronen verändert sich dabei linear mit dem am Wienfilter eingestellten Wienfilterstrom I_W . Das Signal des Transmissions-Compton-Polarimeters A^{Pola} ist sensitiv auf longitudinale Polarisationskomponenten [74]. Es gilt

$$A^{Pola}(I_W) = A_0^{Pola} \cdot \cos(b \cdot I_W + c) \quad (\text{A.7})$$

Aus einer Anpassung gemessener Daten an diese Funktion kann man die Parameter A_0^{Pola} , b und c bestimmen und den Winkel θ_S des Spins der Elektronen als Funktion des Wienfilterstroms berechnen:

$$\theta_S(I_W) = b \cdot I_W + c \quad (\text{A.8})$$

Für die Messungen bei E=569.3 MeV und E=855.2 MeV zur Bestimmung der Spinnormal-Asymmetrie A_\perp in der elastischen $\vec{e}p$ -Streuung wurde jeweils eine Meßkurve aufgenommen und der jeweilige Spinwinkel θ_S berechnet. Vollständige Transversalpolarisation ist bei $\theta_S = 90^\circ$ erreicht. Die Fehler im Wienfilterstrom betragen $\Delta I_W < 0.01\text{A}$.

A.3.1 Spindrehung bei E=569.3 MeV

Tabelle A.5: Wienfilterströme I_W und Asymmetrien im Transmissions-Compton-Polarimeter bei E=569.3 MeV.

Wienfilterstrom I_W [A]	Asymmetrie A^{Pola} [10^{-6}]
-5.64	57.0 \pm 3.5
-4.06	79.6 \pm 3.4
-2.38	92.9 \pm 2.9
-0.80	92.0 \pm 4.8
0.00	87.7 \pm 3.2
0.80	74.8 \pm 2.8
4.00	7.3 \pm 2.7
4.81	-11.2 \pm 1.0
5.61	-33.4 \pm 2.6

Aus der Kurvenanpassung erhält man die Parameter $A_0^{Pola} = (96.47 \pm 2.27) \cdot 10^{-6}$, $b = (14.59 \pm 0.29)^\circ/\text{A}$ und $c = (26.58 \pm 1.33)^\circ$. Bei der Datennahme zur Asymmetrie A_\perp in der elastischen $\vec{e}p$ -Streuung betrug der Wienfilterstrom $I_W = 4.81$ A. Der entsprechende Spinwinkel ist $\theta_S = 96.8^\circ \pm 0.8^\circ$.

A.3.2 Spindrehung bei E=855.2 MeV

Tabelle A.6: Wienfilterströme I_W und Asymmetrien im Transmissions-Compton-Polarimeter bei E=855.2 MeV.

Wienfilterstrom I_W [A]	Asymmetrie A^{Pola} [10^{-6}]
-3.50	12.9 \pm 0.9
-1.75	-16.7 \pm 1.1
0.00	-38.8 \pm 1.1
1.50	-55.2 \pm 1.2
3.00	-64.9 \pm 1.2

Aus der Kurvenanpassung erhält man die Parameter $A_0^{Pola} = (67.93 \pm 7.50) \cdot 10^{-6}$, $b = (13.39 \pm 1.70)^\circ/\text{A}$ und $c = (126.34 \pm 4.69)^\circ$. Bei der Datennahme zur Asymmetrie A_\perp in der elastischen $\vec{e}p$ -Streuung betrug der Wienfilterstrom $I_W = -3.50$ A. Der entsprechende Spinwinkel ist $\theta_S = 100.5^\circ \pm 1.6^\circ$.

A.4 Mittelwertbildung bei Asymmetrien

In der Analyse des A4-Experiments werden häufig Mittelwerte aus mehreren Asymmetrien gebildet, beispielsweise wenn die physikalische Asymmetrie aus den acht Asymmetrien der einzelnen Kalorimeter-Sektoren kombiniert wird. Bei der Summierung zweier Asymmetrien treten Besonderheiten auf, die exemplarisch für zwei Asymmetrien dargelegt werden sollen. Gegeben seien zwei Asymmetrien A und B :

$$A = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}, \quad B = \frac{K^+ - K^-}{K^+ + K^-} \quad (\text{A.9})$$

Gesucht ist die kombinierte Asymmetrie C , die sich mit den gegebenen Zahlen N^\pm , K^\pm einfach berechnen läßt:

$$C = \frac{N^+ + K^+ - N^- - K^-}{N^+ + N^- + K^+ + K^-} \quad (\text{A.10})$$

In der Analyse werden aber an die Asymmetrien Korrekturen angebracht, so daß die einzelnen Zahlen nicht mehr bekannt sind. Ziel ist es, C nur aus A und B zu berechnen. Benötigt werden einige Hilfsformeln. Der Fehler ΔA der Asymmetrie A läßt sich folgendermaßen schreiben:

$$\Delta A = \frac{2}{(N^+ + N^-)^2} \sqrt{(N^+)^2 N^- + (N^-)^2 N^+} = \frac{2\sqrt{N^+ N^-}}{(N^+ + N^-)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{A.11})$$

Gl. A.11 in Gl. A.9 eingesetzt führt auf folgende Relation:

$$\frac{1 - A^2}{\Delta A^2} = N^+ + N^- \quad (\text{A.12})$$

Gl. A.12 und Gl. A.9 in die Asymmetriformel Gl. A.10 eingesetzt liefert das Ergebnis:

$$C = \frac{\frac{A}{\Delta A^2} + F \cdot \frac{B}{\Delta B^2}}{\frac{1}{\Delta A^2} + F \cdot \frac{1}{\Delta B^2}}, \quad F = \frac{1 - B^2}{1 - A^2} \quad (\text{A.13})$$

Gl. A.13 unterscheidet sich von der Formel für den gewichteten Mittelwert durch den Faktor F . Im Falle kleiner Asymmetrien - wie sie im A4-Experiment auftreten - liegt der Faktor F allerdings sehr nahe bei eins. Seien beispielsweise $A = 3.0 \cdot 10^{-6}$ und $B = 4.5 \cdot 10^{-6}$, dann gilt

$$1 - F = 1.1 \cdot 10^{-11} \quad (\text{A.14})$$

Deshalb ist es im A4-Experiment statthaft, für die Asymmetrien die gewöhnliche gewichtete Mittelwertbildung zu verwenden. Der Korrekturfaktor F spielt dann eine wichtige Rolle, wenn die eine Asymmetrie betragsmäßig groß und die andere betragsmäßig klein ist.

A.5 Matrizen und Regressionskoeffizienten aus der linearen Regression

A.5.1 Matrizen

Kovarianzmatrizen S für die Daten bei $E=854.3$ MeV und Longitudinalpolarisation

Die Kovarianzmatrix S für den Sektor 1 sieht folgendermaßen aus:

$$S_1 = \begin{pmatrix} +5.49 \cdot 10^{-9} & +1.58 \cdot 10^{-10} & +1.09 \cdot 10^{-7} & -4.06 \cdot 10^{-7} & +1.51 \cdot 10^{-12} & -5.36 \cdot 10^{-12} & +3.91 \cdot 10^{-5} \\ +1.58 \cdot 10^{-10} & +1.56 \cdot 10^{-10} & +7.07 \cdot 10^{-9} & -4.06 \cdot 10^{-8} & +1.43 \cdot 10^{-12} & -1.15 \cdot 10^{-12} & +1.12 \cdot 10^{-6} \\ +1.09 \cdot 10^{-7} & +7.07 \cdot 10^{-9} & +1.33 \cdot 10^{-2} & +4.16 \cdot 10^{-3} & +2.58 \cdot 10^{-7} & +4.34 \cdot 10^{-8} & -2.37 \cdot 10^{-1} \\ -4.06 \cdot 10^{-7} & -4.06 \cdot 10^{-8} & +4.16 \cdot 10^{-3} & +4.08 \cdot 10^{-2} & +9.18 \cdot 10^{-8} & +4.57 \cdot 10^{-7} & -1.65 \cdot 10^0 \\ +1.51 \cdot 10^{-12} & +1.43 \cdot 10^{-12} & +2.58 \cdot 10^{-7} & +9.18 \cdot 10^{-8} & +9.98 \cdot 10^{-12} & +9.00 \cdot 10^{-13} & -4.89 \cdot 10^{-6} \\ -5.36 \cdot 10^{-12} & -1.15 \cdot 10^{-12} & +4.34 \cdot 10^{-8} & +4.57 \cdot 10^{-7} & +9.00 \cdot 10^{-13} & +6.24 \cdot 10^{-12} & -1.59 \cdot 10^{-5} \\ +3.91 \cdot 10^{-5} & +1.12 \cdot 10^{-6} & -2.37 \cdot 10^{-1} & -1.65 \cdot 10^0 & -4.89 \cdot 10^{-6} & -1.59 \cdot 10^{-5} & +5.11 \cdot 10^2 \end{pmatrix}$$

Der besseren Übersichtlichkeit halber sind die nullte Zeile und die nullte Spalte mit einer Linie abgetrennt. Sie enthalten die Elemente s_{0i}^2 bzw. s_{i0}^2 , also die Kovarianzen mit der Rohasymmetrie $A^{exp} \equiv X^0$. Die auftretenden Größen sind einheitenbehaftet: Asymmetrien in 10^{-6} , Positionsdifferenzen in μm , Winkeldifferenzen in Grad, Energiedifferenzen in eV. Ablesebeispiel: Das Matrixelement in der 2. Zeile und 2. Spalte ist s_{22}^2 , d.h. die Varianz der horizontalen Positionsdifferenz $\Delta x \equiv X^2$. Man liest ab $s_{22}^2 = +1.33 \cdot 10^{-02} \mu\text{m}^2$ gleichbedeutend mit $\sigma_{X^2} = 0.11 \mu\text{m}$.

Die Kovarianzmatrizen der übrigen Sektoren unterscheiden sich in allen Werten, weil in die Berechnung der Kovarianzen der Fehler der Rohasymmetrie ΔX_i^0 als Wichtungsfaktor mit eingeht (siehe Gl. 6.17). Die ΔX_i^0 sind für alle Sektoren verschieden. Die Kovarianzmatrizen der übrigen Sektoren sehen folgendermaßen aus:

$$S_2 = \begin{pmatrix} +6.02 \cdot 10^{-9} & +1.54 \cdot 10^{-10} & -8.26 \cdot 10^{-9} & -1.35 \cdot 10^{-7} & +8.94 \cdot 10^{-13} & -2.16 \cdot 10^{-12} & +3.31 \cdot 10^{-5} \\ +1.54 \cdot 10^{-10} & +1.66 \cdot 10^{-10} & +1.35 \cdot 10^{-8} & -4.28 \cdot 10^{-8} & +1.54 \cdot 10^{-12} & -1.26 \cdot 10^{-12} & +4.37 \cdot 10^{-6} \\ -8.26 \cdot 10^{-9} & +1.35 \cdot 10^{-8} & +1.41 \cdot 10^{-2} & +3.50 \cdot 10^{-3} & +2.84 \cdot 10^{-7} & +3.55 \cdot 10^{-8} & -1.52 \cdot 10^{-1} \\ -1.35 \cdot 10^{-7} & -4.28 \cdot 10^{-8} & +3.50 \cdot 10^{-3} & +3.63 \cdot 10^{-2} & +7.48 \cdot 10^{-8} & +4.12 \cdot 10^{-7} & -1.40 \cdot 10^0 \\ +8.94 \cdot 10^{-13} & +1.54 \cdot 10^{-12} & +2.84 \cdot 10^{-7} & +7.48 \cdot 10^{-8} & +1.10 \cdot 10^{-11} & +7.84 \cdot 10^{-13} & -2.29 \cdot 10^{-6} \\ -2.16 \cdot 10^{-12} & -1.26 \cdot 10^{-12} & +3.55 \cdot 10^{-8} & +4.12 \cdot 10^{-7} & +7.84 \cdot 10^{-13} & +5.86 \cdot 10^{-12} & -1.35 \cdot 10^{-5} \\ +3.31 \cdot 10^{-5} & +4.37 \cdot 10^{-6} & -1.52 \cdot 10^{-1} & -1.40 \cdot 10^0 & -2.29 \cdot 10^{-6} & -1.35 \cdot 10^{-5} & +5.25 \cdot 10^2 \end{pmatrix}$$

$$S_5 = \begin{pmatrix} +6.10 \cdot 10^{-9} & +1.33 \cdot 10^{-10} & -2.95 \cdot 10^{-7} & -1.33 \cdot 10^{-7} & -4.92 \cdot 10^{-12} & -1.06 \cdot 10^{-12} & -1.23 \cdot 10^{-5} \\ +1.33 \cdot 10^{-10} & +1.54 \cdot 10^{-10} & +6.36 \cdot 10^{-9} & -4.11 \cdot 10^{-8} & +1.40 \cdot 10^{-12} & -1.15 \cdot 10^{-12} & +1.50 \cdot 10^{-6} \\ -2.95 \cdot 10^{-7} & +6.36 \cdot 10^{-9} & +1.32 \cdot 10^{-2} & +4.18 \cdot 10^{-3} & +2.55 \cdot 10^{-7} & +4.38 \cdot 10^{-8} & -2.44 \cdot 10^{-1} \\ -1.33 \cdot 10^{-7} & -4.11 \cdot 10^{-8} & +4.18 \cdot 10^{-3} & +4.09 \cdot 10^{-2} & +9.25 \cdot 10^{-8} & +4.56 \cdot 10^{-7} & -1.65 \cdot 10^0 \\ -4.92 \cdot 10^{-12} & +1.40 \cdot 10^{-12} & +2.55 \cdot 10^{-7} & +9.25 \cdot 10^{-8} & +9.86 \cdot 10^{-12} & +9.07 \cdot 10^{-13} & -5.01 \cdot 10^{-6} \\ -1.06 \cdot 10^{-12} & -1.15 \cdot 10^{-12} & +4.38 \cdot 10^{-8} & +4.56 \cdot 10^{-7} & +9.07 \cdot 10^{-13} & +6.21 \cdot 10^{-12} & -1.60 \cdot 10^{-5} \\ -1.23 \cdot 10^{-5} & +1.50 \cdot 10^{-6} & -2.44 \cdot 10^{-1} & -1.65 \cdot 10^0 & -5.01 \cdot 10^{-6} & -1.60 \cdot 10^{-5} & +5.08 \cdot 10^2 \end{pmatrix}$$

$$S_6 = \begin{pmatrix} +5.76 \cdot 10^{-9} & +1.80 \cdot 10^{-10} & +9.06 \cdot 10^{-9} & -1.29 \cdot 10^{-7} & +8.89 \cdot 10^{-13} & -1.38 \cdot 10^{-12} & -8.23 \cdot 10^{-6} \\ +1.80 \cdot 10^{-10} & +1.60 \cdot 10^{-10} & +1.08 \cdot 10^{-8} & -4.36 \cdot 10^{-8} & +1.49 \cdot 10^{-12} & -1.20 \cdot 10^{-12} & +2.02 \cdot 10^{-6} \\ +9.06 \cdot 10^{-9} & +1.08 \cdot 10^{-8} & +1.34 \cdot 10^{-2} & +4.13 \cdot 10^{-3} & +2.63 \cdot 10^{-7} & +4.25 \cdot 10^{-8} & -2.27 \cdot 10^{-1} \\ -1.29 \cdot 10^{-7} & -4.36 \cdot 10^{-8} & +4.13 \cdot 10^{-3} & +4.02 \cdot 10^{-2} & +8.99 \cdot 10^{-8} & +4.52 \cdot 10^{-7} & -1.60 \cdot 10^0 \\ +8.89 \cdot 10^{-13} & +1.49 \cdot 10^{-12} & +2.63 \cdot 10^{-7} & +8.99 \cdot 10^{-8} & +1.02 \cdot 10^{-11} & +8.86 \cdot 10^{-13} & -4.57 \cdot 10^{-6} \\ -1.38 \cdot 10^{-12} & -1.20 \cdot 10^{-12} & +4.25 \cdot 10^{-8} & +4.52 \cdot 10^{-7} & +8.86 \cdot 10^{-13} & +6.22 \cdot 10^{-12} & -1.55 \cdot 10^{-5} \\ -8.23 \cdot 10^{-6} & +2.02 \cdot 10^{-6} & -2.27 \cdot 10^{-1} & -1.60 \cdot 10^0 & -4.57 \cdot 10^{-6} & -1.55 \cdot 10^{-5} & +5.16 \cdot 10^2 \end{pmatrix}$$

Kovarianzmatrizen S für die Daten bei E=570.4 MeV und Longitudinalpolarisation

$$S_1 = \begin{pmatrix} +2.37e-09 & +9.03e-11 & -6.94e-07 & -2.67e-06 & -2.83e-12 & -1.50e-11 & -2.15e-05 \\ +9.03e-11 & +6.86e-11 & -1.02e-06 & -4.23e-07 & -5.39e-12 & -2.43e-12 & -1.62e-05 \\ -6.94e-07 & -1.02e-06 & +3.64e-01 & -8.91e-02 & +2.20e-06 & -5.10e-07 & +1.82e+00 \\ -2.67e-06 & -4.23e-07 & -8.91e-02 & +6.39e-01 & -6.22e-07 & +3.55e-06 & +2.72e+00 \\ -2.83e-12 & -5.39e-12 & +2.20e-06 & -6.22e-07 & +1.36e-11 & -3.56e-12 & +9.43e-06 \\ -1.50e-11 & -2.43e-12 & -5.10e-07 & +3.55e-06 & -3.56e-12 & +1.98e-11 & +1.58e-05 \\ -2.15e-05 & -1.62e-05 & +1.82e+00 & +2.72e+00 & +9.43e-06 & +1.58e-05 & +4.05e+02 \end{pmatrix}$$

$$S_2 = \begin{pmatrix} +2.18e-09 & +7.34e-11 & -1.56e-06 & -6.90e-08 & -9.07e-12 & -3.55e-13 & -2.42e-05 \\ +7.34e-11 & +6.83e-11 & -1.02e-06 & -4.33e-07 & -5.39e-12 & -2.48e-12 & -1.60e-05 \\ -1.56e-06 & -1.02e-06 & +3.66e-01 & -8.97e-02 & +2.22e-06 & -5.14e-07 & +1.82e+00 \\ -6.90e-08 & -4.33e-07 & -8.97e-02 & +6.41e-01 & -6.27e-07 & +3.56e-06 & +2.74e+00 \\ -9.07e-12 & -5.39e-12 & +2.22e-06 & -6.27e-07 & +1.36e-11 & -3.59e-12 & +9.43e-06 \\ -3.55e-13 & -2.48e-12 & -5.14e-07 & +3.56e-06 & -3.59e-12 & +1.98e-11 & +1.60e-05 \\ -2.42e-05 & -1.60e-05 & +1.82e+00 & +2.74e+00 & +9.43e-06 & +1.60e-05 & +4.04e+02 \end{pmatrix}$$

$$S_3 = \begin{pmatrix} +2.27e-09 & +6.77e-11 & -9.15e-07 & -6.38e-07 & -4.32e-12 & -3.41e-12 & -1.45e-05 \\ +6.77e-11 & +6.86e-11 & -1.00e-06 & -4.40e-07 & -5.34e-12 & -2.53e-12 & -1.57e-05 \\ -9.15e-07 & -1.00e-06 & +3.66e-01 & -9.00e-02 & +2.23e-06 & -5.15e-07 & +1.81e+00 \\ -6.38e-07 & -4.40e-07 & -9.00e-02 & +6.39e-01 & -6.30e-07 & +3.55e-06 & +2.78e+00 \\ -4.32e-12 & -5.34e-12 & +2.23e-06 & -6.30e-07 & +1.37e-11 & -3.61e-12 & +9.41e-06 \\ -3.41e-12 & -2.53e-12 & -5.15e-07 & +3.55e-06 & -3.61e-12 & +1.98e-11 & +1.62e-05 \\ -1.45e-05 & -1.57e-05 & +1.81e+00 & +2.78e+00 & +9.41e-06 & +1.62e-05 & +4.03e+02 \end{pmatrix}$$

$$S_4 = \begin{pmatrix} +2.28e-09 & +7.78e-11 & -1.01e-06 & +4.10e-08 & -5.85e-12 & +2.21e-13 & -2.09e-05 \\ +7.78e-11 & +6.86e-11 & -1.02e-06 & -4.24e-07 & -5.39e-12 & -2.44e-12 & -1.62e-05 \\ -1.01e-06 & -1.02e-06 & +3.64e-01 & -8.91e-02 & +2.20e-06 & -5.10e-07 & +1.82e+00 \\ +4.10e-08 & -4.24e-07 & -8.91e-02 & +6.38e-01 & -6.22e-07 & +3.54e-06 & +2.72e+00 \\ -5.85e-12 & -5.39e-12 & +2.20e-06 & -6.22e-07 & +1.36e-11 & -3.56e-12 & +9.45e-06 \\ +2.21e-13 & -2.44e-12 & -5.10e-07 & +3.54e-06 & -3.56e-12 & +1.97e-11 & +1.59e-05 \\ -2.09e-05 & -1.62e-05 & +1.82e+00 & +2.72e+00 & +9.45e-06 & +1.59e-05 & +4.05e+02 \end{pmatrix}$$

$$S_5 = \begin{pmatrix} +2.58e-09 & +7.49e-11 & -1.61e-06 & +1.29e-06 & -9.28e-12 & +7.18e-12 & -4.20e-06 \\ +7.49e-11 & +6.87e-11 & -1.02e-06 & -4.27e-07 & -5.41e-12 & -2.45e-12 & -1.62e-05 \\ -1.61e-06 & -1.02e-06 & +3.66e-01 & -8.97e-02 & +2.22e-06 & -5.13e-07 & +1.83e+00 \\ +1.29e-06 & -4.27e-07 & -8.97e-02 & +6.40e-01 & -6.26e-07 & +3.55e-06 & +2.74e+00 \\ -9.28e-12 & -5.41e-12 & +2.22e-06 & -6.26e-07 & +1.36e-11 & -3.59e-12 & +9.47e-06 \\ +7.18e-12 & -2.45e-12 & -5.13e-07 & +3.55e-06 & -3.59e-12 & +1.98e-11 & +1.60e-05 \\ -4.20e-06 & -1.62e-05 & +1.83e+00 & +2.74e+00 & +9.47e-06 & +1.60e-05 & +4.05e+02 \end{pmatrix}$$

$$S_6 = \begin{pmatrix} +2.30e-09 & +8.25e-11 & -1.54e-06 & +3.65e-07 & -8.38e-12 & +2.09e-12 & +2.40e-05 \\ +8.25e-11 & +6.86e-11 & -1.02e-06 & -4.34e-07 & -5.41e-12 & -2.49e-12 & -1.61e-05 \\ -1.54e-06 & -1.02e-06 & +3.68e-01 & -9.04e-02 & +2.23e-06 & -5.18e-07 & +1.83e+00 \\ +3.65e-07 & -4.34e-07 & -9.04e-02 & +6.42e-01 & -6.32e-07 & +3.57e-06 & +2.77e+00 \\ -8.38e-12 & -5.41e-12 & +2.23e-06 & -6.32e-07 & +1.37e-11 & -3.62e-12 & +9.51e-06 \\ +2.09e-12 & -2.49e-12 & -5.18e-07 & +3.57e-06 & -3.62e-12 & +1.99e-11 & +1.61e-05 \\ +2.40e-05 & -1.61e-05 & +1.83e+00 & +2.77e+00 & +9.51e-06 & +1.61e-05 & +4.04e+02 \end{pmatrix}$$

$$S_7 = \begin{pmatrix} +2.21e-09 & +8.34e-11 & -1.02e-06 & -1.49e-06 & -5.52e-12 & -8.51e-12 & -9.31e-06 \\ +8.34e-11 & +6.85e-11 & -1.02e-06 & -4.26e-07 & -5.39e-12 & -2.45e-12 & -1.62e-05 \\ -1.02e-06 & -1.02e-06 & +3.65e-01 & -8.93e-02 & +2.21e-06 & -5.11e-07 & +1.82e+00 \\ -1.49e-06 & -4.26e-07 & -8.93e-02 & +6.39e-01 & -6.24e-07 & +3.55e-06 & +2.73e+00 \\ -5.52e-12 & -5.39e-12 & +2.21e-06 & -6.24e-07 & +1.36e-11 & -3.57e-12 & +9.46e-06 \\ -8.51e-12 & -2.45e-12 & -5.11e-07 & +3.55e-06 & -3.57e-12 & +1.98e-11 & +1.59e-05 \\ -9.31e-06 & -1.62e-05 & +1.82e+00 & +2.73e+00 & +9.46e-06 & +1.59e-05 & +4.04e+02 \end{pmatrix}$$

$$S_8 = \begin{pmatrix} +2.33e-09 & +9.33e-11 & -1.28e-06 & -2.45e-06 & -6.64e-12 & -1.39e-11 & -3.51e-05 \\ +9.33e-11 & +6.84e-11 & -1.02e-06 & -4.25e-07 & -5.39e-12 & -2.44e-12 & -1.60e-05 \\ -1.28e-06 & -1.02e-06 & +3.65e-01 & -8.95e-02 & +2.21e-06 & -5.12e-07 & +1.82e+00 \\ -2.45e-06 & -4.25e-07 & -8.95e-02 & +6.40e-01 & -6.25e-07 & +3.55e-06 & +2.73e+00 \\ -6.64e-12 & -5.39e-12 & +2.21e-06 & -6.25e-07 & +1.36e-11 & -3.58e-12 & +9.43e-06 \\ -1.39e-11 & -2.44e-12 & -5.12e-07 & +3.55e-06 & -3.58e-12 & +1.98e-11 & +1.59e-05 \\ -3.51e-05 & -1.60e-05 & +1.82e+00 & +2.73e+00 & +9.43e-06 & +1.59e-05 & +4.04e+02 \end{pmatrix}$$

Kovarianzmatrizen S für die Daten bei E=855.2 MeV und Transversalpolari- sation

$$S_1 = \begin{pmatrix} +1.02e-08 & +2.79e-10 & +2.23e-07 & -7.18e-07 & +2.64e-13 & -6.27e-12 & -6.55e-05 \\ +2.79e-10 & +2.62e-10 & +3.57e-08 & -1.95e-07 & -1.89e-14 & -2.09e-12 & -3.04e-05 \\ +2.23e-07 & +3.57e-08 & +7.31e-03 & -4.58e-03 & +4.33e-08 & -4.62e-08 & -4.99e-03 \\ -7.18e-07 & -1.95e-07 & -4.58e-03 & +7.77e-02 & -4.49e-08 & +7.02e-07 & +2.11e-01 \\ +2.64e-13 & -1.89e-14 & +4.33e-08 & -4.49e-08 & +3.03e-13 & -4.34e-13 & +4.88e-07 \\ -6.27e-12 & -2.09e-12 & -4.62e-08 & +7.02e-07 & -4.34e-13 & +6.39e-12 & +2.02e-06 \\ -6.55e-05 & -3.04e-05 & -4.99e-03 & +2.11e-01 & +4.88e-07 & +2.02e-06 & +7.87e+01 \end{pmatrix}$$

$$S_2 = \begin{pmatrix} +9.97e-09 & +2.81e-10 & -1.87e-07 & -2.42e-07 & -2.51e-12 & -1.93e-12 & +3.14e-05 \\ +2.81e-10 & +2.63e-10 & +3.57e-08 & -1.99e-07 & -8.70e-15 & -2.12e-12 & -3.03e-05 \\ -1.87e-07 & +3.57e-08 & +7.30e-03 & -4.61e-03 & +4.32e-08 & -4.65e-08 & -4.43e-03 \\ -2.42e-07 & -1.99e-07 & -4.61e-03 & +7.69e-02 & -4.43e-08 & +6.95e-07 & +2.16e-01 \\ -2.51e-12 & -8.70e-15 & +4.32e-08 & -4.43e-08 & +3.01e-13 & -4.28e-13 & +4.77e-07 \\ -1.93e-12 & -2.12e-12 & -4.65e-08 & +6.95e-07 & -4.28e-13 & +6.33e-12 & +2.07e-06 \\ +3.14e-05 & -3.03e-05 & -4.43e-03 & +2.16e-01 & +4.77e-07 & +2.07e-06 & +7.86e+01 \end{pmatrix}$$

$$S_5 = \begin{pmatrix} +1.18e-08 & +3.18e-10 & +1.83e-07 & -1.18e-06 & +7.27e-13 & -1.04e-11 & -3.15e-05 \\ +3.18e-10 & +2.62e-10 & +3.60e-08 & -1.94e-07 & -1.25e-14 & -2.08e-12 & -3.04e-05 \\ +1.83e-07 & +3.60e-08 & +7.31e-03 & -4.60e-03 & +4.32e-08 & -4.64e-08 & -4.11e-03 \\ -1.18e-06 & -1.94e-07 & -4.60e-03 & +7.75e-02 & -4.47e-08 & +7.01e-07 & +2.14e-01 \\ +7.27e-13 & -1.25e-14 & +4.32e-08 & -4.47e-08 & +3.03e-13 & -4.32e-13 & +4.87e-07 \\ -1.04e-11 & -2.08e-12 & -4.64e-08 & +7.01e-07 & -4.32e-13 & +6.38e-12 & +2.05e-06 \\ -3.15e-05 & -3.04e-05 & -4.11e-03 & +2.14e-01 & +4.87e-07 & +2.05e-06 & +7.88e+01 \end{pmatrix}$$

$$S_6 = \begin{pmatrix} +9.05e-09 & +2.05e-10 & -2.18e-07 & -7.96e-07 & -1.42e-12 & -8.01e-12 & -4.96e-05 \\ +2.05e-10 & +2.63e-10 & +3.63e-08 & -2.04e-07 & +1.28e-15 & -2.18e-12 & -3.02e-05 \\ -2.18e-07 & +3.63e-08 & +7.30e-03 & -4.63e-03 & +4.31e-08 & -4.66e-08 & -4.42e-03 \\ -7.96e-07 & -2.04e-07 & -4.63e-03 & +7.63e-02 & -4.39e-08 & +6.90e-07 & +2.20e-01 \\ -1.42e-12 & +1.28e-15 & +4.31e-08 & -4.39e-08 & +2.99e-13 & -4.24e-13 & +4.67e-07 \\ -8.01e-12 & -2.18e-12 & -4.66e-08 & +6.90e-07 & -4.24e-13 & +6.28e-12 & +2.10e-06 \\ -4.96e-05 & -3.02e-05 & -4.42e-03 & +2.20e-01 & +4.67e-07 & +2.10e-06 & +7.84e+01 \end{pmatrix}$$

$$S_8 = \begin{pmatrix} +1.16e-08 & +3.29e-10 & +3.06e-07 & +5.50e-07 & +1.70e-12 & +4.59e-12 & -2.05e-06 \\ +3.29e-10 & +2.72e-10 & +3.84e-08 & -2.86e-07 & +2.23e-13 & -2.96e-12 & -2.77e-05 \\ +3.06e-07 & +3.84e-08 & +7.41e-03 & -5.16e-03 & +4.31e-08 & -5.15e-08 & -1.08e-03 \\ +5.50e-07 & -2.86e-07 & -5.16e-03 & +6.04e-02 & -3.17e-08 & +5.50e-07 & +3.09e-01 \\ +1.70e-12 & +2.23e-13 & +4.31e-08 & -3.17e-08 & +2.53e-13 & -3.13e-13 & +2.05e-07 \\ +4.59e-12 & -2.96e-12 & -5.15e-08 & +5.50e-07 & -3.13e-13 & +5.05e-12 & +2.95e-06 \\ -2.05e-06 & -2.77e-05 & -1.08e-03 & +3.09e-01 & +2.05e-07 & +2.95e-06 & +7.75e+01 \end{pmatrix}$$

Kovarianzmatrizen S für die Daten bei E=569.3 MeV und Transversalpolari- sation

$$S_1 = \begin{pmatrix} +3.86e-09 & +1.66e-09 & -6.67e-05 & -2.99e-08 & -3.18e-10 & -4.37e-12 & -6.06e-04 \\ +1.66e-09 & +1.23e-09 & -2.44e-05 & +4.63e-07 & -1.16e-10 & -2.85e-13 & -2.17e-04 \\ -6.67e-05 & -2.44e-05 & +1.82e+01 & -2.11e+00 & +9.02e-05 & -1.02e-05 & -1.59e+01 \\ -2.99e-08 & +4.63e-07 & -2.11e+00 & +1.69e+00 & -1.09e-05 & +8.52e-06 & +3.00e+01 \\ -3.18e-10 & -1.16e-10 & +9.02e-05 & -1.09e-05 & +4.49e-10 & -5.34e-11 & -1.61e-04 \\ -4.37e-12 & -2.85e-13 & -1.02e-05 & +8.52e-06 & -5.34e-11 & +4.32e-11 & +1.71e-04 \\ -6.06e-04 & -2.17e-04 & -1.59e+01 & +3.00e+01 & -1.61e-04 & +1.71e-04 & +5.65e+03 \end{pmatrix}$$

$$S_2 = \left(\begin{array}{c|cccccc} +4.07e-09 & +1.67e-09 & -5.20e-05 & -5.71e-07 & -2.45e-10 & -7.86e-12 & -6.45e-04 \\ +1.67e-09 & +1.26e-09 & -2.41e-05 & +2.33e-07 & -1.14e-10 & -1.40e-12 & -2.23e-04 \\ -5.20e-05 & -2.41e-05 & +1.82e+01 & -2.11e+00 & +8.99e-05 & -1.02e-05 & -1.63e+01 \\ -5.71e-07 & +2.33e-07 & -2.11e+00 & +1.69e+00 & -1.09e-05 & +8.52e-06 & +3.02e+01 \\ -2.45e-10 & -1.14e-10 & +8.99e-05 & -1.09e-05 & +4.48e-10 & -5.33e-11 & -1.63e-04 \\ -7.86e-12 & -1.40e-12 & -1.02e-05 & +8.52e-06 & -5.33e-11 & +4.32e-11 & +1.72e-04 \\ -6.45e-04 & -2.23e-04 & -1.63e+01 & +3.02e+01 & -1.63e-04 & +1.72e-04 & +5.67e+03 \end{array} \right)$$

$$S_3 = \left(\begin{array}{c|cccccc} +4.18e-09 & +1.73e-09 & -4.61e-05 & -3.40e-07 & -2.19e-10 & -5.86e-12 & -6.35e-04 \\ +1.73e-09 & +1.23e-09 & -2.42e-05 & +4.12e-07 & -1.15e-10 & -5.29e-13 & -2.16e-04 \\ -4.61e-05 & -2.42e-05 & +1.82e+01 & -2.11e+00 & +9.01e-05 & -1.02e-05 & -1.65e+01 \\ -3.40e-07 & +4.12e-07 & -2.11e+00 & +1.69e+00 & -1.09e-05 & +8.51e-06 & +3.00e+01 \\ -2.19e-10 & -1.15e-10 & +9.01e-05 & -1.09e-05 & +4.49e-10 & -5.34e-11 & -1.64e-04 \\ -5.86e-12 & -5.29e-13 & -1.02e-05 & +8.51e-06 & -5.34e-11 & +4.31e-11 & +1.71e-04 \\ -6.35e-04 & -2.16e-04 & -1.65e+01 & +3.00e+01 & -1.64e-04 & +1.71e-04 & +5.65e+03 \end{array} \right)$$

$$S_4 = \left(\begin{array}{c|cccccc} +4.16e-09 & +1.72e-09 & -4.14e-05 & -1.41e-06 & -1.98e-10 & -1.07e-11 & -3.61e-04 \\ +1.72e-09 & +1.25e-09 & -2.41e-05 & +1.08e-07 & -1.14e-10 & -1.99e-12 & -2.22e-04 \\ -4.14e-05 & -2.41e-05 & +1.82e+01 & -2.12e+00 & +9.02e-05 & -1.03e-05 & -1.61e+01 \\ -1.41e-06 & +1.08e-07 & -2.12e+00 & +1.69e+00 & -1.09e-05 & +8.51e-06 & +2.99e+01 \\ -1.98e-10 & -1.14e-10 & +9.02e-05 & -1.09e-05 & +4.49e-10 & -5.36e-11 & -1.62e-04 \\ -1.07e-11 & -1.99e-12 & -1.03e-05 & +8.51e-06 & -5.36e-11 & +4.31e-11 & +1.71e-04 \\ -3.61e-04 & -2.22e-04 & -1.61e+01 & +2.99e+01 & -1.62e-04 & +1.71e-04 & +5.64e+03 \end{array} \right)$$

$$S_5 = \left(\begin{array}{c|cccccc} +3.83e-09 & +1.61e-09 & -4.03e-05 & +4.75e-07 & -1.89e-10 & -2.37e-12 & -3.72e-04 \\ +1.61e-09 & +1.25e-09 & -2.43e-05 & +2.03e-07 & -1.15e-10 & -1.54e-12 & -2.22e-04 \\ -4.03e-05 & -2.43e-05 & +1.82e+01 & -2.11e+00 & +9.04e-05 & -1.02e-05 & -1.65e+01 \\ +4.75e-07 & +2.03e-07 & -2.11e+00 & +1.70e+00 & -1.09e-05 & +8.54e-06 & +3.03e+01 \\ -1.89e-10 & -1.15e-10 & +9.04e-05 & -1.09e-05 & +4.50e-10 & -5.34e-11 & -1.64e-04 \\ -2.37e-12 & -1.54e-12 & -1.02e-05 & +8.54e-06 & -5.34e-11 & +4.33e-11 & +1.73e-04 \\ -3.72e-04 & -2.22e-04 & -1.65e+01 & +3.03e+01 & -1.64e-04 & +1.73e-04 & +5.67e+03 \end{array} \right)$$

$$S_6 = \left(\begin{array}{c|cccccc} +3.98e-09 & +1.61e-09 & -3.41e-05 & -5.45e-07 & -1.64e-10 & -5.41e-12 & -9.36e-05 \\ +1.61e-09 & +1.25e-09 & -2.46e-05 & +2.96e-07 & -1.17e-10 & -1.11e-12 & -2.24e-04 \\ -3.41e-05 & -2.46e-05 & +1.83e+01 & -2.12e+00 & +9.05e-05 & -1.02e-05 & -1.60e+01 \\ -5.45e-07 & +2.96e-07 & -2.12e+00 & +1.69e+00 & -1.09e-05 & +8.53e-06 & +3.02e+01 \\ -1.64e-10 & -1.17e-10 & +9.05e-05 & -1.09e-05 & +4.51e-10 & -5.35e-11 & -1.62e-04 \\ -5.41e-12 & -1.11e-12 & -1.02e-05 & +8.53e-06 & -5.35e-11 & +4.32e-11 & +1.72e-04 \\ -9.36e-05 & -2.24e-04 & -1.60e+01 & +3.02e+01 & -1.62e-04 & +1.72e-04 & +5.66e+03 \end{array} \right)$$

$$S_7 = \left(\begin{array}{c|cccccc} +3.79e-09 & +1.58e-09 & -4.77e-05 & -3.00e-06 & -2.21e-10 & -2.01e-11 & -7.65e-04 \\ +1.58e-09 & +1.22e-09 & -2.14e-05 & +6.81e-09 & -1.01e-10 & -2.47e-12 & -2.56e-04 \\ -4.77e-05 & -2.14e-05 & +1.79e+01 & -2.07e+00 & +8.85e-05 & -1.00e-05 & -1.07e+01 \\ -3.00e-06 & +6.81e-09 & -2.07e+00 & +1.70e+00 & -1.07e-05 & +8.59e-06 & +2.97e+01 \\ -2.21e-10 & -1.01e-10 & +8.85e-05 & -1.07e-05 & +4.40e-10 & -5.25e-11 & -1.36e-04 \\ -2.01e-11 & -2.47e-12 & -1.00e-05 & +8.59e-06 & -5.25e-11 & +4.35e-11 & +1.70e-04 \\ -7.65e-04 & -2.56e-04 & -1.07e+01 & +2.97e+01 & -1.36e-04 & +1.70e-04 & +5.66e+03 \end{array} \right)$$

$$S_8 = \left(\begin{array}{c|cccccc} +4.94e-09 & +1.82e-09 & -5.47e-05 & -2.64e-06 & -2.60e-10 & -1.75e-11 & -7.34e-04 \\ +1.82e-09 & +1.35e-09 & -2.35e-05 & -8.27e-07 & -1.11e-10 & -6.69e-12 & -3.04e-04 \\ -5.47e-05 & -2.35e-05 & +1.85e+01 & -2.14e+00 & +9.14e-05 & -1.04e-05 & -1.04e+01 \\ -2.64e-06 & -8.27e-07 & -2.14e+00 & +1.70e+00 & -1.11e-05 & +8.56e-06 & +3.04e+01 \\ -2.60e-10 & -1.11e-10 & +9.14e-05 & -1.11e-05 & +4.55e-10 & -5.43e-11 & -1.38e-04 \\ -1.75e-11 & -6.69e-12 & -1.04e-05 & +8.56e-06 & -5.43e-11 & +4.35e-11 & +1.75e-04 \\ -7.34e-04 & -3.04e-04 & -1.04e+01 & +3.04e+01 & -1.38e-04 & +1.75e-04 & +5.83e+03 \end{array} \right)$$

Korrelationsmatrizen R für die Daten bei E=854.3 MeV und Longitudinalpolarisation

$$\mathbf{R}_1 = \begin{pmatrix} +1.000 & +0.171 & +0.013 & -0.027 & +0.006 & -0.029 & +0.023 \\ +0.171 & +1.000 & +0.005 & -0.016 & +0.036 & -0.037 & +0.004 \\ +0.013 & +0.005 & +1.000 & +0.179 & +0.709 & +0.151 & -0.091 \\ -0.027 & -0.016 & +0.179 & +1.000 & +0.144 & +0.905 & -0.360 \\ +0.006 & +0.036 & +0.709 & +0.144 & +1.000 & +0.114 & -0.068 \\ -0.029 & -0.037 & +0.151 & +0.905 & +0.114 & +1.000 & -0.282 \\ +0.023 & +0.004 & -0.091 & -0.360 & -0.068 & -0.282 & +1.000 \end{pmatrix}$$

Ablesebeispiel: Das Matricelement in der 5. Zeile und 3. Spalte ist $r_{53} = 0.905$, d. h. der Korrelationskoeffizient zwischen vertikaler Ortsdifferenz $\Delta y \equiv X^3$ und vertikaler Winkeldifferenz $\Delta y' \equiv X^5$ beträgt $r=0.905$. Die Korrelationsmatrizen der anderen Sektoren sehen folgendermaßen aus:

$$\mathbf{R}_2 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.154 & -0.001 & -0.009 & +0.003 & -0.012 & +0.019 \\ +0.1538 & +1.000 & +0.009 & -0.017 & +0.036 & -0.040 & +0.015 \\ -0.0009 & +0.009 & +1.000 & +0.155 & +0.720 & +0.123 & -0.056 \\ -0.0092 & -0.017 & +0.155 & +1.000 & +0.118 & +0.893 & -0.321 \\ +0.0035 & +0.036 & +0.720 & +0.118 & +1.000 & +0.098 & -0.030 \\ -0.0115 & -0.040 & +0.123 & +0.893 & +0.098 & +1.000 & -0.243 \\ +0.0186 & +0.015 & -0.056 & -0.321 & -0.030 & -0.243 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_5 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.138 & -0.033 & -0.008 & -0.020 & -0.005 & -0.007 \\ +0.1375 & +1.000 & +0.004 & -0.016 & +0.036 & -0.037 & +0.005 \\ -0.0329 & +0.004 & +1.000 & +0.180 & +0.708 & +0.153 & -0.094 \\ -0.0084 & -0.016 & +0.180 & +1.000 & +0.146 & +0.905 & -0.362 \\ -0.0200 & +0.036 & +0.708 & +0.146 & +1.000 & +0.116 & -0.071 \\ -0.0054 & -0.037 & +0.153 & +0.905 & +0.116 & +1.000 & -0.285 \\ -0.0070 & +0.005 & -0.094 & -0.362 & -0.071 & -0.285 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_6 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.188 & +0.001 & -0.008 & +0.004 & -0.007 & -0.005 \\ +0.1879 & +1.000 & +0.007 & -0.017 & +0.037 & -0.038 & +0.007 \\ +0.0010 & +0.007 & +1.000 & +0.178 & +0.711 & +0.147 & -0.086 \\ -0.0085 & -0.017 & +0.178 & +1.000 & +0.140 & +0.903 & -0.352 \\ +0.0037 & +0.037 & +0.711 & +0.140 & +1.000 & +0.111 & -0.063 \\ -0.0073 & -0.038 & +0.147 & +0.903 & +0.111 & +1.000 & -0.274 \\ -0.0048 & +0.007 & -0.086 & -0.352 & -0.063 & -0.274 & +1.000 \end{pmatrix}$$

Korrelationsmatrizen R für die Daten bei E=570.4 MeV und Longitudinalpolarisation

$$\mathbf{R}_1 = \begin{pmatrix} +1.000 & +0.224 & -0.024 & -0.069 & -0.016 & -0.069 & -0.022 \\ +0.224 & +1.000 & -0.203 & -0.064 & -0.177 & -0.066 & -0.097 \\ -0.024 & -0.203 & +1.000 & -0.185 & +0.993 & -0.190 & +0.150 \\ -0.069 & -0.064 & -0.185 & +1.000 & -0.211 & +0.998 & +0.169 \\ -0.016 & -0.177 & +0.993 & -0.211 & +1.000 & -0.218 & +0.127 \\ -0.069 & -0.066 & -0.190 & +0.998 & -0.218 & +1.000 & +0.177 \\ -0.022 & -0.097 & +0.150 & +0.169 & +0.127 & +0.177 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_2 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.190 & -0.055 & -0.002 & -0.053 & -0.002 & -0.026 \\ +0.1902 & +1.000 & -0.203 & -0.065 & -0.177 & -0.067 & -0.097 \\ -0.0553 & -0.203 & +1.000 & -0.185 & +0.993 & -0.191 & +0.150 \\ -0.0018 & -0.065 & -0.185 & +1.000 & -0.212 & +0.998 & +0.170 \\ -0.0526 & -0.177 & +0.993 & -0.212 & +1.000 & -0.218 & +0.127 \\ -0.0017 & -0.067 & -0.191 & +0.998 & -0.218 & +1.000 & +0.179 \\ -0.0258 & -0.097 & +0.150 & +0.170 & +0.127 & +0.179 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.171 & -0.032 & -0.017 & -0.024 & -0.016 & -0.015 \\ +0.1713 & +1.000 & -0.200 & -0.066 & -0.174 & -0.069 & -0.095 \\ -0.0317 & -0.200 & +1.000 & -0.186 & +0.993 & -0.191 & +0.149 \\ -0.0167 & -0.066 & -0.186 & +1.000 & -0.213 & +0.998 & +0.173 \\ -0.0245 & -0.174 & +0.993 & -0.213 & +1.000 & -0.219 & +0.127 \\ -0.0161 & -0.069 & -0.191 & +0.998 & -0.219 & +1.000 & +0.182 \\ -0.0151 & -0.095 & +0.149 & +0.173 & +0.127 & +0.182 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$R_4 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.197 & -0.035 & +0.001 & -0.033 & +0.001 & -0.022 \\ +0.1966 & +1.000 & -0.203 & -0.064 & -0.177 & -0.066 & -0.097 \\ -0.0350 & -0.203 & +1.000 & -0.185 & +0.993 & -0.190 & +0.150 \\ +0.0011 & -0.064 & -0.185 & +1.000 & -0.211 & +0.998 & +0.169 \\ -0.0333 & -0.177 & +0.993 & -0.211 & +1.000 & -0.218 & +0.128 \\ +0.0010 & -0.066 & -0.190 & +0.998 & -0.218 & +1.000 & +0.177 \\ -0.0218 & -0.097 & +0.150 & +0.169 & +0.128 & +0.177 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$R_5 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.178 & -0.052 & +0.032 & -0.049 & +0.032 & -0.004 \\ +0.1778 & +1.000 & -0.203 & -0.064 & -0.177 & -0.066 & -0.097 \\ -0.0525 & -0.203 & +1.000 & -0.186 & +0.993 & -0.191 & +0.150 \\ +0.0318 & -0.064 & -0.186 & +1.000 & -0.212 & +0.998 & +0.170 \\ -0.0495 & -0.177 & +0.993 & -0.212 & +1.000 & -0.218 & +0.127 \\ +0.0317 & -0.066 & -0.191 & +0.998 & -0.218 & +1.000 & +0.178 \\ -0.0041 & -0.097 & +0.150 & +0.170 & +0.127 & +0.178 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$R_6 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.208 & -0.053 & +0.009 & -0.047 & +0.010 & +0.025 \\ +0.2076 & +1.000 & -0.203 & -0.065 & -0.176 & -0.068 & -0.097 \\ -0.0528 & -0.203 & +1.000 & -0.186 & +0.993 & -0.191 & +0.150 \\ +0.0095 & -0.065 & -0.186 & +1.000 & -0.213 & +0.998 & +0.172 \\ -0.0471 & -0.176 & +0.993 & -0.213 & +1.000 & -0.219 & +0.128 \\ +0.0098 & -0.068 & -0.191 & +0.998 & -0.219 & +1.000 & +0.180 \\ +0.0249 & -0.097 & +0.150 & +0.172 & +0.128 & +0.180 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$R_7 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.214 & -0.036 & -0.040 & -0.032 & -0.041 & -0.010 \\ +0.2144 & +1.000 & -0.203 & -0.064 & -0.177 & -0.066 & -0.097 \\ -0.0360 & -0.203 & +1.000 & -0.185 & +0.993 & -0.190 & +0.150 \\ -0.0397 & -0.064 & -0.185 & +1.000 & -0.212 & +0.998 & +0.170 \\ -0.0319 & -0.177 & +0.993 & -0.212 & +1.000 & -0.218 & +0.128 \\ -0.0408 & -0.066 & -0.190 & +0.998 & -0.218 & +1.000 & +0.178 \\ -0.0099 & -0.097 & +0.150 & +0.170 & +0.128 & +0.178 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$R_8 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.234 & -0.044 & -0.064 & -0.037 & -0.065 & -0.036 \\ +0.2338 & +1.000 & -0.203 & -0.064 & -0.176 & -0.066 & -0.097 \\ -0.0439 & -0.203 & +1.000 & -0.185 & +0.993 & -0.190 & +0.150 \\ -0.0635 & -0.064 & -0.185 & +1.000 & -0.212 & +0.998 & +0.170 \\ -0.0373 & -0.176 & +0.993 & -0.212 & +1.000 & -0.218 & +0.127 \\ -0.0646 & -0.066 & -0.190 & +0.998 & -0.218 & +1.000 & +0.178 \\ -0.0361 & -0.097 & +0.150 & +0.170 & +0.127 & +0.178 & +1.000 \end{pmatrix}$$

Korrelationsmatrizen R für die Daten bei E=855.2 MeV und Transversalpolarisation

$$R_1 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.170 & +0.026 & -0.025 & +0.005 & -0.025 & -0.073 \\ +0.1702 & +1.000 & +0.026 & -0.043 & -0.002 & -0.051 & -0.212 \\ +0.0258 & +0.026 & +1.000 & -0.192 & +0.918 & -0.214 & -0.007 \\ -0.0255 & -0.043 & -0.192 & +1.000 & -0.292 & +0.997 & +0.085 \\ +0.0047 & -0.002 & +0.918 & -0.292 & +1.000 & -0.311 & +0.100 \\ -0.0245 & -0.051 & -0.214 & +0.997 & -0.311 & +1.000 & +0.090 \\ -0.0730 & -0.212 & -0.007 & +0.085 & +0.100 & +0.090 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_2 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.173 & -0.022 & -0.009 & -0.046 & -0.008 & +0.036 \\ +0.1734 & +1.000 & +0.026 & -0.044 & -0.001 & -0.052 & -0.211 \\ -0.0220 & +0.026 & +1.000 & -0.195 & +0.921 & -0.216 & -0.006 \\ -0.0088 & -0.044 & -0.195 & +1.000 & -0.292 & +0.997 & +0.088 \\ -0.0459 & -0.001 & +0.921 & -0.292 & +1.000 & -0.311 & +0.098 \\ -0.0077 & -0.052 & -0.216 & +0.997 & -0.311 & +1.000 & +0.093 \\ +0.0355 & -0.211 & -0.006 & +0.088 & +0.098 & +0.093 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_5 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.181 & +0.020 & -0.039 & +0.012 & -0.038 & -0.033 \\ +0.1807 & +1.000 & +0.026 & -0.043 & -0.001 & -0.051 & -0.211 \\ +0.0196 & +0.026 & +1.000 & -0.193 & +0.919 & -0.215 & -0.005 \\ -0.0389 & -0.043 & -0.193 & +1.000 & -0.292 & +0.997 & +0.087 \\ +0.0121 & -0.001 & +0.919 & -0.292 & +1.000 & -0.311 & +0.100 \\ -0.0379 & -0.051 & -0.215 & +0.997 & -0.311 & +1.000 & +0.091 \\ -0.0326 & -0.211 & -0.005 & +0.087 & +0.100 & +0.091 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_6 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.133 & -0.027 & -0.030 & -0.027 & -0.034 & -0.059 \\ +0.1329 & +1.000 & +0.026 & -0.046 & +0.000 & -0.054 & -0.210 \\ -0.0268 & +0.026 & +1.000 & -0.196 & +0.923 & -0.218 & -0.006 \\ -0.0303 & -0.046 & -0.196 & +1.000 & -0.291 & +0.997 & +0.090 \\ -0.0272 & +0.000 & +0.923 & -0.291 & +1.000 & -0.310 & +0.096 \\ -0.0336 & -0.054 & -0.218 & +0.997 & -0.310 & +1.000 & +0.095 \\ -0.0589 & -0.210 & -0.006 & +0.090 & +0.096 & +0.095 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_8 = \begin{pmatrix} +1.0000 & +0.185 & +0.033 & +0.021 & +0.031 & +0.019 & -0.002 \\ +0.1851 & +1.000 & +0.027 & -0.071 & +0.027 & -0.080 & -0.191 \\ +0.0330 & +0.027 & +1.000 & -0.244 & +0.995 & -0.266 & -0.001 \\ +0.0207 & -0.071 & -0.244 & +1.000 & -0.256 & +0.996 & +0.143 \\ +0.0314 & +0.027 & +0.995 & -0.256 & +1.000 & -0.277 & +0.046 \\ +0.0189 & -0.080 & -0.266 & +0.996 & -0.277 & +1.000 & +0.149 \\ -0.0022 & -0.191 & -0.001 & +0.143 & +0.046 & +0.149 & +1.000 \end{pmatrix}$$

Korrelationsmatrizen R für die Daten bei E=569.3 MeV und Transversalpolarisation

$$\mathbf{R}_1 = \begin{pmatrix} +1.000 & +0.762 & -0.252 & -0.000 & -0.241 & -0.011 & -0.130 \\ +0.762 & +1.000 & -0.163 & +0.010 & -0.156 & -0.001 & -0.082 \\ -0.252 & -0.163 & +1.000 & -0.380 & +0.998 & -0.364 & -0.050 \\ -0.000 & +0.010 & -0.380 & +1.000 & -0.395 & +0.997 & +0.307 \\ -0.241 & -0.156 & +0.998 & -0.395 & +1.000 & -0.383 & -0.101 \\ -0.011 & -0.001 & -0.364 & +0.997 & -0.383 & +1.000 & +0.347 \\ -0.130 & -0.082 & -0.050 & +0.307 & -0.101 & +0.347 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_2 = \begin{pmatrix} +1.000 & +0.737 & -0.191 & -0.007 & -0.182 & -0.019 & -0.134 \\ +0.737 & +1.000 & -0.159 & +0.005 & -0.152 & -0.006 & -0.084 \\ -0.191 & -0.159 & +1.000 & -0.380 & +0.998 & -0.364 & -0.051 \\ -0.007 & +0.005 & -0.380 & +1.000 & -0.395 & +0.997 & +0.309 \\ -0.182 & -0.152 & +0.998 & -0.395 & +1.000 & -0.383 & -0.102 \\ -0.019 & -0.006 & -0.364 & +0.997 & -0.383 & +1.000 & +0.348 \\ -0.134 & -0.084 & -0.051 & +0.309 & -0.102 & +0.348 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_3 = \begin{pmatrix} +1.000 & +0.764 & -0.167 & -0.004 & -0.160 & -0.014 & -0.131 \\ +0.764 & +1.000 & -0.162 & +0.009 & -0.155 & -0.002 & -0.082 \\ -0.167 & -0.162 & +1.000 & -0.381 & +0.998 & -0.365 & -0.052 \\ -0.004 & +0.009 & -0.381 & +1.000 & -0.396 & +0.997 & +0.307 \\ -0.160 & -0.155 & +0.998 & -0.396 & +1.000 & -0.384 & -0.103 \\ -0.014 & -0.002 & -0.365 & +0.997 & -0.384 & +1.000 & +0.347 \\ -0.131 & -0.082 & -0.052 & +0.307 & -0.103 & +0.347 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_4 = \begin{pmatrix} +1.000 & +0.753 & -0.150 & -0.017 & -0.144 & -0.025 & -0.075 \\ +0.753 & +1.000 & -0.160 & +0.002 & -0.153 & -0.009 & -0.083 \\ -0.150 & -0.160 & +1.000 & -0.383 & +0.998 & -0.367 & -0.050 \\ -0.017 & +0.002 & -0.383 & +1.000 & -0.397 & +0.997 & +0.306 \\ -0.144 & -0.153 & +0.998 & -0.397 & +1.000 & -0.385 & -0.102 \\ -0.025 & -0.009 & -0.367 & +0.997 & -0.385 & +1.000 & +0.346 \\ -0.075 & -0.083 & -0.050 & +0.306 & -0.102 & +0.346 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_5 = \begin{pmatrix} +1.000 & +0.734 & -0.152 & +0.006 & -0.144 & -0.006 & -0.080 \\ +0.734 & +1.000 & -0.160 & +0.004 & -0.153 & -0.007 & -0.083 \\ -0.152 & -0.160 & +1.000 & -0.380 & +0.998 & -0.364 & -0.051 \\ +0.006 & +0.004 & -0.380 & +1.000 & -0.395 & +0.997 & +0.309 \\ -0.144 & -0.153 & +0.998 & -0.395 & +1.000 & -0.383 & -0.103 \\ -0.006 & -0.007 & -0.364 & +0.997 & -0.383 & +1.000 & +0.349 \\ -0.080 & -0.083 & -0.051 & +0.309 & -0.103 & +0.349 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_6 = \begin{pmatrix} +1.000 & +0.722 & -0.127 & -0.007 & -0.122 & -0.013 & -0.020 \\ +0.722 & +1.000 & -0.162 & +0.006 & -0.155 & -0.005 & -0.084 \\ -0.127 & -0.162 & +1.000 & -0.380 & +0.998 & -0.364 & -0.050 \\ -0.007 & +0.006 & -0.380 & +1.000 & -0.395 & +0.997 & +0.308 \\ -0.122 & -0.155 & +0.998 & -0.395 & +1.000 & -0.383 & -0.101 \\ -0.013 & -0.005 & -0.364 & +0.997 & -0.383 & +1.000 & +0.348 \\ -0.020 & -0.084 & -0.050 & +0.308 & -0.101 & +0.348 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_7 = \begin{pmatrix} +1.000 & +0.733 & -0.183 & -0.037 & -0.171 & -0.049 & -0.165 \\ +0.733 & +1.000 & -0.145 & +0.000 & -0.138 & -0.011 & -0.097 \\ -0.183 & -0.145 & +1.000 & -0.375 & +0.998 & -0.360 & -0.034 \\ -0.037 & +0.000 & -0.375 & +1.000 & -0.390 & +0.997 & +0.303 \\ -0.171 & -0.138 & +0.998 & -0.390 & +1.000 & -0.379 & -0.086 \\ -0.049 & -0.011 & -0.360 & +0.997 & -0.379 & +1.000 & +0.343 \\ -0.165 & -0.097 & -0.034 & +0.303 & -0.086 & +0.343 & +1.000 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_8 = \begin{pmatrix} +1.000 & +0.705 & -0.181 & -0.029 & -0.173 & -0.038 & -0.137 \\ +0.705 & +1.000 & -0.149 & -0.017 & -0.142 & -0.028 & -0.109 \\ -0.181 & -0.149 & +1.000 & -0.383 & +0.998 & -0.366 & -0.032 \\ -0.029 & -0.017 & -0.383 & +1.000 & -0.398 & +0.997 & +0.306 \\ -0.173 & -0.142 & +0.998 & -0.398 & +1.000 & -0.386 & -0.085 \\ -0.038 & -0.028 & -0.366 & +0.997 & -0.386 & +1.000 & +0.348 \\ -0.137 & -0.109 & -0.032 & +0.306 & -0.085 & +0.348 & +1.000 \end{pmatrix}$$

Inverse Korrelationsmatrizen \mathbf{R}^{-1} für die Daten bei E=854.3 MeV und Longitudinalpolarisation

Die inversen Korrelationsmatrizen \mathbf{R}^{-1} werden nur aus der 6x6-Matrix (r_{ik}) unter Auslassung der nullten Zeile und Spalte gebildet. Sie sehen folgendermaßen aus:

$$\mathbf{R}_1^{-1} = \begin{pmatrix} +1.005 & +0.039 & -0.093 & -0.065 & +0.122 & -0.004 \\ +0.039 & +2.037 & -0.143 & -1.421 & -0.004 & +0.035 \\ -0.093 & -0.143 & +5.976 & -0.116 & -5.188 & +0.670 \\ -0.065 & -1.421 & -0.116 & +2.016 & +0.084 & -0.009 \\ +0.122 & -0.004 & -5.188 & +0.084 & +5.610 & -0.282 \\ -0.004 & +0.035 & +0.670 & -0.009 & -0.282 & +1.164 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_2^{-1} = \begin{pmatrix} +1.006 & +0.035 & -0.099 & -0.062 & +0.127 & -0.016 \\ +0.035 & +2.099 & -0.221 & -1.494 & +0.091 & +0.023 \\ -0.099 & -0.221 & +5.304 & -0.001 & -4.574 & +0.580 \\ -0.062 & -1.494 & -0.001 & +2.079 & -0.026 & -0.027 \\ +0.127 & +0.091 & -4.574 & -0.026 & +5.023 & -0.245 \\ -0.016 & +0.023 & +0.580 & -0.027 & -0.245 & +1.127 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_5^{-1} = \begin{pmatrix} +1.005 & +0.039 & -0.093 & -0.065 & +0.122 & -0.005 \\ +0.039 & +2.032 & -0.131 & -1.416 & -0.015 & +0.039 \\ -0.093 & -0.131 & +5.997 & -0.126 & -5.207 & +0.671 \\ -0.065 & -1.416 & -0.126 & +2.012 & +0.093 & -0.010 \\ +0.122 & -0.015 & -5.207 & +0.093 & +5.630 & -0.280 \\ -0.005 & +0.039 & +0.671 & -0.010 & -0.280 & +1.166 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_6^{-1} = \begin{pmatrix} +1.005 & +0.035 & -0.092 & -0.063 & +0.121 & -0.007 \\ +0.035 & +2.050 & -0.172 & -1.435 & +0.023 & +0.032 \\ -0.092 & -0.172 & +5.885 & -0.091 & -5.106 & +0.654 \\ -0.063 & -1.435 & -0.091 & +2.028 & +0.062 & -0.011 \\ +0.121 & +0.023 & -5.106 & +0.062 & +5.531 & -0.278 \\ -0.007 & +0.032 & +0.654 & -0.011 & -0.278 & +1.156 \end{pmatrix}$$

Inverse Korrelationsmatrizen \mathbf{R}^{-1} für die Daten bei $E=570.4$ MeV und Longitudinalpolarisation

$$\mathbf{R}_1^{-1} = \begin{pmatrix} +1.100 & +2.009 & -0.503 & -1.786 & +0.566 & +0.018 \\ +2.009 & +80.770 & +14.166 & -80.128 & -15.842 & -1.305 \\ -0.503 & +14.166 & +308.865 & -16.585 & -309.746 & +2.591 \\ -1.786 & -80.128 & -16.585 & +80.632 & +18.540 & +1.097 \\ +0.566 & -15.842 & -309.746 & +18.540 & +311.771 & -2.793 \\ +0.018 & -1.305 & +2.591 & +1.097 & -2.793 & +1.114 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_2^{-1} = \begin{pmatrix} +1.100 & +2.020 & -0.486 & -1.796 & +0.550 & +0.017 \\ +2.020 & +81.606 & +14.308 & -80.970 & -16.013 & -1.306 \\ -0.486 & +14.308 & +310.010 & -16.741 & -310.908 & +2.612 \\ -1.796 & -80.970 & -16.741 & +81.482 & +18.726 & +1.098 \\ +0.550 & -16.013 & -310.908 & +18.726 & +312.953 & -2.815 \\ +0.017 & -1.306 & +2.612 & +1.098 & -2.815 & +1.115 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_3^{-1} = \begin{pmatrix} +1.098 & +1.997 & -0.525 & -1.776 & +0.590 & +0.015 \\ +1.997 & +82.869 & +14.535 & -82.257 & -16.287 & -1.307 \\ -0.525 & +14.535 & +308.062 & -16.992 & -308.992 & +2.642 \\ -1.776 & -82.257 & -16.992 & +82.792 & +19.027 & +1.097 \\ +0.590 & -16.287 & -308.992 & +19.027 & +311.073 & -2.849 \\ +0.015 & -1.307 & +2.642 & +1.097 & -2.849 & +1.117 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_4^{-1} = \begin{pmatrix} +1.100 & +2.011 & -0.493 & -1.788 & +0.556 & +0.018 \\ +2.011 & +80.720 & +14.184 & -80.081 & -15.866 & -1.299 \\ -0.493 & +14.184 & +308.621 & -16.610 & -309.508 & +2.606 \\ -1.788 & -80.081 & -16.610 & +80.587 & +18.571 & +1.091 \\ +0.556 & -15.866 & -309.508 & +18.571 & +311.541 & -2.808 \\ +0.018 & -1.299 & +2.606 & +1.091 & -2.808 & +1.115 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_5^{-1} = \begin{pmatrix} +1.100 & +2.010 & -0.513 & -1.787 & +0.576 & +0.017 \\ +2.010 & +81.292 & +14.236 & -80.654 & -15.926 & -1.304 \\ -0.513 & +14.236 & +308.962 & -16.667 & -309.856 & +2.609 \\ -1.787 & -80.654 & -16.667 & +81.163 & +18.638 & +1.095 \\ +0.576 & -15.926 & -309.856 & +18.638 & +311.897 & -2.812 \\ +0.017 & -1.304 & +2.609 & +1.095 & -2.812 & +1.115 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_6^{-1} = \begin{pmatrix} +1.100 & +2.014 & -0.518 & -1.791 & +0.582 & +0.017 \\ +2.014 & +82.251 & +14.354 & -81.622 & -16.072 & -1.304 \\ -0.518 & +14.354 & +309.349 & -16.799 & -310.262 & +2.633 \\ -1.791 & -81.622 & -16.799 & +82.140 & +18.800 & +1.094 \\ +0.582 & -16.072 & -310.262 & +18.800 & +312.323 & -2.838 \\ +0.017 & -1.304 & +2.633 & +1.094 & -2.838 & +1.116 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_7^{-1} = \begin{pmatrix} +1.100 & +2.013 & -0.498 & -1.790 & +0.561 & +0.018 \\ +2.013 & +81.231 & +14.223 & -80.591 & -15.912 & -1.307 \\ -0.498 & +14.223 & +309.324 & -16.650 & -310.213 & +2.607 \\ -1.790 & -80.591 & -16.650 & +81.097 & +18.618 & +1.099 \\ +0.561 & -15.912 & -310.213 & +18.618 & +312.248 & -2.810 \\ +0.018 & -1.307 & +2.607 & +1.099 & -2.810 & +1.115 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_8^{-1} = \begin{pmatrix} +1.100 & +2.011 & -0.496 & -1.788 & +0.558 & +0.017 \\ +2.011 & +81.214 & +14.250 & -80.577 & -15.941 & -1.305 \\ -0.496 & +14.250 & +309.521 & -16.680 & -310.412 & +2.605 \\ -1.788 & -80.577 & -16.680 & +81.086 & +18.651 & +1.097 \\ +0.558 & -15.941 & -310.412 & +18.651 & +312.449 & -2.808 \\ +0.017 & -1.305 & +2.605 & +1.097 & -2.808 & +1.115 \end{pmatrix}$$

Inverse Korrelationsmatrizen \mathbf{R}^{-1} für die Daten bei $E=855.2$ MeV und Transversalpolarisation

$$\mathbf{R}_1^{-1} = \begin{pmatrix} +1.057 & -0.042 & -1.204 & +0.055 & +1.244 & +0.209 \\ -0.042 & +7.301 & -4.096 & -6.915 & +3.421 & +0.771 \\ -1.204 & -4.096 & +180.722 & +0.172 & -181.110 & +0.573 \\ +0.055 & -6.915 & +0.172 & +7.755 & +0.848 & -0.899 \\ +1.244 & +3.421 & -181.110 & +0.848 & +182.690 & -0.780 \\ +0.209 & +0.771 & +0.573 & -0.899 & -0.780 & +1.160 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_2^{-1} = \begin{pmatrix} +1.057 & -0.039 & -1.210 & +0.052 & +1.249 & +0.208 \\ -0.039 & +7.562 & -4.148 & -7.178 & +3.467 & +0.784 \\ -1.210 & -4.148 & +179.446 & +0.261 & -179.830 & +0.570 \\ +0.052 & -7.178 & +0.261 & +8.018 & +0.765 & -0.911 \\ +1.249 & +3.467 & -179.830 & +0.765 & +181.406 & -0.778 \\ +0.208 & +0.784 & +0.570 & -0.911 & -0.778 & +1.160 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_5^{-1} = \begin{pmatrix} +1.057 & -0.041 & -1.202 & +0.053 & +1.240 & +0.208 \\ -0.041 & +7.384 & -4.107 & -6.999 & +3.431 & +0.773 \\ -1.202 & -4.107 & +180.075 & +0.198 & -180.461 & +0.577 \\ +0.053 & -6.999 & +0.198 & +7.839 & +0.823 & -0.901 \\ +1.240 & +3.431 & -180.461 & +0.823 & +182.040 & -0.785 \\ +0.208 & +0.773 & +0.577 & -0.901 & -0.785 & +1.160 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_6^{-1} = \begin{pmatrix} +1.056 & -0.039 & -1.204 & +0.051 & +1.245 & +0.207 \\ -0.039 & +7.727 & -4.141 & -7.344 & +3.460 & +0.790 \\ -1.204 & -4.141 & +178.812 & +0.283 & -179.198 & +0.575 \\ +0.051 & -7.344 & +0.283 & +8.182 & +0.742 & -0.917 \\ +1.245 & +3.460 & -179.198 & +0.742 & +180.773 & -0.783 \\ +0.207 & +0.790 & +0.575 & -0.917 & -0.783 & +1.159 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_8^{-1} = \begin{pmatrix} +1.062 & +1.377 & -1.247 & -1.377 & +1.273 & +0.256 \\ +1.377 & +147.179 & -18.893 & -147.224 & +16.158 & +7.569 \\ -1.247 & -18.893 & +142.478 & +15.824 & -142.658 & -0.078 \\ -1.377 & -147.224 & +15.824 & +148.430 & -12.760 & -7.693 \\ +1.273 & +16.158 & -142.658 & -12.760 & +144.009 & -0.238 \\ +0.256 & +7.569 & -0.078 & -7.693 & -0.238 & +1.462 \end{pmatrix}$$

Inverse Korrelationsmatrizen \mathbf{R}^{-1} für die Daten bei $E=569.3$ MeV und Transversalpolarisation

$$\mathbf{R}_1^{-1} = \begin{pmatrix} +1.045 & -0.357 & -1.528 & +0.526 & +1.582 & +0.042 \\ -0.357 & +808.955 & +376.827 & -806.910 & -381.514 & -24.715 \\ -1.528 & +376.827 & +406.379 & -372.989 & -410.186 & -1.576 \\ +0.526 & -806.910 & -372.989 & +806.114 & +378.117 & +24.750 \\ +1.582 & -381.514 & -410.186 & +378.117 & +415.354 & +1.242 \\ +0.042 & -24.715 & -1.576 & +24.750 & +1.242 & +2.329 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_2^{-1} = \begin{pmatrix} +1.043 & -0.309 & -1.441 & +0.476 & +1.498 & +0.043 \\ -0.309 & +802.679 & +374.614 & -800.729 & -379.314 & -24.625 \\ -1.441 & +374.614 & +405.590 & -370.827 & -409.437 & -1.538 \\ +0.476 & -800.729 & -370.827 & +800.026 & +375.968 & +24.664 \\ +1.498 & -379.314 & -409.437 & +375.968 & +414.647 & +1.202 \\ +0.043 & -24.625 & -1.538 & +24.664 & +1.202 & +2.332 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_3^{-1} = \begin{pmatrix} +1.044 & -0.292 & -1.494 & +0.460 & +1.548 & +0.040 \\ -0.292 & +806.526 & +375.956 & -804.546 & -380.651 & -24.668 \\ -1.494 & +375.956 & +405.922 & -372.131 & -409.721 & -1.574 \\ +0.460 & -804.546 & -372.131 & +803.817 & +377.268 & +24.707 \\ +1.548 & -380.651 & -409.721 & +377.268 & +414.881 & +1.242 \\ +0.040 & -24.668 & -1.574 & +24.707 & +1.242 & +2.327 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_4^{-1} = \begin{pmatrix} +1.043 & -0.308 & -1.397 & +0.478 & +1.458 & +0.043 \\ -0.308 & +806.689 & +375.277 & -804.640 & -379.952 & -24.627 \\ -1.397 & +375.277 & +405.568 & -371.378 & -409.337 & -1.525 \\ +0.478 & -804.640 & -371.378 & +803.843 & +376.498 & +24.665 \\ +1.458 & -379.952 & -409.337 & +376.498 & +414.468 & +1.194 \\ +0.043 & -24.627 & -1.525 & +24.665 & +1.194 & +2.324 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_5^{-1} = \begin{pmatrix} +1.043 & -0.305 & -1.419 & +0.475 & +1.477 & +0.043 \\ -0.305 & +807.334 & +376.293 & -805.356 & -381.010 & -24.686 \\ -1.419 & +376.293 & +405.802 & -372.479 & -409.651 & -1.556 \\ +0.475 & -805.356 & -372.479 & +804.625 & +377.636 & +24.725 \\ +1.477 & -381.010 & -409.651 & +377.636 & +414.863 & +1.220 \\ +0.043 & -24.686 & -1.556 & +24.725 & +1.220 & +2.332 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_6^{-1} = \begin{pmatrix} +1.044 & -0.320 & -1.449 & +0.491 & +1.505 & +0.044 \\ -0.320 & +810.018 & +377.010 & -807.967 & -381.706 & -24.740 \\ -1.449 & +377.010 & +406.034 & -373.158 & -409.857 & -1.571 \\ +0.491 & -807.967 & -373.158 & +807.165 & +378.295 & +24.775 \\ +1.505 & -381.706 & -409.857 & +378.295 & +415.042 & +1.235 \\ +0.044 & -24.740 & -1.571 & +24.775 & +1.235 & +2.332 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_7^{-1} = \begin{pmatrix} +1.040 & -0.649 & -1.492 & +0.800 & +1.544 & +0.070 \\ -0.649 & +790.292 & +370.816 & -788.161 & -375.493 & -24.718 \\ -1.492 & +370.816 & +405.909 & -367.176 & -409.860 & -1.498 \\ +0.800 & -788.161 & -367.176 & +787.263 & +372.291 & +24.724 \\ +1.544 & -375.493 & -409.860 & +372.291 & +415.170 & +1.159 \\ +0.070 & -24.718 & -1.498 & +24.724 & +1.159 & +2.359 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_8^{-1} = \begin{pmatrix} +1.043 & -0.594 & -1.180 & +0.761 & +1.252 & +0.084 \\ -0.594 & +788.455 & +364.536 & -786.210 & -369.616 & -24.513 \\ -1.180 & +364.536 & +400.032 & -360.659 & -404.212 & -0.858 \\ +0.761 & -786.210 & -360.659 & +785.217 & +366.190 & +24.524 \\ +1.252 & -369.616 & -404.212 & +366.190 & +409.775 & +0.516 \\ +0.084 & -24.513 & -0.858 & +24.524 & +0.516 & +2.388 \end{pmatrix}$$

A.5.2 Regressionskoeffizienten a^j

Regressionskoeffizienten a^j für die Daten bei E=854.3 MeV und Longitudinalpolarisation

Sektor	a^1	a^2 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	a^3 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	a^4 ($10^{-1}/\text{Grad}$)	a^5 ($10^{-1}/\text{Grad}$)	a^6 ($10^{-8}/\text{eV}$)
1	$+1.01 \pm 0.09$	$+18.19 \pm 13.92$	-5.39 ± 13.59	-3.67 ± 5.05	-2.10 ± 10.65	$+5.52 \pm 5.36$
2	$+0.92 \pm 0.09$	-0.20 ± 14.30	-0.08 ± 14.18	-0.29 ± 5.09	-0.36 ± 10.85	$+5.40 \pm 5.43$
5	$+0.87 \pm 0.09$	-21.90 ± 14.49	-12.67 ± 14.14	-0.49 ± 5.27	$+9.57 \pm 11.12$	-4.90 ± 5.59
6	$+1.13 \pm 0.09$	$+3.04 \pm 13.98$	-12.69 ± 13.69	-1.32 ± 5.05	$+8.28 \pm 10.67$	-3.48 ± 5.36

Regressionskoeffizienten a^j für die Daten bei E=570.4 MeV und Longitudinalpolarisation

Sektor	a^1	a^2 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	a^3 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	a^4 ($10^{-1}/\text{Grad}$)	a^5 ($10^{-1}/\text{Grad}$)	a^6 ($10^{-8}/\text{eV}$)
1	+1.31±0.11	-3.38±12.65	-2.79±18.67	+6.99±20.70	-0.73±33.72	+1.95±4.45
2	+1.08±0.10	+12.71±12.27	-6.48±18.06	-22.63±20.07	+12.22±32.63	-2.56±4.31
3	+0.96±0.10	-18.49±12.46	-21.80±18.18	+30.95±20.35	+39.42±32.85	+0.45±4.36
4	+1.18±0.10	+20.68±12.32	-5.27±18.18	-32.65±20.16	+10.70±32.84	-2.77±4.34
5	+1.11±0.11	+2.86±12.99	-2.06±19.14	-5.96±21.25	+8.22±34.57	+1.64±4.57
6	+1.20±0.11	-10.42±12.41	-6.72±18.23	+15.35±20.30	+13.81±32.93	+10.92±4.36
7	+1.23±0.10	+13.33±12.29	+14.73±18.11	-22.25±20.10	-30.09±32.70	+3.72±4.32
8	+1.34±0.10	+6.21±12.17	+10.27±17.95	-11.22±19.90	-24.12±32.42	-0.96±4.28

Regressionskoeffizienten a^j für die Daten bei E=855.2 MeV und Transversalpolarisation

Sektor	a^1	a^2 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	a^3 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	a^4 ($10^{-1}/\text{Grad}$)	a^5 ($10^{-1}/\text{Grad}$)	a^6 ($10^{-8}/\text{eV}$)
1	+1.02±0.24	+133.08±119.32	-185.84±182.15	-168.52±190.89	+197.00±201.87	-33.07±45.85
2	+1.17±0.22	+226.67±113.58	-107.60±170.52	-440.23±182.27	+102.16±188.94	+115.82±42.87
5	+1.23±0.25	+72.63±123.24	-183.49±186.95	-83.66±197.37	+188.45±207.16	+14.04±47.04
6	+0.72±0.23	-54.89±117.02	+175.77±174.10	+1.85±188.13	-206.24±192.85	-30.13±43.71
8	+1.29±0.25	+491.71±552.12	-46.73±190.24	-762.10±949.33	+67.05±209.21	+57.14±53.80

Regressionskoeffizienten a^j für die Daten bei E=569.3 MeV und Transversalpolarisation

Sektor	a^1	a^2 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	a^3 ($10^{-6}/\mu\text{m}$)	a^4 ($10^{-1}/\text{Grad}$)	a^5 ($10^{-1}/\text{Grad}$)	a^6 ($10^{-8}/\text{eV}$)
1	+1.31±0.05	-28.03±11.01	-72.57±25.59	+51.65±22.12	+141.02±51.21	-3.11±3.35
2	+1.29±0.05	-3.82±10.99	-8.27±25.58	+4.98±22.09	+14.41±51.20	-5.93±3.35
3	+1.39±0.05	+4.73±10.93	-18.84±25.44	-11.36±21.97	+36.72±50.90	-8.97±3.33
4	+1.36±0.05	-3.45±11.20	-11.31±26.06	+5.52±22.51	+19.24±52.16	-0.29±3.41
5	+1.26±0.05	-8.82±11.33	+13.09±26.35	+16.81±22.77	-26.75±52.74	+1.83±3.45
6	+1.29±0.05	-15.10±11.15	-22.63±25.93	+29.81±22.41	+42.08±51.90	+6.94±3.40
7	+1.26±0.05	-20.18±10.88	-34.25±25.23	+37.59±21.86	+64.00±50.50	-3.90±3.34
8	+1.31±0.06	-5.35±13.40	-30.81±31.47	+7.46±26.93	+57.74±62.96	-6.17±4.15

A.6 Daten zur Bestimmung der Spinnormal-Asymmetrien

Tabelle A.7: Übersicht über die Sektoren bei den Messungen mit Transversalspin und $Q^2 = 0.23 \text{ (GeV}/c)^2$.

Sektor	$N^+ + N^-$	Rahmen	Azimutwinkel ϕ_e	Faktor F	Mittlerer Winkel $\overline{\phi_e}$
1	$1.22 \cdot 10^{11}$	1-18	0.00° - 44.38°	+0.903	22.19°
2	$1.40 \cdot 10^{11}$	19-36	44.38° - 88.77°	+0.388	66.58°
5	$1.16 \cdot 10^{11}$	74-91	180.00° - 224.38°	-0.903	202.19°
6	$1.35 \cdot 10^{11}$	92-109	224.38° - 268.77°	-0.388	246.58°
8	$1.13 \cdot 10^{11}$	132-146	323.01° - 360.00°	+0.932	341.51°

Tabelle A.8: Übersicht über die Sektoren bei den Messungen mit Transversalspin und $Q^2 = 0.11 \text{ (GeV}/c)^2$.

Sektor	$N^+ + N^-$	Rahmen	Azimutwinkel ϕ_e	Faktor F	Mittlerer Winkel $\overline{\phi_e}$
1	$5.12 \cdot 10^{11}$	1-18	0.00° - 44.38°	+0.903	22.19°
2	$5.12 \cdot 10^{11}$	19-36	44.38° - 88.77°	+0.388	66.58°
3	$5.19 \cdot 10^{11}$	37-55	88.77° - 135.62°	-0.367	112.19°
4	$4.95 \cdot 10^{11}$	56-73	135.62° - 180.00°	-0.903	157.81°
5	$4.81 \cdot 10^{11}$	74-91	180.00° - 224.38°	-0.903	202.19°
6	$4.99 \cdot 10^{11}$	92-109	224.38° - 268.77°	-0.388	246.58°
7	$5.25 \cdot 10^{11}$	110-128	268.77° - 315.62°	+0.367	292.19°
8	$3.33 \cdot 10^{11}$	129-139	315.62° - 342.74°	+0.874	337.81°
8		145-146	355.07° - 360.00°		

A.8 Geplantes Meßprogramm bei transversaler Spinstellung

E_e [MeV]	θ_e	δA_{\perp}^P [10^{-6}]	Stunden Proton	δA_{\perp}^D [10^{-6}]	Stunden Deuteron	δA_{\perp}^n [10^{-6}] (Extrahiert)
300	$(35 \pm 5)^\circ$	0.5	20	0.5	20	20
420	$(35 \pm 5)^\circ$	0.5	40	0.5	35	11
570	$(35 \pm 5)^\circ$	0.5	90	0.5	70	7
854	$(35 \pm 5)^\circ$	0.5	300	0.5	220	4
1200	$(35 \pm 5)^\circ$	1	260	1	180	6
1500	$(35 \pm 5)^\circ$	2	180	2	120	11
300	$(145 \pm 5)^\circ$	3	90	2	130	10
420	$(145 \pm 5)^\circ$	3	230	2	320	10
570	$(145 \pm 5)^\circ$	4	370	3	390	13
854	$(145 \pm 5)^\circ$	8	490	7	380	28

Abbildungsverzeichnis

2.1	Quarkmodell des Protons	10
2.2	Feynman-Diagramm der elastischen Streuung	20
2.3	G_M^S vs. $G_A^{e(T=1)}$, SAMPLE	24
2.4	G_E^S vs. G_M^S , HAPPEX I	26
2.5	Ergebnis der G^0 -Messungen unter Vorwärtswinkeln	27
2.6	$\sin^2\Theta_w$ vs Q^2 , E-158	29
2.7	Feynman-Diagramm des Zwei-Photon-Austausches	31
2.8	Verhältnis $(\mu_p G_E^p / G_M^p)^2$ bestimmt aus Rosenbluth-Separation und Polarisationsübertrag-Experimenten	32
2.9	Berechnung der Normalspin-Asymmetrie A_\perp als Funktion des Elektron-Streuwinkels für verschiedene Energien	35
2.10	Ergebniss der SAMPLE-Messung bei transversaler Spinstellung	36
3.1	Grundprinzip des A4-Experiments	39
3.2	Plan des Elektronenbeschleunigers MAMI mit den für das A4- Experiment wichtigen Komponenten	43
3.3	Meßgate-Differenzen zwischen den beiden Helizitäten bei E=854.3 MeV und E=570.4 MeV longitudinal	44
3.4	Aufbau der Quelle polarisierter Elektronen	45
3.5	Prinzip eines Rennbahn-Mikrotrons (RTM)	46
3.6	Schema der Targetzelle	49
3.7	Zeichnung eines Luminositätsmonitors	50
3.8	A4-Compton-Rückstreu-Polarimeter	52

3.9	A4-Transmissions-Compton-Polarimeter	53
3.10	Asymmetrien des Transmissions-Compton-Polarimeters als Funktion der Datenlaufnummer	54
4.1	Schnittzeichnung des Kalorimeters	57
4.2	Foto des Bleifluoridkalorimeters	58
4.3	Schematischer Ausschnitt aus dem Kalorimeter	59
4.4	Zweidimensionales Energiespektrum	61
4.5	Energiespektren des Bleifluorid-Kalorimeters für $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV.	63
4.6	Mittlerer Streuwinkel θ_m und Verschiebung des Kalorimeterfokus aus der Targetmitte um Δx	65
4.7	Anpassung einer Funktion an die elastische Linie	68
4.8	Geglättetes und differenziertes Spektrum	69
4.9	Geglättetes und differenziertes Spektrum	70
4.10	Statistische Konstante c_s für die zwei Strahlenergien 854.3 MeV und 570.4 MeV	71
4.11	Verhältnis gemessener zu berechneten elastischen Zählraten für Ring 4 des Kalorimeters	74
4.12	Monte-Carlo-Simulation des Energiespektrums im A4-Kalorimeter und Vergleich mit gemessenem Spektrum	75
5.1	Feynmangraphen für die Møllerstreuung	78
5.2	Paritätsverletzende Asymmetrie in der Møllerstreuung	79
5.3	Definition des Azimutwinkels ϕ_e	81
5.4	Feynmangraphen für die Møllerstreuung	82
5.5	A_{\perp}^{Mo} in Abhängigkeit des Streuwinkels θ_{CM}	83
5.6	Spindrehung bei $E=569.3$ MeV	85
5.7	Asymmetrien der Luminositätsmonitore bei verschiedenen Spinwinkeln θ_S , $E=569.3$ MeV.	87
5.8	Normalspin-Asymmetrie $A_{\perp}^{Mo} \cdot \sin\theta_S$ als Funktion des Spinwinkels θ_S für $E=569.3$ MeV.	88

5.9	Normalspin-Asymmetrien der Luminositätsmonitore $A^{Mo}(\bar{\phi}_e) \cdot \sin\theta_S$ als Funktion des Azimutstreuwinkels $\bar{\phi}_e$ bei den Strahlenergien $E=569.3$ MeV und $E=855.2$ MeV	91
5.10	Rohasymmetrie im Luminositätsmonitor 1 aufgetragen gegen die Asymmetrie im Strahlstrom A_I bei $E=854.3$ MeV	93
5.11	Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren bei $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV und nominell longitudinalem Spin.	94
6.1	Aufteilung des Kalorimeters in Sektoren	99
6.2	Fluktuationen in der Luminosität während der Messungen für die 4 Datenpunkte	100
6.3	Helizitätskorrelierte Ortsdifferenzen	103
6.4	Variation von Δy und Einfluß auf Rate und apparative Asymmetrie .	105
6.5	Bestimmung von Strahlposition und -winkel am Target	107
6.6	Eichung der Positionsmonitore	108
6.7	Strahlfokus und Strahldurchmesser am Target	109
6.8	Helizitätskorrelierte Strahlparameter bei den Datennahmen mit longitudinaler Spinstellung	111
6.9	Helizitätskorrelierte Strahlparameter bei den Datennahmen mit transversaler Spinstellung	112
6.10	ΔA^{exp}	118
6.11	Beispiel für lineare Regression bei breiter, schmaler und nichtzentraler Verteilung der X^j	120
6.12	Beitrag der Regression zum Fehler in A^{phys} in Abhängigkeit vom Korrelationskoeffizienten r_{12}	124
6.13	Ideale Normalspin-Asymmetrie und von horizontaler Positionsdifferenz Δx induzierte apparative Asymmetrien	127
6.14	Asymmetrien der einzelnen Sektoren bei sektorenweise durchgeführter linearer Regression	133
6.15	Asymmetrien für $Q^2 = 0.23$ (GeV/c) ² und $Q^2 = 0.11$ (GeV/c) ² und longitudinaler Spinstellung.	140
6.16	Q^2 -Abhängigkeit der Asymmetrie	142

6.17	Histogrammierte physikalische Asymmetrien für $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV bei longitudinaler Spinstellung	143
7.1	Elektromagnetische Formfaktoren gegen Q^2	153
7.2	Asymmetrie A_0 ohne Strangeness-Beitrag als Funktion von Q^2 und die zwei experimentell bestimmten physikalischen Asymmetrien A_{PV}	156
7.3	G_E^s vs. G_M^s für $Q^2 = 0.230$ $(\text{GeV}/c)^2$ und $Q^2 = 0.108$ $(\text{GeV}/c)^2$. .	159
7.4	Differenz der gemessenen paritätsverletzenden Asymmetrie A_{PV} von der im Rahmen des Standardmodells ohne Strange-Beitrag berechneten Asymmetrie A^0 für die Experimente SAMPLE, HAPPEX, A4 und G^0	161
7.5	Ergebnisse der A4-Messungen für A_\perp bei $Q^2 = 0.23$ $(\text{GeV}/c)^2$ und $Q^2 = 0.11$ $(\text{GeV}/c)^2$ im Vergleich zur Modellrechnung aus [51] . .	162
A.1	Definition der Größen D_m und θ_m	168
A.2	Kinematik der elastischen Elektron-Proton-Streuung	169

Tabellenverzeichnis

2.1	Elektroschwache Kopplungsstärken von Quarks und Elektron. . . .	18
4.1	Mittlerer Streuwinkel, Raunwinkel, Wirkungsquerschnitte und elastische Raten für die 7 Kalorimeterringe	66
4.2	Streuenergien E' der Elektronen für elastische Streuung und Pionproduktion an der Schwelle	67
5.1	Normalspin-Asymmetrien in der Møllerstreuung für $E=855.2$ MeV und $E=569.3$ MeV	83
5.2	Wienfilterströme, Spinwinkel und Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren bei $E=569.3$ MeV	88
5.3	Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren bei transversaler Spinstellung und Strahlenergien $E=569.3$ MeV und $E=855.2$ MeV.	90
5.4	Entkorrelierte Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren bei $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV und nominell longitudinalem Spin	93
5.5	Normalspin-Asymmetrien in den Luminositätsmonitoren, Vergleich der berechneten mit den experimentell bestimmten Werten aus den Messungen bei Transversalpolarisation	96
6.1	Übersicht über die Strahlparameter X^i	102
6.2	Übersicht über die rechnerisch ermittelten Koeffizienten a^j für die beiden Strahlenergien $E=854.3$ MeV und 570.4 MeV in Sektor 1 . .	106
6.3	Übersicht über die im Experiment erreichten Strahlparameter und die daraus zu erwartenden apparativen Asymmetrien	110

6.4	Abschätzung der Genauigkeit bei der Bestimmung der Regressionskoeffizienten a^j bei den Datennahmen mit longitudinaler Spinstellung und Kenngröße für die Größe des systematischen Beitrags zum Fehler	122
6.5	Abschätzung der Genauigkeit bei der Bestimmung der Regressionskoeffizienten a^j bei den Datennahmen mit transversaler Spinstellung und Kenngröße für die Größe des systematischen Beitrags zum Fehler	122
6.6	Rohasymmetrien A^{roh} für die vier Datenpunkte	126
6.7	Regressionskoeffizienten für den Sektor 1 bei den Messungen $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV longitudinal	128
6.8	Regressionskoeffizienten für den Sektor 1 bei den Messungen $E=855.2$ MeV und $E=569.3$ MeV transversal	129
6.9	Regressionskoeffizienten a^1 und a^6 gemittelt über alle Sektoren . . .	129
6.10	Gegenüberstellung der im Experiment erreichten Genauigkeiten bei der Bestimmung der Regressionskoeffizienten mit den Berechnungen für den eindimensionalen Fall	130
6.11	Übersicht über die Datenpakete der vier Datennahmen und die interpolierten Polarisationsgrade	131
6.12	Regressionskoeffizienten für die Messungen bei $E=854.3$ MeV und $E=570.4$ MeV longitudinal bei Regression über das ganze Kalorimeter	135
6.13	Größen zur Berechnung der Asymmetrie bei der quasielastischen Streuung an Aluminium und Korrekturbeitrag zur experimentell bestimmten Asymmetrie in der elastischen Elektron-Proton	146
6.14	Korrekturen und Fehlerbeiträge für die Asymmetrien bei longitudinaler Spinstellung, $Q^2 = 0.23$ (GeV/c) ² und $Q^2 = 0.11$ (GeV/c) ² .	147
6.15	Korrekturen und Fehlerbeiträge für die Asymmetrien bei transversaler Spinstellung, $Q^2 = 0.23$ (GeV/c) ² und $Q^2 = 0.11$ (GeV/c) ² .	149
7.1	Gemittelte Impulsüberträge $\langle Q^2 \rangle$ und Asymmetrien $\langle A_0 \rangle$ bei den Strahlenergien 854.3 MeV und 570.4 MeV	155
7.2	Beiträge zur Unsicherheit in $\langle A_0 \rangle$	156
A.1	Polarwinkel der Kalorimeterringe vom Fokus des Kalorimeters aus gesehen	167

A.2	Untere und obere Breiten der inneren Kristallstirnflächen	167
A.3	Kinematische Größen für $E=854.3$ MeV Strahlenergie	170
A.4	Kinematische Größen für $E=570.4$ MeV Strahlenergie	170
A.5	Wienfilterströme I_W und Asymmetrien im Transmissions- Compton-Polarimeter bei $E=569.3$ MeV	171
A.6	Wienfilterströme I_W und Asymmetrien im Transmissions- Compton-Polarimeter bei $E=855.2$ MeV	172
A.7	Übersicht über die Sektoren bei den Messungen mit Transversalspin und $Q^2 = 0.23$ (GeV/c) ²	186
A.8	Übersicht über die Sektoren bei den Messungen mit Transversalspin und $Q^2 = 0.11$ (GeV/c) ²	186

Literaturverzeichnis

- [1] WEINBERG, S.: *A model of leptons* Phys. Rev. Lett. 19, 1264-1266 (1967)
- [2] GELL-MANN, M.: *The Eightfold Way* Benjamin, New York (1964)
- [3] KAPLAN, D. B. ; MANOHAR, A.: *Strange matrix elements in the proton from neutral-current experiments* Nucl. Phys. B310, 527 (1988)
- [4] MUSOLF, M. J. ; DONNELLY, T. W. ; DUBACH, J. ; POLLOCK, S. J. ; KOWALSKI, S. ; BEISE, E. J.: *Intermediate-Energy semileptonic probes of the hadronic neutral current.* Phys. Rep. 239, 1-178 (1994),
- [5] KUMAR, K. S. ; SOUDER, P. A.: *Strange quarks and parity violation* Prog. Part. Nucl. Pys. 45, 333-395 (2000)
- [6] ALBERICO, W. M., BIENKY, S. M., MAIERON, C.: *Strangeness in the nucleon: neutrino-nucleon and polarized electron-nucleon scattering* Phys. Rep. 358, 227-308 (2002)
- [7] BECK, D. H., MCKEOWN, R. D.: *Parity-violating electron scattering and nucleon structure* Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 51, 189-217 (2001)
- [8] BECK, D. H., HOLSTEIN, B. R.: *Nucleon structure and parity-violating electron scattering.* Int. J. Mod. Phys. E10, 1-41 (2001)
- [9] MCKEOWN, R. D., RAMSAY-MUSOLF, M. J.: *The Nucleon's Mirror Image: Revealing the Strange and the Unexpected* Mod. Phys. Lett. A18, 75-84 (2003)
- [10] ABRAMOWICZ, H. et al.: *Experimental study of opposite sign dimuons produced in neutrino and anti-neutrinos interactions* Z. Phys.C15:19-31 (1982) CERN-EP/82-77, Jun 1982. 40pp.
- [11] BAZARKO, A. O. et al.: *Determination of the strange quark content of the nucleon from a next-to-leading order QCD analysis of neutrino charm production* Z. Phys. C65, 189-198 (1995)
- [12] GONCHAROV, M. et al. [NuTeV Collaboration]: *Precise measurement of dimuon production cross-sections in $\nu/\bar{\nu} \mu$ Fe and $\bar{\nu}/\nu \mu$ Fe deep inelastic scattering at the Tevatron* Phys. Rev. D64, 112006 (2001)
- [13] GASSER, J.; LEUTWYLER, H.; SAINIO, M. E.: *Sigma-term Update* Phys. Lett. B253, 252-259 (1991)
- [14] PAVAM, M. M. et. al.: *The pion-nucleon Sigma term is definitely large: results from a G.W.U. analysis of pion nucleon scattering data* PiN Newslett. 16 110-115 (2002)
- [15] DONG, S. J.; LAGAË, J.-F.; LIU, K. F.: *π N sigma term, s -bars in the nucleon, and the scalar form factor: A lattice study* Phys. Rev. D54, 5496-5500 (1996)

- [16] WRIGHT, S. V.; LEINWEBER, D. B.; THOMAS, A. W.: *The sigma commutator from lattice QCD* Nucl. Phys. A680, 137-140 (2000)
- [17] JI, X.: *A QCD analysis of the mass structure of the nucleon* Phys. Rev. Lett. 74, 1071 (1995)
- [18] EIDELMAN, S. et al. *2004 Review of Particle Physics* Phys. Lett. B592 (2004)
- [19] JAFFE, R. L.; MANOHAR, A.: *The G(1) Problem: Fact And Fantasy On The Spin Of The Proton* Nucl. Phys. B337, 509 (1990)
- [20] ABE, K. et al. [E154 Collaboration]: *Next-to-leading order QCD analysis of polarized deep inelastic scattering data* Phys. Lett. B405, 180 (1997)
- [21] LEADER, E. et al.: *On the role of Higher Twist in Polarized Deep Inelastic Scattering* Phys. Rev. D 67, 074017 (2003)
- [22] LEINWEBER, D. B. et al: *Precise determination of the strangeness magnetic moment of the nucleon* arXiv:hep-lat/0406002
- [23] HALZEN, F.; MARTIN, A. D.: *Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics* New York: John Wiley&Sons, 1988
- [24] BJORKEN, J. D. ; DRELL, S. D.: *Relativistic quantum fields*. New York : McGraw-Hill, 1965
- [25] ROSENBLUTH, M. N.: *An experimental review of the nucleon form factors* Phys. Rev. 79, 615 (1950)
- [26] BECK, D. H.: *Strange-quark vector currents and parity-violating electron scattering from the nucleon and from nuclei*. In: *Phys. Rev. D*39 (1989), Nr. 11, S. 3248–3256
- [27] MILLER, G. A.: *Nucleon charge symmetry breaking and parity violating electron-proton scattering* Phys.Rev. C57, 1492 (1998)
- [28] SALAM, A. ; WARD, J. C.: *Electromagnetic And Weak Interactions* Phys. Lett. 13, 168 (1964)
- [29] GLASHOW, S. L. ; ILIOPOULOS, J. ; MAIANI, L.: *Weak interaction with lepton-hadron symmetry* Phys. Rev. D2, 1285-1292 (1970)
- [30] CAHN ; GILMAN: *Polarized-electron–nucleon scattering in gauge theories of weak and electromagnetic interactions* Phys. Rev. D17 1313-1322 (1978)
- [31] ANIOL, K. A. et al. [HAPPEX collaboration]: *Parity-violating electroweak asymmetry in $e(\text{pol.})p$ scattering* Phys. Rev. C 69, 065501 (2004)
- [32] SPAYDE, D. T. et al. *Parity Violation in Elastic Electron-Proton-Scattering and the Proton's Strange Magnetic Form Factor*. Phys. Rev. Letter 84, 1106 (2000)
- [33] KUMAR, K. et al.: *SLAC-Proposal E-158* Juli 1997
- [34] PROPOSAL PAC-21: *The Q_{Weak} -Experiment: A Search for New Physics at the TeV Scale Via a measurement of the Proton's Weak Charge* R. Carlini, Kontaktperson
- [35] MUELLER, B. A.: *Measurement of the Strange Quark Contribution to the Magnetic Moment of the Proton* California Insitute of Technology, Pasadena PhD thesis (1997)
- [36] SPAYDE, D. T. et al. *The Strange Quark Contribution to the Proton's Magnetic Moment*. Phys.Lett. B583 (2004) 79-86
- [37] ITO, T. M. et al.: *Parity-violating Electron Deuteron Scattering and the Proton's Neutral Weak Axial Form Factor*. Phys.Rev.Lett. 92 (2004) 102003
- [38] ZHU, S. L. et al: *The nucleon Anapole Moment and Parity Violating ep Scattering* Phys. Rev. D 62, 033008 (2000)

- [39] ANIOL, K. A. et al: *New Measurement of Parity Violation in Elastic Electron-Proton Scattering and Implications for strange form factors.* Phys.Lett. B509 (2001) 211-216
- [40] Jefferson Lab experiment 99-115, K. Kumar, D. Lhulier, Sprecher
- [41] Jefferson Lab experiment 00-114, D. Armstrong, Sprecher
- [42] HUMENSKY, T. B.: *Probing the Standard Model and Nucleon Structure via Parity-Violating Electron Scattering* Princeton University, Diss. 2003
- [43] Jefferson Lab experiment 00-006, D. Beck, Sprecher
- [44] FURGET, C.: Vortrag PAVI 2002 Mainz, Juni 2002
- [45] ARMSTRONG, D. S. et al.: *Strange Quark Contributions to Parity-Violating Asymmetries in the Forward G0 Electron-Proton Scattering Experiment* arXiv:nucl-ex/0506021
- [46] CZARNECKI, A.; MARCIANO, W. J.: *Polarized Moeller scattering asymmetries* Int. J. Mod. Phys. A 15, 2365 (2000)
- [47] ANTHONY, P. L. et al. [SLAC E-158 collaboration]: *Observation of parity nonconservation in Moeller scattering* Phys. Rev. Lett. 92, 181602 (2004)
- [48] GUICHON, P. A. M.; VANDERHAEGHEN, M. *How to reconcile the rosenbluth and the polarization transfer method in the measurement of the proton form-factors* Phys.Rev.Lett.91:142303 (2003)
- [49] ARRINGTON, J.: *Extraction of two-photon contributions to the proton form-factors* Phys.Rev.C71:015202 (2005)
- [50] GOLDBERGER, M. L. ; NAMBU, Y.; OEHME, R.: Ann.Phys. 2, 226 (1957)
- [51] PASQUINI, B., VANDERHAEGHEN, M.: *Resonance estimates for single spin asymmetries in elastic electron-nucleon scattering* Phys.Rev.C70:045206 (2004)
- [52] REKALO, M. P.; TOMASI-GUSTAFSSON, E.: *The complete experiment for $e^{\mp}N$ elastic scattering in presence of two-photon exchange* Nucl.Phys. A740, 271-286 (2004)
- [53] DE RUJULA, A.; KAPLAN, J. M.; DE RAFAEL, E.: *Elastic scattering of electrons from polarized protons and inelastic electron scattering experiments* Nucl.Phys.B35; 365-389 (1971)
- [54] DRECHSEL, D.; HANSTEIN, O.; KAMALOV, S. S.; TIATOR, L.: *A unitary isobar model for pion photo- and electroproduction on the proton up to 1 GeV* Nucl.Phys.A 645:145-174 (1999)
- [55] WELLS, S. P.: *Measurement of the vector analyzing power in elastic electron-proton scattering as a probe of double photon exchange amplitudes* Phys. Rev. C63-064001 (2001)
- [56] KING, P. M.: *Normal beam spin asymmetries during the G 0 forward angle measurement* Eur. Phys. J. A24S2: 39-40 (2005)
- [57] HEINEN-KONSCHAK, E.:
Vorbereitende experimentelle Studien für die Messung der Paritätsverletzung in der elastischen ep-Streuung. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Fachbereich Physik, Diss., 1994
- [58] AULENBACHER, K. et al.: *The MAMI source of polarized electrons* Nucl.Instrum.Meth.A391:498-506 (1997)
- [59] CIARROCCA, M. et al.: *2.45-GHz synchronised polarised electron injection at MAMI* Nucl. Instrum. Methods Phys. Research A406 , 351 (1998)
- [60] AULENBACHER, K.: *Status of the polarized source at MAMI* AIP Conf.Proc.675:1088-1092 (2003)

- [61] HAMMEL, T.: *Luminositätsmessung und helizitätskorrelierte Effekte für ein Experiment zur paritätsverletzenden Elektronenstreuung*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Dissertation 2003
- [62] STEIGERWALD, M.: *Aufbau einer Quelle polarisierter Elektronen am Injektorlinac und Untersuchungen zur Spindynamik im MAMI* Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Dissertation 1998
- [63] INSTITUT FÜR KERNPHYSIK: *Jahresbericht 2000-2001* Institut für Kernphysik, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Mainz 2002
- [64] BACKE, H. et al: *Prospekt des Instituts für Kernphysik, Mainz (2002)*
- [65] SEIDL, M.: *Untersuchungen zur Strahldynamik am Mainzer Mikrotron*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Fachbereich Physik, Diss., 2003
- [66] ALTAREV, I.: *A high liquid hydrogen target for the parity violation experiment*. Preprint submitted to Elsevier Preprint
- [67] HAMMEL, T.: *Entwicklung eines Luminositätsmonitors für ein Experiment zur paritätsverletzenden Elektronenstreuung*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplomarbeit 1996
- [68] BARTSCH, P.: *Aufbau eines Möllerpolarimeters für die Drei-Spektrometer-Anlage und Messung der Helizitätsasymmetrie in der Reaktion $p(\vec{e}, e' p)\pi_0$ im Bereich der Δ -Resonanz*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Fachbereich Physik, Diss. 2001
- [69] LOPES, A.: *Vorstudien zum Bau eines Polarisationsmonitors für ein paritätsverletzendes Experiment*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplom-Arbeit, Dezember 1996. – 79 S
- [70] KETTER, W.: *Entwurf zum Bau eines optischen Resonators für ein Comptonrückstreupolarimeter*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplom-Arbeit, Dezember 1998. – 37 S
- [71] DIEFENBACH, J.: *Aufbau einer elektronischen Stabilisierung für das A4-Comptonpolarimeter*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplom-Arbeit, Februar 2003. –
- [72] IMAI, Y.: *Entwicklung eines optischen Systems für ein Compton-Rückstreupolarimeter*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplom-Arbeit, Februar 2003. –
- [73] SIKORA, M.: *Aufbau und Inbetriebnahme eines Natriumiodid-Detektors für das A4-Comptonpolarimeter* Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplom-Arbeit, Juni 2004
- [74] WEINRICH, C.: *Entwicklung eines Transmissions-Compton-Polarimeters für das A4-Experiment*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplom-Arbeit, Juli 2000. –
- [75] ACHENBACH, P.: *Aufbau eines Bleifluorid-Kalorimeters zur Messung der Paritätsverletzung in der elastischen Elektronenstreuung*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Fachbereich Physik, Diss., 2000
- [76] GRIMM, K.: *Aufbau eines Lichtauslesesystems für ein Bleifluorid-Kalorimeter zur Messung der Paritätsverletzung in der elastischen Elektronenstreuung*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Dissertation, Januar 2002. –
- [77] GRIMM, K.: *Untersuchungen von Detektormaterialien zur Eignung als Kalorimeter für die Messung der paritätsverletzenden Elektronenstreuung* Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplomarbeit, 1996

- [78] GLÄSER, B.: *Entwicklung und Realisierung eines experimentellen Aufbaus für die Messung der paritätsverletzenden Asymmetrie in Elektron-Proton-Streuung unter Rückwärtswinkeln* Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Fachbereich Physik, Diplomarbeit, Januar 2005
- [79] KÖBIS, S.: *Entwicklung eines Triggersystems zur Selektion elastischer Elektronenstreuung in einem schnellen Kalorimeter*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Fachbereich Physik, Diss., 1998
- [80] KOTHE, R.: *Aufbau eines Prüfstandes zur Qualitätskontrolle der A4-Experimentelektronik und Charakterisierung eines Analog-Digital-Wandlers*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Fachbereich Physik, 1999
- [81] KOTHE, R.: *Untersuchungen der Strangeness im Nukleon mittels paritätsverletzender Elektron-Streuung unter Rückwärtswinkel*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Fachbereich Physik, Diss. in Vorbereitung, voraussichtl. 2005
- [82] BUGNER, P.: *Untersuchungen zur Echtzeit-Ortsrekonstruktion in homogenen EM-Kalorimetern* Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplom-Arbeit, Dezember 1998
- [83] CAPOZZA, L.: *Paritätsverletzung im Bereich der Deltaresonanz* Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Dissertation in Vorbereitung
- [84] BAUNACK, S.: *Echtzeitkalibration des elektromagnetischen A4-Kalorimeters*. Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplom-Arbeit, März 1999
- [85] COLLIN, B.: *Contenu étrange du nucléon: mesure de l'asymétrie de violation de parité dans l'expérience PVA4 à MAMI*, Orsay, Université Paris XI Orsay, Dissertation, November 2002
- [86] CAPOZZA, C.: *Investigations on the response of the A4 calorimeter in the region of the $\Delta(1232)$ resonance using Monte Carlo simulations* Mainz, Joh.-Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplomarbeit, Oktober 2004
- [87] SANCHEZ LORENTE, A.: *Messung der Asymmetrie in der elastischen Streuung transversal polarisierter Elektronen an unpolarierten Protonen* Mainz, Joh. Gutenberg-Universität, Institut für Kernphysik, Diplom-Arbeit, Juni 2003
- [88] DERMAN, E., MARCIANO, W. J.: *Parity violating asymmetries in polarized electron scattering* Ann. Phys. 121:147-180 (1979)
- [89] BARUT, A. O., FRONSDAL, C.: *Spin-Orbit Correlations in μ -e and e^-e^- Scattering*. Phys. Rev. 120, 1871 (1960)
- [90] DERAAD, L. L. jr., NG, Y. J.: *Electron-electron scattering: Spectral forms for the invariant amplitudes to order e^4* . Phys. Rev. D 10, 683 (1974)
- [91] DIXON, L., SCHREIBER, M. *Radiative Corrections to the Azimuthal Asymmetry in Transversely Polarized Moller Scattering* Phys.Rev.D69, 113001 (2004)
- [92] WEINRICH, C.: Private Mitteilung 2004
- [93] HUMENSKY, T. B. et al: *SLAC's Polarized Electron Source Laser System and Minimization of Electron Beam Helicity Correlations for the E-158 Parity Violation Experiment* Nucl.Instrum.Meth. A521 (2004) 261-298
- [94] BEVINGTON, P., *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*. New York : McGraw-Hill, 1969
- [95] FRIEDRICH, J. et al. *A coherent interpretation of the form factors of the nucleon in terms of a pion cloud and constituent quarks* Eur. Phys. J. A. 17, 607-623 (2003)

- [96] MARCIANO, W. J., SIRLIN, A.: *On some general properties of the $O(\alpha)$ corrections to parity violation in atoms* Phys.Rev.D 29, 75 (1984)
- [97] MORLET, M.: Private Kommunikation (2004)
- [98] MAAS, F. E. et al.: *Measurement of Strange Quark Contribution to the Nucleon's Form Factors at $Q^2=0.23 (GeV/c)^2$* Phys.Rev.Lett. 93 022002 (2004)
- [99] MAAS, F. E. et al.: *Evidence for Strange Quark Contributions to the Nucleon's Form Factors at $Q^2 = 0.108 (GeV/c)^2$* nucl-ex/0412030
- [100] MAAS, F. E. et al.: *Measurement of the Transverse Beam Spin Asymmetry in Elastic Electron Proton Scattering and the Inelastic Contribution to the Imaginary Part of the Two-Photon Exchange Amplitude* Phys. Rev.Lett. 94:082001 (2005)
- [101] PASCHKE, K.: *HAPPEX Experiments* Vortrag Baryons04, Palaiseau, Okt. 2004