

Messung des Realteils der gebundenen ^3He -Streulänge

Dissertation
zur Erlangung des Grades
„Doktor der Naturwissenschaften“
am Fachbereich Physik
der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz

Wolfgang Ketter
geb. in Flörsheim am Main

Mainz, den 19. April 2004

Dieses Dokument wurde mit den T_EX Macro Systemen L^AT_EX und A_MS-TeX gesetzt.

D77

1. Berichtstatter:
2. Berichtstatter:
Datum der mündlichen Prüfung: 16. Juli 2004

Für Sonja
und meine Eltern.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
	Quantenflüssigkeiten	1
	Wenig-Nukleonen-Systeme	2
	Gliederung	5
I	Die Streulänge	7
2	Streuung thermischer Neutronen	9
2.1	Theorie der Streuung an einem einzelnen Kern	9
	Einkörperproblem	9
	Konstruktion des elastischen Streuzustands	10
	Interpretation des Streuzustands	11
	Mehrfachstreuung an makroskopischen Potentialen	12
	Räumliche Asymptotik des Streuzustands	12
	Partialwellenanalyse der Streuwelle	13
	Streuphase bei niedrigen Energien	14
	Fermi-Pseudopotential	15
	Neutronenabsorption	15
	Wirkungsquerschnitt	16
	Transformation in das Laborsystem	17
	Spinabhängigkeit der Wechselwirkung	18
2.2	Streuung an verdünnten Gasen	20
	Streuung an eingeschlossenen Systemen	20
	Kohärenter Streuzustand	21
	Konstruktion des optischen Potentials	22
	Brechzahl	22
	Gültigkeit der Annahmen	24
	Polarisationsabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte	24
2.3	Geometrische Optik mit Neutronen	26
	Totalreflexion	27
	Schwerkraftrefraktometer	27
	Brechung an Prismen	28
	Transmission	29
II	Messung der Streulänge von ^3He	31
3	Neutroneninterferometrie	33
3.1	Einführung	33
3.2	Grundlagen	34
	Braggreflexion am Perfektkristall, Monochromator	34

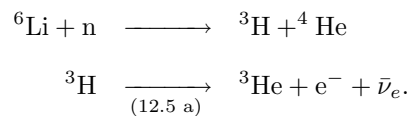
	Analysatorkristall und Rockingkurve	35
	Kohärenzlänge der Neutronen	38
3.3	Messprinzip	38
	Wellenlängenunschärfe	40
	Phasenschieber	40
	Thermischer Phasendrift	41
	Schiefsymmetrische Interferometergeometrie	44
	Entwurf der Doppelküvette	44
	Detektoren	47
	Messung mit polarisierten Neutronen	47
3.4	Durchführung: Messung der kohärenten Streulänge b'_c	52
3.5	Datenanalyse	56
4	Spinecho-Spektrometrie	61
4.1	Einführung	61
4.2	Grundlagen	61
	Pseudomagnetisches Feld	61
	Dipolfeld der Kernmagnetisierung, Korrekturfaktor F_μ	62
4.3	Messprinzip	63
	Pseudomagnetischer Präzessionswinkel	63
	Transmission unpolarisierter Neutronen	66
4.4	Durchführung: Messung der inkohärenten Streulänge b'_i	66
	Kernspinpolarisierte ^3He -Probe	67
	Signalform und Fitmodell	68
	Einfluss der spinabhängigen Absorption	70
	Einfluss der wellenlängenabhängigen Absorption, Korrekturfaktor F_λ	71
	Messung des Transmissionsverhältnisses R	71
	Totzeitkorrektur	72
4.5	Datenanalyse	73
5	Zusammenfassung	77

Kapitel 1

Einleitung

Die Spiegelkerne ${}^3\text{He}$ und Tritium sind nach den Nukleonen und dem Deuterium die einfachsten nuklearen Systeme. Sie besitzen beide einen nichtverschwindenden Kernspin $I = 1/2$. Während ${}^3\text{He}$ stabil ist, zerfällt das radioaktive Wasserstoffisotop mit der relativ langen Halbwertszeit von 12.5 Jahren. Diese Tatsachen machen sie zu interessanten Objekten zur Erforschung der Struktur von Kernmaterie.

Das Edelgas Helium ist zwar mit 9 Atom-% das zweithäufigste Element im Universum, auf der Erde sind die Vorkommen jedoch vergleichsweise rar. Der Heliumgehalt der Luft beträgt 4.6 ppm (parts per million) und man ist bei der technischen Gewinnung auf ergiebige Erdgasquellen in den Vereinigten Staaten mit einem Heliumgehalt zwischen 1% und 8% angewiesen. Natürliches Helium setzt sich aus 99.99986% ${}^4\text{He}$ und nur 1.4 ppm ${}^3\text{He}$ zusammen, so dass makroskopische Mengen ${}^3\text{He}$ künstlich in Kernreaktionen hergestellt werden müssen. Bedauerlicherweise handelt es sich bei dem heute kommerziell erhältlichen ${}^3\text{He}$ in der Regel um ein Abfallprodukt der Kernwaffenproduktion:



Anschließend an die Identifikation der Reaktion ${}^3\text{He}(\text{n,p}){}^3\text{H}$ in einer Nebelkammer (Abb. 1.1) im Jahre 1948 wurde zunächst die Energie- und Spinabhängigkeit der Neutronenabsorption untersucht [Pas66]. Wegen seines großen Absorptionsquerschnitts bietet sich das Gas als Füllung in Neutronendetektoren an [AN64].

Auch außerhalb der Neutronenphysik findet das Gas Anwendung. Seit den 1960er Jahren wurden neben der Präparation von kernspinpolarisiertem Gas durch optisches Pumpen [Col63] auch die Relaxationsmechanismen der polarisierten Probe durch Kollision an Oberflächen von Festkörpern [Fit69] und durch Diffusion in Magnetfeldgradienten [Sch65] untersucht. In jüngster Zeit findet kernspinpolarisiertes ${}^3\text{He}$ (${}^3\vec{\text{He}}$) Anwendung als inertes Kontrastmittel in der Lungenbildgebung [Hei97] und als Neutronenspinfilter [Hei99].

In den vergangenen drei Jahrzehnten hat sich unser Wissen über das Isotop ${}^3\text{He}$ stark weiterentwickelt. Prominentestes Beispiel ist zweifelsfrei die 1996 mit dem Nobelpreis für Physik gewürdigte Entdeckung neuer, superfluider Phasen im Jahre 1972 durch Osheroff, Richardson und Lee [Osh72] während der adiabatischen Kompression einer Mischung der festen und flüssigen Phase bei etwa 2 mK. Aber auch bei weniger extremen Temperaturen konnten bemerkenswerte experimentelle Fortschritte erzielt werden, die Aufschluss über die Natur von Quantenflüssigkeiten erbrachten.

Quantenflüssigkeiten

Struktur und kollektive Anregungszustände des flüssigen ${}^4\text{He}$ sind durch Streuexperimente mit Röntgenstrahlung, sichtbarem Licht und thermischen Neutronen sowie der Ausbreitung von Ultraschall bis zu Beginn der 1970er Jahre umfassend studiert worden [Woo73]. Der große Neu-

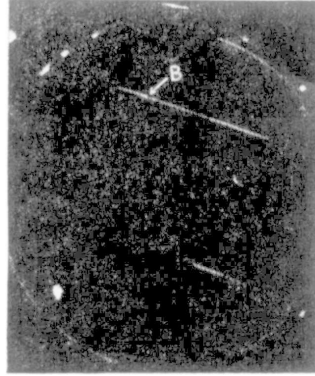


Abbildung 1.1: Nebelkammeraufnahme der Reaktion ${}^3\text{He}(n,p){}^3\text{H}$. Die Spur zeigt den vom Reaktionspunkt B rückstoßenden ${}^3\text{H}$ -Kern. Nachdruck aus [Hug48]. ©1948, mit freundlicher Genehmigung der APS.

tronenabsorptionsquerschnitt des leichten Isotops behinderte jedoch lange Zeit Experimente zur inelastischen Neutronenstreuung an ${}^3\text{He}$, die zur weiteren Entwicklung der Theorien von Fermi-Flüssigkeiten beitragen sollten. 1974 veröffentlichten Scherm *et al.* [Sch74] hierzu erste Ergebnisse, nachdem am Hochflussreaktor des Institut Laue-Langevin (ILL) in Grenoble durch einen großen Tieftemperatur-Flüssig-Deuterium-Moderator und ein Hochintensitäts-Spektrometer die technischen Voraussetzungen für derartige Experimente gegeben waren.

Auch die Interpretation der so gewonnenen Daten ist schwieriger als im Falle des ${}^4\text{He}$, denn der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{dE d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \frac{k'}{k} S(\vec{Q}, \omega)$$

ist im Wesentlichen durch den dynamischen Strukturfaktor

$$S(\vec{Q}, \omega) = S_c(\vec{Q}, \omega) + \frac{\sigma_i}{\sigma_c} S_I(\vec{Q}, \omega) \quad (1.1)$$

gegeben, der sowohl einen kohärenten Beitrag durch die Dichtekorrelation S_c als auch einen inkohärenten Beitrag durch die Spindichte-Korrelation S_I enthält. In diesem Ausdruck werden mit $\vec{Q} = \hbar(\vec{k}' - \vec{k})$ und $\hbar\omega = E' - E$ der Impuls- und Energieübertrag und mit σ_c , σ_i die kohärenten und inkohärenten Streuquerschnitte bezeichnet. Die Schwierigkeit besteht in der bislang nur ungenauen Kenntnis des Quotienten $\sigma_i/\sigma_c = 0.37(9)$, mit der die kohärenten und inkohärenten Beiträge in (1.1) gewichtet werden. Während $\sigma_c = 4.42(10)$ b mit verhältnismäßig hoher Genauigkeit gemessen wurde [Kai79], ist $\sigma_i = 1.6(4)$ b nur mit einer Unsicherheit von 25% bekannt [Sea92]. Somit ist nach wie vor unklar, in welchem Maße die vorliegenden Streudaten Dichte- bzw. Spindichtefluktuationen wiedergeben, wengleich die Messungen der inelastischen Neutronenstreuung an flüssigem ${}^3\text{He}$ in den letzten Jahren immer weiter verfeinert wurden [Sti76, Gly00]. Eine genauere Messung des inkohärenten Wirkungsquerschnitts liefert den Schlüssel zur Interpretation dieser Daten.

Wenig-Nukleonen-Systeme

Streulängen sind wichtige Größen zur Beschreibung der s -Wellen-Streuung niederenergetischer Neutronen an Kernen. Solche Streueignisse laufen fast ausschließlich über die starke Wechselwirkung ab. Wegen der Spinabhängigkeit der starken Wechselwirkung müssen den Multipllett-Streulängen, d.h. den Streulängen der Gesamtspinzustände $J = I \pm \frac{1}{2}$, im Allgemeinen verschiedene Werte zugeordnet werden. Die Multipllettstreulängen werden in der Literatur entweder mit den

Observable		Gleichung-Nr. im Text
kohärente Streulänge ^{†,‡}	$a_c = g_+ a_+ + g_- a_-$	(2.38)
inkohärente Streulänge ^{†,‡}	$a_i = \sqrt{g_+ g_-} (a_+ - a_-)$	(2.38)
freier Streuquerschnitt [§]	$\sigma_s^{\text{free}} = 4\pi a ^2 (1 - 2ka'' + \mathcal{O}(k^2)) \approx 4\pi a ^2$	(2.26)
kohärenter Streuquerschnitt	$\sigma_c^{\text{free}} = 4\pi a_c ^2$	(2.36)
inkohärenter Streuquerschnitt	$\sigma_i^{\text{free}} = 4\pi a_i ^2$	(2.36)
Absorptionsquerschnitt [§]	$\sigma_a = \frac{4\pi}{k} a'' (1 - 2ka'' + \mathcal{O}(k^2)) \approx \frac{4\pi}{k} a''$	(2.27)
totaler Wirkungsquerschnitt	$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a$	(2.22)

[†] gilt für Real- und Imaginärteil

[‡] g_{\pm} : statistische Gewichte der Zustände mit Gesamtspin $J = I \pm \frac{1}{2}$

[§] $\hbar k$: Impuls des einfallenden Neutrons im Schwerpunktsystem

Tabelle 1.1: Übersicht der für die Streuung thermischer Neutronen relevanten Observablen als Funktionen der Multipllettstrelängen a_{\pm} . Die gebundenen Streuquerschnitte erhält man durch Substitution der freien Strelängen a durch die gebundenen Strelängen b , vgl. (2.28). Der Absorptionsquerschnitt kann durch den Neutronenimpuls im Laborsystem ausgedrückt werden, wenn die gebundene Strelänge an die Stelle der freien Strelänge tritt.

Symbolen \pm oder mit den Gesamtspinquantenzahlen J indiziert. Für Kerne mit Spin $I = \frac{1}{2}$ findet man beispielsweise eine Singulett- (a_- bzw. a_0) und eine Triplett-Strelänge (a_+ bzw. a_1). Im Experiment sind die Multipllett-Streuzustände an makroskopischen Proben in der Regel nicht unmittelbar zugänglich. Messbar sind jedoch der polarisationsabhängige und -unabhängige Anteil der Strelänge, welche als inkohärente Strelänge a_i und kohärente Strelänge a_c bezeichnet werden. Diese Größen sind linear unabhängige Linearkombinationen der Multipllettstrelängen a_{\pm} . Durch Komplexifizieren der Strelänge, $a = a' - ia''$, lässt sich der zunächst für reine Streuprozesse entwickelte Formalismus erweitern: der Imaginärteil der Strelänge $\Im(a) = -a''$ beschreibt dann die Absorption von Projektilen im Target. Sämtliche Reaktionsquerschnitte lassen sich als Funktionen der Strelänge angeben. Wir werden im folgenden Kapitel sehen, dass der freie Streuquerschnitt σ_s^{free} , d.h. der Streuquerschnitt eines chemisch ungebundenen Kerns, im Wesentlichen durch das Absolutquadrat der freien Strelänge gegeben ist. Dieselbe Aussage gilt für den kohärenten und inkohärenten Streuquerschnitt $\sigma_{c,i}$ und die kohärente und inkohärente Strelänge $a_{c,i}$. Absorptionsquerschnitte σ_a thermischer Neutronen sind proportional zu dem Imaginärteil $-a''$ der Strelänge eines Kerns. Tabelle 1.1 fasst die Beziehungen zwischen Strelängen und Wirkungsquerschnitten zusammen.

Verbesserte Messungen der ^3He -Strelängen sind für die Entwicklung theoretischer Modelle von Wenig-Nukleonen-Systemen von Interesse. Für die Systeme (n,D) [Alt75] und (n,T) [Kha80, Cie99, Viv98] wurden in den letzten Jahren präzise theoretische Vorhersagen für Observablen wie die Bindungsenergien, Multipllett-Strelängen, Wirkungsquerschnitte und Streuphasen gemacht. Gerade für Tritium, wo die Wechselwirkung wegen des Pauli-Prinzips repulsiv ist, hängt die Strelänge nur schwach von den Details des zugrunde liegenden Potentials ab. Die Entwicklung der experimentellen Ergebnisse [Ham81, Rau85, Sch03a] untermauert, dass die theoretischen Unsicherheiten für die Werte der Strelängen dieser Kerne nur etwa 10^{-3} betragen.

Demgegenüber ist die theoretische Behandlung des ^3He -Kerns aufwändiger. Sears und Khanna gaben im Jahr 1975 Werte für die Realteile der Multipllett-Strelängen und den inkohärenten Wirkungsquerschnitt auf der Basis sowohl einer *effective range*-Theorie als auch einer Breit-Wigner-Analyse an [Sea75]. Im selben Jahr veröffentlichten Kharchenko und Levashev Voraussagen für diese Größen als numerische Lösung einer Faddeev-Yacubovskyschen Integralgleichung in

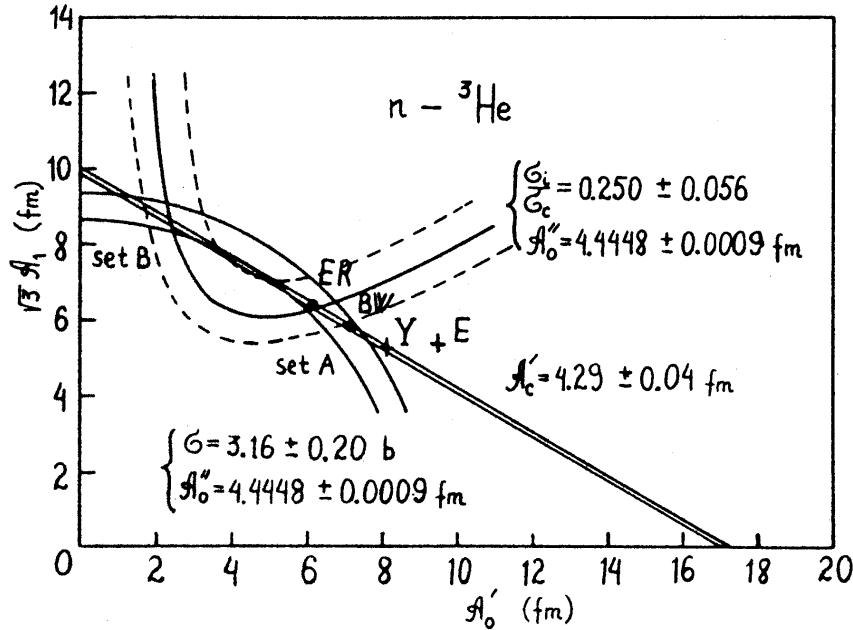


Abbildung 1.2: Bestimmung der Triplet- und des Realteils der Singulett-Streulänge $A_1 \equiv a_+$ und $A'_0 \equiv a'_-$ aus experimentellen Daten für a'_- [AN64, Sea75], a'_c [Kai77], σ_i/σ_c [Skö76] und σ_s^{free} [Alf77]. Da im Rahmen des Messfehlers keine Absorption im Tripletzustand beobachtet wird, $a'_- = 0$, ist auf der Ordinate $A_1 = a'_+$ aufgetragen. Die Kreuze (+) entsprechen den Ergebnissen von Kharchenko und Levashev [Kha80] für separable NN-Potentiale mit Yukawa- (Y) und Exponential- (E) Formfaktoren. Die Punkte (•) stellen Abschätzungen der Streulängen unter Benutzung einer effective range-Theorie (ER) bzw. einer Breit-Wigner-Analyse (BW) unter Berücksichtigung des experimentellen Werts [Kai77] von a'_c dar. Nachdruck aus [Kha80]. ©1980, mit freundlicher Genehmigung durch Elsevier.

Bateman-Näherung für vier Nukleonen unter Annahme eines separablen und ladungsunabhängigen Zentralpotentials und Vernachlässigung der Coulombwechselwirkung zwischen den Nukleonen [Kha76]. 1980 betonten Kharchenko und Levashev in einer zweiten Veröffentlichung [Kha80], dass die verfügbaren Daten mit zwei disjunkten Wertepaaren für den Realteil der Singulettstreulänge a'_- und der Tripletstreulänge a_+ kompatibel sind, vgl. Abb. 1.2. Ihre Kalkulationen tendieren zwar zugunsten des in der Abbildung als „Set A“ bezeichneten Paares mit $a'_+ < a'_-$, aber die Autoren äußerten die Hoffnung einer direkten Verifikation durch Experimente mit polarisierten Neutronen und kernspinpolarisiertem Gas. Eine direkte Messung von a'_i liefert in der $a_- - a_+$ -Ebene eine Gerade, die nahezu orthogonal zum a'_c -Band verläuft.

Auf der experimentellen Seite lässt sich der Stand der Forschung wie folgt zusammenfassen: Die spinabhängige Absorption, die direkt mit den Imaginärteilen der Singulett- und Tripletstreulänge a''_{\pm} zusammenhängt, wurde mit recht guter Genauigkeit untersucht. Demgegenüber sind die Werte der Realteile a'_{\pm} , welche die Streuung beschreiben, nur mit einer Unsicherheit von etwa 10% bekannt. Der Grund hierfür liegt in der Tatsache, dass experimentell die polarisationsunabhängigen bzw. -abhängigen Anteile a_c , a_i gemessen werden, welche linear mit a_{\pm} verknüpft sind. Bisher wurde a'_i nie unmittelbar bestimmt, sondern aus den gemessenen Werten für a'_c [Kit74, Kai79] und dem totalen Streuquerschnitt $\sigma_s \propto |a|^2$ ([Alf77]¹, [Guc00]) abgeleitet. Bei dieser Methode tritt einerseits das Problem auf, dass a'_i relativ unempfindlich auf die Werte von a'_{\pm} ist. Da der Streuquerschnitt quadratisch von der Streulänge abhängt, sind außerdem prinzipiell zwei disjunkte Wertepaare für

¹Dieses Experiment bestimmte den Streuquerschnitt von ^3He relativ zur Streuung an ^4He und wurde von Guckelsberger unter Berücksichtigung verbesserter Werte des ^4He -Streuquerschnitts reanalysiert [Guc01].

a'_{\pm} möglich. Die Beobachtung eines attraktiven Singulett-Potentials mit Bindungszustand und eines repulsiven Triplett-Potentials liefert neben den Rechnungen von [Kha80] ein experimentelles Argument zugunsten des Wertepaars mit $a'_+ < a'_-$. Das gegenwärtig akzeptierte Wertepaar für die Neutronenstreulänge des ^3He ist [Koe91, Rau00]:

$$\begin{aligned} a_+ &= 3.2(3) + i 0.000(3) \text{ fm} \\ a_- &= 7.5(8) - i 4.444(5) \text{ fm}. \end{aligned}$$

Vermutlich aufgrund der unzureichenden Kenntnis der Realteile hat in den letzten Jahrzehnten keine nennenswerte Weiterentwicklung der theoretischen Modelle für das System $n\text{-}^3\text{He}$ stattgefunden, wie z.B. durch die Berücksichtigung von Dreikörperkräften oder der Coulomb-Wechselwirkung der Nukleonen.

Diese Dissertation entstand in der Absicht, durch polarisierte und unpolarisierte Präzisionsmessungen an ^3He die gegenwärtigen Mehrdeutigkeiten zu beheben, experimentelle Fakten zur Beurteilung konkurrierender Vier-Nukleonen-Modelle zu schaffen und somit der theoretischen Arbeit auf diesem Feld einen neuen Impuls zu geben. Eine jüngst veröffentlichte theoretische Arbeit [Hof03] zur spinabhängigen Streulänge des ^3He belegt, dass die im Rahmen dieser Arbeit unternommenen Anstrengungen auf reges Interesse stoßen.

Gliederung

Im ersten Teil der vorliegenden Arbeit wird die Theorie der Streuung thermischer Neutronen gebracht. In Kapitel 2.1 werden wir uns zunächst mit der Theorie der Potentialstreuung befassen und den Begriff der Streulänge klären. Es zeigt sich, dass einem amorphen Medium eine Neutronen-Brechzahl zugeordnet werden kann, die in guter Näherung linear von der Streulänge abhängt. Daran anknüpfend geben wir in Auszügen einen „historischen“ Überblick über Methoden zur Messung von Streulängen, die sich im Sinne der geometrischen Optik leicht interpretieren lassen.

In Teil II besprechen wir die neutronenoptischen Methoden, die im Rahmen dieser Arbeit zur Streulängenmessung verwendet wurden: In Kapitel 3 die Interferometrie mit Neutronen und in Kapitel 4 die Spinechospektrometrie. In beiden Kapiteln geben wir eine kurze Einführung zur Entwicklungsgeschichte der Methode. Anschließend werden die grundlegenden Konzepte erklärt, bevor auf das Messprinzip und die Durchführung der Messung eingegangen wird. Die Beschreibung der Datenanalyse schließt die Kapitel ab.

In Kapitel 5 fassen wir die Resultate beider Messungen zusammen und diskutieren sowohl die Merkmale der experimentellen Methoden als auch der gefundenen Ergebnisse.

Teil I

Die Streulänge

Kapitel 2

Streuung thermischer Neutronen

In diesem Kapitel wird der Begriff der Streulänge diskutiert. Dazu wird zunächst in Abschnitt 2.1 die Streutheorie entwickelt, mit der sich die Streuung eines nichtrelativistischen Teilchens an einem zeitunabhängigen Potential $\mathbf{V}(\mathbf{r})$ beschreiben lässt. Es wird gezeigt, dass im Falle der Streuung thermischer Neutronen an hinreichend kurzreichweitigen Potentialen kein konkretes Modell für das Potential gebraucht wird, um Ausdrücke für die Streu- und Absorptionsquerschnitte zu formulieren. Vielmehr hängen diese wichtigen Observablen von nur einem einzigen komplexen Parameter, der s -Wellen-Streulänge, ab. In Abschnitt 2.2 wird gezeigt, dass für hinreichend dünne, gasförmige Proben ein effektives, makroskopisches optisches Potential als Funktion der Streulänge angegeben werden kann. Es ist möglich, durch dieses effektive Potential eine Brechzahl für thermische Neutronen zu definieren.

Diese Tatsachen haben eine große Anzahl von Untersuchungen angeregt. Aus der Vielfalt an experimentellen Methoden, die zur Messung der Streulängen der meisten Isotope entwickelt wurden, werden wir in Abschnitt 2.3 einige Beispiele heraus greifen und kurz beschreiben.

2.1 Theorie der Streuung an einem einzelnen Kern

Einkörperproblem

Wir betrachten die Streuung eines nichtrelativistischen Neutrons der Masse m_n , Koordinaten $\vec{r}_{1,L}$ und Impulsen $\hbar\vec{k}_{1,L}$ im Potential $\mathbf{V}(\vec{r}_{1,L} - \vec{r}_{2,L})$ eines Kerns der Masse m_K , Koordinaten $\vec{r}_{2,L}$ und Impulsen $\hbar\vec{k}_{2,L}$. Mit dem Index L kennzeichnen wir Größen im Laborsystem. Wir können das Laborsystem immer so wählen, dass der Kern vor dem Stoß im Ursprung ruht, $\vec{r}_{2,L,i} = \vec{k}_{2,L,i} = 0$. Größen vor und nach dem Stoß unterscheiden wir durch die Indizes i (*initial*) und f (*final*).

Es ist bekannt, dass das kinematische Zweikörperproblem durch Einführung von Schwerpunkt- und Relativkoordinaten separiert werden kann. Nach Transformation ins Schwerpunktsystem ist die gesamte Dynamik des Problems in der Relativbewegung enthalten. Die Schrödingergleichung der Relativkoordinaten hat die gleiche Form wie die eines Teilchens der reduzierten Masse

$$\mu = \frac{m_n m_K}{m_n + m_K},$$

das sich mit dem Relativimpuls

$$\hbar\vec{k} = \hbar \frac{m_K \vec{k}_{1,L} - m_n \vec{k}_{2,L}}{m_n + m_K} \quad (2.1)$$

und Relativkoordinaten

$$\vec{r} = \vec{r}_{1,L} - \vec{r}_{2,L}$$

im ortsfesten Potential $\mathbf{V}(\vec{r})$ bewegt.

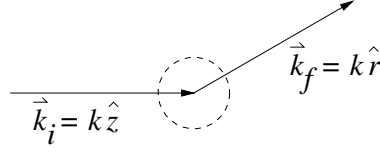


Abbildung 2.1: Zur Definition der Impulse von einfallendem und gestreutem Teilchen.

Konstruktion des elastischen Streuzustands

Der Eigenzustand $|\vec{k}_i\rangle$ eines freien spinlosen Teilchens der Masse μ wird durch die Schrödingergleichung

$$\mathcal{H}_0|\vec{k}_i\rangle = E_k|\vec{k}_i\rangle$$

mit dem freien Hamiltonoperator $\mathcal{H}_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu}$ und dem Eigenwert $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$ der kinetischen Energie beschrieben. Weil wir elastische Streuprozesse untersuchen, brauchen wir die Energieeigenwerte von einfallendem und gestreutem Zustand nicht zu unterscheiden und wir schreiben kurz $E_k = E_{k,(i,f)}$ und $k = k_{(i,f)}$.

Wir wollen nun die elastische Streuung des freien Teilchens an einem ortsfesten Potential \mathbf{V} beschreiben. Dann ist der gesamte Hamiltonoperator des Systems gegeben durch

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathbf{V}.$$

Der neue Eigenzustand des Teilchens und der freie Zustand sind im Allgemeinen nicht identisch. Es wird ein Eigenzustand $|\psi\rangle$ zum vollen Hamiltonoperator mit dem Energieeigenwert E_k des freien Zustandes gesucht:

$$\mathcal{H}|\psi\rangle = E_k|\psi\rangle \quad (2.2)$$

Man überzeugt sich leicht¹, dass ein solcher Zustand durch

$$|\psi\rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} (\mathbb{1} + \mathbf{G}_0^{(\pm)} \mathbf{T}) |\vec{k}_i\rangle \quad (2.3)$$

konstruiert werden kann, wo wir mit

$$\mathbf{G}_0^{(\pm)} = (E_k \pm i\varepsilon - \mathcal{H}_0)^{-1}$$

den freien retardierten (+) bzw. avancierten (−) Greenoperator und den Übergangoperator

$$\mathbf{T} = \mathbf{V}(\mathbb{1} - \mathbf{G}_0^{(\pm)} \mathbf{V})^{-1} \quad (2.4)$$

eingeführt haben.

Gleichung (2.3) ist die Lippmann-Schwinger-Gleichung [Lip50], die ursprünglich durch zeitabhängige Störungsrechnung aus der zeitabhängigen Schrödingergleichung und der Randbedingung, dass sich das Teilchen in der fernen Vergangenheit $t \rightarrow -\infty$ frei bewegt hat, formuliert wurde. Die Randbedingung wird in diesem Ansatz durch adiabatisches Einschalten des Potentials $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \mathbf{V} e^{\frac{\varepsilon}{\hbar} t}$ berücksichtigt.

In der zeitunabhängigen Formulierung erfüllt der Streuzustand (2.3) die Schrödingergleichung (2.2) auch für $\varepsilon = 0$. Die Energie muss dann aber infinitesimal von der reellen Achse verschoben werden, $E_k \rightarrow E_k \pm i\varepsilon$, um eine Ortsdarstellung für den Greenoperator zu finden. Mit anderen Worten, sowohl der zeitabhängige als auch der zeitunabhängige Ansatz führen auf dieselbe Lippmann-Schwinger-Gleichung (2.3) für den Streuzustand.

Sobald \mathbf{T} bekannt ist, liefert (2.3) eine formale Lösung des Streuproblems. Das Problem besteht nun in der expliziten Formulierung des Übergangoperators. Durch Multiplikation von (2.4) mit

¹Multiplikation von (2.3) mit $\mathbf{G}_0^{(\pm)-1}$ liefert $(E_k - \mathcal{H})|\psi\rangle = (E_k - \mathcal{H}_0)|\vec{k}_i\rangle = 0$.

$(\mathbb{1} - \mathbf{G}_0^{(\pm)} \mathbf{V})$ können wir den Übergangoperator auch in der Form $\mathbf{T} = \mathbf{V} + \mathbf{T} \mathbf{G}_0^{(\pm)} \mathbf{V}$ angeben, die durch Iteration die Bornsche Reihe liefert:

$$\mathbf{T} = \mathbf{V} + \mathbf{V} \mathbf{G}_0^{(\pm)} \mathbf{V} + \mathbf{V} \mathbf{G}_0^{(\pm)} \mathbf{V} \mathbf{G}_0^{(\pm)} \mathbf{V} + \dots \quad (2.5)$$

Interpretation des Streuzustands

In der Ortsraumdarstellung nimmt die Lippmann-Schwinger-Gleichung die Gestalt

$$\psi(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \psi \rangle = \langle \vec{r} | \vec{k}_i \rangle + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int \langle \vec{r} | \mathbf{G}_0^{(\pm)} | \vec{r}' \rangle \langle \vec{r}' | \mathbf{T} | \vec{k}_i \rangle d^3 r' \quad (2.6)$$

an. Die Wellenfunktion des freien Zustandes $\langle \vec{r} | \vec{k}_i \rangle$ ist eine ebene Welle, deren Ausbreitung durch den Wellenvektor \vec{k}_i charakterisiert wird:

$$\varphi_{\vec{k}_i}(\vec{r}) := \langle \vec{r} | \vec{k}_i \rangle = (2\pi)^{-3/2} \exp\{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}\}.$$

Der Greenoperator kann mit dem vollständigen und orthonormierten Satz der freien Impulseigenzustände $|\vec{k}\rangle$ spektral zerlegt werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_0^{(\pm)} &= (E_k \pm i\varepsilon - \mathcal{H}_0)^{-1} \int |\vec{k}'\rangle \langle \vec{k}' | d^3 k' \\ &= \int \frac{|\vec{k}'\rangle \langle \vec{k}' |}{E_k \pm i\varepsilon - E_{k'}} d^3 k'. \end{aligned}$$

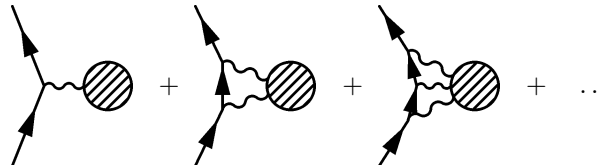
Die Ortsraumdarstellung dieser Operatoren lässt sich nun wegen der um ε von der reellen Achse verschobenen Energie durch Anwendung des Residuensatzes auswerten:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \langle \vec{r} | \mathbf{G}_0^{(\pm)} | \vec{r}' \rangle &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int \frac{\langle \vec{r} | \vec{k}' \rangle \langle \vec{k}' | \vec{r}' \rangle}{E_k \pm i\varepsilon - E_{k'}} d^3 k' \\ &= \frac{\mu}{4\pi^3 \hbar^2} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int \frac{\exp\{i\vec{k}' \cdot (\vec{r} - \vec{r}')\}}{k^2 \pm i\frac{2\mu\varepsilon}{\hbar^2} - k'^2} d^3 k' \\ &= -\frac{\mu}{2\pi \hbar^2} \frac{\exp\{\pm i k |\vec{r} - \vec{r}'|\}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Die Ortsdarstellung des Greenoperators liefert vom Punkt \vec{r}' auslaufende (+) bzw. in diesen Punkt einlaufende (-) Kugelwellen. Die Sommerfeldsche Ausstrahlungsbedingung fordert, dass einlaufende Kugelwellen keine experimentell realisierbaren Lösungen darstellen. Wir werden deshalb im Folgenden nur Lösungen betrachten, die vom retardierten freien Greenoperator $\mathbf{G}_0^{(+)}$ erzeugt werden.

Die Wellenfunktion des Streuzustandes (2.6) ist die kohärente Überlagerung der einlaufenden ebenen Welle mit dem Wellenvektor \vec{k}_i und der von allen Punkten \vec{r}' auslaufenden Kugelwellen, wo $\langle \vec{r}' | \mathbf{T} | \vec{k}_i \rangle \neq 0$ gilt.

Die Bornsche Reihe (2.5) stellt den totalen Streuprozess in diesem Sinne als Summe über alle n -fach-Streuprozesse dar:



$$(2.5')$$

Das n -te Glied liefert n sukzessive Wechselwirkungsakte des einfallenden Zustandes mit dem Potential \mathbf{V} , zwischen denen der Zustand als freie Kugelwelle propagiert. Die Bornsche Näherung in erster Ordnung

$$\mathbf{T} = \mathbf{V} \quad (2.8)$$

beschreibt Streuprozesse unter Vernachlässigung von Mehrfachstreuung an ein und demselben Potential.

Mehrfachstreuung an makroskopischen Potentialen

Bei der Streuung an einer gasförmigen Probe können wir das makroskopische Gesamtpotential \mathbf{V} als Summe der Potentiale der Gasatome \mathbf{V}_i schreiben

$$\mathbf{V} = \sum \mathbf{V}_i.$$

Dann nimmt die Bornsche Reihe (2.5) die Gestalt

$$\mathbf{T} = \sum_i \mathbf{V}_i + \sum_{ij} \mathbf{V}_i \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{V}_j + \sum_{ijk} \mathbf{V}_i \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{V}_j \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{V}_k + \dots \quad (2.9)$$

an und die einzelnen Terme beschreiben sowohl die Mehrfachstreuung an verschiedenen Kernen (z.B. für $j \neq i$) als auch innerhalb desselben Kerns (z.B. für $j = i$). Der durch

$$\mathbf{T}_i := \mathbf{V}_i + \mathbf{T}_i \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{V}_i, \quad (2.10)$$

definierte Einteilchen-Übergangsoperator erfasst alle Mehrfachstreuungsprozesse innerhalb des Kerns i , wie man durch Iteration von (2.10) sieht:

$$\mathbf{T}_i = \mathbf{V}_i + \mathbf{V}_i \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{V}_i + \mathbf{V}_i \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{V}_i \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{V}_i + \dots$$

Wir können aus (2.10) durch Iteration auch den Ausdruck

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{T}_i - \mathbf{T}_i \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{T}_i + \mathbf{T}_i \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{T}_i \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{T}_i - \dots$$

für das Einteilchen-Potential gewinnen. Einsetzen in die Bornsche Reihe (2.9) liefert eine Reihenentwicklung des Übergangsoperators

$$\mathbf{T} = \sum_i \mathbf{T}_i + \sum_{i \neq j} \mathbf{T}_i \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{T}_j + \sum_{i \neq j, j \neq k} \mathbf{T}_i \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{T}_j \mathbf{G}_0^{(+)} \mathbf{T}_k + \dots,$$

worin nur noch über Streuung zwischen verschiedenen Teilchen explizit summiert wird. Falls Mehrfachstreuungsprozesse vernachlässigt werden können, gilt die Näherung

$$\mathbf{T} = \sum_j \mathbf{T}_j.$$

Diese Gleichung bildet die Grundlage für die kinematische Streutheorie.

Räumliche Asymptotik des Streuzustands

Bei der Streuung eines Neutrons an Materie sind prinzipiell alle bekannten Wechselwirkungen beteiligt. Neben der starken Wechselwirkung von Neutron und Kern können schwache, elektromagnetische und gravitative Beiträge jedoch vollkommen vernachlässigt werden [Sea86a]. Deshalb erstreckt sich das Wechselwirkungsgebiet $r' = |\vec{r}'|$, wo $\mathbf{V}(r') \neq 0$, über die Reichweite der starken Kraft von einigen fm. Der Nachweis des gestreuten Neutrons erfolgt demgegenüber in einem Detektor, der sich in sehr großer Entfernung $r = |\vec{r}| \gg r'$ vom Wechselwirkungsgebiet befindet. Um die räumliche Asymptotik der Streuwellenfunktion (2.3) zu finden, entwickeln wir

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = r - \hat{r} \cdot \vec{r}' + \mathcal{O}(r^{-1})$$

bzw.

$$k|\vec{r} - \vec{r}'| = kr - \vec{k}_f \cdot \vec{r}' + \mathcal{O}(r^{-1}),$$

wobei wir den Einheitsvektor in Richtung des Detektors mit \hat{r} und den Wellenvektor des elastisch gestreuten Teilchens mit $\vec{k}_f = k\hat{r}$ bezeichnen, vgl. Abb. 2.1. Der retardierte Greenoperator (2.7) in Ortsraumdarstellung strebt für $r \rightarrow \infty$ demnach gegen

$$\begin{aligned} \langle \vec{r} | \mathbf{G}_0^{(+)} | \vec{r}' \rangle &\stackrel{r \rightarrow \infty}{\rightarrow} -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \frac{\exp\{i(kr - \vec{k}_f \cdot \vec{r}')\}}{r} \\ &= -\frac{\sqrt{2\pi}\mu}{\hbar^2} \frac{\exp\{ikr\}}{r} \langle \vec{k}_f | \vec{r}' \rangle, \end{aligned}$$

so dass wir für den Streuzustand die asymptotische Form

$$\begin{aligned} \psi(\vec{r}) &\stackrel{r \rightarrow \infty}{\rightarrow} \langle \vec{r} | \vec{k}_i \rangle - \frac{\sqrt{2\pi}\mu}{\hbar^2} \frac{\exp\{ikr\}}{r} \langle \vec{k}_f | \mathbf{T} | \vec{k}_i \rangle \\ &= (2\pi\hbar)^{-3/2} \left\{ \exp\{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}\} + f(\theta) \frac{\exp\{ikr\}}{r} \right\} \end{aligned} \quad (2.11)$$

erhalten. Der Ausdruck

$$f(\theta) = -\frac{4\pi^2\mu}{\hbar^2} \langle \vec{k}_f | \mathbf{T} | \vec{k}_i \rangle \quad (2.12)$$

gibt die Amplitude der Streuwelle relativ zur einfallenden Welle an und wird deshalb Streuamplitude genannt. Obwohl die Streuamplitude streng genommen nicht nur vom Streuwinkel θ , sondern sowohl von \vec{k}_f als auch \vec{k}_i abhängt, ist die Bezeichnung $f(\theta)$ gebräuchlich. Der Grund für diese Vereinfachung wird klar, wenn man die Streuwelle nach Partialwellen entwickelt.

Partialwellenanalyse der Streuwelle

Die folgenden Überlegungen werden in einer Vielzahl elementarer Lehrbücher über Quantenmechanik (z.B. [Bay90]) und Streutheorie (z.B. [Joa75]) ausführlich dargelegt. Wir skizzieren hier nur die Argumentation und beschränken uns auf die Zusammenfassung der wichtigsten Resultate.

Wenn man zunächst von einem skalaren Zentralpotential $\mathbf{V} = V(r)$ ausgeht, dann muss die Streuwellenfunktion unabhängig vom Azimut ϕ sein und kann nach Legendre-Polynomen $P_\ell(\cos\theta)$ entwickelt werden:

$$\psi(\vec{r}) = \psi(r, \theta) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \sum_{\ell=0}^{\infty} R_\ell(r) P_\ell(\cos\theta). \quad (2.13)$$

Einsetzen in (2.2) liefert durch Variablenseparation die radiale Schrödingergleichung für die Funktionen R_ℓ . Hierbei handelt es sich um eine sphärische Bessel-Differentialgleichung, für die linear unabhängige Lösungen in Form der regulären Besselfunktionen $j_\ell(kr)$ und der singulären Neumannfunktionen $n_\ell(kr)$ existieren. Die allgemeine Lösung im Außenraum des Potentials, wo $V(r \geq r_0) = 0$, kann dann ausgedrückt werden als

$$R_\ell(r) = A_\ell [\cos(\delta_\ell) j_\ell(kr) - \sin(\delta_\ell) n_\ell(kr)], \quad \text{für } r > r_0. \quad (2.14)$$

Die konkrete Linearkombination dieser Lösungen ergibt sich aus den Randbedingungen des speziellen Problems.

Im Fall der frei propagierenden Welle, $V(r) = 0 \forall r$, erhält man $\delta_\ell = 0$ und

$$R_\ell(r) = (2\ell + 1) i^\ell j_\ell(kr),$$

so dass

$$\psi(r, \theta) = \varphi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \exp\{ikr \cos\theta\} \stackrel{!}{=} \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) i^\ell j_\ell(kr) P_\ell(\cos\theta). \quad (2.15)$$

Im asymptotischen Fall erhält man

$$R_\ell \stackrel{r \rightarrow \infty}{\rightarrow} \frac{A_\ell}{kr} \cos(kr + \beta_\ell + \delta_\ell),$$

worin $\beta_\ell = -(\ell + 1)\frac{\pi}{2}$ die Phase der ℓ -Welle in Abwesenheit des Potentials, $V = 0$, und δ_ℓ der vom Potential verursachte Phasenschub, die so genannte Streuphase, ist. Die Koeffizienten A_ℓ werden bestimmt, indem man den so gewonnenen Ausdruck für (2.13),

$$(2\pi\hbar)^{3/2}\psi(r, \theta) = \frac{\exp\{ikr\}}{2kr} \sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell \exp\{i(\beta_\ell + \delta_\ell)\} P_\ell(\cos \theta) \\ + \frac{\exp\{-ikr\}}{2kr} \sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell \exp\{-i(\beta_\ell + \delta_\ell)\} P_\ell(\cos \theta),$$

mit der asymptotischen Streuwellenfunktion (2.11),

$$(2\pi\hbar)^{3/2}\psi(r, \theta) = f(\theta) \frac{\exp\{ikr\}}{r} + \frac{\exp\{ikr\}}{2kr} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) i^\ell \exp\{i\beta_\ell\} P_\ell(\cos \theta) \\ + \frac{\exp\{-ikr\}}{2kr} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) i^\ell \exp\{-i\beta_\ell\} P_\ell(\cos \theta),$$

vergleicht. Im letzten Ausdruck wurde von der Partialwellenentwicklung des freien Streuteils (2.15) Gebrauch gemacht. Neben den Koeffizienten

$$A_\ell = (2\ell + 1) i^\ell \exp\{i\delta_\ell\}$$

erhält man so die Partialwellenentwicklung der Streuamplitude [Fax27]

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) [\exp\{2i\delta_\ell\} - 1] P_\ell(\cos \theta). \quad (2.16)$$

Die Streuamplitude ist eindeutig durch die Streuphasen δ_ℓ bestimmt.

Streuphase bei niedrigen Energien

Selbst ohne genaue Kenntnis des Potentials V kann man zeigen [Lan79], dass

$$\delta_\ell \propto k^{2\ell+1}, \text{ mit } \delta_0 =: -ak \quad (2.17)$$

und

$$\frac{\delta_\ell}{\delta_0} \approx (kr_0)^{2\ell}, \quad (2.18)$$

wenn die Wellenlänge der gestreuten Teilchen viel größer ist als die Reichweite r_0 des Potentials, $kr_0 \ll 1$, und die kinetische Energie der Teilchen viel kleiner ist als die Wechselwirkungsenergie innerhalb der Reichweite: $\frac{(\hbar k)^2}{2m} \ll V(r \leq r_0)$. Beide Bedingungen sind bei der Streuung thermischer Neutronen, $k \approx 3 \text{ \AA}^{-1}$, am Potential der starken Wechselwirkung erfüllt, da $r_0 \approx 10 \text{ fm}$ und $V(r \leq r_0) \approx 10 \text{ MeV}$. Wegen (2.18) und $kr_0 \approx 3 \times 10^{-4}$ trägt in diesem Fall nur der führende Term zur Streuamplitude (2.16) und zur Streuwelle (2.13) bei. Man spricht üblicherweise in der spektroskopischen Nomenklatur für $\ell = 0$ von s -Wellen-Streuung. Alle höheren Terme mit $\ell \geq 1$ sind vernachlässigbar. Dies rechtfertigt die anfangs gemachte Annahme eines radialsymmetrischen Potentials, da sich alle nichtzentralen Komponenten der Wechselwirkung nur auf p - und höhere Terme der Partialwellenreihe auswirken.

Da $P_0(\cos \theta) = 1$ nimmt die s -Wellen-Streuamplitude nun folgende einfache Gestalt an:

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} [\exp\{-2ika\} - 1].$$

Entwicklung dieses Ausdrucks nach k liefert dann

$$f(\theta) = -a + ik a^2 + \mathcal{O}(k^2). \quad (2.19)$$

Die in (2.17) als Proportionalitätskonstante eingeführte Größe a heißt s -Wellen-Streulänge und wurde von E. Fermi 1936 zur Parametrisierung der Niederenergie-Streuamplitude von Neutronen eingeführt [Fer36].

Man gelangt zu den gleichen Ergebnissen, wenn a als Reichweite des Potentials einer harten Kugel eingeführt wird:

$$V(r) = \begin{cases} \infty, & r \leq a \\ 0, & r > a \end{cases}$$

Man darf dieses Bild jedoch nicht überstrapazieren, indem man a generell als „typische Potentialreichweite“ deutet. Abgesehen von der Tatsache, dass der Realteil von a für schwach attraktive Potentiale negativ ist, werden wir auf der nächsten Seite sehen, dass die Absorption von Neutronen durch Einführung eines komplexen optischen Potentials im bisherigen Formalismus berücksichtigt werden kann. Dadurch wird auch die Streulänge komplex und entzieht sich der naiven Interpretation als Reichweite. Wir halten fest, dass die Streulänge als niederenergetischer Grenzwert der s -Wellen-Streuamplitude $\lim_{k \rightarrow 0} f(\theta) = -a$ aufgefasst werden muss. Näherungsweise gilt auch $\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\delta_0}{k} \approx -a$. Experimentell findet man für alle Isotope Streulängen in der Größenordnung einiger Femtometer.

Fermi-Pseudopotential

Wir haben auf der vorherigen Seite gesehen, dass die Streuamplitude (2.12) im Limes niedriger Energien für jedes kurzreichweitige Potential gegen den Ausdruck (2.19)

$$f(\theta) \xrightarrow{k \rightarrow 0} -a + ika^2 + \mathcal{O}(k^2) \xrightarrow{k=0} -a$$

strebt. Andererseits erhält man für die exakte Streuamplitude denselben k -unabhängigen Ausdruck, falls man von einem lokalen Zero-Range-Potential in Form eines Deltafunktions-Potentials

$$\langle \vec{r}' | \mathbf{V} | \vec{r} \rangle = \frac{2\pi\hbar^2}{\mu} a \delta(\vec{r}) \delta(\vec{r} - \vec{r}').$$

ausgeht. Dieser Ansatz trägt der experimentellen Beobachtung reiner s -Wellenstreuung niederenergetischer Neutronen Rechnung, da die Deltafunktion einerseits eine zentrale Wechselwirkung produziert, andererseits die Vernachlässigung der Potentialreichweite gegenüber der Wellenlänge niederenergetischer Neutronen zum Ausdruck bringt. Ein solches Potential, das den Streuprozess als Punktwechselwirkung wiedergibt, wurde ebenfalls 1936 von E. Fermi eingeführt [op. cit.] und wird als Fermi-Pseudopotential bezeichnet. Die Streulänge kann in diesem Ausdruck als Stärke der Wechselwirkung interpretiert werden. Aus dem Ansatz eines Fermi-Pseudopotentials folgt der Übergangsoperator

$$\mathbf{T}(\vec{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{\mu} a \delta(\vec{r}). \quad (2.20)$$

Neutronenabsorption

Bisher haben wir rein elastische Streuprozesse betrachtet. Die Absorption von Teilchen beim Durchgang durch Materie kann zwanglos durch Einführung eines komplexen Potentials

$$V(\vec{r}) = V'(\vec{r}) - iV''(\vec{r})$$

berücksichtigt werden. Man kann eine Kontinuitätsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte $\rho = \psi^* \psi$ ableiten,

$$\dot{\rho} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{J} - s, \quad (2.21)$$

in der die Größe $\vec{J} = \Re\{\psi^* \frac{\hbar}{im} \vec{\nabla} \psi\}$ als Stromdichte und $s = \frac{2}{\hbar} \varrho V''$ als Senkendichte interpretiert werden müssen. Die zeitliche Abnahme der mittleren Teilchenzahldichte

$$\begin{aligned} \dot{N} &= \frac{\partial}{\partial t} \int \varrho d^3r \\ &= \underbrace{\oint_{V \rightarrow \infty} \vec{J} \cdot (-\hat{n}) dS}_0 - \int s d^3r \end{aligned}$$

wird nämlich durch das Volumenintegral über den Imaginärteil V'' des Potentials beschrieben. Bei einem rein reellen Potential, $V'' = 0$, bleibt die mittlere Teilchenzahl N zeitlich konstant.

Wegen (2.20) und (2.4) ist klar, dass auch die Streulänge $a = a' - ia''$ im Allgemeinen eine komplexe Größe ist. An dieser Stelle muss erwähnt werden, dass der Ausdruck (2.20) für das Fermi-Pseudopotential auf der Vernachlässigung des zweiten Terms in (2.19) basiert. Für die meisten Isotope ist der Imaginärteil der Streulänge von der gleichen Größenordnung wie der vernachlässigte Term. Der Ausdruck (2.20) ist dann nicht gültig. Der in dieser Arbeit untersuchte Kern des ${}^3\text{He}$ ist jedoch ein starker Neutronenabsorber. Die Beträge von Real- und Imaginärteil der Streulänge sind vergleichbar, so dass in (2.19) der Term in k viel kleiner ist als der Imaginärteil der Streulänge. Die Beschreibung der Streuamplitude durch das Fermi-Pseudopotential bleibt für die Streuung thermischer Neutronen an ${}^3\text{He}$ in sehr guter Näherung richtig.

Wirkungsquerschnitt

Wir haben eingangs gesehen, wie man die Lösung des Streuproblems im Prinzip wieder in Teilchenkoordinaten ausdrücken kann. In der Praxis ist man aber nicht an den Koordinaten eines einzelnen gestreuten Teilchens interessiert. Vielmehr gilt es Aussagen über die Wahrscheinlichkeit zu machen, dass ein Teilchen absorbiert oder in ein bestimmtes Raumwinkelement $d\Omega = S/r^2$ gestreut wird, das durch einen Detektor der Fläche S im Abstand r zum Target definiert wird.

Die mittlere Zahl der von einem Target pro Zeiteinheit und pro einfallendem Teilchenfluss absorbierten Teilchen wird als Absorptionsquerschnitt σ_a des Targets bezeichnet.

Die mittlere Zahl der von einem Target pro Zeiteinheit und pro einfallendem Teilchenfluss in das Raumwinkelement $d\Omega$ gestreuten Teilchen wird als differentieller Streuquerschnitt $d\sigma_s$ des Targets bezeichnet. Die Integration dieser Größe über alle Raumwinkel liefert den totalen Streuquerschnitt σ_s .

Die Summe aus totalem Streuquerschnitt und Absorptionsquerschnitt heißt totaler Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a, \quad (2.22)$$

und es gilt das optische Theorem [Fee32]

$$\sigma_t = \frac{4\pi}{k} \Im f(\theta = 0). \quad (2.23)$$

Der differentielle Streuquerschnitt kann mit dem oben eingeführten Ausdruck für den mittleren Teilchenfluss $J = |\vec{J}|$ formuliert werden als

$$d\sigma_s = |f(\theta)|^2 d\Omega. \quad (2.24)$$

Mit der Entwicklung (2.19) bis zur ersten Ordnung in k findet man

$$d\sigma_s = |a|^2 (1 - 2ka'' + \mathcal{O}(k^2)) d\Omega \approx |a|^2 d\Omega, \quad (2.25)$$

wobei die Näherungen für thermische Neutronen gilt, da $|ka| \approx 3 \times 10^{-4}$, wenn $k \approx 3\text{\AA}^{-1}$. Integration über alle Raumwinkel liefert

$$\sigma_s = 4\pi |a|^2 (1 - 2ka'' + \mathcal{O}(k^2)) \approx 4\pi |a|^2. \quad (2.26)$$

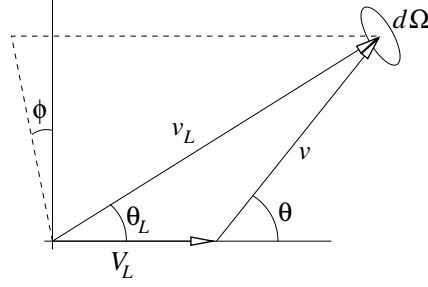


Abbildung 2.2: Zur Transformation zwischen Schwerpunkt- und Laborsystem.

Der Absorptionsquerschnitt kann jetzt mithilfe des optischen Theorems (2.23) und der Entwicklung der Streuamplitude (2.19) berechnet werden:

$$\sigma_a = \frac{4\pi}{k} a'' (1 - 2ka'' + \mathcal{O}(k^2)) \approx \frac{4\pi}{k} a''. \quad (2.27)$$

Während der Streuquerschnitt für thermische Neutronen von k unabhängig ist, verhält sich der Absorptionsquerschnitt umgekehrt proportional zur Gruppengeschwindigkeit v des einlaufenden Neutrons. Dieser Sachverhalt ist als $1/v$ -Gesetz bekannt.

Transformation in das Laborsystem

Wir wollen nun die Ausdrücke für den differentiellen Streuquerschnitt (2.25) und den Absorptionsquerschnitt (2.27) in Koordinaten des Laborsystems ausdrücken. Dazu bezeichnen wir die Geschwindigkeit des Schwerpunktsystems im Laborsystem mit \vec{V}_L .

In sphärischen Koordinaten schreiben wir für das Raumwinkelement

$$d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\Phi.$$

Abbildung 2.2 entnehmen wir folgende Beziehungen zwischen Schwerpunkt- und Laborkoordinaten:

$$\begin{aligned} d\Phi_L &= d\Phi \\ v \cos \theta &= v_L \cos \theta_L - V_L \\ v^2 &= v_L^2 - 2v_L V_L \cos \theta_L + V_L^2 \\ \therefore \cos \theta &= \frac{\cos \theta_L - \eta}{\sqrt{1 - 2\eta \cos \theta_L + \eta^2}} \quad \text{mit} \quad \eta := m_K/\mu \end{aligned}$$

Differentiation nach θ_L liefert schließlich

$$d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\Phi = \frac{1 - \eta \cos \theta_L}{(1 - 2\eta \cos \theta_L + \eta^2)^{3/2}} \sin \theta_L \, d\theta_L \, d\Phi_L$$

Für Streuung in Vorwärtsrichtung können wir nach θ_L entwickeln:

$$\sin \theta \, d\theta \, d\Phi \approx \left(\frac{1}{1 - \eta} \right)^2 \theta_L \, d\theta_L \, d\Phi_L = \left(\frac{m_n}{\mu} \right)^2 \theta_L \, d\theta_L \, d\Phi_L$$

Wir definieren die *gebundene* Streulänge durch

$$b := \frac{m_n}{\mu} a = \frac{A+1}{A} a \quad (2.28)$$

wo A das Massenverhältnis von Kern und Neutron bezeichnet. Für ${}^3\text{He}$ gilt $A = 2.98905$ [Aud93, Hua76, Ber94]. Jetzt können wir für (2.25) kurz schreiben

$$d\sigma_s = |b|^2(1 - 2ka'' + \mathcal{O}(k^2))\theta_L d\theta_L d\phi_L \approx |b|^2\theta_L d\theta_L d\phi_L. \quad (2.29)$$

Deckt der Detektor einen Kegel mit Öffnungswinkel $\theta_{L,\max} \ll 1$ in Vorwärtsrichtung ab, so liefert die Integration

$$\sigma_s(\theta_L \leq \theta_{L,\max}) = \pi\theta_{L,\max}^2 |b|^2(1 - 2ka'' + \mathcal{O}(k^2)) \approx \pi\theta_{L,\max}^2 |b|^2.$$

Die Integration von (2.29) über alle Raumwinkelelemente reproduziert erwartungsgemäß (2.26), da die Wahrscheinlichkeit, dass ein Neutron in eine beliebige Richtung gestreut wird, nicht vom Koordinatensystem abhängen darf.

Aus der Definitionsgleichung für den Relativimpuls (2.1) haben wir $k = \frac{\mu}{m_n} k_L$ und können für den Absorptionsquerschnitt (2.27) schreiben

$$\sigma_a \approx \frac{4\pi}{k_L} b''. \quad (2.30)$$

Auch der Absorptionsquerschnitt hängt nicht vom Koordinatensystem ab. Es ist für praktische Zwecke jedoch häufig bequemer, den Absorptionsquerschnitt als Funktion der Neutronenenergie im Laborsystem anzugeben und die Transformation $k \mapsto k_L$ implizit durch die Substitution $a \mapsto b$ zu berücksichtigen.

Diskurs zum Begriff freie und gebundene Streulänge

Die „freie“ und die „gebundene“ Streulänge sind für jedes Nuklid durch das Massenverhältnis A verknüpft, so dass man fragen kann, ob überhaupt zwischen beiden Größen unterschieden werden muss. Die Begriffsprägung ergibt sich ursprünglich aus der Tatsache, dass die Streuquerschnitte eines freien und eines chemisch gebundenen Kerns voneinander abweichen [Fer36]:

$$\sigma_s^{\text{free}} = \left(\frac{A}{A+1}\right)^2 \sigma_s^{\text{bound}}. \quad (2.31)$$

So, wie der freie Streuquerschnitt durch die *freie* Streulänge gegeben ist, definiert man den gebundenen Streuquerschnitt durch die *gebundene* Streulänge:

$$\sigma_s^{\text{free}} = 4\pi|a|^2 \quad (2.26)$$

$$\sigma_s^{\text{bound}} = 4\pi|b|^2. \quad (2.32)$$

Bei Streuexperimenten an gasförmigem Helium kann die chemische Bindung der Edelgasatome gegenüber der Energie kalter und selbst ultrakalter Neutronen sicher vernachlässigt werden. Aus dem ästhetischen Bedürfnis formal knapper Ausdrücke ergibt sich in diesem Fall die unbefriedigende Terminologie, dass der Streuquerschnitt durch die freie und der Absorptionsquerschnitt durch die gebundene Streulänge ausgedrückt wird. Da der Faktor $\frac{A+1}{A}$ im Absorptionsquerschnitt bei der Koordinatentransformation auftritt, wäre die Bezeichnung von a und b als „Schwerpunkt“- und „Labor“-Streulänge zwar ebenso geeignet, aber nicht weniger verwirrend.

Spinabhängigkeit der Wechselwirkung

Es ist bekannt, dass der Absorptionsquerschnitt von ${}^3\text{He}$ für Neutronen stark von der relativen Spinorientierung von Neutron und Kern abhängt [Pas66]. Diese Tatsache hat in den letzten Jahren beispielsweise zur Entwicklung leistungsfähiger Neutronenspinfilter geführt [Sur97, Hei98, Hei99], die wie Polaroidfilter in der Lichtoptik eingesetzt werden können.

Um den Effekt zu beschreiben, muss auch das Potential und damit die Streulänge spinabhängig sein. Wenn wir die Spinoperatoren des Neutrons mit $\vec{s} = s\vec{\sigma}$ und des Kerns mit \vec{I} bezeichnen, kann die *spinabhängige* Streulänge als

$$a = a_c + \frac{a_i}{\sqrt{I(I+1)}} \langle \vec{\sigma} \cdot \vec{I} \rangle \quad (2.33)$$

ausgedrückt werden. Die komplexen Parameter $a_c = a'_c - i a''_c$ und $a_i = a'_i - i a''_i$ werden als kohärente und inkohärente Streulänge bezeichnet. Dieselbe Zerlegung in einen spinabhängigen und einen spinunabhängigen Anteil gilt analog für gebundene Streulänge. Durch Einsetzen des Ausdrucks (2.33) in (2.30) und (2.26) können wir die spinunabhängigen und -abhängigen Anteile der Absorptions- und Streuquerschnitte formulieren:

$$\begin{aligned} \sigma_a &\approx \frac{4\pi}{k_L} b''_c + \frac{4\pi}{k_L} b''_i \sqrt{\frac{I}{I+1}} \langle \vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{I}}{I} \rangle \\ &= \sigma_{a,0} + \sigma_{a,p} \langle \vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{I}}{I} \rangle \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} \sigma_s^{\text{free}} &= 4\pi \left(|a_c|^2 + |a_i|^2 \underbrace{\frac{\langle \vec{I} \cdot \vec{\sigma}^\dagger \vec{\sigma} \cdot \vec{I} \rangle}{I(I+1)}}_{\text{I}} + a_c a_i^* \frac{\langle \vec{I} \cdot \vec{\sigma}^\dagger \rangle}{\sqrt{I(I+1)}} + a_c^* a_i \frac{\langle \vec{\sigma} \cdot \vec{I} \rangle}{\sqrt{I(I+1)}} \right) \\ &= \sigma_c^{\text{free}} + \sigma_i^{\text{free}} + 4\pi \sqrt{\frac{I}{I+1}} 2\Re(a_c^* a_i) \langle \vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{I}}{I} \rangle \\ &= \sigma_{s,0}^{\text{free}} + \sigma_{s,p}^{\text{free}} \langle \vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{I}}{I} \rangle. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Der spinunabhängige Streuquerschnitt $\sigma_{s,0}^{\text{free}}$ setzt sich aus einem kohärenten und einem inkohärenten Beitrag zusammen. Diese Größen werden definiert durch

$$\sigma_{c,i}^{\text{free}} := 4\pi |a_{c,i}|^2. \quad (2.36)$$

Der Vollständigkeit halber erwähnen wir noch, dass man gemäß Gleichung (2.32) analog für den kohärenten und inkohärenten Anteil des gebundenen Streuquerschnitts schreibt

$$\sigma_{c,i}^{\text{bound}} := 4\pi |b_{c,i}|^2. \quad (2.37)$$

Spinabhängige Streulängen werden in der Literatur häufig auch durch die fundamentalen Beiträge der Gesamtspinzustände $J = I \pm \frac{1}{2}$ ausgedrückt. Mit den statistischen Gewichten der Zustände

$$g_+ = \frac{I+1}{2I+1}, \quad g_- = \frac{I}{2I+1}$$

gilt

$$a_c = g_+ a_+ + g_- a_-, \quad a_i = \sqrt{g_+ g_-} (a_+ - a_-) \quad (2.38)$$

bzw. die Inversion

$$a_- = a_c - \sqrt{\frac{g_+}{g_-}} a_i, \quad a_+ = a_c + \sqrt{\frac{g_-}{g_+}} a_i. \quad (2.39)$$

Für Kerne mit $I = \frac{1}{2}$ spricht man der üblichen Terminologie folgend von der Tripletstrelänge a_+ und der Singulettstrelänge a_- . Alle Formulierungen gelten sinngemäß auch für die gebundene Streulänge b . Die Wirkungsquerschnitte für die Gesamtspinzustände definieren wir dementsprechend durch

$$\begin{aligned} \sigma_{s,\pm}^{\text{free}} &:= 4\pi |a_{\pm}|^2 \\ \sigma_{a,\pm} &:= \frac{4\pi}{k_L} b''_{\pm}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

2.2 Streuung an verdünnten Gasen

Die bisherigen Ergebnisse wurden für die Streuung eines Neutrons an einem einzelnen Potential abgeleitet. Nun werden wir unseren Blick auf die Streuung an einer großen Zahl im Raum homogen und isotrop verteilter Streuzentren richten. Bei der Analyse von Streuprozessen an einem Gas findet man einen ausgezeichneten Endzustand, der als kohärenter Zustand bezeichnet wird. Dieser Streuzustand entwickelt sich nur aus streng elastischen² Streuprozessen und er erfüllt eine Einteilchen-Schrödingergleichung für ein optisches Potential. Wegen dieser beiden Eigenschaften können die Resultate des vorangegangenen Abschnitts unmittelbar auf den kohärenten Zustand angewendet werden. Dies erlaubt uns die Konstruktion des konkreten optischen Potentials und die Definition einer Brechzahl für den Durchgang von thermischen Neutronen in Materie.

Streuung an eingeschlossenen Systemen

Wir betrachten die Wechselwirkung eines Neutrons mit einer makroskopischen Menge von identischen Streuzentren, die als Gas in einer Targetzelle eingeschlossen sind. Wir nehmen an, dass der totale Hamiltonoperator des Systems gemäß

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_c + \mathbf{V}_c \quad (2.41)$$

zerlegt werden kann, worin \mathbf{V}_c die Wechselwirkung zwischen Projektil und Target bezeichnet. \mathcal{H}_c wird in der Streutheorie als *Kanalhamiltonoperator* bezeichnet und ist der Hamiltonoperator des räumlich so weit getrennten Systems, dass Projektil und Target nicht mehr in Wechselwirkung treten. Wir schreiben den Kanalhamiltonoperator des Systems als Summe

$$\mathcal{H}_c = \mathcal{H}_n + \mathcal{H}_{\text{target}}$$

des freien Neutron-Hamiltonoperators $\mathcal{H}_n = \mathbf{p}^2/2m_n$ und des Hamiltonoperators der Probe $\mathcal{H}_{\text{target}}$, der auch die Zwangsbedingungen enthält, die den Gasteilchen durch die Zellenwände auferlegt sind. Dies hat zur Folge, dass der Zustand $|\alpha\rangle$ und der Energieeigenwert E_α der Probe im Prinzip durch einen diskreten Satz von Quantenzahlen α beschrieben werden können. Die Quantenzahlen α charakterisieren die Position und den Kernspin der Teilchen, sofern die Gasatome beim Stoß im elektronischen Grundzustand bleiben. Die Eigenwertgleichungen des Systems lauten dann

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_n |\vec{k}\rangle &= E_{k_i} |\vec{k}_i\rangle \\ \mathcal{H}_{\text{target}} |\alpha\rangle &= E_\alpha |\alpha\rangle \\ \mathcal{H}_c |\Phi\rangle_\alpha &= E |\Phi\rangle_\alpha, \end{aligned}$$

wobei der Kanalzustand $|\Phi\rangle_\alpha$ die Situation beschreibt, dass Projektil und Target nicht miteinander wechselwirken. Wir schreiben den Kanalzustand als Produktzustand $|\Phi\rangle_\alpha = |\alpha\rangle |\vec{k}_i\rangle$ und die Gesamtenergie als die Summe $E = E_\alpha + E_{k_i}$. Der Streuzustand $|\Psi\rangle_\alpha$, der sich aus dem Kanalzustand entwickelt, kann analog zu (2.3) konstruiert werden:

$$|\Psi\rangle_\alpha = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} (1 + \mathbf{G}_c^{(+)} \mathbf{T}_c) |\Phi\rangle_\alpha. \quad (2.42)$$

Im Gegensatz zur Analyse des Streuzustandes zu Beginn des Kapitels muss nun der Kanal-Greenoperator

$$\mathbf{G}_c^{(+)} = (E + i\varepsilon - \mathcal{H}_c)^{-1}$$

benutzt werden. Der Übergangoperator \mathbf{T}_c wird ebenfalls über den Kanalhamiltonoperator definiert. Der Streuzustand kann nach dem vollständigen Satz der Endzustände der Probe entwickelt werden:

$$|\Psi\rangle_\alpha = \sum_{\alpha'} |\alpha'\rangle \langle \alpha' | \Psi \rangle_\alpha =: \sum_{\alpha'} |\alpha'\rangle |\Psi_{\alpha'\alpha}\rangle$$

²Streuprozesse werden als elastisch im schwachen Sinne bezeichnet, solange die Anfangs- und Endzustandenergien des Targets gleich sind. Demgegenüber fordert man bei streng elastischen Prozessen, dass *alle* Quantenzahlen des Targetzustands unverändert bleiben.

Den Anteil $|\Psi_{\alpha'\alpha}\rangle$ des Streuzustandes, der beim Übergang $\alpha \rightarrow \alpha'$ des Systems entsteht, erhält man durch Anwendung von $\langle \alpha' |$ auf den Ausdruck (2.42)

$$|\Psi_{\alpha'\alpha}\rangle = (\delta_{\alpha'\alpha} + g'\langle \alpha' | \mathbf{T}_c | \alpha \rangle) |\vec{k}_i\rangle. \quad (2.43)$$

Hierin haben wir die Einkörper-Greenfunktion

$$g' = (E_{k_f} + i\varepsilon - \mathcal{H}_n)^{-1}$$

mit der Streuzustandsenergie

$$E_{k_f} = E_{k_i} + E_\alpha - E_{\alpha'}$$

eingeführt.

Kohärenter Streuzustand

Um zu einer Beschreibung der Streuung eines Teilchens an einer makroskopischen Probe zu gelangen, fassen wir den Übergangoperator nun als dynamische Größe

$$\mathbf{T}_c = t_c \mathbb{1}_{|\alpha\rangle} + \delta\mathbf{T}_c$$

mit dem Mittelwert

$$t_c = \langle \mathbf{T}_c \rangle = \sum_{\alpha} W_{\alpha} \langle \alpha | \mathbf{T}_c | \alpha \rangle$$

und der Fluktuation $\delta\mathbf{T}_c$ um den Mittelwert auf. Mit W_{α} wird die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, das System im Zustand $|\alpha\rangle$ zu finden. Dann lässt sich der Zustand (2.43)

$$\begin{aligned} |\Psi_{\alpha'\alpha}\rangle &= (1 + g t_c) |\vec{k}\rangle \delta_{\alpha'\alpha} + g' \langle \alpha' | \delta\mathbf{T}_c | \alpha \rangle |\vec{k}_i\rangle \\ &= |\Psi_c\rangle \quad \delta_{\alpha'\alpha} + |\delta\Psi_{\alpha'\alpha}\rangle \end{aligned}$$

als Summe des absolut kohärenten³ Zustandes $|\Psi_c\rangle$ und des inkohärenten Zustandes $|\delta\Psi_{\alpha'\alpha}\rangle$ schreiben. Wegen des Kronecker-Deltas ist die Einkörper-Greenfunktion des kohärenten Zustandes gegeben durch

$$g = (E_k + i\varepsilon - \mathcal{H}_n)^{-1}.$$

Wir können nun durch

$$v = (1 + g t_c)^{-1} t_c \quad (2.44)$$

ein effektives optisches Potential definieren und man kann leicht zeigen, dass der kohärente Zustand der Einteilchen-Schrödingergleichung

$$(\mathcal{H}_n + v) |\Psi_c\rangle = E_k |\Psi_c\rangle \quad (2.45)$$

genügt. Wegen der Beziehung

$$\sum_{\alpha} W_{\alpha} |\Psi_{\alpha\alpha}\rangle = |\Psi_c\rangle \underbrace{\sum_{\alpha} W_{\alpha}}_1 + g \underbrace{\sum_{\alpha} W_{\alpha} \langle \alpha | \delta\mathbf{T}_c | \alpha \rangle}_{0} |\vec{k}\rangle = |\Psi_c\rangle$$

ist klar, dass der kohärente Zustand elastische Streuung im strengen Sinne, d.h. $\alpha' = \alpha$, beschreibt. Außerdem sehen wir, dass der kohärente Zustand als das thermodynamische Mittel der elastischen Streuzustände $|\Psi_{\alpha\alpha}\rangle$ aufgefasst werden kann. Aus diesem Grunde sind $|\Psi_c\rangle$ und v makroskopische, thermodynamische Größen, die von der augenblicklichen Position der Gasatome in der Targetzelle unabhängig sind. Die Einteilchen-Schrödingergleichung (2.45) beschreibt den Streuprozess als Kollision des Neutrons mit der Potentialbarriere v .

³Kohärenz im absoluten Sinne liegt vor, wenn die gestreute Welle mit der einfallenden Welle interferiert. Interferieren von verschiedenen Zentren gestreute Wellen untereinander, spricht man im Gegensatz dazu von relativer Kohärenz.

Konstruktion des optischen Potentials

Wir nehmen zunächst an, dass das optische Potential schwach ist und dass Mehrfachstreuungsprozesse vernachlässigt werden können. Die Gültigkeit dieser Annahmen wird auf Seite 24 untersucht. Dann können wir analog zur Herleitung von (2.5) die Gleichung (2.44) iterieren

$$t_c = v + vgv + vgv + \dots$$

Wenn das optische Potential schwach ist, können wir nun schreiben

$$t_c \approx v.$$

Auf Seite 12 haben wir gesehen, dass

$$t_c = \left\langle \sum_j \mathbf{T}_{c,j} \right\rangle,$$

wenn Mehrfachstreuung vernachlässigt werden kann. Es wurde bereits diskutiert, dass für die Streuung von thermischen Neutronen an einem ^3He -Kern der Übergangoperator durch das Fermi-Pseudopotential (2.20) angenähert werden kann. Wir fassen zusammen, dass wir das optische Potential unter den genannten Voraussetzungen als

$$v(\vec{r}) = \left\langle \sum_j \frac{2\pi\hbar^2}{m} b_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) \right\rangle \quad (2.46)$$

schreiben können. Im Allgemeinen sind die Spinoperatoren $\vec{\sigma}$ und $\vec{\mathbf{I}}$ sowie die Ortsvektoren \vec{r} der Kerne statistisch unabhängig,

$$\langle \vec{\sigma} \cdot \vec{\mathbf{I}} \sum_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) \rangle = \langle \vec{\sigma} \rangle \cdot \langle \vec{\mathbf{I}} \rangle \left\langle \sum_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) \right\rangle,$$

und wir können das optische Potential für eine isotopenreine Probe als

$$v(\vec{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \left(b_c + \sqrt{\frac{I}{I+1}} b_i \vec{p}_n \cdot \vec{p}_K \right) \varrho(\vec{r}) \quad (2.47)$$

schreiben, wobei wir mit $\vec{p}_n := \frac{\langle \vec{\mathbf{s}} \rangle}{s} = \langle \vec{\sigma} \rangle$ den Vektor der Neutronenspinpolarisation und mit $\vec{p}_K := \frac{\langle \vec{\mathbf{I}} \rangle}{I}$ den Vektor der Kernspinpolarisation definiert haben. Der Erwartungswert der Summe über die Dirac-Distribution wird mit der Teilchenzahldichte der Probe identifiziert, wie man durch Integration beider Seiten über das Volumen der Probe leicht einsieht:

$$\left\langle \sum_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) \right\rangle = \varrho(\vec{r}). \quad (2.48)$$

Brechzahl

Die Existenz des effektiven Potentials (2.47) in Materie legt analog zur Lichtoptik die Einführung einer Brechzahl

$$n := n' + in''$$

für thermische Neutronen nahe. Nach der üblichen Definition ist

$$n^2 := \frac{k_{\text{int}}^2}{k_{\text{ext}}^2} = 1 - \frac{v}{E_{k_{\text{ext}}}} \quad (2.49)$$

(k_{int} und k_{ext} sind die Wellenzahlen des Neutrons innerhalb bzw. außerhalb der Materie). Einsetzen des optischen Potentials (2.47) und der kinetischen Energie des freien Neutrons $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ liefert

$$n^2 = 1 - \frac{4\pi\rho}{k^2}b. \quad (2.50)$$

Weil $|kb| \sim 10^{-4}$ für thermische Neutronen und Streulängen von einigen Femtometern, darf die mittlere Teilchenzahl der Probe in einem Würfel der Kantenlänge $\lambda = 2\pi/k$ einen Wert von 10^3 nicht wesentlich überschreiten, damit n^2 nur wenig von Eins abweicht. Diese Bedingung ist für thermische Neutronen mit Wellenlängen von einigen Ångström selbst von Festkörpern erfüllt und die Brechzahl kann entwickelt werden:

$$n \approx 1 - \frac{2\pi\rho}{k^2}(b' - ib''). \quad (2.51)$$

Die Ableitung von (2.51) basiert auf der Annäherung des Übergangsoperators durch das Fermi-Pseudopotential (2.20), welches durch Vernachlässigung des k -Terms der Streuamplitude (2.19) formuliert wurde. Aus diesem Grunde verletzt die Beschreibung des Streuprozesses durch (2.51) das optische Theorem, weil sie nur die Teilchenabsorption als Mechanismus zur Abschwächung des einfallenden Strahls enthält. In einer genaueren Formulierung der Brechzahl tragen Streuverluste zur Abschwächung des Strahls bei. Desweiteren stellt sich heraus, dass der Imaginärteil der Streulänge gegenüber (2.51) eine kleine Korrektur im Realteil der Brechzahl verursacht. In [Sea82] sowie in gestraffter Form in [Sea88] wird gezeigt, dass im Rahmen einer strengen Dispersionstheorie die Brechzahl gegeben ist durch

$$n^2 = 1 + \left(\frac{4\pi}{k^2}\right)\rho\frac{f}{1-J}. \quad (2.52)$$

$$f = -b + ikb^2 + \mathcal{O}(k^2) = f' + if''$$

bezeichnet wie üblich die Streuamplitude im Laborsystem und J die Lokalfeldkorrektur zur Berücksichtigung der Interferenz zwischen der einfallenden und der gestreuten Welle. Für ein verdünntes ideales Gas kann die Lokalfeldkorrektur vernachlässigt werden, $J = 0$. Durch den Vergleich des Real- und Imaginärteils beider Seiten in (2.52) erhält man nach einer kurzen Rechnung

$$\begin{aligned} n' &\simeq 1 + \frac{2\pi}{k^2}\rho f' = 1 - \frac{2\pi}{k^2}\rho b'(1 - 2b''k + \mathcal{O}(k^2)) \\ n'' &\simeq \frac{2\pi}{k^2}\rho\frac{f''}{n'} \end{aligned} \quad (2.53)$$

Man zeigt jetzt leicht, dass der Imaginärteil (2.53'') der durch (2.52) gegeben Brechzahl das optische Theorem reproduziert: der Bruchteil T des transmittierten Strahls beim Durchgang durch ein Medium der Dicke d wird durch das Lambertsche Absorptionsgesetz

$$T = \exp\{-\mu d\}$$

beschrieben, wobei der Abschwächungskoeffizient μ gegeben ist durch

$$\mu = 2kn''.$$

Andererseits kann man schreiben

$$\mu = \sigma_t \rho.$$

Der Vergleich dieser beiden Ausdrücke und Einsetzen von (2.53'') liefert das optische Theorem in der bekannten Form

$$\sigma_t = \frac{2k}{\rho}n'' = \frac{4\pi}{kn'}f'',$$

wobei kn' den Realteil des Wellenvektors im Medium beschreibt.

Gültigkeit der Annahmen

Wir nehmen an, die Probe oder der Neutronenstrahl seien unpolarisiert, $\vec{p}_n \cdot \vec{p}_K = 0$, und die Detektorapertur mit Radius 1 cm befinde sich im Abstand von 1 m zur Probe. Experimentelle Werte für den Streu- und Absorptionsquerschnitt (2.26), (2.27) von ${}^3\text{He}$ sind in der Kompilation [Sea92] bzw. der Arbeit von Als-Nielsen und Dietrich [AN64] publiziert:

$$\begin{aligned}\sigma_{s,0}^{\text{free}} &= 3.4(2) \text{ b} \\ \sigma_{a,0} &= 5.327_{-9}^{+10} \text{ kb} \times \frac{\lambda}{1.798\text{\AA}}.\end{aligned}$$

Wir wollen nun die mittlere Zahl der elementaren Streuprozesse abschätzen, die ein thermisches Neutron beim Durchfliegen einer gasförmigen Probe mit einem Druck von einigen bar und einer Abmessung von einigen cm erfährt. Die mittlere freie Weglänge zwischen zwei Stößen ist gegeben durch

$$s_f = \frac{1}{\sigma_s^{\text{free}} N \varrho}.$$

${}^3\text{He}$ können wir in guter Näherung als ideales Gas mit der Teilchenzahldichte $\varrho = \frac{p}{kT}$ beschreiben. Damit liegt die mittlere freie Weglänge bei $T = 300 \text{ K}$ und $p = 10 \text{ bar}$ im Bereich von mehreren 10 cm. Solange die Dicke der Probe einige cm nicht überschreitet, können wir bei der Analyse des Neutron-Endzustands Mehrfachstreuprozesse ohne weiteres vernachlässigen. Wegen des großen Absorptionsquerschnitts gilt diese Diskussion selbstverständlich nur für Streuprozesse in dem Sinne, dass im Endzustand noch ein freies Neutron existiert.

Unter den genannten Voraussetzungen ist auch die Annahme eines schwachen Potentials vollkommen gerechtfertigt, denn $v \approx 0.3 \text{ neV}$ und $v/E_k \approx 10^{-8}$.

Polarisationsabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte

Aus Sicht des Experimentators sind die polarisationsabhängigen Streu- und Absorptionsquerschnitte die der Messung direkt zugänglichen Größen. Wir schreiben deshalb

$$\sigma_t(P) = \sigma_a(P) + \sigma_s(P),$$

wobei wir durch $P := \vec{p}_n \cdot \vec{p}_K$ das Polarisationsprodukt bezeichnen. Wegen des dominanten Absorptionsquerschnitts, $\sigma_s/\sigma_a \simeq 10^{-4}$, brauchen wir die Polarisationsabhängigkeit des Streuteils nicht weiter zu untersuchen. Den Absorptionsquerschnitt schreiben wir als Summe eines polarisationsunabhängigen und eines im Polarisationsprodukt P linearen Anteils:

$$\sigma_t(P) = \sigma_{a,0} + P \sigma_{a,p} + \mathcal{O}(\sigma_s). \quad (2.54)$$

Deshalb können wir auch den totalen Wirkungsquerschnitt in einen „unpolarisierten“ und einen „polarisierten“ Beitrag aufteilen:

$$\sigma_t(P) \simeq \sigma_{t,0} + P \sigma_{t,p}. \quad (2.55)$$

Mit den Bezeichnungen (2.34), (2.38) und (2.40) von Seite 19 finden wir

$$\begin{aligned}\sigma_{a,0} &= g_+ \sigma_{a,+} + g_- \sigma_{a,-} \\ \sigma_{a,p} &= g_- (\sigma_{a,+} - \sigma_{a,-}).\end{aligned}$$

Die λ -Abhängigkeit des unpolarisierten Absorptionsquerschnitts wurde von Als-Nielsen und Dietrich [AN64] in einem Energiebereich von $0.3 \text{ meV} \dots 11 \text{ eV}$ experimentell untersucht. Sie fanden im Rahmen des Messfehlers keine Abweichung vom $1/v$ -Gesetz und bestimmten, vgl. (2.34),

$$K_a := \sigma_{a,0}/\lambda = 2.9626(51) \text{ fm}. \quad (2.56)$$

Unterhalb der Schwerpunktennergie von 3.27 MeV , der Schwelle für die Reaktion ${}^3\text{He}(n, d){}^2\text{H}$, läuft der Einfang thermischer Neutronen durch ${}^3\text{He}$ hauptsächlich über die $J^\pi = 0^+$ -Resonanz des

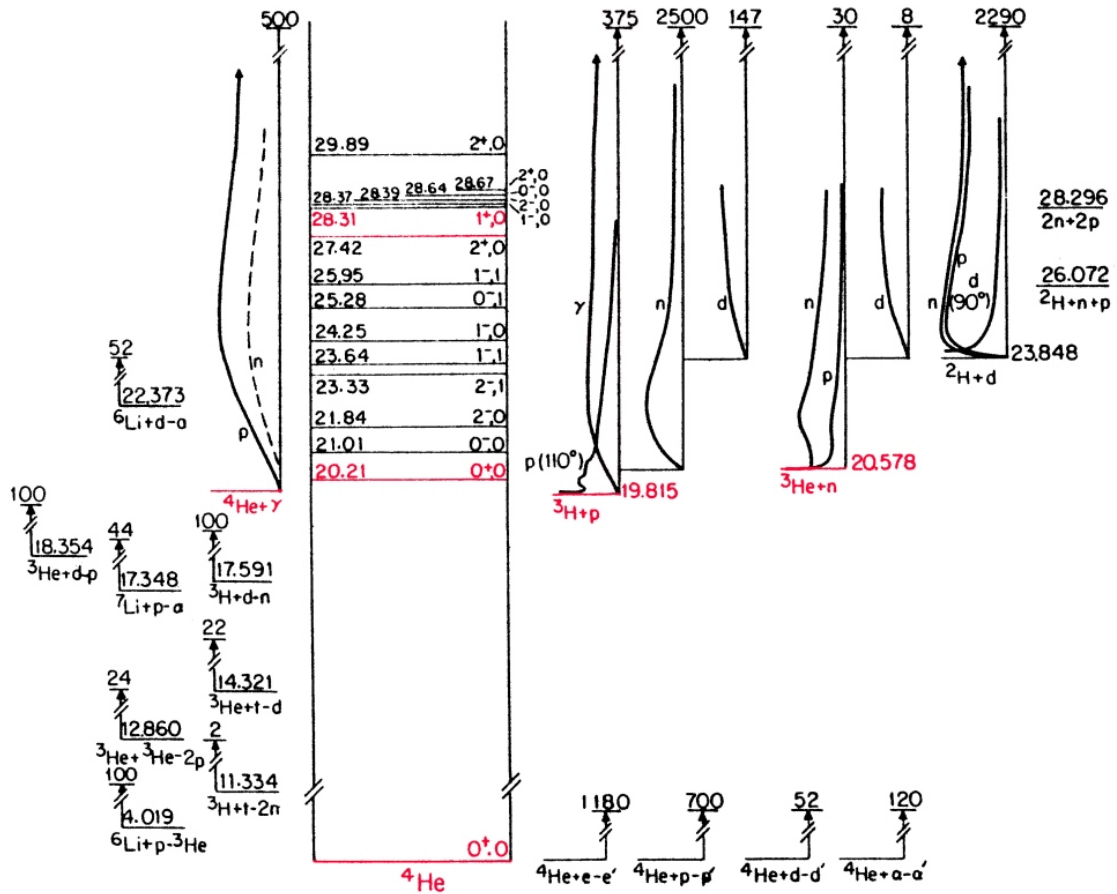


Abbildung 2.3: Energieniveaus im ^4He -System. Energiewerte sind vertikal in MeV aufgetragen und beziehen sich auf den Grundzustand. Die Niveaus sind in der Form J^π, T mit den Quantenzahlen für den Gesamtdrehimpuls J , die Parität π und den Isospin T gekennzeichnet. Für Reaktionen, in denen ^4He als Zwischenkern auftritt, sind typische Anregungsfunktionen für dünne Targets skizziert, wobei die Reaktionsausbeute mit dem leichtesten Reaktionsprodukt indiziert und horizontal gegen die Stoßenergie (vertikal) aufgetragen ist. Separationsschwellen sind als vertikale Linien unterhalb der Anregungsfunktionen eingezeichnet. Die weder theoretisch noch experimentell vollständig gesicherte Anregungsfunktion der $^4\text{He}(\gamma, n)^3\text{He}$ -Reaktion ist gestrichelt gezeichnet. Die für den Einfang thermischer Neutronen durch ^3He relevanten Zustände ($J^\pi = 0^+, 1^+$) und Separationsschwellen sind farblich hervorgehoben. Nachdruck aus [Til92]. ©1992, mit freundlicher Genehmigung durch Elsevier.

^4He -Zwischenkerns ab, die wegen ihrer Lage bei $E = 20.21(2)$ MeV und einer Protonen-Breite $\Gamma_p = 0.50(5)$ MeV mit der Neutronenseparationsschwelle bei 20.578 MeV zusammenfällt, vgl. Abb. 2.3. Die Resonanz zerfällt durch Separation eines Protons in den Tritium-Grundzustand. Für unpolarisierte thermische Neutronen hat dieser Kanal einen Absorptionsquerschnitt von [AN64]

$$\sigma_{a,0}(^3\text{He}(n,p)^3\text{H}) = 5327_{-9}^{+10} \text{ b.}$$

Ein weiterer Reaktionskanal ergibt sich aus der γ -Emission in den $J^\pi = 0^+$ -Grundzustand des Compoundkerns. Da Strahlungsübergänge mit $J = 0 \rightarrow J = 0$ absolut verboten sind, kann die (n, γ) -Einfangreaktion nur aus dem Triplett-Zustand durch den $M1$ -Übergang $1^+ \rightarrow 0^+$ stattfinden. Dieser Reaktionskanal hat den Absorptionsquerschnitt [Wer91]

$$\sigma_{a,0}(^3\text{He}(n, \gamma)^4\text{He}) = 55(3) \mu\text{b},$$

welchen wir im Folgenden ohne weiteres vernachlässigen können. Da im ^4He -System bisher keine weiteren Anregungszustände mit $J^\pi = 1^+$ unterhalb von 29.89(9) MeV beobachtet wurden, wird in der Literatur vorausgesetzt, dass die (n,p) -Reaktion ausschließlich im Singulett-Zustand stattfindet. Die in den älteren Termschemata [Mey68, Fia73] des ^4He -Systems noch nicht verzeichnete und zuerst von Hale *et al.* [Til92] vorausgesagte 1^+ -Resonanz bei $E = 28.31(9)$ MeV (Protonen-Breite $\Gamma_p = 4.72(47)$ MeV, Neutronen-Breite $\Gamma_n = 4.66(47)$ MeV, Deuterium-Breite $\Gamma_d = 0.51(5)$ MeV, Gesamtbreite $\Gamma = 9.89(99)$ MeV) wäre breit genug, um ein möglicher Kandidat für diesen Absorptionskanal im Triplett-Zustand zu sein.

Um die Möglichkeit eines Beitrags zur Absorption durch die Reaktion $^3\text{He}(n,p)^3\text{H}$ im Triplett-Zustand nicht von vornherein auszuschließen, definieren wir den Beitrag des Singulett-Absorptionsquerschnitts zum unpolarisierten Absorptionsquerschnitt durch

$$x_- := \frac{g_- \sigma_{a,-}}{\sigma_{a,0}}. \quad (2.57)$$

Dann lässt sich der polarisierte Wirkungsquerschnitt schreiben als

$$\sigma_{t,p} \simeq \sigma_{a,p} = \frac{g_- - x_-}{g_+} \sigma_{a,0} = \frac{1 - 4x_-}{3} K_a \lambda. \quad (2.58)$$

Wir weisen ausdrücklich darauf hin, dass $\sigma_{a,p}$ keine positiv definite Größe ist. Gerade für ^3He ist die Absorption im Singulett-Zustand viel größer als im Triplett-Zustand und es gilt in der Tat $\sigma_{a,p} \simeq -g_- \sigma_{a,-} < 0$. Diese Tatsache steht aber nicht im Widerspruch zur physikalischen Intuition, dass Wirkungsquerschnitte positive Größen sind, da $\sigma_{a,p}$ nur die Änderung des Absorptionsquerschnitts (2.54) mit dem Polarisationsprodukt P quantifiziert. Definitionsgemäß gilt immer $-\sigma_{a,0} \leq P \sigma_{a,p} \leq \sigma_{a,0}$, so dass die beobachtbaren Absorptionsquerschnitte σ_a , $\sigma_{a,0}$ und $\sigma_{a,\pm}$ positiv semidefinite Größen sind. Der Fall $x_- = 1$ entspricht der Situation $\sigma_{a,p} = -\sigma_{a,0}$, d.h. dass die Absorption nur im Singulett-Zustand stattfindet. Passell und Schermer [Pas66] bestimmten in einem Transmissionsexperiment den relativen Beitrag der Singulett-Absorption $x_- = 1.010(32)$. Borzakov *et al.* [Bor82] schlossen aus der Abweichung vom $1/v$ -Absorptionsgesetz für Neutronenenergien im Bereich von 150 eV . . . 150 keV auf einen relativen Beitrag $x_- = 0.998(10)$. Obwohl beide Resultate mit $\sigma_{a,p} = \sigma_{a,0}$ kompatibel sind, scheint die Annahme der ausschließlichen Neutronenabsorption im Singulett-Zustand nur mit einer Genauigkeit von 1% experimentell gesichert zu sein.

2.3 Geometrische Optik mit Neutronen

Die Gültigkeit der Gleichung (2.52) ist insofern bemerkenswert, als sich mit ihrer Hilfe die aus der Photonoptik bekannten Phänomene Dispersion, Reflexion, Brechung und Absorption auf die Neutronenstreuung übertragen lassen. Diese Tatsache hat eine Vielzahl von Experimenten zur Streulängenmessung angeregt. Wir wollen in diesem Abschnitt eine kurze Auswahl von Arbeiten auf diesem Gebiet zusammenfassen.

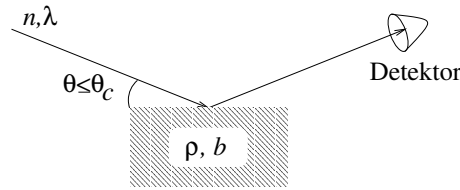


Abbildung 2.4: Messung der Streulänge durch Totalreflexion. θ_c ist der kritische Winkel.

Über die im Folgenden vorgestellten Verfahren hinaus wurde ein ganzes Arsenal weiterer Methoden entwickelt: Neben Messungen an inhomogenen Materialien durch die Christiansen-Filter-Technik [Chr84, Koe71] und Kleinwinkelstreuung [Wei51] wurden Streulängenmessungen durch Bragg-Beugung [Shu51], Pendellösung-Interferenzen bei dynamischer Beugung in Perfektkristallen [Shu68, Shu72] und Hochenergie-Experimente durchgeführt [Bre74].

Einen Überblick über experimentelle Methoden und ein erschöpfendes Publikationsverzeichnis zu Streulängenmessungen findet man in [Koe91]. Auch [Wer86] gibt eine gute Zusammenfassung der Optik mit Neutronen aus experimenteller Sicht.

Totalreflexion

Gleichung (2.53) legt nahe, dass Neutronen an Materialien mit positiver Streulänge totalreflektiert werden, wenn ihr Einfallswinkel unterhalb des kritischen Winkels

$$\cos \theta_c = n \implies \theta_c \approx \lambda \sqrt{\frac{\langle b \rangle \rho}{\pi}} \text{ für } n \ll 1 \quad (2.59)$$

liegt. Da man für die Streulängen Werte in der Größenordnung von Kernradien erwartet, wurden für thermische Neutronen kritische Winkel von einigen Bogensekunden vorhergesagt.

Die erste Beobachtung der Totalreflexion thermischer Neutronen an Graphitspiegeln am 14. Juli 1944 [Fer46] ermutigte E. Fermi und seine Mitarbeiter zur systematischen Untersuchung des Phänomens für verschiedene Materialien. Die ersten Experimente wurden mit nicht monochromatischen Neutronen durchgeführt und zeigten zumindest die Existenz von Isotopen mit positiver Streulänge. Später wurden für quantitative Untersuchungen monochromatische Neutronen verwendet, die auf die in sehr kleinen Winkeln rotierbare Spiegeloberfläche des zu untersuchenden Materials trafen. Der Glanzwinkel θ_c wurde durch Nachweis der reflektierten Neutronenintensität in einem BF_3 -Zähler bestimmt. Bereits 1947 publizierte Fermi in einem Artikel die kohärenten Streulängen von insgesamt 22 Elementen [Fer47].

Die Methode eignet sich für Stoffe, aus denen Spiegel ausreichender Größe, Dichte und Oberflächengüte hergestellt werden können. Auch die erste Messung der kohärenten Streulänge von ^3He im Jahre 1974 durch Kitchens und Mitarbeiter [Kit74] nutzte die Totalreflexion an der Grenzschicht von Quarz und flüssigem Helium.

Schwerkraftrefraktometer

Die Genauigkeit der Streulängenmessung durch Bestimmung des Glanzwinkels ist im Wesentlichen durch die Kenntnis der deBroglie-Wellenlänge limitiert. Eine Variation der Totalreflexion-Methode, die dieses Problem umgeht, ist die 1962 von Maier-Leibnitz [ML62a] vorgeschlagene und ab 1964 von Koester [Koe65] für eine Vielzahl von Elementen durchgeführte Schwerkraftrefraktometrie.

Das Prinzip beruht ebenfalls auf der Totalreflexion von Neutronen. Durch ein Blendensystem im Scheitelpunkt der ballistischen Parabel werden Neutronen mit $v_\perp = 0$ selektiert. Die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten $v_\parallel \propto \lambda^{-1}$ der Strahlteilchen sind boltzmannverteilt. Bis zum Auftreffen auf die Oberfläche der Probe durchfallen die Teilchen eine Höhe h im Gravitationsfeld

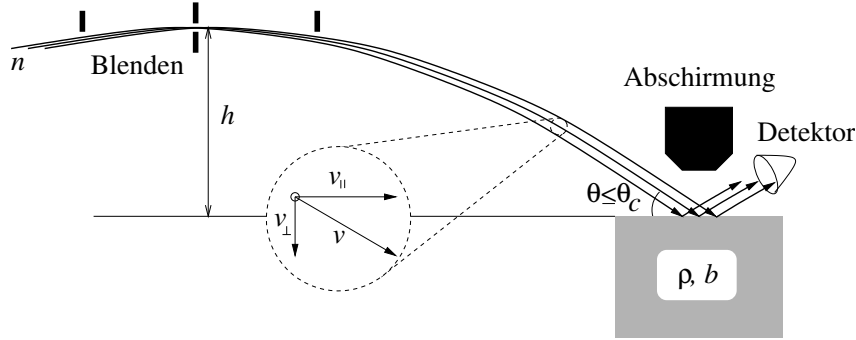


Abbildung 2.5: Streulängenmessung am Schwerkraftrefraktometer nach Maier-Leibnitz. Die boltzmannverteilten Neutronen treffen in einem endlichen Bereich um die Normalbahn auf die Spiegeloberfläche auf.

der Erde (g : Gravitationsbeschleunigung) und gewinnen dabei die kinetische Energie $\frac{mv_{\perp}^2}{2} = mgh$. Der Auftreffwinkel ist dann gegeben durch

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} = \frac{\sqrt{2gh}}{2\pi\hbar} m\lambda. \quad (2.60)$$

Unterschreitet dieser Winkel den Glanzwinkel (2.59), so werden die Neutronen an der Spiegeloberfläche totalreflektiert und können in einem Detektor registriert werden. Im Experiment wird h bis zur kritischen Höhe h_c variiert, bei der die nachgewiesene Neutronenintensität stark abfällt. Aus (2.59) und (2.60) erhalten wir für die kritische Höhe die Bedingung

$$mgh_c = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \langle b \rangle \rho. \quad (2.61)$$

Die kritische Höhe hängt von der Geschwindigkeitsverteilung der Neutronen nicht ab. Man kann dieses Ergebnis auch so interpretieren: Auf der rechten Seite von (2.61) steht gerade das makroskopische Potential v . Für ausreichend große Fallhöhen $h \geq h_c$ gewinnen die Neutronen in ihrer Vertikalbewegung genügend kinetische Energie, um die Potentialbarriere v zu penetrieren.

Um in den Bereich des Glanzwinkels zu kommen, sind die Experimente so dimensioniert, dass die Neutronen zwischen Kulminationspunkt und Spiegel eine Strecke von etwa 100 m bei einer kritischen Fallhöhe von einigen Dezimetern zurücklegen. In der Praxis wurden so meist Stoffe untersucht, mit denen Flüssigkeitsspiegel realisiert werden können, wie z.B. Quecksilber. Wegen des technischen Aufwands und der damit verbundenen hohen Kosten zur Herstellung einer ausreichend großen Flüssigkeitsoberfläche wurde ^3He mit diesem Verfahren nicht untersucht.

Brechung an Prismen

In Analogie zur Lichtoptik wird ein Neutron beim Durchlaufen eines Prismas mit Öffnungswinkel 2α und Brechzahl n um den Winkel

$$\delta = 2(1 - n) \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 2\varepsilon} \quad (2.62)$$

abgelenkt, wobei wir mit ε den Winkel bezeichnen, den der einlaufende Wellenvektor mit der Prismenbasis einschließt, s. Abb. 2.6.

Für feste Stoffe liegen die Ablenkungswinkel δ im Bereich einiger Bogensekunden. Die geforderten Winkelaufösungen können durch Bragg-Beugung an zwei Perfektkristallen in nichtdispersiver Orientierung erreicht werden [Shu67]. Wir werden auf diesen Punkt bei der Diskussion der Messung am Neutroneninterferometer in Abschnitt 3.2 zurückkommen. Die Methode liefert in Einzelfällen

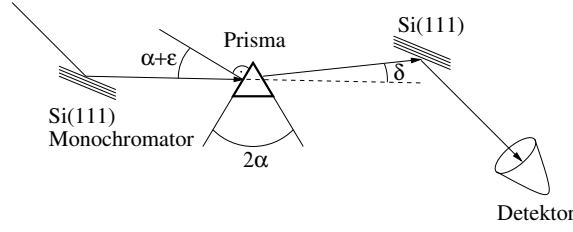


Abbildung 2.6: Durch Bragg-Beugung an den Gitterebenen eines Si-Einkristalls werden monochromatische Neutronen erzeugt. Ein zweiter Kristall erlaubt die Detektion der Ablenkwinkel von wenigen Bogensekunden. Nach [Shu67].

Streulängen mit exzellenter Genauigkeit von 10^{-3} [Sch71], ist in ihrer Anwendbarkeit aber auf wenige Isotope beschränkt. Die Messung von Streulängen betreffend ist die Methode deshalb trotz ihrer konzeptionellen Überschaubarkeit eher exotisch.

Transmission

Es ist bekannt, dass eine Welle beim Durchlaufen der Strecke Δz in einem Medium der (relativen)⁴ Brechzahl n eine Phase akkumuliert, so dass

$$\psi(z + \Delta z) = \psi(z) \exp\{ik_{L,0}\Delta z(n - 1)\},$$

worin $k_{L,0}$ die Wellenzahl außerhalb des Mediums bezeichnet. Über den Imaginärteil der komplexen Brechzahl $n = n' + in''$ ist die Abschwächung der Welle im Medium in dieser Beschreibung bereits enthalten, denn

$$I(z + \Delta z) = |\psi(z + \Delta z)|^2 = I(z) \exp\{-2n''k_{L,0}\Delta z\}. \quad (2.63)$$

Üblicherweise wird der Exponent in (2.63) auch als Produkt aus totalem Wirkungsquerschnitt σ_t , Teilchenzahldichte der Streuzentren ρ und Targetdicke Δz angegeben:

$$-2n''k_{L,0}\Delta z = -\sigma_t\rho\Delta z.$$

Mit dem Imaginärteil der Brechzahl (2.51)

$$n'' = \frac{\lambda^2\rho}{2\pi}b'' \quad (\text{i.A. unvollständig!}) \quad \Im(2.51)$$

erhält man für den totalen Wirkungsquerschnitt den Ausdruck

$$\sigma_t = \frac{4\pi}{k_{L,0}}b'' \stackrel{(2.30)}{=} \sigma_a.$$

Es ist klar, dass dieser Ausdruck nur den Absorptionsquerschnitt (2.30) reproduziert, da bei der Konstruktion des effektiven makroskopischen Potentials das Fermi-Pseudopotential benutzt wurde. Im Abschnitt über Neutronenabsorption auf Seite 16 und bei der Formulierung des Ausdrucks für die Brechzahl auf Seite 23 haben wir bereits betont, dass das Fermi-Potential auf der Vernachlässigung des zweiten Term der Streuamplitude (2.19) basiert und Transmissionsverluste nur für Isotope mit hinreichend großem Imaginärteil der Streulänge, $|a''| \gg k|a|^2$, richtig beschreibt. Während die Streulänge des ^3He diese Bedingung erfüllt, muss man im allgemeinen Fall zur Formulierung des effektiven Potentials und der Brechzahl den k -Term der Streuamplitude berücksich-

⁴Der Einfachheit halber beziehen wir im Folgenden die Brechzahl n im Medium auf die Brechzahl $n_0 = 1$ im Vakuum. Dann sind die relative und die absolute Brechzahl identisch.

tigen. Man erhält dann

$$\begin{aligned} v &= \frac{2\pi\hbar^2}{m} (b - ik_{L,0}|a|^2) \varrho \\ n'' &= \left(\frac{\lambda^2}{2\pi} b'' + \lambda|a|^2 \right) \varrho \\ \sigma_t &= \frac{4\pi}{k} b'' + 4\pi|a|^2 \end{aligned}$$

in Übereinstimmung mit (2.22), (2.26) und (2.30). Für bestimmte Isotope wie z.B. ^4He wird keine Absorption thermischer Neutronen beobachtet. In diesen Fällen lässt sich aus Transmissionsmessungen sofort der Betrag des Realteils der Streulänge angeben, da $\sigma_t = 4\pi|a'|^2$ [Ror69].

Um eine möglichst allgemein gültige Beschreibung der Wirkungsquerschnitte zu erhalten, müssen noch zahlreiche weitere Korrekturen berücksichtigt werden: Beiträge durch die Elektron-Neutron-Streulänge [Koe88], die elektrische Polarisierbarkeit des Neutrons [Sch88], Resonanzstreuung, Spin-Bahn-Kopplung von Neutron und Elektron sowie Festkörpereffekte [Bin70]. Für Experimente mit ^3He in der Gasphase sind diese Effekte vernachlässigbar.

Nach der Entdeckung der hohen Absorptionswahrscheinlichkeit thermischer Neutronen in ^3He durch Hughes und Egger [Hug48] wurden die Absorptionsquerschnitte für den $^3\text{He}(n,p)\text{T}$ -Kanal [Coo49, Kin49, AN64] und die $^3\text{He}(n,\gamma)^4\text{He}$ -Reaktion [Bol73, Suf79, Alf80, Wol89, Wer91] mehrfach gemessen. Dabei konnte die Gültigkeit des $1/v$ -Gesetzes für Neutronenenergien im Bereich von $0.0003 \dots 11$ eV verifiziert werden. Sears und Khanna [Sea75] haben in einer Zusammenstellung der Streulängen und -querschnitte des ^3He einen auf den Arbeiten von Als-Nielsen und Dietrich sowie Bollinger basierenden Wert für den Imaginärteil der kohärenten Streulänge angegeben, der beide Absorptionsmechanismen berücksichtigt.

Die Untersuchung der Transmission polarisierter Neutronen in polarisiertem ^3He durch Passell und Schermer [Pas66] ergaben, dass die $^3\text{He}(n,p)\text{T}$ -Reaktion fast gänzlich durch s -Wellen-Absorption im Singulett-Zustand abläuft. Vgl. hierzu die Diskussion auf Seite 26.

Teil II

Messung der Streulänge von ^3He

Kapitel 3

Neutroneninterferometrie

Anknüpfend an die zuvor vorgestellten Methoden wollen wir uns im zweiten Teil mit den in dieser Arbeit verwendeten Messtechniken beschäftigen. Wir beginnen in diesem Kapitel mit einer Beschreibung der Messung des Realteils der kohärenten durch Neutroneninterferometrie.

3.1 Einführung

Die mehrfach erwähnte Analogie zur Lichoptik hat fast zwangsläufig zur Suche nach technischen Möglichkeiten zur Realisierung von Interferometern für Neutronenstrahlen geführt. Wenngleich die absolute Phase einer Wellenfunktion ψ prinzipiell nicht messbar ist, kann die relative Phase mehrerer Wellenfunktionen durch Superposition ermittelt werden, da z.B. der Erwartungswert $|\sum \psi_i|^2$ von der relativen Phase der Wellenfunktionen abhängt. Interferometer ermöglichen die Überlagerung von ebenen Wellen mit kontrollierbarer relativer Phase.

Die Pionierarbeit auf diesem Feld leistete Maier-Leibnitz, der 1962 von einem 10 m langen Neutroneninterferometer mit Fresnelschem Biprisma aus Kronglas am Forschungsreaktor München berichtete, mit dem für 4.4 Å-Neutronen eine Strahlseparation von 63 μm erreicht wurde [ML62b]. Die Neutronenintensität ohne Untergrund lag bei etwa 120 Pulsen in der Stunde.

Die erfolgreichen Anstrengungen der Halbleiterindustrie in den 60er Jahren, große Einkristalle aus Silizium zu züchten, stimulierten die Entwicklung von Interferometern für Strahlung mit Wellenlängen von $10^{-2} \dots 10^2$ Å neu. Der eigentliche Durchbruch gelang Rauch, Treimer, Bauspiess und Bonse, die 1974 ein Si-Perfektkristall-Neutroneninterferometer vom Mach-Zehnder-Typ am TRIGA-Reaktor in Wien in Betrieb nahmen [Rau74, Bau74]. Mit Interferometerabmessungen von einigen Zentimetern und einer Neutronenwellenlänge von 2 Å wurde eine Strahlseparation von mindestens Millimetern¹ bei Zählraten von etwa 700 Pulsen pro Minute erreicht. Die erste interferometrische Streulängenmessung an ³He und anderen Gasen wurde 1978 von Kaiser am Hochflussreaktor des Institut Laue-Langevin in Grenoble durchgeführt [Kai78]. Der gegenwärtige Literaturwert des Realteils der spinunabhängigen Streulänge des ³He ist ein Resultat dieser Arbeit.

Die Entwicklung magnetischer Prismen zur Trennung der Spineigenzustände des einfallenden Neutronenstrahls [Bad79, Bad00] und die Kernspinpolarisation makroskopischer Mengen von ³He [Hei99] eröffnen prinzipiell die Möglichkeit zur Messung der polarisationsabhängigen ³He-Streulänge am Neutroneninterferometer. Diese Innovationen haben den Anstoß zur vorliegenden Arbeit gegeben.

¹Vermutlich wurde eine Separation von über einem Zentimeter erzielt, in den ersten Veröffentlichungen wurden hierzu aber keine Angaben gemacht.

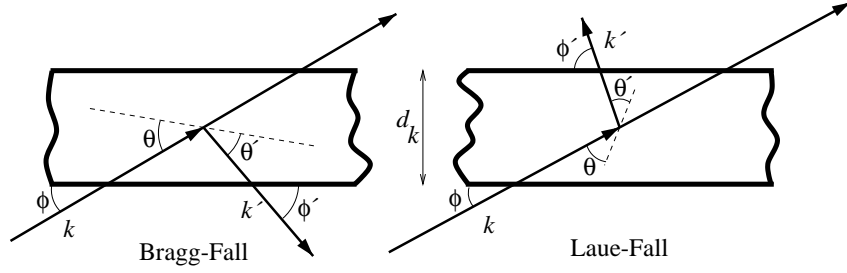


Abbildung 3.1: Bragg-Fall (Reflexions-Geometrie) und Laue-Fall (Transmissions-Geometrie). Die gestrichelten Linien stellen die Orientierung der Gitterebenen dar. ϕ, ϕ' bezeichnen die Ein- und Ausfallswinkel an der Kristalloberfläche, θ und θ' die Ein- und Ausfallswinkel an den Gitterebenen.

3.2 Grundlagen

Braggreflexion am Perfektkristall, Monochromator

Trifft ein Neutronenstrahl unter dem Winkel θ auf $[hkl]$ -Gitterebenen mit Netzebenenabstand d_H eines Perfektkristalls, so werden nach der Bragg-Bedingung Neutronen der Wellenlänge

$$\lambda/2 = n d_H \sin \theta, \quad n \in \mathbb{N} \quad (3.1)$$

aus dem Strahl herausreflektiert [Bra13a, Bra13b]. Die Millerschen Indizes werden zu dem Sammelindex $H = [hkl]$ zusammengefasst. Die Braggsche Theorie beruht auf der Überlegung, dass Reflexion genau dann beobachtet wird, wenn der Gangunterschied reflektierter Wellenzüge gerade ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist. In diesem Fall interferieren die auslaufenden Wellen konstruktiv.

Dasselbe Ergebnis erhält man in der von Laueschen Formulierung, wonach der Impulsübertrag $\vec{q}/\hbar = \vec{k}' - \vec{k}$ gleich einem reziproken Gittervektor $\vec{K}_H = h\vec{k}_1 + k\vec{k}_2 + l\vec{k}_3$ des Kristalls sein muss [Lau16]:

$$\vec{K}_H = \vec{k}' - \vec{k}.$$

Man kann leicht zeigen, dass die reziproken Gittervektoren \vec{K}_H normal zu den Braggenebenen stehen, und dass $d_H = \frac{2\pi n}{K_H}$, woraus sich sofort die Äquivalenz der beiden Bedingungen ergibt [Ash76]. Dieser Notation folgend ist es üblich, transmittierte und reflektierte Wellenvektoren jeweils mit den Indizes \emptyset und H zu versehen: $\vec{k}_\emptyset := \vec{k}$, $\vec{k}_H := \vec{k}'$. Auch Detektoren werden gelegentlich mit diesen Indizes bezeichnet, je nachdem ob sie in Vorwärtsrichtung oder in Richtung des abgelenkten Strahls stehen.

Abhängig vom Spektrum des einfallenden Neutronenstrahls kann man so monochromatische Neutronen mit mehr oder weniger großen Anteilen von Braggreflexen höherer Ordnung, d.h. einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge λ , erhalten. Die Gitterebenen können so angeordnet sein, dass die reflektierten Neutronen vom Kristall zurück reflektiert werden (Reflexions-Geometrie oder Bragg-Fall) oder durch den Kristall hindurchtreten (Transmissions-Geometrie oder Laue-Fall), vgl. Abb. 3.1. Gewöhnlich sind die Kristallplatten so geschnitten, dass die Gitterebenen parallel oder senkrecht zu den Kristalloberflächen stehen und so dick, dass mehrfache Braggstreuung nicht vernachlässigt werden kann. Damit ist die in Kapitel 2.1 entwickelte kinematische Streutheorie nicht mehr anwendbar. Durch Berücksichtigung von Mehrfachstreuungsprozessen gelangt man zur dynamischen Theorie, die auf Ewald [Ewa17a] und v. Laue [Lau31] zurückgeht und z.B. in [Sea89] detailliert dargestellt ist.

In der dynamischen Theorie ergibt sich für die Reflektivität einer ebenen Kristallplatte eine komplizierte Funktion der internen und externen Kristallgeometrie. Es zeigt sich, dass die Reflektivität für eine gegebene Wellenlänge λ_H bei zunehmender Plattendicke d_k immer stärker mit dem Einfallswinkel θ oszilliert. In der Praxis misst man wegen des begrenzten instrumentellen

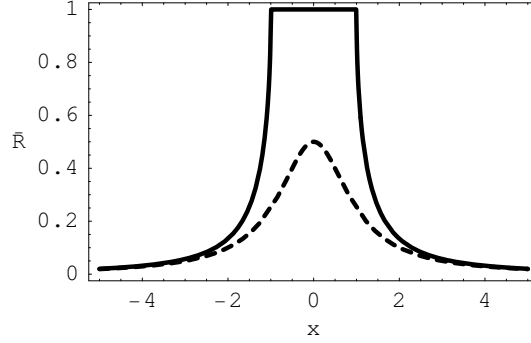


Abbildung 3.2: Reflektivität gemäß (3.2) im Bragg-Fall (durchgezogene Linie) und im Laue-Fall (gestrichelte Linie). Die vollständige Reflexion für $|x| \leq 1$ im Bragg-Fall wird als Darwin-Plateau bezeichnet.

Auflösungsvermögens eine mittlere Reflektivität, die gegeben ist durch [Ewa17b]

$$\bar{R} = \begin{cases} \frac{1}{2(x^2+1)}, & \text{Laue-Fall} \\ 1, & \text{Bragg-Fall und } x^2 \leq 1 \\ 1 - \sqrt{1 - x^{-2}}, & \text{Bragg-Fall und } x^2 > 1. \end{cases} \quad (3.2)$$

$x = \frac{\theta - \theta_H}{\chi_h} + \psi_h$ ist ein dimensionsloses Maß für die Abweichung von der symmetrischen Geometrie ($\theta = \theta'$ und $\phi = \phi'$), θ_H der gemäß (3.1) der Wellenlänge λ_H zugeordnete Braggwinkel. $\chi_h \simeq 2(1 - n) \approx 10^{-6}$ ($\lambda \approx 2 \text{ \AA}$) und $\psi_h \propto \left(\sqrt{\frac{\phi'}{\phi}} - \sqrt{\frac{\phi}{\phi'}} \right)$ enthalten Informationen über die Kristall- und Streugeometrie. Alle Ein- und Ausfallwinkel $\theta, \theta', \phi, \phi'$ sind wie in Abb. 3.1 definiert. Der Verlauf der mittleren Reflektivität \bar{R} als Funktion der Abweichung x ist in Abb. 3.2 dargestellt. Die vollständige Reflexion für $|x| \leq 1$ im Bragg-Fall wird als Darwin-Plateau [Dar14] bezeichnet. Monochromatorkristalle werden im Darwin-Plateau betrieben, um die maximale Intensität an reflektierten monochromatischen Neutronen zu erhalten und um auf eine Verkippung des Kristalls innerhalb von 10^{-6} rad unempfindlich zu sein.

Der Monochromatorkristall des S18-Experiments ist direkt vor dem Superspiegel-Neutronenleiter H25 platziert. Abbildung 3.3 zeigt den spektralen Neutronenfluss des H25. Reflexion an den [220]-Gitterebenen des Silizium-Kristalls (Gitterkonstante $a_0 = 5.43072(6) \text{ \AA}$ [Ber94], [220]-Braggebenenabstand $d_H = 1.92005(2) \text{ \AA}$ bei 300 K) liefert bei einem Braggwinkel $\theta_H \approx 30^\circ$ Neutronen der Wellenlänge $\lambda_H \approx 1.9 \text{ \AA}$.

Analysatorkristall und Rockingkurve

Im symmetrischen Laue-Fall, $\phi = \phi'$, nimmt die mittlere Reflektivität ein schmales Maximum von $\bar{R} = 0.5$ für $\theta = \theta_H$ an. Bei einer Winkelabweichung $\theta - \theta_H$ von einer Bogensekunde sinkt die mittlere Reflektivität an den [220]-Ebenen eines 5 mm starken Si-Kristalls drastisch auf 2%. Die halbdurchlässigen Spiegel eines Neutroneninterferometers werden in Laue-Geometrie betrieben. Wegen der Empfindlichkeit auf Winkelabweichungen stellt man die Parallelität der Bragg-Gitterebenen eines Neutroneninterferometers dadurch sicher, dass das gesamte Instrument aus einem einzigen Perfektkristall geschnitten wird.

Monochromator und Interferometer werden auf einer gemeinsamen optischen Bank montiert. Monochromatische Neutronen treffen durch ein Blendensystem aus Cd-Blech auf die Teilerplatte des Si-Perfektkristall-Neutroneninterferometers. Das Interferometer steht auf einem Feinrotationstisch mit Burleigh Inchworm 700 Piezostepper und Heidenhain RON 905 Encoder. Die Lage des

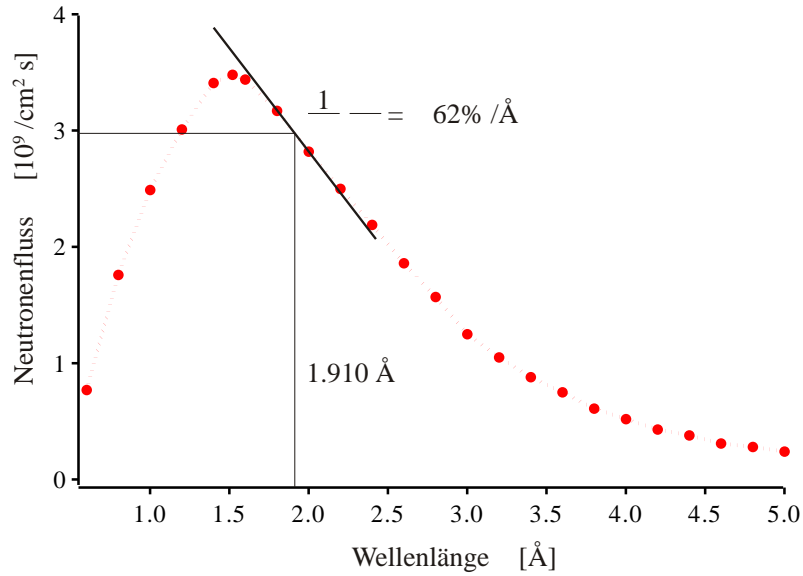


Abbildung 3.3: Neutronenspektrum im Neutronenleiter H25 des ILL.

Tisches wird an drei Aufhängungspunkten im Abstand von etwa 1 m vertikal mit einer Auflösung von $10 \mu\text{m} \hat{=} 2''$ so justiert, dass die gedachte Schnittachse der Bragg-Ebenen von Monochromator und Interferometer parallel zur Drehachse des Tisches steht. Der Feinrotationstisch erlaubt die Drehung des Interferometerkristalls in einem Bereich von 6.3° und einer Auflösung von $0.036''$. Das Profil der vom Interferometer transmittierten Intensität als Funktion des Drehwinkels wird als Rockingkurve (*engl.* to rock: schaukeln, wiegen) bezeichnet. Aus der Faltung der näherungsweise als gaußförmig angenommenen transversalen Intensitätsverteilung des Neutronenstrahls mit der lorentzförmigen Laue-Reflektivität (3.2) ergibt sich die Form der Rockingkurve als Voigtprofil [Arm67]. Numerische Prozeduren, die die Voigtfunktion zur Anpassung an Daten modellieren, findet man in [Hum82, Sch92].

Die Bragg-Bedingung ist erfüllt, wenn die Gitterebenen von Monochromator und Interferometer parallel stehen (nichtdispersive Orientierung) oder wenn sie den Winkel $(\pi - 2\theta_H)$ einschließen (dispersive Orientierung), vgl. Abb. 3.4. Da der auf den Monochromatorkristall auftreffende

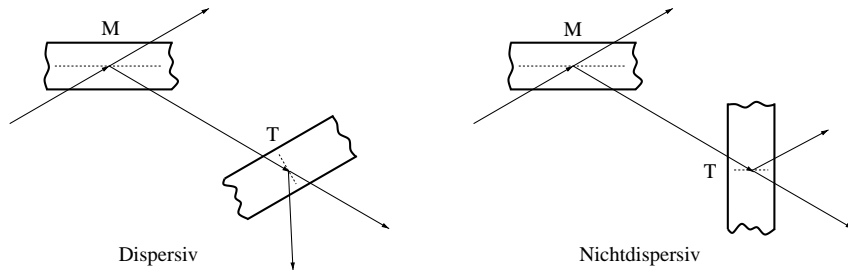


Abbildung 3.4: Dispersive und nichtdispersive Orientierung zweier Bragg-Kristalle. Die Neutronen fallen vom Monochromator **M** in Reflexions-Geometrie auf die Teilerplatte **T** in Transmissions-Geometrie des Interferometers. Die gestrichelten Linien deuten die Lage der Gitterebenen an.

Neutronenstrahl schwach divergent ist, wird die Bragg-Bedingung dort nicht nur von streng monochromatischen Neutronen erfüllt, sondern man erhält ein schmales Geschwindigkeitsspektrum der vollen Halbwertsbreite $2\delta\lambda$.

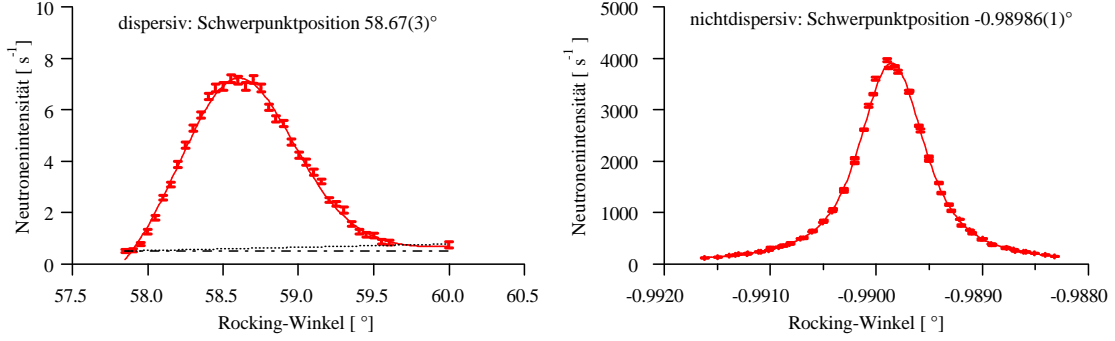


Abbildung 3.5: *Rockingkurven in dispersiver und nichtdispersiver Position. Zur Bestimmung der mittleren Wellenlänge wird die Empfindlichkeit der Schwerpunktlage des dispersiven Reflexes auf die Subtraktion verschiedener Untergründe (strichpunktiert: konstanter Untergrund, punktiert: linear ansteigender Untergrund) bzw. auf das Abschneiden lang- und kurzweiliger Datenpunkte untersucht. Man vergleiche die Achsenmassstäbe der beiden Reflexe.*

In der nichtdispersiven Position hat der Strahlteiler dieselbe Akzeptanz wie der Monochromator, so dass in jeder Interferometerstellung das gesamte Spektrum der vom Monochromator reflektierten Neutronen transmittiert wird. Man erzielt so höhere Intensitäten und schmalere Rockingkurven zu Lasten höherer Empfindlichkeit der Apparatur gegenüber Vibrationen und thermischem Driften. Die volle Halbwertsbreite der nichtdispersiven Rockingkurve am S18 beträgt $2.6''$, s. Abb. 3.5, rechts.

In der dispersiven Position ist die Akzeptanz des Analysators wellenlängenabhängig und die Interferometerspiegel wirken als Spektralanalysator. Die dispersive Rockingkurve tastet das vom Monochromator kommende Spektrum wellenlängenselektiv ab und gibt so die Geschwindigkeitsverteilung der Neutronen wieder [Pet76], vgl. Abb. 3.5, links. Der schwache systematische Anstieg der Zählraten hin zu größeren Drehwinkeln, d.h. kürzeren Wellenlängen, ist mit der Tatsache verträglich, dass der Monochromator Neutronen aus der niederenergetischen Flanke des H25-Spektrums herausreflektiert. Allerdings sollte die aus dem H25-Spektrum berechnete Intensitätszunahme im Bereich des Rocking-Winkels in Abbildung 3.5 nicht mehr als etwa 3% betragen, so dass die Asymmetrie der Messkurve nicht befriedigend geklärt werden kann.

Für die Bestimmung der mittleren Wellenlänge ist diese Frage jedoch von untergeordneter Bedeutung, da die Breite der Rockingkurve die Unsicherheit der Schwerpunktlage um mehr als eine Größenordnung übersteigt. Tab. 3.1 fasst die berechneten Schwerpunkte des dispersiven Braggreflexes zusammen, die man durch Subtraktion verschiedener Untergründe bzw. durch Abschneiden der lang- und kurzweiligen Flanken vom Spektrum erhält. Durch diese Maßnahme können wir abschätzen, dass die Schwerpunktlage der Verteilung mit einer Unsicherheit von weniger als $2'$ bekannt ist. Der Drehwinkel zwischen den Maxima des dispersiven und nichtdispersiven Braggreflexes ist gerade der doppelte Braggwinkel, so dass sich aus dem Abstand der Schwerpunkte $2\theta_H = 59.66(3)^\circ$ mit der Bragg-Bedingung (3.1) die mittlere Neutronenwellenlänge bestimmen lässt: $\bar{\lambda} = 1.910(2) \text{ \AA}$.

Aus der vollen Halbwertsbreite $2\delta\theta$ der dispersiven Rockingkurve und durch Taylor-Entwicklung der Bragg-Bedingung nach kleinen Winkeln kann die Breite des Wellenlängenspektrums berechnet werden:

$$\delta\lambda = 2d\delta\theta \cos\theta_H + \mathcal{O}(\delta\theta^2).$$

Für die relative Breite des Geschwindigkeitsspektrums ergibt sich der einfache Ausdruck

$$\delta\lambda/\bar{\lambda} \approx \delta\theta \cot\theta_H.$$

Für $\theta_H = 30^\circ$ ergibt sich die Faustformel $\delta\lambda/\bar{\lambda} = \sqrt{3}\delta\theta$. Aus der gemessenen Breite der dispersiven Rockingkurve von etwa 1° erhält man spektrale Breite $\delta\lambda/\bar{\lambda} \approx 3\%$ (FWHM), was einer gaußschen

	Schwerpunkt α_{disp}
Rohdaten	58.681°
konstanter Untergrund subtrahiert	58.669°
linear ansteigender Untergrund subtrahiert	58.669°
5 kurzwellige Datenpunkte ($\alpha_{\text{disp}} \geq 59.4^\circ$) abgeschnitten	58.649°
3 langwellige Datenpunkte ($\alpha_{\text{disp}} \leq 58.0^\circ$) abgeschnitten	58.692°
3 lang- und 5 kurzwellige Datenpunkte abgeschnitten	58.659°
Mittlere Lage des Schwerpunkts	58.67(3)°

Tabelle 3.1: *Schwerpunktlage der dispersiven Rockingkurve.*

Breite von $\sigma_\lambda/\bar{\lambda} = 1.2\%$ entspricht.

Kohärenzlänge der Neutronen

Im eindimensionalen Fall ist die Ausbreitung eines Wellenpakets in z -Richtung durch eine Linearkombination von ebenen Wellen e^{-ikz} mit einer Amplitudenverteilungsfunktion $a(k)$ gegeben. Die Breite σ_k dieser Verteilungsfunktion ist ein Maß für die Unschärfe des Wellenpakets im Impulsraum. Ganz allgemein ist die Unschärfe der Wellenfunktion im Impulsraum durch $\frac{\sigma_k}{k} = \frac{\sigma_\lambda}{\lambda}$ gegeben. Kaiser *et al.* haben experimentell gezeigt [Kai83], dass Neutronen die Heisenbergsche Unschärferelation $\sigma_k \sigma_z \geq \frac{1}{2}$ annähernd minimieren. Deshalb können wir aus der Unschärfe im Impulsraum ein Maß für die räumliche Ausdehnung der Wellenfunktion eines Neutrons gewinnen. Für eine volle Halbwertsbreite der dispersiven Rockingkurve von $2\delta\theta = 1^\circ$ ergibt sich $\sigma_z \approx 12 \text{ \AA}$ oder $\delta z = \sqrt{8 \ln 2} \sigma_z = 27 \text{ \AA}$ (FWHM), wenn das Neutron durch ein gaußsches Wellenpaket beschrieben wird, was angesichts der Ergebnisse von Kaiser gerechtfertigt erscheint.

Mit der vollen Ortsraum-Halbwertsbreite haben wir ein Maß für die Kohärenzlänge eines Neutrons. Als Kohärenzlänge wird der maximale Gangunterschied zwischen Wellenpaketen bezeichnet, bei dem gerade noch Interferenzerscheinungen beobachtet werden. Eine Platte der Dicke D und Brechzahl n in einem der Teilstrahlen führt zu einem Gangunterschied $\Delta z = D(n - 1)$. Für ein 1 mm starkes Aluminiumblech (Streulänge $b = 3.5 \text{ fm}$, Teilchenzahldichte $\rho = 0.1 \text{ mol/cm}^3$) und eine Neutronenwellenlänge von 1.9 \AA erhält man mit (2.51) $\Delta z = 12 \text{ \AA}$. Al-Phasenschieber und -Küvettenfenster von wenigen mm Stärke in einem der Teilstrahlen erzeugen einen Gangunterschiede von mehreren Kohärenzlängen. Der Gangunterschied muss im anderen Interferometerarm kompensiert werden müssen, um die longitudinale Kohärenz zu erhalten. Dieser Effekt wurde im Rahmen der weiter oben erwähnten Arbeit von Kaiser *et al.* experimentell untersucht [Kai83]. Der Kontrast von Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 1.268 \text{ \AA}$ wurde dort durch 10 mm Al in einem Teilstrahl auf weniger als $\frac{1}{3}$ reduziert, so dass den Wellenpaketen der Neutronen in jenem Experiment ebenfalls eine Kohärenzlänge von etwa 30 \AA zugewiesen werden musste.

3.3 Messprinzip

Interferometer basieren prinzipiell auf der Änderung der optischen Weglänge ns (n : Brechzahl, s : geometrische Weglänge) kohärenter Teilstrahlen. Dadurch werden Interferenzerscheinungen erzeugt und nachgewiesen. Anstelle des populären Michelson-Interferometers, wo ein optisches Element gleichzeitig als Strahlteiler und Analysator wirkt, sind in erster Linie Mach-Zehnder-Interferometer für Experimente mit thermischen Neutronen geeignet, weil hierfür keine zurückreflektierenden Spiegel gebraucht werden, vgl. Abb. 3.6.

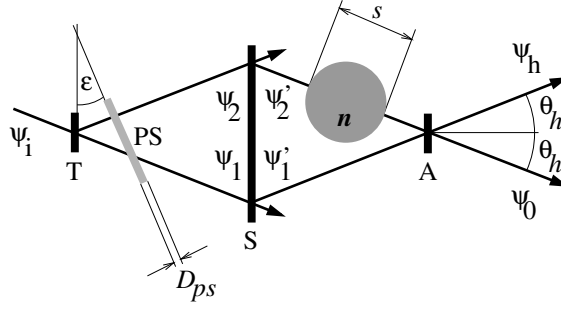


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung des Mach-Zehnder-Interferometers.

Eine Wellenfront ψ_i trifft auf die Teilerebene **T**, wo der Anteil $\psi_2 = \tilde{r}\psi_i$ mit $|\tilde{r}|^2 = \bar{R}$ aus dem einfallenden Strahl herausreflektiert wird. Der reflektierte und der transmittierte Anteil $\psi_1 = \tilde{t}\psi_i$ treffen auf die Spiegelebene **S**. Diese Technik der Erzeugung kohärenter Teilstrahlen wird als Amplitudenaufspaltung (*engl.* division of amplitude) bezeichnet². Die Bragg-reflektierte Welle ist gegenüber der transmittierten Welle phasenverschoben. Wir betrachten hier der Einfachheit halber den Fall des symmetrischen Strahlteilers, $|\tilde{r}| = |\tilde{t}|$, wo diese Phasenverschiebung $\pi/2$ beträgt [Zei81]. Die absolute Phase der Teilwellenfunktionen ist physikalisch ohne Bedeutung. Deshalb kann $\tilde{t} = t \in \mathbb{R}$ reell und $\tilde{r} = e^{i\frac{\pi}{2}}r = ir$ imaginär gewählt werden, $r \in \mathbb{R}$. Falls in der Teilerplatte keine Intensität absorbiert wird, gilt wegen der Wahrscheinlichkeitserhaltung $|r|^2 + |t|^2 = 1$, so dass für einen symmetrischen und verlustfreien Strahlteiler $r = t = 1/\sqrt{2}$. Die Spiegelebene reflektiert Teilwellen $\psi'_1 = ir\psi_1$, $\psi'_2 = ir\psi_2$ auf die Analysatorebene **A**, wo sie zu den auslaufenden Wellenzügen $\psi_0 = ir\psi'_1 + t\psi'_2$ und $\psi_H = t\psi'_1 + ir\psi'_2$ interferieren. Interferometer, bei denen alle drei Ebenen **T**, **S**, **A** in Laue-Geometrie ausgeführt sind, werden als LLL-Interferometer bezeichnet.

Man muss sich klarzumachen, dass wir stets von den Teilwellenfunktionen desselben Neutrons sprechen. Mit anderen Worten, die Wellenfunktion eines einzigen Neutrons breitet sich in beiden Interferometerarmen aus und interferiert am Analysator **A**. Dass jedes Neutron „mit sich selbst“ interferiert, kann man auch anhand der Tatsache einsehen, dass sich bei einer Interferometerabmessung von 10 cm, einer Maximalintensität von 10^4 Neutronen/s und einer Neutronengeschwindigkeit von 2200 m/s im zeitlichen Mittel weniger als ein Neutron im Interferometer befindet.

Die kohärenten Teilstrahlen sind im Interferometer soweit separiert, dass bequem eine Probe der Dicke s und Brechzahl n in einen der Interferometerarme gebracht werden kann. Zur Vermeidung von Unklarheiten sei an dieser Stelle vereinbart, dass im Folgenden alle Weglängen- sowie Phasendifferenzen stets auf Teilstrahl 1 bezogen werden. Phasendifferenzen werden wir modulo 2π angeben, ohne weiter darauf hinzuweisen. Beim Durchlaufen der Probe akkumuliert die Teilwelle ψ'_2 gegenüber ψ'_1 durch den Faktor $\exp\{i\phi_{n'}\}$ eine zusätzliche Phase, die wir als „Phasenschub“ bezeichnen werden:

$$\phi_{n'} = (n' - 1)ks = -\langle b' \rangle (1 - 2kb'' + \mathcal{O}(k^2)) \rho s \lambda. \quad (3.3)$$

Wirkt die Probe absorbierend, wird die Teilwelle zusätzlich mit dem Faktor $\gamma = \exp\{-n''ks\}$ abgeschwächt. Beide Effekte sind in der üblichen Schreibweise mit komplexer Phase enthalten,

$$\psi'_2(x + s) = e^{i(n-1)ks} \psi'_2(x).$$

Die Interferenz kann in Form von phasenschubabhängigen Intensitätsschwankungen hinter der Analysatorplatte nachgewiesen werden,

$$I_{\emptyset, H} := |\psi_{\emptyset, H}|^2 = \frac{1}{8} (1 + \gamma^2 \pm 2\gamma \cos \Phi) I_i, \quad (3.4)$$

²Daneben ist auch eine Aufspaltung der Wellenfront (*engl.* division of wavefront) möglich. Das Interferometer von Maier-Leibnitz arbeitet nach diesem Prinzip.

wobei wir mit $I_i = |\psi_i|^2$ die Intensität des einfallenden Strahl und mit Φ die relative Gesamtphase der Teilstrahlen bezeichnen. Bis zur Berücksichtigung weiterer Beiträge auf der folgenden Seite gilt vorerst

$$\Phi = \phi_{n'} \quad (\text{monochromatisch und unvollständig!}).$$

Die Gesamtintensität nach der Analysatorplatte $I_\theta + I_H = \frac{1}{4}(1 + \gamma^2)I_i$ ist unabhängig vom Phasenschub Φ . Als Maß für die Amplitude der Interferenzterme definiert man den Kontrast durch

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\gamma}{1 + \gamma^2}, \quad (3.5)$$

wobei $I_{\max, \min}$ die Intensitäten in den Interferenzmaxima bzw. -minima bezeichnen. Für transparente Proben, $\gamma = 1$, gehen 50% der einfallenden Intensität am Spiegel \mathbf{S} verloren und der Kontrast wird maximal, $C = 1$. Mit schwarzen Proben, $\gamma = 0$, werden keine Interferenzerscheinungen mehr beobachtet, $C = 0$, und die gesamte Ausgangsintensität sinkt auf ein Viertel der Eingangsintensität.

Wellenlängenunschärfe

Wir haben auf Seite 38 gesehen, dass die spektrale Verteilung $f(\lambda)$ der Neutronenwellenlängen im nichtdispersiven Braggreflex eine asymmetrische Funktion ist und dass die Breite dieser Verteilung ungefähr einer gaußschen $1\text{-}\sigma$ -Breite von 1.2% entspricht. Die endliche Breite der Neutronenwellenlänge führt dazu, dass man im Experiment den mit der Verteilungsfunktion $f(\lambda)$ gewichteten Mittelwert von (3.3) beobachtet:

$$\overline{\phi_{n'}} := \frac{\int d\lambda f(\lambda) \phi_{n'}'(\lambda)}{\int d\lambda f(\lambda)} = -\langle b \rangle_{\rho s \bar{\lambda}}, \quad (3.6)$$

wobei wir den Schwerpunkt der Wellenlängenverteilung mit $\bar{\lambda} := \frac{\int d\lambda f(\lambda) \lambda}{\int d\lambda f(\lambda)}$ bezeichnet haben. Wir schreiben deshalb

$$\Phi = \overline{\phi_{n'}} \quad (\text{unvollständig!}).$$

Wir halten fest, dass in die Unsicherheit von $\langle b \rangle$ nicht die Breite der Verteilungsfunktion f , sondern die Unsicherheit der mittleren Wellenlänge $\bar{\lambda}$ eingeht. Wir werden auf den folgenden Seiten weitere Beiträge zur relativen Phase zwischen den Teilstrahlen diskutieren. Es stellt sich heraus, dass die soeben geführte Diskussion über den Einfluss eines Wellenlängenspektrums endlicher Breite auf alle anderen Phasenbeiträge erweiterbar ist. Um die Notation nicht zu überfrachten, verzichten wir wieder auf das Überstreichen der Phasenterme und vereinbaren, dass im Folgenden stets die durch das λ -Spektrum gewichteten Phasenmittelwerte gemeint sind.

Da die Spiegel des Interferometers auf der Bragg-Beugung an den Kristallebenen basieren, handelt es sich immer um Experimente mit fester mittlerer Neutronenwellenlänge. Die optische Weglänge der Probe wird deshalb bei gasförmigen Medien in der Regel durch Variation der Teilchenzahldichte ρ durch Druckänderung bzw. bei flüssigen oder festen Stoffen durch Änderung der effektiven geometrischen Weglänge s mittels Drehen der Probe verändert.

Phasenschieber

Die relative Phase der Teilstrahlen kann durch Messung der Ausgangsintensität nicht eindeutig bestimmt werden, da $\pm\Phi$ gemäß (3.4) dasselbe Interferenzsignal liefern. Durch Variation einer zusätzlichen relativen Phase kann die Phasenambivalenz beseitigt werden. Um die longitudinale Kohärenz zu bewahren, wird ein Phasenschieber in beide Teilstrahlen gebracht, mit dem der optische Weg in den Interferometerarmen verändert werden kann. Eine planparallele Platte mit Brechzahl n_{ps} und Dicke D_{ps} in den mit $2\theta_H$ divergierenden Teilstrahlen erzeugt durch Verdrehen um den Winkel ε aus der symmetrischen Position den Phasenschub

$$\phi_{ps} = (n_{ps}' - 1)k\Delta h = 2\pi \frac{\Delta h}{D_\lambda}$$

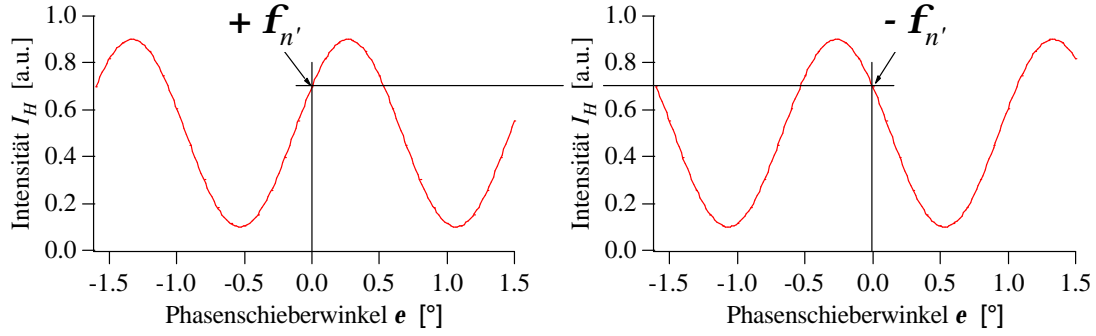


Abbildung 3.7: *Aufhebung der Phasenambivalenz durch den Phasenschieber. Ohne Phasenschieber ($\varepsilon = 0$) wird für $\pm\phi_{n'}$ dieselbe Intensität gemessen. Durch Modulation einer zusätzlichen Phase kann das Vorzeichen von $\phi_{n'}$ festgelegt werden.*

mit dem Gangunterschied

$$\Delta h = D_{ps}(\sec(\theta_H - \varepsilon) - \sec(\theta_H + \varepsilon)). \quad (3.7)$$

Die λ -Dicke $D_\lambda = \frac{\lambda}{n_{ps}-1}$ gibt die erforderliche Dickenänderung eines Materials zur Erzeugung eines 2π -Phasenschubs an. Die Oberflächenrauigkeit δD_{ps} des Phasenschieberblechs führt zu unregelmäßigen Phasenschwankungen und damit zu einer Reduzierung der transversalen Kohärenz des Wellenpakets. Um die daraus resultierenden Kontrastverluste klein zu halten, muss die Rauigkeit der Oberfläche $\delta D_{ps} \ll D_\lambda$ erfüllen. Aus demselben Grund dürfen die Blechoberflächen über den Stahlquerschnitt $2R_{\text{beam}}$ nicht zu stark zueinander geneigt sein. Für die Parallelität ΔD_{ps} eines Blechs der transversalen Ausdehnung (x_{ps}, y_{ps}) wird also gefordert, dass

$$\frac{\Delta D_{ps}}{(x_{ps}, y_{ps})} 2R_{\text{beam}} \ll D_\lambda. \quad (3.8)$$

In der Praxis werden als Phasenschieber häufig Al-Bleche eingesetzt, da das Material für thermische Neutronen transparent ist. Die λ -Dicke von Aluminium beträgt für thermische Neutronen etwa $150 \mu\text{m}$, so dass sich zulässige Rautiefen von einigen Mikrometern ergeben. Mit einer Blechdicke $D_{ps} = 5 \text{ mm}$ wird dann ein 2π -Phasenschub durch eine Phasenschieberdrehung um $\varepsilon = 1.3^\circ$ erzeugt.

Am S18 wird der Phasenschieber durch ein Newport RTM350PE Goniometer mit Phytron ZSS 42.200-1.2 Schrittmotor mit 1:20.25-Getriebe bewegt und durch einen Heidenhain ROC424 Encoder ausgelesen, wodurch eine Winkelauflösung von $\delta\varepsilon = (5 \times 10^{-5})^\circ$ erreicht wird. Daraus ergibt sich bei maximalen Auslenkungen $|\varepsilon| \leq 2^\circ$ des verwendeten Aluminiumphasenschiebers der Dicke $(5 \pm 0.005) \text{ mm}$ eine Phasenunsicherheit $\delta\phi_{ps} \leq 1 \times 10^{-2}$. Für festes $\phi_{n'}$ wird der Phasenschieber in Schritten von $\Delta\varepsilon = 0.1^\circ$ um die symmetrische Position $\varepsilon = 0$ rotiert, so dass die Phase $\Phi = \phi_{n'} + \phi_{ps}$ einige 2π -Zyklen überstreicht. Die so in den Intensitäten \emptyset, H entstehenden Interferenzmuster werden durch eine harmonische Funktion von ϕ_{ps} angepasst, um den Phasenschub Φ für $\varepsilon = 0$ zu interpolieren, vgl. Abb. 3.7.

Thermischer Phasendrift

Die intrinsische Relativphase der Messapparatur ist zeitlich nicht konstant. Als Folge von Raumtemperatur- und Luftdruckschwankungen, mechanischer Vibration und selbstverständlich auch Eingriffen in den experimentellen Aufbau seitens des Experimentators enthält die Gesamtphase

$$\Phi = \phi_{n'} + \phi_{ps} + \phi_{\text{int}}(t), \quad (\text{vollständig}) \quad (3.9)$$

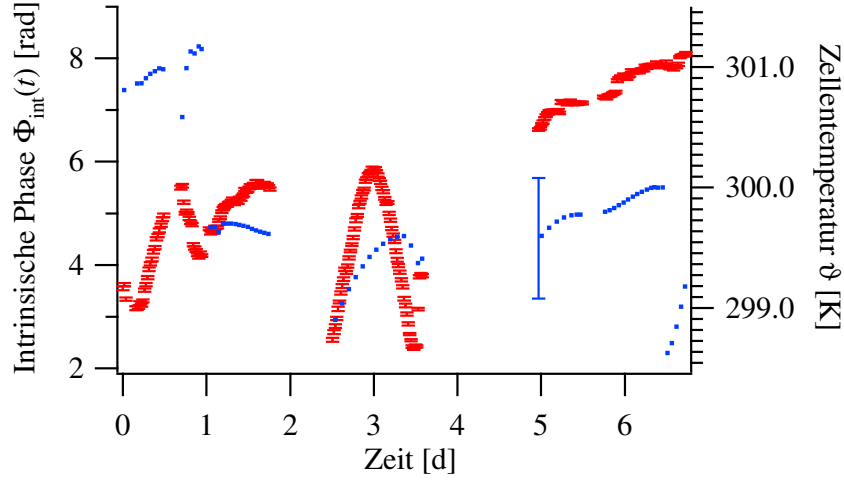


Abbildung 3.8: Rote Punkte: Die zeitliche Entwicklung der intrinsischen Phase $\phi_{int}(t)$ während der gesamten Messdauer ist offensichtlich mit der Temperatur der Apparatur korreliert. Die blau markierten Messpunkte zeigen die Temperatur der Probenzelle. Der Übersichtlichkeit halber ist die Unsicherheit der Temperaturmessung nur für einen Messpunkt eingezeichnet.

einen erratischen zeitabhängigen Term $\phi_{int}(t)$, der durch Präventivmaßnahmen verringert und – soweit das nicht möglich ist – nachträglich kompensiert werden muss. Die optische Bank, die den Monochromator, den Interferometertisch und andere neutronenoptische Elemente trägt, ist vibrationsgedämpft aufgehängt. Das zunächst für Experimente mit kernspinpolarisiertem Gas installierte Spulenpaar mit temperaturgeregelter Sekundärkreislauf-Wasserkühlung erwies sich als so temperaturstabilisierend, dass die Spulen auch bei den nichtpolarisierten Experimenten in Betrieb blieben. Zusätzlich wurden die Innenseite des Spulenpaars und der Interferometertisch mit Hauben aus Mylar[®]-Folie eingepackt, um das Instrument vor Temperaturschwankungen durch Zugluft zu schützen. Mit diesen Maßnahmen konnte am Interferometer eine Temperaturstabilität $\partial\vartheta/\partial t \leq 50 \text{ mK/h}$ erreicht werden. Trotz dieser Isolation wurden temperaturkorrelierte Drifts der intrinsischen Phase

$$\partial\phi_{int}/\partial t \leq \pi/(12 \text{ h}) \quad (3.10)$$

beobachtet. Abb. 3.8 zeigt die zeitliche Entwicklung der intrinsischen Phase der Apparatur und der Temperatur der Probenzelle während der gesamten Strahlzeit. Die intrinsische Phase wurde gemäß (3.9) aus Interferogrammen bestimmt, die ohne Probe in festen zeitlichen Abständen durch Drehen des Phasenschiebers aufgezeichnet wurden. Es ist klar, dass mit dieser Methode über die zeitlichen Schwankungen der Relativphase während eines Phasenschieber-Messzyklus integriert wird.

Durch Differenzbildung der gemessenen Relativphasen mit und ohne Probe in einem der Teilstrahlen (Φ_{Probe} , Φ_{leer}) kann der durch die Probe erzeugte Phasenschub bis auf einen Störterm durch den zeitlichen Phasendrift bestimmt werden:

$$\Phi_{\text{Probe}} - \Phi_{\text{leer}} = \phi_{n'} - T\partial\phi_{int}/\partial t,$$

wobei wir mit $T = t_{\text{leer}} - t_{\text{Probe}}$ die zeitliche Verschiebung zwischen den Messungen bezeichnen. Werden beispielsweise die Interferogramme mit und ohne Probe nacheinander aufgezeichnet, indem in jeder von 32 Phasenschieberstellungen 10 s lang gezählt wird, so ergibt sich aus der zeitlichen Verschiebung $T \sim 10 \text{ min}$ ein möglicher systematischer Fehler in $\phi_{n'}$ von $T\frac{\partial\phi_{int}}{\partial t} \sim 40 \text{ mrad}$. Bei dieser Abschätzung muss berücksichtigt werden, dass jede Positionierung des Phasenschiebers etwa 6 s in Anspruch nimmt. Durch abwechselndes Messen mit und ohne Probe für jede

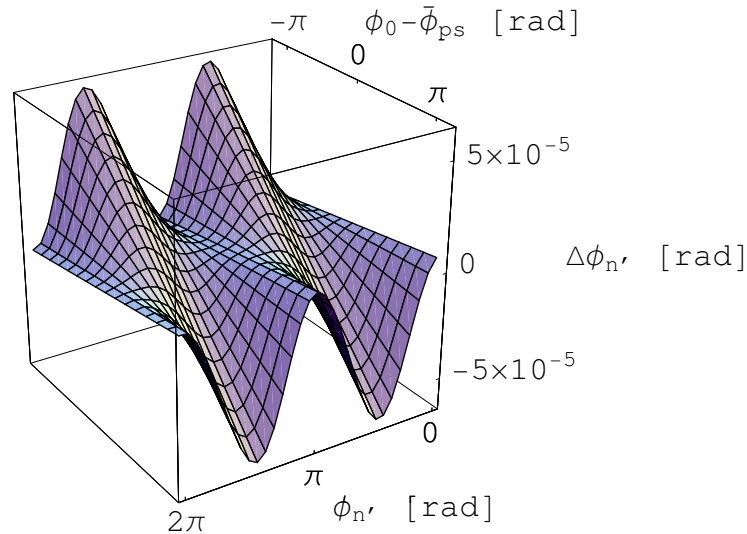


Abbildung 3.9: Ergebnis der Simulationsrechnung: Abweichung der gefitteten Phasendifferenz $\Delta\phi_{n'}$ als Funktion der „wahren“ Phase $\phi_{n'}$ und des Bezugspunktes ϕ_0 der Fitfunktion. Die Abweichung verschwindet, wenn die Bezugsphase symmetrisch in die Daten gelegt wird, $\phi_0 = \bar{\phi}_{ps}$.

Phasenschieberstellung lässt sich die Zeit T auf 44 s und der systematische Fehler um etwa eine Größenordnung reduzieren. Diese Messabfolge ist jedoch wegen des zeitraubenden Verschiebens der Probe im Interferometer von etwa 9 s Dauer verhältnismäßig ineffektiv. Die zur Verfügung stehende Reaktorstrahlzeit wird besser ausgenutzt, wenn ein Messablauf der Form

- Intensitätsmessung leer
- Intensitätsmessung mit Probe
- Drehung des Phasenschiebers in die nächste Position
- Intensitätsmessung mit Probe
- Intensitätsmessung leer
- Drehung des Phasenschiebers in die nächste Position
- usw. für insgesamt 32 Phasenschieberpositionen

gewählt wird. Mit diesem Schema des *asymmetrischen Schachtelns* der Einzelmessungen werden innerhalb von 70 s die Messpunkte für beide Probenpositionen und zwei Phasenschieberstellungen aufgezeichnet. Um den systematischen Fehler bei der Messung des Phasenschubs durch asymmetrisches Schachteln der Einzelmessungen abzuschätzen, wurde eine Simulationsrechnung durchgeführt. Dabei stellt sich heraus, dass der durch Phasendrifts verursachte systematische Fehler durch richtiges Anfitten der Interferogramme im Prinzip vollständig unterdrückt werden kann. Die Testdaten für die Simulationsrechnung wurden erzeugt, indem gemäß Gleichung (3.9) die Einzelmesspunkte zweier Interferogramme für 32 Werte von ϕ_{ps} errechnet werden. Das der Messposition mit Probe entsprechende Interferogramm wird gegenüber dem Leer-Interferogramm um einen festen Wert $\phi_{n'}$ phasenverschoben. Die asymmetrische Messabfolge gibt eine Zeitstruktur vor, die zu einem von Messpunkt zu Messpunkt variierenden Phasenbeitrag ϕ_{int} führt. Bei der Simulation wurde ein linearer Phasendrift mit dem größten während des Experiments beobachteten Betrag $\partial\phi_{int}/\partial t = 10^{-4}$ rad/s, vgl. (3.10), angenommen. Dies stellt den ungünstigsten Fall dar, da ein Phasendrift mit variierender Geschwindigkeit oder alternierendem Vorzeichen wegen des

Mittelwertsatzes der Integralrechnung immer zu einer effektiven Driftgeschwindigkeit führt, die betragsmäßig kleiner als der Maximalwert ist. Den so erzeugten Testdaten wurde die Funktion

$$K_1 + K_2 \sin(K_3(\phi_{\text{ps}} - \phi_0) + K_4)$$

angepasst, wobei wir die freien Fitparameter mit $K_{1,\dots,4}$ bezeichnet haben und die freie Variable durch den Phasenbeitrag ϕ_{ps} des Phasenschiebers gegeben ist. Zusätzlich wurde jeder Datensatz mit verschiedenen, festen Bezugsphasen ϕ_0 angefitet. ϕ_0 gibt die Abweichung des Bezugspunkts des Fits gegenüber der mittleren Phasenschieberposition $\bar{\phi}_{\text{ps}} = \frac{1}{2}(\phi_{\text{ps},\text{min}} + \phi_{\text{ps},\text{max}})$ an. Aus der Differenz der gefitteten Phasen mit und ohne Probe, $K_{4,\text{Probe}}$ und $K_{4,\text{leer}}$, wurde der Eingangsparmeter $\phi_{n'}$ rekonstruiert. Abbildung 3.9 zeigt die Abweichung der so erhaltenen Resultate vom wahren Wert

$$\Delta\phi_{n'} = K_{4,\text{Probe}} - K_{4,\text{leer}} - \phi_{n'}$$

als Funktion der „wahren“ Phase $\phi_{n'}$ und der Abweichung der Bezugsphase von der mittleren Phasenschieberstellung $\phi_0 - \bar{\phi}_{\text{ps}}$. Die systematische Abweichung durch Phasendriffs hat die Form $\Delta\phi_{n'} \propto -(\phi_0 - \bar{\phi}_{\text{ps}}) \sin^2 \phi_{n'}$. Sie verschwindet, wenn der Bezugspunkt der Fitfunktion symmetrisch in die Daten gelegt wird, $\phi_0 = \bar{\phi}_{\text{ps}}$. Selbst unter der großzügigen Annahme, dass der Bezugspunkt des Fits um eine halbe Interferenzperiode vom Zentrum der Interferogramms verschoben wird, liegt die Abweichung $\Delta\phi_{n'}$ unterhalb von 5×10^{-5} rad. Aus diesem Grund können wir den Fehler durch Phasendriffs vollkommen vernachlässigen und mit dieser Prozedur den Phasenschub der Probe $\Phi_{n'}$ direkt aus der Differenz der Fitphasen extrahieren:

$$\phi_{n'} = K_{4,\text{Probe}} - K_{4,\text{leer}}. \quad (3.11)$$

Obwohl die Mylar[®]-Isolation unter dem Gesichtspunkt der thermischen Stabilisierung für den Erfolg des Experiments ohne Zweifel notwendig war, brachte sie gravierende Einschränkungen hinsichtlich der Bewegungsfreiheit am Interferometer. Es war nicht möglich, die Küvette in eine Position zu fahren, in der beide Teilstrahlen durch die Gasprobe gehen, um über die Messung der Neutronenabsorption die Gasmenge in der Zelle zu bestimmen. Auch der Betrieb eines Beamstoppers zum gleichen Zweck war aus diesem Grunde nicht durchführbar. Um beide Optionen in Folgeexperimenten realisieren zu können, besteht der Wunsch nach einer wirksamen und großräumigen Temperaturstabilisierung des Instruments, wie sie beispielsweise am Neutroneninterferometer des NIST existiert [Gil02].

Schiefssymmetrische Interferometergeometrie

Um die longitudinale Kohärenz der Teilstrahlen zu gewährleisten, muss der durch die Fenster des Probengefäßes verursachte Phasenschub des Probenteilstrahls kompensiert werden. Dies wird durch eine Doppelküvette mit einer evakuierten Kammer und einer Probenkammer erreicht. Diese Anordnung mit zwei geometrisch identischen Kammern hat darüber hinaus den Vorteil, dass der gemessene Phasenschub nicht auf die Streulängendichte der durch die Probe verdrängten Luft korrigiert werden muss. Bei nicht parallel laufenden Teilstrahlen ist die relative Phase empfindlich auf eine Verkipfung einer geraden Küvette, da Fenster und Probe als Phasenschieber wirken. Neben der (beim „Konkurrenzexperiment“ am NIST realisierten [Sch03a]) Möglichkeit, dem Strahlverlauf eine geknickte Doppelzelle anzupassen, wurde in diesem Experiment ein schiefssymmetrisches Interferometer verwendet, vgl. Abb. 3.10, mit dem ein annähernd paralleler Teilstrahlverlauf erzielt wird, so dass beide Zellen von gemeinsamen geraden Fenstern begrenzt werden können. Die Strahlseparation im Innern des Interferometers wurde durch die transversale Verschiebung einer 1 mm-Schlitzblende abgetastet. Abb. 3.11 zeigt das Ergebnis dieser Messung wobei eine Separation der Teilstrahlprofile von 33 mm (Spitze-Spitze) bzw. 15 mm (flussfrei) gefunden wurde.

Entwurf der Doppelküvette

Um Änderungen der Zellengeometrie bei Druckänderung entgegenzuwirken, müssen die Zellwände hinreichend stark dimensioniert werden. Um ein Gefühl für die Größenordnung der Verfor-

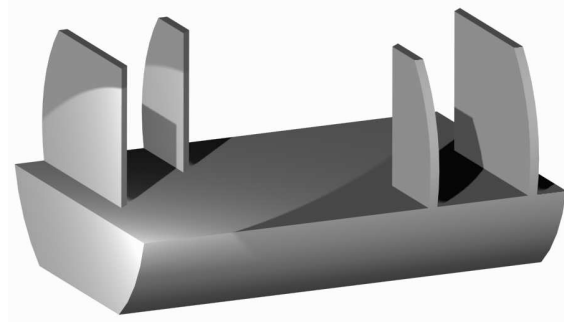


Abbildung 3.10: *Schiefssymmetrisches Si-Perfektkristall-Interferometer IFM-4. Abmessungen $T \times B \times H = 144 \times 100 \times 73 \text{ mm}^3$.*

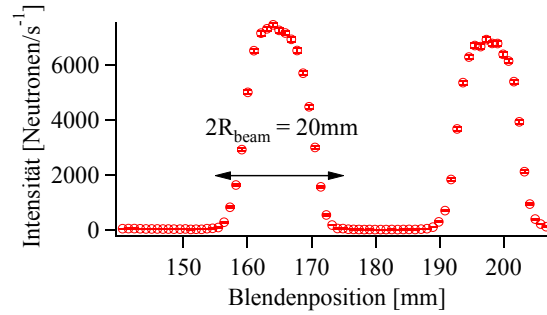


Abbildung 3.11: *Messung der Teilstrahlprofile und der Strahlseparation mit einer 1 mm- Schlitzblende aus Cd-Blech.*

mung der Wände unter Druck zu bekommen, betrachten wir eine ringsum eingespannte Aluminiumplatte (Elastizitätsmodul $E = 50 \text{ kN/mm}^2$) der Fläche $50 \times 50 \text{ mm}^2$, die mit Drücken $p \leq 10 \text{ bar}$ beaufschlagt wird. Bei einer Plattenstärke von 6 mm resultiert eine maximale Durchbiegung von $6 \text{ }\mu\text{m}$ [Bei97].

Die Abmessungen der Küvette wurden so gewählt, dass je ein Teilstrahl durch beide Kammern sowie beide Teilstrahlen durch je eine Kammer geführt werden können, vgl. Abb. 3.12. Damit können neben Messungen der Phasendifferenz zwischen den Teilstrahlen (Vakuum–Probe) auch die intrinsische Phase des Aufbaus (Vakuum–Vakuum) sowie die Absorption der Probe (Probe–Probe) gemessen werden. Für die Oberflächenbeschaffenheit der Ein- und Austrittsfenster gelten dieselben Bedingungen wie für den Phasenschieber. Bezüglich der Parallelität muss jedoch gefordert werden, dass der Dickenunterschied beider Fenster beim Verschieben der Küvette um Δx von der Probe–Vakuum– in die Vakuum–Vakuum–Position keinen merklichen Phasenschub verursacht, vgl. (3.8):

$$\frac{\Delta D_{\text{fenster}}}{x_{\text{fenster}}} \Delta x \ll D_{\lambda}.$$

Diese Anforderung an die Parallelität der Fenster ist bei einem Verschiebeweg $\Delta x \approx 50 \text{ mm}$ strenger als im Falle des Phasenschiebers. Gleichzeitig soll die Küvette vertikal so tief in das Interferometer eingebracht werden können, dass die Teilstrahlen nicht am Zellenboden abstreifen. Aus diesen Randbedingungen ergibt sich eine Doppelküttengeometrie mit quaderförmigen Kammern der Querschnittsfläche $70 \times 30 \text{ mm}^2$ und einer maximalen Wandstärke am Boden von 6 mm . Aufgrund der Interferometerabmessungen soll die Küvette in Strahlrichtung eine Tiefe von 50 mm nicht überschreiten, woraus sich in der Probe eine geometrische Wegstrecke $s = 38 \text{ mm}$ ergibt, wenn auch

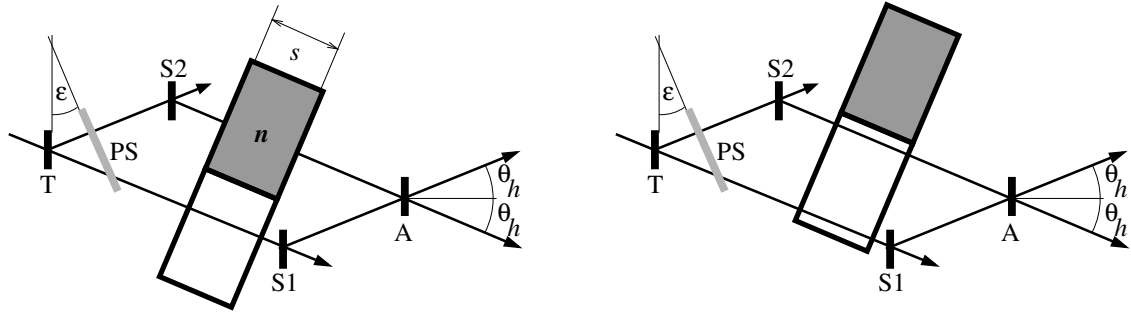


Abbildung 3.12: Schematische Darstellung des schiefsymmetrischen Mach-Zehnder-Interferometers. Links die Position (Vakuum-Probe) zum Messen des Phasenschubs einer Probe mit Brechzahl n . Rechts die Position (Vakuum-Vakuum) zur Messung der intrinsischen Phase des Aufbaus zur Driftkompensation. Nicht gezeigt ist die Position (Probe-Probe) zur Absorptionsmessung, bei der sich die Probenkammer in beiden Teilstrahlen befindet.

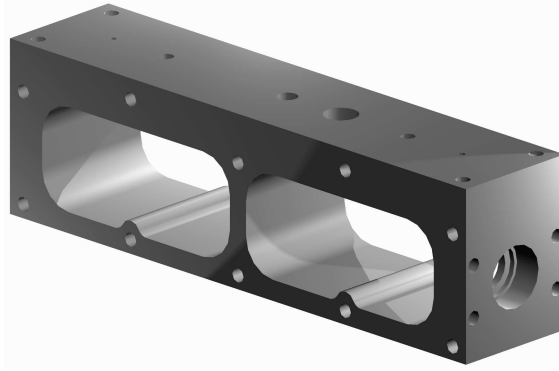


Abbildung 3.13: Aluminiumkorpuser einer Küvette. Die zwei Kammern haben Abmessungen von ca. $70 \times 30 \times 38 \text{ mm}^3$ ($B \times H \times T$). Auf die Stirnflächen werden Aluminiumfenster von 6 mm Stärke aufgeschraubt und mit O-Ringen gedichtet. Die Probenkammer ist mit Bohrungen für einen Druckmessumwandler und einen Temperatursensor ausgeführt.

die Fenster 6 mm stark ausgeführt werden. Die relative Längenänderung des geometrischen Wegs durch Druckänderung beträgt dann $\Delta s/(s\Delta p) \lesssim 2 \times 10^{-5}/\text{bar}$. Die Kammern wurden in einen Aluminiumquader mit äußeren Abmessungen $170 \times 50 \times 38 \text{ mm}^3$ gefräst, auf dessen Stirnflächen die Fenster aufgeschraubt werden, vgl. Abb. 3.13. Die Stirnflächen sind innerhalb $56 \mu\text{m}/80 \text{ mm}$ parallel, woraus sich eine geometrische Wegstreckendifferenz $\Delta s \leq 19 \mu\text{m}$ bzw. eine relative Unsicherheit der Probendicke von $\delta s/s \leq 5 \times 10^{-4}$ bezogen auf den Strahldurchmesser $2R_{\text{beam}} \approx 20 \text{ mm}$ ergibt. In die Stirnflächen wurden Nuten zur Abdichtung der Fenster mit $60 \times 1 \text{ mm}^2$ O-Ringen aus FPM80 (Viton) gefräst. Beide Kammern sind auf der Oberseite mit 2 mm Durchgangsbohrungen und Gewinden zum Anflanschen von Hähnen versehen. Die Vakuumkammer wurde mit einem Vakuum-Sackkükenhahn aus Duran® und die Probenkammer mit einem Nupro B-4P4T Hochdruck-Kükenhahn verschlossen. Die Probenkammer hat zusätzlich eine seitliche Durchgangsbohrung zum Einsetzen eines Bourdon Haenni EL74(0...10 bar)-Druckaufnehmers und oben eine Bohrung zur Aufnahme eines National Semiconductor LM35AH-Halbleiter-Temperaturfühlers. Die Messaufnehmer wurden DKD-kalibriert [Sch03b, Bec03] und lagen innerhalb der Herstellerspezifikationen, s. Tab. 3.2 und 3.3.

Ein zentrales Gewinde in der Küvettenoberseite erlaubt die Befestigung am Portalroboter des S18. Alle Schraubgewinde am Küvettenkorpuser wurden mit unmagnetischen M4-Helicoil®-

National LM35AH	Abweichung	
	Hersteller-Spezifikation	Ist
Prüftemperatur $\theta = 25.34^\circ\text{C}$	$\pm 0.5\text{ K}$	-0.24 K

Tabelle 3.2: DKD-Kalibrierung des Temperatur-Spannungs-Umformers [Bec03].

Bourdon EL 74	$U_{\text{EL74}} = a_p p^2 + b_p p + c_p$			$\delta U_{\text{EL74}}^{\text{max}}$ [mV]
	a_p [V/bar ²]	b_p [V/bar]	c_p [V]	
Hersteller-Spezifikation	0	0.4	1	25
Ist	$9.16(1.31) \times 10^{-5}$	0.39976(14)	0.98641(29)	14

Tabelle 3.3: DKD-Kalibrierung des Druck-Spannungs-Umformers [Sch03b].

Gewindeinsätzen aus Bronze armiert. Es wurden zwei identische Küvetten angefertigt. Die insgesamt vier Fenster wurden aus Aluminium-Knetlegierung EN AW-7075[Al Zn5,5MgCu] (Zusammensetzung in Massen-%: Si 0.40, Fe 0.50, Cu 1.2–2.0, Mn 0.30, Mn 2.1–2.9, Cr 0.18–0.28, Zn 5.1–6.1, Ti 0.20, andere einzeln/gesamt 0.05/0.15 [Dat01]) von Kotter in Mainz gefertigt und haben folgende Spezifikationen: Abmessung $170 \times 50 \times 6\text{ mm}^3$, Rauigkeit $R_{\text{max}} < 2\text{ }\mu\text{m}$, Parallelität $< 3\text{ }\mu\text{m}$ bezogen auf den Strahldurchmesser, Ebenheit $< 6\text{ }\mu\text{m}$. Angesichts des handwerklichen und mit 400 €/Stück nicht zuletzt finanziellen Aufwandes zur Herstellung der Aluminiumfenster sind Fenster aus Quarzglasplatten für ein Folgeexperiment vermutlich die bessere Wahl. Abb. 3.14 zeigt eine fertig montierte Doppelküvette.

Detektoren

Zum Nachweis der Neutronen wurden mit Borcarbid abgeschirmte ^3He -Zählrohre vom Typ Canberra 43NH10/5X verwendet. Diese Detektoren haben mit einer effektiven Länge von 100 mm und einer 5 bar-Füllung von 99.99 Volumen-% ^3He eine Nachweiswahrscheinlichkeit von 100% für axial auftreffende 2 Å-Neutronen. Der Durchmesser der Al-Eintrittsfenster beträgt 50 mm und wurde durch eine Borcarbid-Abschirmung auf einen Schlitz von ca. 10 mm Breite eingeschränkt. Die Wirkungsweise der Detektoren beruht auf der Reaktion

$$n + ^3\text{He} \rightarrow p + ^3\text{H} + 765\text{ keV}, \quad \sigma_a = 5.327\text{ kb} \times \frac{\lambda}{1.798\text{ \AA}},$$

und Nachweis beider Reaktionsprodukte in einem ^3He -gefüllten Proportionalzähler bei einer Betriebsspannung von ca. 1.550 kV. Die beiden Detektoren sind im Abstand von ca. 60 cm hinter der Analysatorplatte des Interferometers auf Tischen montiert und können horizontal, vertikal und radial positioniert werden.

Messung mit polarisierten Neutronen

Aufgrund der Energieverschiebung der Spineigenzustände $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ des Neutrons in einem Magnetfeld B um die Zeeman-Energie $E_{\text{magn}} = \mp\mu B$ (μ : magnetisches Moment des Neutrons) kann ein Magnetfeld gemäß (2.49) im Rahmen der Neutronenoptik als doppelbrechendes Medium mit einer spinabhängigen Brechzahl

$$n_{\uparrow\downarrow} \approx 1 \pm \frac{m\mu B}{\hbar^2 k_{\text{ext}}^2}$$

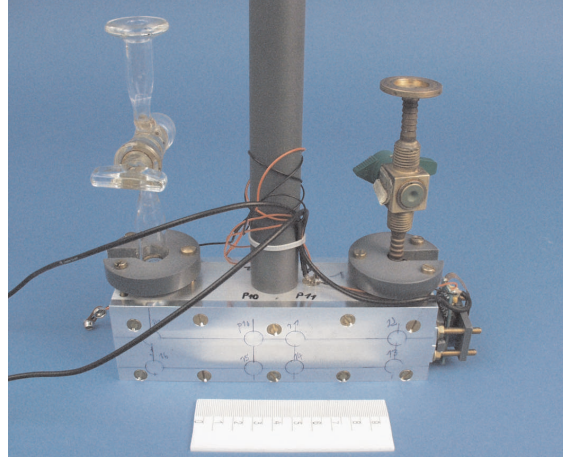


Abbildung 3.14: Komplette montierte Küvette. Links die Vakuumkammer mit Glashahn, rechts die Gaszelle mit Hochdruckhahn und Sensoren für die Temperatur- und Druckmessung. Die Markierungen auf den Fensterflächen wurden erst nach dem Experiment angebracht und kennzeichnen Punkte für die geometrische Vermessung.

aufgefasst werden. Analog zum Ergebnis (2.62) für materielle Prismen werden die Ausbreitungsrichtungen parallel einfallender Neutronen in verschiedenen Spinzuständen nach dem Durchgang durch zwei um den Winkel 2α zueinander geneigte, scharfe Magnetfeldgrenzflächen den Winkel

$$2\delta = \frac{4m\mu B}{\hbar^2 k_{\text{ext}}^2} \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 2\varepsilon}$$

einschließen. Für thermische Neutronen erzeugen solche „magnetische Prismen“ bei Feldstärken von 1 T eine Winkelaufspaltung von wenigen Bogensekunden. Am S18 können zwei permanentmagnetische Prismen mit Öffnungswinkeln von 116° und einer Feldstärke $B = 0.88$ T zwischen Monochromator und Interferometer in den Neutronenstrahl gebracht werden. Der maximale Asymmetriewinkel beträgt $\varepsilon = 25^\circ$. Damit werden Divergenzwinkel $2\delta \approx 5''$ erzielt. Die so präparierten Spineigenzustände sind wegen der kleinen Ablenkwinkel räumlich noch nicht getrennt, d.h. die polarisierten Neutronenstrahlen überlappen fast vollständig. Die extrem schmale Breite der Bragg-Reflexionen an den Interferometerspiegeln erlaubt die Separation der Strahlen. Durch Verdrehen des Interferometers können die Spineigenzustände aufgelöst werden und man erhält eine polarisierte Rockingkurve mit zwei Bragg-Peaks. Bevor wir die am S18 aufgezeichneten polarisierten Rockingkurven diskutieren, beschreiben wir zunächst die übrigen Elemente für eine polarisierte Streulängenmessung am Interferometer.

Zum kontrollierten Umschalten der Neutronenpolarisation wurde ein Radiofrequenz-Spinflipper angefertigt, der zwischen den magnetischen Prismen und dem Interferometer in den Neutronenstrahl gestellt werden kann. In einem vertikalen Magnetfeld B_0 werden durch resonante Einstrahlung eines horizontalen Hochfrequenzfeldes $B_1(t)$ Übergänge zwischen den Zeeman-Niveaus induziert. Die Resonanzbedingung erhält man aus der Überlegung, dass die Neutronenspins während ihrer Larmorpräzession um das Haltefeld B_0 eine Präzession um den Winkel π um die zirkularpolarisierte Komponente $B_1^* = B_1/2$ durchführen müssen. Wenn wir mit $\omega = \gamma_n B_1^*$ (γ_n : gyromagnetisches Verhältnis des Neutrons) die Präzessionsfrequenz und $t_f = \ell/v$ die Flugzeit eines Neutrons der Geschwindigkeit v im RF-Feld der Ausdehnung ℓ bezeichnen, fordern wir

$$\omega t = \gamma_n B_1^* \ell / v \stackrel{!}{=} \pi.$$

Daraus ergibt sich für thermische Neutronen und $\ell \approx 20$ cm eine Feldstärke $B_1 \approx 3$ G. Nach einem Flipwinkel $\sim \pi/2$ verschwindet die Projektion des Haltefelds auf den Spin, wodurch die individuelle Präzessionsbewegung eines Spins besonders empfindlich auf Feldinhomogenitäten wird. Um

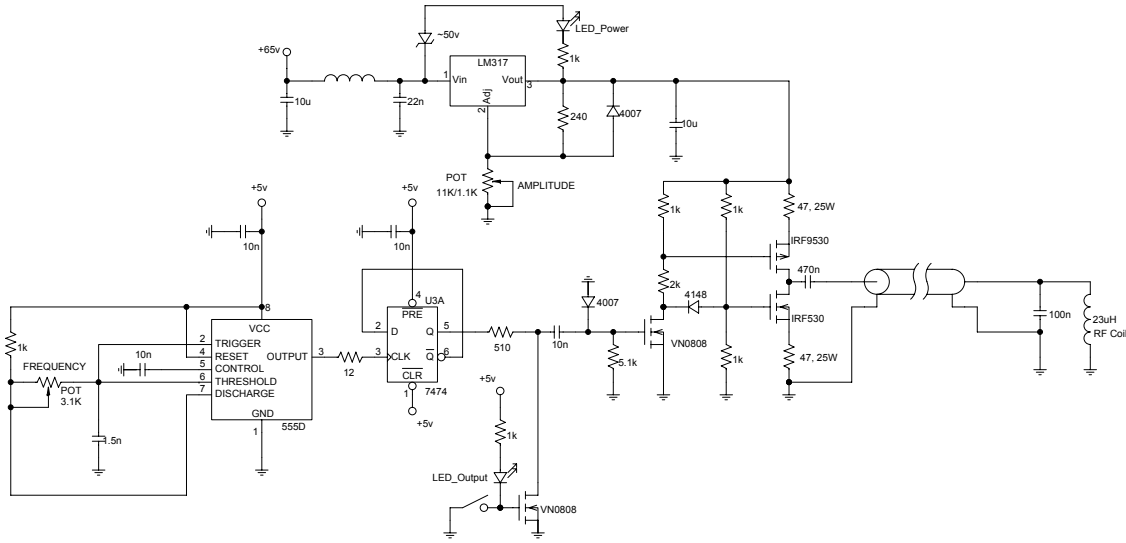


Abbildung 3.15: 100 kHz-Resonanzverstärker für den RF-Spinflipper.

die depolarisierende Wirkung dieses Effekts zu unterdrücken, muss den Spins möglichst lange eine definierte Quantisierungsachse vorgegeben werden, indem $B_0 \gg B_1$ gewählt wird. Durch die Wahl von $B_0 \approx 30 \text{ G}$ wird gemäß $\omega_1 = \gamma_n B_0 \approx 100 \text{ kHz}$ auch die Frequenz des RF-Feldes festgelegt. Die zylindrische RF-Spule hat einen Innendurchmesser von 25 mm und ist mit 90 Windungen aus 2.12 mm starkem Kupferlackdraht ausgeführt und hat eine Induktivität von $L = 23 \mu\text{H}$. Zur Erzeugung eines 3 G-Feldes muss die RF-Spule mit etwa 500 mA gespeist werden. Die dazu notwendige Energie kann in der Spule am effektivsten deponiert werden, wenn sie in einem auf 100 kHz abgestimmten LC-Gliedes resonant angeregt wird. Hierzu wurde die Spule mit einem $C = 100 \text{ nF}$ Kondensator parallel geschaltet und mit dem in Abb. 3.15 dargestellten Resonanzverstärker betrieben. Die rechteckige Haltefeldspule mit den Abmessungen $79 \times 246 \times 49 \text{ mm}^3$ hat 65 Windungen aus 1.21 mm starkem Cu-Draht und ist doppelwandig mit Weicheisen abgeschirmt, um den magnetischen Fluss zu schließen und so das interne und externe Streufeld zu minimieren. Wegen der Leistungsdissipation von etwa 10 W bei 30 G ist die innere Weicheisenabschirmung wassergekühlt.

Um im Bereich der Probe ein homogenes Haltefeld für das polarisierte ^3He -Gas zu erzeugen, wurde um das Interferometer ein Spulenpaar in Helmholtz-Konfiguration montiert. Die Haltefeldstärke B_H muss so gewählt werden, dass das 100 kHz RF-Feld vom Spinflipper keine depolarisierenden Übergänge der ^3He -Kernspins induziert: $\omega_1 \neq \gamma_{^3\text{He}} B_H$. Mit dem gyromagnetischen Verhältnis $\gamma_{^3\text{He}} = 3.240 \text{ kHz/G}$ des ^3He -Kerns folgt $B_H \neq 28 \text{ G}$. Zur Erzeugung einer Feldstärke von 80 G wird die Helmholtz-Spule mit 10 A gespeist, die etwa 120 W dissipierte Leistung werden ebenfalls über eine Wasserkühlung abgeführt. Im Spulenzentrum beträgt die Feldinhomogenität weniger als $3 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ über das gesamte Probenvolumen.

Die Küvetten für Messungen mit polarisiertem Gas wurden von Hellma, Müllheim aus Spectrosil-2000 Quarzplatten gefertigt. Die Quarzplatten der Stärke 5.5 mm mit einer Oberflächenrauigkeit $R_{\text{max}} = 0.05 \mu\text{m}$ wurden durch Direktverschmelzen³ zu quaderförmigen Zellen zusammengefügt. Die Zellen sind mit Quarz-Kükenhähnen mit Sack und Appendizes zum Beschichten der Innenwände mit Cäsium versehen. Durch die Cäsiumbeschichtung wird die Wandrelaxationszeit $T_{1,\text{wand}}$ verlängert [Hei95], d.h. die Depolarisation des Gases durch Stöße mit den Gefäßwänden herabgesetzt. Die Druckfestigkeit der Zellen wurde bis 3 bar Differenzdruck über einen Zeitraum von 48 h überprüft. Eine evakuierte und unbeschichtete Referenzzelle und eine beschichtete Pro-

³Polieren der Fügestellen, so dass beim Zusammenfügen atomare Kohäsion einsetzt, Zusammenpressen im Flüssigkeitsbad und anschließendes Erhitzen auf Temperaturen unterhalb des Quarz-Transformationspunktes.

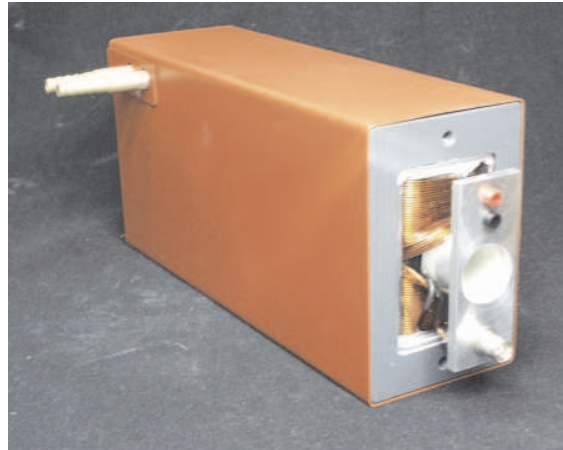


Abbildung 3.16: Neutronenspinflipper. Vorne die Anschlussplatte für RF-Spule (BNC) und Haltefeldspule (Mini-Bananenbuchsen). Die RF-Spule ist auf ein Kunststoffrohr aufgewickelt. Dahinter die horizontalen Wicklungen der Haltefeldspule auf einem Aluminiumrahmen, der in ein Weicheisen-Vierkanthrohr eingeschoben ist. Das innere Weicheisenrohr wird mit PVC-Platten im äußeren Weicheisenblech zentriert. Hinten sind die Kühlwasseranschlüsse erkennbar.

benzelle können in einem gemeinsamen Zellenhalter montiert werden, wodurch sich eine ähnliche Doppelzellegeometrie wie bei der Aluminiumküvette für unpolarisierte Experimente ergibt.

Zur Polarisationsanalyse der Neutronen hinter dem Interferometer und zur Bestimmung der Flippereffizienz wurden Neutronen-Spinfilterzellen (NSF) präpariert [Hei99]. Durch Umschalten der Neutronenpolarisation mit dem Spinflipper und Umschalten der NSF-Magnetisierung können alle Polarisationsparameter durch die Messung von vier Zählraten bestimmt werden, wenn die Analysierstärke der Polarisationsfilter hinreichend nahe bei 1 ist [Zim99]. Die 200 mm langen Zylinderzellen haben einen Durchmesser von 50 mm und erreichen mit einer $p = 3$ bar Füllung von $P = 60\%$ polarisiertem Gas eine Analysierstärke $A = 99.989\%$, die im Prinzip zur Bestimmung der Neutronenpolarisation mit einer Unsicherheit von weniger als 10^{-3} ausreicht. Zum Umschalten der Spinfilter-Polarisation durch die *adiabatic fast passage*-Methode (AFP) wurde eine Apparatur aufgebaut, die zwischen dem Interferometer und dem H -Detektor montiert wird. Während beim Neutronenspinflipper die Flipzeit durch die Durchflugzeit t_f definiert wird, beruht AFP auf der Vorgabe der Flipzeit durch die zeitlich begrenzte Einstrahlung eines RF-Magnetfeldes. Die Bedingungen für AFP sind: 1. die Amplitude des RF-Feldes muss klein genug sein, dass die Spins dem aus Haltefeld und RF-Feld resultierenden Feld adiabatisch folgen können. 2. die Flipgeschwindigkeit muss schnell genug sein, dass die Depolarisation der um $\pi/2$ geklappten Spins aufgrund von Feldinhomogenitäten klein bleibt. Die zweite Bedingung ist schärfer als beim Neutronenspinflipper, da die Gasteilchen aufgrund ihrer boltzmannschen Geschwindigkeitsverteilung individuelle Feldgradienten durchqueren. Für Details verweisen wir auf [Abr99].

Wir kommen nun zur Diskussion der polarisierten Rockingkurve. Die Beobachtung eines deutlichen Polarisationsunterschieds zwischen \emptyset - und H -Strahl veranlasste uns zur Messung der individuellen polarisierten Rockingkurven der Teilstrahlen in den Interferometerarmen. Dazu wurde jeweils einer der Teilstrahlen durch ein Cd-Blech abgedeckt und der transmittierte Strahl mit einem Heusler-Kristall analysiert. Abbildung 3.17 zeigt das Ergebnis der Messung. Die Polarisation der Teilstrahlen weicht signifikant voneinander ab. Es ist klar, dass aus einer Polarisationsanalyse der \emptyset - und H -Strahlen alleine keine Information über die tatsächliche Polarisation des durch die Probe gehenden Teilstrahls gewonnen werden kann. Die Neutronenpolarisation im Proben-Teilstrahl muss durch Abdecken des anderen Teilstrahls durch einen Beamstopper isoliert werden. Für die erfolgreiche Messung von spinabhängigen Streulängen am Neutroneninterferometer wird es notwendig sein, das Problem der thermischen Stabilisierung des Instruments so zu lösen, dass

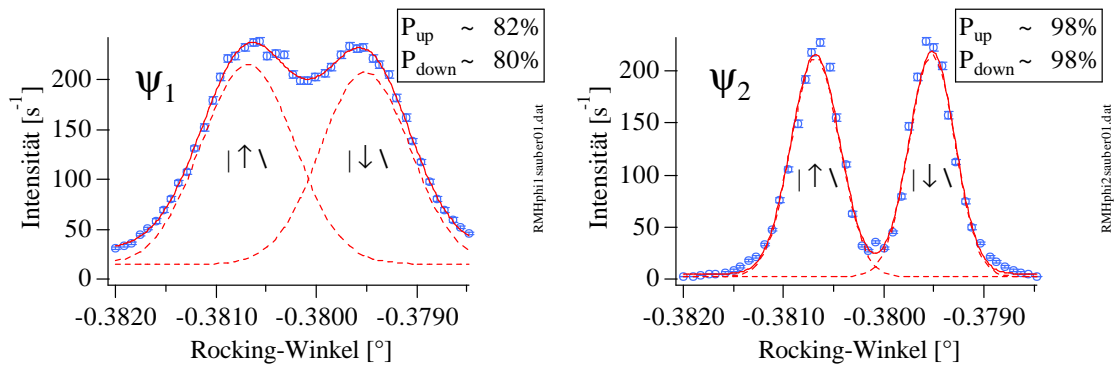


Abbildung 3.17: Rocking-Kurven der polarisierten Teilstrahlen. Die Spinzustände sind im Teilstrahl 2 deutlich besser getrennt. Die Polarisation der Teilstrahlen unterscheidet sich stark.

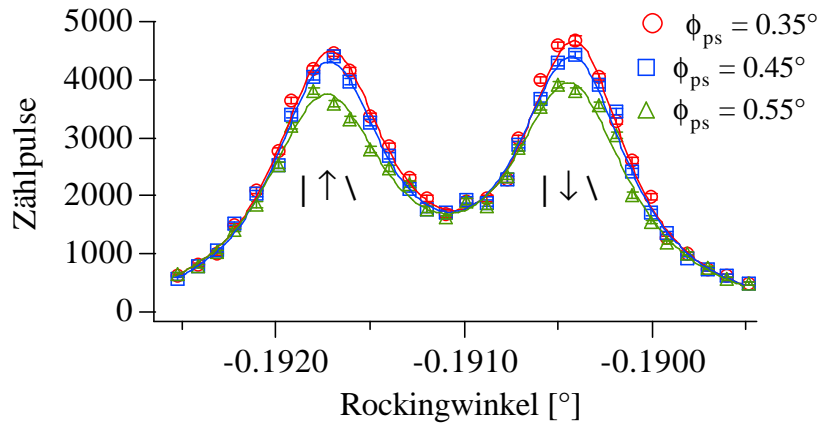


Abbildung 3.18: Rocking-Kurven der polarisierten Teilstrahlen für verschiedene Phasenschieberpositionen ϕ_{ps} . Die Unsicherheit der aus den Voigt-Profilen berechneten Polarisation ist so groß, dass eine Abhängigkeit von ϕ_{ps} nicht erkennbar ist.

am Interferometer genügend Raum zum Betrieb eines Beamstoppers zur Verfügung steht.

Als Ursache für den kleinen zentralen Peak zwischen den polarisierten Braggreflexen, der im Teilstrahl 2 besonders deutlich hervortritt, wurden unpolarisierte Neutronen identifiziert, die am Prisma vorbeifliegen. Durch eine geeignete Cadmium-Abschirmung lässt sich der Peak auf das in Abbildung 3.17 gezeigte Maß reduzieren.

Anfängliche Hinweise auf eine Abhängigkeit der Trennung sowie des Intensitätsverhältnisses der polarisierten Bragg-Peaks von der Phasenschieberposition (das sog. „Wandern“ der polarisierten Bragg-Peaks) konnten nicht bestätigt werden. Bei der Berechnung der Polarisation aus den auf die Peaks angepassten Voigt-Profilen sind die Unsicherheiten viel zu groß, um quantitative Aussagen über die Neutronenpolarisation zu machen, vgl. Abb. 3.18.

Neben der Entwicklung der Techniken für polarisierte Neutroneninterferometrie hat sich mit der Beobachtung der pseudomagnetischen Spinpräzession ein weiteres Präzisionsverfahren zur Messung von spinabhängigen Streulängen etabliert. Wir werden uns in Kapitel 4 der ersten direkten Bestimmung der inkohärenten ^3He -Streulänge durch Messung der pseudomagnetischen Präzession in einem Spinecho-Spektrometer beschäftigen. Die neue Technik erwies sich im Experiment als so zuverlässig und stabil, dass lediglich die Messung des kohärenten Streulängenanteils am Neutroneninterferometer durchgeführt wurde.

3.4 Durchführung: Messung der kohärenten Streulänge b'_c

Die Messungen wurden im Neutroneninterferometerlabor S18 des ILL in Grenoble durchgeführt. Eine detaillierte Beschreibung der Apparatur findet sich in [Kro00] und [ILL01]. In Abbildung 3.19 ist der experimentelle Aufbau zusammengefasst. Die optische Bank und das Interferometer werden um die Raumachsen justiert (Niveau-Adjust), um eine hohe Intensität in den Braggreflexen zu erhalten. Der vom Monochromator kommende Neutronenstrahl wird durch eine Cd-Blende auf einen $5 \times 5 \text{ mm}^2$ großen Querschnitt kollimiert, um ein unerwünschtes Abstreifen des Strahls an Teilen der Apparatur zu verhindern. Die Detektoren werden durch Borcarbidmatten vor dem direkten Strahl, Störreflexen und Untergrundstrahlung abgeschirmt. Nach Umbauten muss dem Aufbau Zeit gegeben werden, um ins thermische Gleichgewicht zurückzukehren bzw. um Vibrationen auszuweichen zu lassen. Die Zeitkonstante für diese Stabilisierung kann Stunden betragen. Während dieser Zeit werden durch wiederkehrendes Verdrehen des Phasenschiebers Interferenzmuster erzeugt (Kontrast-Scans), um die zunehmende Kohärenz der Neutronen durch das Anwachsen des Kontrasts zu kontrollieren, vgl. Abb. 3.20.

Langsame Temperaturveränderungen führen zu einer zunehmenden Verletzung der Braggbedingung, d.h. einem stetigen Driften der Apparatur in die Flanken der Rockingkurve. Bei zunehmendem Verlust an Intensität muss das Interferometer deshalb zurück in den Braggreflex rotiert werden (Peak-Adjust). Diese Justage wurde automatisiert und regelmäßig im Abstand von einigen Stunden durchgeführt.

Die Referenzzelle wird einmalig vor einer Messung evakuiert und durch einen Glashahn verschlossen. Die Helium-Leckrate der Zellen liegt unterhalb von $10^{-8} \text{ mbar } \ell/\text{s}$, was einem Druckanstieg von weniger als 10^{-2} mbar/Tag entspricht. Durch wiederholte Druckmessungen wurde verifiziert, dass der Druck in der Vakuumzelle über Tage nicht in den μbar -Bereich ansteigt. Auf ein ständiges Abpumpen der Referenzzelle konnte deshalb verzichtet werden, was wegen der Vermeidung störender Vibrationen durchaus erwünscht war.

An den Nupro Kükenhahn der Probenzelle wurde ein Balzers Nadelventil angeflanscht, das als Flussminderer wirkt. Vom Flussminderer führt ein flexibler Edelstahlbalg aus der thermischen Isolierung des Interferometers heraus zu einem T-Stück, wo die ^3He -Vorratsflasche mit handbetätigtem Absperrventil und die elektropneumatisch abgesperrte Pumpstrecke mit ℓN_2 -Kühlfalle angeflanscht ist. Die Turbopumpe mit Drehschiebervorpumpe befindet sich außerhalb des Experimentierraums, um thermische und vibrierende Störeinflüsse der Pumpeinheit zu minimieren. Zu Beginn eines Messlaufs wurde die Probenzelle zunächst evakuiert und der Fortschritt des Abpumpens wegen der relativ langen Pumpstrecke und der kleinen Bohrung in der Zelle durch den Zellen-Drucksensor kontrolliert. Anschließend wurde die Zelle aus einer Vorratsflasche mit Gas befüllt. Zur schrittweisen Verringerung des Gasdrucks wurde das elektropneumatische Ventil vom Kontrollraum aus für etwa 10 s geöffnet. Um ein vollständiges Evakuieren der Zelle während dieser Zeit zu verhindern, wurde der Fluss aus der Zelle durch Justage des Nadelventils begrenzt. Gasdruck und -temperatur in der Zelle wurden während sämtlicher Messungen im 30 s-Takt ausgelesen und mitgeschrieben. Zusätzlich wurden der Luftdruck und die Raumtemperatur protokolliert, um die Korrelation mit Phasenschwankungen und Kontrastverlusten zu kontrollieren.

Die Doppelküvette wurde an den Berger&Lahr Portalroboter PR 4/3 des S18 angeflanscht, der die Positionierung der Probe im Interferometer mit einer Genauigkeit von $10 \mu\text{m}$ in einem Bereich von $500 \times 600 \times 800 \text{ mm}^3$ erlaubt. Das Strahlprofil im Interferometer wurde durch eine Schlitzblende abgetastet, vgl. S. 44, und die Messpositionen (Vakuum–Probe) und (Vakuum–Vakuum) der Doppelküvette entsprechend festgelegt, vgl. S. 45.

Zur eigentlichen Messung des teilchenzahlabhängigen Phasenschubs wurde die Küvette gemäß dem auf Seite 43 beschriebenen Schema mit dem Portalroboter für zweiunddreißig Phasenschieberpositionen abwechselnd in beide Messpositionen verschoben und in jeder Position die Neutronenzählrate in den Detektoren aufgezeichnet. Die Zähldauer in jeder Position betrug 10 s. Zur Verbesserung der Zählstatistik wurden die Phasenschieberzyklen bei unverändertem Gasdruck in der Zelle zwischen drei- und fünfmal wiederholt. Anschließend wurde der Gasdruck durch kurzes Öffnen des elektropneumatischen Absperrhahns reduziert und ein neuer Phasenschieberzyklus begonnen. Auf diese Weise wurden Interferenzsignale aufgezeichnet, bis die Probenzelle vollständig

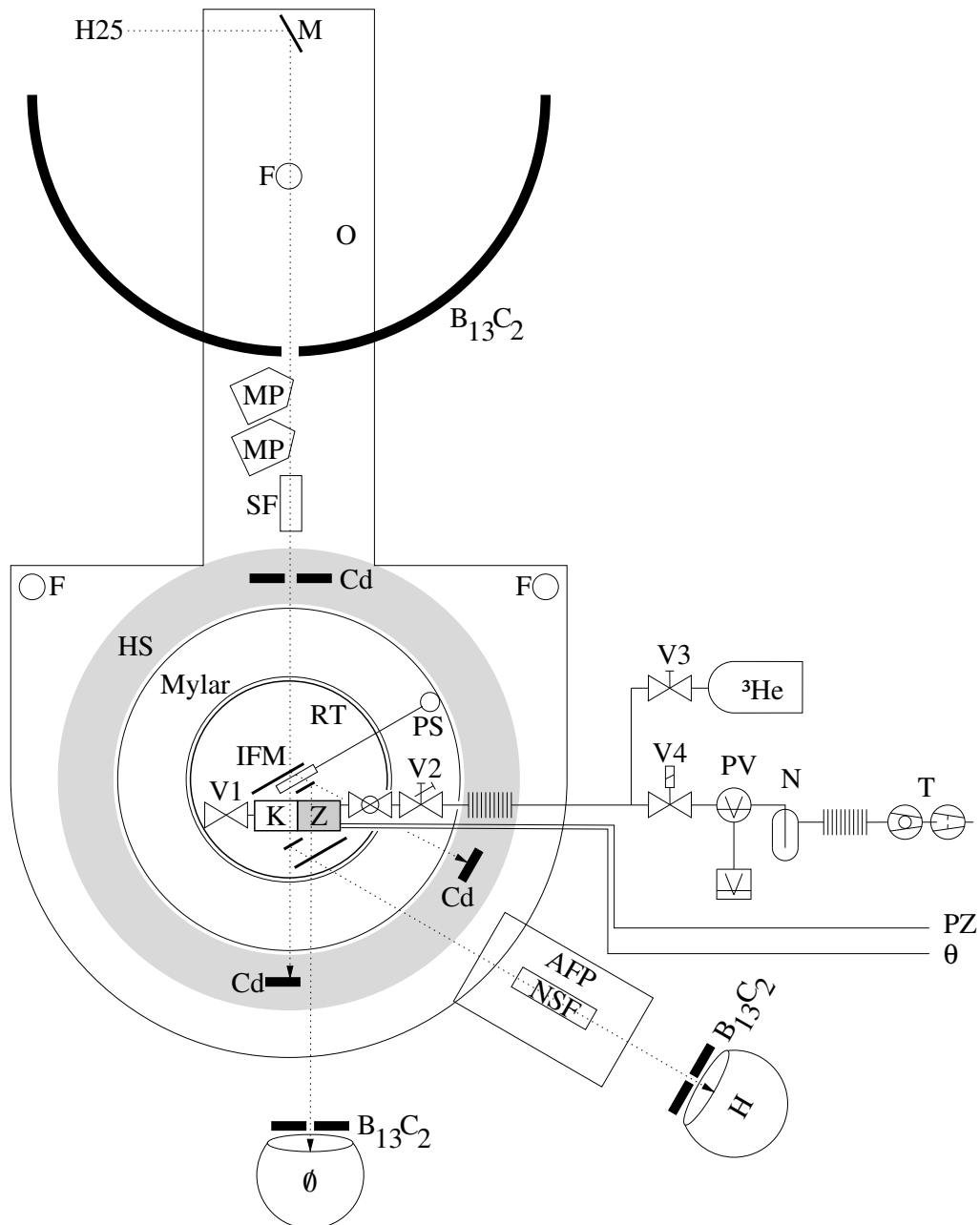


Abbildung 3.19: Aufbau am S18 zur Streulängenmessung.

H25: Neutronenleiter. **M:** Monochromator. **O:** Optische Bank. **B₁₃C₂:** Borcarbid-Abschirmung. **Cd:** Cadmium-Abschirmung. **F:** Federaufhängung. **PS:** Aluminium-Phasenschieber. **RT:** Feinrotationstisch. **IFM:** Si-Perfektkristall-Interferometer. **Ø, H:** Detektoren.

K: Vakuumzelle. **Z:** Probenzelle. **V1:** Duran[®]-Hahn. **V2:** Nadelventil. **V3:** Handabsperrentil. **V4:** Elektropneumatisches Ventil. **³He:** ³He-Reservoir. **PV:** Vakuummanometer mit Anzeigemodul. **N:** ℓN₂-Kühlfalle. **PZ, θ:** Druck- und Temperatursignal der Probe. **T:** Turbopumpe mit Drehschieber-Vorpumpe.

MP: Magnetisches Prisma. **SF:** Neutronen-Spinflipper. **HS:** Helmholtzspule. **AFP:** AFP-Apparatur. **NSF:** Neutronenspinfilter.

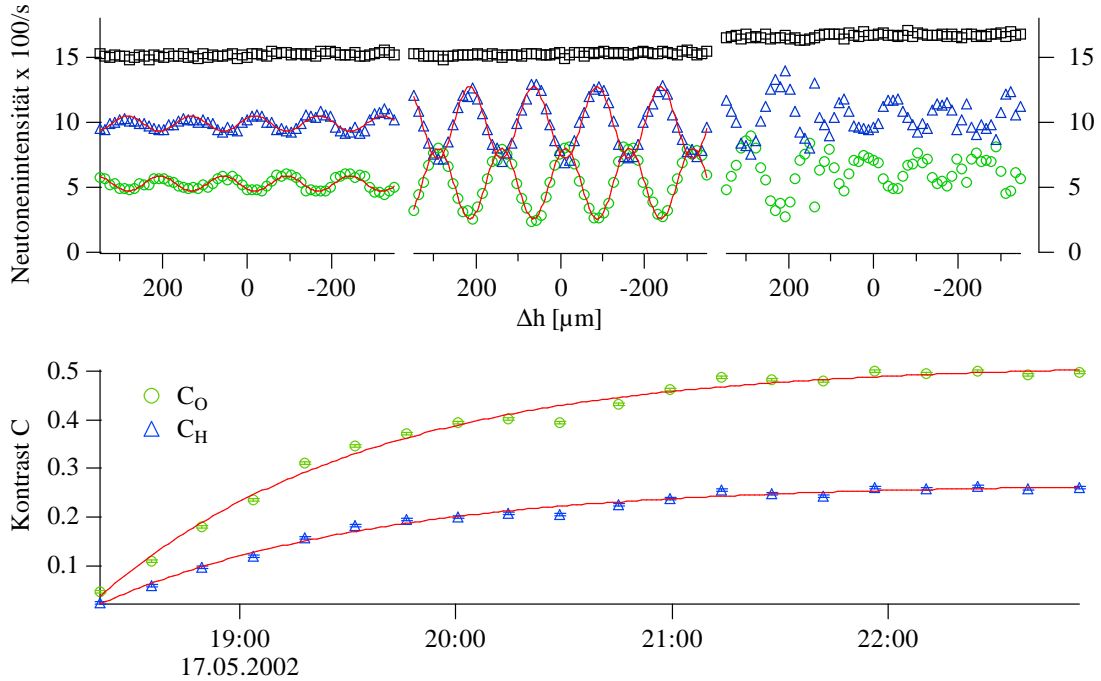


Abbildung 3.20: Zeitliche Entwicklung des Kontrasts nach einem Umbau am S18. Die oberen drei Grafiken zeigen Messungen unmittelbar nach Abschluss der Umbauarbeiten, nach Stabilisierung des Aufbaus bzw. erneuter Störung. Im Bild unten ist der gemäß (3.5) aus den Phasenschieberscans errechnete Kontrast in den \emptyset - und H -Strahlen als Funktion der Zeit aufgetragen.

evakuiert war. Bei ersten Messungen zum Überprüfen der Funktionsfähigkeit des Aufbaus stellte sich heraus, dass mit einer der beiden Küvetten ein signifikant größerer Kontrast in beiden Detektoren erzielt wurde. Diese Beobachtung wird durch eine niedrigere Rauigkeit der Fenster dieser Zelle erklärt. Alle Messungen an ^3He wurden mit der optisch günstigeren Doppelküvette durchgeführt. Insgesamt wurde die Zelle dreimal mit frischem ^3He -Gas befüllt, wobei die Ausgangswerte der absoluten Fülldrücke 1 bar, 5.9 bar und 7.5 bar betragen. Die Reinheit des verwendeten Gases gibt der Hersteller wie folgt in Volumeneinheiten an: $^3\text{He} > 99.993\%$, $^4\text{He} < 0.007\%$, $\text{N}_2 < 2$ ppm, $\text{O}_2 + \text{Ar} < 1$ ppm, Kohlenwasserstoffe < 1 ppm, $\text{CO} + \text{CO}_2 < 1$ ppm, $\text{H}_2 < 1$ ppm, davon $^3\text{H}_2 < 4.2 \times 10^{-8}$ ppm. Das Experiment musste während des letzten Messlaufs bei einem Zellendruck von 6.1 bar wegen eines Fehlers in der Portalroboter-Steuerung abgebrochen werden.

Abbildung 3.21 zeigt die Ergebnisse zweier Phasenschieberzyklen für Probedrücke von 5.3 bar und 4.5 bar. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde die Darstellung auf die Signale im \emptyset -Detektor beschränkt; die Signale im H -Detektor sind in Übereinstimmung mit (3.4) komplementär zu den gezeigten Daten. Die oberen Interferenzmuster wurden ohne Probe im Teilstrahl 2 aufgezeichnet (Vakuum–Vakuum–Position). Die Zählraten der unteren Kurven sind wegen der Absorption der Neutronen durch die Probe in Teilstrahl 2 deutlich abgeschwächt. Der geringere Gasdruck im rechten Bild führt zu einem etwas weniger abgeschwächten Vakuum–Probe–Signal. Zwischen den gezeigten Messungen liegt ein Zeitraum von etwa 7.5 Stunden, in denen weitere 19 Phasenschieberzyklen durchlaufen wurden. Anhand der Verschiebung der oberen Interferenzmuster wird deutlich, dass die intrinsische Phase der Apparatur in dieser Zeit um etwa $-\frac{2}{3}\pi$ gedriftet ist. Dies ist der betragsmäßig größte mittlere Phasendrift, der während der gesamten Strahlzeit beobachtet wurde. Das eigentliche Messsignal verbirgt sich in der Änderung der Verschiebung der Interferenzmuster mit Probe gegenüber den Mustern ohne Probe. Im linken Bild ist die Phase des Interferogramms mit Probe gegenüber dem Leer-Interferogramm um etwa $\pi/4$ modulo 2π ver-

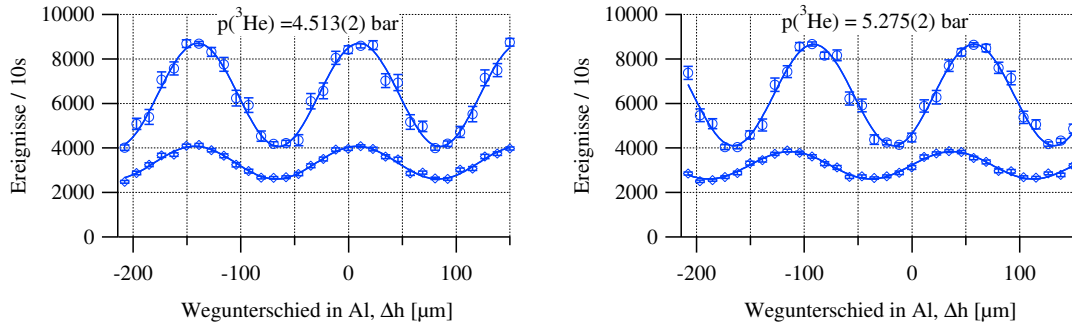


Abbildung 3.21: Interferenzsignale im \emptyset -Detektor in Referenz- (obere Kurven) und Messposition (untere Kurven) für zwei verschiedene Drücke der Gasprobe.

schoben. Im rechten Bild beträgt der Phasenschub etwa ein ganzzahliges Vielfaches von 2π . Die Änderung des Phasenschubs mit dem Druck ist gemäß (2.53) und (3.3) proportional zum Realteil der kohärenten Streulänge:

$$\Delta\phi_{n'} = -\Delta(\varrho s \bar{\lambda})b'_c(1 - 2kb''_c) \propto \Delta p b'_c. \quad (3.12)$$

Die eleganteste Möglichkeit zur Bestimmung des Produktes $(\varrho s \bar{\lambda})$ bietet sich durch die Messung der Absorption der Probe. Die Inversion des Lambertschen Gesetzes

$$I = I_i \times \exp\{-K_a \varrho s \bar{\lambda}\} \quad (3.13)$$

erlaubt bei bekanntem Absorptionsquerschnitt $\sigma_a = K_a \lambda$ die Berechnung des gesuchten Ausdrucks aus der relativen transmittierten Intensität:

$$(\varrho s \bar{\lambda}) = \frac{1}{K_a} \ln \frac{I}{I_i}. \quad (3.14)$$

Im Rahmen eines Experiments zur Überprüfung der Gültigkeit des $1/v$ -Gesetzes [AN64] wurde der wellenlängenabhängige Absorptionsquerschnitt σ_a mit hoher Genauigkeit gemessen, $K_a = 2.9626(51)$ fm, so dass die Bestimmung von $(\varrho s \bar{\lambda})$ durch Absorptionsmessungen im Prinzip nur durch diese Unsicherheit von etwa 2×10^{-3} limitiert ist. Die thermische Isolierung des Interferometers durch Folie schränkte den transversalen Bewegungsspielraum der Doppelküvette jedoch so weit ein, dass die Probenzelle nicht in beide Teilstrahlen verschoben werden konnte. Falls das Intensitätsverhältnis in den Teilstrahlen konstant ist, kann das gesuchte Produkt aus der Absorption in Teilstrahl 2 allein berechnet werden. Um die Gültigkeit dieser Voraussetzung zu überprüfen, wurde der Ausdruck $(\varrho(p, \theta) s \bar{\lambda})$ aus den separat gemessenen Größen berechnet. Die Teilchenzahl-dichte in Einheiten der Avogadro'schen Zahl N_A , $\varrho = \frac{\nu N_A}{V}$, ergibt sich aus der van der Waals'schen Zustandsgleichung für reale Gase

$$\left(p + \frac{a/\nu^2}{V^2/\nu^2}\right)(V/\nu - b/\nu) = R\theta \quad (3.15)$$

mit den Koeffizienten $a/\nu^2 = 34.6077(12) \times 10^{-9}$ bar m⁶/mol² und $b/\nu = 23.7384(6) \times 10^{-6}$ m³/mol für Helium [Ber94]. Die Messung der druckabhängigen Probendicke $s(p)$ in der verwendeten Doppelküvette mit einem handgeführten 3D-Koordinatenmesssystem vom Typ *Brown&Sharpe gage2000* ergab $s = 38.014$ mm + 0.002 mm/bar \cdot $p \pm 0.008$ mm bei (22.9 ± 1.2) °C. Dieser Wert enthält bereits die zusätzliche Unsicherheit aufgrund thermischer Längenänderungen während des Messvorgangs. Während der Streulängenmessungen war die mittlere Temperatur der Küvette

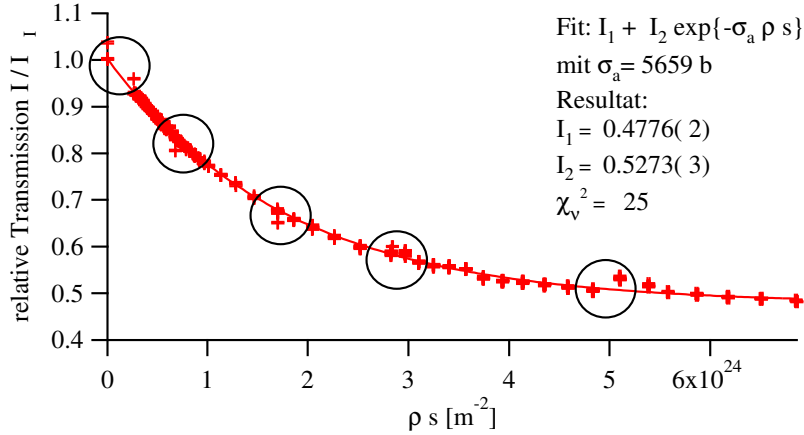


Abbildung 3.22: Relative Transmission als Funktion der Teilchenzahlbelegung $\rho \times s$. Die absorbierende Probe befindet sich in Teilstrahl 2. Die durch Kreise hervorgehobenen deutlichen Abweichung vom exponentiellen Zusammenhang treten immer nach einer Rejustage des Interferometers in das Maximum des Braggpeaks (sog. peak adjust) auf, was auf eine Änderung des Intensitätsverhältnisses der Teilstrahlen hinweist.

mit $\theta = (26.647 \pm 1.276)^\circ\text{C}$ insgesamt etwas höher als bei der Vermessung der Zellengeometrie. Mit dem linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten für Aluminium $\delta s/(s \Delta\theta) = 2.4 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ ($0^\circ\text{C} \dots 100^\circ\text{C}$) erhalten wir für die Probendicke während Messungen am S18

$$s = 38.017 \text{ mm} + 0.002 \text{ mm}/\text{bar} \cdot p \pm 0.008 \text{ mm}. \quad (3.16)$$

Trägt man die relative Transmission gegen die berechnete Teilchenzahlbelegung $\rho(p, \theta) \times s$ auf, so treten immer dann sprunghafte Abweichungen vom erwarteten exponentiellen Verlauf auf, wenn das Interferometer in das Maximum der Rockingkurve rejustiert wird, vgl. Abb. 3.22. Mit anderen Worten, die Reflexion \tilde{r} und Transmission \tilde{t} an den Spiegelplatten des Interferometers ändern sich beim Peak-Adjust zu stark, um die Größe $\rho \times s$ aus der Ein-Teilstrahl-Absorption zu extrahieren. Aus diesem Grunde wurde der Proportionalitätsfaktor $\rho \times s \times \lambda$ in (3.12) aus der Messung der Einzelmessgrößen bestimmt. Die Unsicherheit von $\rho(p, \theta) \times s$ beträgt $0.2 \dots 0.3\%$ und ist im Wesentlichen durch etwa gleich große Beiträge durch die Druck- und Temperaturmessung bestimmt. Nur für die Messungen bei kleinen Drücken $\sim 10 \text{ mbar}$ dominiert der Fehlerbeitrag der Druckmessung von etwa 8% .

3.5 Datenanalyse

Während der Messungen wurde die Zahl der in $t_Z = 10 \text{ s}$ registrierten Ereignisse Z in beiden Detektoren als Funktion des Phasenschieberwinkels aufgezeichnet. Wegen der geringen Intensitäten von weniger als 900 Neutronen/s in beiden Detektoren können Totzeitkorrekturen vernachlässigt werden. Durch Herausdrehen der Detektoren aus den Bragg-Reflexen wurden folgende Untergrundraten bestimmt:

$$\frac{U_\emptyset}{t_{U_\emptyset}} = \frac{828 \text{ Pulse}}{775 \text{ s}} \quad ; \quad \frac{U_H}{t_{U_H}} = \frac{9355 \text{ Pulse}}{15300 \text{ s}}.$$

Die auf den Untergrund korrigierten Zählereignisse \tilde{Z} sind gegeben durch

$$\tilde{Z}_{\emptyset, H} = Z_{\emptyset, H} - \frac{t_Z}{t_{U_{\emptyset, H}}} U_{\emptyset, H}.$$

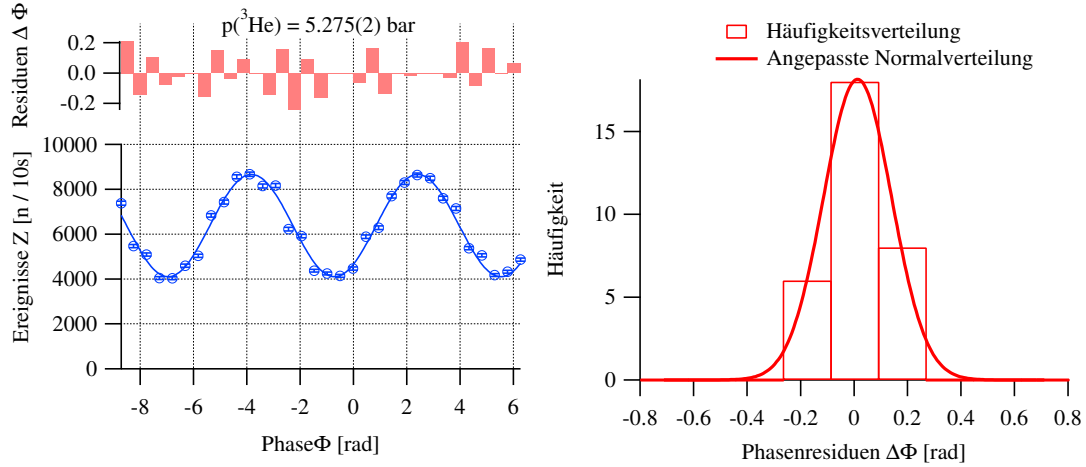


Abbildung 3.23: *Linke Seite: Die untergrundkorrigierten Rohdaten werden nur schlecht durch eine Sinusfunktion beschrieben, solange nur der poissonische Fehler der Zählstatistik berücksichtigt wird. Für den gezeigten Fit ist $\chi^2_\nu = 7$. Über dem Interferogramm sind die Residuen ΔZ als Balkengraphik gezeigt. Rechte Seite: Aus den Residuen ΔZ_i werden mittlere Phasenschwankungen $\delta\Phi_i$ abgeschätzt, deren Häufigkeitsverteilung als Grundlage einer um statistische Phasendrifts erweiterten Fehlerabschätzung dient.*

Die zählstatistischen Fehler der korrigierten Ereigniszahlen müssen um den Fehlerbeitrag der Untergrundkorrektur erweitert werden:

$$\delta\tilde{Z}_{\emptyset,H} = \sqrt{Z_{\emptyset,H} + \left(\frac{t_Z}{t_{U_{\emptyset,H}}}\right)^2 U_{\emptyset,H}}. \quad (3.17)$$

Aus den Phasenschieberwinkeln ε wird gemäß (3.7) der Gangunterschied der Teilstrahlen berechnet.

Es stellt sich heraus, dass die so vorbereiteten Daten nur verhältnismäßig schlecht mit einer Funktion der Form $K_1 + K_2 \sin(K_3 x + K_4)$ angepasst werden können. Abb. 3.23 zeigt dieselben Daten wie Abb. 3.21, jedoch mit den gemäß (3.17) abgeschätzten Unsicherheiten der gezählten Ereignisse. Zusätzlich sind die Residuen der angepassten Funktion als Balkengraphik dargestellt. Der Fit auf die Daten liefert $\chi^2_\nu = 7$. Dies suggeriert, dass die Fehler der Einzelmesspunkte durch die Poissonstatistik unterschätzt werden. Ein systematisches Verhalten der Residuen mit den Interferenzmustern ist nicht erkennbar. Diese Beobachtungen gelten für alle gemessenen Datensätze, die berechneten χ^2_ν liegen typischerweise zwischen 10 und 20. Vermutlich sind kurzzeitige Schwankungen der intrinsischen Phase für die relativ große Abweichung der Messdaten vom erwarteten Verlauf verantwortlich: Jede Zahl nachgewiesener Ereignisse ist das Ergebnis einer Integration der phasenabhängigen Intensität (3.4) über die Messdauer t_Z . Unter dieser Annahme gelangt man zu einer verbesserten Fehlerabschätzung der Einzelmesspunkte, indem jedem Residuum ΔZ_i in einem ersten Schritt eine mittlere Phasenabweichung $\Delta\Phi_i$ zugeordnet wird,

$$\Delta Z_i = \Delta Z(\Phi_i) \simeq K_2 \sin(\Phi_i + \Delta\Phi_i), \quad (3.18)$$

wobei die

$$\Phi_i = K_3 \Delta h_i + K_4$$

mithilfe der Parameter K_3 und K_4 des ersten Fitdurchlaufs aus den Δh_i errechnet werden können. Im zweiten Schritt werden die durch Inversion von (3.18) errechneten 32 Phasenabweichungen $\Delta\Phi_i$ histogrammiert und mit einer Normalverteilung angepasst, um ein Maß für die Schwankungsbreite

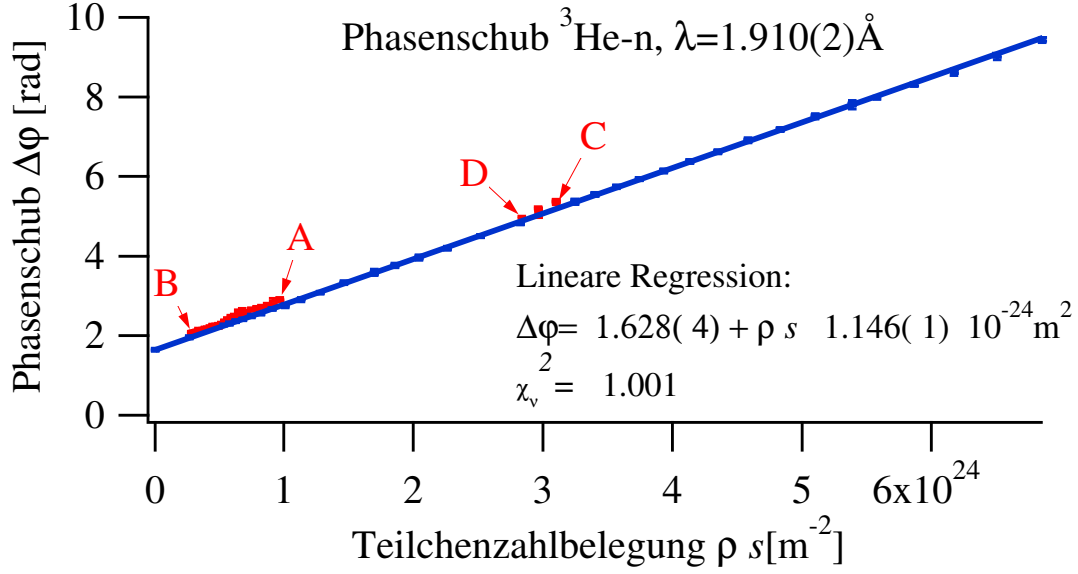


Abbildung 3.24: Gemessene Phasenschübe als Funktion der Teilchenzahlbelegung der Probe. Blau: Ungestörte Messungen. Rot: Durch Anwesenheit von Personen im Interferometerraum gestörte Messungen.

der mittleren Phasen zu erhalten. Die Standardabweichung dieser Normalverteilung wird als typische Streuung $\delta\Phi$ der mittleren Phase Φ_i aller Einzelmesspunkte interpretiert. Im letzten Schritt wird für jeden Messpunkt durch

$$\delta Z_{\Phi_i} = \delta Z(\Phi_i) \simeq \delta\Phi \frac{\partial Z_i}{\partial \Phi_i} = K_2 \delta\Phi \cos(\Phi_i), \quad (3.19)$$

der Fehlerbeitrag durch statistische Phasenschwankungen abgeschätzt. Da die Zählstatistik und die Phasenschwankungen statistisch unabhängig sind, ergibt sich der Gesamtfehler des Einzelmesspunkts gemäß der gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$(\delta Z_i)^2 = (\delta \tilde{Z}_i)^2 + (\delta Z_{\Phi_i})^2. \quad (3.20)$$

In einem zweiten Fit-Durchlauf auf die Interferenzsignale mit den korrigierten Unsicherheiten werden schließlich die Phasenkonstanten der einzelnen Messkurven bestimmt. Die reduzierten Chi-Quadrate des zweiten Fitzykus sind verträglich mit 1.

Aus den Phasenkonstanten $K_{4,\text{Vakuum-Probe/Vakuum-Vakuum}}$ wird gemäß (3.11) der zum ${}^3\text{He}$ -Fülldruck p gehörende Phasenschub $\phi_{n'}$ berechnet. Wegen der getrennten Interferenzsignale in den beiden Detektoren werden aus jeder Messung zwei Werte für den Phasenschub gewonnen. Die beiden Werte werden durch gewichtete Mittelung kombiniert.

Während der Messungen der Interferenzmuster wurden alle 30 s die Druck- und Temperatursignale der Probenzelle aufgezeichnet, woraus sich etwa 50 Einzelmessungen dieser Größen pro Datensatz ergeben. Die jedem Interferenzmuster zugeordneten Signale werden gemittelt und gemäß der Gleichungen (3.15) und (3.16) in die druck- und temperaturabhängige Teilchenzahlbelegung ρs umgerechnet.

In Abb. 3.24 sind die gemessenen Phasenschübe gegen die berechneten Teilchenzahlbelegungen aufgetragen. Nach Gleichung (3.12) erwartet man einen linearen Zusammenhang. Eine lineare Regression auf die Daten liefert eine Gerade mit einem $\chi_{\nu}^2 = 4.7$. Hierzu liefern die rot gekennzeichneten Messpunkte für $\rho s \approx 3 \times 10^{24} \text{ m}^{-2}$ und $\rho s < 1. \times 10^{24} \text{ m}^{-2}$ den dominanten Beitrag.

Die zuletzt genannten Messpunkte stammen aus dem ersten Messzyklus. Während dieser Testphase wurde das Interferometerlabor mehrfach zu Kontroll- und Optimierungszwecken betreten. Die zweite Datenpunktgruppe wurde im zweiten Messzyklus gemessen, nachdem ein Problem bei der Temperatúrauslese aufgetreten war. Auch in diesem Falle wurden Messungen durchgeführt, obwohl der Gleichgewichtszustand der Apparatur durch anwesende Personen gestört war. Für die Analyse der Daten ergeben sich prinzipiell zwei Möglichkeiten.

Man kann versuchen, die vertikale Verschiebung der Messpunkte so zu interpretieren, dass eine wiederholte Störung der Apparatur zu einer annähernd stabilen Verschiebung der intrinsischen Phase des Instruments führt. Dann sollte es möglich sein, die Daten zu Klassen zusammenzufassen und jede Klasse für sich auszuwerten. Das Resultat kann dann aus der gewichteten Mittelung der linearen Regressionen auf die einzelnen Klassen gewonnen werden. Um willkürliche Klasseneinteilungen zu vermeiden, wurde *jeder* Eingriff in das laufende Experiment als Störung interpretiert. Eine solche Analyse führt aber zu folgender Schwierigkeit: Wenige Klassen, die sich über größere Druckbereiche erstrecken, dominieren aufgrund ihrer niedrigeren Unsicherheit das Endergebnis. Der überwiegende Teil der Daten wird kaum berücksichtigt. Das Resultat spiegelt im Wesentlichen nur die in der größten Klasse erreichte Genauigkeit wider.

Die zweite Möglichkeit besteht in der Nichtberücksichtigung von Daten, die während dem Aufenthalt von Personen im Interferometerlabor gemessen wurden. Die in Frage kommenden Datenpunkte umfassen sämtliche Messungen der Erstbefüllung, (A—B in Abb. 3.24) und die Messungen zwischen Feststellung und Behebung des Problems bei der Temperatúrauslese (C—D in Abb. 3.24). Nach beiden Störungsphasen wurden der Apparatur mehrere Stunden Zeit zum Erreichen des Gleichgewichtszustandes gegeben. Zwischen der letzten Messung vor Punkt C und der ersten Messung nach Punkt D liegen etwa 13 Stunden, während der die Doppelküvette aus dem Interferometer heraus- und wieder hineingefahren wurde. Trotz dieses massiven Eingriffs in den Messablauf schließen sich die Daten ab Punkt D gut an die zuvor gemessenen Werte an. Dies demonstriert die Reproduzierbarkeit der mit der Methode durchgeführten Messungen. Die lineare Regression auf Datenpunkte, die während stabiler Verhältnisse gemessen wurden, ergibt die Steigung

$$\frac{\partial \Phi_{n'}}{\partial (\rho s)} = \bar{\lambda} b'_c (1 - 2k b''_c) = 1.146(1) \times 10^{-24} m^2.$$

Das Ergebnis des Anpassungstests,

$$\chi^2_\nu = 1.001,$$

signalisiert, dass die Anpassung der Daten durch eine Gerade im Rahmen der Fehlerabschätzung gerechtfertigt ist. Division durch die mittlere Wellenlänge $\bar{\lambda} = 1.910(2) \text{ \AA}$ und die kleine Korrektur um den Beitrag zur Brechzahl durch $k b''_c$ liefern schließlich das Resultat

$$b'_c = 6.000(9) \text{ fm.} \tag{3.21}$$

Kapitel 4

Spinecho-Spektrometrie

4.1 Einführung

Ausgehend von der Spinabhängigkeit der Brechzahl haben Baryshevskiĭ und Podgoretskiĭ bereits 1965 angemerkt [Bar65], dass die Entwicklung der Wellenfunktion des Neutrons während der Ausbreitung in kernspinpolarisierten Medien als Larmor-Präzession in einem pseudomagnetischen Feld

$$H^* = -\frac{4\pi\hbar}{m\gamma_n} \varrho b'_i \sqrt{\frac{I}{I+1}} \vec{p}_k$$

(γ_n : gyromagnetisches Verhältnis des Neutrons) interpretiert werden kann. Die theoretischen Vorhersagen konnten experimentell verifiziert werden [Abr72, Abr73a, Abr73b], und die Methode der pseudomagnetischen Präzession hat sich zu einem Präzisionsverfahren zur Messung spinabhängiger Streulängen entwickelt, mit der viele Isotope untersucht wurden [Rou74, Glä87a].

Bei dem hier beschriebenen Experiment wurde zum ersten Mal ein Spinecho-Spektrometer zur Messung der pseudomagnetischen Spinpräzession eingesetzt. Im Vergleich zur Standardanwendung des Spektrometers, d.h. zur Beobachtung langsamer molekularer Bewegungen, wurde das Instrument in einer außergewöhnlichen Konfiguration betrieben. Im Normalbetrieb wird die Probe zentral zwischen den in Streugeometrie ausgerichteten Hauptspulen des Spektrometers platziert. In unserem Experiment hingegen befindet sich die Probe in einer der Präzessionsspulen und die Neutronen werden in Vorwärtsrichtung nachgewiesen. Während frühere Messungen inkohärenter Streulängen auf Ramseys Methode der getrennt oszillierenden Felder in starken Magnetfeldern beruhten [Abr82, Glä87a, Glä87b], war in unserem Experiment kein starkes Feld notwendig, um die Kernspinpolarisation der Probe zu erhalten. Diese Flexibilität in der Wahl der experimentellen Methode erlaubte uns, die positiven Eigenschaften des Spinecho-Spektrometers IN15 des ILL bezüglich Spulengröße, Feldhomogenität und -stabilität nutzen. Die Resultate dieses Experiments wurden bereits im Jahr 2002 veröffentlicht [Zim02].

4.2 Grundlagen

Pseudomagnetisches Feld

Wir betrachten den nicht absorbierenden Anteil des optischen Potentials (2.47) für ein einzelnes Neutron in einem einatomigen Gas in Anwesenheit eines äußeren magnetischen Felds \vec{B} :

$$v(\vec{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \varrho(\vec{r}) \left(b'_c + 2b'_i \sqrt{\frac{I}{I+1}} \vec{s} \cdot \vec{p}_K \right) - \vec{\mu} \cdot \vec{B}(\vec{r}). \quad (4.1)$$

Der letzte Term beschreibt die magnetische Wechselwirkung des magnetischen Moments $\vec{\mu}$ des Neutrons mit dem Feld \vec{B} . Da das magnetische Moment und der Spin des Neutrons proportional

sind, ($\gamma = -1.83 \times 10^8 \text{ s}^{-1} \text{ T}^{-1}$: gyromagnetisches Verhältnis des Neutrons)

$$\gamma \hbar \vec{s} = \vec{\mu},$$

können wir den polarisationsabhängigen Term umschreiben:

$$-\vec{\mu} \cdot \left\{ -\frac{4\pi\hbar}{\gamma m} \varrho(\vec{r}) b'_i \sqrt{\frac{I}{I+1}} \vec{p}_K \right\} := -\vec{\mu} \cdot \vec{H}^*. \quad (4.2)$$

Dieser Beitrag kann formal wie eine magnetische Wechselwirkung aufgefasst werden, obgleich sein Ursprung in der Spinabhängigkeit der starken Wechselwirkung liegt. Aus diesem Grund wird \vec{H}^* als *pseudomagnetisches Feld* bezeichnet. Gemäß der von R. Feynman als „*same equations have same solutions*“ formulierten Einsicht müssen pseudomagnetische und magnetische Felder denselben Einfluss auf die Dynamik eines Spin-Teilchens haben. Tatsächlich hat man pseudomagnetische Larmor-Präzession beobachtet, wobei der Polarisationsvektor $\vec{p}_n = \langle \vec{\sigma} \rangle$ von Neutronen beim Durchgang durch eine polarisierte Probe um die durch die Kernspinpolarisation definierte Achse präzediert [Abr82, Glä87a, Glä87b].

Der pseudomagnetische Präzessionswinkel ist wie im klassischen Fall gegeben durch

$$\varphi^* = \gamma H^* t = 2 \varrho(\vec{r}) b'_i \sqrt{\frac{I}{I+1}} p_K d \lambda, \quad (4.3)$$

wobei die Flugzeit t in einer Probe der Länge d durch $t = d/v$ gegeben ist und die De-Broglie-Beziehung $mv = \hbar k$ benutzt wird. Um den Vorzeichenwechsel beim Übergang von (4.2) nach (4.3) zu klären, müssen wir die erst in Abb. 4.2 auf Seite 65 folgende Definition des Koordinatensystems und der Quantisierungsrichtung der Kernspinpolarisation vorweg nehmen. Die Quantisierungsachse \vec{B}_2 der Kernspinpolarisation \vec{p}_K und die Koordinatenachse \hat{z} stehen antiparallel. Da wir den Präzessionswinkel φ^* bezüglich der Ausbreitungsrichtung der Neutronen angeben wollen, ist $\vec{p}_K = -p_K \hat{z}$.

Dipolfeld der Kernmagnetisierung, Korrekturfaktor F_μ

Neben der pseudomagnetischen Präzession findet gleichzeitig eine Präzessionsbewegung der Neutronenspins im Dipolfeld der polarisierten Kerne statt. Wenn wir die Magnetisierung der polarisierten Probe mit $\vec{M} = \varrho \vec{\mu}_k = \varrho \mu_k \vec{p}_K$ bezeichnen ($\mu_k = -1.074 \times 10^{-26} \text{ J/T}$: magnetisches Moment des ^3He -Kerns), ist das magnetische Dipolfeld der Kerne gegeben durch

$$\vec{B}_d = \vec{H}_d + \mu_0 \vec{M}$$

($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$: magnetische Permeabilität des Vakuums). Da die Magnetisierungsrichtung \vec{M} durch das äußere Haltefeld \vec{B} vorgegeben wird und die elektrische Stromdichte in der Probe verschwindet, $\vec{J} \equiv 0$, können wir die Probe als harten Ferromagneten im Sinne von [Jac75] behandeln. Dann ist das makroskopische Magnetfeld durch den Gradienten eines magnetischen Skalarpotentials gegeben:

$$\vec{H}_d = -\vec{\nabla} \Phi_M.$$

Das magnetische Skalarpotential ist unter der idealisierenden Annahme, dass innerhalb der Probe eine homogene und sonst verschwindende Magnetisierung vorliegt,

$$\vec{M} = \begin{cases} M \hat{z}, & \text{innerhalb} \\ 0, & \text{außerhalb} \end{cases} \quad (4.4)$$

durch

$$\Phi_M(\vec{x}) = \oint_S \frac{\hat{n}' \cdot \vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} da' \quad (4.5)$$

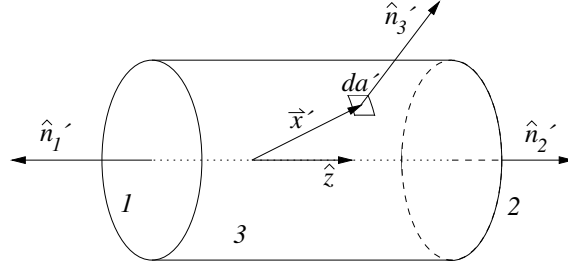


Abbildung 4.1: Zur Integration des magnetischen Skalarpotentials (4.5). Die \hat{z} -Achse wird durch die Magnetisierung \vec{M} definiert. Die Oberfläche des magnetisierten Zylinders wird in die Endkappen 1,2 und die Wand 3 aufgeteilt. $da'(\vec{x}')$ bezeichnet ein Flächenelement, \hat{n}'_i die Flächennormalen.

gegeben. Die Integration wird durch Symmetrie-Argumente vereinfacht, wenn wir die \hat{z} -Achse wie in Gleichung (4.4) durch die Magnetisierungsrichtung definieren. Die zylindrische Oberfläche der magnetisierten Probe teilen wir in drei Teile auf, vgl. Abb. 4.1. Die Integrale über die Endkappen 1 und 2 sind gleich groß aber von unterschiedlichem Vorzeichen, weil $\hat{n}'_1 = -\hat{n}'_2$. Wenn die Symmetrieachse des Zylindervolumens parallel zur Magnetisierung steht, verschwindet das Integral über die Fläche 3, weil dort $\hat{n}' \cdot \hat{z} = 0$. In diesem Fall ist $(\vec{H}_d)_z = 0$.

Der Präzessionswinkel um das Dipolfeld \vec{B}_d ist dann analog zu (4.3) gegeben durch

$$\varphi_d = \gamma |\vec{B}_d| t = \gamma \mu_0 |\vec{M}| t = \begin{cases} \frac{m\gamma}{2\pi\hbar} \rho \mu_0 \mu_k p_K d\lambda, & \text{innerhalb} \\ 0, & \text{außerhalb.} \end{cases} \quad (4.6)$$

Um aus dem totalen Präzessionswinkel in der Probe $\varphi_{\text{Probe}} = \varphi^* + \varphi_d$ den pseudomagnetischen Anteil zu extrahieren, schreiben wir

$$\varphi^* = \varphi_{\text{Probe}} \frac{1}{1 + \frac{\varphi_d}{\varphi^*}} := \varphi_{\text{Probe}} \times F_\mu \quad (4.7)$$

Der Quotient

$$\frac{\varphi_d}{\varphi^*} = -\frac{m\gamma\mu_0\mu_k}{4\pi\hbar\sqrt{\frac{I}{I+1}}b'_i} = \frac{5.405 \times 10^{-3} \text{ fm}}{b'_i}$$

hängt außer von Konstanten nur von b'_i selbst ab. Die Abweichung des Korrekturfaktors F_μ von Eins beträgt für $b'_i \approx -2.5 \text{ fm}$ nur etwa -2×10^{-3} . Bei der von uns angestrebten Genauigkeit bei der Messung von b'_i ist die Korrektur aber nicht vernachlässigbar.

4.3 Messprinzip

Pseudomagnetischer Präzessionswinkel

Den prinzipiellen Aufbau zur Messung des Präzessionswinkels φ_{Probe} am Neutronen-Spinoecho-Spektrometer zeigt Abb. 4.2. Wir beschreiben die Wirkungsweise der Apparatur zuerst für streng monochromatische Neutronen der Geschwindigkeit v und berücksichtigen den Effekt einer endlichen Geschwindigkeitsverteilung $f(\lambda)$ später. Durch einen Polarisator werden die Neutronen zunächst in Richtung der Spektrometerachse z polarisiert. Anschließend rotiert ein $\frac{\pi}{2}$ -Flipper die Neutronenspins um die y -Achse, so dass die Spins senkrecht zum Magnetfeld \vec{B}_1 der ersten Präzessionsspule stehen. Während ihrer Bewegung durch diese Spule führen die Spins eine Präzessionsbewegung um die Spektrometerachse aus. Der Präzessionswinkel hinter diesem Feldbereich der Länge L_1 ist analog zu (4.3) gegeben durch $\varphi_1 = -\gamma \vec{B}_1 \frac{m\lambda L_1}{2\pi\hbar}$. Im Gegensatz zu

(4.3) haben wir hier die effektive Flussdichte $\bar{B}_1 = \frac{1}{L_1} \int_{-\infty}^{\infty} (B_1 + B_{\text{trim}}) dL$ eingeführt. Hierdurch wird die Präzessionsbewegung der Spins auch im axialen Streufeld der Präzessionsspule richtig beschrieben. Außerdem werden wir in Kürze sehen, dass Spinechomessungen auf der Modulation eines der Magnetfelder in den Präzessionsbereichen beruhen. Aus praktischen Gründen hält man das Hauptfeld B_1 konstant und moduliert das effektive Feld \bar{B}_1 durch Superposition des Felds B_{trim} einer kompakten Trimmsspule. Der π -Flipper zwischen den Feldbereichen \bar{B}_1 und \bar{B}_2 klappt die Neutronenspins um die x -Achse, so dass sie mit dem Winkel $-\varphi_1$ in die zweite Präzessionsspule eintreten. Nach ihrer Bewegung durch den zweiten Feldbereich haben die Spins einen gesamten Präzessionswinkel

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\gamma m \lambda}{2\pi \hbar} (\bar{B}_2 L_2 - \bar{B}_1 L_1) \quad (4.8)$$

durchlaufen, wobei φ_2 den Präzessionswinkel im zweiten Feldbereich bezeichnet und das effektive Feld der zweiten Präzessionsspule $\bar{B}_2 = \frac{1}{L_2} \int_{-\infty}^{\infty} B_2 dL$. In der Praxis sind die Präzessionsspulen identisch aufgebaut und werden in Reihe betrieben, um so Schwankungen in der Stromversorgung weitestgehend auszugleichen. Im zweiten $\frac{\pi}{2}$ -Flipper werden die Spins erneut um die y -Achse gedreht, bevor die Neutronenpolarisation durch den Analysator auf die z -Achse projiziert wird.

Modulation des effektiven Felds \bar{B}_1 bei konstantem \bar{B}_2 führt zu einer feldstärkeabhängigen Spinechophase $\varphi(\bar{B}_1)$ und zu Intensitätsmodulationen $I(\bar{B}_1)$. Eine Oszillationsperiode entspricht gerade einem zusätzlichen Präzessionswinkel $|\varphi_2 - \varphi_1| = 2\pi$ in einer der beiden Präzessionsspulen. Es ist klar, dass ein Geschwindigkeitsspektrum $f(\lambda)$ endlicher Breite zu einer Dephasierung der Neutronenspins, d.h. einem Auffächern der individuellen Präzessionswinkel bei der Bewegung durch die Spulen führt. Die maximale Signalamplitude erhält man, wenn die zunächst dephasieren Spins in der zweiten Spule rephasieren, d.h. dass $\varphi = 0$. In diesem Fall ist die Spinecho-Bedingung $L_1 \bar{B}_1 = L_2 \bar{B}_2$ erfüllt. Je mehr sich der Präzessionswinkel φ von Null unterscheidet, desto ausgeprägter ist die Dephasierung. Im Intensitätssignal macht sich die Dephasierung bei zunehmender Verletzung der Spinecho-Bedingung durch eine Abnahme der Signalamplitude bis hin zum vollständigen Verschwinden der Oszillationen bemerkbar, vgl. Abb. 4.3. Die quantitative Analyse der Spinbewegung zeigt, dass das Intensitätssignal durch eine Faltung des normierten Geschwindigkeitsspektrums ($\int f(\lambda) d\lambda = 1$) mit der Projektion des totalen Präzessionswinkels Φ auf die Analysatorachse gegeben ist:

$$I(\bar{B}_1) = I_0 \left[1 - p \int f(\lambda) \cos \Phi(\bar{B}_1) d\lambda \right]. \quad (4.9)$$

Durch den Parameter $0 \leq p \leq 1$ berücksichtigen wir die nicht perfekte Effizienz von Polarisator, Analysator sowie der Spinflipper, die die Signalamplitude herabsetzen.

Die zusätzliche Präzessionsbewegung um den Winkel φ_{Probe} in der Probe der Länge d liefert einen weiteren Beitrag zum Gesamtpräzessionswinkel Φ . Darüber hinaus ist die Spinechophase (4.8) im Allgemeinen zeitlichen Schwankungen unterworfen. Als Ursachen hierfür kommen periodische Variationen des Erdmagnetfelds, Änderungen magnetischer Streufelder im Umfeld des Instruments sowie Temperaturschwankungen der Präzessionsspulen in Betracht. Um die Auswirkung dieser Einflüsse auf unsere Messung zu diskutieren, berücksichtigen wir sämtliche zeitabhängigen Phasenänderungen durch die Addition eines weiteren Terms $\varphi_{\text{Drift}}(t)$ zur Spinechophase

$$\Phi := \varphi(\bar{B}_1) + \varphi_{\text{Drift}}(t) + \varphi_{\text{Probe}}. \quad (4.10)$$

Änderungen der Beiträge durch Phasendrift und (pseudo-)magnetische Präzession in der Probe werden als Verschiebung der Intensitätssoszillationen beobachtet. Die Spinechobedingung wird dann bei einem anderen Wert von \bar{B}_1 erfüllt.

Transmission unpolarisierter Neutronen

Wir haben eingangs gesehen, dass der pseudomagnetische Präzessionswinkel direkt proportional zum Realteil der inkohärenten Streulänge ist:

$$b'_i = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\varphi^*}{\rho p_K d \lambda}.$$

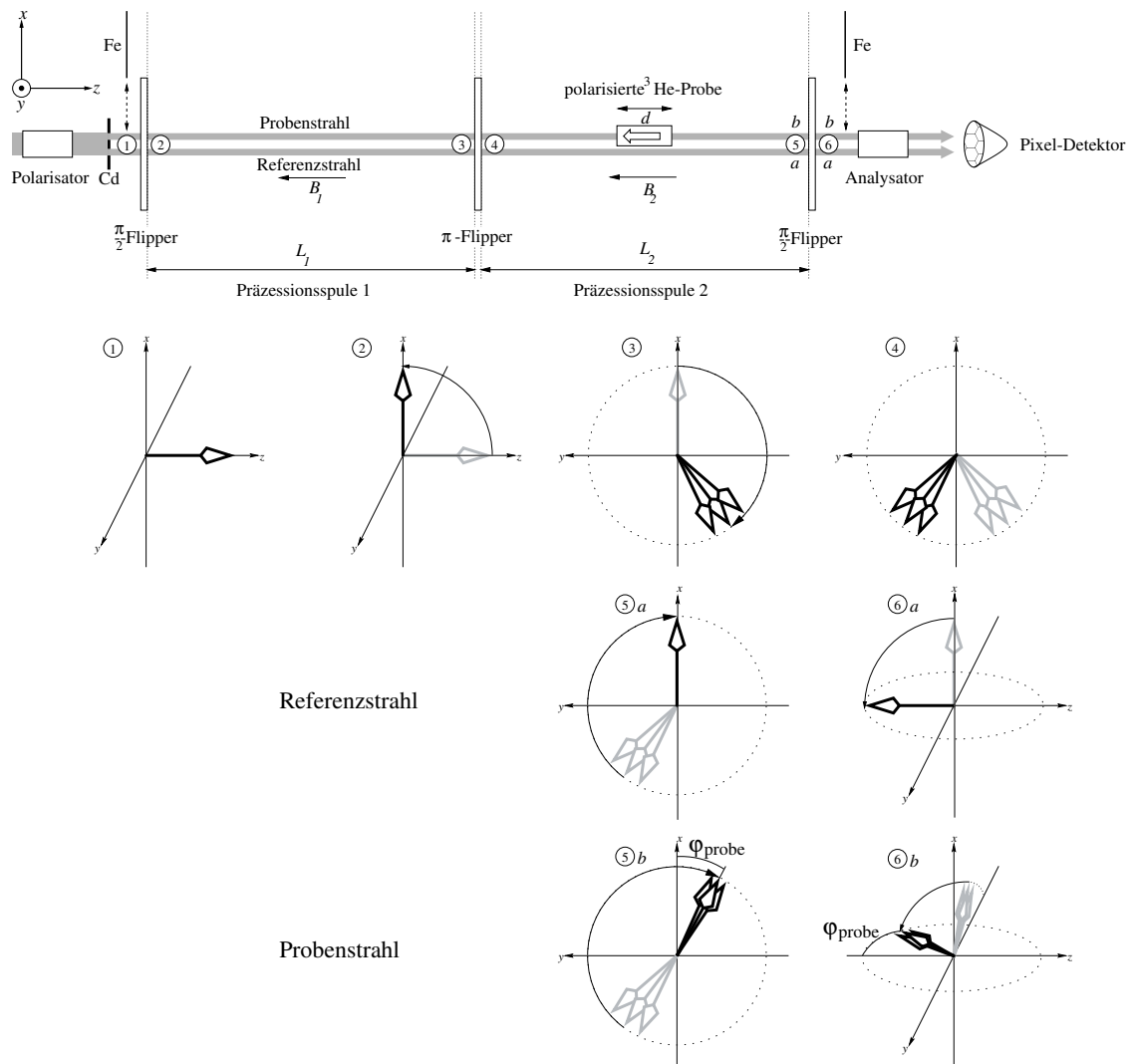


Abbildung 4.2: Prinzip der Bestimmung des Präzessionswinkels φ_{Probe} durch ein Spinecho-Spektrometer. Im oberen Teil ist die Anordnung von Magnetfeldern und neutronenoptischen Elementen gezeigt. Der einfallende Neutronenstrahl wird durch eine Cd-Blende in einen Probenstrahl und einen Referenzstrahl aufgeteilt. Der Pfeil in der Probe symbolisiert die Kernspinpolarisation. Unten ist die Bewegung der Neutronenspins vor (grau) bzw. nach (schwarz) dem Einfluss der optischen Elemente gezeigt. Die eingekreisten Ziffern entsprechen den Positionen in der oberen Skizze. Teilbild ③ zeigt das Auffächern der individuellen Neutronenspins aufgrund der unterschiedlichen Aufenthaltszeit nichtmonochromatischer Neutronen im Feld der ersten Präzessionsspule. Teilbild ⑤a zeigt den Spezialfall der erfüllten Spinecho-Bedingung: Die Spins haben einen Gesamtpräzessionswinkel $\varphi = 0$ und rephasieren vollständig. In Bild ⑤b ist der Effekt der zusätzlichen Präzession innerhalb der Probe bei ansonsten identischen Bedingungen wie in ⑤a skizziert: Die Spinecho-Bedingung wird bei einem anderen Wert von \bar{B}_1 erfüllt. Das Spinechosignal des Probenstrahls ist gegenüber dem Referenzstrahl verschoben. Der Analysator projiziert die Neutronenpolarisation auf die z -Achse, so dass verschiedene Gesamtpräzessionswinkel als Intensitätsszillationen detektiert werden.

Um den Proportionalitätsfaktor zu bestimmen, kann anstelle der Messung der Einzelmessgrößen Teilchenzahldichte ϱ , Kernspinpolarisation p_K , Probendicke d und Wellenlänge λ das gesamte Produkt durch eine Transmissionsmessung bestimmt werden. Die Transmission unpolarisierter Neutronen durch ein polarisiertes Target ist gegeben durch

$$T(p_K) = \frac{1}{2} \exp\{-(\sigma_{t,0} + p_K \sigma_{t,p}) \varrho d\} + \frac{1}{2} \exp\{-(\sigma_{t,0} - p_K \sigma_{t,p}) \varrho d\}. \quad (4.11)$$

Hierbei fassen wir den unpolarisierten Neutronenstrahl auf als Mischung zweier entlang der Quantisierungsachse z vollständig und entgegengesetzt polarisierter Strahlen, $(\vec{p}_n)_z = \pm 1$, mit den statistischen Gewichten $1/2$. Der erste (zweite) Summand beschreibt die Transmission bezüglich der Kernspinpolarisation \vec{p}_K (anti-)parallel polarisierter Neutronen mit dem polarisationsabhängigen Wirkungsquerschnitt $P\sigma_{t,p} = \pm p_K \sigma_{t,p}$ gemäß (2.55). Das Transmissionsverhältnis für das polarisierte und unpolarisierte Target ist gegeben durch

$$R := \frac{T(p_K)}{T(0)} = \cosh p_K \sigma_{t,p} \varrho d. \quad (4.12)$$

Wegen (2.58) ist das Transmissionsverhältnis R eine Funktion des gesuchten Faktors,

$$R = \cosh \frac{1 - 4x_-}{3} K_a \lambda p_K \varrho d. \quad (4.13)$$

Wir fassen zusammen, dass zur Messung der inkohärenten Streulänge b'_i zwei Experimente durchgeführt werden: einerseits die Bestimmung des pseudomagnetischen Präzessionswinkels φ^* mit polarisiertem Target und polarisierten Neutronen, andererseits die Messung des Transmissionsverhältnisses R unpolarisierter Neutronen durch das polarisierte und unpolarisierte Target. Die inkohärente Streulänge kann dann gemäß

$$b'_i = \frac{1 - 4x_-}{\sqrt{3}} \frac{K_a}{2} \frac{\varphi^*}{\operatorname{acosh} R} \quad (4.14)$$

aus den Messgrößen berechnet werden. Aus (4.14) ist sofort ersichtlich, dass die erreichbare Genauigkeit neben der experimentellen Unsicherheit bei der Messung von φ^* und R durch die Kenntnis der Größen x_- und K_a limitiert ist, die die Absorption thermischer Neutronen im Singulett-Zustand beschreiben. Wir haben jedoch auf Seite 26 gesehen, dass die gegenwärtig experimentell gesicherte Kenntnis von x_- auf etwa 1 % begrenzt ist. Wird die theoretische Annahme $x_- = 1$ als gesichert betrachtet, limitiert die Kenntnis von K_a die erreichbare Genauigkeit auf etwa 0.2%. Damit zukünftige Fortschritte bei der Bestimmung von x_- unmittelbar in die Genauigkeit von b'_i einfließen können und um die Verlässlichkeit der verwendeten Methode zu demonstrieren, haben wir uns das Ziel gesetzt, eine experimentelle Genauigkeit von 0.2% zu erreichen. Aus diesem Grunde diskutieren wir auch systematische Korrekturen unterhalb von 1%, obwohl wir bei der Angabe des Resultats einen konservativen Standpunkt annehmen und nur experimentell gesichertes Wissen zulassen.

4.4 Durchführung: Messung der inkohärenten Streulänge b'_i

Die beschriebenen Messungen wurden am Neutronen-Spinecho-Spektrometer IN15 des ILL in Grenoble durchgeführt. Eine detaillierte Beschreibung des Instruments findet man in [ILL01]. Neutronen aus der kalten Quelle des 58 MW-Reaktors passieren einen mechanischen Geschwindigkeitsselektor und treffen mit einem dreieckigen Geschwindigkeitsspektrum der vollen Halbwertsbreite von 15% auf den Polarisator. Als Polarisator und Analysator werden FeCO-Superspiegel auf einem Si-Substrat verwendet. Die $\frac{\pi}{2}$ - und π -Flipper sind als justierbare Mezei-Spulen ausgeführt. Eine Doppel-Lochblende aus Cd-Blech kollimiert aus den polarisierten Neutronen einen Probenstrahl auf die Probenzelle und einen Referenzstrahl, der an der Probenzelle vorbei geht. Der Referenzstrahl erlaubt die Aufzeichnung und Korrektur von gemeinsamen Phasen- und Intensitätsdrifts in

beiden Strahlen. Die effektiven Feldstärken $\bar{B}_{1,2}$ der Präzessionsspulen betragen etwa 15 G. Für die in der zweiten Präzessionsspule platzierte Probe wirkt diese magnetische Flussdichte gleichzeitig als Haltefeld für die Kernspinpolarisation. Während der Messung des Intensitätsverhältnisses R wurden zwei Eisenbleche der Stärke 0.2 mm zwischen dem Polarisator und dem ersten $\frac{\pi}{2}$ -Flipper sowie dem zweiten $\frac{\pi}{2}$ -Flipper und dem Analysator in den Strahl gebracht, um die Neutronen zu depolarisieren. Die Neutronen wurden in einem ortsauflösenden $^3\text{He-CF}_4$ -gefüllten Detektor mit 32×32 Pixeln von je $1 \times 1 \text{ cm}^2$ Eintrittsfläche nachgewiesen, so dass eine Messung der individuellen Strahlintensitäten möglich war. Zu diesem Zweck wurden für jeden Teilstrahl 3×5 Pixel zu einem Detektorbereich zusammengefasst. Die Bereiche waren durch ein 3×5 Pixel großes Detektorfeld voneinander getrennt.

Kernspinpolarisierte ^3He -Probe

Das polarisierte ^3He -Gas befand sich bei Zimmertemperatur in einer zylindrischen Duran[®]-Glazelle von 6 cm Durchmesser und einer Länge von 10 cm. Die Ein- und Austrittsfenster der Zelle sind aus planparallelen Si-Fenstern gefertigt und durch Direktverschmelzen¹ auf das Zylinderrohr aufgesetzt. Das Gas wird durch metastabiles Austauschpumpen bei 1 mbar kernspinpolarisiert und anschließend mechanisch komprimiert, wodurch polarisierte Proben mit Drücken von mehreren bar hergestellt werden können [Bec94]. Die mit präpariertem Gas gefüllte Zelle wird dann in einem Haltefeld zum Instrument gebracht. Nach der Präparation relaxiert die Kernspinpolarisation. Die in diesem Experiment zur Verfügung gestellte Anfangspolarisation betrug $p_{K,0} = 50 \dots 55\%$. Zurzeit wird am ILL eine neuer Polarisator und Kompressor aufgebaut, der in naher Zukunft eine Anfangspolarisation von $\sim 70\%$ ermöglichen soll. Für das hier beschriebene Experiment war eine hohe Anfangspolarisation nicht notwendig: Die Messungen hätten ohne nennenswerte Einschränkungen auch mit einer Kernspinpolarisation von nur 10% durchgeführt werden können. Unter stabilen Bedingungen folgt die nukleare Polarisation bei der Relaxation dem Exponentialgesetz

$$p_K(t) = p_{K,0} \times \exp\left\{-\frac{t}{T_1}\right\}. \quad (4.15)$$

Die Relaxationszeit T_1 wird durch verschiedene Relaxationsmechanismen beeinflusst: Zunächst können Spinflips durch Kollisionen der Gasteilchen mit den Gefäßwänden verursacht werden [Fit69, Tim71]. Dieser Mechanismus wird als Wandrelaxation bezeichnet und kann durch eine Oberflächenbeschichtung von einigen Monolagen Cäsium deutlich reduziert werden [Hei95]. Die Absorption von Neutronen im Cäsium kann wegen der kleinen Oberflächenbelegungsichte und des verhältnismäßig kleinen Absorptionsquerschnitts von $\sigma_a = 29 \text{ b}$ für thermische Neutronen vernachlässigt werden. Die Bewegung der Gasteilchen in Magnetfeldgradienten führt zu nichtadiabatischen Übergängen der Kernspins und liefert den zweiten Beitrag zur Relaxationszeit [Sch65]. Aufgrund der guten Feldhomogenität im Zentrum der B_2 -Spule von $\frac{1}{B_2} \frac{\partial B_2}{\partial(x,y,z)} \leq 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ ist dieser Beitrag jedoch vernachlässigbar. Bei niedrigen Gasdrücken der Probe $p \leq 0.65 \text{ bar}$ kann außerdem die in [New93] diskutierte Relaxation durch die Dipol-Dipol-Wechselwirkung der Kernspins vernachlässigt werden. Die gute Qualität der vom ILL zur Verfügung gestellten Probenzellen und die hohe Feldhomogenität des Haltefelds äußerten sich in langen und stabilen Relaxationszeiten von $T_1 = 120 \pm 10 \text{ h}$ während sämtlicher Messungen.

Signalform und Fitmodell

Zur Diskussion des Signalverlaufs ist es zweckmäßig, die wellenlängenunabhängige Spinechofunktion

$$\mathbf{g}(\bar{B}_1) := \frac{1}{\lambda} \Phi \quad (4.16)$$

zu definieren. Die Modulation des Messsignals durch Variation des Trimmfeldes haben wir durch die explizite Abhängigkeit der Spinechofunktion vom effektiven Feld \bar{B}_1 der ersten Präzessionsspule ausgedrückt. Die Spinechobedingung ist für $\mathbf{g} = 0$ erfüllt.

¹Vgl. S. 49.

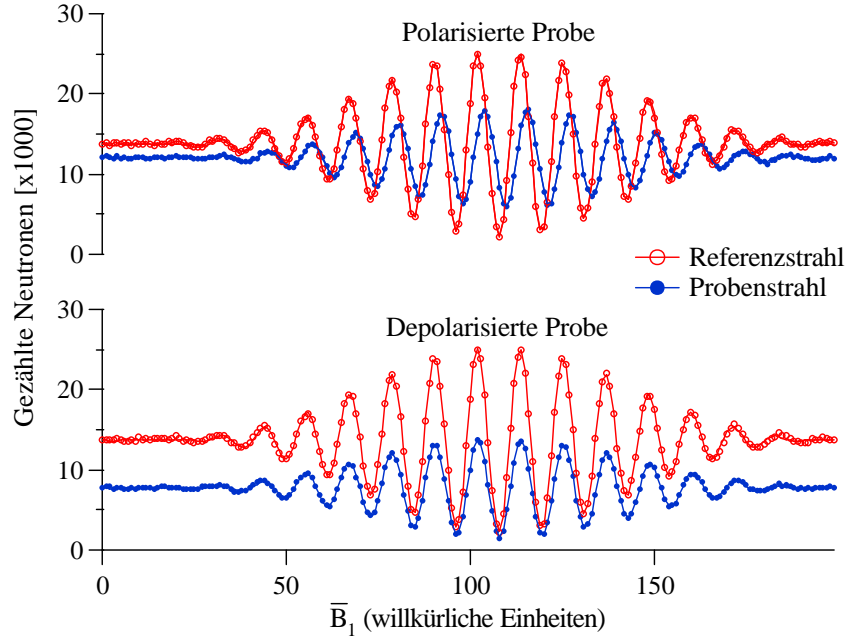


Abbildung 4.3: Spinechosignale des Proben- (blau) und des Referenzstrahls (rot). Im oberen Bild ist die Phasenverschiebung $\phi_{\text{Probe}} = -53.4^\circ$ aufgrund der Kernspinpolarisation $p_K \approx 51\%$ bei einem Fülldruck von etwa 260 mbar deutlich zu erkennen. Vor der im unteren Bild gezeigten Messung wurde die Kernspinpolarisation der Probe durch kurzzeitiges Einschalten eines starken Magnetfeldgradienten vollständig zerstört.

Die gemessenen Intensitätssignale haben die Gestalt

$$\begin{aligned} I_{\text{Probe}} &= I_0 \left[1 - p \int f(\lambda) \cos(\lambda \mathbf{g}(\bar{B}_1)) d\lambda \right] \\ I'_{\text{Referenz}} &= I_0 \left[1 - p' \int f'(\lambda) \cos(\lambda \mathbf{g}'(\bar{B}_1)) d\lambda \right]. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Wir kennzeichnen durch gestrichene Symbole, dass äquivalente Parameter beider Ausdrücke generell verschiedene Werte haben können. Insbesondere enthält die Spinechofunktion des Referenzstrahls keinen pseudomagnetischen Phasenbeitrag, $\lambda \mathbf{g}' = \varphi' + \varphi'_{\text{Drift}}(t)$.

Die Dauer zur Messung eines vollständigen Spinechosignals durch Modulation des Trimmfeldes B_{trim} betrug etwa 20 min. Verglichen mit der Relaxationszeit $T_1 = 120$ h ist dieser Zeitraum hinreichend kurz, um die Abnahme der Kernspinpolarisation während einer Spinecho-Messung zu vernachlässigen. Für festes p_K wurden gleichzeitig die Intensitätssignale $I_{\text{Probe}}, I'_{\text{Referenz}}$ gemessen. Anschließend wurde die Kernspinpolarisation der Probe durch kurzzeitiges Einschalten eines Feldgradienten in der zweiten Präzessionsspule herabgesetzt, um für niedrigere Werte von p_K weitere Signalkomplexe aufzuzeichnen. Schließlich wurde die Restpolarisation durch genügend langes Anlegen eines stark inhomogenen Magnetfelds vollständig zerstört. Abbildung 4.3 zeigt die Spinechosignale der Teilstrahlen für die polarisierte und depolarisierte Probe. Die Phasen $\Phi(p_K), \Phi'(p_K)$ jedes Paares werden durch einen Fit extrahiert, wobei die Fitfunktion die Faltung des Geschwindigkeitspektrums $f(\lambda)$ mit dem kosinusförmigen Verlauf des Spinechosignals modelliert. Für eine normierte, dreieckige und um die zentrale Wellenlänge $\bar{\lambda}$ symmetrische Geschwindigkeitsverteilung

der vollen Halbwertsbreite $L = c\bar{\lambda}$

$$f(\lambda) = \begin{cases} 0, & \lambda \leq \bar{\lambda} - L \\ \frac{L+(\lambda-\bar{\lambda})}{2L\bar{\lambda}}, & \bar{\lambda} - L \leq \lambda \leq \bar{\lambda} \\ \frac{L-(\lambda-\bar{\lambda})}{2L\bar{\lambda}}, & \bar{\lambda} \leq \lambda \leq \bar{\lambda} + L \\ 0, & \bar{\lambda} + L \leq \lambda \end{cases}$$

erhält man durch Ausführung der Integration (4.17)

$$I_{\text{Probe}} = I_0 \left[1 - p \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{L}{2\bar{\lambda}} \cos(\bar{\lambda} \mathbf{g}(\bar{B}_1)) \left(\frac{\sin(\frac{L}{2} \mathbf{g}(\bar{B}_1))}{\frac{L}{2} \mathbf{g}(\bar{B}_1)} \right)^2 \right].$$

Das Referenzstrahlsignal hat dieselbe Form mit den entsprechenden Größen p' , $\bar{\lambda}'$, L' und \mathbf{g}' . Diese Ausdrücke verdienen einige Anmerkungen. Zunächst erkennt man, dass das Intensitätssignal den kosinusförmigen Verlauf für monochromatische Neutronen der mittleren Wellenlänge $\bar{\lambda}$ mit einer Einhüllenden der Form $\sin^2 x/x^2$ hat. Die Einhüllende ist die Fourierkosinustransformierte des dreieckigen Geschwindigkeitspektrums. Die mittlere Wellenlänge $\bar{\lambda}$ bestimmt die Periode der schnellen Spinecho-Oszillationen, $\Delta \bar{B}_1^{SE} = \frac{4\pi^2 \hbar}{\bar{\lambda} \gamma m L_1}$, während die Breite L der Geschwindigkeitsverteilung die Periode bzw. die Lage der Knoten der Einhüllenden bestimmt, $\Delta \bar{B}_1^{env} = \frac{4\pi \hbar}{L \gamma m L_1} = \bar{B}_1^{SE}/c$. Die maximale Amplitude des Intensitätssignals wird wie im monochromatischen Fall beobachtet, wenn die Spinecho-Bedingung erfüllt ist, $\mathbf{g} = 0$. Weitere Informationen zur Form von Spinechosignalen findet man in [Sch80].

Die gemessenen Spinechosignale wurden mit der Modellfunktion

$$K_1 + K_2 \cos(K_3(x - K_4)) \times \left(\frac{\sin(K_5(x - K_6))}{K_5(x - K_6)} \right)^2$$

angepasst. Durch die Trennung der Parameter K_4 und K_6 konnte die theoretische Erwartung, dass das Maximum der Einhüllenden mit einem Maximum der Spinechooszillation zusammenfällt, im Rahmen des Messfehlers verifiziert werden. Aus den so gewonnenen Phasen $\Phi(p_K) = K_3(x - K_4)$, $\Phi'(p_K) = K'_3(x - K'_4)$ wurden die Phasendifferenzen

$$\Delta\Phi(p_K) = \Phi(p_K) - \Phi'(p_K) = \varphi - \varphi' + \varphi_{\text{Drift}}(t_{p_K}) - \varphi'_{\text{Drift}}(t_{p_K}) + \varphi_{\text{Probe}} \quad (4.18)$$

$$\Delta\Phi(0) = \Phi(0) - \Phi'(0) = \varphi - \varphi' + \varphi_{\text{Drift}}(t_0) - \varphi'_{\text{Drift}}(t_0) \quad (4.19)$$

berechnet. t_{p_K} und t_0 bezeichnen die Startzeiten der Messungen mit Kernspinpolarisation p_K bzw. mit vollständig depolarisierter Probe. Durch wiederholte Messungen der Spinechosignale ohne Probe wurden die zeitabhängigen Phasendriffs beider Teilstrahlen über eine Dauer von dreizehn Stunden untersucht. Das Ergebnis der Messung ist in Abb. 4.4 gezeigt. Man erkennt, dass die Phasendriffs der individuellen Strahlen im Messzeitraum etwa 3 Grad betragen. Die statistische Analyse dieser Phasen zeigt jedoch, dass die Differenz beider Phasendriffs innerhalb 0.05° konstant bleibt:

$$\varphi_{\text{Drift}}(t_{p_K}) - \varphi'_{\text{Drift}}(t_{p_K}) = \varphi_{\text{Drift}}(t_0) - \varphi'_{\text{Drift}}(t_0). \quad (4.20)$$

Deshalb heben sich die zeitabhängigen Beiträge bei der Bildung der Differenz

$$\varphi_{\text{Probe}} = \Delta\Phi(p_K) - \Delta\Phi(0) \quad (4.21)$$

innerhalb der von uns angestrebten Genauigkeit heraus. Gleichung (4.21) beschreibt, wie der Präzessionswinkel φ_{Probe} aus den gemessenen Phasenverschiebungen berechnet wird. In den durchgeführten Messung wurden für φ_{Probe} Werte zwischen -30° und -122° beobachtet.

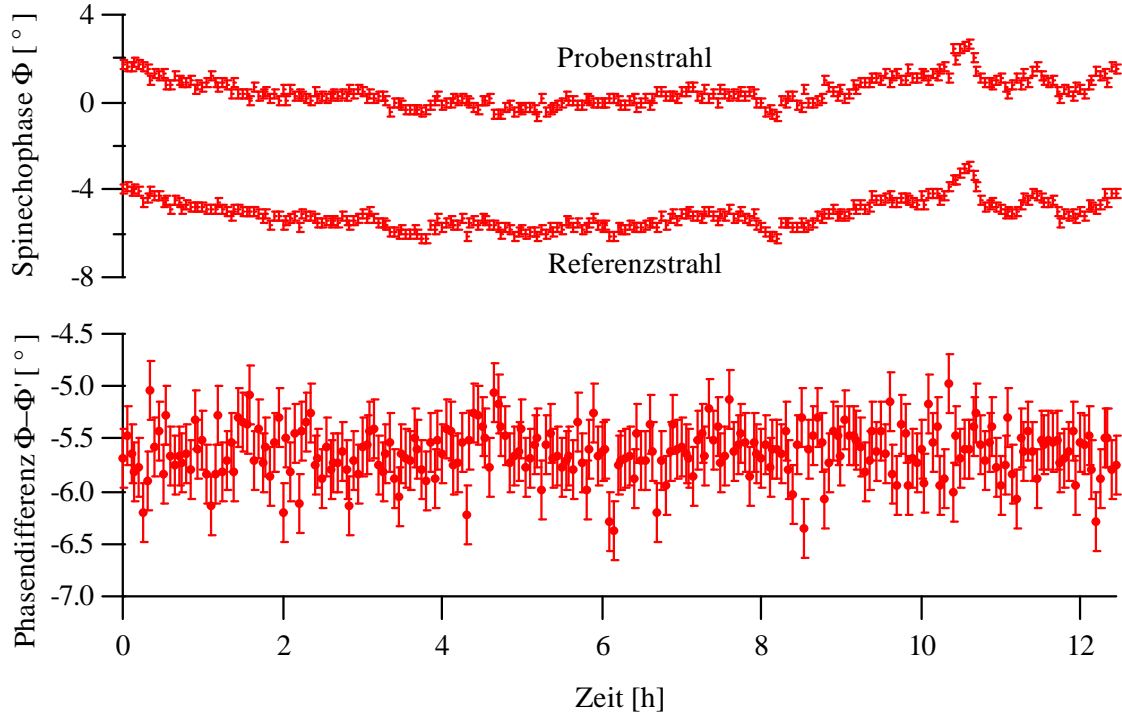


Abbildung 4.4: Zeitliche Entwicklung der Spinecho-Phasen der Teilstrahlen (oben) und der Phasendifferenz zwischen den Strahlen (unten).

Einfluss der spinabhängigen Absorption

Neben der Präzession der Neutronenspins im pseudomagnetischen und magnetischen Dipolfeld der Probe wird die spinabhängige Absorption von Neutronen in der Probe beobachtet. Da der Polarisationsvektor der Neutronen im ersten $\frac{\pi}{2}$ -Flipper in die zur Quantisierungsachse senkrecht stehende x - y -Ebene gedreht wird, können wir den Spinzustand eines einzelnen Neutrons vor Eintritt in die Probe durch die Superposition

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle + e^{i\alpha}|\downarrow\rangle) \quad (4.22)$$

der Eigenzustände $|\uparrow\rangle$ mit der relativen Phase α beschreiben. Die spinabhängige Absorption in der Probe führt zu einer starken Abschwächung im Singulett-Zustand, während die Präzessionsbewegung die relative Phase der Eigenzustände ändert, $\alpha \rightarrow \tilde{\alpha}$. Nach dem Durchgang durch die Probe wird der Zustand des Neutrons demnach beschrieben durch

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-(\sigma_{t,0} - p_K \sigma_{t,p}) \frac{qd}{2}} |\uparrow\rangle + e^{i\tilde{\alpha}} e^{-(\sigma_{t,0} + p_K \sigma_{t,p}) \frac{qd}{2}} |\downarrow\rangle \right). \quad (4.23)$$

Dieser Zustand ist nicht mehr normiert, was einer Abnahme der Strahlintensität entspricht. Durch Berechnung der Erwartungswerte der Spinkomponenten kann man zeigen, dass der Endzustand (4.23) zur Quantisierungsachse geneigt ist, wenn der Ausgangszustand wie in (4.22) präpariert wurde. Da die Absorption unabhängig vom Phasenwinkel α ist, muss diese Neigungsbewegung senkrecht zum Präzessionswinkel φ_{Probe} sein [For73]. Sie hat deshalb keinen Einfluss auf die Phasenverschiebung des Spinechosignals (4.9). Die Absorption führt aber zu einer Herabsetzung des Signalkontrasts, d.h. der Spinechoamplitude. Dieser Effekt ist in Abb. 4.3 deutlich zu erkennen. Man kann zeigen, dass die Amplituden von Proben- und Referenzstrahl durch $p = p' \text{sech}(\sigma_{t,p} p_K qd)$ zusammenhängen.

Einfluss der wellenlängenabhängigen Absorption, Korrekturfaktor F_λ

Wir haben bei der Untersuchung der Absorption langsamer Neutronen gesehen, dass der Absorptionsquerschnitt (2.30) invers proportional zur Neutronengeschwindigkeit ist. Aus diesem Grunde wird das Wellenlängenspektrum f_i der einfallenden Neutronen beim Durchgang durch die Probe schwach deformiert. Für Neutronen, deren Polarisationsvektor \vec{p}_n senkrecht zum Polarisationsvektor \vec{p}_K der Probe steht, ist die Transmission wie im Falle unpolarisierter Neutronen gegeben durch (4.11). Für die folgende Abschätzung der systematischen Korrektur genügt es anzunehmen, dass nur der Singulett-Zustand zur Absorption beiträgt, $x_- = 1$. Dann ist die Transmission gegeben durch

$$T(p_K, \lambda) = \exp(-K_a \lambda \varrho d) \operatorname{acosh}(-K_a \lambda p_K \varrho d).$$

Die wellenlängenabhängige Transmission resultiert in einer Verschiebung der mittleren Wellenlänge der detektierten Neutronen,

$$\bar{\lambda}_f = \frac{\int \lambda f_i(\lambda) T(p_K, \lambda) d\lambda}{\int f_i(\lambda) T(p_K, \lambda) d\lambda}.$$

Da der pseudomagnetische Präzessionswinkel proportional zu $\bar{\lambda}_f(P)$ ist, ist das in (4.14) eingehende Transmissionsverhältnis gegeben durch $R = \frac{T(p_K, \bar{\lambda}_f)}{T(0, \bar{\lambda}_f)}$, während das Transmissionsverhältnis

$$R_{\text{Probe}} = \frac{\int f_i(\lambda) T(p_K, \lambda) d\lambda}{\int f_i(\lambda) T(0, \lambda) d\lambda}$$

gemessen wird. Um diesen Effekt zu kompensieren, definieren wir den Korrekturfaktor

$$F_\lambda = \frac{\operatorname{acosh} R_{\text{Probe}}}{\operatorname{acosh} \left(\frac{T(p_K, \bar{\lambda}_f)}{T(0, \bar{\lambda}_f)} \right)}. \quad (4.24)$$

Mit Ausnahme weniger Messungen bei hoher Absorption, $\sigma_a p_K \varrho d > 1$, ist die Abweichung dieses Korrekturfaktors von 1 viel kleiner als die Unsicherheit der unkorrigierten Ergebnisse. Zahlenwerte für F_λ sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Wellenlängenänderung durch optisches Potential

Wir haben bereits bei der Einführung der Brechzahl für Neutronen gesehen, dass sich die Wellenlänge von Neutronen in einer Probe mit optischem Potential ändert. Diese Wellenlängenänderung beeinflusst natürlich auch die gemessene Phasenverschiebung. Die Verschiebung der Wellenlänge skaliert mit B und λ^3 . Für gasförmige Proben ist der Effekt aufgrund der niedrigen Teilchenzahldichten vernachlässigbar. In kondensiertem ^3He ist die Phasenverschiebung wegen der höheren Dichte jedoch 10^3 mal größer und wurde bereits experimentell beobachtet [Fra00]. Mit ultrakalten Neutronen scheint es wegen der großen Wellenlängen sogar prinzipiell möglich zu sein, diesen Effekt zur Messung der kohärenten Streulänge b'_c mit zur Interferometrie vergleichbaren Genauigkeiten zu nutzen.

Messung des Transmissionsverhältnisses R

Zur Messung des Transmissionsverhältnisses (4.12) wurden die in das Instrument eintretenden Neutronen durch Eisenbleche der Stärke 0.2 mm depolarisiert, die wie in Abb. 4.2 angedeutet zwischen den Polarisator/Analysator und die $\frac{\pi}{2}$ -Mezeispulen in den Strahl gebracht wurden. Das Eisenblech vor dem Analysator ist notwendig, weil die polarisierte Probe als Spinfilter wirkt und den unpolarisierten Neutronenstrahl durch spinabhängige Absorption repolarisiert. Die polarisationszerstörende Wirkung wurde für jedes der eingesetzten Eisenbleche verifiziert.

Die Intensitäten unpolarisierter Neutronen Z_{p_K} und Z'_{p_K} des Proben- und Referenzstrahls wurden zu gegebener Kernspinpolarisation p_K stets gleichzeitig gemessen. Die Dauer der Transmissionsmessungen betrug etwa 15 min. Der experimentelle Wert für das Transmissionsverhältnis

ist gegeben durch

$$R_{\text{Probe}} = \frac{Z_{p_K}/Z'_{p_K}}{Z_0/Z'_0}. \quad (4.25)$$

Die Zählraten Z_{p_K} für verschiedene Werte der Kernspinpolarisation werden zu verschiedenen Zeiten gemessen. Durch die Normierung auf die Referenzstrahlintensität Z'_{p_K} sollte das Verhältnis Z_{p_K}/Z'_{p_K} zu gegebener Kernspinpolarisation zeitunabhängig sein. Die Gültigkeit dieser Annahme wurde durch eine Langzeitmessung des Verhältnisses Z_0/Z'_0 bestätigt: Während die Strahlintensität im Bereich eines Prozentpunktes variierte, wurden keine Schwankungen des Intensitätsverhältnisses im Rahmen unserer Fehlergrenzen registriert. Ein weiteres Experiment bestätigte, dass das Intensitätsverhältnis trotz des wiederkehrenden Aus- und Einbaus der Eisenbleche konstant blieb. Schließlich wurde verifiziert, dass Absorptionsprozesse im Eisenblech das Geschwindigkeitsspektrum des Neutronenstrahls nicht signifikant verändern. Eine wellenlängenabhängige Absorption im Eisen würde zu einer Verschiebung der mittleren Wellenlänge führen, wie wir im vorangegangenen Abschnitt diskutiert haben. Dazu wurde die Probe aus der zweiten Präzessionsspule ausgebaut und die Spinechosignale beider Teilstrahlen mit und ohne Eisenbleche gemessen. Für diesen Test wurden beide Eisenbleche vor dem Polarisator in den Strahl gebracht. Fits auf die Signale ergaben, dass die Verschiebung der mittleren Wellenlänge $\bar{\lambda}$ durch das Eisen weniger als 10^{-3} beträgt. Die Korrektur dieses Effektes bei der Bestimmung von b'_i ist vernachlässigbar.

Totzeitkorrektur

Die Lage des Spinechopunktes und damit auch die Phasenverschiebung φ_{Probe} hängen nur sehr schwach von der Totzeit des Neutronendetektors ab. Das Transmissionsverhältnis R_{Probe} hingegen kann durch eine nichtlineare Antwortfunktion der Detektoren verfälscht werden. Als Antwortfunktion bezeichnet man die vom Detektor nachgewiesene Zählrate $Z(\zeta)$ als Funktion der tatsächlich einfallenden Neutronenintensität ζ . In einem einfachen Modell, nach dem ein Detektor im Anschluss an den Nachweis eines Teilchens für eine Zeitdauer τ insensitiv für den Nachweis weiterer Ereignisse ist, gilt

$$Z = \zeta(1 - Z\tau). \quad (4.26)$$

τ wird als Totzeit bezeichnet. Um die Abhängigkeit der Zählraten des Detektors von der einfallenden Neutronenintensität zu charakterisieren, wurde zunächst ein Stapel von n identischen Plexiglasscheiben als Strahlabschwächer vor der Doppellochblende in den Neutronenstrahl gebracht. Durch die Messung der Zählraten mit $n, n-1, \dots, 0$ Plexiglasscheiben wurde eine Detektortotzeit $\tau = 2.0(5) \mu\text{s}$ abgeschätzt. Das Modell kann erweitert werden, wenn man erlaubt, dass die Antwortfunktion eines Teilbereichs des ortsauflösenden Detektors zusätzlich von der Intensität abhängt, die auf den anderen Teilbereich trifft. Das ist z.B. dann der Fall, wenn von beiden Detektorbereichen genutzte Teile der Ausleselektronik die Totzeit wesentlich mitbestimmen. In diesem Fall kann das Modell (4.26) gemäß

$$Z = \zeta(1 - (Z + cZ')\tau) \quad Z' = \zeta'(1 - (Z' + cZ)\tau)$$

erweitert werden. Für $c = 0$ sind die Teilbereiche ungekoppelt, d.h. die Totzeit ist durch Effekte in den individuellen Detektorpixeln bzw. -teilbereichen bestimmt. Im anderen Extremfall, $c = 1$, ist die Totzeit ausschließlich durch Detektorbaugruppen gegeben, die von beiden Teilbereichen gemeinsam genutzt werden. Man spricht in diesem Fall von maximaler Kopplung der Teilbereiche. Um die Kopplung der Detektorpixel zu quantifizieren, in denen Proben- und Referenzstrahl nachgewiesen werden, wurde die Änderung der Zählrate eines Teilbereichs beim vollständigen Abdecken des anderen Teilbereichs durch einen Cd-Absorber gemessen. Aus diesen Messungen wurde $c\tau = 2.1(7) \mu\text{s}$ bestimmt, was mit $c = 1$, d.h. maximaler Teilbereichskopplung kompatibel ist. Bei maximaler Kopplung gilt $Z/Z' = \zeta/\zeta'$, d.h. das Verhältnis der Zählraten ist gleich dem Verhältnis der auf die Teilbereiche treffenden Intensitäten. Aus diesem Grunde muss der gemessene Wert von R_{Probe} nicht auf Totzeiteffekte korrigiert werden. Die Unsicherheiten bei der Bestimmung von τ und $c\tau$ schlagen sich jedoch in der Unsicherheit δR_{Probe} nieder und liefern so einen Fehlerbeitrag bei der Berechnung von b'_i . Konservative Abschätzungen der Fehlerbeiträge $\left(\frac{\delta b'_i}{b'_i}\right)_\tau$ sind in

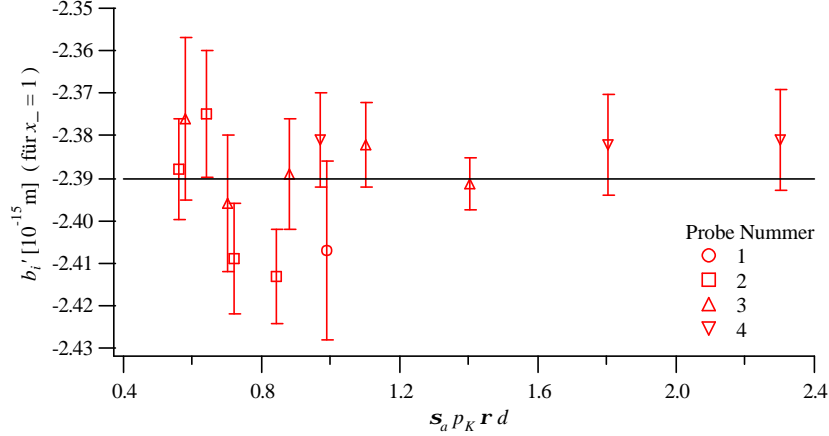


Abbildung 4.5: Darstellung der Messwerte aus Tab. 4.1. Die Kernspinpolarisation der Proben 2–4 wurde schrittweise verringert, um mögliche systematische Effekte aufzudecken. Es ist keine Abhängigkeit der Einzelmessergebnisse von den gewählten Experimentierbedingungen erkennbar. Die vertikale Linie zeigt den gewichteten Mittelwert $b'_i = -2.3902(42)$ der Einzelmessungen.

Tab. 4.1 zusammengefasst. Die Zählraten während der Messungen mit den Proben Nr. 1 und 2 betragen zwischen 1300 und 2200 s^{-1} in beiden Teilstrahlen. Bei den Messungen an den Proben Nr. 3 und 4 wurden die Zählraten durch einen zusätzlichen Strahlabschwächer auf weniger als 900 s^{-1} reduziert. In allen Fällen können die Fehlerbeiträge $\left(\frac{\delta b'_i}{b'_i}\right)_\tau$ ohne weiteres vernachlässigt werden.

4.5 Datenanalyse

Die experimentellen Werte für den Realteil der inkohärenten Streulänge werden gemäß

$$b'_i = \frac{1 - 4x_-}{\sqrt{3}} \frac{K_a}{2} \frac{\varphi_{\text{Probe}}}{\text{acosh} R_{\text{Probe}}} F_\mu F_\lambda \quad (4.27)$$

aus den Messgrößen φ_{Probe} , R_{Probe} bestimmt. Um die statistische Genauigkeit zu erhöhen, wurden jeweils vier Spinechomessungen von je 20 min Dauer hintereinander ausgeführt. Unmittelbar vor und nach diesen Spinechomessungen wurde in etwa 15-minütigen Intensitätsmessungen das Transmissionsverhältnis bestimmt. Aus diesen Transmissionsverhältnissen wurden die zu den einzelnen Spinechosignalen gehörenden Werte R_{Probe} durch Interpolation gewonnen.

Der Messwert von b'_i sollte von den Größen $\bar{\lambda}$, p_K und $\varrho \times d$ unabhängig sein. Um auszuschließen, dass die verwendete Methode systematischen Abweichungen unterworfen ist, wurden die Präzessionswinkel φ_{Probe} unter Variation dieser Parameter gemessen. Dazu wurde für jede Probenzelle ein anderer Fülldruck zwischen 260 mbar und 650 mbar gewählt. Die Fülldrücke der Proben 2 und 3 unterschieden sich nur wenig, um auf den Effekt einer Wellenlängenänderung empfindlich zu sein. Während der Messungen an Probe 3 wurde durch Verlangsamung der Rotationsgeschwindigkeit des Geschwindigkeitsselektors von 3980 U min^{-1} auf 2250 U min^{-1} die mittlere Neutronenwellenlänge von 9.4 \AA auf 16.2 \AA erhöht. Mit Ausnahme der ersten Probe wurde die Kernspinpolarisation jeder Gasfüllung nach jeder zweiten Transmissionsmessung durch kurzzeitiges Anlegen eines starken Magnetfeldgradienten schrittweise reduziert [Sch65]. Dieselbe Methode wurde zur abschließenden Depolarisation der Probe verwendet.

Die nach (4.27) berechneten Werte für b'_i sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Um die Fehlereinflüsse zu trennen, die sich unmittelbar aus dieser Messung bzw. aus der Unsicherheit von Messgrößen anderer Experimente ergeben, wurden die in der Tabelle angegebenen Werte von b'_i zunächst für $x_- = 1$ und K_a aus (2.56) berechnet. Die angegebenen Unsicherheiten stammen ausschließlich aus der Zählstatistik von $\Delta\Phi(p_K)$ und Z_{p_K}/Z'_{p_K} . Die Fehlerbeiträge durch $\Delta\Phi(0)$ und

Z_0/Z'_0 sind nicht berücksichtigt, weil die einzelnen Messungen der Präzessionwinkel an derselben Probe nicht statistisch unabhängig sind. Die Berücksichtigung dieser Beiträge vergrößert die angegebenen Unsicherheiten aber nur um etwa 20%. Die graphische Darstellung der Daten aus Tabelle 4.1 in Abbildung 4.5 zeigt keine systematischen Effekte der Messwerte aufgrund der Variation der Parameter p , p_K und $\bar{\lambda}$. Man beachte, dass selbst die Messung bei einer Kernspinpolarisation von nur 12% noch ein Resultat mit einer Unsicherheit von 1% ergibt. Nach Bildung der gewichteten Mittelwerte der Einzelmessungen an jeder Probe kann der zusätzliche Fehler durch die Zählstatistik von $\Delta\Phi(0)$ und Z_0/Z'_0 berücksichtigt werden. Die so berechneten Mittelwerte für jede Probe und der gewichtete Mittelwert aller Proben sind in Tab. 4.2 zusammengefasst. Die Unsicherheit des Mittelwerts aller Proben enthält alle Fehlerbeiträge aus der Neutronenzählstatistik. Die Unsicherheiten in x_- und k_a sind hingegen noch nicht berücksichtigt. Es ist deshalb zweckmäßig, dieses Ergebnis zunächst unabhängig von der Genauigkeit dieser Größen zu formulieren:

$$b'_i = -0.2698(4) \times (1 - 4x_-)K_a. \quad (4.28)$$

Die erreichte experimentelle Genauigkeit unserer Messung liegt demnach bei 0.17%. Zukünftige Fortschritte bei der Bestimmung von x_- und K_a fließen über Gleichung (4.28) unmittelbar in die Kenntnis der inkohärenten Streulänge mit ein. Durch Einsetzen des derzeit gültigen Werts für die wellenlängenabhängige Absorption , (2.56), erhalten wir

$$b'_i = -2.3902(58) \text{ fm}, \quad (4.29)$$

wenn Absorption im Triplett-Zustand vernachlässigt werden kann. Die Ergebnisse der Untersuchungen von Passell und Schermer [Pas66] sowie Borzakov *et al.* [Bor82] lassen sich zu

$$x_- = 0.9991(95)$$

zusammenfassen. Wir interpretieren diese Werte als Mittelwert und Standardabweichung einer Normalverteilung und setzen die Verteilungsfunktion für $x_- > 1$ gleich Null, da definitionsgemäß $x_- \leq 1$, vgl. (2.57). Gemäß dieser Verteilungsfunktion liegt die inkohärente Streulänge in dem 68%-Konfidenzintervall

$$-2.396 \text{ fm} \leq b'_i \leq -2.351 \text{ fm}. \quad (4.30)$$

Zur späteren Verwendung dieses Ergebnisses ist es wünschenswert, den Wert mit Standardabweichung anzugeben. Nulltes und erstes Moment der beschnittenen Verteilungsfunktion von x_- sind gegeben durch

$$x_- = 0.992(6).$$

Wird diese Verteilung als normalverteilt betrachtet, kann unser Resultat angegeben werden als

$$b'_i = -2.365(20) \text{ fm}. \quad (4.31)$$

Probe Nr.	$\bar{\lambda}$ [Å]	p [bar]	φ^* [°]	κ	b'_i [fm] [†]	F_λ	$\left(\frac{\delta b'_i}{b'_i}\right)_\tau$
1	9.4	0.26	-53.5	0.99	-2.407(21)	0.9996	0.0021
			-45.3	0.84	-2.413(11)	1.0002	0.0020
2	9.4	0.35	-38.9	0.72	-2.409(13)	1.0006	0.0018
			-33.8	0.64	-2.375(15)	1.0009	0.0016
			-29.6	0.56	-2.388(12)	1.0012	0.0016
3	16.2	0.37	-75.2	1.4	-2.3914(63)	0.9981	0.00036
			-59.1	1.1	-2.382(10)	0.9992	0.00029
			-47.3	0.88	-2.389(13)	1.0001	0.00024
			-37.6	0.70	-2.396(16)	1.0007	0.00024
			-31.1	0.58	-2.376(19)	1.0011	0.00023
4	9.4	0.65	-122.	2.3	-2.381(12)	0.9955	0.00037
			-97.3	1.8	-2.382(12)	0.9968	0.00026
			-51.7	0.97	-2.381(11)	0.9997	0.00014

[†] für $x_- = 1$

Tabelle 4.1: *Experimentierbedingungen und Resultate der dreizehn durchgeführten Messungen. Die Werte der inkohärenten Streulänge b'_i wurden zunächst unter der Annahme $x_- = 1$ und nur unter Berücksichtigung der Fehlerbeiträge durch die Zählstatistik von $\Delta\Phi(p_K)$ und Z_{p_K}/Z'_{p_K} berechnet. $\bar{\lambda}$ ist die mittlere Neutronenwellenlänge, p der ^3He -Fülldruck der Zellen, φ^* der pseudomagnetische Präzessionswinkel, $\kappa = \text{acosh}R_{\text{Probe}} = \sigma_a p_K q d$ der Absorptionsexponent. F_λ ist der Korrekturfaktor für die Verschiebung der mittleren Neutronengeschwindigkeit durch wellenlängenabhängige Absorption, $\left(\frac{\delta b'_i}{b'_i}\right)_\tau$ eine konservative Abschätzung des Fehlerbeitrags durch die Totzeit des ortsauflösenden Detektors.*

Probe Nr.	b'_i [fm] [†]
1	-2.4075(207)
2	-2.3987(79)
3	-2.3886(66)
4	-2.3811(81)
gewichtetes Mittel	-2.3902(42)

[†] für $x_- = 1$

Tabelle 4.2: *Statistisch unabhängige Mittelwerte der Einzelmessungen. Die Unsicherheiten schließen die Fehlerbeiträge durch $\Delta\Phi(0)$ und Z_0/Z'_0 ein. Die statistische Genauigkeit des gewichteten Mittelwertes von b'_i ist 0.17%. Die Fehlerbeiträge durch die Unsicherheiten von x_- und K_a sind noch nicht berücksichtigt.*

Kapitel 5

Zusammenfassung

Durch die Anwendung zweier sehr unterschiedlicher experimenteller Konzepte wurden Präzisionsmessungen der Realteile der kohärenten und inkohärenten Neutronenstreuungslänge des ^3He durchgeführt. Während sich die Methode der Neutroneninterferometrie seit Ende der 1970er Jahre als Standardverfahren zur Messung von spinunabhängigen Streulängen etabliert hat, handelt es sich bei der Messung des pseudomagnetischen Präzessionswinkels am Spinecho-Spektrometer um ein neues experimentelles Verfahren.

Resultat

Die beschriebenen Experimente liefern verbesserte Werte für die Realteile der Neutronenstreuungslänge von ^3He . Wir erhalten für die gebundenen bzw. freien kohärenten und inkohärenten Streulängen

$$\begin{aligned} b'_c &= 6.000(9) \text{ fm} & b'_i &= -2.365(20) \text{ fm} \\ a'_c &= 4.496(7) \text{ fm} & a'_i &= -1.772(15) \text{ fm}. \end{aligned}$$

Die Kombination dieser Resultate gemäß Gleichung (2.39) liefert verbesserte Werte der für die nukleare Wenigkörper-Theorie wichtigen Singulett- und Triplett-Streulängen

$$\begin{aligned} b'_- &= 10.096(36) \text{ fm} & b'_+ &= 4.635(15) \text{ fm} \\ a'_- &= 7.565(27) \text{ fm} & a'_+ &= 3.473(11) \text{ fm}. \end{aligned}$$

Wir erhalten daraus nach Gleichung (2.37) neue Werte für die kohärenten und inkohärenten Anteile des gebundenen Streuquerschnitts,

$$\sigma_c^{\text{bound}} = 4.80(1) \text{ b} \qquad \sigma_i^{\text{bound}} = 1.53(1) \text{ b},$$

für das den dynamischen Strukturfaktor (1.1) bestimmende Verhältnis

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_c} = 0.319(3)$$

und nach Gleichung (2.32) für den gebundenen bzw. nach Gleichung (2.26) für den freien totalen Streuquerschnitt

$$\sigma_s^{\text{bound}} = 6.33(2) \text{ b} \qquad \sigma_s^{\text{free}} = 3.56(1) \text{ b}.$$

Üblicherweise stellt man die Realteile der Streulängen des Systems $n\text{-}^3\text{He}$ in einem $a'_- - a'_+$ -Plot dar. Da die kohärenten und inkohärenten Streulängen sowie der Streuquerschnitt Funktionen der Singulett- und Triplett-Streulänge sind, parametrisieren die Werte von a'_c , a'_i und σ_s Kurven in der $a'_- - a'_+$ -Ebene. In Abb. 5.1 repräsentieren wir die 68%-Konfidenzintervalle der Messwerte durch zwei parallel verlaufende Kurven.

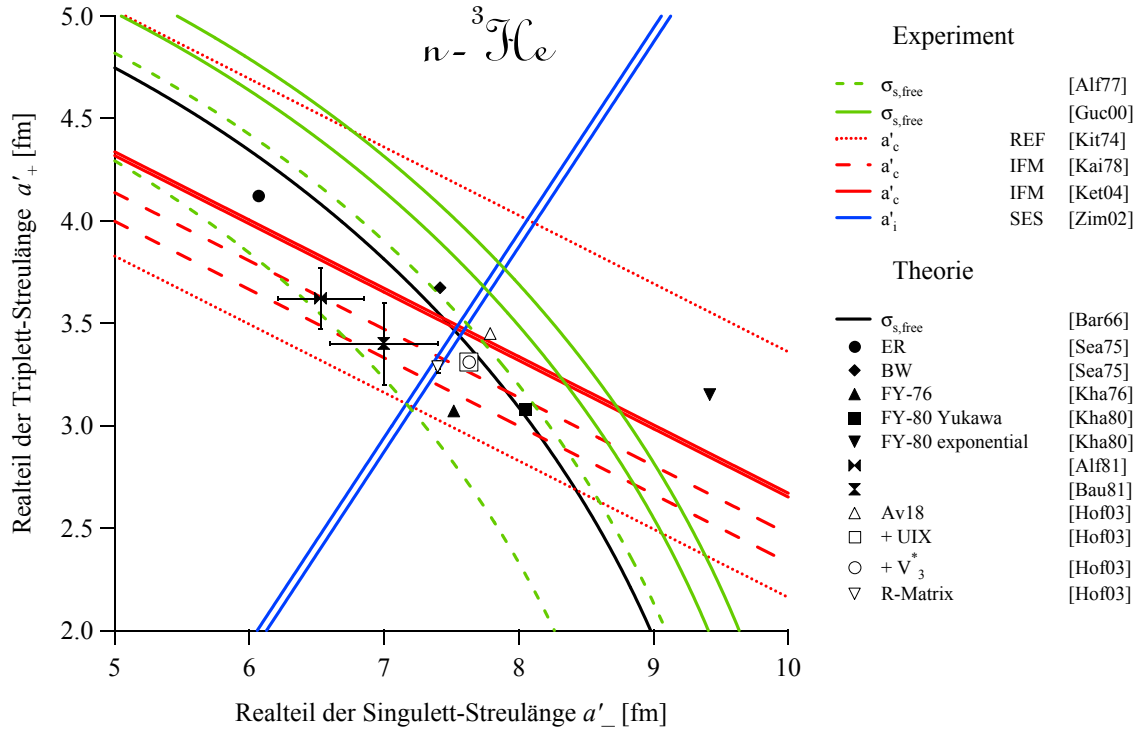


Abbildung 5.1: Darstellung der Messwerte und theoretischer Vorhersagen in der a'_- - a'_+ -Ebene. Zwei parallel verlaufende Kurven stellen das 68%-Konfidenzband eines Messwertes dar. Die durchgezogenen Kurven für die Realteile der kohärenten und inkohärenten Streulängen sind das Ergebnis der vorliegenden Arbeit. Die Schnittmenge dieser Kurven liefert präzise neue Werte für die Singulett- und Triplet-Streulängen a'_\pm des n - ${}^3\text{He}$ -Systems.

Anmerkungen zum Resultat

Die vorliegenden Resultate verbessern die Genauigkeit der Singulett- und Tripletstrelänge um mehr als eine Größenordnung. Die auf der Attraktivität des Singulett-Potentials mit Existenz eines Bindungszustands sowie einem repulsiven Triplet-Potential basierende Vermutung $a'_+ < a'_-$ hat mit der ersten Messung des Realteils der inkohärenten Streulänge ihre experimentelle Bestätigung erhalten. Während die Werte für b'_i , σ_i im Rahmen der Fehler mit den bisherigen Angaben in [Sea92] übereinstimmen, wurde für die kohärenten Größen b'_c , σ_c eine 4σ -Abweichung zum Literaturwert [Kai79] gemessen. Das für die Interpretation von inelastischen n - ${}^3\text{He}$ -Streudaten wichtige Verhältnis des inkohärenten und kohärenten Streuquerschnitts ist aber mit dem von Sköld *et al.* bestimmten Messwert [Skö76] verträglich. Der aus unseren Messwerten abgeleitete totale freie Streuquerschnitt liegt ebenfalls im 1σ -Intervall der Messung von Alfimenkov *et al.* [Alf77]. Die Abweichung des von Guckelsberger *et al.* gefundenen Werts für den Streuquerschnitt [Guc00] ist kleiner geworden, besteht aber nach wie vor. Die Messwerte liegen nahe bei den jüngsten Voraussagen von Hofmann und Hale [Hof03], die auf mikroskopischen Berechnungen der n - ${}^3\text{He}$ -Streuung mit zugrunde liegendem Argonne v_{18} Nukleon-Nukleon-Potential mit und ohne Integration der Drei-Nukleon-Potentiale Urbana IX und V_3^* beruhen. Von diesen Modellen reproduziert das Potential $Av_{18} + \text{UIX}$ die experimentell bestimmten Werte der Bindungsenergie, der Schwellenenergie für Neutronenseparation sowie der Imaginärteile a''_\pm am Besten. Die Diskrepanz zu den Faddeev-Yacubovsky-Berechnungen in [Kha76] und [Kha80] verschwindet möglicherweise durch Berücksichtigung von Dreikörperkräften und der Coulomb-Wechselwirkung der Nukleonen.

Messung der kohärenten Streulänge

Der gegenwärtig gültige Wert des Realteils der kohärenten Streulänge wurde ebenfalls durch Neutroneninterferometrie gemessen, wobei eine relative Genauigkeit von 1.2% erreicht wurde. Die in der hier beschriebenen Messung erreichte Genauigkeit von 2‰ erfordert einige Anmerkungen. Für den detektierbaren Phasenschub ist bei vergleichbarer Wellenlänge die Teilchenzahlbelegung ρ_s entscheidend. Während die 1 cm dicke Gaszelle von Kaiser mit ^3He -Drücken von bis zu 30 bar beaufschlagt wurde, genügen bei einer 3.8 cm dicken Zelle Drücke von 7.9 bar, um dieselbe Teilchenzahl in den Neutronenstrahl zu bringen. Tatsächlich wurde in unserem Experiment ein maximaler Druck von 7.5 bar gewählt, wodurch sich gegenüber Messungen bei hohem Druck zwei Vorteile ergeben: Einerseits konnten schwierige Korrekturen der Zelle geometrie weitgehend vernachlässigt werden. Darüber hinaus kann die Abdichtung der Zelle leicht durch O-Ringe realisiert werden, was den Aufbau der Küvette mit separat gefertigten Neutronenfenstern ermöglicht. Durch die getrennte Fertigung können hohe optische Oberflächengüten und eine Parallelität von ausgezeichneter Qualität erzielt werden, was für hohe Interferenzamplituden unerlässlich ist.

Die Unsicherheit der Einzelmessungen von Teilchendichte, Probendicke und Wellenlänge ließe sich im Prinzip durch Transmissionsmessungen verringern. Den Hauptfehlerbeitrag liefert jedoch die Phasenunsicherheit. Durch den Einsatz eines Phasenschiebers wurden in unserem Experiment mehrere Interferenzringe bei konstanter Probendichte gemessen. Hierdurch werden kurzzeitige Phasendrifts weitgehend unterdrückt. Gleichzeitig erreicht man so eine hohe Zählstatistik. Insgesamt wurden in den hier beschriebenen Messungen über 2×10^8 interferenzfähige Neutronen nachgewiesen.

Durch einen alternierenden Messablauf, der Referenzmessungen der intrinsischen Phase der Apparatur mit Messungen an der Probe abwechselt, werden Langzeitdrifts der Phase in hohem Maße kompensiert. Ständiges Umkehren der Reihenfolge, in der diese Referenz- und Probenmessungen für jede Phasenschieberposition durchgeführt werden, reduziert systematische Fehlerbeiträge auf ein nicht mehr detektierbares Niveau.

Messung der inkohärenten Streulänge

Die bisherige Genauigkeit des Realteils der inkohärenten Streulänge von nur 24% wurde auf 8×10^{-3} reduziert. Die erreichte experimentelle Genauigkeit liegt einen weiteren Faktor 4–5 darunter. Mit den in diesem Experiment gewonnenen Spinechodaten lässt sich die relative Unsicherheit von b'_i auf 1.7×10^{-3} reduzieren, falls die Unsicherheit des relativen Beitrags x_- der Neutronenabsorption im Triplett-Zustand in zukünftigen polarisierten Transmissionsexperimenten reduziert werden kann. Während die Bestimmung des Proportionalitätsfaktors zwischen der Streulänge und der gemessenen Phasenverschiebung im Falle der unpolarisierten Interferometrie ohne Weiteres durch die individuelle Messung der Wellenlänge sowie der Probenlänge und -dichte möglich ist, gestaltet sich die Messung der Kernspinpolarisation der Probe mit einer Genauigkeit von 10^{-2} sehr schwierig. Eine der tragenden Ideen des Spinecho-Experiments ist deshalb die Vermeidung schwieriger Kalibrationen durch Transmissionsmessungen mit unpolarisierten Neutronen. Darüber hinaus wurden Phasendrifts durch simultane Messungen an einem Referenzstrahl kompensiert, wodurch eine exzellente relative Stabilität erreicht wurde.

Abschließende Bemerkungen

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die erste unmittelbare Messung von b'_i durchgeführt. Der vor dieser Arbeit gültige Wert für diese Größe wurde aus der kohärenten Streulänge und dem Streuquerschnitt deduziert. Da der Streuquerschnitt wegen der dominanten Absorption selbst eine schwierig zu messende Größe ist, war die inkohärente Streulänge bislang nur mit sehr großer Unsicherheit bekannt. Die Verbesserung der Genauigkeit um den Faktor 30 ist offensichtlich ein wichtiges Ergebnis für die nukleare Vierkörpertheorie, wie die erste Veröffentlichung [Hof03] zeigt. Durch die Messung von b'_i auf dem Niveau von 10^{-3} ist es nun erstmals möglich, experimentelle Werte für Multiplett-Streulängen des n- ^3He -Systems mit einer Genauigkeit von wenigen Promille anzugeben. Hiervon ist eine weitere Stimulation der Theorie zu erwarten.

Die Aktualität und Wichtigkeit der Thematik wird durch die parallel am NIST unternommenen Versuche, die kohärente Streulänge durch Neutroneninterferometrie zu messen, weiter betont. Auch in dem dortigen Experiment deutet sich eine Abweichung vom Literaturwert hin zu einem größeren Wert an, wenngleich uns bislang keine quantitativen Ergebnisse vorliegen. Die amerikanischen Resultate werden sowohl von Theoretikern als auch von uns mit großer Spannung erwartet.

Die vorliegende Arbeit liefert aber nicht nur genauere Werte für die Streulängen. Vielmehr hofft der Autor, dass sich die in die polarisierte Interferometrie investierte Mühe eines Tages amortisieren wird. Es wäre schön, wenn die in dieser Dissertation zusammengetragenen Erfahrungen hierzu einen Beitrag leisten könnten. Durch die Wiederholung der spinabhängigen Messung am Neutroneninterferometer sowie der spinunabhängigen Messung mit ultrakalten Neutronen am Spinecho-Spektrometer könnten so beide Werte durch komplementäre Verfahren überprüft werden.

Die Wesenszüge der Physik, ihre Ästhetik, die sich beispielsweise im Spinechoexperiment durch die Anwendbarkeit klassischer elektrodynamischer Konzepte auf die Beschreibung der starken Wechselwirkung äußert, sind mir während der vergangenen vier Jahre dank der interessanten Aufgabenstellung stets gegenwärtig gewesen. Die Faszination, die die Interferometrie mit Neutronen auf mich ausübt, wurzelt in der didaktischen Übersichtlichkeit, mit der sie die Wellennatur von Materie unmittelbar greifbar macht. Sie ist ein „Labor der Quantenmechanik.“ [Rau94]

Literaturverzeichnis

- [Abr72] A. ABRAGAM, G. L. BACCHELLA, H. GLÄTTLI, P. MÉRIEL, J. PIESVAUX, und M. PINOT. Résonance nucléaire «pseudo-magnétique» du neutron induite par champ nucléaire de radiofréquence. *C. R. Acad. Sc. Paris*, **274**: 423–426, Feb. 1972. [4.1](#)
- [Abr73a] A. ABRAGAM, G. L. BACCHELLA, H. GLÄTTLI, P. MÉRIEL, J. PIESVAUX, M. PINOT, und P. ROUBEAU. Polarized Neutrons and Nuclei: Nuclear Pseudomagnetism. In V. HOVI, Hrsg., *Magnetic resonance and related phenomena: proceedings of the 17th Congress Ampere, Turku, Finland, August 1972*, Seiten 1–10. North-Holland, 1973. [4.1](#)
- [Abr73b] A. ABRAGAM, G. L. BACCHELLA, H. GLÄTTLI, P. MÉRIEL, M. PINOT, und J. PIESVAUX. Pseudo Magnetic Moments of ^1H and ^{51}V Measured by a New Method. *Phys. Rev. Lett.*, **31**(12): 776–778, Sept. 1973. [4.1](#)
- [Abr82] A. ABRAGAM und M. GOLDMAN. *Nuclear magnetism: order and disorder*. Oxford Science Publications, Oxford, 1982. [4.1](#), [4.2](#)
- [Abr99] A. ABRAGAM. *The Principles of Nuclear Magnetism*. Oxford University Press, Oxford, 1999. [3.3](#)
- [Alf77] V. P. ALFIMENKOV, G. G. AKOPYAN, J. WIERZBICKI, A. M. GOVOROV, L. B. PIKEL'NER, und É. I. SHARAPOV. Neutron Scattering Lengths for ^3He . *Sov. J. Nucl. Phys.*, **25**(6): 607–609, Juni 1977. urspr. veröff. in *Yad. Fiz.*, **25**: 1145–1149, Jun. 1977. [1.2](#), [1](#), [5](#)
- [Alf80] V. P. ALFIMENKOV, S. B. BORZAKOV, G. G. BUNATYAN, J. WIERZBICKI, L. B. PIKEL'NER, und É. I. SHARAPOV. Radiative Capture of Thermal Neutrons by ^3He . *Sov. J. Nucl. Phys.*, **31**(1): 10–14, Jan. 1980. urspr. veröff. in *Yad. Fiz.*, **31**: 21–28, Jan. 1980. [2.3](#)
- [Alf81] V. P. ALFIMENKOV, S. B. BORZAKOV, V. V. TKHUAN, A. M. GOVOROV, L. LASON, L. B. PIKEL'NER, und É. I. SHARAPOV. Interaction of intermediate-energy neutrons with ^3He . *Sov. J. Nucl. Phys.*, **33**(4): 467–471, Apr. 1981. urspr. veröff. in *Yad. Fiz.*, **33**: 891–899, Apr. 1981.
- [Alt75] E. O. ALT und B. L. G. BAKKER. Test of a Separable Approximation to a Local Soft-Core Potential in the Three-Body System. *Z. Phys. A*, **273**: 37–42, 1975. [1](#)
- [AN64] J. ALS-NIELSEN und O. DIETRICH. Slow Neutron Cross Sections for ^3He , B, and Au. *Phys. Rev.*, **133**(4B): 925–929, Feb. 1964. [1](#), [1.2](#), [2.2](#), [2.2](#), [2.2](#), [2.3](#), [3.4](#)
- [Arm67] B. H. ARMSTRONG. Spectrum Line Profiles: The Voigt Function. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **7**: 61–88, 1967. [3.2](#)
- [Ash76] N. W. ASHCROFT und N. D. MERMIN. *Solid State Physics*. Saunders College Publishing, Fort Worth, 1976. [3.2](#)

- [Aud93] G. AUDI und A. H. WAPSTRA. The 1993 atomic mass evaluation. *Nucl. Phys. A*, **565**: 1–65, 1993. [2.1](#)
- [Bad79] G. BADUREK, H. RAUCH, A. WILFING, U. BONSE, und W. GRAEFF. A Perfect-Crystal Neutron Polarizer as an Application of Magnetic Prism Refraction. *J. Appl. Cryst.*, **12**: 186–191, 1979. [3.1](#)
- [Bad00] G. BADUREK, R. J. BUCHELT, G. KROUPA, M. BARON, und M. VILLA. Permanent magnetic field-prism polarizer for perfect crystal neutron interferometers. *Physica B*, **283**: 389–392, 2000. [3.1](#)
- [Bar65] V. G. BARYSHEVSKIĬ und M. I. PODGORETSKIĬ. Nuclear Precession of Neutrons. *Sov. Phys. JETP*, **20**(3): 704–706, März 1965. [4.1](#)
- [Bar67] I. Y. BARIT und V. A. SERGEEV. Charge-Invariant Analysis of Nucleon Scattering Experiments on $A = 3$ Nuclei. *Sov. J. Nucl. Phys.*, **4**(4): 507–512, 1967. urspr. veröff. in *Yad. Fiz.*, **4**: 712–719, Okt. 1966.
- [Bat59] M. E. BATTAT, R. O. BONDELID, J. H. COON, L. CRANBERG, R. B. DAY, F. EDESKUTY, A. H. FRENTROP, R. L. HENKEL, R. L. MILLS, R. A. NOBLES, J. E. PERRY, D. D. PHILLIPS, T. R. ROBERTS, und S. G. SYDORIAK. Total Neutron Cross Sections of the Hydrogen and Helium Isotopes. *Nucl. Phys.*, **12**: 291–297, 1959.
- [Bau74] W. BAUSPIESS, U. BONSE, H. RAUCH, und W. TREIMER. Test Measurements with a Perfect Crystal Neutron Interferometer. *Z. Phys.*, **271**: 177–182, Aug. 1974. [3.1](#)
- [Bau81] M. BAUMGARTNER, H. P. GUBLER, M. HELLER, G. R. PLATTNER, W. ROSER, und I. SICK. The α^* and the Neutron Scattering Lengths of ^3He . *Nucl. Phys. A*, **368**: 189–200, Sept. 1981.
- [Bay90] G. BAYM. *Lectures on Quantum Mechanics*. Addison Wesley, Reading, MA, 1990. S. 197–201. [2.1](#)
- [Bec94] J. BECKER, W. HEIL, B. KRUG, M. LEDUC, M. MEYERHOFF, P. J. NACHER, E. W. OTTEN, T. PROKSCHA, L. D. SCHEARER, und R. SURKAU. Study of mechanical compression of spin-polarized ^3He gas. *Nucl. Inst. Meth. A*, **346**: 45–51, 1994. [4.4](#)
- [Bec03] A. v. BECKERATH. Abnahmeprüfzeugnis Nr.2003/T/1112 nach EN 10204-3.1.B. Unveröffentlicht, März 2003. [3.3](#), [3.2](#)
- [Bei97] W. BEITZ und K.-H. GROTE, Hrsg. *Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer, Berlin, Heidelberg, 1997. [3.3](#)
- [Ber94] L. I. BERGER und B. R. PAMPLIN. Properties of Semiconductors. In D. R. LIDE, Hrsg., *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press, Boca Raton, 74. Auflage, 1993–1994. [2.1](#), [3.2](#), [3.4](#)
- [Bin70] K. BINDER. Total Coherent Cross Section for the Scattering of Neutrons from Crystals. *Phys. Status Solidi*, **41**: 767–779, 1970. [2.3](#)
- [Bol73] L. M. BOLLINGER, J. R. SPECHT, und G. E. THOMAS. Radiative Capture of Thermal Neutrons in ^3He . *Bull. Am. Phys. Soc.*, **18**: 591, 1973. [2.3](#)
- [Bor82] S. B. BORZAKOV, H. MALECKI, L. B. PIKEL'NER, M. STAMPINSKI, und É. I. SHARAPOV. Features of the departure from the $1/v$ law of the cross section for the reaction $^3\text{He}(n, p)\text{T}$. Excited level of the ^4He nucleus. *Sov. J. Nucl. Phys.*, **35**(3): 307–312, März 1982. urspr. veröff. in *Yad. Fiz.*, **35**: 532–541, Mär. 1982. [2.2](#), [4.5](#)
- [Bra13a] W. H. BRAGG und W. L. BRAGG. The Reflection of X-Rays by Crystals. *Proc. Roy. Soc. A*, **88**: 428–438, 1913. [3.2](#)

- [Bra13b] W. L. BRAGG. The Diffraction of Short Electromagnetic Waves by a Crystal. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **17**: 43–57, 1913. [3.2](#)
- [Bre74] W. H. BREUNLICH, S. TAGESEN, W. BERTL, und A. CHALUPKA. Neutron-Neutron Final-State Interaction in the Reaction ${}^2\text{H}(n,2n)\text{p}$ and the ${}^1\text{S}_0$ Scattering Length. *Nucl. Phys. A*, **221**: 269–284, 1974. [2.3](#)
- [Chr84] C. CHRISTIANSEN. Untersuchungen über die optischen Eigenschaften von fein vertheilten Körpern. *Wiedemanns Ann. Phys. Chem.*, **23**: 298–306, 1884. [2.3](#)
- [Cie99] F. CIESIELSKI, J. CARBONELL, und C. GIGNOUX. Low energy n+t scattering and the NN forces. *Phys. Lett. B*, **447**: 199–208, 1999. [1](#)
- [Col63] F. D. COLEGROVE, L. D. SCHEARER, und G. K. WALTERS. Polarization of He^3 Gas by Optical Pumping. *Phys. Rev.*, **132**(6): 2561–2572, Dez. 1963. [1](#)
- [Coo49] J. H. COON und R. A. NOBLES. Disintegration of He^3 and N^{14} by Thermal Neutrons. *Phys. Rev.*, **75**: 1358–1361, Mai 1949. [2.3](#)
- [Dar14] C. G. DARWIN. On the Theory of X-Ray Reflection. *Phil. Mag.*, **27**: 675–690, 1914. [3.2](#)
- [Dat01] J. DATTA. *Aluminium-Werkstoff-Datenblätter*. Aluminium-Verlag, 2001. ISBN 3-870-17272-X. [3.3](#)
- [Ewa17a] P. P. EWALD. Zur Begründung der Kristallographie. *Ann. Phys.*, **54**(23): 519–556, Okt. 1917. [3.2](#)
- [Ewa17b] P. P. EWALD. Zur Begründung der Kristallographie (Fortsetzung). *Ann. Phys.*, **54**(23): 557–597, Okt. 1917. [3.2](#)
- [Fax27] H. FAXÉN und J. HOLTSMARK. Beitrag zur Theorie des Durchgangs langsamer Elektronen durch Gase. *Z. Phys.*, **45**: 307–324, 1927. [2.1](#)
- [Fee32] E. FEENBERG. The Scattering of Slow Electrons by Neutral Atoms. *Phys. Rev.*, **40**: 40–54, Apr. 1932. [2.1](#)
- [Fer36] E. FERMI. Sul moto dei neutroni nelle sostanze idrogenate. *Ric. Sci.*, **7**(2): 13–52, 1936. Engl. Übers. in [Seg62]. [2.1](#), [2.1](#)
- [Fer46] E. FERMI und W. H. ZINN. Reflection of Neutrons on Mirrors. *Phys. Rev.*, **70**: 103, Juli 1946. [2.3](#)
- [Fer47] E. FERMI und L. MARSHALL. Interference Phenomena of Slow Neutrons. *Phys. Rev.*, **71**(10): 666–677, Mai 1947. [2.3](#)
- [Fia73] S. FIARMAN und W. E. MEYERHOF. Energy Levels of Light Nuclei $A = 4$. *Nucl. Phys. A*, **206**: 1–64, 1973. [2.2](#)
- [Fit69] W. A. FITZSIMMONS, L. L. TANKERSLEY, und G. K. WALTERS. Nature of Surface-Induced Nuclear-Spin Relaxation of Gaseous He^3 . *Phys. Rev.*, **179**(1): 156–165, März 1969. [1](#), [4.4](#)
- [For73] M. FORTE. Neutron Spin Precession in Polarized Nuclear Targets. *Nuovo Cim. A*, **18**(4): 726–736, Dez. 1973. [4.4](#)
- [Fra00] A. FRANK, A. V. KOZLOV, I. V. BONDARENKO, G. EHLERS, und P. HØGHØJ. Spin precession optics on the IN15 spin echo spectrometer. Annual report, ILL, 2000. [4.4](#)
- [Gar76] D. I. GARBUR und R. R. KINSEY. *Neutron Cross Sections*, Band II, Curves. National Neutron Cross Section Center, Brookhaven, 3. Auflage, 1976. BNL-325.

- [Gil02] D. M. GILLIAM. Neutron interferometer and optics facility. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg., Jan. 2002. <http://physics.nist.gov/MajResFac/InterFer/text.html>. 3.3
- [Gly00] H. R. GLYDE, B. FÅK, N. H. VAN DIJK, H. GODFRIN, K. GUCKELBERGER, and R. SCHERM. Effective mass, spin fluctuations, and zero sound in liquid ^3He . *Phys. Rev. B*, **61**(2): 1421–1432, Jan. 2000. 1
- [Glä87a] H. GLÄTTLI, J. COUSTHAM, A. MALINOVSKI, und M. PINOT. Spin-Dependent Scattering Lengths Slow Neutron-Nucleus by Pseudomagnetic Precession. *Z. Phys. A*, **327**: 149–155, 1987. 4.1, 4.2
- [Glä87b] H. GLÄTTLI und M. GOLDMAN. Nuclear Magnetism. *Meth. Exp. Phys. C*, **23**: 241–286, 1987. 4.1, 4.2
- [Guc00] K. GUCKELBERGER, W. NISTLER, R. SCHERM, und M. WEYRAUCH. The total neutron scattering cross section of ^3He . *Physica B*, **276–278**: 975–976, 2000. 1, 5
- [Guc01] K. GUCKELBERGER. On Neutron Scattering Cross Sections of the Helium Isotopes, 2001. Interner Bericht des PTB Labors 7.43. 1
- [Ham81] S. HAMMERSCHMIED, H. RAUCH, H. CLERC, und U. KISCHKO. Measurements of the Coherent Neutron-Tritium Scattering Length and its Relation to the Four Nucleon Problem. *Z. Phys. A*, **302**: 323–328, 1981. 1
- [Hei95] W. HEIL, H. HUMBLLOT, E. OTTEN, M. SCHÄFER, R. SURKAU, und M. LEDUC. Very long nuclear relaxation times of spin polarized helium 3 in metal coated cells. *Phys. Lett. A*, **201**: 337–343, Mai 1995. 3.3, 4.4
- [Hei97] W. HEIL. Helium läßt die Lunge „leuchten“. *Physik in unserer Zeit*, **4**: 168–174, 1997. 1
- [Hei98] W. HEIL, K. ANDERSEN, D. HOFMANN, H. HUMBLLOT, J. KULDA, E. LELIEVRE-BERNA, O. SCHÄRPF, und F. TASSET. ^3He neutron spin filter at ILL. *Physica B*, **241–243**: 56–63, 1998. 2.1
- [Hei99] W. HEIL, J. DREYER, D. HOFMANN, H. HUMBLLOT, E. LELIEVRE-BERNA, und F. TASSET. ^3He neutron spin-filter. *Physica B*, **267–268**: 328–335, Juni 1999. 1, 2.1, 3.1, 3.3
- [Hof03] H. M. HOFMANN und G. M. HALE. Microscopic calculation of the spin-dependent neutron scattering lengths on ^3He . *Phys. Rev. C*, **68**(021002(R)): 1–4, Apr. 2003. 1, 5, 5
- [Hua76] K.-N. HUANG, M. AOYAGI, M. H. CHEN, B. CRASEMANN, und H. MARK. Neutral-atom electron binding energies from relaxed-orbital relativistic Hartree-Fock-Slater calculations. *At. Nucl. Data Tables*, **18**: 243, 1976. 2.1
- [Hug48] D. J. HUGHES und C. EGGLE. The Reaction $\text{He}^3(\text{n,p})\text{H}^3$ and the Neutrino Mass. *Phys. Rev.*, **73**: 809–810, Apr. 1948. 1.1, 2.3
- [Hum82] J. HUMLÍČEK. Optimized Computation of the Voigt and Complex Probability Functions. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **27**(4): 437–444, 1982. 3.2
- [ILL01] The ILL Yellow Book. Institut Laue-Langevin, Grenoble, März 2001. <http://www.ill.fr/pages/science/IGroups/yb.pdf>. 3.4, 4.4
- [Jac75] J. D. JACKSON. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, New York, 2. Auflage, 1975. Kapitel 5.9, Abschnitt C. 4.2

- [Joa75] C. J. JOACHAIN. *Quantum Collision Theory*. North-Holland, Amsterdam, 1975. S. 62–93. [2.1](#)
- [Kai77] H. KAISER, H. RAUCH, W. BAUSPIESS, und U. BONSE. Measurement of the Coherent Neutron Scattering Length of ^3He by Neutron Interferometry. *Phys. Lett. B*, **71**(2): 321–323, Nov. 1977. [1.2](#)
- [Kai78] H. KAISER. *Messung der kohärenten Streulänge von Gasen mit dem Neutroneninterferometer*. Dissertation, Technische Universität Wien, 1978. [3.1](#)
- [Kai79] H. KAISER, H. RAUCH, G. BADUREK, W. BAUSPIESS, und U. BONSE. Measurement of the Coherent Neutron Scattering Lengths of Gases. *Z. Phys. A*, **291**: 231–238, 1979. [1](#), [1](#), [5](#)
- [Kai83] H. KAISER, S. A. WERNER, und E. A. GEORGE. Direct Measurement of the Longitudinal Coherence Length of a Thermal Neutron Beam. *Phys. Rev. Lett.*, **50**(8): 560–563, Feb. 1983. [3.2](#)
- [Ket04] W. KETTER, M. BARON, G. BADUREK, W. HEIL, R. LOIDL, und H. RAUCH. Measurement of the real part of the coherent neutron scattering length of ^3He . 2004. Zu veröffentlichen.
- [Kha76] V. F. KHARCHENKO und V. P. LEVASHEV. $n\text{-}^3\text{H}$ and $n\text{-}^3\text{He}$ Scattering as a Four-Body Problem. *Phys. Lett. B*, **60**(4): 317–320, 1976. [1](#), [5](#)
- [Kha80] V. F. KHARCHENKO und V. P. LEVASHEV. Four-Nucleon Problem in the Integral Equation Approach. *Nucl. Phys. A*, **343**: 249–294, 1980. [1](#), [1.2](#), [1](#), [5](#)
- [Kin49] L. D. P. KING und L. GOLDSTEIN. The Total Cross Section of the He_3 Nucleus for Slow Neutrons. *Phys. Rev.*, **75**: 1366–1369, Mai 1949. [2.3](#)
- [Kit74] T. A. KITCHENS, T. OVERSLUIZEN, und L. PASSELL. Measurement of the Coherent Neutron Scattering Length of ^3He by Reflection from a Quarz-Liquid-Helium Interface. *Phys. Rev. Lett.*, **32**(14): 791–794, Apr. 1974. [1](#), [2.3](#)
- [Koe65] L. KOESTER. Absolutmessung der kohärenten Streulänge von Quecksilber mit dem Neutronen-Schwerkraft-Refraktometer am FRM. *Z. Phys.*, **182**: 328–336, Sept. 1965. [2.3](#)
- [Koe71] L. KOESTER und K. KNOPF. Messung kohärenter Streulängen mit Christiansen-Filtern für Neutronenstrahlung. *Z. Naturforsch. A*, **26**: 391–399, 1971. [2.3](#)
- [Koe88] L. KOESTER, W. WASCHKOWSKI, und J. MEIER. Experimental Study on the Electric Polarizability of the Neutron. *Z. Phys. A*, **329**: 229–234, 1988. [2.3](#)
- [Koe91] L. KOESTER, H. RAUCH, und E. SEYMAN. Neutron Scattering Lengths: A Survey of Experimental Data and Methods. *At. Nucl. Data Tables*, **49**: 65–120, Sept. 1991. [1](#), [2.3](#)
- [Kro00] G. KROUPA, G. BRUCKNER, O. BOLIK, M. ZAWISKY, M. HAINBUCHNER, G. BADUREK, R. J. BUCHELT, A. SCHRICKER, und H. RAUCH. Measurements of the Coherent Neutron-Tritium Scattering Length and its Relation to the Four Nucleon Problem. *Nucl. Inst. Meth. A*, **440**: 604–608, 2000. [3.4](#)
- [Lan79] L. D. LANDAU und E. M. LIFSCHITZ. *Lehrbuch der theoretischen Physik III — Quantenmechanik*. Akademie-Verlag, Berlin, 1979. § 132. [2.1](#)
- [Lau16] M. VON LAUE. Über die Symmetrie der Kristall-Röntgenogramme. *Ann. Phys.*, **50**: 433–446, 1916. [3.2](#)

- [Lau31] M. VON LAUE. Die dynamische Theorie der Röntgenstrahlinterferenzen in neuer Form. *Erg. exakten Naturwiss.*, **10**: 133–158, 1931. [3.2](#)
- [Lip50] B. A. LIPPMANN und J. SCHWINGER. Variational Principles for Scattering Processes. I. *Phys. Rev.*, **79**(3): 469–480, Aug. 1950. [2.1](#)
- [Mey68] W. E. MEYERHOF und T. A. TOMBRELLO. Energy Levels of Light Nuclei $A = 4$. *Nucl. Phys. A*, **109**: 1–58, 1968. [2.2](#)
- [ML62a] H. MAIER-LEIBNITZ. Theorie eines Schwerkraft-Neutronenrefraktometers zur Absolutbestimmung kohärenter Streuquerschnitte. *Z. angew. Phys.*, **14**: 738–740, Aug. 1962. [2.3](#)
- [ML62b] H. MAIER-LEIBNITZ und T. SPRINGER. Ein Interferometer für langsame Neutronen. *Z. Phys.*, **167**: 386–402, Jan. 1962. [3.1](#)
- [Mug73] S. F. MUGHABGHAB und D. I. GARBER. *Neutron Cross Sections*, Band I, Resonance Parameters. National Neutron Cross Section Center, Brookhaven, 3. Auflage, 1973. BNL-325.
- [New93] N. R. NEWBURY, A. S. BARTON, G. D. CATES, W. HAPPER, und H. MIDDLETON. Gaseous ^3He - ^3He magnetic dipolar spin relaxation. *Phys. Rev. A*, **48**(6): 4411–4420, Dez. 1993. [4.4](#)
- [Osh72] D. D. OSHEROFF, R. C. RICHARDSON, und D. M. LEE. Evidence for a New Phase of Solid He^3 . *Phys. Rev. Lett.*, **28**: 885–888, Apr. 1972. [1](#)
- [Pas66] L. PASSELL und R. I. SCHERMER. Measurement of the Spin Dependence of the $\text{He}^3(n, p)\text{T}$ Reaction and of the Nuclear Susceptibility of Adsorbed He^3 . *Phys. Rev.*, **150**(1): 146–151, Okt. 1966. [1](#), [2.1](#), [2.2](#), [2.3](#), [4.5](#)
- [Pet76] D. PETRASCHECK und H. RAUCH. Grundlagen für ein Laue-Neutroneninterferometer. AIAU-Report 76401, Atominstitut der österreichischen Universitäten, Wien, Apr. 1976. [3.2](#)
- [Rau74] H. RAUCH, W. TREIMER, und U. BONSE. Test of a Single Crystal Neutron Interferometer. *Phys. Lett. A*, **47**(5): 369–371, Apr. 1974. [3.1](#)
- [Rau85] H. RAUCH, D. TUPPINGER, H. WÖLWITSCH, und T. WROBLEWSKI. Re-measurement of the Neutron-Tritium Scattering Length. *Phys. Lett. B*, **165**: 39–42, Dez. 1985. [1](#)
- [Rau94] H. RAUCH. Neutroneninterferometrie — ein Labor der Quantenmechanik. *Phys. Bl.*, **50**(5): 439–443, 1994. [5](#)
- [Rau00] H. RAUCH und W. WASCHKOWSKI. Neutron Scattering Lengths. In H. SCHOPPER, Hrsg., *Landolt-Börnstein, New Series, Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology — Low Energy Neutron Physics — Low Energy Neutrons and their Interaction with Nuclei and Matter*, Band I/16A Teil 1, Kapitel 6. Springer, Berlin, 2000. [1](#)
- [Ror69] D. C. RORER, B. M. ECKER, und R. Ö. AKYÜZ. Slow-Neutron Cross Sections of He, Ne, Ar and Kr. *Nucl. Phys. A*, **133**: 410–416, Mai 1969. [2.3](#)
- [Rou74] P. ROUBEAU, A. ABRAGAM, G. L. BACCHELLA, H. GLÄTTLI, A. MALINOVSKI, P. MÉRIEL, J. PIESVAUX, und M. PINOT. Systematic Pseudomagnetic Measurements of the Spin-Dependent Scattering Length of Slow Neutrons with Atomic Nuclei. *Phys. Rev. Lett.*, **33**(2): 102–104, Juli 1974. [4.1](#)
- [Sch65] L. D. SCHEARER und G. K. WALTERS. Nuclear Spin-Lattice Relaxation in the Presence of Magnetic-Field Gradients. *Phys. Rev. A*, **139**(5): 1398–1402, Aug. 1965. [1](#), [4.4](#), [4.5](#)

- [Sch71] C. S. SCHNEIDER und C. G. SHULL. Forward Magnetic Scattering Amplitude of Iron for Thermal Neutrons. *Phys. Rev. B*, **3**(3): 830–835, Feb. 1971. [2.3](#)
- [Sch74] R. SCHERM, W. G. STIRLING, A. D. B. WOODS, R. A. COWLEY, und G. J. COOMBS. Neutron scattering from liquid ^3He . *J. Phys. C*, **7**: L341–L345, 1974. [1](#)
- [Sch80] O. SCHÄRPF. The Polarized Neutron Technique of Neutron Spin Echo. In F. MEZEI, Hrsg., *Neutron Spin Echo*, Band 128 aus *Lecture Notes in Physics*, Seiten 27–52. Springer, 1980. [4.4](#)
- [Sch88] J. SCHMIEDMAYER, H. RAUCH, und P. RIEHS. Measurement of the Electric Polarizability of the Neutron. *Phys. Rev. Lett.*, **61**(9): 1065–1068, Aug. 1988. Erratum hierzu: *Phys. Rev. Lett.*, **61**(21): 2509, Nov. 1988. [2.3](#)
- [Sch92] F. SCHREIER. The Voigt and Complex Error Function: A Comparison of Computational Methods. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **48**(5/6): 743–762, 1992. [3.2](#)
- [Sch03a] K. SCHOEN, D. L. JACOBSON, M. ARIF, P. R. HUFFMAN, T. C. BLACK, W. M. SNOW, S. K. LAMOREAUX, H. KAISER, und S. A. WERNER. Precision neutron interferometric measurements and updated evaluations of the $n-p$ and $n-d$ coherent neutron scattering lengths. *Phys. Rev. C*, **67**(044005): 1–21, Apr. 2003. [1](#), [3.3](#)
- [Sch03b] R. SCHÜSSLER. DKD Kalibrierschein, Kalibrierzeichen B24574/DKD-K-03701/03-03. Unveröffentlicht, März 2003. [3.3](#), [3.3](#)
- [Sea75] V. F. SEARS und F. C. KHANNA. The Incoherent Neutron Scattering Length of ^3He . *Phys. Lett. B*, **56**(1): 1–3, März 1975. Die in dieser Publikation angegebenen Fehler der Imaginärteile der Streulängen sind einen Faktor 10 unterschätzt [[Sea91](#)]. [1](#), [1.2](#), [2.3](#)
- [Sea82] V. F. SEARS. Fundamental Aspects of Neutron Optics. *Phys. Rep.*, **82**(1): 1–29, 1982. [2.2](#)
- [Sea86a] V. F. SEARS. Electromagnetic Neutron-Atom Interactions. *Phys. Rep.*, **141**(5): 281–317, Aug. 1986. [2.1](#)
- [Sea86b] V. F. SEARS. Neutron Scattering Lengths and Cross Sections. *Meth. Exp. Phys. A*, **23**: 521–550, 1986.
- [Sea88] V. F. SEARS. Schrödinger Equation for Neutron Optics. *Physica B*, **151**: 156–159, 1988. [2.2](#)
- [Sea89] V. F. SEARS. *Neutron Optics*. Oxford University Press, New York, Oxford, 1989. [3.2](#)
- [Sea91] V. F. SEARS, 1991. Private Kommunikation mit K. Guckelsberger. [5](#)
- [Sea92] V. F. SEARS. Neutron scattering lengths and cross sections. *Neutron News*, **3**(3): 26–37, 1992. [1](#), [2.2](#), [5](#)
- [Seg62] E. SEGRÈ, Hrsg. *Enrico Fermi, Collected Papers*, Band 2. University of Chicago Press, Chicago, IL, 1962. 119 b. [5](#)
- [Shu51] C. G. SHULL und E. O. WOLLAN. Coherent Scattering Amplitudes as Determined by Neutron Diffraction. *Phys. Rev.*, **81**(4): 527–535, Feb. 1951. [2.3](#)
- [Shu67] C. G. SHULL, K. W. BILLMAN, und F. A. WEDGWOOD. Experimental Limit for the Neutron Charge. *Phys. Rev.*, **153**(5): 1415–1422, Jan. 1967. [2.3](#), [2.6](#)
- [Shu68] C. G. SHULL. Observation of Pendellösung Fringe Structure in Neutron Diffraction. *Phys. Rev. Lett.*, **21**(23): 1585–1589, Dez. 1968. [2.3](#)

- [Shu72] C. G. SHULL und J. A. OBERTEUFFER. Spherical-Wave Neutron Propagation and Pendellösung Fringe Structure in Silicon. *Phys. Rev. Lett.*, **29**(13): 871–874, Sept. 1972. [2.3](#)
- [Skö76] K. SKÖLD, C. A. PELIZZARI, R. KLEB, und G. E. OSTROWSKI. Neutron Scattering Study of Elementary Excitations in Liquid Helium-3. *Phys. Rev. Lett.*, **37**: 842–845, Sept. 1976. [1.2](#), [5](#)
- [Sti76] W. G. STIRLING, R. SCHERM, P. A. HILTON, und R. A. COWLEY. Neutron inelastic scattering from liquid helium three. *J. Phys. C*, **9**: 1643–1663, 1976. [1](#)
- [Suf79] M. SUFFERT und R. BERTHOLLET. Observation of Doubly Radiative Neutron Capture by ^3He . *Nucl. Phys. A*, **318**: 54–62, 1979. [2.3](#)
- [Sur97] R. SURKAU, J. BECKER, M. EBERT, T. GROSSMANN, W. HEIL, D. HOFMANN, H. HUMBLLOT, M. LEDUC, E. W. OTTEN, D. ROHE, S. SIEMENSMEYER, M. STEINER, F. TASSET, und N. TRAUTMANN. Realization of a broad band neutron spin filter with compressed, polarized ^3He gas. *Nucl. Inst. Meth. A*, **384**: 444–450, 1997. [2.1](#)
- [Til92] D. R. TILLEY, H. R. WELLER, und G. M. HALE. Energy levels of light nuclei $A = 4$. *Nucl. Phys. A*, **541**: 1–104, 1992. [2.3](#), [2.2](#)
- [Tim71] R. S. TIMSIT, J. M. DANIELS, und A. D. MAY. Nuclear Relaxation of ^3He Gas on Various Solid Surfaces. *Can. J. Phys.*, **49**: 560–575, 1971. [4.4](#)
- [Viv98] M. VIVIANI, S. ROSATI, und A. KIEVSKY. Neutron- ^3H and Proton- ^3He Zero Energy Scattering. *Phys. Rev. Lett.*, **81**(8): 1580–1583, Aug. 1998. [1](#)
- [Wei51] R. J. WEISS. Small Angle Scattering of Neutrons. *Phys. Rev.*, **83**(2): 379–389, Juli 1951. [2.3](#)
- [Wer86] S. A. WERNER und A. G. KLEIN. Neutron Optics. *Meth. Exp. Phys. A*, **23**: 259–337, 1986. [2.3](#)
- [Wer91] R. WERVELMAN, K. ABRAHAMS, H. POSTMA, J. G. L. BOOTEN, und A. G. M. VAN HEES. Nucleon Capture by ^3He and the Production of Solar Hep-Neutrinos. *Nucl. Phys. A*, **526**: 265–291, 1991. [2.2](#), [2.3](#)
- [Wol89] F. L. H. WOLFS, S. J. FREEDMAN, J. E. NELSON, M. S. DEWEY, und G. L. GREENE. Measurement of the $^3\text{He}(n,\gamma)^4\text{He}$ Cross Section at Thermal Neutron Energies. *Phys. Rev. Lett.*, **63**(25): 2721–2724, Dez. 1989. [2.3](#)
- [Woo73] A. D. B. WOODS und R. A. COWLEY. Structure and excitations of liquid helium. *Rep. Prog. Phys.*, **36**: 1135–1231, 1973. [1](#)
- [Zei81] A. ZEILINGER. General properties of lossless beam splitters in interferometry. *Am. J. Phys.*, **49**(9): 882–883, Sept. 1981. [3.3](#)
- [Zim99] O. ZIMMER. A method for precise neutron beam polarisation analysis using an opaque spin filter. *Phys. Lett. B*, **461**: 307–314, Sept. 1999. [3.3](#)
- [Zim02] O. ZIMMER, G. EHLERS, B. FARAGO, H. HUMBLLOT, W. KETTER, und R. SCHERM. A precise measurement of the spin-dependent neutron scattering length of ^3He . *EPJdirect A*, **4**(1): 1–28, Jan. 2002. <http://www.edpsciences.org/articles/epjdirect/abs/2002/01/contents/contents.html>. [4.1](#)

Index

- 1/ v -Gesetz, 17
 - Abweichung vom, 26
 - Gültigkeit, 24
- ^4He -System
 - Anregungszustände, 25
- Absorptionsgesetz
 - Lambertsches, 23, 55
- Absorptionsquerschnitt, 16
- adiabatic fast passage, 50
- AFP, 50
- Asymptotik, 12
- Ausstrahlungsbedingung
 - Sommerfeldsche, 11
- Bornsche Reihe, 11
- Bragg-Bedingung, 34
- Bragg-Fall, 34
- Brechzahl, 22
- Darwin-Plateau, 35
- Dipol-Dipol-Wechselwirkung, 67
- Dipolfeld, 62
- dispersive Orientierung, 36
- dynamischer Strukturfaktor, 2
- effektive Flussdichte, 64
- Einkörperproblem, 9
- elastischer Streuzustand, 10
- Fensterspezifikation, 47
- Fermi
 - Pseudopotential, 15
- Gleichung
 - Lippmann-Schwinger-, 10
- Greenfunktion
 - Einkörper-, 21
- Greenoperator
 - Asymptotik, 13
 - freier, 10
 - Kanal-, 20
 - Ortsdarstellung, 11
- gyromagnetisches Verhältnis
 - des ^3He -Kerns, 49
 - des Neutrons, 62
- Hamiltonoperator
 - Kanal-, 20
- ^4He -System
 - Anregungszustände, 25
- inkohärenter Streuquerschnitt, 2
- Interferenzsignal, 39
- Kanalhamiltonoperator, 20
- Kanalzustand, 20
- kinematische Streutheorie, 12
- kohärenter Streuquerschnitt, 2
- Kohärenz
 - absolute, 21
 - longitudinale, 38, 44
 - transversale, 41
- Kohärenzlänge, 38
- Kontinuitätsgleichung, 15
- Kontrast, 40
- Korrekturfaktor
 - Dipolfeld, 62
- kritischer Winkel, 27
- λ -Dicke, 41
- Lambertsches Absorptionsgesetz, 23, 55
- Laue-Bedingung, 34
- Laue-Fall, 34
- Leckrate, 52
- Lippmann-Schwinger-Gleichung, 10
- LLL-Interferometer, 39
- magnetische Wechselwirkung, 61
- Masse
 - reduzierte, 9
- Mehrfachstreuung, 12
- Messpositionen im Interferometer, 46
- mittlere Wellenlänge, 40
- Monochromator, 34
- Neutronen
 - polarisierte, 47
 - ultrakalte, 71, 80
- Neutronen-Spinfilter, 50
- nichtdispersive Orientierung, 36
- Niveau-Adjust, 52
- NSF, 50

- Operator
 - freier Green-, 10
 - Übergangs-, 10
- optisches Theorem, 16
- Partialwelle, 13
- Peak-Adjust, 52
- Phasendrift
 - thermischer, 41
- Phasenschieber, 40
- Phasenschub, 39
- Phasensprung bei Reflexion, 39
- Polarisationsprodukt, 24
- polarisierte Neutronen, 47
- polarisierte Rockingkurve, 50
- Potential
 - optisches, 21
 - Zero-Range-, 15
- Präzessionswinkel, 63
 - Detektion, 63
 - pseudomagnetischer, 63
- Prismenbrechung, 28
- pseudomagnetisches Feld, 62
- Pseudopotential, 15
- Punktwechselwirkung, 15
- reduzierte Masse, 9
- Reflektivität, 34
- Reflexion
 - Phasensprung, 39
- Reflexion-Geometrie, 34
- Relaxationsmechanismen, 67
- Resonanzverstärker, 49
- Rockingkurve, 36
 - polarisierte, 50
- s-Welle, 14
- Schiefsymmetrisches Interferometer, 44
- Schwerkraftrefraktometer, 27
- Senkendichte
 - Wahrscheinlichkeits-, 16
- Sommerfeld
 - Ausstrahlungsbedingung, 11
- Spinecho-Bedingung, 64
- Spinechofunktion, 67
- Spinechophase, 64
- Spinfilter
 - Neutronen-, 50
- Spinflipper, 48
- Strahlseparation, 44
- Streuamplitude, 13
 - Partialwellenentwicklung, 14
- Streulänge, 15
 - freie, 18
 - gebundene, 17
 - kohärente und inkohärente, 19
 - komplexe, 16
 - spinabhängige, 19
- Streuphase, 14
- Streuquerschnitt, 16
 - freier und gebundener, 18
 - inkohärenter, 2
 - kohärenter, 2
- Streutheorie
 - kinematische, 12
- Streuzustand
 - Asymptotik, 12
 - elastischer, 10
 - kohärenter, 21
- Stromdichte
 - Wahrscheinlichkeits-, 16
- Strukturfaktor
 - dynamischer, 2
- Thermischer Phasendrift, 41
- Totalreflexion, 27
- Totzeitkorrektur, 72
- Transmission
 - unpolarisierter Neutronen, 66
- Transmissions-Geometrie, 34
- Transmissionsexperiment, 29
- transversale Kohärenz, 41
- Übergangsoperator, 10
- ultrakalte Neutronen, 71, 80
- Unschärfe der Wellenfunktion, 38
- Verformung der Probenzelle, 44
- Voigtprofil, 36
- Wahrscheinlichkeitssenkendichte, 16
- Wahrscheinlichkeitsstromdichte, 16
- Wandern, 51
- Wandrelaxation, 67
- Wechselwirkung
 - magnetische, 61
- Wellenlänge
 - mittlere, 40
- Wellenlängenspektrum, 37, 40, 66
- Wirkungsquerschnitt, 16
- Zero-Range-Potential, 15
- Zustandsgleichung reales Gas, 55
- Zweikörperproblem, 9