



JOHANNES GUTENBERG
UNIVERSITÄT MAINZ

Johannes Gutenberg Universität Mainz

**Laserspektroskopie der
Grundzustands-Hyperfeinstruktur des
lithiumähnlichen $^{209}\text{Bi}^{80+}$**

Dissertation

zur Erlangung des Grades "Doktor der Naturwissenschaften"

im Promotionsfach Chemie

am Fachbereich Chemie, Pharmazie und Geowissenschaften

der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz

Matthias Lochmann, geb. Nothhelfer

geboren in Mainz

Mainz, den 31.07.2013

Zusammenfassung

Die theoretische und experimentelle Untersuchung von wasserstoffähnlichen Systemen hat in den letzten hundert Jahren immer wieder sowohl die experimentelle als auch die theoretische Physik entscheidend vorangebracht. Formulierung und Test der Quantenelektrodynamik (QED) standen und stehen in engen Zusammenhang mit der Untersuchung wasserstoffähnlicher Systeme. Gegenwärtig sind besonders wasserstoffähnliche Systeme schwerer Ionen von Interesse, um die QED in den extrem starken Feldern in Kernnähe zu testen. Laserspektroskopische Messungen der Hyperfeinstrukturaufspaltung des Grundzustandes bieten eine hohe Genauigkeit, ihre Interpretation wird jedoch durch die Unsicherheit in der Größe der Kernstruktureffekte erschwert. Beseitigt werden können diese durch die Kombination der Aufspaltung in wasserstoff- und lithiumähnlichen Ionen des gleichen Nuklids. In den letzten zwei Jahrzehnten scheiterten mehrere dadurch motivierte Versuche, den HFS-Übergang in lithiumähnlichen $^{209}\text{Bi}^{80+}$ zu finden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde kollineare Laserspektroskopie bei etwa 70% der Lichtgeschwindigkeit an $^{209}\text{Bi}^{82+}$ und $^{209}\text{Bi}^{80+}$ -Ionen im Experimentier-Speicherring an der GSI in Darmstadt durchgeführt. Dabei wurde der Übergang im lithiumähnlichen Bismut erstmals beobachtet und dessen Übergangswellenlänge zu 1554,74(74) nm bestimmt. Ein eigens für dieses Experiment optimiertes Fluoreszenz-Nachweissystem stellte dabei die entscheidende Verbesserung gegenüber den gescheiterten Vorgängerexperimenten dar. Der Wellenlängenfehler ist dominiert von der Unsicherheit der Ionengeschwindigkeit, die für die Transformation in das Ruhesystem der Ionen entscheidend ist. Für deren Bestimmung wurden drei Ansätze verfolgt: Die Geschwindigkeit wurde aus der Elektronenkühlerspannung bestimmt, aus dem Produkt von Orbitlänge und Umlauffrequenz und aus dem relativistischen Dopplereffekt unter Annahme der Korrektheit des früher bestimmten Überganges in wasserstoffähnlichen Bismut. Die Spannungskalibration des Elektronenkühlers wurde im Rahmen dieser Arbeit erstmals kritisch evaluiert und bislang unterschätzte systematische Unsicherheiten aufgezeigt, die derzeit einen aussagekräftigen QED-Test verhindern. Umgekehrt konnte unter Verwendung der QED-Berechnungen eine Ionengeschwindigkeit berechnet werden, die ein genaueres und konsistenteres Resultat für die Übergangswellenlängen beider Ionenspezies liefert. Daraus ergibt sich eine Diskrepanz zu dem früher bestimmten Wert des Überganges in wasserstoffähnlichen Bismut, die es weiter zu untersuchen gilt.

Abstract

Theoretical and experimental investigations of hydrogenlike systems have repeatedly advanced both experimental and theoretical physics over the past century. There was a particular fruitful interplay between establishing and testing quantum electrodynamics (QED) and investigation of hydrogenlike systems. Currently, especially hydrogenlike systems consisting of heavy ions are of special interest, as they provide the possibility to check QED in the extremely strong fields near the nucleus. Measuring the ground state hyperfine splitting by means of laser spectroscopy provides a high precision, however the interpretation of their results is hampered by the uncertainty of the size of nuclear structure effects. These contributions however cancel out in a specific combination of values of both hydrogenlike and lithiumlike ions of the same isotope. Therefore, in the last two decades, several unsuccessful attempts were undertaken to find the HF-transition in lithiumlike $^{209}\text{Bi}^{80+}$.

In the course of this thesis, a collinear laser spectroscopy experiment was performed with $^{209}\text{Bi}^{82+}$ and $^{209}\text{Bi}^{80+}$ -ions stored at about 70 % of the speed of light in the Experimental-Storage-Ring at GSI in Darmstadt. The transition in lithiumlike Bi^{80+} was observed for the first time, and its transition wavelength was determined to 1554,74(74) nm. The key improvement in comparison to the failed previous experiments consists in the dedicated, newly designed fluorescence detection system. The wavelength uncertainty is dominated by the uncertainty of the ion speed, which is needed in order to transform the wavelength into the rest frame. Three different approaches of speed determination are considered: The speed was determined based on the electron cooler voltage, on the product of orbit length and revolution frequency, and on the relativistic effect, assuming the value of transition wavelength of hydrogenlike Bi^{82+} determined in previous experiments. In the course of this thesis, the voltage calibration of the electron cooler was evaluated critically for the first time. The evaluation revealed systematical uncertainties, that have been underestimated so far. These uncertainties prevent a significant QED test to date. However, starting from QED-calculations, the ion speed and thus the rest frame transition wavelengths of both ion species could be inferred more precisely. The values found for the transition wavelength of lithiumlike Bi^{82+} are in disagreement with the published value and motivate further investigations.

Inhaltsverzeichnis

1	Motivation	1
2	Theorie	3
2.1	Hyperfeinstruktur in hochgeladenen Ionen	3
2.1.1	Näherungsformel	3
2.1.2	Korrekturen	5
2.1.3	Die spezifische Differenz	9
2.1.4	HFS-Übergangsraten	11
2.2	Test der QED	13
2.2.1	Genaue QED-Tests in moderaten Feldern	14
2.2.2	Tests in extremen Feldern	15
3	Experimentaufbau	17
3.1	Übersicht über das Experiment	17
3.2	Erzeugung und Speicherung von $^{209}\text{Bi}^{82+/80+}$ an der GSI	20
3.2.1	Erzeugung und Beschleunigung	20
3.2.2	ESR	20
3.3	Lasersystem	24
3.3.1	Pumplaser	25
3.3.2	Farbstofflaser	28
3.3.3	Strahltransport	30
3.3.4	Strahlgestabilisierung	35
3.3.5	Kontrolle und Aufzeichnung der Wellenlängen	38
3.4	Detektion	40
3.4.1	Verwendete Photomultiplier	41
3.4.2	Spiegelstrecke	43
3.4.3	Optimierte Fluoreszenzdetektion für schnelle Ionen	45
3.4.4	Geradausdetektor	50
3.5	Experimentsteuerung und Datenaufnahme	50
3.5.1	Verkabelung	52
3.5.2	Synchronisation	55
3.5.3	DAQ-Hardware	58
3.5.4	DAQ-Software und Rohdatenformat	58

4	Beschreibung Strahlzeit	60
5	Bestimmung der Ionengeschwindigkeit	63
5.1	Regelung der Elektronenkülerspannung am ESR	64
5.2	Kalibration der Elektronenkülerspannung	67
5.2.1	Das Digitalvoltmeter DVM 131	67
5.2.2	Kalibration des DVM an der PTB im Jahr 2001	68
5.2.3	Neukalibration des DVM an der PTB im Jahr 2012	72
5.2.4	Kalibration des Displays am Hochspannungsgerät (U_{ECD})	73
5.2.5	Eigene Kalibrationsmessungen des Elektronenkülers	77
5.2.6	Elektronenkühlerkalibrationen 1994 bis 2012	78
5.2.7	Zweifel am Hochspannungs-Messgerät	82
5.3	Stabilität und Reproduzierbarkeit	83
5.4	Geschwindigkeit aus Külerspannung	84
5.4.1	Raumladungskorrekturen	85
5.4.2	Elektronenstrahl-Raumladungspotential Φ_e	86
5.4.3	Ionenstrahl-Raumladungspotential Φ_i	88
5.4.4	Nichtanpassung der Bunchfrequenz	92
5.4.5	Diskussion der Geschwindigkeit aus der Külerspannung	95
5.5	Geschwindigkeit aus Umlaufbahn	99
5.6	Geschwindigkeit aus Wellenlänge	100
5.7	Vergleich aller ermittelten Geschwindigkeiten	101
6	Analyse Laborwellenlänge	104
6.1	Analyseprogramm	104
6.2	Zeitstruktur des Fluoreszenzsignals	109
6.3	Wellenlängenkalibration	113
6.3.1	Abschätzung des Fehlers der Wellenlängenmessung	113
6.3.2	Kombination der Wellenlängendaten	115
6.3.3	λ als Fitvariable	117
6.4	Normierung und Resonanzfit	118
6.5	Ergebnis und Systematik Laborwellenlänge Bi^{80+}	120
6.5.1	Der Zeitverlauf der Strahlzeit	122
6.5.2	Statistische Analyse λ_{Fit}	125
6.5.3	Einfluss des Ionenstromes auf λ_{Fit}	128
6.5.4	Einfluss der Amplitude U_{HF} auf λ_{Fit}	130
6.5.5	Die Linienbreiten σ_{Fit}	132
6.5.6	Winkelabweichungen zwischen Ionenstrahl und Laserstrahl	134
6.6	Ergebnis Laborwellenlänge Bi^{82+}	135
6.7	Diskussion der Laborwellenlängen	138

7	Bestimmung der Hyperfeinstrukturaufspaltung	140
7.1	Transformation ins Ruhesystem	140
7.2	Unsicherheit der Ruhewellenlängen	141
7.3	Vergleich der Ruhewellenlänge von Bi^{82+} mit früheren Messungen . . .	145
7.4	Separation des Kalibrationsfehlers	149
8	Analyse der spezifischen Differenz und QED-Test	153
8.1	Experimentelle Bestimmung der spezifischen Differenz $\Delta'E$	153
8.2	Rekonstruktion einer Kalibrationskorrektur	158
8.3	Untersuchung der Inkonsistenzen	159
8.4	Fazit Ruhewellenlängen	165
9	Zusammenfassung und Ausblick	166
	Anhang	169
A	Kalibration der Kühlerspannung	169
A.1	Messungen mit Variation der Kühlerspannung	169
A.2	Reproduzierbarkeit und Stabilität der Kühlerspannung	183
B	Wellenlängerekonstruktion und Fehlerrechnung	191
B.1	Berechnung der Erwartungswerte	191
B.2	Berechnung der Unsicherheit	192
C	Graphen von Daten aus der Strahlzeit	196
C.1	Beschleunigerparameter und Fitergebnisse	196
C.2	Datenaufnahme	196
	Abbildungsverzeichnis	202
	Tabellenverzeichnis	205
	Literaturverzeichnis	206

1 Motivation

“It is really hard to overestimate the role which studies of hydrogen have played in establishing modern physics.” [Kar01]

Trotz, oder gerade wegen ihrer einfachen Struktur stellen wasserstoffähnliche Systeme eine Herausforderung für Experimentatoren und Theoretiker dar und haben die Physik in den letzten hundert Jahren immer wieder entscheidend vorangebracht. Das Wasserstoffspektrum spielte eine entscheidende Rolle in der Entwicklung der Quantenmechanik am Anfang des 20. Jahrhunderts, vom Bohrschen Atommodell 1913 über die Schrödingergleichung 1926 bis hin zur Dirac-Gleichung 1927. Die Entdeckung einer Anomalie der Hyperfeinaufspaltung [Naf47] des Wasserstoff- und Deuteriumatoms im Jahr 1947 konnte über das anomale magnetische Moment des Elektrons erklärt werden und initiierte damit die Entwicklung der Quantenelektrodynamik (QED) [Kar05]. In jüngerer Vergangenheit wurde durch Laserspektroskopie am myonischen Wasserstoff (μp) völlig unerwartet ein Wert für den Protonenradius ermittelt, der im eklatanten Widerspruch zu den Wert steht, der durch Elektronenstreuung und Laserspektroskopie am elektronischen Wasserstoff ermittelt wurde. Die bis heute unerklärte Diskrepanz (“*proton radius puzzle*”) hat unter anderem Anlass zu Spekulationen über neue Physik außerhalb des Standardmodells gegeben [Ant13]. Dies illustriert, dass wasserstoffähnliche Systeme auch heute noch für Überraschungen gut sind, und auch etablierte Theorien nicht vollständig sein müssen.

Die QED hat bislang alle Tests bravourös gemeistert und gilt als bestgetestete Theorie der Physik. Zu nennen sind dabei extrem genaue Messungen des g -Faktors des freien Elektrons [Han08], der Lamb-Shift in Wasserstoff [Hag94], g_J -Faktor-Messungen am wasserstoffähnlichen Si^{13+} [Stu11] oder Röntgenspektroskopie mit moderaten Genauigkeiten aber an extremen Systemen wie wasserstoffähnlichen U^{91+} [Gum07] und lithiumähnlichen U^{89+} [Bei10]. Nimmt man μp aus, so sind bislang alle experimentellen Befunde mit den jeweiligen theoretischen Berechnungen verträglich. QED-Tests in extremen Magnetfeldern von bis zu 10^{10} T, wie sie an der Oberfläche von schweren Kernen herrschen, stehen bislang aus. Dazu bieten sich Messungen der Hyperfeinstruktur (HFS) und des g_J -Faktors von s -Elektronen in hochgeladenen Ionen als komplementäre QED-Tests an [Vol13]. Der HFS-Operator weist eine charakteristische radiale Abhängigkeit von $1/\sqrt{\langle 1/r^2 \rangle}$ auf, der Operator des g_J -Faktors hingegen von $\langle r \rangle \approx 2,8 \cdot \left(1/\sqrt{\langle 1/r^2 \rangle}\right)$ [Wer06, Bei00]. Deshalb stammen Beiträge für die HFS bevorzugt aus den extremen,

kernnahen Bereichen, die des g_J -Faktors eher aus den etwas entfernten Bereichen der Elektronenwellenfunktion [Vol13].

Es wurden bereits eine Reihe von HF-Übergängen in schweren wasserstoffähnlichen Ionen mit einer relativen Genauigkeit von 10^{-4} vermessen [Kla94a, Bei10, See98]. Geplante Laserspektroskopieexperimente versprechen relative Genauigkeiten in der Größenordnung von 10^{-7} [And10]. In der theoretischen Berechnung allerdings übersteigt der große Unsicherheitsbeitrag durch die Unsicherheit des Einflusses der endlichen Ausdehnung des magnetischen Momentes des Kerns (Bohr-Weisskopf-Effekt) den Betrag des QED-Effektes. Deshalb ist ein direkter QED-Test aus HFS-Messungen an schweren wasserstoffähnlichen Ionen bislang nicht möglich [Bei00]. Shabaev hat daher 2000 vorgeschlagen, stattdessen die spezifischen Differenz

$$\Delta'E = \Delta E^{(2s)} - \xi \Delta E^{(1s)}$$

zu betrachten. Dabei sind $\Delta E^{(1s)}$ und $\Delta E^{(2s)}$ die HFS-Aufspaltungen in wasserstoffähnlichen beziehungsweise lithiumähnlichen Ionen (also mit einem oder drei Elektronen in der Hülle) des gleichen Isotops. ξ ist eine isotopenspezifische Konstante, die so gewählt ist, dass $\Delta'E$ in guter Näherung unabhängig von Kerneffekten und insbesondere vom Bohr-Weißkopf-Effekt ist [Sha00]. Leider kompensiert sich ebenfalls ein großer Teil der QED-Beiträge in $\Delta'E$. Wenn $\Delta E^{(1s)}$ und $\Delta E^{(2s)}$ mit einer relativen Genauigkeit von $< 10^{-6}$ gemessen werden, sollte es dennoch möglich sein, den QED-Beitrag mit einer relativen Genauigkeit von einigen wenigen Prozent zu testen. Für diesen Test ist ^{209}Bi der beste Kandidat: Die Übergangswellenlängen des wasserstoffähnlichen und des lithiumähnlichen Ions liegen beide in einem für Laserspektroskopie zugänglichen Bereich. Klaft hat 1993 die HF-Übergangswellenlänge von wasserstoffähnlichen Bi^{82+} zu 243,87(4) nm bestimmt [Kla94a]. Dazu wurden die Ionen mittels antikollinearer Laserspektroskopie am Experimentellen Speicherring (ESR) an der GSI in Darmstadt untersucht. Der bislang einzige bekannte Wert für die HF-Aufspaltung in lithiumähnlichen Bi^{80+} wurde indirekt aus Röntgenemissionsspektren in einer EBIT mit einer relativen Genauigkeit von etwa 3 % bestimmt [Bei98]. Mehrere Versuche, den Übergang im ESR zu finden und genauer zu vermessen, scheiterten, obwohl der vorhergesagte Wellenlängenbereich mehrfach abgesucht wurde [Nör11, Win99]. Der negative Befund befeuerte unter anderem Debatten über die korrekte Berechnung der HFS. Obwohl kein Autor Abweichungen von der QED annahm, unterscheiden sich ihre Berechnungen [Bou00, Sha00, Tom00, Sap01] zum Teil sowohl in ihren theoretischen Ansätzen als auch im Ergebnis deutlich. Insofern bestand ein großes Interesse an einer genaueren experimentellen Bestimmung der HFS-Übergangswellenlänge von lithiumähnlichen $^{209}\text{Bi}^{80+}$, die im Rahmen dieser Arbeit erstmals gelungen ist.

2 Theorie

2.1 Hyperfeinstruktur in hochgeladenen Ionen

Die Grobstruktur von Atom- und Ionenspektren kann mithilfe der Schrödingergleichung beschrieben werden. Die beobachtete Feinstruktur der Spektren lässt sich auf relativistische Effekte und die Spin-Bahn-Kopplung zurückführen. Diese wird gut von der Dirac-Gleichung beschrieben. Die zusätzlich beobachtete Hyperfeinstruktur (HFS) ist üblicherweise nochmals deutlich kleiner als die Feinstruktur. Sie setzt sich zusammen aus der magnetischen und der elektrischen HFS, die durch die Wechselwirkungen des magnetischen Dipolmoments $\vec{\mu}_{\text{ion}}$ und des elektrischen Quadrupolmoments Q des Atomkerns mit dem magnetischen Feld beziehungsweise des elektrischen Feldgradienten der Atomhülle zustande kommt. In dieser Arbeit wird ausschließlich die HFS von elektronischen ns -Zuständen betrachtet, welche eine sphärische Symmetrie aufweisen. In diesen Fällen spielt die elektrische HFS keine Rolle und wird im Folgenden nicht weiter berücksichtigt. Da die magnetische Wechselwirkung nur eine kleine Änderung der Gesamtbindungsenergie hervorruft, kann sie in erster Näherung von den anderen Wechselwirkungstermen mit dem Hamiltonian H_0 separiert und mit

$$H = H_0 - \vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{\text{ion}}$$

störungstheoretisch beschrieben werden [Bra90, S. 236]. Dabei ist $\vec{\mu}_s$ das magnetische Moment des Elektrons und \vec{B}_{ion} das Magnetfeld, das durch den Kern mit Spin I entsteht.

2.1.1 Näherungsformel

Die magnetische Wechselwirkung lässt sich für s -Elektronen in niederenergetischer Näherung und für punktförmigen Kerne alleine auf die Dipol-Dipol-Wechselwirkung der magnetischen Momente von Kern und Elektron zurückführen. Dann gilt

$$-\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{\text{ion}} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{8\pi}{3} \vec{\mu}_S \cdot \vec{\mu}_{\text{ion}} \delta(\vec{r})$$

Die δ -Funktion zeigt, dass die Wechselwirkung nur erfolgt, wenn sich das Elektron am Ort des Kerns aufhält. Der Term wird deshalb *Fermi-Kontakt-Term* genannt [Bra90,

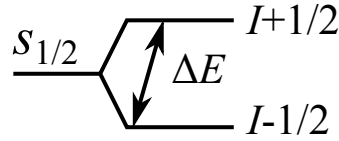


Abb. 2.1: Schema der HFS in Ionen mit einzeltem s -Elektron für den Fall $\mu_{\text{ion}} > 0$ wie bei $^{209}\text{Bi}^{82+}$ und $^{209}\text{Bi}^{80+}$.

S. 238]. Darin ist $\vec{\mu}_S$ das magnetische Moment des Elektrons, $\vec{\mu}_{\text{ion}}$ das magnetische Moment des Kerns und μ_0 die Vakuumpermeabilität. Es lässt sich zeigen [Bra90, S. 240], dass sich daraus in erster Ordnung eine Aufspaltung von

$$\Delta E(F) = \frac{A_0}{2} [F(F+1) - I(I+1) - s(s+1)]$$

ergibt. Dabei ist der Intervallfaktor

$$A_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{16}{3} g_{\text{ion}} \mu_B \mu_N \frac{Z^3}{a_\mu^3 n^3} \quad (2.1)$$

mit der Kernladungszahl Z , der Hauptquantenzahl n , dem g -Faktor des Kerns g_{ion} , dem Bohrschen Magneton μ_B , dem Kernmagneton μ_N und dem modifizierten Bohr-Radius

$$a_\mu = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2},$$

mit der Permeabilität des Vakuums ϵ_0 , dem Planckschen Wirkungsquantum geteilt durch 2π , \hbar und der reduzierten Masse

$$\mu = \frac{m_e M}{m_e + M}.$$

Darin sind m_e die Masse des Elektrons und M die Masse des Kerns.

Betrachten wir nun die Hyperfeinaufspaltung, die von einem einzelnen s -Elektron hervorgerufen wird etwas näher. Sie ist in Abb. 2.1 dargestellt. Für die Aufspaltung zwischen den beiden HF-Niveaus erhält man mit der Gesamtdrehimpulsquantenzahl $F = I \pm 1/2$

$$\Delta E(F = I + \frac{1}{2}) - \Delta E(F = I - \frac{1}{2}) = A_0 \cdot (I + \frac{1}{2}). \quad (2.2)$$

In Gl. (2.1) sei besonders auf die Z^3 -Abhängigkeit von der Kernladung hingewiesen. Die entsprechenden Übergangsfrequenzen steigen damit von GHz auf mehrere hundert THz an, das heißt, die Übergänge verschieben sich aus dem Radiofrequenzbereich in den optischen Bereich.

2.1.2 Korrekturen

Will man eine genauere Beschreibung der Hyperfeinstruktur insbesondere in schweren hochgeladenen Systemen erhalten, muss man über die Störungstheorie erster Ordnung und der Annahme eines punktförmigen Kerns hinausgehen. Für Ionen mit nur einem s -Elektron über vollständig gefüllten Schalen erhält man als bessere Näherung

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{HFS}} = & \frac{\alpha (\alpha Z)^3 g_{\text{ion}}}{n^3} \frac{2I + 1}{m_p (j + 1)} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{M}\right)^3} \\ & \times \left[A(\alpha Z) (1 - \delta) (1 - \varepsilon) + \right. \\ & \left. \frac{1}{Z} B(\alpha Z) + \frac{1}{Z^2} C(Z, \alpha Z) + \frac{1}{Z^3} D(Z, \alpha Z) + x_{\text{rad}} \right] \quad (2.3) \end{aligned}$$

[And12, Vol08]. Hier wurden relativistische Einheiten ($\hbar = c = m_e = 1$) und das Heaviside-Lorentz-Einheitensystem ($\alpha = e^2/(4\pi)$, $e < 0$) verwendet. Dies erklärt die etwas andere Form der Gl. (2.3) verglichen mit Gl. (2.1) und (2.2). Es sind m_p und M die Protonen- und Kernmasse (in Einheiten der Elektronenmasse), n , I und j die klassischen Quantenzahlen. $A(\alpha Z)$ ist eine relativistische Korrektur für ein einzelnes Elektron. Die erste Zeile von Gl. (2.3) entspricht der nichtrelativistischen Fermi-Kontakt-Wechselwirkung. Die Korrektur δ entspricht dem Breit-Rosenthal-Effekt, der aufgrund der endlichen Ausdehnung der Kernladung auftritt. Die Korrektur ε trägt dem Einfluss der endlichen Ausdehnung der Kernmagnetisierung (Bohr-Weisskopf-Effekt) Rechnung. Die Funktionen $B(\alpha Z)$, $C(Z, \alpha Z)$ und $D(Z, \alpha Z)$ werden nur für Ionen mit mehreren Elektronen benötigt. Es sind Korrekturen durch die Elektronen-Elektronen Wechselwirkungen in erster und höherer Ordnung von $1/Z$. Korrekturen durch QED-Effekte werden in x_{rad} berücksichtigt. Die Berechnung der einzelnen Beiträge ist teilweise sehr aufwändig.

In Abb. 2.2 ist die Berechnung der HFS in einem wasserstoffähnlichen System anhand von Gl. (2.3) am Beispiel von Bi^{82+} dargestellt. Da es sich um ein Ein-Elektronen-System handelt, werden die Mehrelektronenkorrekturen nicht benötigt. In der obersten Zeile ist die Aufspaltung nach den Fermi-Kontakt-Term berechnet (erste Zeile in Gl. (2.3)). Die relativistischen Korrekturen $A(\alpha Z)$ verdoppeln beinahe die Größe der Aufspaltung (man beachte den doppelten Bruch der x-Achse) und die Breit-Rosenthal-Korrektur vermindert sie wieder um annähernd 10%. Die Korrektur durch den Bohr-Weisskopf-Effekt ist wesentlich kleiner, aber mit einer großen Unsicherheit behaftet. Anhand der untersten Zeile erkennt man, dass diese Unsicherheit ebenso groß ist wie der gesamte QED-Beitrag. Zunächst ist damit also kein QED-Test möglich. Die Situation bei anderen schweren Elementen ist vergleichbar. Dieser Nachteil kann allerdings mit der in Kap. 2.1.3 beschriebenen spezifischen Differenz umgangen werden. Wenn die experimentellen Werte für $\Delta E_{\text{HFS}}^{1s}$ und $\Delta E_{\text{HFS}}^{2s}$ für das selbe Isotop mit einer relativen

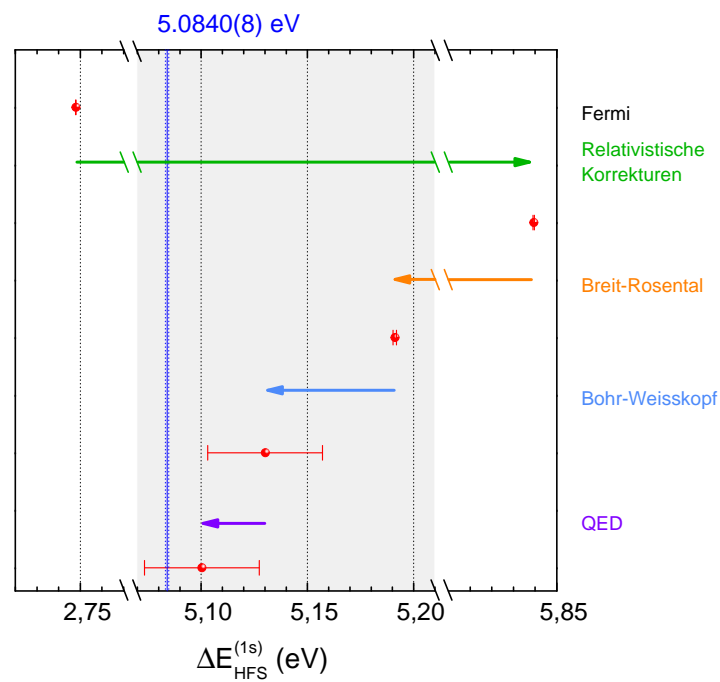


Abb. 2.2: Beiträge zur HFS-Aufspaltung von wasserstoffähnlichen Bi^{82+} . Die durch die Pfeile angedeuteten Beiträge entsprechen den einzelnen Termen aus Gl. (2.3). Mehrelektronenbeiträge treten nicht auf. Die senkrechte Linie entspricht dem experimentellen Wert. Die Breite dieser Linie trägt der experimentellen Unsicherheit Rechnung. Alle Werte stammen aus [Bei00].

Genauigkeit von 10^{-6} bekannt sind, dann wird ein QED-Test mit $\Delta\text{QED}/\text{QED}$ von einigen wenigen Prozent möglich. Die entsprechende Genauigkeit kann mithilfe der in [And10] beschriebenen Laserspektroskopie an in einer Penning-Falle gefangenen und gekühlten Ionen erreicht werden. Das Isotop ^{209}Bi ist das einzige stabile Isotop, bei dem beide Energien $\Delta E_{\text{HFS}}^{1s}$ und $\Delta E_{\text{HFS}}^{2s}$ in einem mit Laserspektroskopie zugänglichen Bereich liegen. Somit bietet sich ein QED-Test anhand der HFS von wasserstoffähnlichen $^{209}\text{Bi}^{82+}$ und lithiumähnlichen $^{209}\text{Bi}^{80+}$ an.

Die Diskrepanzen zwischen den experimentell ermittelten und theoretisch bestimmten Werten für die HFS in wasserstoffähnlichen Ionen, wie sie sich um die Jahrtausendwende darstellte, sind in Abb. 2.3 dargestellt. Die Abbildung belegt klar die mangelhafte Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Als problematisch erwies sich vor allem die theoretische Berechnung des Bohr-Weisskopf-Effektes, also dem Einfluss der ausgedehnten Kernmagnetisierungsverteilung. Die Schwierigkeit liegt darin, dass der Wert von ε stark vom verwendeten Kernmodell für die Magnetisierungsverteilung abhängt. Es hat sich herausgestellt, dass die dafür angenommene Unsicherheit teilweise deutlich unterschätzt wurde. Die Kernladungsradien hingegen werden aus myonischen Spektren zu $5,5211(26)$ fm [Ang04] bestimmt. Es sei darauf hingewiesen, dass Fricke [Fri04] den um über 4σ abweichenden Wert $5,533$ fm ohne Fehlerangaben für den Kernladungsradius nennt. Der Einfluss der Differenz auf ΔE_{HFS} ist aber vernachlässigbar [Vol13].

Die beste Methode, die Magnetisierungsverteilung des Kerns ^{209}Bi und einiger anderer Elemente experimentell zu bestimmen, ist die Verwendung von Spektroskopiedaten [LU98, Bei10]. Ergebnisse für den Magnetisierungsradius $\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ sind in Abb. 2.4 dargestellt. Die Diskrepanzen zu theoretischen Vorhersagen sind zum Teil eklatant und deuten darauf hin, dass alle verwendeten Kernmodelle ungeeignet sind. Es gibt noch eine Reihe anderer Kernmodelle, von denen aber auch keines zuverlässig alle HFS-Werte reproduzieren kann [Bei10]. Wird jedoch der Bohr-Weisskopf-Effekt aus den Spektroskopiedaten berechnet, so können diese nicht mehr zum Testen der restlichen Beiträge verwendet werden.

Vorhersagen für die im Rahmen dieser Arbeit bestimmte Übergangswellenlänge des lithiumähnlichen $^{209}\text{Bi}^{80+}$ sind in Tab. 2.1 zusammengestellt. Der einzige experimentelle Wert (ex) stammt aus der Differenz zweier Röntgenübergänge und besitzt eine sehr große Unsicherheit. Die theoretischen Werte (th) sind mit verschiedenen Kernmodellen ermittelt. Bei den Einträgen “ex+th” wird ausgehend vom experimentellen Wert des wasserstoffähnlichen Bi^{82+} unter Zuhilfenahme theoretischer Berechnungen der Elektron-Elektron-Wechselwirkung ein Wert für die Übergangsenergie im lithiumähnlichen Bi^{80+} berechnet. Diese Methode wird im nächsten Abschnitt näher betrachtet.

Für Bismut ergaben sich in der letzten Dekade keine verbesserten Ansätze zur Modellierung von ε , wohingegen erfolgreiche Anstrengungen unternommen wurden, immer

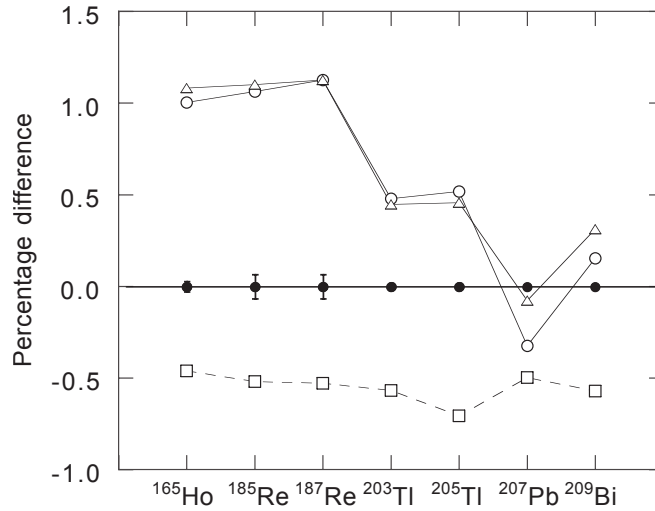


Abb. 2.3: Differenzen zwischen Theorie und Experiment für ΔE_{HFS} in wasserstoffähnlichen hochgeladenen Ionen. Alle Werte wurden auf den jeweiligen experimentellen Wert (gefüllte Kreise) normiert. Die Werte für die offenen Quadrate, Kreise und Dreiecke sind von jeweils unterschiedlichen Autoren bis 2002 berechnet. Entnommen aus [Bei10].

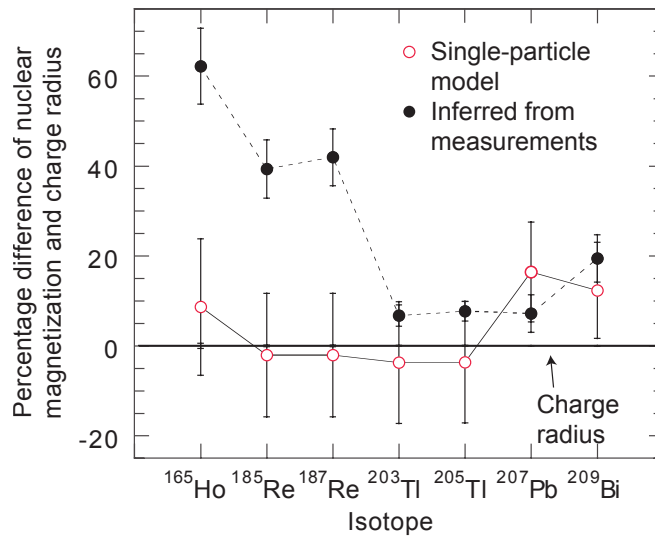


Abb. 2.4: Differenzen zwischen Theorie und Experiment für magnetische Kernladungsradien $\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$. Alle Werte wurden auf den Kernladungsradius $\langle r_c^2 \rangle^{1/2}$ normiert. Die Werte für die offenen Kreise sind aus dem Einzelnukleon-Kernmodell berechnet. Für die gefüllten Kreise wurden sie aus HFS-Spektroskopiedaten errechnet. Entnommen aus [Bei10].

kleinere Genauigkeiten für alle kernunabhängigen Korrekturen zu erhalten [And12, Gla10, Sap01, Sha00, Sha01, Sha95, Sha98a, Vol09, Vol12b]. Die vom Kern unabhängigen verbleibenden Unsicherheiten sind gegen die des Bohr-Weisskopf-Effektes vernachlässigbar.

Tab. 2.1: Übergangswellenlänge der HFS in $^{209}\text{Bi}^{80+}$ aus verschiedenen Quellen

Jahr	λ_{HFS} [nm]	Quelle	Methode
1998	1512(50)	[Bei98] Beiersdorfer <i>et al.</i>	ex
2000	1555,44(39)	[Sha00] Shabaev <i>et al.</i>	th
2000	1582(6)	[Tom00] Tomaselli <i>et al.</i>	th
2000	1563,88	[Bou00] Boucard <i>et al.</i>	th
2001	1555,44(39)	[Sha01] Shabaev <i>et al.</i>	ex+th
2001	1555,34(25)	[Sap01] Sapirstein <i>et al.</i>	ex+th
2012	1555,32(27)	[Vol12b] Volotka <i>et al.</i>	ex+th

2.1.3 Die spezifische Differenz

Angesichts der geschilderten Schwierigkeiten mit der Berechnung des Einflusses der Magnetisierungsverteilung auf ΔE_{HFS} hat Shabaev 2001 die Verwendung einer spezifischen Differenz

$$\Delta' E = \Delta E_{\text{HFS}}^{(2s)} - \xi \Delta E_{\text{HFS}}^{(1s)} \quad (2.4)$$

zwischen der HF-Aufspaltung von Bi^{82+} ($\Delta E^{(1s)}$) und der von Bi^{80+} ($\Delta E^{(2s)}$) vorgeschlagen [Sha01]. Dabei ist $\xi = 0,16886$ [Vol09] ein Wichtungsfaktor, der für diese Zwecke ausreichend genau berechnet werden kann und der in guter Näherung unabhängig von Kernparametern und den verwendeten Kernmodellen ist. Der Vorteil von Gl. (2.4) ist, dass sich der Bohr-Weisskopf-Effekt und einige weitere Kerneinflüsse in guter Näherung kompensieren. Die numerischen Ergebnisse einzelner Beiträge zu $\Delta' E$ sind in Tab. 2.2 aufgelistet. Im Endergebnis stammt der erste angegebene Fehler aus der Unsicherheit in der Berechnung der Vakuumpolarisation und der interelektronischen Wechselwirkung der Ordnung $\sim 1/Z^3$ und höheren Ordnungen. Der zweite Fehler stammt aus der Unsicherheit im magnetischen Moment, der Kernpolarisation und Kerneffekten, die sich in der Differenz nicht vollständig kompensieren.

Tab. 2.2: Beiträge zur spezifischen Differenz $\Delta' E$ zwischen der HFS in $^{209}\text{Bi}^{82+}$ und $^{209}\text{Bi}^{80+}$ in meV. Alle Werte aus [And12]. Ww. bedeutet Wechselwirkung, h. O. höhere Ordnungen, SE Selbstenergie und VP Vakuumpolarisation.

Beitrag	$\Delta E^{(2s)}$	$\xi \Delta E^{(1s)}$	$\Delta' E$
Dirac-Wert	844,829	876,638	-31,809
Interelektronische Ww. $\sim 1/Z$	-29,995		-29,995
Interelektronische Ww. $\sim 1/Z^2$	0,258		0,258
Interel. Ww. $\sim 1/Z^3$ und h. O.	-0,003(3)		-0,003(3)
QED	-5,052	-5,088	0,036
Abgeschirmte SE	0,381		0,381
Abgeschirmte VP	-0,188(2)		-0,188(2)
Summe			-61,320(4)(5)

Diese Ergebnisse können nun dazu verwendet werden, durch eine möglichst genaue Messung beider Aufspaltungen einen Test der QED unbeeinflusst von Kerneinflüssen durchzuführen. Dabei beachte man, dass sich gemäß der 5. Zeile in Tab. 2.2 nicht nur die Kerneffekte, sondern auch die direkten QED-Beiträge zu einem Großteil kompensieren. Man wird man dadurch auf die relativ kleinen Beiträge der sogenannten “screened QED” (in den letzten beiden Zeilen) sensitiv. Umgekehrt kann die spezifische Differenz dazu verwendet werden, mithilfe des experimentellen Wertes der Aufspaltungsenergie für wasserstoffähnliches Bismut [Kla94b]

$$\Delta E_{\text{HFS}}^{(1s)} = 5084,1(8) \text{ meV} \quad (2.5)$$

die erwartete Aufspaltung für lithiumähnliches Bismut mit

$$\begin{aligned}
 \Delta E_{\text{HFS}}^{(2s)} &= \Delta' E - \xi \Delta E_{\text{HFS}}^{(1s)} \\
 &= (-61,320(4)(5) + 0,16886 \cdot 5048(8)) \text{ meV} \\
 &= 797,16(14) \text{ meV}
 \end{aligned} \quad (2.6)$$

zu berechnen [Vol12b]. Mit dieser Methode wurden die Werte in den letzten drei Zeilen von Tab. 2.1 berechnet.

2.1.4 Übergangsraten von M1-Übergängen zwischen HFS Niveaus

Übergänge zwischen den Hyperfeinniveaus des Grundzustandes in wasserstoff- und lithiumähnlichen Ionen gehen mit Änderungen der Quantenzahlen

$$\begin{aligned}\Delta J &= \Delta L = \Delta S = 0 \\ \Delta F &= \pm 1\end{aligned}$$

einher. Da sich die Elektronenkonfiguration nicht ändert, ändert sich auch die Parität nicht. Der Übergang ist damit kein elektrischer Dipolübergang (E1), sondern genügt den Auswahlregeln eines magnetischen Dipolüberganges (M1) [Bey03, S. 184].

In der Laserspektroskopie werden meist E1-Übergänge untersucht, bei denen Lebensdauern typischerweise einige ns betragen. M1-Übergänge haben um Größenordnungen kleinere Übergangsraten. So liegt die Lebensdauer des angeregten $F = 1$ HFS-Zustandes in Wasserstoff bei $\tau \approx 10^{14}$ s. Allerdings sinkt die Lebensdauer proportional zu Z^{-9} [Nör11] und erreicht einen Wert von $\tau = 397,5(15) \mu\text{s}$ in $^{209}\text{Bi}^{82+}$ [Win99]. Üblicherweise werden Übergangswahrscheinlichkeiten w berechnet, die bei einem einzigen Zerfallskanal mit

$$\tau = 1/w$$

zusammenhängen. Numerische Werte für wasserstoffähnliche Ionen lassen sich auf ungefähr 1 % genau aus

$$w_{0,F-F'} = \alpha\omega^3 \frac{\hbar^2 4I}{m_e^2 c^4 27 (2I + I)} [X + 1]^2 \quad (2.7)$$

berechnen [Bei00, S. 194], mit der Feinstrukturkonstante α , der Übergangsfrequenz $\omega = \Delta E_{\text{HFS}}/\hbar$ und für wasserstoffähnliche Ionen

$$X = 2\lambda$$

beziehungsweise für lithiumähnliche Ionen

$$X = \sqrt{2}\sqrt{1 + \lambda}.$$

Darin ist

$$\lambda = \frac{E_{1s}}{m_e c^2}$$

das Verhältnis zwischen Dirac-Energie im 1s-Grundzustand und der Elektronenruheenergie. Gleichung (2.7) ist eine Näherung, in der die endliche Ausdehnung des Kerns, QED-Effekte und im Fall von lithiumähnlichen Ionen auch interelektronische Wechselwirkungen noch nicht berücksichtigt sind. Für wasserstoffähnliche Ionen gilt in

besserer Näherung [Bei00, S. 193]

$$w_{F-F'} = \alpha \frac{\omega^3}{3} \frac{\hbar^2 I}{m_e^2 c^4 (2I + I)} \left[g_j - g_{\text{ion}} \frac{m_e}{m_p} \right]^2. \quad (2.8)$$

Für Bi^{82+} wurde die Lebensdauer experimentell zu

$$\tau_{\text{ex},1s} = 397,5(15) \mu\text{s}$$

bestimmt [Win99, S. 74]. Daraus errechnet sich mit Gl. (2.5) der g -Faktor des $1s$ -Elektrons

$$g_{j,\text{ex}} = 1,7341(35)$$

in Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert [Bei00, S. 203] von

$$g_{j,\text{th}} = 1,73101338.$$

Für lithiumähnliches Bi^{80+} berechnet Volotka [Vol12a] unter Annahme seines nach Gleichung (2.6) ermittelten Wertes für $\Delta E_{\text{HFS}}^{(2s)}$ die Lebensdauer

$$\tau_{\text{th+ex},2s} = 82,85(4) \text{ ms}. \quad (2.9)$$

Dabei hat er bereits QED-Effekte, interelektronische Wechselwirkungen und über die Verwendung von Gl. (2.6) auch implizit die endliche Kernausdehnung berücksichtigt. Der Wert ist in Übereinstimmung mit

$$\tau_{\text{th},2s} = 82,2(14) \text{ ms},$$

aus einer älteren Publikation von Shabaev [Sha98b, Sha98a], für deren Berechnung kein experimenteller Referenzwert verwendet wurde. Der dort ebenfalls aus dem experimentellen Referenzwert abgeleitete Wert

$$\tau_{\text{th+ex},2s} = 83,1(1) \text{ ms}$$

weicht von dem entsprechenden neueren aus Gl. (2.9) ab, da in [Sha98b, Sha98a] keine QED-Korrekturen auf die Übergangswahrscheinlichkeit berücksichtigt wurden [Vol13].

Im Rahmen dieser Arbeit wurden auch HFS-Übergangsraten des Bi^{80+} gemessen. Allerdings sollen die entsprechenden Daten erst im Rahmen von Jonas Vollbrechts Dissertation ausgewertet werden [Vol14].

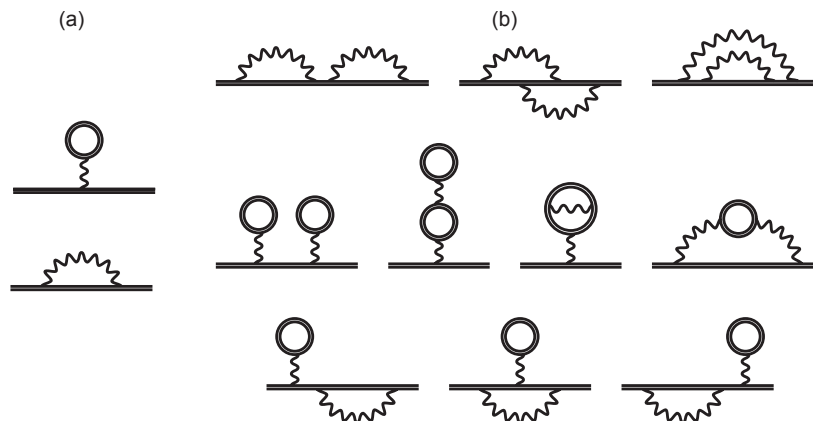


Abb. 2.5: Beiträge zur QED eines gebundenen Elektrons dargestellt in Feynman-Diagrammen: (a) die Ein-Schleifen-Diagramme für Vakuumpolarisation und Selbst-Energie; (b) einige Zwei-Schleifen-Diagramme. Entnommen aus [Bei10].

2.2 Test der QED

Die Quantenelektrodynamik (QED) ist die quantenfeldtheoretische Beschreibung der elektromagnetischen Wechselwirkung über das Austauschteilchen Photon. Natürlicherweise enthält sie die klassische Elektrodynamik. Die QED führt die elektromagnetische Wechselwirkung auf den Austausch virtueller Photonen zurück. In der sogenannten "zweiten Quantisierung" werden die Felder quantisiert und Teilchen und Antiteilchen können dynamisch erzeugt und vernichtet werden. Sie erzeugen dadurch Korrekturterme zu den nach Dirac berechneten Erwartungswerten. Die wichtigsten Korrekturen sind dabei die Vakuumpolarisation und die Selbstenergie der Elektronen. Die auftretenden komplizierten Integrale können durch die sogenannten Feynman-Diagramme symbolisiert und veranschaulicht werden (siehe Abb.2.5). Dabei sind einfachen Linien Elektronen oder Positronen und die geschlängelten Linien repräsentieren Photonen. Gegenüber den freien Elektronen in der "gewöhnlichen" QED berücksichtigt die sogenannte bound-state QED wie sie für in Atomen und Ionen gebundene Elektronen verwendet wird, noch den Einfluss des Kernfeldes auf die Elektronen. Dies wird durch die Doppellinie in den Diagrammen zum Ausdruck gebracht.

Im Allgemeinen liefern Diagramme mit steigender Komplexität geringere Beiträge, da für jeden Vertex ein weiterer Faktor $\alpha \approx 137^{-1}$ hinzukommt. Die relative Gewichtung kann jedoch stark variieren. So steigt der relative Beitrag von Diagrammen höherer Ordnung beispielsweise am g-Faktor des im wasserstoffähnlichen Ion gebundenen Elektrons dramatisch mit der Kernladungszahl Z [Bei00, S. 167]. Bei niedrigem Z kann

die elektromagnetische Wechselwirkung eines Elektrons mit dem Kernfeld noch als Störung über einer Entwicklungsreihe mit der effektiven Kopplungskonstante $Z\alpha$ als Entwicklungsparameter berechnet werden. Dies ist beispielsweise bei Bismut mit $Z = 83$ und $Z\alpha \approx 0,6$ nicht möglich, da die Entwicklungsreihen nicht mehr konvergieren. Dafür wurden andere theoretische Methoden entwickelt, mit deren Hilfe alle Ordnungen von $Z\alpha$ auf einmal berechnet werden können [Bei00].

Die QED ist die Theorie der Physik, deren Vorhersagen bisher am präzisesten experimentell überprüft werden konnten. Wie im Folgenden ausgeführt wird, gilt das gilt allerdings bislang nur für Systeme mit schwachen oder moderaten elektromagnetischen Feldern.

2.2.1 Genaue QED-Tests in moderaten Feldern

Um eine Theorie zu testen, werden experimentelle Ergebnisse mit den Vorhersagen der Theorie verglichen. Um verschiedene Tests zueinander in Beziehung setzen zu können, werden häufig Testtheorien verwendet, in denen Abweichungen zur Standardtheorie parametrisiert werden. So ist es beispielsweise vorstellbar, dass das Photon eine Masse $m_\gamma > 0$ besitzt und somit ein Axiom der QED nicht der Wirklichkeit entspricht. Es ist möglich, die Maxwellgleichungen so zu modifizieren, dass eine endliche Photonenmasse berücksichtigt wird. Diese nennt man Maxwell-Proca-Gleichungen [Lak98]. Aus den Gleichungen lässt sich unter anderem eine frequenzabhängige Lichtgeschwindigkeit ableiten. Aus Experimenten, die nach solch einer Eigenschaft suchen, kann man dann Obergrenzen für die Parameter der Testtheorie gewinnen. Für die Photonenmasse ergibt sich beispielsweise aus der Messung der Lichtgeschwindigkeit bei verschiedenen Frequenzen $m_\gamma < 10^{-10}$ eV oder aus Messungen am Magnetfeld des Jupiters $m_\gamma < 6 \cdot 10^{-16}$ eV [Lak98].

Für viele der als QED-Test verwendeten Experimente fehlt eine derartige parametrisierte Einordnung. Häufig wird daher der Quotient

$$\Delta\text{QED}/\text{QED}$$

aus Unsicherheit und Betrag des untersuchten QED-Effektes zur Bewertung der Aussagekraft von QED-Tests herangezogen. Zu den in diesem Sinne stringentesten Tests der QED zählt die Übereinstimmung von Theorie und Experiment für das anomale magnetische Moment des freien Elektrons g_e . Der experimentell bestimmte Wert für die Anomalie $a_e = (g_e - 2)/2$ erreicht eine relative experimentelle Genauigkeit von $2,4 \cdot 10^{-10}$ [Han08] und ist in guter Übereinstimmung mit der Theorie. Die Anomalie stammt fast vollständig aus QED-Effekten. Die relative theoretische Genauigkeit ist limitiert durch die Kenntnis der Feinstrukturkonstante α und erreicht Werte von etwa 10^{-7} [Hug99]. Zum Testen der QED an gebundenen Systemen bietet sich zunächst

die Spektroskopie des Wasserstoffatoms an. Prominente Beispiele sind die Vermessung der Lamb-Verschiebung des $1s$ -Zustandes [Wei95] oder der $1s - 2s$ Übergangsenergie, die die QED auf einem Niveau von $2,7 \cdot 10^{-6}$ testet [Bei10]. Die bislang präzisesten Tests in moderaten Feldern stellen g_J -Faktor-Experimente an Ionen mit $Z \leq 14$ dar [Stu11, Wag13].

2.2.2 Tests in extremen Feldern

In schweren, hochgeladenen Ionen sind die verbleibenden Elektronen extremen Feldern ausgesetzt. Der Erwartungswert für die elektrische und magnetische Feldstärke, die ein $1s$ -Elektron in wasserstoffähnlichen Ionen wie U^{91+} erfährt, liegt bei $E \approx 10^{16}$ V/cm und bei Isotopen mit Kernspin $I \neq 0$, $B \approx 10^5$ T. An der Kernoberfläche beträgt die Magnetfeldstärke sogar $B = 10^9 - 10^{10}$ T [Bei00]. Derartig starke Felder sind ansonsten in Laboratorien nicht verfügbar.

Bezogen auf die QED gebundener Systeme (*“bound state QED”*) argumentiert Beiersdorfer, dass die oben genannten QED-Tests an leichten Kernen zwar hervorragende kleine Quotienten $\Delta QED/QED$ und damit präzise Tests von QED-Effekten aus Feynman-Diagrammen mit einer Schleife (*“loops”*) lieferten, die Anstrengungen sollten sich aber in Zukunft auf die Untersuchung von QED-Effekten aus Feynmann-Diagrammen mit zwei Schleifen konzentrieren. Deren Beitrag wird immer wichtiger, wenn atomare Systeme mit höherer Kernladung Z und damit in stärkeren elektromagnetischen Feldern untersucht werden [Bei10]. Der entsprechende Quotient

$$\Delta QED_{2 \text{ loops}}/QED_{2 \text{ loops}}$$

erreicht einige hundert Prozent bei Messungen der Lamb-Verschiebung im $1s$ -Niveau von wasserstoffähnlichen Uran [Gum05]. Die Vermessung der klassischen Lamb-Verschiebung über die $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ -Übergangsenergie in lithiumähnlichen U^{89+} erreicht unter Berücksichtigung von Unsicherheiten in der Rechnung und von Kernparametern 40 %. Damit ist dieser Test vergleichbar mit dem durch die des $1s - 2s$ -Überganges in Wasserstoff [Bei10]. Hier sei jedoch angemerkt, dass Gumberidze seinen Test als den präzisesten QED-Test in extremen Feldern bezeichnet [Gum05, Gum07]. Ein vergleichbares Experiment an wasserstoffähnlichen Au^{79+} ähnlich zu [Reu09] wird derzeit ausgewertet und verspricht, die Genauigkeit auf etwa ein Fünftel zu senken [Tro12, Bey13]. Diesen Experimenten ist gemeinsam, dass sie an Isotopen mit $I = 0$ durchgeführt wurden.

Die Vermessung von HFS in hochgeladenen Ionen mit $I \neq 0$ stellt einen komplementären QED-Test dar. Deren Besonderheit ist die Sensitivität auf eventuelle Abweichung von der QED in extremen Magnetfeldern. Allerdings ist der Anteil von Beiträgen aus Zwei-Schleifen-Diagrammen deutlich geringer als bei der Lamb-Verschiebung in U^{89+} .

Die bislang bekannte Übergangswellenlänge in $^{209}\text{Bi}^{82+}$ (Gl. (2.5)) liegt im UV-Bereich. Die Werte für $^{209}\text{Bi}^{80+}$ sind in Tab. 2.1 aufgelistet. Zumindest die experimentelle Unsicherheit (erste Zeile der Tabelle) ist jedoch zu groß, um den Übergang per Laserspektroskopie in einer Penningfalle zu finden [Nör11]. Das Ziel dieser Arbeit ist es, den Übergang mithilfe von kollinear Laser-spektroskopie im experimentellen Speicherring ESR an der GSI nachzuweisen und deutlich genauer als bisher zu vermessen. Dies wird zumindest einen groben QED-Test erlauben und zudem den Weg zu weiteren, genaueren Experimenten ebnen.

3 Experimentaufbau

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Hyperfeinübergang des $2s$ -Grundzustandes von lithiumähnlichen $^{209}\text{Bi}^{80+}$ am Experimentierspeicherring ESR am GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung mit Hilfe von Laserspektroskopie erstmals direkt vermessen. Zusätzlich wurde die Wellenlänge des Hyperfeinübergangs im $1s$ -Grundzustand des wasserstoffähnlichen $^{209}\text{Bi}^{82+}$ überprüft. Der Übergang von $^{209}\text{Bi}^{80+}$ ist mit einer Lebensdauer von etwa 80 ms der langlebigste und mit einer Übergangsenergie von etwa $800\text{ meV} \hat{=} 1555\text{ nm}$ der niederenergetischste, der bislang am ESR gemessen wurde. Die lange Lebensdauer führt zu einer geringen Fluoreszenzrate, die lange Wellenlänge macht es notwendig Detektoren zu verwenden, die vergleichsweise hohe Untergrundraten aufweisen.

In diesem Kapitel wird der verwendete experimentelle Aufbau zur Laserspektroskopie sowohl am wasserstoffähnlichen als auch am lithiumähnlichen Bismut während der Strahlzeit im August 2011 beschrieben. Dabei wurde der Übergang gefunden, nachdem alle drei Versuche in den Jahren 1998 [Win99], 2001 und 2004 gescheitert waren [Nör11].

3.1 Übersicht über das Experiment

Das hier vorgestellte Experiment wurde am Experimentier-Speicherring ESR durchgeführt. Dieser ist Teil des Beschleunigerkomplexes an der GSI der in Abb. 3.1 dargestellt ist. In der Abbildung lässt sich der komplette in diesem Experiment verwendete Strahlweg der Bi-Ionen nachverfolgen: Die Ionen wurden in der Ionenquelle MEVVA (1) erzeugt, im UNILAC vorbeschleunigt, durch den Transferkanal in das SIS geleitet und dort auf die gewünschte Endgeschwindigkeit beschleunigt. Danach passierten sie eine Stripperfolie (3), wurden durch einen weiteren Transferkanal (5) in den ESR (6) geleitet und dort für das eigentliche Experiment gespeichert. Die Komponenten werden in den folgenden Unterkapiteln erläutert. Wenn Ionen im ESR gespeichert sind, ist die ESR-Halle aus Strahlenschutzgründen nicht zugänglich. Deshalb befanden sich das Lasersystem, Experimentsteuerung und Datenaufnahme in separaten Räumen (Laserlabor (7) und "Messhütte"(8)). Aus dem Hauptkontrollraum (HKR, (9)) wurden die Beschleuniger und der ESR gesteuert.

Der verwendete Versuchsaufbau zur Laserspektroskopie ist in Abb. 3.2 schematisch

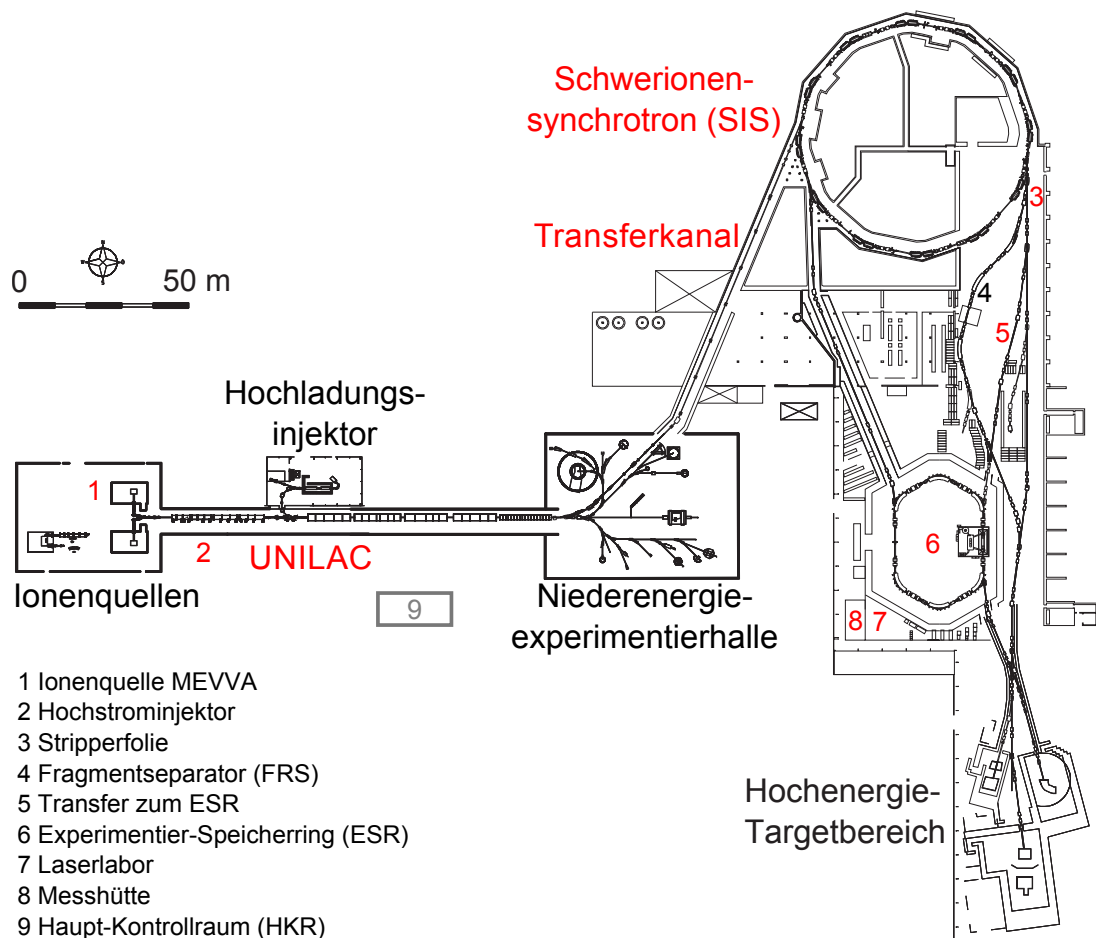


Abb. 3.1: Übersicht über den Beschleunigerkomplex der GSI nach [Bra00]. Die im Experiment benötigten Komponenten sind in rot beschriftet und werden in den folgenden Unterkapiteln erklärt.

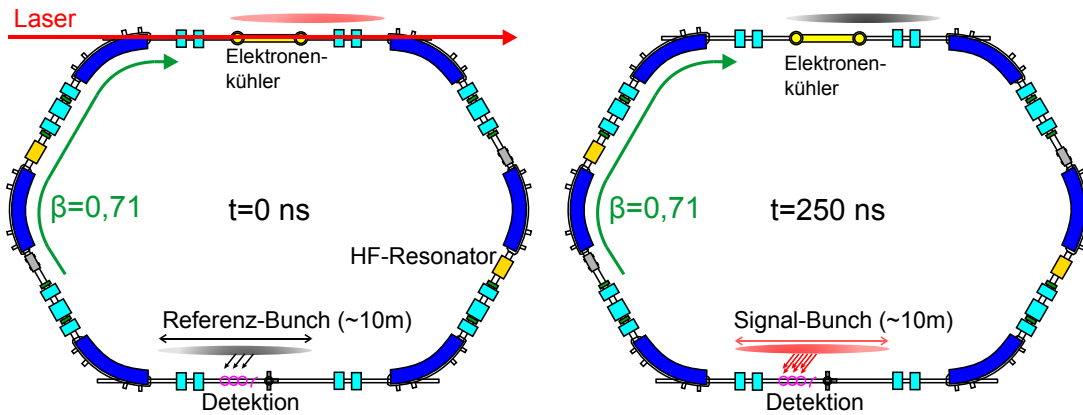


Abb. 3.2: Schema zur Anregung und Detektion des HFS-Überganges in Bi^{80+} im ESR. Links wird ein Ionenbunch (“Signalbunch”) von dem Laserpuls ange-regt. Gleichzeitig wird das Untergrundsignal eines anderen Ionenbunches (“Referenzbunch”) in der Detektionsregion detektiert. Nach einem halben Umlauf werden die vom Signalbunch emittierten HFS-Fluoreszenzphotonen detektiert.

dargestellt. Er ähnelt dem von Seelig für Pb^{81+} [See99] und von Winter für $\text{Bi}^{82+}/\text{Bi}^{80+}$ [Win99] verwendeten Versuchsaufbau. Er wurde jedoch in einigen Teilen überarbeitet und insbesondere in der Detektion entscheidend verbessert. Es wurden Ionen einer Geschwindigkeit $v \approx 0,71c$ in den ESR injiziert und gespeichert. Zusätzlich wurden die umlaufenden Ionen durch Anlegen einer Hochfrequenz(HF)-Spannung zu zwei Ionenbunchen zusammengeschoben. Die Laserpulse des in Kap. 3.3 beschriebenen Lasersystems wurden so mit der HF-Phase synchronisiert, dass sie immer nur einen der beiden Bunche (“Signal-Bunch”) beleuchten. Dazu musste, wie in der Abbildung gezeigt, Laser- und Ionenstrahl für Bi^{80+} kollinear überlagert werden. Für Bi^{82+} wurde der Laser aus der entgegengesetzten Richtung in den Ring geschickt, um die Strahlen antikollinear zu überlagern.

Die Geschwindigkeit der Ionen und die Laserwellenlänge wurden so gewählt, dass das Laserlicht durch den Dopplereffekt im Ruhesystem der Ionen in Resonanz mit dem Übergang kommt. Die Geschwindigkeitsverteilung der Ionen und damit die Dopplerverbreiterung der Resonanz wurde durch Einsatz des Elektronenkühlers deutlich schärfer. Die Ionengeschwindigkeit und damit die Dopplerverschiebung lässt sich näherungsweise aus der Elektronen-Beschleunigungsspannung berechnen.

Die Detektion (Kap. 3.4) fand auf der gegenüberliegenden Seite des ESR statt. So war die Detektion sehr gut von Laserstreulicht abgeschirmt. Die Lebensdauer des angeregten HFS-Zustandes ist deutlich länger als die Umlaufdauer, so dass die Ionen über den

ganzen Ringumfang Fluoreszenzphotonen emittieren. Signal- und Referenzbunch sind notwendig, da es einen starken ionenstrahlinduzierten Untergrund gibt.

3.2 Erzeugung und Speicherung von $^{209}\text{Bi}^{82+}/^{80+}$ an der GSI

3.2.1 Erzeugung und Beschleunigung

Die Bismut-Ionen wurden in einer *Metal Vapour Vacuum Arc* (MEVVA)-Quelle, die in [Kes] beschrieben ist, erzeugt. Sie wurden im *UNIversal Linear ACcelerator* UNILAC [Ger12] vorbeschleunigt, durch den Transferkanal geleitet und in das SchwerIonenSynchrotron (SIS) injiziert. Dort wurden sie auf die Endgeschwindigkeit von $\beta \approx 0,71$ beschleunigt. Nach der Extraktion passierten sie eine Stripperfolie und erhielten den gewünschten Ladungszustand, um dann in den ESR injiziert und dort gespeichert zu werden. Für den ersten Teil des Experimentes wurde eine Stripperfolie aus Kupfer mit einer Massenbelegung von 40 mg/cm^2 verwendet, um vor allem Bi^{82+} zu erzeugen. Für den zweiten Teil wurde die SIS-Energie unverändert gelassen und die Folie ausgetauscht, um vor allem Bi^{80+} zu erzeugen. Zunächst wurde probeweise eine Stripperfolie aus Kohlenstoff mit 11 mg/cm^2 verwendet, mit der allerdings nur etwa $1,5 \text{ mA}$ Strom von Bi^{80+} im ESR erreicht wurde. Durch Verwendung von 29 mg/cm^2 Kohlenstoff wurde dann bis zu 8 mA Bi^{80+} erreicht [Ste12]. Der so erreichte Ionenstrom war so groß, dass die Ionen nur wenige Sekunden im ESR gespeichert werden konnten. Deshalb wurde die Ionenzahl durch Verkleinerung eines Zeitfensters (*“Chopper SIS”*) zum Steuern des Ionentransfers zwischen SIS und ESR wieder reduziert.

3.2.2 Der experimentelle Speicherring ESR

Der ESR ist in [Fra87] detailliert beschrieben. In Abb. 3.3 ¹ ist er schematisch dargestellt. Er hat einen Orbitumfang mit einem Designwert von $C \approx 108,36 \text{ m}$. Der tatsächliche Wert kann je nach Einstellungen der Ionenoptiken, der Energie und des Ladungs- zu Masseverhältnis der Ionen um einige 10 cm variieren, was für viele Experimente nicht von Belang ist. Die Ionen werden von Dipolmagneten auf der Bahn gehalten. Quadrupolmagnete fokussieren den Ionenstrahl und Sextupolmagnete korrigieren Bahnfehler höherer Ordnung.

¹Der in Abb. 3.3 bezeichnete Kupferblock ist Teil des Sicherheitskonzeptes der GSI. Er dient als Ionenstrahlblocker und muss in das Strahlrohr gefahren werden, bevor Personen die ESR-Halle betreten können. Zur Justage des Laserstrahles durch den ESR war es jedoch notwendig, den Kupferblock manuell aus dem Strahlrohr zu fahren, während sich Personen in der Halle aufhielten. Dazu wurde in Absprache mit der Sicherheitsabteilung ein Gerät von R. Boywitt aus der Abteilung Strahldiagnose ausgeliehen und verwendet.

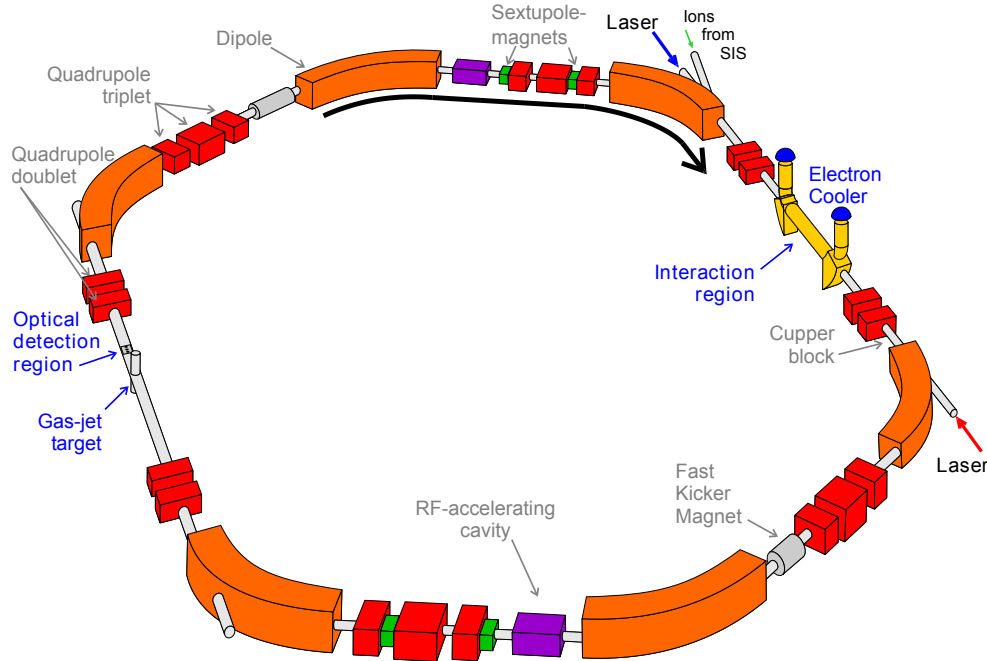


Abb. 3.3: Schema des ESR mit den wichtigsten ionenoptischen Elementen.

Im Elektronenkühler [Ste04] werden die umlaufenden Ionen mit einem Elektronenstrahl von etwa 5 cm Durchmesser überlagert. Über viele Umläufe gemittelt übertragen die Ionen über Stoßprozesse Entropie an die kontinuierlich zugeführten, "kalten" Elektronen. Nach Durchlaufen der Kühlerstrecke werden die "aufgeheizten" Elektronen wieder aus dem Ionenstrahl entfernt. Effektiv werden so die Ionen gekühlt und erhalten eine schärfere Geschwindigkeitsverteilung. Die effektive Kühlkraft auf die Ionen kann bei kleinen Geschwindigkeitsunterschieden Δv zwischen Ionen- und Elektronengeschwindigkeit als Reibungskraft verstanden werden, die linear von Δv abhängt. Die effektive Kühlkraft erreicht für $\Delta v \approx 2 \cdot 10^4 \text{ m/s} \approx 10^{-3} \beta c$ ihr Maximum in der Größenordnung von

$$F_{cool} \approx 10 \text{ meV/Umlauf.} \quad (3.1)$$

Für große Werte von Δv nimmt sie proportional zu Δv^{-2} ab [Bra00, S. 65 ff.]. Deshalb ist eine notwendige Voraussetzung für die Wirksamkeit des Elektronenkühlers die zumindest grobe Abstimmung von Ionen- und Elektronengeschwindigkeit.

Da sowohl Bi^{82+} antikollinear als auch Bi^{80+} kollinear mit Ruhewellenlängen von etwa 243 nm bzw. 1555 nm spektroskopiert werden sollten, war es wünschenswert, die Ionengeschwindigkeit im ESR groß genug zu wählen, dass die entsprechenden Laborwellenlängen nahe beieinander lagen. So konnte das selbe Lasersystem für beide

Ladungszustände genutzt werden. In diesem Experiment war die maximale Ionen-
geschwindigkeit nicht durch die magnetische Steifigkeit des Speicherrings limitiert,
sondern durch die maximale Elektronenkühlerspannung, die noch einen stabilen Be-
trieb ermöglichte. Während Ionen mit einer Geschwindigkeit von $\beta \approx 0,73$, bei der
beide Übergänge die gleiche Laborwellenlänge erreichen, im ESR gespeichert werden
können, ist mit der entsprechenden Elektronenkühlerspannung von etwa -240 kV kein
stabiler Betrieb möglich. Gewählt wurde stattdessen eine Spannung von etwa -214 kV,
also $\beta \approx 0,71$. Die Ionen wurden innerhalb einiger 10 s gekühlt. Die Kühlung der Ionen
bringt für dieses Experiment mehrere Vorteile:

- Die Breite der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung der Ionen verringert
sich. Dadurch wird im Laborsystem die spektrale Breite der Ionen in Resonanz
zum Laser verringert und eine effizientere Anregung möglich.
- Durch eine schärfere Energieverteilung der Ionen laufen die Ionen im Mittel
näher an der Sollbahn um. Dadurch wird der Ionenstrahlradius geringer und
ermöglicht das Einfahren des in Kapitel 3.4.3 beschriebenen Spiegels. Zudem wird
der räumliche Ionenstrahl-Laserstrahl-Überlapp verbessert.
- Die Speicherzeit der Ionen im Ring wird länger.
- Im Gleichgewichtszustand sollten die Ionen genau die gleiche mittlere Geschwindig-
keit wie die Elektronen haben. Dann lässt sich aus der Beschleunigungsspannung
der Elektronen die Ionengeschwindigkeit berechnen.

Die Unsicherheit der Elektronenkühlerspannung dominiert letztlich die Unsicherheit
der Elektronengeschwindigkeit und damit der Ionengeschwindigkeit. Die Unsicherheit
der Ionengeschwindigkeit limitiert die Genauigkeit des Endergebnisses dieser Arbeit.
Da die Elektronenkühlerspannung in diesem Bereich noch nicht vermessen wurde und
zudem die beobachteten Schwierigkeiten hierzu umfassender und dominierender als
ursprünglich gedacht waren, beschäftigen sich Kap. 5.1 bis 5.3 und Anhang A damit.

Die Umlauffrequenz $\nu_{\text{rev}} \approx 2$ MHz der Ionen im Speicherring wurde mit Hilfe des Breit-
band-Schottky-Spektrometers [Sch91] auf eine relative Genauigkeit von 10^{-6} bestimmt.
Dabei handelt es sich im Wesentlichen um eine Leiterplatte nahe des Ionenstrahles,
auf dem die vorbeifliegenden Ionen schwache, zeitlich veränderliche Spiegelladungen
induzieren. Das schwache Signal wird durch eine geeignete Elektronik verstärkt und
Fourier-transformiert. So steht ein Frequenzspektrum der Ionenumläufe zur Verfügung.
Dann wurde an einen der HF-Resonatoren eine HF-Wechselspannung² mit der manuell
eingestellten Frequenz $\nu_{\text{HF}} = 2\nu_{\text{rev}}$ und einer Amplitude von meist $U_{\text{HF}} = 0,5$ kV
angelegt. Das führte zur Ausbildung von zwei Ionenwolken (“Bunchen”) mit einer

²Die Begriffe RF (*engl. radio frequency*) und HF (Hochfrequenz) sind äquivalent. Sie werden in
diesem Zusammenhang für die Sinus-Wechselspannung verwendet, die am Bunch-Resonator (oder
HF-Resonator) anliegt.

Länge von etwa 10 m. Mit einem Abzweig des HF-Signals wurden Laserpuls und Datenaufnahme mit den Bunchen synchronisiert (siehe Kapitel 3.5.2).

Die freie Umlauffrequenz ν_{rev} hängt sowohl von der Ionengeschwindigkeit als auch von der Orbitlänge im ESR ab. “Frei” bedeutet dabei, dass das HF-Signal ausgeschaltet wird und die HF-Resonatoren geerdet werden. Da ν_{rev} auf 10^{-6} genau gemessen werden kann, ist man damit sensitiv auf eine Vielzahl von Parametern die die Weglänge oder die Geschwindigkeit der Ionen beeinflussen, beispielsweise die Elektronenkühlerspannung und der entsprechende Strom, Ströme durch die Dipolmagnete und die Einstellungen des Strahlversatzes³ im Elektronenkühler und an der Detektionsstrecke. Viele dieser Parameter werden nicht automatisiert protokolliert und nur gelegentlich manuell im Operatoren-Logbuch festgehalten. Beabsichtigte oder unbeabsichtigte Änderungen der Parameter können daher für den Experimentator unbemerkt bleiben. Eine besondere Rolle spielt für dieses Experiment der Fall, dass die ν_{HF} nicht exakt an $2 \cdot \nu_{\text{rev}}$ angepasst ist. Dies war vermutlich während eines Teils der später beschriebenen Experimente der Fall (siehe Kap. 5.4.4). Die effektive Kraft der HF-Resonatoren auf die Ionen ist umlaufphasenabhängig und das Potential besitzt eine Amplitude von $eU_{\text{HF}} = 0,5 \text{ keV}$. Die Kühlkraft des Elektronenkühlers ist hingegen nur geschwindigkeitsabhängig und besitzt zudem eine nach Gl. (3.1) vergleichsweise kleine Wirkung. Dies gilt sowohl auf Zeitskalen einzelner Umläufe als auch über die gesamte Speicherdauer der Ionen. Man kann jedoch vermuten, dass bei einer Fehlanpassung die Geschwindigkeitsverteilung der Ionen asymmetrischer und die Speicherdauer kürzer wird. Gemittelt über viele Umläufe werden sich die Ionen vermutlich auf die von der HF vorgegebene Geschwindigkeit einstellen, auch wenn die Elektronen eine andere Geschwindigkeit besitzen. Der Berechnung der Ionengeschwindigkeit ist Kap. 5 gewidmet.

Nicht in Abb. 3.3 eingezeichnet ist die Messeinrichtung zur Messung des Ionenstromes, die DC-Transformer oder kurz DC-Trafo genannt wird. Dabei handelt es sich um zwei metallische Tori, die hintereinander um den Ionenstrahl angeordnet sind und auf die mit Hilfe von Spulen ein magnetisches Wechselfeld aufgeprägt wird. Zur Detektion des Ionenstromes wird die Verschiebung der Hysteresekurve der Magnetisierung ausgenutzt [For11]. Der so detektierte Stromwert wird in eine Spannung umgewandelt und in den Hauptkontrollraum (HKR) transferiert. Dort wird der dem Strom proportionale Spannungswert ständig angezeigt. Außerdem wird die Spannung in ein Frequenzsignal umgewandelt, und zur Datenaufnahme geleitet. Für die Einkopplung des Laserstrahles in die Vakuumkammer des ESR stehen insgesamt vier Vakuumfenster zur Verfügung. Die Transportstrecken für den Laserstrahl in paralleler und antiparalleler Konfiguration

³Der Strahlwinkel und -versatz kann für die geraden Strecken im ESR manuell an einem Terminal-computer im HKR eingestellt werden. Auf der Seite des Elektronenkühlers wird das “*cooler bump*” und auf der gegenüberliegenden Seite “*target bump*” genannt. Im Steuerungssystem berechnet ein Algorithmus daraus nötige Änderungen an einer Reihe von ionenoptischen Elementen aus Abb. 3.3 und passt sie dementsprechend an.

sind in Abb. 3.5 dargestellt. Das Nachweissystem ist auf der westlichen geraden Strecke eingebaut und wird weiter unten beschrieben.

3.3 Lasersystem

Die Ruhewellenlänge des wasserstoffähnlichen Bi^{82+} liegt bei etwa $\lambda_{\text{H}} \approx 243 \text{ nm}$, die des lithiumähnlichen Bi^{80+} bei etwa $\lambda_{\text{Li}} \approx 1555 \text{ nm}$. Bei einer Ionengeschwindigkeit von $\beta \approx 0,7$ verschieben sich die Wellenlängen aufgrund des Dopplereffektes zu den Laborwellenlängen von etwa 590 nm für Bi^{82+} bei antikollinearer Anregung und etwa 640 nm für Bi^{80+} bei kollinearer Anregung. Laserlicht beider Wellenlängen konnte von dem selben Laser bereitgestellt werden. Prinzipiell könnte die Laserwellenlänge konstant gehalten werden, und die Ionengeschwindigkeit über die Kühlerspannung gescannt werden. Hier wurde jedoch die Geschwindigkeit konstant gehalten und die Laserwellenlänge gescannt.

Ein noch vorhandenes Lasersystem hatte sich in Vorgängerstrahlzeiten als nicht zuverlässig erwiesen. So hatte in der Bi^{80+} -Strahlzeit 2004 ein Defekt des Pumpasers beinahe die gesamte Strahlzeit ruiniert. Ein Schwerpunkt dieser Arbeit war deshalb die Marktanalyse, die Beschaffung und der Test eines neuen Lasersystemes. Das Experiment stellt folgende Anforderungen an das gepulste Lasersystem:

- Verstimmbare Wellenlängen in den zwei Bereichen von $590 \text{ nm} \pm 2 \text{ nm}$ für Bi^{82+} und $640 \text{ nm} \pm 10 \text{ nm}$ für Bi^{80+}
- Pulslängen von unter 50 ns , um einen zeitlichen Überlapp mit den Ionenbunchen zu ermöglichen
- zeitliche Synchronisation der Laserpulse mit den Ionenbunchen auf etwa 10 ns
- dauerhafte räumliche Überlagerung von Laserstrahl und Ionenstrahl
- Laserstrahldurchmesser von etwa 3 cm am Interaktionsort, der bis zu 80 m vom Laser entfernt ist. Die Distanz muss aufgrund der hohen Pulsleistung als Freistrahl überbrückt werden. Der Strahldurchmesser stellt einen Kompromiss dar, um den räumlichen Überlapp mit dem Ionenstrahl sicher zu gewährleisten, aber nicht zu viel Laserfluenz zu verschwenden, um noch genug Intensität zu behalten.
- Laserlinienbreiten, die etwas schmaler sind als die erwarteten Resonanzbreiten von einigen 10 GHz , also etwa 2 cm^{-1}
- Möglichst hohe Leistung und Repetitionsrate aus dem Spektroskopielaser ($\gtrsim 3 \text{ W}$ und $\gtrsim 30 \text{ Hz}$). gleichzeitig muss aber ein Dauerbetrieb über die Dauer von mehr als einer Woche gewährleistet sein

- Messung der Wellenlänge deutlich besser als die zu erwartenden Ungenauigkeiten durch ESR-Parameter, also $\Delta\lambda \ll 100$ pm.

Zusammengenommen stellen diese Bedingungen extrem hohe Anforderungen insbesondere an den Pumplaser. So konnte einer der konkurrierenden Anbieter (Soliton) die Spezifikationen nicht erfüllen und zog den bereits ausgelieferten Laser wieder zurück. Dies führte zu einer Verzögerung von etwa 7 Monaten. Erst der Quanta Ray Pro von Spectra Physics konnte die geforderten Spezifikationen erfüllen. Als Spektroskopielaser wurde ein Cobra Stretch der Firma Sirah verwendet. Beide Laser werden im Folgenden beschrieben.

Abbildung 3.4 ist eine maßstabsgetreue Zeichnung des Lasertisches mit dem gesamten Lasersystem. Es bestand aus dem genannten Pump- und Spektroskopielaser, einem Teleskop zur Strahlformung für den Strahltransport und zur Fokussierung in die Wechselwirkungsregion im ESR, elektrisch angesteuerten Servospiegeln für die aktive Strahlage stabilisierung und Spiegeln zur Einkopplung in die parallelen und antiparallelen Transportstrecken. Zur Wellenlängenmessung wurde ein Teilstrahl des Spektroskopielasers in ein Wavemeter eingekoppelt. Als Referenz für das Wavemeter stand ein wellenlängenstabiler He-Ne-Laser zur Verfügung. Die einzelnen Komponenten des Lasersystems werden im Folgenden beschrieben.

3.3.1 Pumplaser

Als Pumplaser wurde der Quanta Ray Pro 290-30 von Spectra Physics verwendet. Dabei handelt es sich um einen Blitzlampen-gepumpten, gütegeschalteten Nd:YAG-Laser mit 30 Hz Repetitionsrate und Frequenzverdopplung zu 532 nm. Es werden zwei Nd:YAG-Stäbe mit Durchmessern von 8,5 mm im Oszillator und zwei Stäbe mit Durchmessern von 9,5 mm im Verstärker verwendet. Im 24h-Dauerbetrieb, wie er während der Strahlzeit über mehrere Tage aufrechterhalten werden muss, limitiert die Lebensdauer der Blitzlampen den Betrieb auf ungefähr zwei Wochen. Deshalb wurden die Blitzlampen einen Monat vor der Strahlzeit gewechselt und sie leisteten über die gesamte Strahlzeit zuverlässig ihren Dienst.⁴

Die spezifizierte Pulsenergie betrug 800 mJ in 8 – 10 ns (FWHM). Um die thermischen Effekte in allen optischen Komponenten des Laser konstant zu halten, sollte der Laser nicht bei geringeren Leistungen betrieben werden. Um den Farbstoff und die optischen Komponenten im Farbstofflaser nicht vorzeitig altern zu lassen, konnten nur 600 mJ Pumpenergie verwendet werden. Deshalb wurde mithilfe einer $\lambda/2$ -Platte im Pumplaserstrahl dessen lineare Polarisation so gedreht, dass der nachfolgende Polarisationsstrahlteilerwürfel die überschüssige Energie auf einen Strahlblock lenkte.

⁴Ein in der Anschaffung enthaltener Wartungsvertrag mit Spectra Physics versicherte die Wiederinbetriebnahme des Lasers im Falle eines Defekts während der Strahlzeit binnen 48 Stunden.

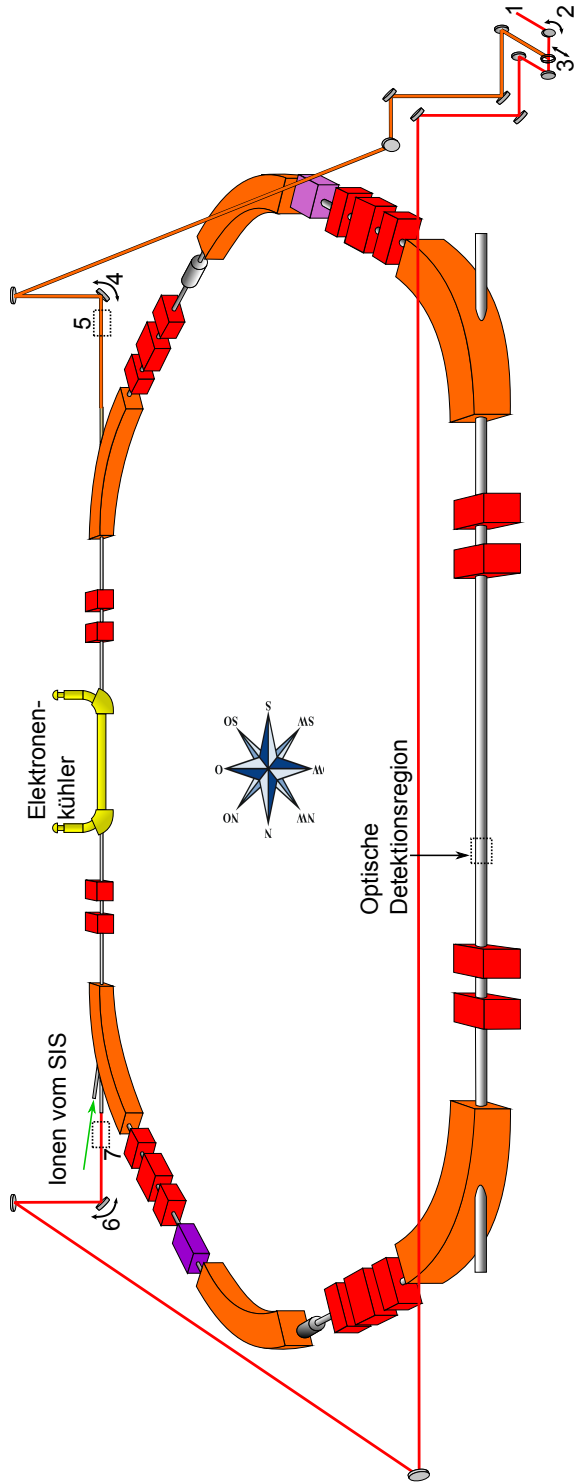


Abb. 3.5: Schema des Strahlverlaufes und der Strahlstabilisierung in der ESR-Halle. Gezeigt ist sowohl die kollineare als auch die anti-kollineare Strahlführung. Die Ionen zirkulieren im Uhrzeigersinn. Kurz vor der Einkoppelung in den ESR wird ein Teilstrahl abgezweigt (siehe Abb. 3.10) und auf einen 4D-Detektor (siehe Abb. 3.9) gelenkt. Das Position- und Richtungssignal wird ins Laserlabor übertragen. Die Kontrollelektronik generiert dort geeignete Servosignale für zwei Aktuatorspiegel, um Strahlposition und -richtung auf die Sollwerte zu regeln. Die Abbildung wird in Kap. 3.3.3 und 3.3.4 beschrieben.

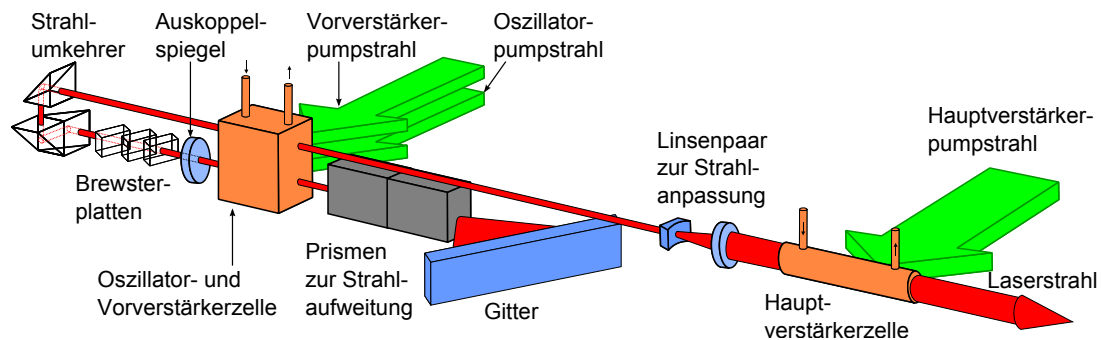


Abb. 3.6: Schema des zur Spektroskopie verwendeten Farbstofflasers Sirah Cobra Stretch G-1800 mit verdoppelbarer Bandbreite.

Der Strahldurchmesser des Quanta Ray Pump lasers wurde während der Vorbereitung der Strahlzeit mit Hilfe von zwei verschiedenen empfindlichen Thermopapieren vermessen. Die Messung zeigte, dass der Laserstrahl über eine Entfernung von drei Metern im Wesentlichen gut auf ca. 7,5 mm kollimiert ist, jedoch einen divergenten Halo besitzt. Vermutlich führte dies dazu, dass schätzungsweise 10 % der eingestrahlenen Pumpleistung nicht für die Farbstofflaserleistung genutzt werden konnte.

3.3.2 Farbstofflaser

Als Spektroskopielaser wurde ein Sirah Cobra Stretch Farbstofflaser Modell G-1800 in Litrow-Konfiguration verwendet. Die Zahl 1800 steht dabei für die Anzahl der Linien pro cm des wellenlängenselektiven Gitters. Ein Schema des Lasers ist in Abb. 3.6 dargestellt. Wie schon in Abb. 3.4 skizziert, wird der Pump laserstrahl in drei Teile aufgeteilt und dazwischen durch geeignet gewählte Laufstrecken so verzögert, dass die Synchronisation optimal ist. Der erste Pump laserstrahl mit der geringsten Energie wird auf einen Strich in der unteren Hälfte einer kubischen Farbstoffzelle fokussiert, die das aktive Medium des Laseroszillators darstellt. Das eine Ende des Oszillators besteht aus einem verkippbaren Reflektionsgitter, welches zur Wellenlängenselektion verwendet wird. Der Winkel des Gitters können automatisiert mit einem Schrittmotor verkippt werden, um die selektierte Wellenlänge zu verstimmen. Vor dem Gitter wird der Strahl durch eine Anordnung von Prismen aufgeweitet. Mit der Aufweitung des Strahles steigt die Zahl der ausgeleuchteten Gitterstriche und damit die Auflösung des Gitters. Dementsprechend resultiert daraus eine schmalere Laserlinienbreite. Der verwendete Laser enthält als Sonderanfertigung zwei verschiedene Prismensätze, die durch Verdrehen des Halters ausgetauscht werden konnten. Damit wurden Linienbreiten von $2,0 \text{ cm}^{-1}$ für den Prismensatz mit der Aufweitung $\times 40$ und $0,64 \text{ cm}^{-1}$ für den

Prismensatz mit der Aufweitung $\times 100$ erreicht⁵. Der breitbandige Modus wurde zum groben Absuchen des Wellenlängenbereiches nach der Resonanz verwendet, danach wurde der schmalbandige zum genauen Vermessen der Resonanzposition eingesetzt.

Nach dem Auskoppelspiegel des Laseroszillators durchläuft der Strahl eine Kombination von Brewsterplatten und Prismen, mit denen die Polarisation gedreht und der Strahlversatz angepasst wird, um dann ein zweites Mal die kubische Farbstoffzelle zu passieren. Diese fungiert im oberen Teil als Vorverstärker und wird vom zweiten Teilstrahl des Pumplasers gepumpt. Dazu wird der Pumplaserstrahl mit Zylinderlinsen auf einen strichförmigen Fokus gebündelt. Es hat sich während der Optimierung herausgestellt, dass eine bessere Strahlqualität und Pulsenergie erreicht werden konnte, wenn der Pumplaserstrich etwas länger war als die Farbstoffzelle. Die Enden des Strahles wurden an nachgerüsteten Blenden aus Keramik abgefangen, um so die metallischen Halterungen der Farbstoffzellen zu schonen.

Der vorverstärkte Strahl wird mit einem Linsenpaar auf die zylindrische Hauptverstärkerzelle (EBP-6, *Enhanced Beam Profile*) angepasst, die einen Durchmesser von 6 mm hat. Der dritte Pumplaser-Teilstrahl mit dem Großteil der Pumplaserleistung wurde als etwa 6 mm breiter Strich auf diese Zelle gerichtet. Bei der für Farbstofflaser recht hohen Pulsenergie von über 100 mJ und der dazu außergewöhnlichen Anforderung nach etwa 80 m ein gutes Strahlprofil zu erreichen, stellte diese Farbstoffzelle einen kritischen Bauteil dar. Gepulste Farbstofflaser weisen oft ein schlechtes Strahlprofil auf, wenn die Hauptverstärkerzelle nicht ausgereift ist. Mit der verwendeten Zelle konnte aber ein hinreichend gutes Strahlprofil erreicht werden. Siehe dazu auch die Diskussion von Abb. 3.8.

Farbstofflaser weisen einen im Vergleich zu anderen Lasertypen hohen Verstärkungskoeffizienten im aktiven Medium auf. Insbesondere bei gepulsten Farbstofflasern kann deshalb der Puls einen signifikanten Energieanteil ASE (*Amplified Spontaneous Emission*) enthalten. Im Extremfall führt das zur Superradianz. Das bedeutet, dass spontan emittierte Photonen bei einem einzelnen Durchgang durch das aktive Medium so sehr verstärkt werden, dass ein erheblicher Anteil der Inversion abgebaut wird. Die Photonen aus Superradianz haben eine Wellenlänge, die nahe am Verstärkungsmaximum des Farbstoffes liegt.

Beim verwendeten Laser wurde bei Tests in Vorbereitung auf die Strahlzeit die Pulsenergie als Funktion des Gitterwinkels gemessen. Dabei wurde festgestellt, dass die Pulsenergie nur geringfügig abnahm, wenn der Gitterwinkel in einen Bereich gefahren wurde, der einer Wellenlänge außerhalb des Verstärkungsbereiches des verwendeten Farbstoffes entsprachen. Dies ist ein starkes Indiz dafür, dass im Laser Superradianz

⁵Diese Linienbreiten wurden vom Hersteller mit Hilfe eines Etalons mit einem freien Spektralbereich von $\mathcal{FSR} = 7,143 \text{ cm}^{-1}$ und einer Finesse $\mathcal{F} \approx 20$ vermessen. Die Linienbreite des Etalons wurde bei der Berechnung der Linienbreiten berücksichtigt [Wlo12].

Tab. 3.1: Verwendete Farbstofflösungen und erreichte Pulsenergien.

	für Bi ⁸²⁺	für Bi ⁸⁰⁺
Farbstoff	Sulforhodamin B	DCM
Lösungsmittel (LM)	Ethanol	DMSO 50 %, Eth. 50 %
Stammlösung (SL)	0,24 g in 1,21 LM	0,36 g in 1,21 LM
Lösung für Oszillator	1,01 SL	1,01 SL
Lösung für Verstärker	0,21 SL und 1,61 LM	0,21 SL und 1,41 LM
spez. Verstärkungsber.	585 nm ... 600 nm	ca. 614 nm ... 672 nm
spez. Effizienzmaximum	27 % bei 591 nm	28 % bei ca. 639 nm
erreichte Effizienz	18 % - 23 %	17 % - 24 %

auftritt. Für einfache ASE würde man eine deutlich stärkere Divergenz als beim echten Laserstrahl erwarten. Dies konnte aber im erwähnten Fall zumindest nach einem Meter Strahlstrecke nicht bestätigt werden. Aufgrund dieser Beobachtung wurde das emittierte Laserspektrum einer genauen Analyse unterzogen. Dabei wurde der Laser mit einer in Ethanol gelösten Farbstoffmischung aus Rhodamin B und Rhodamin 101⁶ betrieben. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist, dass der Laser mit dem angegebenen Farbstoff bei den hohen Pumpleistungen nur ungefähr zwischen 600 nm und 628 nm als monochromatischer Spektroskopielaser einsetzbar ist, obwohl der spezifizierten Verstärkungsbereich des Farbstoffes deutlich größer ist. Ausserhalb dieses Bereiches kommt es zur starken Beimischung ungewünschter Spektralanteile, die ohne Spektralanalyse nur schwer vom echten Laserlicht zu unterscheiden sind. Für die Strahlzeit wurde deshalb die Ionengeschwindigkeit so gewählt, dass die erwarteten Laborwellenlängen sowohl für Bi⁸²⁺ also auch für Bi⁸⁰⁺ auf etwa 1 nm genau mit den spezifizierten Verstärkungsmaxima der verwendeten Farbstoffe übereinstimmen. Die verwendeten Farbstofflösungen sind in Tab. 3.1 aufgelistet.

3.3.3 Strahltransport

Prinzipiell ist es möglich, Laser direkt in der ESR-Halle zu betreiben. Da der Zutritt zur ESR-Halle aber während des Strahlbetriebes nicht möglich ist, hätte jede kleine Justage eine Unterbrechung des Strahlbetriebes zur Folge gehabt. Außerdem herrschen in der ESR-Halle für Laser ungünstige Umwelt-Bedingungen. Der Laserstrahl musste deshalb aus dem Laserlabor außerhalb der ESR-Halle bis zur Wechselwirkungsregion im Elektronenkühler transportiert werden (siehe Abb. 3.1 und 3.5). Aufgrund der hohen Pulsenergien kam ein Fasertransport nicht in Frage. Stattdessen musste der Laser an

⁶Das für die Mischung spezifizierte Verstärkungsmaximum liegt bei 615 nm und der Verstärkungsbereich zwischen 598 nm und 636 nm.

Luft bis zum Einkoppelfenster am ESR transportiert werden. Für das wasserstoffähnliche Bismut wurde der Laserstrahl anti-kollinear mit dem Ionenstrahl überlagert. Der entsprechende Strahlweg ist in Abb. 3.5 dargestellt und betrug etwa 50 m. Für das lithiumähnliche Bismut war bei kollinearere Geometrie ein längerer Strahlweg von etwa 80 m nötig. Die Wechselwirkungsregion lag in der Mitte der östlichen geraden Strecke im Elektronenkühler. Nach dem Eintritt durch das Vakuumfenster legte der Laserstrahl die letzten etwa 11 m innerhalb der ESR-Vakuumkammer zurück.

Für den Strahltransport wurden Spiegel der Firma “Laser Optik” mit einem Durchmesser von drei Zoll und der Bezeichnung “HR600-650, 45°” verwendet. Beim wasserstoffähnlichen Bismut betrug die Laserwellenlänge etwa 590 nm. Da das außerhalb des spezifizierten Bereiches der Spiegel lag, betrug der Verlust an einem Spiegel etwa 2–3%. Außerdem wurden Glasprismen mit einer Kantenlänge von etwa 5,5 cm eingesetzt, die von Vorgängerexperimenten stammten. Sie waren mit “AR vis.” beschriftet. Die Verluste in diesen Prismen wurden ebenfalls zu etwa 2–3% bestimmt. Im endgültigen Aufbau wurden auf der gesamten Strecke von Laserausgang bis zum Einkoppelfenster am ESR beim wasserstoffähnlichen Bi fünf Spiegel und vier Prismen verwendet, beim lithiumähnlichen Bi sechs Spiegel und drei Prismen. Von den typischerweise 110 mJ Pulsenergie direkt nach dem Laser gingen durch Transmissionsverluste insgesamt etwa 50% verloren. Diese setzten sich aus den Verlusten an den Spiegeln, Prismen und anderen optischen Elementen zusammen, aber auch zu einem bedeutenden Teil aus Freistrahverlusten. So wurde beispielsweise im langen Rohr auf der Westseite ein Verlust von mehr als 9% gemessen. Wie sich die Freistrahverluste zusammensetzten, konnte nicht geklärt werden. Es wurde darauf geachtet, dass der Strahl nicht seitlich durch Aperturen oder das Laserstrahlrohr angeschnitten wurde. Es ist aber möglich, dass nahe am Laser ein gewisser Anteil der Pulsenergie noch aus ASE oder superradianten Anteilen stammt. Diese Anteile lassen sich schlechter kollimieren, und trennen sich deshalb auf der Transportstrecke ab.

Um einen guten räumlichen Überlapp des Laserstrahles mit dem Ionenstrahl zu erreichen, sollten die Radien der beiden Strahlen vergleichbar groß sein. Sowohl Laser- als auch Ionenstrahl haben in erster Näherung eine Gaußform. Als Maß für den Ionenstrahlradius wird im Folgenden σ verwendet, mit der Definition gemäß

$$I_{\text{ion}}(x) = I_0 \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma_{\text{ion}}^2}\right).$$

Für die Intensitätsverteilung der Laserstrahlen wird hingegen nach [Sal07] der Ausdruck

$$I(\rho, z) = \frac{2P}{\pi W^2(z)} \exp\left[-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right]$$

verwendet. Darin ist $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, P die Laserleistung und der Strahlradius⁷

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2},$$

mit der Raleigh-Länge z_0 und dem Strahlradius am Fokus W_0 . Die Zusammenhänge der verschiedenen Definitionen der Breiten sind

$$\begin{aligned} \text{FWHM} &= 2\sqrt{2 \ln 2} \cdot \sigma \approx 2,35 \cdot \sigma \\ \text{halbe } 1/\sqrt{e}\text{-Breite } \sigma &= \left\langle (x - \mu)^2 \right\rangle^{1/2} = \text{rms} = W/2 \\ \text{volle } 1/e\text{-Breite } d &= \sqrt{2} \cdot \sigma = W/\sqrt{2} \\ \text{halbe } 1/e^2\text{-Breite } W &= 2 \cdot \sigma. \end{aligned}$$

Mit Hilfe von [Kla94a, Ste04] und aus empirischen Abschätzungen der ESR-Operateure wurde der zu erwartende Ionenstrahlradius σ_{Ion} auf etwa 5 – 9 mm geschätzt und ein erwünschter Laserradius von $W = 2\sigma_{\text{Ionen}} \approx 15$ mm gewählt [Han13]. Während der Strahlzeit wurden die Strahlradien mit Hilfe von Restgasionisationsmonitoren nichtdestruktiv gemessen. Die Resultate waren mit $\sigma_{\text{Ion}} \approx 1,8$ mm [Han13] deutlich kleiner als erwartet. Die Diskrepanz konnte bislang nicht erklärt werden. Offensichtlich war aber auch mit dem größerem Laserstrahlradius die Intensität ausreichend für eine effiziente Anregung.

Der lange Strahlweg erforderte eine sorgfältige Strahlformung. Es standen Linsen des Herstellers Laser Components mit einem Durchmesser von 2 Zoll und einer Antireflexbeschichtung von 400 nm bis 700 nm zur Verfügung⁸. Verschiedene Varianten von Strahlformung wurden mit Hilfe des Matrizenformalismus zur Transmission von Gaußstrahlen durch beliebige optische Komponenten in paraxialer Näherung berechnet [Sal07, S.92 ff.]. Zur Berechnung wurde angenommen, dass der Strahl aus dem Farbstofflaser ein Gaußstrahl mit dem Fokus in der Verstärkerzelle und einem Radius von $W_0 = 3$ mm ist.

Die am Ende favorisierte Variante bestand aus einem einzigen Galilei-Teleskop im Laserlabor. Das berechnete Strahlprofil mit dieser Anordnung und Linsen der Brennweite $f_1 = -400$ mm und $f_2 = 800$ mm ist in Abb. 3.7 dargestellt. Der Graph links zeigt für drei verschiedene Linsenabstände den Strahlradius als Funktion des Abstandes zum Laser. Im Graph rechts sind die Strahlradien am Wechselwirkungsort für die beiden Geometrien, also bei den Abständen $z = 50$ m und 80 m als Funktion des Linsenab-

⁷ W von englisch “*waist*”

⁸Die Bezeichnung der ersten, plankonkaven Linse ist BBAR/BBAR400-700-PLCC-50.8/206.0C, die der zweiten, plankonvexen BBAR/BBAR400-700-PLCX-50.8/412.1C. Die Linsen sind aus dem Glas BK7 gefertigt, mit einer Oberflächengenauigkeit von $\lambda/10$ und einer Zerstörschwelle von 5 mJ/cm^2 bei 532 nm in 10 ns.

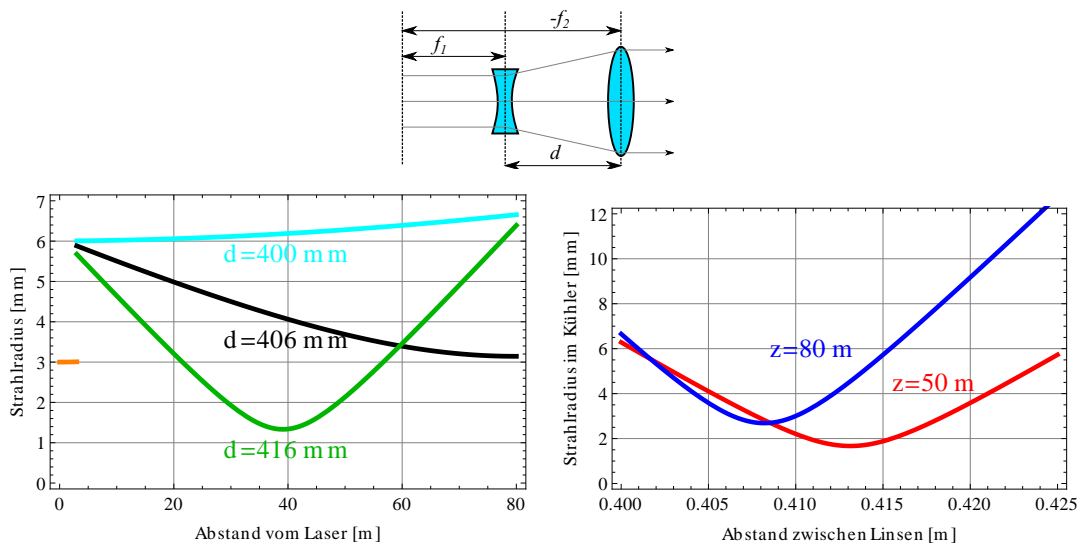


Abb. 3.7: Berechnete Gaußsche Laserstrahlparameter für das zur Strahlformung verwendete Galilei-Teleskop mit den Brennweiten $f_1 = -400$ mm und $f_2 = 800$ mm. Links ist der W -Strahlradius entlang des Strahlweges für drei verschiedene Linsenabstände d dargestellt, rechts die Strahlradien am Interaktionsort, also nach $z = 50$ m bzw. 80 m als Funktion des Abstandes d zwischen den Linsen.

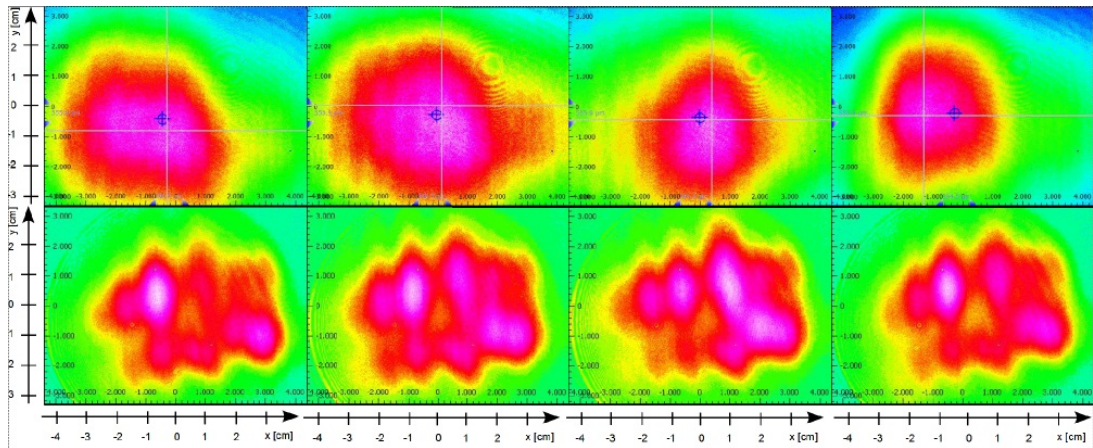


Abb. 3.8: Je vier Strahlprofile von einzelnen Laserpulsen, in einer Entfernung aufgenommen, die der des Interaktionsortes entspricht. Jedes Bild stellt einen einzelnen Laserpuls dar und wurde mit etwa einer Sekunde Abstand aufgenommen. Die oberen Bilder wurden drei Wochen vor der Strahlzeit, die unteren eine Woche nach der Strahlzeit aufgenommen. Die Veränderung wurde durch den Austausch der Verstärkerzelle kurz nach Beginn der Spektroskopie am lithiumähnlichen Bi verursacht. Die Einheit der Skala ist cm.

standes d dargestellt. Man erkennt, dass schon die Änderungen des Linsenabstandes um zehn mm die Lage des Fokus um 40 m verschieben und den Strahldurchmesser am Wechselwirkungsort verdoppeln kann. Deshalb wurde eine Linse auf eine Linearverschiebetisch mit Mikrometerschraube montiert um eine Feinjustage zu ermöglichen. Alleine durch Verschieben der Linsen kann so einfach und reproduzierbar die Umstellung zwischen der Strahlformung für den kollinearen und den antikollinearen Strahlweg vorgenommen werden. Der Vergrößerungsfaktor $-f_1/f_2 = 2$ wurde nicht größer gewählt, da zu erwarten war, dass das reale Laserstrahlprofil deutlich größer als das in den Rechnungen angenommene ist. Bei einem zu großen Strahlradius wären höhere Verluste auf der Strahlstrecke zu erwarten. Die Empfindlichkeit auf d wäre bei Linsenpaaren mit einer größeren Brechkraft noch stärker ausgefallen. Deshalb wurde von den vorhandenen Linsenpaaren das mit der geringsten Brechkraft gewählt.

Die nach den Optimierungen des Laserstrahlprofiles im Nahfeld und des Linsenabstandes d mit einer CCD-Kamera gemessenen Strahlprofile sind in Abb. 3.8 oben für vier Laserschüsse dargestellt. Die Schwankungen von Schuss zu Schuss sind für Farbstofflaser typisch und im hier gezeigten Rahmen für den Strahlzeitbetrieb akzeptabel. Der Radius entsprach in etwa dem gewünschte Wert von $W \approx 15$ mm. Die Diskrepanz zur Berechnung aus Abb. 3.7 erklärt sich vermutlich aus der nur grob abgeschätzten Lage

und Größe W_0 des Fokus des Laserstrahles und aus der nicht perfekten Strahlqualität. Wie bereits erwähnt, war der real größere Strahlradius jedoch erwartet und daher ein entsprechend kleinerer Vergrößerungsfaktor gewählt worden. Während der Strahlzeit musste eine defekte Farbstoffzelle im Laser ausgetauscht werden. Das daraufhin im Fernfeld gemessene Strahlprofil ist in Abb. 3.8 unten zu sehen und war deutlich unregelmäßiger als zuvor. Aus Zeitmangel konnte es aber nicht wieder optimiert werden. Die gemessene Fluoreszenzrate wurde jedoch nicht durch das verschlechterte Strahlprofil beeinträchtigt.

3.3.4 Strahlagestabilisierung

Auch nach abgeschlossener Optimierung des Lasers, der Strahlformung, des Strahlweges und der sorgfältigen Überlagerung des Lasers mit dem Ionenstrahl kann es zu Variationen und Drifts der Laserstrahlage kommen. Diese werden beispielsweise durch Veränderungen des Pointings des Farbstofflasers, Verstellen der Optik und Optomechanik, thermische Effekte der Optiken und der vom Laserstrahl durchlaufenen Luft verursacht. Insbesondere auf der Zeitskala von Tagen kann man nicht von einer stabilen Strahlage ausgehen. Aus diesem Grund wurde die kommerzielle Strahlagestabilisierung Aligna von der TEM Messtechnik GmbH verwendet. Die Strahlagestabilisierung besteht aus den sogenannten 4D-Detektoren und zwei Spiegeleinheiten, die mit Schrittmotoren und Piezoaktuatoren versehen sind. Das Regelsignal wird mittels einer programmierbaren Regelschaltung aus den Messwerten des 4D-Detektors erzeugt und an die als Regelglieder fungierenden Aktuatoren der Spiegelhalter geführt.

Der 4D-Detektor misst Strahlage und -winkel. In Abb. 3.9 ist die während der Strahlzeit genutzte Konfiguration⁹ des 4D-Detektors dargestellt. Der einfallende Strahl rechts unten wird zuerst durch eine Sammellinse fokussiert und dann an Vorder- und Rückseite einer Keilplatte aufgespalten. Die Position der Linse ist so gewählt, dass der Fokus des einen Teilstrahls auf den hinteren positionssensitiven Detektor (PSD) fällt, der somit als Winkeldetektor dient. Der zweite Teilstrahl hat einen längeren Weg und fällt erst nach dem Fokus auf den ersten PSD, der als Positionsdetektor dient.

Ein Foto des Aufbaus am kollinearen (Nordost-)Lasereinkoppelfenster des ESR für die Spektroskopie am lithiumähnlichen Bi ist in Abb. 3.10 zu sehen. Der Aufbau dient vor allem zur Generierung eines abgeschwächten Teilstrahls zur Einkopplung in den 4D-Detektor. Dabei bezeichnet (1) eine einseitig antireflexbeschichtete Glasplatte, also einen $\approx 4\%$ -Strahlteiler, (2) einen Spiegel, (3) einen unter dem verwendeten Winkel teildurchlässigen Spiegel. Der hindurchtretende Strahl trifft nach ca. 11 m (aus der Papierebene heraus) auf einen hier nicht gezeigten Schirm und wird von einer

⁹Der verwendete 4D-Detektor ist modular aufgebaut und kann auf unterschiedliche Arten verwendet werden.

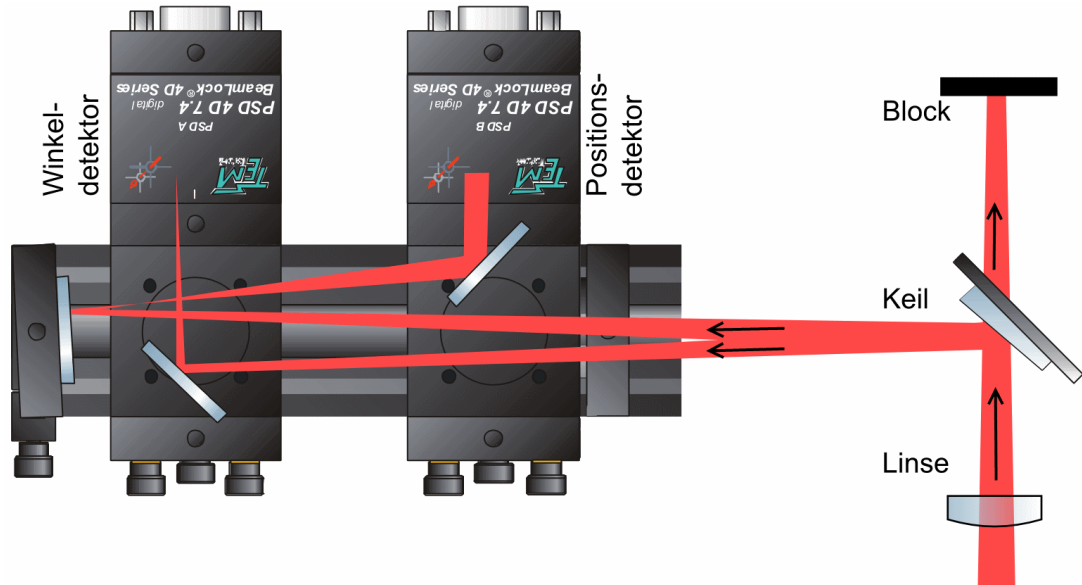


Abb. 3.9: Schema des für die Strahlagestabilisierung verwendeten 4D-Detektors. Modifizierte Abbildung aus [ULL13]. Details siehe Text.

CCD-Kamera aufgenommen. Das ins Laserlabor übertragene Bild dient zur groben visuellen Kontrolle der Strahlgröße und -position in der Wechselwirkungsregion. Der von (3) reflektierte Strahl hingegen tritt durch eine Linse (4), die so positioniert ist, dass sich der Fokus auf dem Winkeldetektor-PSD befindet. (5) ist ein Spiegel, (6) ein Strahlblocker, (7) ein Graufilter zur Anpassung der Laserintensität im 4D-Detektor und (8) ein unbeschichteter Glaskeil. Dessen zwei reflektierte Strahlen treten in den 4D-Strahlagedetektor (9) ein. Zusätzlich ist eine einfache CCD-Kamera (10) angebracht, die zur Überwachung des ESR-Einkoppelfensters diente. Eine Fotodiode (11) registriert den Reflex des Einkoppelfensters und dient zur Überwachung der Synchronisation der Laserpulse. Von diesem Aufbau aus sind es noch etwa 11 m bis zur Wechselwirkungsregion im Elektronenkühler. Ein äquivalenter Aufbau befindet sich auf der antikollinearen Seite.

Die Implementation der Strahlagestabilisierung in den Aufbau am ESR ist in Abb. 3.5 dargestellt. Bei (1) kommt der Laserstrahl vom Laser. (2) ist der erste Aktuatorspiegel. (3) ist ein verschiebbarer Spiegel der beim Umbau von der anti-kollinearen zur kollinearen Konfiguration entfernt wurde. (4) und (6) ist jeweils der zweite Aktuatorspiegel. (5) und (7) sind 4D-Detektoren. Sie sind jeweils nach dem letzten optischen Element und kurz vor der Einkopplung in das Vakuumfenster positioniert. So ist gewährleistet, dass alle Effekte von sich bewegenden optischen Elementen und Luftschwankungen

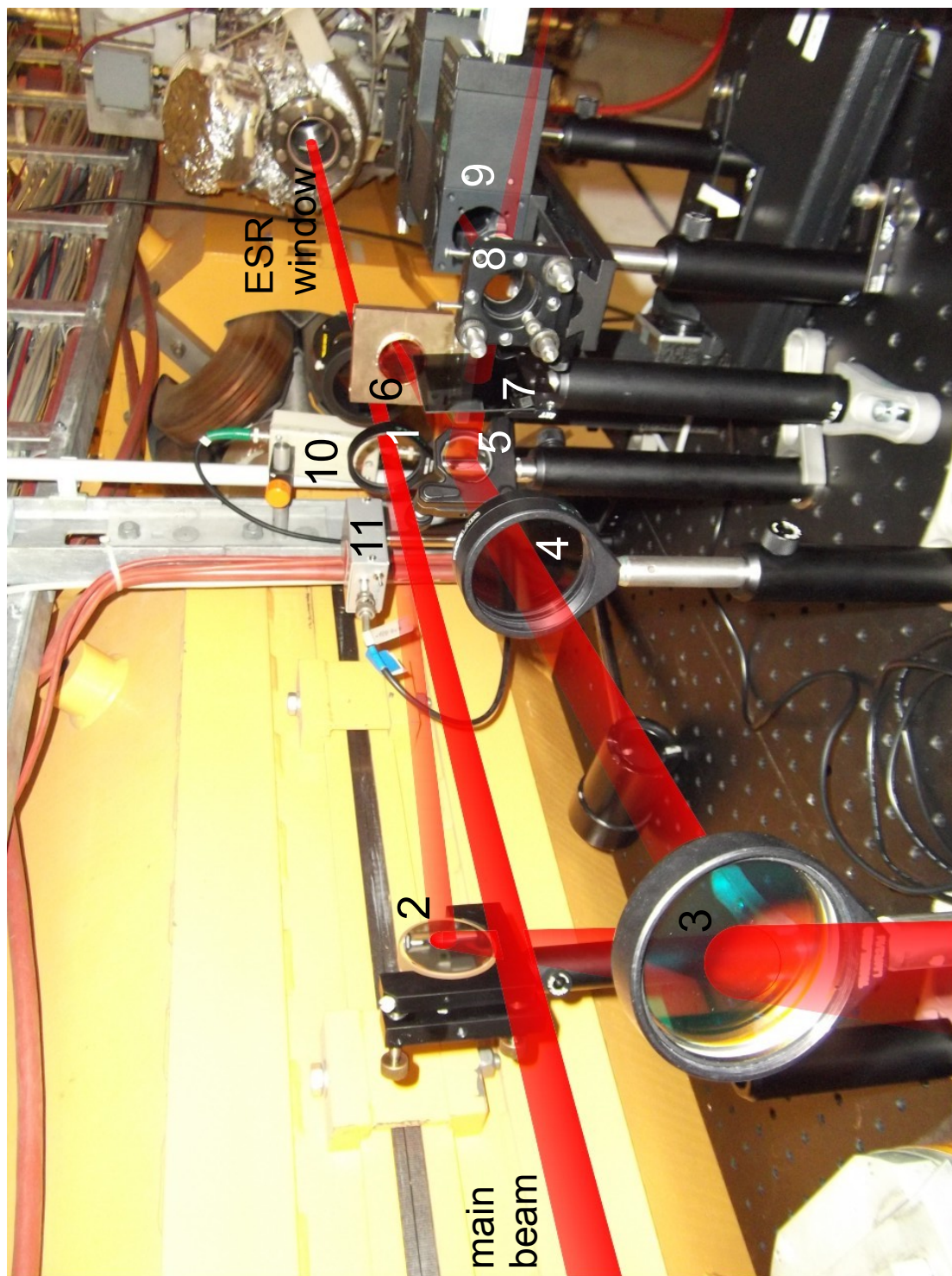


Abb. 3.10: Überzeichnetes Foto der Strahlführung bei der kollinearen Einkopplung in den ESR und in einen 4D-Strahlagedetektor. Die nummerierten Komponenten sind im Text erläutert.

registriert und korrigiert werden. Dazu werden das Positions- und Richtungssignal aus dem 4D-Detektor als analoge Signale zur Kontrollelektronik ins Laserlabor übertragen. Diese generiert geeignete Servosignale für die beiden Aktuatorspiegel um Abweichungen vom Sollwert zu korrigieren. Jeder Aktuatorspiegel hat zwei ansteuerbare Winkelfreiheitsgrade. Jeder Freiheitsgrad kann sowohl mittels eines Schrittmotors als auch mit einem Piezo verstellt werden. Die Piezos reagieren schneller, die Schrittmotoren weisen dafür einen größeren Verfahrbereich auf. Die Regelungsparameter in der Kontrollelektronik müssen an den jeweiligen Aufbau angepasst werden. Dazu wird weitgehend automatisiert folgende Prozedur durchgeführt:

- Die Elektronik versucht, eine Rampe in jedem Freiheitsgrad (x/y-Position und Θ/Φ –Winkel) zu fahren.
- Die detektierte Strahlbewegung ist im Allgemeinen in den Freiheitsgraden nicht entkoppelt. Die ermittelten Korrelationskoeffizienten werden in eine Matrix geschrieben, und diese dann invertiert.
- Die Inversionsmatrix wird auf die Servokanäle angewendet und eine neue, korrigierte Rampe gefahren.
- Nach mehreren Iterationen sind die Freiheitsgrade entkoppelt und die Strahlposition kann gelockt werden.

Wurde während der Strahlzeit etwas am optischen Pfad geändert, konnte die Strahlstabilisierung innerhalb weniger Minuten angepasst und weiterverwendet werden.

In Versuchen vor der Strahlzeit wurde ein He:Ne-Laserstrahl über die ganze Strecke geführt. Die Sollposition und -winkel konnten durch die Stabilisierung trotz künstlich herbeigeführter Störungen wie Rütteln am optischen Tisch oder manuellen Verstellen von optischen Komponenten gehalten werden. Die typische Regelzeit lag deutlich unter 1 s. Auch in der Strahlzeit arbeitete das System zuverlässig. Das deutlich verschlechterte und von Schuss zu Schuss variable Strahlprofil nach dem Wechsel der Farbstoffzelle beeinträchtigte die Regelung nicht.

3.3.5 Kontrolle und Aufzeichnung der Wellenlängen

Die gewünschte Wellenlänge des Spektroskopielasers wurde von einem Kontrollcomputer gesetzt und an die Datenaufnahme übertragen um sofort während der Strahlzeit die gemessenen Resonanzen darstellen zu können. Die tatsächliche Laserwellenlänge ist jedoch nicht kalibriert und kann durchaus in unvorhergesehener Weise driften. Deshalb wurde die Wellenlänge des Spektroskopielasers kontinuierlich mit einem Atos Lambdameter LM-007 gemessen.

Das Lambdameter verfügt über vier Neon-gefüllte, temperaturstabilisierte Fizeau-Interferometer mit unterschiedlichen Längen. Die dahinter entstehenden Interferenz-

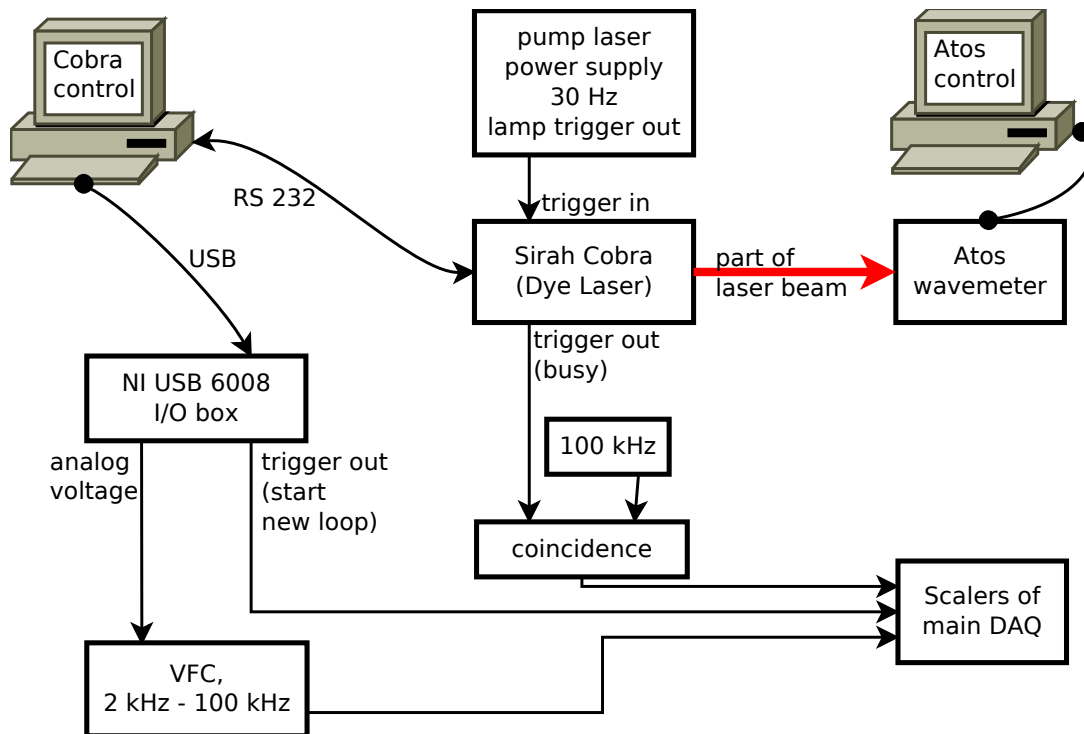


Abb. 3.11: System zur Kontrolle und Datenaufnahme der Wellenlänge des Farbstofflasers. (VFC = „Voltage to Frequency Converter“) Weitere Erklärungen siehe Text.

muster werden mit vier linearen CCD-Detektoren detektiert [Gün02]. Dabei wird die Lichtintensität auf jedem Pixel in einen ganzzahligen Wert zwischen 0 und 255 übersetzt. Aus den Interferenzmustern wird die Laserwellenlänge berechnet. Je nachdem wie groß die Linienbreite des Lasers ist, müssen ein, zwei oder drei Interferometer ausgeschaltet werden. Dies resultiert jeweils in einer reduzierten Genauigkeit. In der Strahlzeit wurde für die Messungen mit Laser im breitbandigen Betrieb ein Interferometer verwendet, für Messungen im schmalbandigen Betrieb zwei Interferometer.

Die Wellenlänge des Farbstofflasers wurde in 51 Schritten der Größe $\Delta\lambda = 0,01 \text{ nm}$, $0,02 \text{ nm}$ oder $0,04 \text{ nm}$ gescannt. Die eingestellte Verweildauer betrug typischerweise 180 Laserpulse und damit ca. 6 s pro Wellenlängenschritt. In Abb. 3.11 ist die Elektronik zum Scannen und zum Mitschreiben der Wellenlänge dargestellt. Leider konnten die Messergebnisse des Lambdameters mangels eines geeigneten Kommunikationskanals nicht sofort an die Datenaufnahme übertragen werden. Deshalb wurden die Wellenlängen sicherheitshalber redundant aufgezeichnet. Als Taktgeber diente der Lampentrigger

des Pumpasers. Der PC mit der Software „Cobra Control“¹⁰ setzte die Wellenlänge über eine RS 232-Verbindung mit dem Cobra Stretch und gab über das externe Gerät „NI USB 6008 I/O box“ von National Instruments eine Spannung proportional zur Wellenlängenschrittnummer aus. Diese wurde von einem VFC in eine Frequenz umgewandelt, die von der Hauptdatenaufnahme registriert wurde. Auch die Information, wann der Laser von der maximalen zurück zur kleinsten Wellenlänge gefahren wurde („*start new loop*“), und der Zeitraum, den der Laser benötigte, um eine angeforderte Wellenlänge anzufahren („*busy*“) wurde von der Hauptdatenaufnahme registriert. Die Laserwellenlänge wurde periodisch von drei verschiedenen Systemen jeweils zusammen mit entsprechenden Zeitstempeln zur nachträglichen Synchronisation aufgezeichnet.

- Einmal pro Sekunde wird die mit dem Lambdameter *gemessene* Wellenlänge durch dessen Kontrollcomputer („Atos Control“)¹¹ aufgezeichnet.
- Zweimal pro Sekunde wird die *gesetzte* Wellenlänge von dem PC, der den Farbstofflaser kontrolliert („Cobra Control“), aufgezeichnet.
- Die Frequenz des VFC, die die Nummer des Wellenlängenschrittes kodiert, wurde mit einem Scaler registriert. Dieser wird, ebenso wie die anderen Scaler, mit einer Rate von ≈ 200 Hz ausgelesen.

Abschnitt 6.3 befasst sich mit der Auswertung dieser Daten.

3.4 Detektion

Das Detektionssystem sollte einen möglichst großen Anteil des von den Ionen emittierten Fluoreszenzphotonen detektieren und gleichzeitig auftretendes Untergrundlicht möglichst diskriminieren. Die räumliche Abstrahlcharakteristik der Ionen im Laborsystem ist in Abb. 3.12 dargestellt. Ein beträchtlicher Anteil des Untergrundes stammt aus in Ionen-Restgas-Stößen induzierter Fluoreszens von Restgasmolekülen. Diese wird im Laborsystem annähernd isotrop abgestrahlt. Am günstigsten ist das Signal- zu Untergrundverhältnis im Raumwinkelbereich nahe der Vorwärtsrichtung (in der Abbildung links). Zusätzlich ist dort die aufgrund des Doppler-Effektes kürzere Wellenlänge vorteilhaft für eine effiziente Detektion.

¹⁰Diese Software wurde von Raphael Jöhren in Labview unter Verwendung von Softwarekomponenten, die mit dem Laser mitgeliefert wurden, programmiert.

¹¹Die dazu notwendige Software wurde von Benjamin Botermann in Labview programmiert. Er verwendete dazu Softwarekomponenten, die er vom ehemaligem Vertrieb von Atos erhalten hatte.

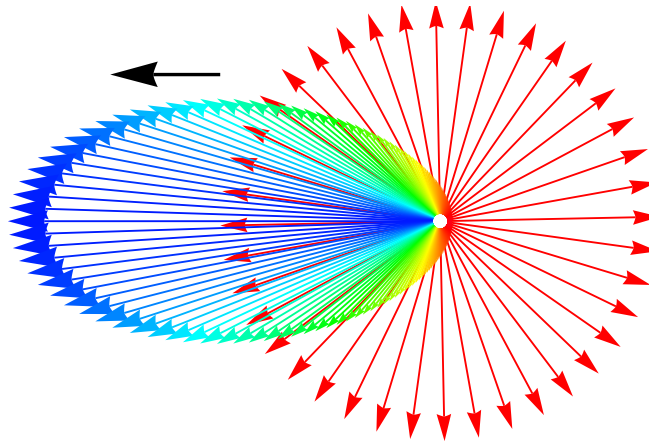


Abb. 3.12: Farblich dargestellt ist die Emission eines Ions, das mit $\beta = 0,7$ nach links fliegt. Die Länge der Pfeile entspricht der Emissionswahrscheinlichkeit in die entsprechende Richtung, die Farbe kodiert die Wellenlänge. Die roten Pfeile symbolisieren den isotropen Untergrund der durch Ionenstöße angeregten Restgasionen, und ist in Wirklichkeit deutlich stärker als hier angedeutet.

3.4.1 Verwendete Photomultiplier

Für lithiumähnliches Bismut wurde ein Photomultiplier PMT R1017select Baujahr 1995 von Hamamatsu verwendet. Als Hochspannungsversorgung wurde das ISEG NHQ 226L verwendet. Viele Details zum Detektor und zum mechanischen und optischen Aufbau sind in der Masterarbeit von Rubén Coto [Cot10] beschrieben. Das wesentliche Selektionskriterium war die hohe Quanteneffizienz. Die Sensitivität ist in Abb. 3.13 dargestellt. Man erkennt, dass die höchste Quanteneffizienz im Bereich um 600 nm liegt, ab 700 nm stark abfällt und etwas überhalb 850 nm praktisch verschwindet. Der PMT wurde in einem Kühlgehäuse wie in Abb. 3.14 installiert und bei einer Temperatur von etwa -10°C betrieben, um die Dunkelzählrate zu minimieren. Am ESR installiert betrug sie während der Strahlzeit typischerweise 130 s^{-1} wenn keine Ionen im Ring waren. Die für diesen PMT verwendete Lichtsammeloptik wird in Kap. 3.4.3 vorgestellt. Der vor dem PMT installierte Filter Calflex X ist ein interferometrischer Sperrfilter für nahes Infrarot. Die Transmission wurde spezifiziert auf über 80 % bei 420 – 680 nm, 50 % bei $730 \pm 20\text{ nm}$ und auf unter 1 % für 780 – 1100 nm. In Vorexperimenten konnte bestätigt werden, dass die Transmission von Licht mit kürzerer Wellenlänge nur schwach winkelabhängig ist. Das Abblocken von Licht längerer Wellenlängen wurde für größere Einfallswinkel sogar deutlich besser als spezifiziert.

Für wasserstoffähnliches Bismut wurde der PMT 9422A (*“solar blind”*) von Thorn EMI mit Seriennummer 1001 aus dem Jahr 1987 verwendet. Die Bezeichnung *“solar*

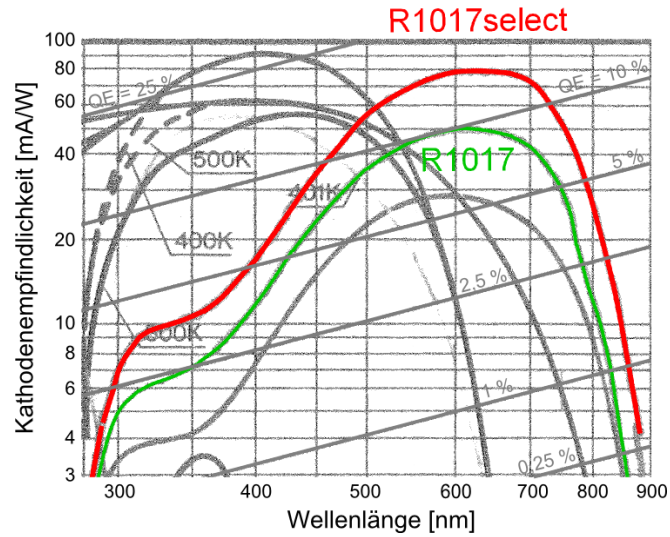


Abb. 3.13: Detektionseffizienzen verschiedener PMTs von Hamamatsu. Farblich hervorgehoben sind die Kurven eines PMT R1017 und unseres nach hoher Quanteneffizienz selektierten R1017select.

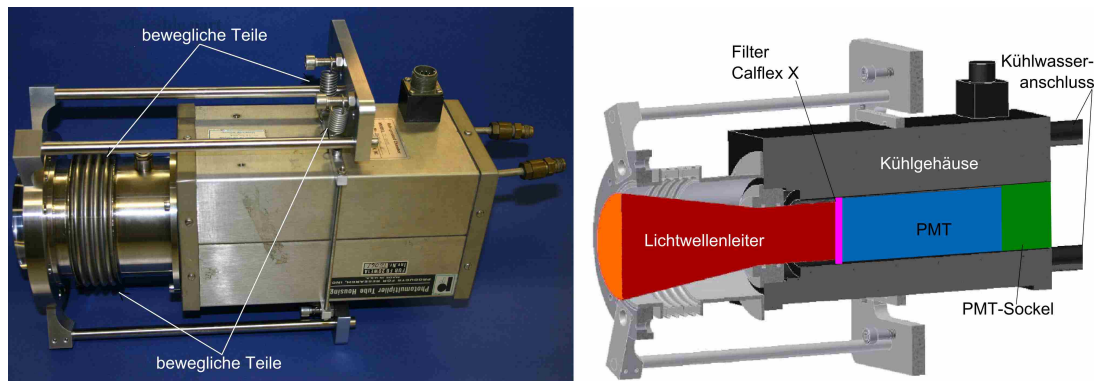


Abb. 3.14: PMT R1017 im Kühlgehäuse zusammen mit Lichtwellenleiter und dazwischen installiertem Filter Calflex X. Zeichnung nach [Cot10].

Tab. 3.2: Quanteneffizienz des PMT Thorn EMI 9422A.

λ [nm]	QE [%]
121,6	11
140	10
185	14
254	17
300	8,5
350	0,6

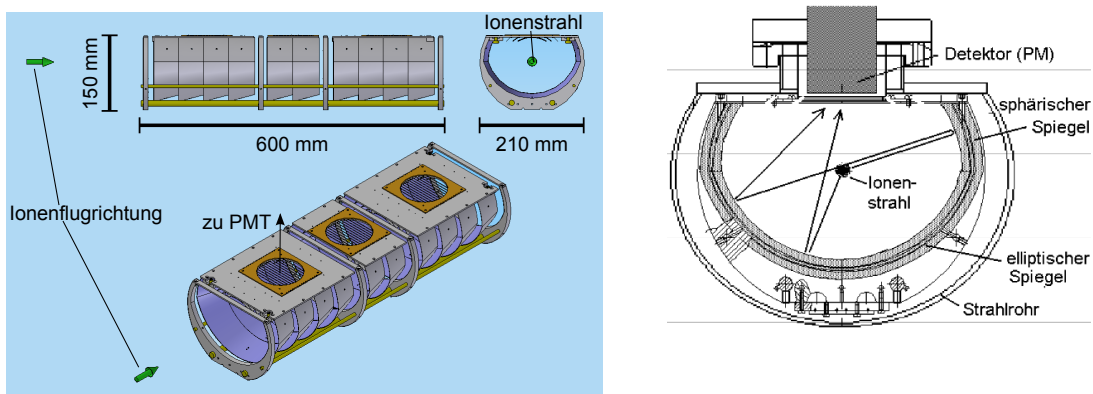


Abb. 3.15: Ansichten der Spiegelstrecke. Der linke Graph wurde [Bot12] entnommen und modifiziert. Der rechte Graph wurde [See99] entnommen und illustriert die Pfade von zwei Fluoreszenzphotonen aus dem Ionenstrahl zum Detektor.

blind“ bedeutet, dass er im sichtbaren Wellenlängenbereich wenig sensitiv ist. Er wurde bei Raumtemperatur betrieben. Die spezifizierten Quanteneffizienzen sind in Tabelle 3.2 aufgelistet. Die Dunkelzählrate während der Strahlzeit betrug etwa 30 s^{-1} . Die verwendete Lichtsammeloptik wird im Folgenden beschrieben.

3.4.2 Spiegelstrecke

Die meisten bisherigen Laserspektroskopie-Experimente wie [Bot12, Kla94b, See99, Win99] verwendeten als Lichtsammelsystem die im ESR installierte Spiegelstrecke. In ihrer heutigen in Abb. 3.15 dargestellten Form mit 11 elliptischen, um 15° in Richtung des Ionenstrahls geneigten Spiegelsegmenten unten und zylindrischen Spiegelsegmenten oben wurde sie von Peter Seelig [See99, S. 74 ff.] vor 1999 konzipiert.

Die Ellipsenparameter sind dabei so gewählt, dass ein Brennpunkt auf der Flugbahn

der Ionen liegt und der zweite auf der Höhe der oberen Aussparungen für die PMTs. Wie in Abb. 3.15 rechts illustriert, sollen die oberen Zylindersegmente die von den Ionenbahnen stammenden Photonen durch die Flugbahn hindurch auf die unteren elliptischen Spiegel zurückwerfen, um den Raumwinkel zu vergrößern. Über jedes der drei gezeigten kreisförmigen Aussparungen der Bleche ist ein Vakuumfenster angebracht, auf dem die PMTs montiert werden können. Je nach spektroskopischer Anwendung kommen hierbei Fenster aus Saphir, Quarz (kristallines oder amorphes) oder Magnesium- bzw. Kalziumfluorid zum Einsatz, um ausreichende Transmission im jeweils relevanten Wellenlängenbereich zu gewährleisten.

Im Vorfeld der Strahlzeit wurden die sichtlich gealterten Bleche der Spiegelsegmente ausgebaut und gegen neue aus dem Spiegelblechmaterial Miro 2 des Herstellers Alanod ausgetauscht. Die Reflektivität der alten Bleche wurde mit einem HeNe-Laser mit 633 nm vermessen und war auf 80 % bis 90 % je nach Einfallswinkel abgesunken. Die Reflektivität des neuen Bleches war mit 90 – 94 % etwas größer. Eine Ursache für die Alterung könnte der thermische Stress beim Ausheizen des ESR nach jeder erfolgten Umbaumaßnahme sein.

Der PMT 9422A (*“solar blind”*) für Bi^{82+} war am ersten Fensterflansch über einem Quarzfenster eingebaut. Bei der Strahlzeit 2004 wurde die Resonanz von Bi^{82+} auf Anrieb mit sehr gutem Signal gefunden (im Zentrum der Resonanz eine Signalrate von etwa 500 s^{-1} pro mA Ionenstrom und eine Untergrundrate von etwa $100 \text{ s}^{-1}/\text{mA}$)¹². Bei der Strahlzeit 2011 war die Suche nach der Resonanz deutlich schwieriger und benötigte mehrere Tage. Das Signal in der schlussendlich gefundenen Resonanz war um fast zwei Größenordnungen kleiner als 2004 (unter $10 \text{ s}^{-1}/\text{mA}$ bei ebenfalls etwa $100 \text{ s}^{-1}/\text{mA}$ Untergrund).

Die Ursache für das schwache Signal könnte gewesen sein, dass das unter dem PMT eingebaute Fensterglas nicht für die Transmission von UV-Licht geeignet war. Unter der Annahme, dass es ähnliche Transmissionseigenschaften wie das in anderen ESR-Fenstern häufig verwendeten Kodialglas aufwies, kann aus dem erwarteten Spektrum der auf das Fenster auftreffenden Photonen, dem Verlauf der Transmissionskurve des Glases und dem Verlauf der Quanteneffizienz des PMT eine Unterdrückung auf etwa 30 % der Signalrate von 2004 abgeschätzt werden. Das wäre jedoch bei weitem noch nicht ausreichend, um das schwache beobachtete Signal zu erklären. Im Rahmen dieser Arbeit konnte nicht geklärt werden, ob das eingebaute Fensterglas eine noch schlechtere Transmission im UV-Bereich besaß oder andere Gründe für das schwache Signal verantwortlich waren. So wäre eine schlechtere Quanteneffizienz des inzwischen gealterten PMTs denkbar.

Die Fluoreszenzphotonen-Sammeleigenschaften der Spiegelstrecke wurden von Boter-

¹²Der Untergrund wird von den erwähnten Ionen-Restgasstößen dominiert und ist deshalb ebenfalls ionenstromabhängig und wird pro mA angegeben.

mann [Bot12] für Li^+ -Ionen mit der Geschwindigkeit $\approx 0,33c$ und von Anielski [Ani10] unter anderem für Bi^{80+} -Ionen mit der Geschwindigkeit $\approx 0,7c$ simuliert. In Abb. 3.16 ist das Ergebnis von Anielski für Bi^{80+} zusammenfassend dargestellt. Der obere Graph zeigt die Zahl der detektierten Photonen als Funktion des Abstrahlwinkels der Photonen relativ zur Flugrichtung sowohl für den Kupferspiegel als auch für das mittlere Fenster der Spiegelstrecke. Darin ist die Emissionscharakteristik aus Abb. 3.12, die Abbildungswahrscheinlichkeit und die Quanteneffizienz des PMT berücksichtigt. Der Kurvenverlauf der Detektion wurde den Simulationsergebnissen [Ani10] entnommen und ist nur genähert dargestellt. Der untere Graph zeigt den Zusammenhang zwischen Abstrahlwinkel und Wellenlänge durch die Dopplerverschiebung im Laborsystem. Rechts unten ist zusätzlich die Quanteneffizienz des Photomultipliers R1017select aufgetragen.

Die rechte Hilfslinie markiert das langwellige Ende der Quanteneffizienz des PMTs bei $\lambda_{\text{Lab}} \approx 900 \text{ nm}$, welches dafür verantwortlich ist, dass für Winkel $\theta_{\text{Lab}} \gtrsim 35^\circ$ praktisch keine Photonen mehr nachgewiesen werden. Dies stellt einen wichtigen Unterschied zu den meisten anderen Spektroskopieexperimenten am ESR dar. Die Spiegelstrecke ist für kleinere Ionengeschwindigkeiten und größere Abstrahlwinkel optimiert. Für Winkel $\theta_{\text{Lab}} \lesssim 10^\circ$ sinkt an der Spiegelstrecke die Abbildungseffizienz. Aus diesem Grund wurde mit dem im nächsten Unterkapitel beschriebenen Cu-Spiegel eine neues Photonensammelsystem entwickelt, das eine deutlich höhere Nachweiseffizienz in Vorwärtsrichtung vorweist. Dennoch wurde für die Spektroskopie am Bi^{80+} das zweite und dritte Fenster der Spiegelstrecke mit zwei PMTs R1017select bestückt. Im Vorgriff auf das Ergebnis sei hier gesagt, dass wie in den vorangegangenen Strahlzeiten an der Spiegelstrecke keine Resonanz des Bi^{80+} nachgewiesen werden konnte. Wie hier dargelegt, wurde zwar ein schwächeres Signal erwartet, die vollständige Abwesenheit konnte jedoch nicht erklärt werden.

3.4.3 Optimierte Fluoreszenzdetektion für schnelle Ionen

Die Lichtsammeloptik für die Fluoreszenz von Bi^{80+} soll möglichst effizient die bei $\beta \approx 0,7$ vorwärts emittierten Photonen mit $\lambda_0 \approx 1555 \text{ nm}$ auf den Detektor abbilden. In Zusammenarbeit mit der Universität Münster wurde ein optimierter parabolischer Kupferspiegel entwickelt, der in den Ionenstrahl gefahren werden kann.

Der Spiegel ist dem Ionenstrahl deutlich näher als die Spiegelstrecke. Damit erreicht er eine deutlich erhöhte Abbildungswahrscheinlichkeit bei kleinen Winkeln, also für Photonen mit kürzeren Wellenlängen, die mit dem PMT besser nachweisbar sind.

Der Spiegel ist als Ausschnitt eines Rotationsparaboloids ausgelegt. Die Idee dahinter wird in Abb. 3.17 in einer schematischen Schnittzeichnung durch den Spiegel verdeutlicht. Die Flugbahn der Ionen verläuft hier von oben durch den Spiegel nach unten. Die

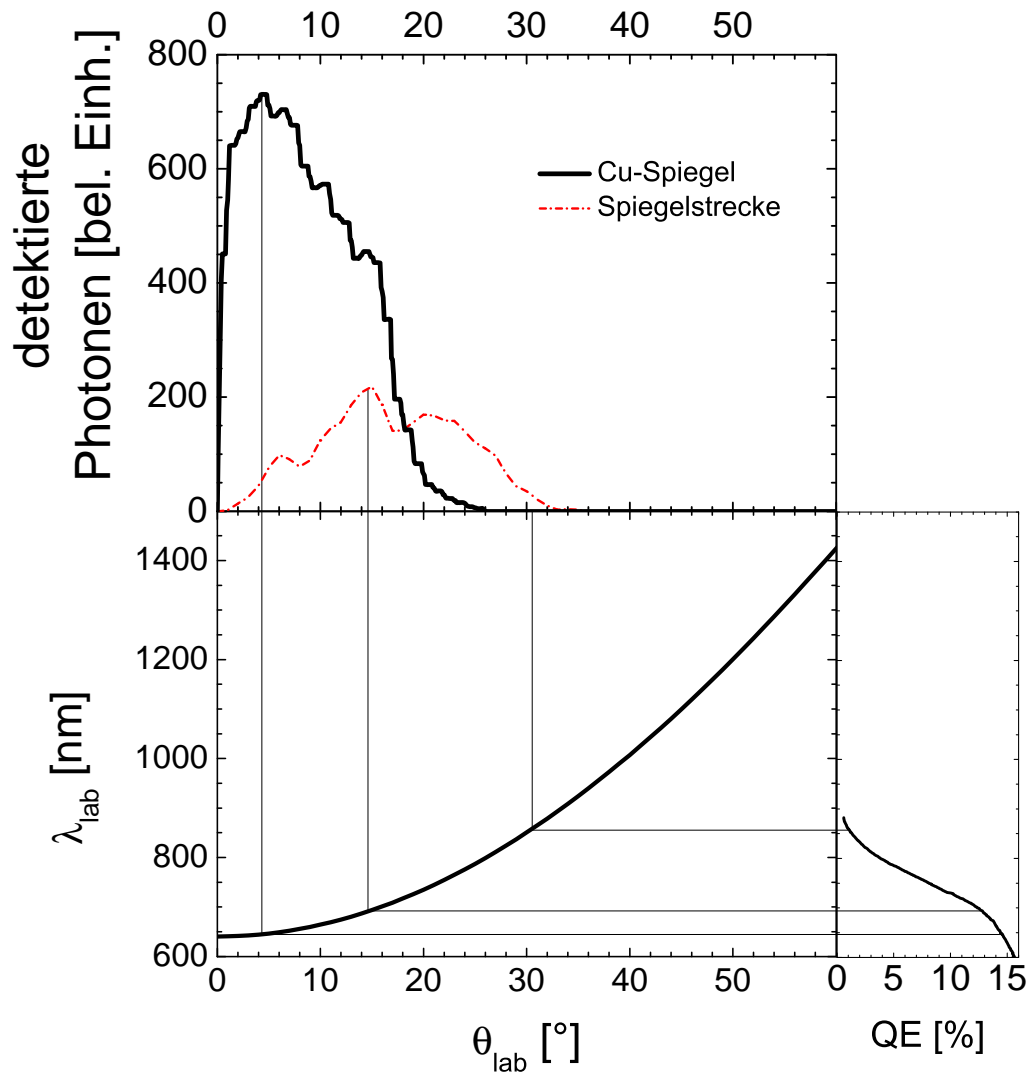


Abb. 3.16: Simulierter Vergleich zwischen Spiegelstrecke und dem von Anielski [Ani10] neu entwickelten Cu-Spiegel. Rechts ist die spezifizierte Quanteneffizienz des verwendeten Detektors R1017select als Funktion der Wellenlänge dargestellt. Links unten ist die Wellenlänge der emittierten Fluoreszenzphotonen von Bi^{80+} als Funktion des Abstrahlwinkels im Laborsystem θ_{Lab} dargestellt. Oben die simulierte Anzahl der Photonen, die an den drei Fenstern der Spiegelstrecke und am Cu-Spiegel als Funktion von θ_{Lab} detektiert werden würden.

Bahnen von zwei Photonen, die entlang der Flugbahn unter kleinem Winkel abgestrahlt werden sind eingezeichnet. Sie treffen annähernd parallel auf den Spiegel, und werden auf den links angedeuteten Detektor reflektiert. Der verfügbaren Platz zur Installation des Spiegels im ESR-Strahlrohr begrenzt die Größe des Spiegels und gibt den Abstand von 40 cm zwischen Ionenstrahl und Fenster vor. Unter den genannten und einer Reihe anderer Vorgaben wurden unter anderem die genaue Form des Spiegels auf maximale Signalrate optimiert. Denis Anielski simulierte dazu im Programm GEANT 4 die Pfade von Fluoreszenzphotonen durch ein 3D-Modell des Strahlrohres mit Parabolspiegel und dem dazugehörigen Detektoraufbau. Im Vergleich dazu wurde auch die alte Spiegelstrecke simuliert. Das Vorgehen und die Ergebnisse sind detailliert in der Diplomarbeit von Denis Anielski [Ani10] beschrieben. Hannen [Han13] schreibt eine Übersicht über die optische Simulation und das Design des Spiegels, sowie die in der Strahlzeit aufgenommenen Signal- und Untergrundraten.

Der Abschätzung der Größe des Schlitzes kam eine wichtige Rolle zu. Einerseits durfte er nicht zu klein sein, um den Ionenstrahl nicht zu beeinträchtigen. Andererseits durfte er auch nicht zu groß sein, um möglichst viele der vorwärts emittierten Photonen abzubilden, da genau dies der einzige Zweck des Spiegels ist. Wie bereits in Kap. 3.3.3 erwähnt, wurde mit Hilfe von [Kla94a, Ste04] und aus empirischen Abschätzungen der ESR-Operateure der zu erwartende Ionenstrahlradius σ_{Ion} auf etwa 5 – 9 mm geschätzt. Dazu wurde der in [Ste04] empirisch an einem U^{92+} -Strahl ähnlicher Energie ermittelte Zusammenhang zwischen Ionenstrom und Ionenstrahlradius auf einen Ionenstrom von 3 mA extrapoliert. Dabei wurde berücksichtigt, dass der “lokale” Ionenstrom durch das Bunchen um etwa einen Faktor 5 – 10 größer als bei entsprechenden kontinuierlichen Strahl sein würde. Der ideale Schlitzradius wurde von diesen begründeten Vermutungen geleitet zu $2 \cdot \sigma_{\text{Ion}}$ bis $3 \cdot \sigma_{\text{Ion}}$ geschätzt, also der Durchmesser zu 30 mm. Die erfolgreiche Verwendung des Spiegels rechtfertigten im Nachhinein diese Wahl.

Der optimierte Aufbau wird in Abb. 3.18 dargestellt. Der Spiegel hat einen Durchmesser von 150 mm und seine Form folgt mit dem Abstand vom Fenster x der Funktion $x^2/40$ cm. Als Spiegelmaterial wurde Kupfer gewählt, da es alle Vakuumanforderungen erfüllt, und die polierte Oberfläche auch ohne Beschichtung eine gute Reflektivität im relevanten Wellenlängenbereich 600 – 700 nm vorweist. Der Ionenstrahl geht durch den 30 mm breiten Schlitz im Spiegel. Die vorwärts gerichtet emittierten Fluoreszenzphotonen werden vergleichsweise effizient auf das Fenster abbildet. Der “*reflecting cone*” ist eine innen verspiegelte Blechschürze, die zusätzlich Photonen Richtung Fenster lenkt. Die Photonen durchlaufen nach dem Fenster einen Lichtwellenleiter und einen Filter, bevor sie auf den Detektor treffen. Die Befestigung, das hier nicht gezeigte Kühlgehäuse und der Lichtwellenleiter zwischen Fenster und PMT ist in der Masterarbeit von Rubén L. Coto [Cot10] beschrieben.

Der Spiegel ist an einer druckluftgetriebenen, ferngesteuerten Lineardurchführung aufgehängt. Im zurückgezogenen Zustand ist der Spiegel 10 cm von der Ionenstrahlmitte

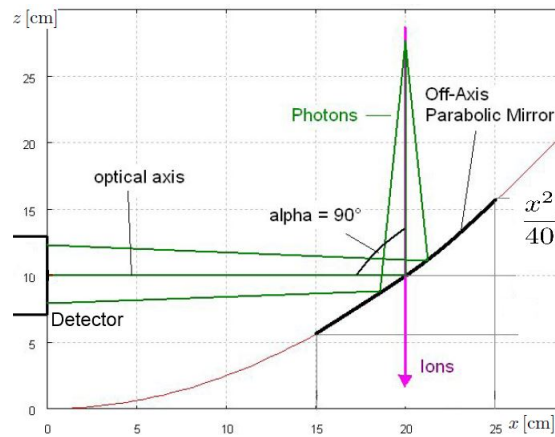


Abb. 3.17: Vereinfachter Schnitt durch das Nachweissystem. Es sind die Strahlengänge von zwei vom Ionenstrahl ausgehenden Photonen eingezeichnet, die vom parabolischen Spiegel auf den Detektor reflektiert werden. In der Schnittebene ($x - z$ -Ebene) folgt der Spiegelverlauf der Funktion $z = x^2/40$ cm. Zeichnung entnommen aus [Han13] und modifiziert.

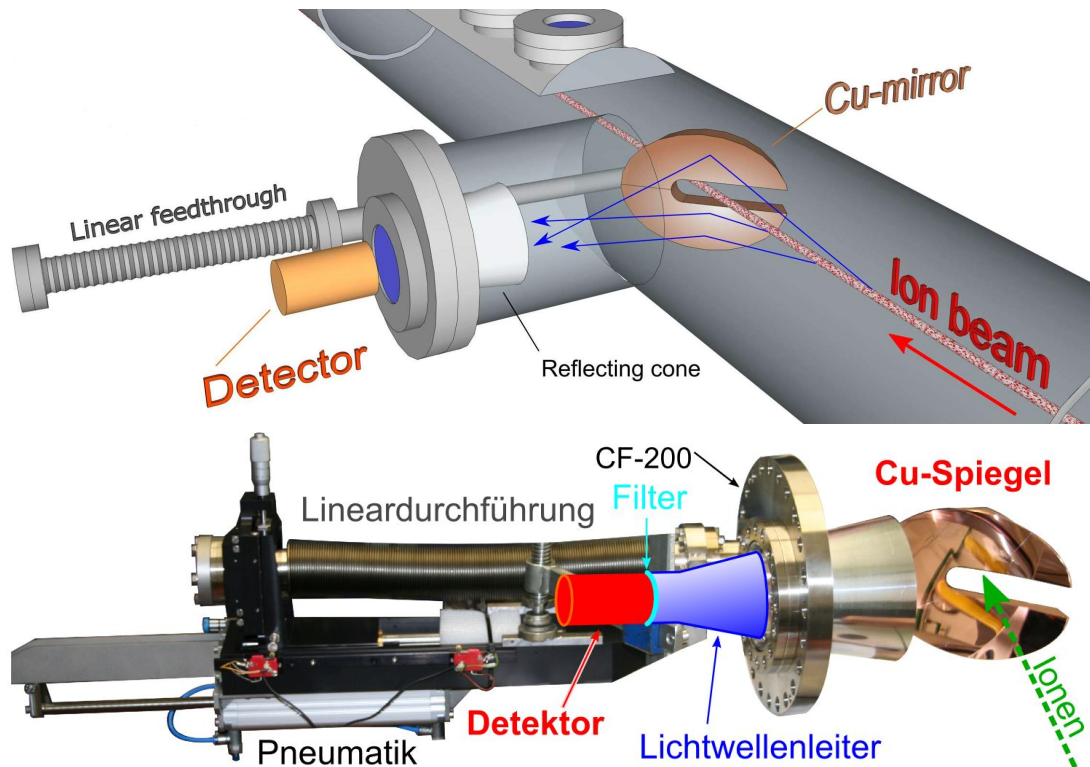


Abb. 3.18: Schema des Kupferspiegels im ESR und überzeichnetes Foto des Spiegels an der Verfahrmechanik. Beschreibung siehe Text. Foto entnommen aus [Cot10] und modifiziert.

entfernt. So wird der Ionenstrahl nicht gestört, selbst wenn er bei der Injektion in den ESR noch einen großen Durchmesser hat. Wenn der heiße Ionenstrahl durch den Elektronenkühler nach etwa 20 s abgekühlt ist und einen entsprechend kleinen Durchmesser besitzt, wird der Spiegel innerhalb von etwa 1 – 5 s eingefahren. Der Spiegel muss dabei so ausgerichtet sein, dass die Ionen den Schlitz möglichst zentral durchqueren. Die vertikale Lage des Ionenstrahles kann mit Hilfe des sogenannten *target-bumps* um wenige mm variiert werden. Die vertikale Lage des Spiegels wurde mit Hilfe einer Mikrometernimik an der Aufhängung der Linearverschiebung um etwa 5 mm verschiebbar gemacht. Begrenzend war dabei die Größe des Durchführungsrohres. Die Einfahrtiefe des Spiegels kann ebenfalls um ± 5 mm variiert werden, dies war jedoch nicht notwendig. Der Spiegelkörper selbst wiegt etwa 3 kg und der Hebel hat eine Länge von ungefähr 0,7 m. Das durch die Schwerkraft verursachte Drehmoment verursacht eine Absenkung des Spiegelarms um einige mm unterhalb der Waagrechten. Im ausgefahrenen Zustand befand sich deshalb der Spiegel zunächst einige mm unterhalb der Strahlrohrmitte. Mit Hilfe einer Laserwasserwaage wurde vor der Strahlzeit der Spiegel mit der Genauigkeit von einigen mm in die Strahlrohrmitte zentriert. Dazu musste die Höhenverstellmimik an den oberen Anschlag gefahren werden. Die Sollbahn der Ionen kann allerdings um einige mm von der realen Strahlrohrmitte abweichen. In vorbereitenden Strahlzeiten wie beispielsweise mit einem Strahl von U^{90+} bei 217 MeV/u wurde deshalb der Einfluss des Spiegels auf den Ionenstrahl getestet. Dabei hat es sich herausgestellt, dass die Höhe des Spiegels ausreichend gut eingestellt werden konnte, um den Ionenstrahl nur wenig zu beeinträchtigen. Allerdings stellte es sich als wichtig heraus, beim Einfahren des Spiegel eine Schwingung um die Gleichgewichtslage, verursacht durch ruckartiges Hineingleiten der Lineardurchführung zu verhindern. Das Schwingen konnte einen fast vollständigen Verlust der Ionen zur Folge haben. Der Gleitschlitten, an dem die Stange für den Spiegel befestigt war, ruckelte. Um dies zu beheben wurden zunächst die Stangen, auf denen der Gleitschlitten lief, mit Lagerfett geschmiert und die Druckluftzufuhr so gedrosselt, dass die Einfahrzeit auf etwa 5 s verlängert wurde. Die mutmaßliche Ursache für das “Ruckeln” lag in dem Drehmoment, das der Spiegel am langen Arm auf den Gleitschlitten ausübte. Dieses wurde über eine nachträglich angebrachte Hilfskonstruktion teilweise kompensiert. Dazu wurde an der Spiegelaufhängung ein zusätzlicher senkrecht nach oben zeigender Hebelarm befestigt. Über eine Seilzugkonstruktion sorgte ein Gewicht für eine konstante Kraft in waagrechter Richtung auf den Hebelarm, und verursachte ein kompensierendes Drehmoment [Han13]. Diese Maßnahmen haben zusammengenommen das “Ruckeln” deutlich reduziert.

Der Kupferspiegel erwies sich als die entscheidende Verbesserung im Vergleich zu den gescheiterten Vorläuferstrahlzeiten. Es soll bereits hier vorweggenommen werden, dass das Signal am Cu-Spiegel leicht beobachtet werden konnte. Bei einer willkürlich herausgesuchten Resonanz betrug das Signal im Zentrum etwa 25 s^{-1} pro mA Ionenstrom

und der Untergrund etwa $255 \text{ s}^{-1}/\text{mA}$. An der Spiegelstrecke konnte jedoch wie in den Vorgängerexperimenten über die gesamte Strahlzeit keine Resonanz gefunden werden.

3.4.4 Geradeausdetektor

Zusätzlich zu den genannten Detektoren wurde noch ein PMT in Verlängerung der “Strahlgerade” [Cot10, S. 39 ff.], am Einkoppelfenster des nordwestlichen Dipolmagneten installiert. Aufgrund des dort recht großen Abstands zum Ionenstrahl und der recht kleinen Beobachtungsapertur wurde eine niedrige Signalrate, allerdings auch ein sehr geringer Untergrund erwartet [Cot10]. Leider wurde in der Strahlzeit an diesem Detektor keine Resonanz beobachtet.

3.5 Experimentsteuerung und Datenaufnahme

Der Nachweis der des langlebigen HFS-Überganges des Bi^{80+} ist anspruchsvoll, wie die drei erfolglosen Strahlzeiten belegen. Aufgrund niedriger Signalrate und hoher Untergrundrate stellt das Experiment hohe Ansprüche an die Datenaufnahme.

Die Restgasmoleküle im Strahlrohr des ESR¹³ können durch vorbeifliegenden Ionen angeregt werden und typischerweise innerhalb weniger als einiger 10 ns Fluoreszenzphotonen aussenden, die von den verwendeten Detektoren registriert werden. Diese Photonen wurden zur Synchronisation (Kap. 3.5.2) verwendet und lassen Rückschlüsse über die Bunchlänge zu [Wen13]. Ohne besondere Maßnahmen würde dieser Untergrund jedoch den Nachweis erheblich erschweren. Deshalb wurden alle detektierten Photonen zeitaufgelöst und mit der HF-Phase und damit mit Signal- und Referenzbunch synchronisiert von der Datenaufnahme registriert (Kap. 3.5). In der Datenanalyse konnte so unterschieden werden, aus welchem Bunch die registrierten Photonen stammen und durch Subtraktion das untergrundbereinigte Signal berechnet werden (Kap. 6.2). Die DAQ (*Data Acquisition*) muss in der Lage sein, zu unterscheiden, ob ein detektiertes Photo aus dem Signalbunch, dem Referenzbunch oder aus keinem der beiden stammt. Darüber hinaus muss die in der Lage sein, alle Parameter des Experimentes zuverlässig aufzuzeichnen. Dies umfasst unter anderem die relevanten Parameter des ESR, soweit sie dem Experimentatoren zugänglich sind (wie Elektronenkühlerstrom und -spannung, Bunchfrequenz, Ionenstrom), die Einstellungen des Lasers wie Lasersetzwellenlänge, Laserstatus und so weiter.

In bisherigen Spektroskopie-Experimenten mit gebunchten Ionenstrahlen am ESR wurden beispielsweise von Seelig, Winter und Borneis [See99, Win99, Bor00] und Mitarbeitern mit einer NIM-Elektronik feste zeitliche Fenster generiert, wie sie in Abb. 3.19

¹³Im Strahlrohr herrscht typischerweise ein Druck von einigen 10^{-11} mbar. Das Restgas setzt sich vor allem aus molekularem Wasserstoff, Methan und Wasser zusammen [Web09].

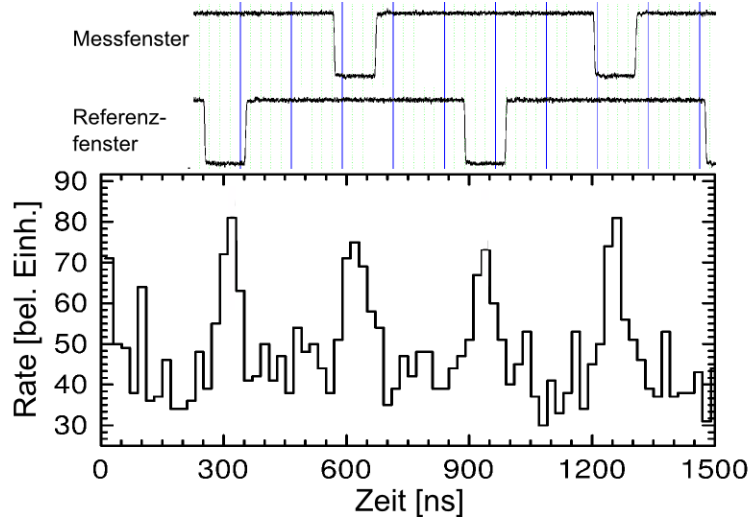


Abb. 3.19: Unten: Mit einem Time-to-Digital-Converter aufgenommenes zeitaufgelöstes Photonensignal von zwei im ESR umlaufenden Ionenbunchen. Die Photonen stammen aus Ionenstoß-induzierter Restgasfluoreszenz. Die Bunchstruktur ist klar zu erkennen. Der verwendete Graph wurde [See99] entnommen und hat deshalb eine andere Periodizität als die Daten aus diesem Experiment. Oben: NIM-Logik-Signale, mit denen die Photonen aus den beiden Bunchen mittels einer Koinzidenzschaltung separiert wurden.

oben zu sehen sind. In Abb. 3.19 unten ist das Signal eines Time-to-Digital-Converters (TDC) zu sehen, wie es aufgrund des durch den Ionenstrahl induzierten Restgasleuchten beobachtet wurde. Die Nachweisfenster sind phasenstarr an die Hochfrequenz für das Bunchen (ν_{HF}) des Ionenstrahls angekoppelt. Das Stopp-Signal des TDC wurde ebenso aus ν_{HF} generiert. Die detektierten Photonen (Abb. 3.19 unten) wurden nun elektronisch entweder verworfen oder dem Signal- oder dem Referenzbunch zugeordnet. Dazu wurde mittels einer Koinzidenzeinheit, das Photonensignal genau dann auf das Zählwerk¹⁴ "Signal" geführt, wenn es während des geöffneten Messfensters dort eintraf. Analog wurde es im Zählwerk "Referenz" registriert, wenn es gleichzeitig mit dem geöffneten Referenzfenster eintraf. Nur die Anzahl der akzeptierten Photonen wurde registriert, die genauere Zeitinformation ging verloren. Dies ist insbesondere bei unbemerkten Verschiebungen der Bunch-Phase oder falsch eingestellten Fensterbreiten kritisch, da dann Photonensignale unwiederbringlich verloren gehen können. So führt Winter [Win99, S. 74 ff.] die Diskrepanz der Ergebnisse der Lebensdauermessungen des angeregten Bi^{82+} -Ions zwischen ihm (397,5 (1,5) μs) und Kluft (351 (16) μs) [Kla94a]

¹⁴Ein Scaler, deutsch "Zählwerk", zählt die eingehenden Signale. Am Ende der Ausleseperiode wird lediglich die Zahl der registrierten Signale ausgegeben.

darauf zurück. Seiner Meinung nach könnten angeregte Ionen aus dem von Kluft gesetztem Zeitfenster herausgedriftet sein und so zu einer scheinbar verkürzten Lebensdauer geführt haben.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde deshalb ein neues DAQ-System entwickelt, das die Zeitinformation jedes detektierten Photons registrierte und damit eine vollständige Analyse der zeitlichen Signalstruktur, auch im Nachhinein, möglich machte. Die Zeitfenster werden nun in der Analyse erzeugt und können in der Software nachträglich optimiert werden. Es kann sogar ganz auf Signalfenster verzichtet werden und die Signalform angefitet werden.

3.5.1 Verkabelung

Der Großteil der Datenaufnahme DAQ befand sich in einem separierten Raum, genannt Messhütte. Dieser ist in Abb. 3.1 mit “8” beschriftet. Dies hatte den Vorteil, dass die DAQ jederzeit überprüft und gegebenenfalls angepasst werden konnte, ohne den Strahlbetrieb im ESR oder den Laserbetrieb im Laserlabor zu beeinträchtigen.

Ein detaillierter Verkabelungsplan der DAQ und Experimentsteuerung ist in Anhang in Abb. C.5 dargestellt. In diesem Abschnitt soll vor allem die Signalverarbeitung für die Fluoreszenzdetektion und die Synchronisation des Lasers beschrieben werden. Die Steuerung und Aufzeichnung der Laserwellenlänge war davon größtenteils unabhängig und wurde bereits in Kap. 3.3.5 beschrieben. Abbildung 3.20 ist eine vereinfachte Übersicht über die Datenaufnahme für das Fluoreszenzsignal. Ein Hochfrequenzoszillator liefert eine Sinusspannung bei etwa 4 MHz, dem Doppelten der Ionenumlaufrequenz. Das Signal wird verstärkt auf einen HF-Resonator gegeben, und schiebt so den Ionenstrahl in zwei Pakete (engl. *bunch*) zusammen. Die unverstärkte Sinusfrequenz wird diskriminiert und um einen Faktor 200 auf etwa 20 kHz geteilt und als Stoppsignal (*common stop*) auf einen TDC gegeben. Demnach liegen zwischen zwei Stoppsignalen etwa $50 \mu\text{s}$ und damit 100 Umläufe der Ionen. Die Zeitinformationen jedes Photons erlauben es damit eindeutig festzustellen, in welchem der 100 Umläufe das Photon detektiert wurde, und vor allem in welcher Phasenlage relativ zu ν_{HF} . Gleichzeitig wird eine um den Faktor 2 auf etwa 2 MHz geteilte Frequenz in das Laserlabor geleitet. Dort wird sie dazu verwendet, mithilfe einer geeigneten Schaltung die Laserpulse bei einer Repetitionsrate von 30 Hz mit den Ionenbunchen zu synchronisieren. Zwischengeschaltet war eine manuell einstellbare Verzögerung (“*delay*”), die zur Phasen Anpassung zwischen Laserpulsen und den Ionenbunchen verwendet wurde (siehe Kap. 3.5.2).

Photonen, die mit einem der PMTs detektiert werden, lösen einen kleinen Spannungspuls aus, der nahe am PMT verstärkt und dann in die Messhütte geleitet wird. Als PMT-Verstärker wurde der CAEN N979 Fast Amplifier zweifach kaskadiert verwendet. Die Diskriminierung wurde nicht wie üblich direkt beim Verstärker vorgenommen, sondern

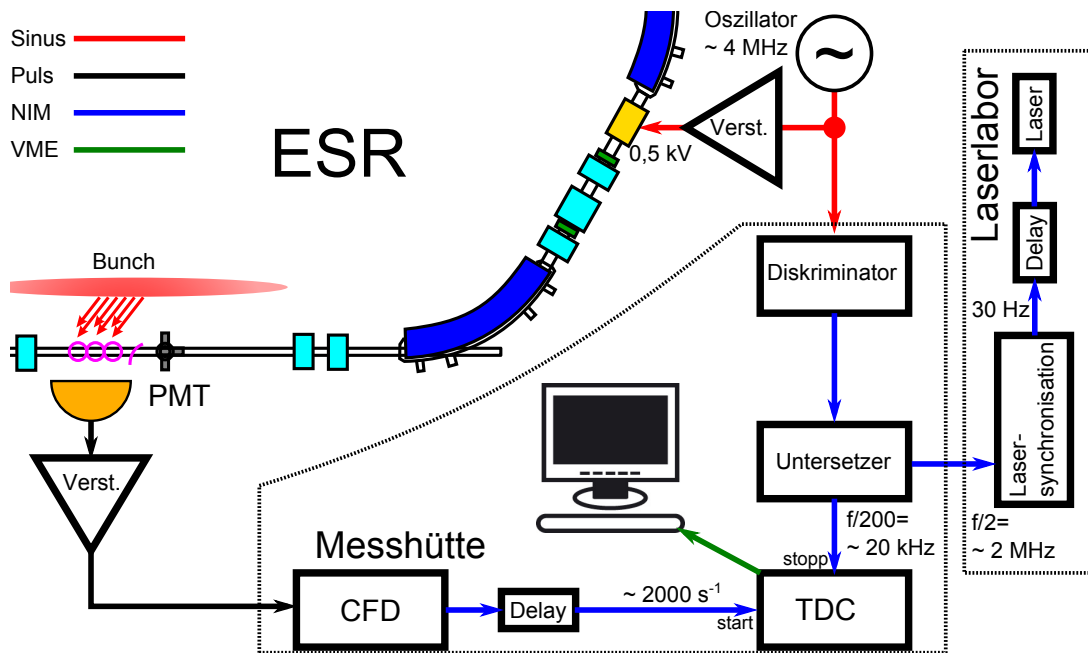


Abb. 3.20: Schema zur zeitaufgelösten Datenaufnahme des Fluoreszenzsignals. Das Signal des Hochfrequenzoszillators, welches zum Bunchen des Ionenstrahls verwendet wird, dient als Phasenreferenz für die nachfolgende Signalverarbeitung. Der Diskriminatorpegel des nachgeschalteten Diskriminators legt die Phase fest, an der ein Trigger ausgelöst wird. Dieser wird um einen Faktor 200 durch einen Untersetzer (Frequenzteiler) untersetzt und dient dann dann als Common-stop am TDC (*Time to Digital Converter*). Am anderen Ausgang des Untersetzers ist die Frequenz nur um einen Faktor 2 untersetzt und dient als Referenz für die Lasersynchronisation. Die Signale der PMTs werden nach der Verstärkung mit einem CFD (*Constant Fraction Discriminator*) analysiert und über eine variable Verzögerung (*delay*) in den Signaleingang (*start*) des TDC geführt. VME ist das verwendete Bus-System, über das der TDC mit dem Auslesecomputer kommuniziert.

erst in der Messhütte. Dadurch bestand zwar die Gefahr, dass auf dem langen Weg mit Kabellängen über hundert Metern elektrische Störsignale eingefangen würden. In Probestrahlzeiten erwies sich diese Befürchtung aber als nicht begründet. Der Vorteil lag in der Möglichkeit, jederzeit das undiskriminierte Signal mit einem Oszilloskop betrachten zu können. Damit wurden Fehlersuchen während des Strahlbetriebes stark vereinfacht.

PMT-Signale können von Photon zu Photon deutlich unterschiedliche Signalhöhen vorweisen. Bei einfachen Diskriminatoren (LE, *Leading Edge Discriminator*), hängt der Triggerzeitpunkt nur vom Zeitpunkt des Über- (bzw. Unter-) schreitens eines Spannungsniveaus ab. Dieser Zeitpunkt variiert aber in der Größenordnung der Abfallzeit der führenden Flanke des PMT-Signals und bewirkt dadurch eine Verschmierung des Zeitsignales. Deshalb wurden CFD (*Constant Fraction Discriminator*) CAEN N843 verwendet. CFDs sind bei korrekter Einstellung der internen Verzögerung im Gegensatz zu den LE-Diskriminatoren deutlich unabhängiger von der Signalstärke [Leo94] und reduziert deutlich die Zeitunschärfe (Jitter). Als interne Verzögerung wurde 4 ns, als Schwelle 30 mV gewählt.

Das diskriminierte Photonensignal wird als Startsignal auf den TDC gegeben. Da die Laufzeiten der beschriebenen Signale zwar zunächst nicht genau bekannt, aber in erster Näherung konstant sind, kann von einer festen Phasenbeziehung zwischen den Zeitpunkten, an denen die Photonensignale aus dem Signalbunch und an denen die Stoppsignale den TDC erreichen ausgegangen werden. Die Zeitdifferenz zwischen jedem Startsignal (=detektiertem Photon) und Stoppsignal (=Ende von 100 Ionenumläufen) wird digitalisiert und über das Bussystem an den E7-Computer übergeben, der die Daten zur Analyse und Speicherung aufbereitet. Das Ergebnis einer solchen Analyse ist in Abb. 3.21 dargestellt. In diesem Histogramm ist für jedes Photon die Ankunftszeit relativ zur Phase der Bunchfrequenz ν_{HF} eingetragen. Die Photonen stammen vom zuvor beschriebenen Ionenstoß-induzierten Restgasleuchten. Man beachte, dass diese Histogramme quasi von rechts nach links gelesen werden müssen, da die Zeit nach der Signalankunft bis zum Common-stop aufgetragen ist. Je früher ein Signal eintritt, desto länger wird die Zeit zum Stoppsignal und das Photon taucht dementsprechend im Histogramm weiter rechts auf. Die Auflösung des TDCs beträgt $10/3$ ns (= 1 bin). Die Umlaufzeit von $T = 510$ ns entspricht etwa 153 bins. Man erkennt deutlich die Bunchstruktur des Ionenstrahls. Der Abstand von etwa 76 bins entspricht der halben Umlaufzeit. Die beiden schmalen Peaks, die das erste Maximum flankieren, stammen vom Signal der Photodioden von Eintritts- und Austrittsfenster, deren Generierung im nächsten Abschnitt beschrieben wird.

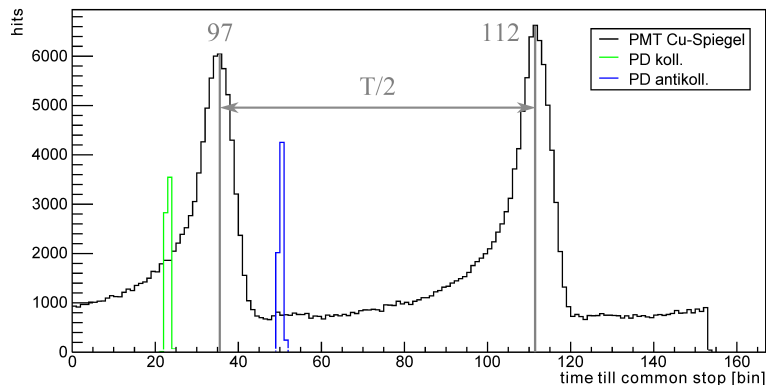


Abb. 3.21: Zur Synchronisation zwischen Ionenbunch und Laserpuls: dargestellt sind die registrierten Photonen als Funktion der Zeit eines Umlaufes (≈ 510 ns) mit einer Binbreite von $10/3$ ns. Einem Umlauf entsprechen etwa 153 bins. Gezeigt sind die durch den PMT 9442A (“solar blind”) an der Spiegelstrecke detektierten Fluoreszenzphotonen sowie die durch die beiden Photodioden am Eintrittsfenster (antikoll.) und Austrittsfenster (koll.) detektierten Laserpulse. Weitere Erklärung siehe Text.

3.5.2 Synchronisation

Neben der Photonendetektion mussten auch die Zeitpunkte der Laserpulse mit den Ionenbunchen synchronisiert sein, so dass sie gleichzeitig mit diesen den Elektronenkühler im ESR passierten. Dazu war es notwendig, den Trigger, mit dem der Laserpuls generiert wird, auf etwa 10 ns genau einzustellen. Dies erfolgte mit einer manuell einstellbaren Signalverzögerung (*Delay*) vor dem Triggereingang des Lasers. Um die Verzögerung korrekt einzustellen, wurden Signale der in Kap. 3.3.4 erwähnten Photodioden (PD) verwendet. Diese waren an den Stellen (5) und (7) von Abb. 3.5 so montiert, dass die Ankunft des Laserpulses an Ein- und Auskoppelfenster anhand des Streulichts detektierten. Diese Signale wurden auf weiteren Eingängen des TDC detektiert und sind in Abb. 3.21 eingetragen. Die Tatsache, dass die PD-Peaks deutlich schärfer als die PMT-Peaks sind, ist ein starkes Indiz dafür, dass die Asymmetrie der PMT-Peaks kein Artefakt der Datenaufnahme darstellen.

Damit die Zeitachsen aller Histogramme keinen Phasenunterschied aufweisen, muss sichergestellt sein, dass die Signallaufzeiten der Photomultipliersignale und der Signale der Photodioden innerhalb weniger ns identisch sind. Im Vorfeld der Strahlzeit wurden die Signallaufzeiten in allen relevanten Kabeln und Elektronikkomponenten sowie die Lichtlaufzeiten in den Freistrahlstrecken soweit möglich vermessen. In den Fällen wo dies nicht möglich war, wurden die entsprechenden Zeiten berechnet. Zur Synchronisation

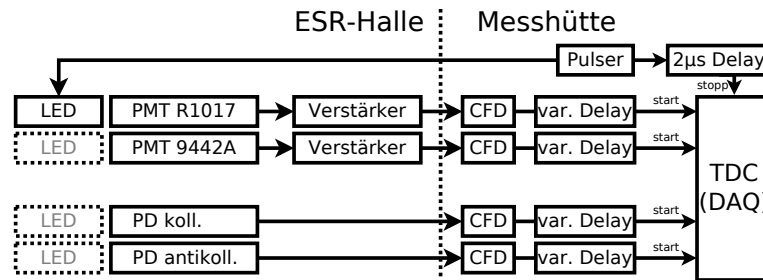


Abb. 3.22: Messaufbau zur Bestimmung und Anpassung der Signallaufzeiten für alle Photonendetektionen. Weitere Beschreibung siehe Text.

wurde der in Abb. 3.22 gezeigte Aufbau verwendet. Als Pulser diente ein Signalgenerator, der Pulse mit einer Länge von etwa 10 ns generierte. Über ein langes BNC-Kabel wurde das Pulssignal an eine als Blitzler verwendete LED geleitet. Die Signallaufzeit zur LED war nicht genau bekannt, das Kabel jedoch lang genug gewählt, dass mit der LED alle Detektoren erreicht werden konnten. Die Pulsamplitude wurde jeweils so gewählt, dass die LED-Blitze gerade vom jeweiligen Detektor nachgewiesen werden konnten. Das durch die Blitze ausgelöste Signal durchlief dann den Verstärker (nicht bei den PD), das lange Kabel bis in die Messhütte, den CFD und eine einstellbare Laufzeitverzögerung (*Delay*) und wurde dann in den TDC geführt. Als Stoppsignal wurde ein um $2\ \mu\text{s}$ verzögertes Triggersignal verwendet, welches der Pulser in der Mitte des LED-Pulses erzeugte. Die Signallaufzeiten betragen typischerweise einige 100 ns und wurden als Histogramm von der Datenaufnahme dargestellt. Die längste Laufzeit wies die Photodiode am kollinearen Einkoppelfenster (Nordostfenster, Pos. 5 in Abb. 3.5) auf. Die Laufzeiten der anderen Detektoren wurden nun mit Hilfe der variablen Laufzeitverzögerungen an diesen Wert angepasst, so dass alle Signale "gleichzeitig" am TDC eintrafen. Die Signallaufzeitmessung durch den PMT 9442A ("solar blind", für den Nachweis des wasserstoffähnlichen Bi^{82+}) war nicht möglich. Vermutlich waren die Emissionsspektren der verfügbaren LEDs für diesen PMT zu langwellig. Mithilfe der vom Hersteller spezifizierten Signallaufzeit im PMT und den gemessenen Laufzeiten des Verstärkers und aller Kabel konnte so dennoch die gesamte Laufzeit berechnet, und der entsprechende Delay hinreichend genau eingestellt werden.

Mit dieser Vorarbeit war es dann während der Strahlzeit jederzeit leicht möglich, die Synchronisation zwischen Laser und Ionenbunch zu überprüfen. Dazu wurde in der Online-Analyse ein Graph ähnlich dem in Abb. 3.21 generiert. Die schmalen Peaks der PD-Kurven entsprechen jeweils der Ankunft des Laserpulses an Einkoppel- bzw. Auskoppelfenster. Die Verzögerung des Triggers des Puls lasers wurde nun so angepasst, dass die beiden Photodiodensignale symmetrisch um das Maximum eines der beiden Bunche erscheinen. Dieser Peak entspricht nun dem Referenzbunch, da er sich zum

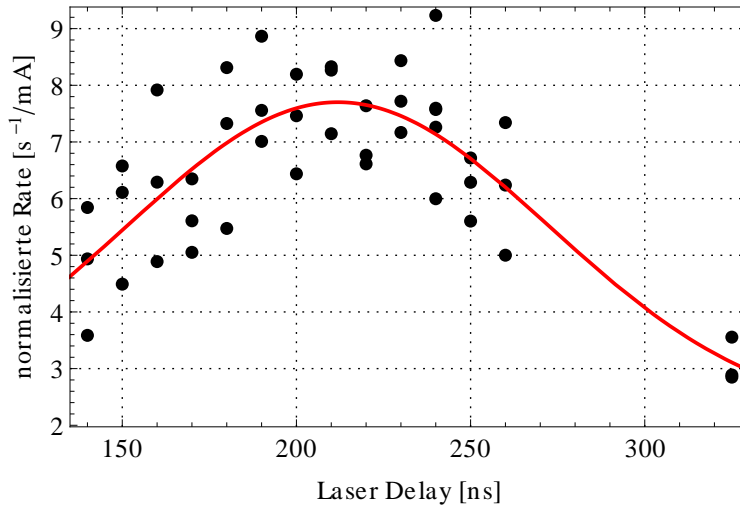


Abb. 3.23: Die normierte Detektionsrate des PMT 9422A als Funktion der Signallaufzeit zum Laser. Die Laserwellenlänge wurde auf der zentralen Resonanzwellenlänge festgehalten. Jeder Punkt entspricht einer Messung von 10 s. Weitere Erklärung siehe Text.

Zeitpunkt des Laserpulse in der Detektionsregion befindet. Die PMTs befinden sich in guter Näherung auf der gegenüberliegenden Seite des ESR. Im Graph resultiert das in einer Phasenverschiebung von π (einem halben Umlauf).

Nachdem in der Strahlzeit die Resonanz von Bi^{82+} gefunden war, wurde der Laser fest auf die zentrale Wellenlänge der Resonanz gesetzt, die Verzögerung des Pumplasertriggers systematisch variiert und die Zählrate des PMT 9442A mit Hilfe eines Zählers über 10 s integriert. In Abbildung 3.23 ist die Zählrate als Funktion der Verzögerung aufgetragen. Die normierte Zählrate R errechnete sich gemäß der Formel

$$R = \left(\frac{n}{10 \text{ s}} - D \right) / I_{ion}.$$

Dabei ist n die Anzahl der gezählten Photonen, $D \approx 30 \text{ s}^{-1}$ die Dunkelzählrate ohne Ionen im ESR, und I_{ion} der jeweilige Ionenstrom. An die Daten wurde eine Gaußkurve angefitet. Das Maximum der Gaußkurve liegt bei 211 ns und ihre Breite beträgt 143 ns (FWHM). Die in der Analyse von Wen [Wen13] gefundenen Bunchlängen während dieser Strahlzeit betragen etwa 28 ns (FWHM). Das ist ein Hinweis darauf, dass der Laser-Ionenüberlapp nicht nur, wie zunächst angenommen, auf der 2,5 m kurzen Strecke innerhalb des Elektronenkühler stattfand, sondern über die gesamte gerade Strecke von etwa 20 m. Das Ergebnis zeigt außerdem, dass die zuvor mit Hilfe des PMT 9442A-

Signals gewählte Zeit von 200 ns nahe am für die Verzögerung optimalen Wert lag, und dass eine Variation von etwa ± 40 ns keine bedeutende Änderung der Signalrate zur Folge hatte. Die Synchronisation der Laserpulse hat also gut funktioniert. Da die detektierte Zeitstruktur des PMT 6442A (“*solar blind*”) einen schmalen Peak ohne erkennbare Asymmetrie vorwies, wurde er während der gesamten Strahlzeit zum Synchronisieren verwendet.

3.5.3 DAQ-Hardware

Das Herzstück der Datenaufnahme ist der bereits erwähnte TDC. Kommerziell erhältlich sind Modelle mit typischerweise 25 ps Zeitauflösung. Für dieses Experiment war eine derart feine Auflösung nicht nötig. Stattdessen war aber eine kontinuierliche Datenaufzeichnung bei einer typischen Detektionsrate von über 2000 s^{-1} pro Detektor über die Strahlzeit von mehreren Tagen hinweg erforderlich. Das war mit kommerziell verfügbaren TDCs nicht ohne weiteres möglich. Auch Seelig und Winter [See99, Win99] haben einen kommerziellen TDC verwendet, konnten dessen Daten aber aus den genannten Schwierigkeiten nur zur Festlegung der Phasenlage der Ionenpakete verwenden, aber nicht um die eigentliche Datenanalyse darauf aufzubauen. Deshalb wurde

entsprechende Weiterentwicklung eines geeigneten Moduls veranlasst. Es wurde das an der GSI entwickelte und bereits in anderen Experimenten angewendete Modul “VUPROM” (VME Universal Processing Module) [Hof06] verwendet. Im VUPROM befindet sich ein FPGA (*Field Programmable Gate Array*). FPGAs verhalten sich wie Hardware-Logik-Schaltungen, die Konfiguration wird jedoch per Software bei der Initialisierung festgelegt. Shizu Minami aus der GSI-Abteilung Experiment-Elektronik hat die Konfigurationssoftware so angepasst, dass das VUPROM als TDC nach unseren Spezifikationen verwendet werden konnte [Min10, Min12]. Seine wesentlichen Eigenschaften sind in Tab. 3.3 aufgelistet.

Der VUPROM befand sich zusammen mit einem Eltec E7-Prozessor in einem 19”-VME-Rack. Der VME-Bus ist ein standardisiertes Bussystem zur Kommunikation zwischen Prozessoren. Der Eltec E7-Prozessor diente als Kontrollcomputer, der die Daten aus dem Vuprom auslas, zur Versendung vorbereitete und über das Ethernet zur Speicherung und Weiterverarbeitung schickte.

3.5.4 DAQ-Software und Rohdatenformat

Auf dem Kontrollcomputer Eltec E7 lief die Datenaufnahmesoftware MBS (*Multi Branch System*) [Ess03]. Die anfallenden Daten wurden fortlaufend in lmd-Dateien

¹⁵Mit einem RIO-System konnte in einer nachfolgenden Strahlzeit zum Laserkühlen deutlich höhere Raten realisiert werden

Tab. 3.3: Spezifikationen des als TDC verwendeten VUPROMs, siehe auch Spezifikationen [Min10, Min12].

	Spezifikation	Kommentar
TDC-Kanäle	16x	jeder TDC konnte gleichzeitig als Scalerkanal verwendet werden
Stopp-Kanal	1x	alle TDC Kanäle werden gleichzeitig gestoppt (<i>common stop</i>)
Scaler-Kanäle	insgesamt 192x	in der Strahlzeit wurden 32 verwendet
Maximale Rate	$\approx 10^5 \text{ s}^{-1}$	beschränkt durch Auslesrate des verwendeten Auslesecomputers E7 ¹⁵
Zeitauflösung	$10/3 \text{ ns}$	entsprechend 300 MHz
dynamischer Bereich	218 μs	maximaler Abstand zwischen Start und Stopp
Multihit	16	maximal registrierte Signale pro Stopp pro Kanal
Ausleserate	200 Hz	kann manuell eingestellt werden; bei 200 Hz gut getestet

(*list mode data*) gespeichert [Ess03, Kap. 8]. Um die Handhabbarkeit der Daten zu gewährleisten, wurde festgelegt, dass die Dateien, nachdem sie nach einigen Minuten die Größe von 100 MB erreicht hatten, geschlossen und die nächste Datei begonnen wurde. Typischerweise geschah das nach etwa fünf Minuten fortlaufender Datenaufnahme. Dies hatte zur Folge, dass die Informationen zu einem einzelnen Scan auf mehreren Dateien aufgeteilt waren. Die Dateien wurden automatisch fortlaufend nummeriert. Als Speichermedium diente Gstore [Gör], einem Bandspeichersystem an der GSI, das zur Archivierung von Experimentrohdaten entwickelt wurde. Insgesamt fielen einige 10 GB Rohdaten an. Die Datenmenge stellte kein Problem für die Speicherung dar.

4 Beschreibung Strahlzeit

Die Strahlzeit zur Suche des HF-Übergangs in lithiumähnlichen Bismut fand vom 1. August bis zum 9. August 2011 statt. Sie gliederte sich in drei Phasen:

1. Suche nach dem HF-Übergang des wasserstoffähnlichen Bi^{82+} und Aufnahme von Resonanzspektren zur Bestimmung der Übergangswellenlänge (bis 5. August, 16:00 Uhr)
2. Suche nach dem HF-Übergang des lithiumähnlichen Bi^{80+} und Aufnahme von Resonanzspektren unter variablen Bedingungen zur Bestimmung der Übergangswellenlänge und Untersuchung systematischer Einflüsse (bis 9. August, 9:00 Uhr)
3. Lebensdaueremessung des oberen HF-Zustandes in lithiumähnlichem Bi^{80+} (bis 9. August, 13:00 Uhr)

Das vorrangige Ziel der Strahlzeit war die erstmalige direkte Beobachtung des HF-Übergangs in lithiumähnlichen Bi^{80+} und die Bestimmung der Wellenlänge des Übergangs. Vorangehen sollte diesem die Beobachtung und Wellenlängenbestimmung des Übergangs in wasserstoffähnlichen Bi^{82+} , um das Funktionieren aller Teilaspekte des Experimentes zu gewährleisten, die Laserpuls-Ionenbunch-Synchronisation zu optimieren und einen weiteren Referenzwert für diesen Übergang zu erhalten. Nach den Erfahrungen der Strahlzeit von 2004 waren hierfür ein bis zwei Tage veranschlagt. Zunächst wurde der Einschuss der Ionen in den ESR, danach die Lage des Ionenstrahls im Elektronenkühler und der Durchtritt durch den Spalt des einfahrbaren Cu-Spiegels optimiert. Der Ionenstrahl wurde mit der doppelten Umlauffrequenz gebuncht. Zuletzt wurde die Lage des Ionenstrahls mit den Scrapern ausgemessen und der Laserstrahl mit dem Ionenstrahl im Inneren des Elektronenkühlers überlagert. Trotz der gründlichen Vorbereitung gestaltete sich das Auffinden der Resonanz des H-ähnlichen Bi^{82+} weitaus schwieriger als erwartet, da das Signal wesentlich schwächer war als in den vorangegangenen Strahlzeiten. Erst am Abend des 4. August wurde die Resonanz identifiziert. In Abb. 4.1 ist sie etwa so dargestellt, wie sie in der Online-Datenanalyse zu sehen war. Aufgetragen ist die Differenz der detektierten Photonen des Signal- und des Referenzbunches als Funktion der "Soll"-Wellenlänge des Farbstofflasers. Obwohl für diese Darstellung das Signal über den Zeitraum einer halben Stunde akkumuliert wurde, hebt sich die Resonanzkurve nur undeutlich vom Untergrund ab. Die Ursache für die geringe Signalrate konnte bis heute nicht abschließend geklärt werden. Das Signal war dennoch ausreichend, um die Laserpuls-Synchronisation zu optimieren, wobei sich

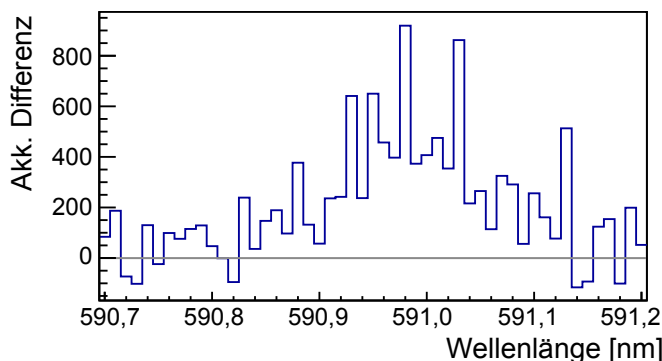


Abb. 4.1: Resonanz von Bi^{82+} gemessen mit breitbandigem Betrieb des Farbstofflasers. Als Funktion der am Laser gesetzten Laborwellenlänge sind die detektierten Photonen des Signalbunches abzüglich derer des Referenzbunches aufgetragen. Für den Graph wurde das Signal über die Dauer von insgesamt etwa einer halben Stunde im Zuge dreier Scans akkumuliert. Die Darstellung ist ähnlich wie in der Online-Analyse während der Strahlzeit.

die ursprünglichen Einstellungen als dem Optimum sehr nahe herausstellten. Während eines ESR-Ausfalls am Vormittag des 5. August wurde der Laser dann von breitbandigen auf schmalbandigen Betrieb umgebaut. Nachdem der Ausfall behoben war, wurde die Umlauffrequenz der Ionen im ESR gemessen, die Bunchfrequenz angepasst und fünf weitere Resonanzen des wasserstoffähnlichen Bi^{82+} aufgenommen.

Nach der Umstellung des ESR von Bi^{82+} auf Bi^{80+} und der Umstellung des Farbstofflasers auf einen Wellenlängenbereich um 640 nm, kam es zu Strahlinstabilitäten, deren Beseitigung eine Änderung der Ionenstrahlage und eine Reduktion des Elektronenkühlerstroms von 200 mA auf 150 mA erforderten. Es war beabsichtigt, beide Ladungszustände mit der gleichen Ionengeschwindigkeit zu messen. Die Änderung des Elektronenstromes bedingt über eine Veränderung der Raumladungseffekte eine Änderung der Elektronen- und damit der Ionengeschwindigkeit. Um dies zu kompensieren, wurde die Elektronenkühlerspannung von zuvor -219.900 V auf -219.890 V geändert. Nach erneuter Anpassung der Laserstrahlage wurde am Nachmittag des 6. August, wieder mit dem Laser in breitbandigem Betrieb, erstmals die Resonanz im Bi^{80+} beobachtet. Leider wurde kurz darauf die Hauptverstärkerzelle des Farbstofflasers durch den Pumplaserstrahl beschädigt. Dankenswerterweise stellte uns die Firma Sirah trotz der äußerst ungewöhnlichen Zeit (Samstag Nacht) eine neue Zelle zur Verfügung. Diese wurde eingebaut und die Strahlzeit fortgesetzt. Nach Aufnahme weiterer Spektren in breitbandigem Laserbetrieb wurde am 8. August der Laser wieder auf schmalbandigen Betrieb umgestellt. Gleichzeitig wurde gegen 14:00 Uhr die veränderte Umlauffrequenz der Ionen gemessen, die Bunchfrequenz aber leider nicht angepasst. Diese Tatsache

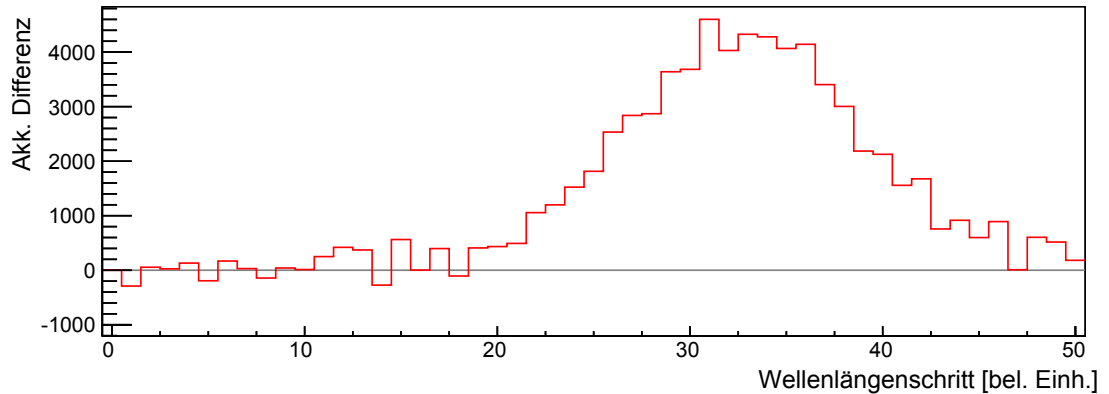


Abb. 4.2: Resonanz von Bi^{80+} , gemessen mit schmalbandigem Betrieb des Farbstofflasers. Als Funktion der am Laser gesetzten Laborwellenlänge (hier in beliebigen Einheiten) ist die Anzahl der detektierten Photonen des Signalbunches abzüglich derer des Referenzbunches aufgetragen. Für den Graph wurden dreißig Scans mit der Gesamtdauer von etwa fünf Stunden akkumuliert.

ist bei der Geschwindigkeitsberechnung der Ionen zu berücksichtigen und wird später diskutiert. Danach wurden die Messungen fortgeführt. Abbildung 4.2 ist ein während der Strahlzeit erstellter Graph der Resonanz von Bi^{80+} , der hier leicht modifiziert dargestellt wird. Die Darstellung ist analog zu der in Abb. 4.1, allerdings mit schmalbandigem Laserbetrieb und längerer Akkumulationszeit. Hier ist die Linienform klar erkennbar und zeigt ein besseres Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Dies ist zum Teil der längeren Akkumulationszeit geschuldet, aber auch der im Vergleich zu Bi^{82+} höheren Signalrate.

In der letzten Phase der Strahlzeit wurden abschließend für etwa drei Stunden Lebensdauermessungen durchgeführt. Die Analyse dieser Daten ist allerdings nicht Bestandteil dieser Arbeit, sondern soll im Rahmen der Dissertation von Jonas Vollbrecht [Vol14] erfolgen.

5 Bestimmung der Ionengeschwindigkeit

In diesem Experiment wurde der Spektroskopielaserstrahl zuerst antikollinear mit dem Strahl des wasserstoffähnlichen Bi^{82+} , und danach kollinear mit dem Strahl des lithiumähnlichen Bi^{80+} überlagert. Um die Übergangswellenlängen $\lambda_{0,\text{H}}$ und $\lambda_{0,\text{Li}}$ im Ruhesystem der Ionen berechnen zu können, wird außer den Laborwellenlängen $\lambda_{\text{lab,H}}$ und $\lambda_{\text{lab,Li}}$ noch die Geschwindigkeit der Ionen β benötigt. Dann können über die Dopplerformeln

$$\lambda_{0,\text{H}} = \lambda_{\text{lab,H}} \cdot \gamma(1 - \beta) \quad (5.1)$$

$$\lambda_{0,\text{Li}} = \lambda_{\text{lab,Li}} \cdot \gamma(1 + \beta) \quad (5.2)$$

die Ruhewellenlängen berechnet werden. Das unterschiedliche Vorzeichen ergibt sich aus dem antikollinearen Anregungsschema im ersten und dem kollinearen Anregungsschema im zweiten Fall. Dabei ist

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Die Ionengeschwindigkeit wird üblicherweise durch die Geschwindigkeit der Elektronen im Elektronenkühler bestimmt, welche über

$$\beta = \sqrt{1 - \gamma^{-2}} = \sqrt{1 - \left(1 + \frac{E_{\text{kin}}}{E_0}\right)^{-2}} \quad (5.3)$$

$$= \sqrt{1 - \left(1 + \frac{eU}{m_e c^2}\right)^{-2}} \quad (5.4)$$

mit der anliegenden Beschleunigungsspannung U zusammenhängt. Bei der Berechnung des geeigneten Spannungswertes sind jedoch eine Reihe von Korrekturen zu berücksichtigen, die in diesem Kapitel ausführlich diskutiert werden.

Hier wie auch in älteren Laserspektroskopie-Experimenten zum wasserstoffähnlichen Bismut [Kla94a] und zum wasserstoffähnlichen Blei [See99] ist die Unsicherheit der Spannungskalibration der dominierende Fehlerbeitrag. Um ältere Ergebnisse überprüfen und vergleichen zu können, muss bekannt sein, welche Kühlerspannungs-Kalibration die Autoren verwendet haben und welche Kalibration tatsächlich galt. In keiner der

Arbeiten [Bra00, Bus07, Kla94b, See99, Win99] wird eine Kalibration explizit durchgeführt. Meist wird eine relative Unsicherheit von 10^{-4} bis $5 \cdot 10^{-4}$ angegeben, Busmann [Bus07] gibt sogar eine absolute Genauigkeit von nur 1 V an. Novotny [Nov08] erwähnt die Möglichkeit einer Kalibration aus seinen Messdaten, führt sie aber nicht durch. Wiederholt wird über Möglichkeiten der Spektroskopie an bekannten Übergängen oder gleichzeitiger kollinear und anti-kollinearer Spektroskopie spekuliert, die eine Kalibration ermöglichen würden [Kla94b, See99, Win99]. Es ist jedoch an der GSI keine Arbeit über den Experimentier-Speicherring ESR bekannt, in der tatsächlich eine solche Kalibration durchgeführt wurde. Deshalb war es ein wichtiger Teil dieser Arbeit, eine belastbare Kalibration der Elektronenkühlerspannung zu erstellen und Alternativen zur Geschwindigkeitsberechnung zu prüfen. Die folgenden Möglichkeiten, die Ionengeschwindigkeit zu berechnen, wurden geprüft und werden in den nachfolgenden Kapiteln behandelt:

1. Aus der Elektronenkühlerspannung: Dabei ist die Genauigkeit zu berücksichtigen, mit der die Spannung bekannt ist. Dazu wurden in der Vergangenheit immer wieder Kalibrationen der Hochspannung durchgeführt. Außerdem sind Korrekturen aufgrund der Raumladung des Elektronen- und des Ionenstrahls sowie durch eventuell nicht angepasste Bunchfrequenzen zu berücksichtigen. Mit diesen Fragen beschäftigen sich die Kapitel 5.1 bis 5.4.
2. Aus der gemessenen Umlauffrequenz der Ionen: Dafür ist die Bahnlänge der Ionenbahn erforderlich. Diese wurde mit Hilfe eines ionenoptischen Programmes von Sergej Litvinov berechnet (Kap. 5.5).
3. Anhand der gemessenen Resonanzwellenlänge im Laborsystem für das wasserstoffähnliche Bismut im direkten Vergleich zum derzeitigen Literaturwert im Ruhesystem (Kap. 5.6).

5.1 Regelung der Elektronenkühlerspannung am ESR

Das Hochspannungsgerät, das die Spannung zur Beschleunigung der Elektronen des Elektronenkühlers bereitstellt, trägt die Bezeichnung HNC 320 000 - 10 neg. Es handelt sich um eine Einzelanfertigung auf Basis der Serie "HNC" der Firma Heinzinger. Das Baujahr ist vermutlich 1987 oder 1988. Der Hochspannungsausgang ist spannungsgeregelt. Die Reproduzierbarkeit wird in der Bedienungsanleitung¹ mit 10^{-3} angegeben. Bei 214 kV entspräche dies 214 V. Die Reproduzierbarkeit stellt eine untere Grenze für die Genauigkeit dar, sofern die tatsächlich anliegende Spannung nicht auf eine andere Art und Weise gemessen wird. In der Praxis wird aber seit vielen Jahren eine wesentlich

¹"Bedienungsanleitung Hochspannungsgeräte Serie HNC von Heinzinger."

bessere Reproduzierbarkeit beobachtet. Weitere quantitative Angaben zur Reproduzierbarkeit und Genauigkeit sind aber nicht dokumentiert. Auf telefonische Anfrage hin teilte Herr Bannert von Heinzinger mit, dass das Gerät HNC 320 000 - 10 neg damals vor der Auslieferung bis -100 kV gegen ein Hochspannungs-Digitalvoltmeter (DVM 131) kalibriert worden sei. Die Kalibration und die damals angegebenen Spezifikationen müssten aber wegen der möglicher Alterung der elektronischen Bauteile nicht mehr gültig sein.

In Abb. 5.1 ist eine schematische Gesamtübersicht über die Steuerung der Elektronenkühlerspannung und deren Messung dargestellt. Es handelt sich hierbei um ein stark vereinfachtes Ersatzschaltbild. An einem Terminal-Computer im Hauptkontrollraum (HKR) wird mit einer Auflösung von 1 V der gewünschte Spannungswert U_{set} eingestellt². Der theoretisch maximal einstellbare Wert beträgt -320 kV , in der Praxis ist ein stabiler Betrieb aber nur bis $\approx -220\text{ kV}$ möglich. Der Setzwert wird über ein Glasfaserkabel in der Form eines 18-bit tiefen Signals an die Steuerungseinheit des Hochspannungsgerätes gesandt und dort von einem Digital-Spannungswandler (DAC, *Digital to Analog Converter*) in eine analoge Spannung $U_{\text{prop,set}}$ zwischen 0 V und $+10\text{ V}$ umgewandelt. Diese Spannung wird zunächst in einem Differenzverstärker mit der zurückgelesenen Hochspannung $-U_{\text{prop,meas}}$ verglichen und damit ein Korrektursignal für den Hochspannungsregler erzeugt, dessen Ausgang an der regelbaren Hochspannungsquelle anliegt. Die erzeugte Hochspannung liegt am Geräteausgang an und wird mit der Kathode des Elektronenkühlers verbunden. Außerdem wird $U_{\text{prop,meas}}$ geräteintern mit einem Voltmeter gemessen, der Messwert digitalisiert und auf einer LED-Anzeige als Hochspannungswert angezeigt. Diese Anzeige wird im Folgenden ECD (*Electron Cooler Display*) genannt. Sie kann nur im Elektronenkühlerkäfig abgelesen werden, der während Strahlzeiten geschlossen sein muss. Die Anzeige besitzt eine Schrittweite von 10 V . Die zurückgelesene Spannung $-U_{\text{prop,meas}}$ wird außerdem von einem Spannungs-Frequenz-Wandler (VFC, *Voltage to Frequency Converter*) in eine Frequenz umgewandelt und diese mittels Glasfaser in den HKR übermittelt. Dort wird die Frequenz wieder mit einem Frequenz-Spannung-Wandler (FVC, *Frequency to Voltage Converter*) zurück in eine Spannung $U_{\text{prop,HKR}}$ zwischen 0 V und 10 V verwandelt und von einem Voltmeter gemessen. Wegen der unbekanntenen Charakteristiken von VFC und FVC ist die Linearität von $U_{\text{prop,HKR}}$ nicht gesichert. Zur Kalibration wird diese Spannung deshalb nicht verwendet.

² U_{set} wird in den Ausdrucken für das HKR-Logbuch unter "ESR Elektronenkühlerprotokoll, globale Parameter" als Elektronenenergie in eV angegeben.

5 Bestimmung der Ionengeschwindigkeit

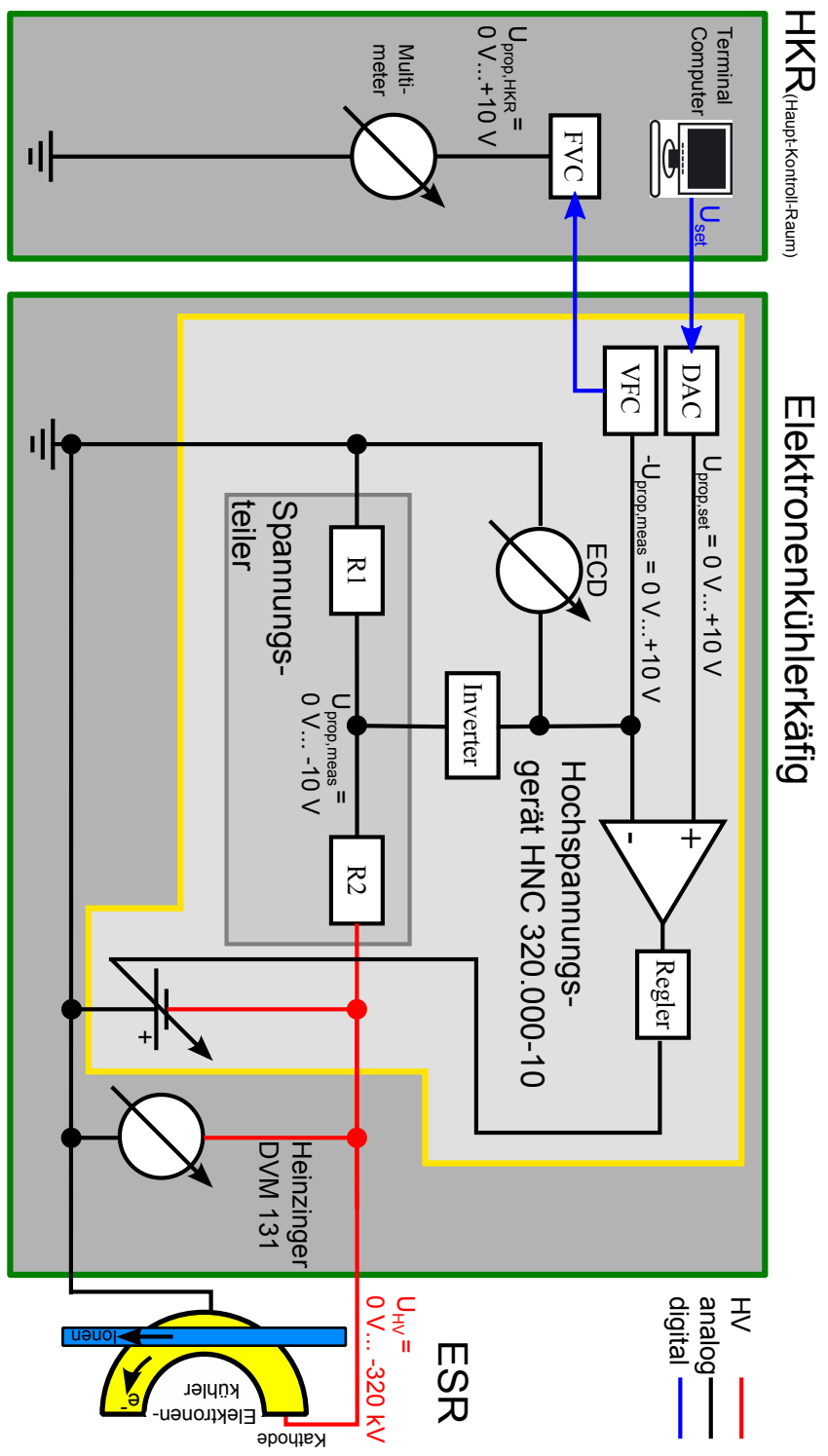


Abb. 5.1: Schematische Gesamtübersicht der Spannungsregelung und -messung des Elektronenkühlers mit dem Hochspannungsgesetzgerät HNC 320.000 - 10. Die Spannung wird im Hauptkontrollraum am Terminalcomputer gesetzt und an die Spannungsregelung übermittelt. Die Hochspannung wird durch einen Spannungsteiler heruntergeteilt und in einem Niederspannungskreis verglichen. Das Spannungsmessgerät DVM ist ein unabhängiges Gerät und im regulären Strahlzeitbetrieb nicht angeschlossen.

5.2 Kalibration der Elektronenkühlerspannung

Wie bereits erwähnt, stand am ESR ein Hochspannungs-Digitalvoltmeter des Typs DVM 131 zur Verfügung. Bei Spannungen bis -130 kV bestand die Möglichkeit, dieses parallel zum Elektronenkühler anzuschließen und die Hochspannung damit direkt zu messen.

Um die für die Beschleunigung der Elektronen relevante Spannung möglichst genau zu bestimmen, wurden eine Reihe von Kalibrationsmessungen durchgeführt, die in den folgenden Abschnitten beschrieben werden. Dabei wird jeweils eine Vergleichsmessung der gleichen Spannung mit zwei Messgeräten durchgeführt, von denen jeweils eines als Referenz betrachtet wird (Gerät x). Dann wird für das bislang unkalibrierte Messgerät (Gerät y) eine Kalibrationsfunktion

$$k_{x \rightarrow y}(U_x) = U_y$$

ermittelt. Diese ordnet jeder auf dem Gerät x angezeigten Spannung eine auf dem Referenzgerät y angezeigte Spannung zu. Um zwischen den Messpunkten interpolieren und aus dem gemessenen Bereich heraus extrapolieren zu können, wird als $k_{x \rightarrow y}$ eine lineare oder quadratische Fitfunktion an die Messdaten angepasst. Im Folgenden wird diese Kalibrationsfunktion immer in zwei Schritten gewonnen:

1. Graphisch dargestellt und gefittet wird die Differenz $U_y - U_x$, also den Messwerten von Gerät x und y als Funktion der Spannung U_x . Der Fit ergibt dann die Abweichungsfunktion

$$f_{x \rightarrow y}(U_x) := k_{x \rightarrow y}(U_x) - U_x.$$

2. Daraus kann dann leicht die Kalibrationsfunktion

$$k_{x \rightarrow y}(U_x) = U_x + f_{x \rightarrow y}(U_x)$$

gewonnen werden.

5.2.1 Das Digitalvoltmeter DVM 131

Wie oben erwähnt, ist das Hochspannungsgerät HNC 320000-10 spannungsgeregelt. Vom Hersteller Heinzinger liegen allerdings keine konkreten Spezifikationen zur Genauigkeit der Spannung vor. Zu direkten Spannungsmessungen stand seit 1994 das Digitalvoltmeter DVM 131³, ebenfalls vom Hersteller Heinzinger, zur Verfügung. Dabei

³Siehe auch Bedienungsanleitung und Beschreibung Heinzinger DVM, die unter anderem auch für das verwendete DVM 131 gilt.

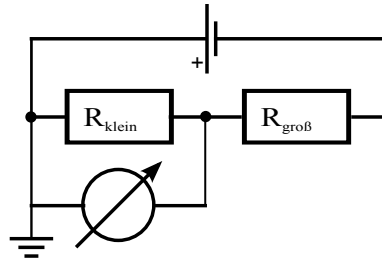


Abb. 5.2: Das Schema eines Hochspannungsmessgerätes bestehend aus einer Spannungsteilerkette und einem Niederspannungsmessgerät.

handelt es sich um ein unabhängiges Gerät in der Größe eines 19-Zoll-Racks, für Spannungen von -130 kV bis $+130\text{ kV}$. Ein Hochspannungsmessgerät wie das DVM 131 besteht, wie in Abb. 5.2 skizziert, aus einem Spannungsteiler mit idealerweise rein ohmschen Widerständen, der die Hochspannung um das durch $R_{\text{groß}}/R_{\text{klein}}$ gegebene Teilverhältnis herunterteilt, und einem Niedervolt-Spannungsmessgerät mit dem die Spannung über R_{klein} gemessen wird. Üblicherweise limitiert der Spannungsteiler die Genauigkeit, da im Niedervoltbereich mit deutlich kleineren relativen Genauigkeiten gemessen werden kann. Das Teilverhältnis hingegen ist nicht annähernd so stabil und konstant, dass diese Genauigkeit ausgenutzt werden könnte. So kann beispielsweise eine Temperaturveränderung der Widerstände deren tatsächlichen Widerstand und damit das Teilverhältnis verändern. Eine ausführliche Diskussion systematischer Einflüsse, die es dabei zu berücksichtigen gilt, findet sich beispielsweise in [Thü07].

Das zur Verfügung stehende Messgerät Heinzinger Digitalvoltmeter vom Typ DVM 131 wurde 1994 von der GSI erworben. Es hat für beide Polaritäten je zwei Messbereiche mit automatischer Umschaltung. Der untere erstreckt sich bis $|U| < 13\text{ kV}$, der obere ist für den Bereich $13\text{ kV} < |U| < 130\text{ kV}$ geeignet und für alle Messungen im Rahmen dieser Arbeit der relevante. In der Bedienungsanleitung wird das DVM mit einer Genauigkeit von $(100\text{ ppm} + 2\text{ V})$ und einem Temperaturkoeffizienten von 10 ppm/K spezifiziert. Außerdem ist dort die Aussage “Die hohe Genauigkeit der Geräte ist für lange Zeit gewährleistet, ein Nacheichen ist nicht erforderlich” zu finden.

5.2.2 Kalibration des DVM an der PTB im Jahr 2001

Trotz der eben zitierten Angabe von Heinzinger wurde das DVM im Jahr 2001 an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig im Spannungsbereich von -100 kV bis $+120\text{ kV}$ kalibriert⁴ (siehe Kalibrierschein in Abb. A.1 und A.2 im

⁴Die Physikalisch-Technische Bundesanstalt in Braunschweig (PTB) kann gleichgerichtete Hochspannungen mit Genauigkeiten deutlich besser als die benötigten 10^{-4} durchführen, allerdings bislang

Anhang). Aus dem Kalibrierschein geht eine signifikant größere Abweichung hervor, als sie von Heinzinger spezifiziert wurde. Im Kalibrierschein wurde der 95 %-fehler (also $2\sigma_{\text{PTB}}$) angegeben. Hier wird deshalb die Hälfte davon als 68 %- beziehungsweise $1\sigma_{\text{PTB}}$ -Fehler verwendet.

Die Diskrepanzen zwischen den bei der Kalibration 2001 angelegten Spannungen U_{PTB} und den mit dem DVM gemessenen Spannungen U_{DVM} sind in Abb. 5.3 oben als Vollkreise mit Fehlerbalken als Funktion von U_{DVM} aufgetragen. An die Daten wurde sowohl im positiven als auch im negativen Spannungsbereich je ein Polynom zweiten Grades

$$y = a \cdot U^2 + b \cdot U + c$$

angepasst. Das Ergebnis lautet für den positiven Ast

$$f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^+(U_{\text{DVM}}) = -2,75(116) \cdot 10^{-9} \text{ V}^{-1} \cdot U_{\text{DVM}}^2 + 1,78(146) \cdot 10^{-4} \cdot U_{\text{DVM}} - 5,90(376) \text{ V.} \quad (5.5)$$

und für den relevanten negativen Ast

$$f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^-(U_{\text{DVM}}) = 1,69(174) \cdot 10^{-9} \text{ V}^{-1} \cdot U_{\text{DVM}}^2 + 0,80(192) \cdot 10^{-4} \cdot U_{\text{DVM}} + 7,22(451) \text{ V.} \quad (5.6)$$

Bei den angegebenen Fehlern handelt es sich um die Standardfehler der Schätzung des jeweiligen Parameters.

Physikalisch motivieren lässt sich die Funktion folgendermaßen: Der lineare Term mit dem Koeffizienten b kann durch ein fehlerhaftes Teilverhältnis zustande kommen. Eine Offsetspannung c könnte im oberen Messbereich existieren und kann aufgrund der automatischen Umschaltung in den unteren Messbereich bei niedrigeren Spannungen nicht direkt gemessen werden. Der quadratische Term mit dem Koeffizienten a lässt sich auf die immer vorhandene Temperaturabhängigkeit der Widerstände zurückführen. Dazu wird angenommen, dass mit wachsender Spannung eine quadratisch wachsende Heizleistung $P = U^2/R$ in den Widerständen abfällt und sowohl die Temperaturerhöhung als auch die Änderung des Teilverhältnisses proportional zu P ist.

Neben den Fitkurven sind in Abb. 5.3 oben auch die 68 %- und 95 %-Konfidenzbänder eingezeichnet, wie sie sich aus der fehlergewichteten statistischen Analyse ergeben. Da mit dem DVM in den weiteren Messungen Elektronenkühlerspannungen bis zu -130 kV gemessen wurden, muss die Kalibrationskurve über den an der PTB vermessenen Bereich nach links extrapoliert werden. Das Konfidenzintervall wächst daher bei -130 kV auf etwa $\pm 10 \text{ V}$ an. In Abb. 5.3 ist deshalb im unteren Graph die linke Seite vergrößert und mit der am Ursprung gespiegelten Fitfunktion der rechten Seite

nur bis -100 kV .

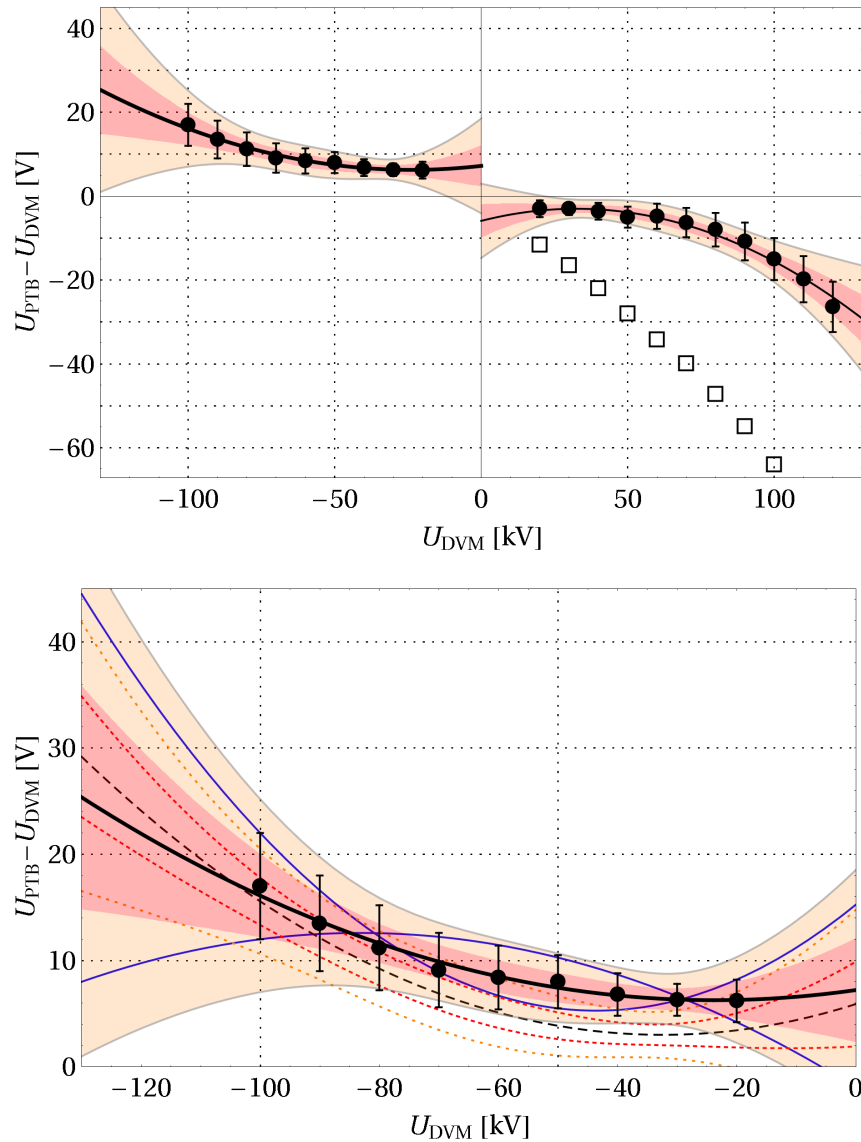


Abb. 5.3: Oben: die aus den Daten der Kalibration im Jahr 2001 ermittelten Korrekturwerte zu abgelesenen DVM-Werten sind als gefüllte Kreise dargestellt. Die zentralen, durchgezogenen Linien sind angefittete Polynome 2. Ordnung und stellen die Funktionen $f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^{\pm}(U_{\text{DVM}})$ dar. Die eingefärbten Bänder sind die 1 σ - und 2 σ -Konfidenzbänder. Die ungefüllten Quadrate sind die Daten der Kalibration im Jahr 2012 (s. Kap. 5.2.3). Unten: Vergrößerung des relevanten negativen Bereiches. Die dünnen gestrichelten Kurven stellen den am Ursprung gespiegelten Fit mit entsprechenden Konfidenzbändern der positiven Spannung dar. Die zwei dünnen blauen Kurven sind die am weitesten auseinander liegenden Parabeln, die gerade noch in den 1 σ -Fehlerrahmen passen.

$-f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^+(-U_{\text{DVM}})$ als schwarze gestrichelte Linie dargestellt. Die Abweichung von der als fette, durchgezogene Linie dargestellten linken Fitfunktion $f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^-(U_{\text{DVM}})$ ist deutlich. Die beiden Funktionen weichen bei kleinen Spannungsbeträgen um mehr als $2\sigma_{\text{PTB}}$ voneinander ab und kreuzen sich bei etwa -100 kV. Nach obigem Modell würde eine Punktsymmetrie des linken und des rechten Astes im Punkt der Offsetspannung c auf der y-Achse erwartet. Die Ursache für die Abweichung von der erwarteten Symmetrie ist nicht verstanden. Deshalb wurden die Kalibrationsdaten für positive Spannungen nicht weiter berücksichtigt. Auch der Grund für die Abweichung des konstanten Terms c von 0 konnte nicht geklärt werden. In Ermangelung einer besseren, aber noch hinreichend einfachen Theorie wurde dennoch das gewählte Modell weiter genutzt. Bei allen im Folgenden beschriebenen Messungen wurde das DVM in Messbereich $-13 \text{ kV} > U_{\text{DVM}} > -130 \text{ kV}$ betrieben und die abgelesenen Spannungswerte U_{DVM} mit der Kalibrationsfunktion

$$k_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{DVM}}) = f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^-(U_{\text{DVM}}) + U_{\text{DVM}} \quad (5.7)$$

mit $f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^-(U_{\text{DVM}})$ aus Gl. (5.6) korrigiert. Der 1σ -Konfidenzbereich wird dabei als Unsicherheit der Kalibrationsfunktion verwendet.

Dazu sei angemerkt, dass die Konfidenzbänder zunächst nur unter der Annahme gelten, dass die verwendeten Datenfehler stochastisch und unkorreliert sind. Es ist aber davon auszugehen, dass die angegebenen Fehler eher systematischer Natur sind, und die systematischen Konfidenzintervalle demnach deutlich größer sein müssten. Illustriert wird dies durch die Tatsache, dass bei -60 kV die ermittelte statistische Unsicherheit σ_{fit} nur annähernd halb so groß wie σ_{PTB} ist. Anders ausgedrückt: Durch Verwendung der Fehlerermittlung durch statistische Methoden wird behauptet, durch mehr Statistik die systematische Fehler verkleinern zu können. Dies ist aber prinzipiell unmöglich. Um abzuschätzen, ob die systematische Fitunsicherheit auch im extrapolierten Bereich $U_{\text{DVM}} < -100$ kV unterschätzt wurde, wurden im unteren Graph zwei extreme Parabeln (dünne blaue Linien) aufgetragen, die gerade noch so in den Rahmen der Fehler σ_{PTB} passen. Ein derartiger Verlauf ist insofern unwahrscheinlich, da der systematische Fehler eine sehr spezielle Abhängigkeit von U_{DVM} aufweisen müsste. Die Extremparabeln werden als Abschätzung des Verlaufes der Konfidenzbänder im extrapolierten Spannungsbereich verwendet. Bei -130 kV liegen diese Extremparabeln bei einem Konfidenzlevel von ca. $1,7 \cdot \sigma_{\text{Fit}}$ des Fits. Das statistisch ermittelte Konfidenzintervall verhält sich also ähnlich wie die Extremparabeln, und scheint demnach im betrachteten Fall plausibel. In Ermangelung einer besseren Theorie wird deshalb mit den eingezeichneten Konfidenzbändern (σ_{Fit}) weitergearbeitet.

5.2.3 Neukalibration des DVM an der PTB im Jahr 2012

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde davon ausgegangen, dass sich das DVM seit der Kalibration 2001 nicht verändert hat. Nach Abschluss aller in diesem Kapitel beschriebenen Messungen an der GSI wurde das DVM für eine Neukalibration zur PTB gesendet. Es bestand die Hoffnung, die eventuell veränderte Kalibration des DVM nachträglich berücksichtigen zu können. Die Werte der Kalibration von 2012 für den Messbereich $U_{\text{DVM}} > 13 \text{ kV}$ sind in Abb. 5.3 oben rechts als offene Quadrate eingetragen. Unsicherheiten wurden nicht angegeben. Bei dieser Kalibration wurde eine signifikante Veränderung ($>9\sigma_{\text{PTB}}$) zu den Werten von 2001 gemessen. Wie im Graph markiert, wurde 2012 bei der angelegten Spannung von $U_{\text{PTB}} = 100 \text{ kV}$ eine Abweichung $U_{\text{DVM}} - U_{\text{PTB}} = 64 \text{ V}$ gemessen, statt der im Jahr 2001 gemessenen $15(5) \text{ V}$. Die Veränderung beträgt dort demnach -49 V . Nach dieser Messung verursachte ein Spannungsüberschlag bei etwa 90 kV einen Defekt im DVM, der bislang noch nicht behoben werden konnte. Die geplante nachfolgende Kalibration des negativen Messbereiches wurde dadurch zunichte gemacht. Nach einer eventuellen Reparatur sollte dringend eine neue Kalibration durchgeführt werden. Inwiefern diese aber noch Rückschlüsse auf den Zustand vor dem Spannungsüberschlag erlaubt, ist fraglich.

Nach diesem Befund ist es sehr wahrscheinlich, dass sich auch der negative Messbereich des DVMS verändert und die daraus abgeleiteten Kalibrationsfunktionen angepasst werden müssten. Diese Veränderungen (insbesondere für $U_{\text{set}} \approx -214 \text{ kV}$) zu quantisieren, ist jedoch nach jetzigem Wissenstand schwierig. Zunächst würde man erwarten, dass die Kalibrationsfunktion des positiven Zweiges durch Punktspiegelung an einem Punkt auf der y -Achse in die Kalibration des negativen Zweiges abzubilden sei. Verwendung man dennoch die Kalibrationswerte von 2001, so kann mit dieser Annahme die dadurch bedingte Fehlkalibration bei der im Experiment verwendete Spannung von etwa -214 kV zu

$$(-214 \text{ kV}/100 \text{ kV}) \cdot (-49 \text{ V}) \approx +105 \text{ V}$$

abgeschätzt werden. Dabei wurde eine proportionale Extrapolation verwendet. Das würde bedeuten, dass das DVM für negative Spannungen 2012 einen größeren Betrag anzeigte als 2001. Die Annahme von der Symmetrie der Kalibrationsfunktionen wurde aber bereits in Kap. 5.2.2 anhand der Kalibrationsdaten von 2001 widerlegt. Darüber hinaus ist aus den beiden Kalibrationsmessungen von 2001 und 2012 alleine nicht zu entscheiden, ob die Veränderung des DVM kontinuierlich auftrat, oder ob sie sprunghaft kurz nach der Kalibration 2001 oder kurz vor der Kalibration 2012 auftrat. Ebenso ist denkbar, dass die Abweichungen sogar von Messung zu Messung schwankten. Alle Messungen, die in den letzten Jahren mit dem DVM gemacht wurden, können demnach systematische Fehler durch die schwierig zu rekonstruierende Drift der Kalibration aufweisen. In Ermangelung einer besseren Methode wird zunächst die Kalibration von 2012 ignoriert und die Kalibrationsfunktion von 2001 weiter verwendet. Die zusätzlich

dadurch entstehende Unsicherheit in der für dieses Experiment relevanten Spannungskalibration wird in Kap. 5.2.7 anhand einer Reihe unabhängiger Messungen abgeschätzt, ohne eine Punktsymmetrie der DVM-Kalibrationsfunktion annehmen zu müssen.

Mit dem DVM liegt zwar, abgesehen von dem genannten unsicheren Langzeitverhalten, ein kalibriertes Meßgerät vor, das aber nur bei bis zu -130 kV verwendet werden kann. Um die reale Spannung bei der im Experiment eingestellten Spannung von $U_{\text{set}} = -213.900\text{ V}$ und $U_{\text{set}} = -213.890\text{ V}$ zu bestimmen, muss zwangsläufig extrapoliert werden. Es bieten sich zwei Alternativen an:

1. Das Hochspannungsgerät HNC 320000-10 verfügt über eine LCD-Anzeige (genannt ECD, *Electron Cooler Display*), die dessen zurückgelesenen und digitalisierten Spannungswert des integrierten Hochspannungsteilers (R_1 und R_2 in Abb. 5.1) als U_{ECD} anzeigt. Diese Anzeige hat nur eine Auflösung von 10 V und schwankt um bis zu $\pm 20\text{ V}$. Die Schwankungen limitieren jedoch aufgrund anderer, deutlich größerer Fehlerbeiträge nicht die Genauigkeit der Spannungsmessung. Für U_{ECD} kann mit Hilfe des DVM bis -130 kV eine Kalibrationsfunktion erstellt und die Kalibration darüber hinaus extrapoliert werden.
2. Die Spannung U_{set} wird im HKR mit 1 V Auflösung und 18-bit Tiefe gesetzt und an das HNC 320000-10 übermittelt. Auch für U_{set} kann genauso eine Kalibrationsfunktion bis -130 kV erstellt und extrapoliert werden.

Wie sich herausstellte, wurden Messungen für Punkt 2., also Vergleichsmessungen zwischen Spannungswert und DVM, seit 1994 etwa zwei Mal pro Jahr durchgeführt. Die Durchführung der Messungen und Ergebnisse beider Methoden werden in den nächsten Abschnitten diskutiert.

5.2.4 Kalibration des Displays am Hochspannungsgerät (U_{ECD})

Am 18.06.2012 wurden im Rahmen dieser Arbeit an der GSI einige Vergleichsmessungen zwischen der Setzspannung U_{set} , und den gleichzeitig gemessenen Spannungen U_{ECD} und U_{DVM} durchgeführt. Der Aufbau entspricht dem von Abb. 5.1. Für die Messung wurde im Elektronenkühlerkäfig das DVM 131 parallel zum Elektronenkühler am Ausgang des Hochspannungsgeräts HNC 320.000-10 angeschlossen. Mithilfe einer Internet-Kamera wurden die Displays des DVM (also U_{DVM}) und des HNC (also der Wert des *Electron Cooler Displays*, U_{ECD}) in den Haupt-Kontroll-Raum (HKR) übertragen. Nun wurde U_{set} im Spannungsbereich von -20 kV bis -130 kV in Schritten von 10 kV variiert. Bei den hier diskutierten Messungen betrug der Elektronenstrom genauso wie in der Strahlzeit während der Spektroskopie am lithiumähnlichen Bismut 150 mA . Nach einer Wartezeit von jeweils etwa fünf Minuten wurden U_{set} , U_{ECD} und U_{DVM} abgelesen und notiert.

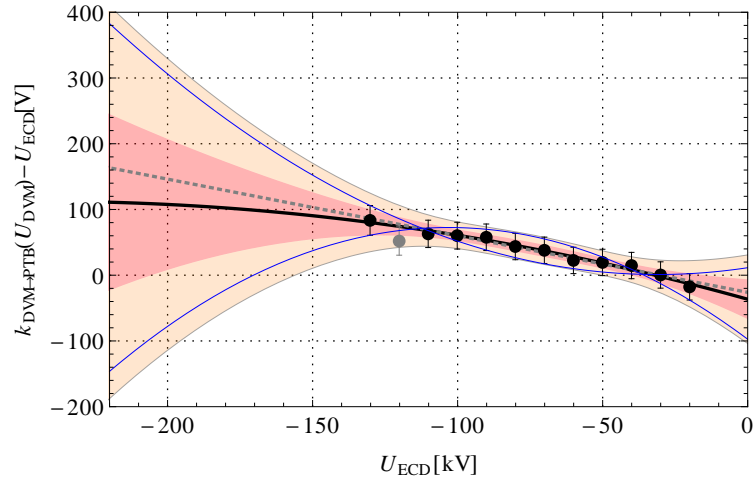


Abb. 5.4: Korrekturfunktion der Spannungswerte des Displays am Hochspannungsgerät des Elektronenkühlers (ECD). Die Datenpunkte repräsentieren die Differenzen zwischen den ECD-Messwerten und den aus den DVM-Messwerten mit Gl. (5.7) erhaltenen Spannungen und sind als Funktion von U_{ECD} aufgetragen. Die durchgezogene schwarze Linie stellt $f_{\text{ECD} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{ECD}})$ dar, ein an die Daten fehlergewichtet angefittetes Polynom zweiter Ordnung. Die eingefärbten Bänder sind die 1σ - und 2σ -Konfidenzbänder. Die zwei dünnen blauen Kurven wurden per Hand angepasst. Die gestrichelte Linie stellt das Ergebnis eines fehlergewichteten Geradenfits dar. Der graue Datenpunkt wurde als Ausreißer aus der Wertung genommen. Weitere Erläuterungen im Text.

In der Analyse der Messdaten wurde zunächst U_{set} ignoriert. Die erste Kalibration $k_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{DVM}}) = U_{\text{PTB}}$ aus Gl. (5.7) wurde dazu verwendet, aus U_{DVM} den wahrscheinlichsten Wert für die “wahre” Spannung U_{PTB} zu berechnen. Die dazugehörigen Fehlerbalken berechnen sich jeweils aus der quadratischen Summe von 20 V aus dem beobachteten Schwanken der letzten Stelle des ECD und dem Gl. (5.7) zugeordneten Fehler. Die sich ergebenden Differenzen zwischen dem ECD-Wert und U_{PTB} wurden in Abb. 5.4 aufgetragen und dazu verwendet, die Abweichungsfunktion $f_{\text{ECD} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{ECD}})$ und daraus die Kalibration $k_{\text{ECD} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{ECD}})$ des ECD-Wertes zu berechnen. Die grau gestrichelte Gerade ist das Ergebnis eines fehlergewichteten Geradenfits und ist nur zur Illustration eingezeichnet. Sie beschreibt den Kurvenverlauf hinreichend gut. Dennoch wurde auch hier ein Polynom zweiten Grades verwendet. Der Grund dafür ist, dass man im Spannungsbereich von -130 kV bis -214 kV nicht unbedingt von einem linearen Verlauf ausgehen kann, und auf diese Weise das 1σ -Konfidenzband eher die zu

erwartende Unsicherheit bei der Extrapolation über diesen weiten Bereich widerspiegelt. Das Ergebnis für die Abweichungsfunktion lautet

$$\begin{aligned}
 f_{\text{ECD} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{ECD}}) = & -2,52(593) \cdot 10^{-9} \text{ V}^{-1} \cdot U_{\text{ECD}}^2 \\
 & -1,22(88) \cdot 10^{-3} \cdot U_{\text{ECD}} - 36,5(285) \text{ V}. \quad (5.8)
 \end{aligned}$$

Der im Graph grau eingezeichnete Datenpunkt wurde als Ausreißer gewertet, da das Fitresiduum für diesen Punkt in beiden Fällen um ein Vielfaches höher ist als bei den anderen Punkten. Bei der für das Experiment relevanten Spannung von $\approx -214 \text{ kV}$ nimmt die lineare Funktion einen Wert von etwa 160 V an und liegt damit gut im Konfidenzintervall der quadratischen Fitfunktion, die dort einen Wert von etwa 110 V ergibt.

Genau wie in Kap. 5.2.2 wurde für diese Daten wieder abgeschätzt, ob die Ermittlung der Konfidenzbänder mit statistischen Methoden im extrapolierten Bereich $U_{\text{ECD}} < -130 \text{ kV}$ trotz der systematischen Natur der Fehler zulässig ist. Dazu wurden wieder zwei extreme Parabeln (dünne blaue Linien) aufgetragen, die gerade so noch in den Rahmen der Fehler σ_{PTB} passen. Bei -214 kV liegen diese Extremparabeln bei einem Konfidenzlevel von $\approx 1,96 \cdot \sigma_{\text{Fit}}$ des Fits. Also erscheint auch hier das statistisch ermittelte Konfidenzintervall plausibel. Wieder wird in Ermangelung einer besseren Theorie analog zu Gl. (5.7) für die Kalibrationsfunktion

$$k_{\text{ECD} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{ECD}}) = f_{\text{ECD} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{ECD}}) + U_{\text{ECD}} \quad (5.9)$$

die Fitfunktion aus Gl. (5.8) zusammen mit den σ_{Fit} -Konfidenzbändern als Kalibrationsfehler übernommen.

Mit Gl. (5.9) können nun ECD-Messwerte direkt in die "wahre" Spannung umgerechnet werden. Am 19.06.2012 wurde eine entsprechende Messung vorgenommen. Der Messaufbau und das Vorgehen war fast identisch wie bei den Messungen des Vortages, wie sie oben beschrieben sind. Allerdings war in diesem Fall das DVM nicht angeschlossen. Deshalb konnte dieses Mal eine Spannung von bis zu $U_{\text{set}} = -220 \text{ kV}$ angelegt werden. Es wurde in Schritten von 20 kV von -20 kV bis zu -220 kV gemessen. Zusätzlich wurde eine Messung bei $U_{\text{set}} = -213.890 \text{ V}$ vorgenommen. Zur Analyse wurde zunächst U_{ECD} mit Gl. (5.9) und dem zugehörigen Konfidenzband in die "wahre" Spannung und die zugehörigen Fehler umgerechnet. Die Differenz des Ergebnisses zu U_{set} wurde nun gegen U_{set} aufgetragen und ist in Abb. 5.5 dargestellt. Mit diesen kalibrierten Messdaten muss keine Extrapolation mehr vorgenommen werden. Deshalb wird probenhalber statt der bisher verwendeten quadratischen Fitfunktion ein fehlergewichteter Geradenfit mit seinen 1σ -Konfidenzband im Graph dargestellt. Der lineare Fit liegt aber im Bereich $U_{\text{set}} < -160 \text{ kV}$ systematisch einige 10 V über den einzelnen Messwerten. Dies deutet auf Unzulänglichkeiten des Fitmodells hin. Darüber hinaus

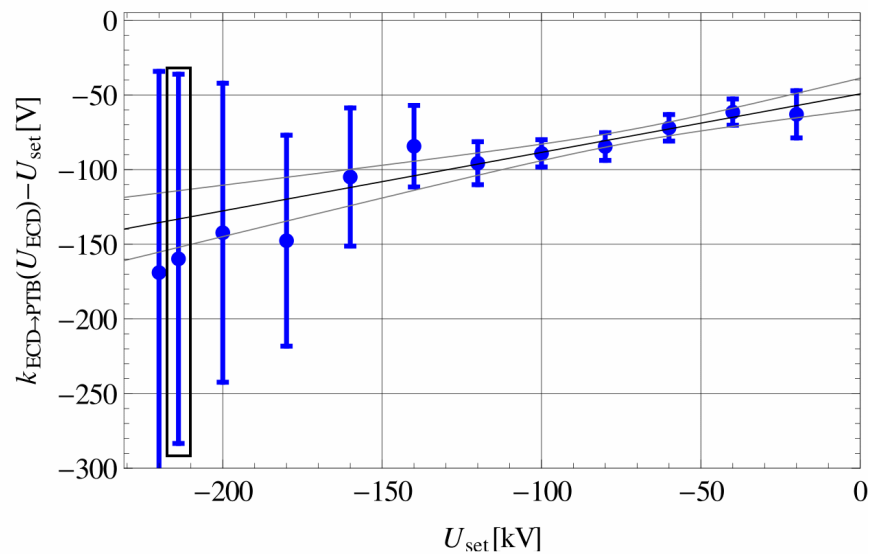


Abb. 5.5: Kalibrierte Messdaten zur Bestimmung der am Elektronenkühler anliegenden Spannung bis zu $U_{\text{set}} = -220 \text{ kV}$. Auf der x-Achse wurde die am Terminal im HKR eingestellte Spannung U_{set} , auf der y-Achse die Abweichung zur am Display des Elektronenkühlers (ECD) abgelesenen und mit Gl. (5.9) kalibrierten Spannung aufgetragen. Die Linien sind ein linearer, fehlergewichteter Fit mit seinem 1σ -Konfidenzintervall. Der mit einem Rahmen markierte Wert stellt den Messwert bei der in der Strahlzeit verwendeten Setzspannung $U_{\text{set}} = -213.890 \text{ V}$ dar.

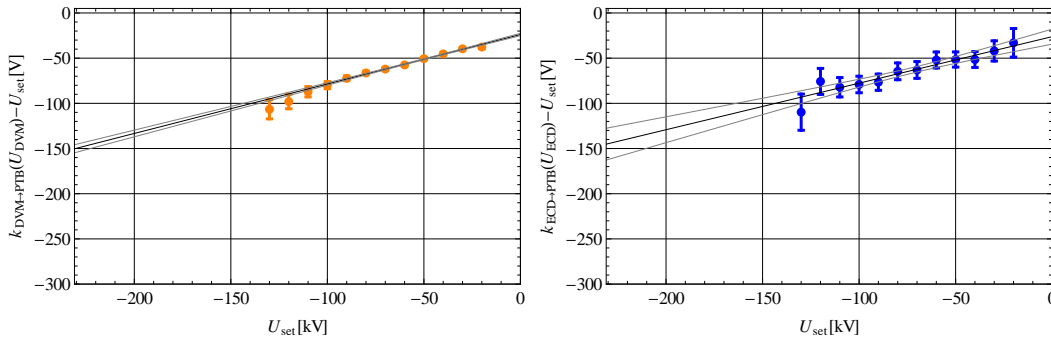


Abb. 5.6: Vergleich zwischen zwei Kalibrationsmessungen vom 18.06.2012 jeweils als Funktion des Spannungswertes U_{set} . Links ist die Differenz zwischen der am DVM abgelesenen und mit Gl. (5.7) kalibrierten Spannung, rechts entsprechend die Differenz zwischen der am ECD abgelesenen und mit Gl. (5.9) kalibrierten Spannung aufgetragen. Die Linien sind jeweils fehlergewichtete Geradenfits und deren 1σ -Konfidenzbänder.

ist die statistische Fehlerwichtung hier nicht angebracht, da insbesondere im Bereich $U_{\text{set}} \leq -160$ kV der Fehler deutlich unterschätzt wird. Die realistischere Alternative ist die Verwendung des einzelnen Wertes bei $U_{\text{set}} = -213.890$ V von $-160(123)$ V, welcher im Graph durch einen Rahmen gesondert markiert ist. Dies würde bedeuten, dass während der Strahlzeit bei $U_{\text{set}} = -213.890$ V ein “wahrer” Spannungswert von $U_{\text{PTB}} = -213.890$ V $- 160(123)$ V $= -214.050(123)$ V anlag⁵.

5.2.5 Eigene Kalibrationsmessungen des Elektronenkühlers

Bei den am Anfang des Kapitels 5.2.4 beschriebenen Spannungsmessungen vom 18.06.2012 wurden jeweils die Werte U_{set} , U_{ECD} und U_{DVM} aufgenommen. Hier soll nun die Abhängigkeit zwischen U_{set} und U_{DVM} untersucht werden. Das Vorgehen ist analog zur Erstellung des Graphen in Abb. 5.5. Die erste Kalibration $k_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{DVM}}) = U_{\text{PTB}}$ aus Gl. (5.7) wurde wieder dazu verwendet, aus U_{DVM} den wahrscheinlichsten Wert für die “wahre” Spannung U_{PTB} und den dazugehörigen Fehlerbalken zu berechnen. Der Fehlerbalken berücksichtigt dieses Mal nur den aus Gl. (5.7) zugeordnetem Fehler. Die sich ergebenden Differenzen zwischen dem Spannungswert und der “wahren” Spannung wurden in Abb. 5.6 links aufgetragen. Die Anzeige des DVM zeigte kaum Schwankungen, deshalb wurde hierfür anders als beim ECD keine zusätzliche

⁵Genauer gesagt, unter der vermutlich falschen Annahme, dass sich das DVM zwischen 2001 und 2012 nicht verändert hat, ist dies der wahrscheinlichste Wert, den die PTB mit einem gedachten Messgerät am Elektronenkühler messen würde.

Schwankungsunsicherheit berücksichtigt. Im Vergleich dazu sind im rechten Graph die ebenfalls in dieser Messreihe am ECD abgelesenen und mit Gl. (5.9) kalibrierten Spannungswerte aufgetragen. Die so kalibrierten Datensätze wurden statt mit einer quadratischen nur mit einer linearen Funktion angefitet. Die DVM-Daten lassen sich damit offensichtlich unzureichend beschreiben. Dennoch wurde der Einfachheit halber die lineare Fitfunktion weiter verwendet. Außerdem ist dadurch die Vergleichbarkeit mit der von Markus Steck für den Elektronenkühler durchgeführten Kalibrationsrechnung [Ste12] gegeben. Es sei aber darauf hingewiesen, dass der so ermittelte Fehler vermutlich um eine Größenordnung unterschätzt wurde.

Aus den beiden in Abb. 5.6 dargestellten Fits lassen sich für $U_{\text{set}} = -213.890 \text{ V}$ die Werte $-137(4) \text{ V}$ (DVM) und $-136(15) \text{ V}$ (ECD) ableiten. Die Werte stimmen im Rahmen der Fehler gut überein. Dies ist nicht verwunderlich, da die Kalibrationsfunktion für das ECD aus den selben Daten gewonnen wurde.

5.2.6 Vergleich aller Elektronenkühlerkalibrationen von 1994 bis 2012

In den letzten beiden Abschnitten wurden verschiedene Methoden zur Ermittlung der “wahren” Spannung des Elektronenkühlers bei $U_{\text{set}} = -213890 \text{ V}$ erläutert. Abschließend sollen diese jetzt zusammengefasst und mit einer Reihe anderer Methoden und Datensätze verglichen werden. Dabei wird zunächst weiterhin von der vermutlich falschen Annahme ausgegangen, dass sich das DVM zwischen 2001 und 2012 nicht verändert hat.

Seit 1994 wurde etwa zwei Mal im Jahr die Elektronenkühlerspannung mit dem Hochspannungs-Digitalvoltmeter DVM 131 des Herstellers Heinzinger nachgemessen. Das Display an der Elektronenkühler-Spannungsversorgung (ECD) wurde meines Wissens nach zu einem solchen Zweck bisher nicht verwendet. Alle Messungen liefen nach einem ähnlichem Schema ab. Die einzustellenden Spannungswerte wurden per Fernsteuerung schrittweise gesetzt. Nach einer Wartezeit von etwa zwei bis fünf Minuten wurde die Spannung am Messgerät abgelesen. Als Messgerät wurde meist das Hochspannungsdigitalvoltmeter Heinzinger DVM 131 verwendet.

Die Graphen aller mir bekannten relevanten Spannungsmessungen sind in Anhang A dargestellt. Mit den verschiedenen, im Folgenden beschriebenen Auswertemethoden wurden daraus Korrekturwerte für die in diesem Experiment relevante Elektronenkühlerspannung von $U_{\text{set}} = -213.890 \text{ V}$ berechnet. Die Korrekturwerte sind in Abb. 5.7 chronologisch dargestellt. Der Vollständigkeit halber wurden alle bekannten Ergebnisse mit den zugehörigen Fehlerbalken zusammen eingezeichnet, unabhängig davon, wie deren Zuverlässigkeit zu bewerten ist. Der Leiter der Abteilung “Stored Beams” an der GSI, gleichzeitig Chefoperator des ESR, Markus Steck, hat bislang nur lineare

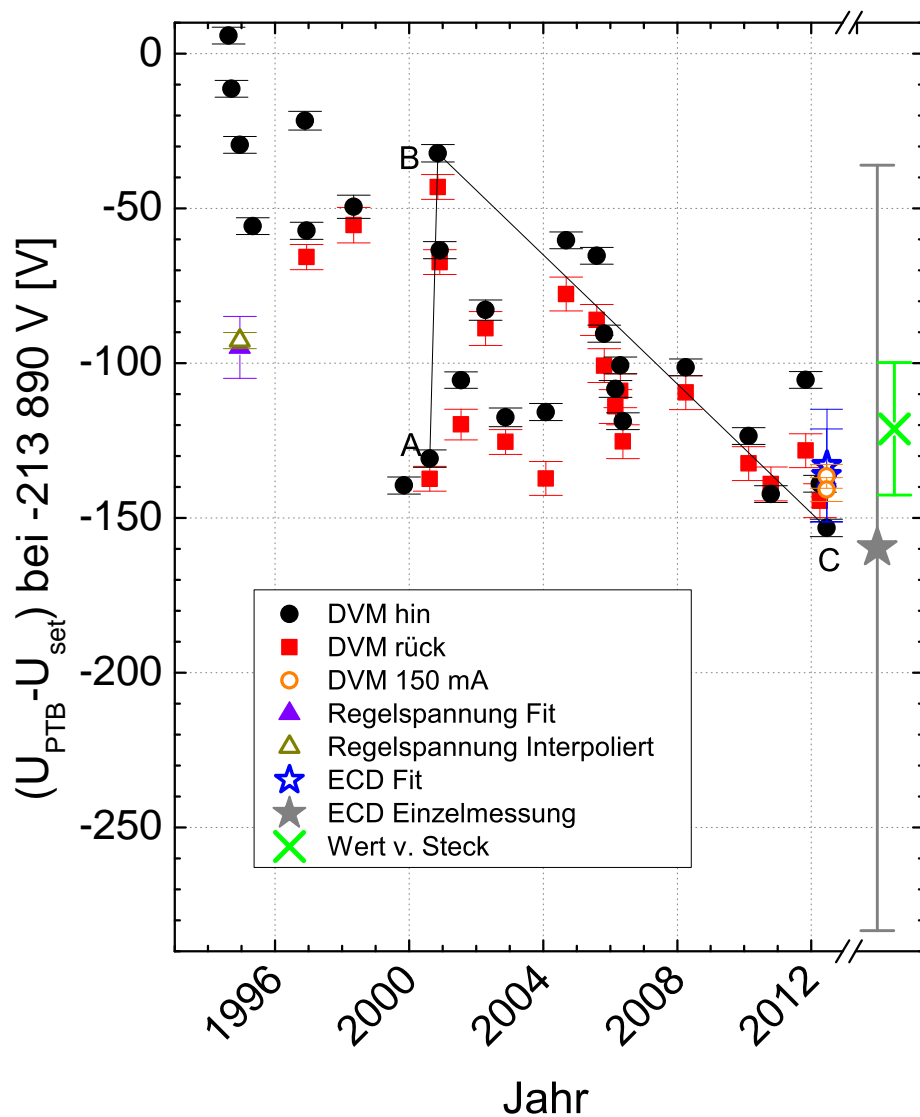


Abb. 5.7: Extrapolationen der Korrektur der am Elektronenkühler eingestellten Spannung für $U_{set} = -213.890 \text{ V}$ für alle bisherigen Kalibrationsmessungen. Die unterschiedlichen angewandten Methoden werden im Text erläutert. Um Änderungen über kurze Zeiträume zu verdeutlichen, wurden die Punkte (A) und (B) mit einer Linie verbunden. Kurz danach fand die erste Kalibration des DVM an der PTB statt. Die Linie zwischen (B) und (C) verdeutlicht die Veränderung seit der Kalibration. Die zweite Kalibration fand nach Messung (C) statt.

Korrekturformeln verwendet. Im Februar 2012 wurde uns die Korrekturformel

$$U_{\text{PTB}} = -25 \text{ V} + U_{\text{set}} \cdot [1 + 4,5(1,0) \cdot 10^{-4}] \quad (5.10)$$

mitgeteilt [Ste12], deren Herkunft nicht vollständig klar ist, die im Graph aber dennoch als Punkt \times eingetragen ist. Sie entspricht in etwa der Mittlung der zu den schwarzen Vollkreisen gehörenden Messungen vom 17.5.2006 bis zum 31.10.2012. Über das Zustandekommen der Fehlerangabe ist nichts bekannt. Hier werden die Mess- und Auswertemethoden der anderen Kalibrationen beschrieben.

DVM: Die Punkte \bullet , \blacksquare und \circ wurden mit Hilfe des DVM ermittelt. \bullet und \circ stammen von Messungen, bei der die Spannung schrittweise von 0 V auf -130 kV gesetzt wurde, die Datenpunkte \blacksquare von Messungen bei der die Spannung ausgehend von -130 kV gesetzt wurde. Die Datenpunkte \circ wurden im Rahmen dieser Arbeit erstmals bei eingeschaltetem Elektronenstrom von $I_{el} = 150 \text{ mA}$ ermittelt. Dabei wurden die Daten mit $k_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}$ aus Gl. (5.7) korrigiert und danach mit der linearen Funktion

$$f_{\text{set} \rightarrow \text{PTB}}^{\text{lin}}(U_{\text{set}}) = a \cdot U_{\text{set}} + b \quad (5.11)$$

fehlergewichtet angefitet (Graphen siehe Anhang A.1). Der daraus ermittelte Fehler ergibt sich laut [Bar99] aus

$$\Delta k_{\text{set} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{set}}) = \sqrt{(\Delta a \cdot U_{\text{set}})^2 + \Delta b^2 + 2 \cdot U_{\text{set}} \cdot \text{cov}(a, b)}.$$

Dabei ist $\text{cov}(a, b)$ die Kovarianz der beiden Fitparameter. Dies impliziert fälschlicherweise, dass die Fehler der einzelnen Datenpunkte rein statistischer Natur waren. In Abb. 5.7 lässt sich ein Hystereseeffekt von meist einigen Volt erkennen. Im Extremfall, der Messung am 31.10.2011, zwei Monate nach der Strahlzeit beträgt der Hystereseeffekt etwa 25 V. Die Streuung des Hystereseeffektes von Messung zu Messung belegt, dass für diese Messmethode ein systematischer Fehler von mindestens 25 V^6 (also $\Delta U/U \approx 10^{-4}$) angenommen werden muss und die eingezeichneten Fitfehler die Unsicherheiten deutlich unterschätzen.

Regelspannung: Die Punkte \blacktriangle und \triangle wurden aus Messdaten von 1994 ermittelt. Damals wurde mit einem 10 V-Spannungsmessgerät die Regelspannung ($-U_{\text{prop, meas}}$, s. Abb. 5.1) gemessen. Unter der Annahme, dass Regel- und Ausgangsspannung exakt proportional sind und 10 V Regelspannung dem Maximalwert der Spannung des Hochspannungsgerätes von -320 kV entspricht, ergeben sich die dargestellten Hochspannungswerte. Als Fehler der einzelnen Werte wurden willkürlich 10 V angenommen. Daraus ergibt sich mit einem Fit entsprechend den DVM-Datensätzen der Datenpunkt \blacktriangle und durch Interpolation der Messwerte

⁶Dies ist ein anderer Fehlerbeitrag als die Reproduzierbarkeit, die weiter unten diskutiert wird.

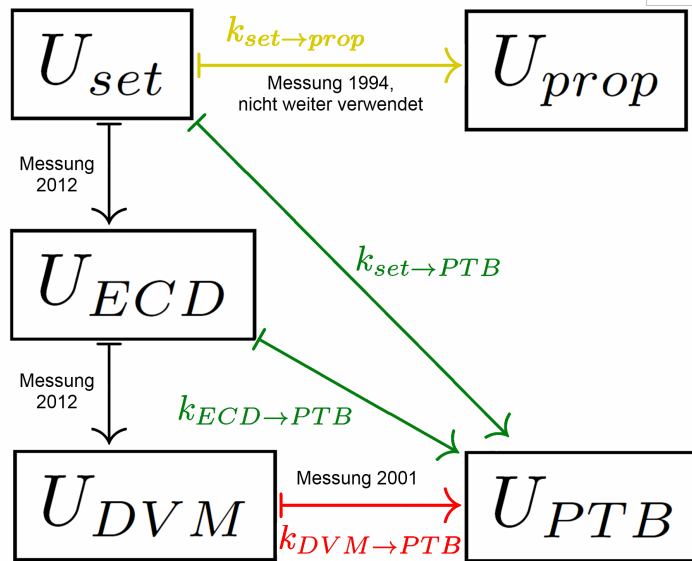


Abb. 5.8: Flussdiagramm Kalibrationsfunktionen. Die Spannungswerte sind als Kästen, die Kalibrationsfunktionen und Vergleichsmessungen als Pfeile zwischen den Kästen dargestellt.

zwischen den benachbarten Messwerten der Datenpunkt Δ . Die Gültigkeit der Annahmen wurden bislang nicht überprüft, deshalb werden diese Werte in dieser Arbeit nicht weiter verwendet. Prinzipiell können jedoch unter Zuhilfenahme derartiger Messungen Drifts und Nichtlinearitäten des Spannungsteilers und des Niederspannungsschaltkreises unterschieden werden.

ECD: Die Punkte \star und \star wurden mit Hilfe des Displays am Hochspannungsgerät des Elektronenkühlers ermittelt (s. Kap. 5.2.4). Die Werte wurden aus der kalibrierten Messreihe vom 19.06.2012 entnommen, die in Abb. 5.5 dargestellt ist. \star entspricht dem Funktionswert der Fitgeraden ausgewertet bei der Setzspannung. Die Einzelmessung ergibt den mit \star markierten Wert. Aufgrund der unzureichenden Berücksichtigung des systematischen Fehlers bei der Fitmethode (\star) erscheint der große Fehler von 123 V aus der Einzelmessung (\star) realistischer.

Der funktionale Zusammenhang der berücksichtigten Messungen und daraus errechneten Kalibrationsfunktionen ist in Abb. 5.8 als Flussdiagramm dargestellt. Daraus kann man ablesen, dass die Funktion $k_{set \rightarrow PTB}$ implizit die Daten aus drei Messungen berücksichtigt. Im Folgenden wird aus den Vergleichsmessungen zwischen U_{set} und U_{ECD} ausschließlich die Einzelmessung bei $U_{set} = -213.890$ V und der damit berechnete Korrekturwert

$$f_{set \rightarrow PTB}(-213.890 \text{ V}) = -160(123) \text{ V} \quad (5.12)$$

für die Spektroskopie am lithiumähnlichen Bi verwendet. In Abb. 5.7 ist dieser mit ★ markiert. Derselbe Korrekturwert wird auch für $U_{\text{set}} = -213.900 \text{ V}$ für die Spektroskopie von H-ähnlichen Bi verwendet. Der Fehler ist bei dieser Methode deutlich größer als bei allen anderen Methoden und vorangegangenen Arbeiten zur Spektroskopie am ESR. Allerdings wurden auch nur in dieser Arbeit ausführliche Kalibrationsmessungen durchgeführt und der in Frage kommende Extrapolationsfehler realistisch abgeschätzt. Das Ergebnis (5.12) gilt aber wohlgerne nur, wenn das Hochspannungs-Digitalvoltmeter DVM 131 stets im Rahmen der 2001 in der Kalibration angegebenen Fehler geblieben ist.

5.2.7 Zweifel am Hochspannungs-Messgerät

Wie bereits mehrfach angemerkt, beruhen die Ergebnisse der Kalibration, also auch $f_{\text{set} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{set}})$ auf der Kalibrationsfunktion des Digitalvoltmeters DVM 131 von 2001 und der Annahme, dass sich das DVM seitdem nicht signifikant verändert hat. Es bestehen aber starke Zweifel an dessen Langzeitstabilität. Die Ergebnisse aus Abb. 5.7 illustrieren dies. Darin wurden beispielsweise für den 14.8.2000 der mit (A) markierte Korrekturwert von -131 V , für den 10.11.2000 der mit (B) markierte Wert -32 V ermittelt, beides kurz bevor das DVM am 14.02.2001 an der PTB kalibriert wurde. Der mit (C) markierte Wert von -153 V stammt vom 18.06.2012 und wurde mit derselben Methode für $U_{\text{set}} = -213.890 \text{ V}$ ermittelt. Geht man davon aus, dass

- die Kalibrationsfunktion für das DVM am 10.11.2000 (B) zutrifft
- das DVM bis zum 18.06.2012 (C) kontinuierlich driftete
- das Hochspannungs-Gerät des Elektronenkühlers hingegen keinen Drift aufwies und
- die Schwankungen wie die von (A) nach (B) lediglich vom DVM verursacht wurden

so kann die durch den Drift des DVM verursachte Veränderung der auf $U_{\text{set}} = -213.890 \text{ V}$ extrapolierten Werte zwischen den Messungen (B) nach (C) mit $-32 \text{ V} - (-153 \text{ V}) = 121 \text{ V}$ abgeschätzt werden. Demnach wäre der Betrag der tatsächlichen effektiven Beschleunigungsspannung U_{eff} in der Strahlzeit um etwa

$$\Delta U_{\text{Drift}} = 121 \text{ V}$$

kleiner und die Ionengeschwindigkeit β entsprechend um etwa 0,011 Prozentpunkte geringer gewesen als hier berechnet. Die Recherchen im Rahmen dieser Arbeit ergaben, dass bislang nicht unterschieden werden kann, ob ausschließlich das DVM, ausschließlich das Hochspannungs-Gerät oder beide gedriftet sind. Prinzipiell wäre die Unterscheidung möglich anhand von Daten aus Spektroskopiestrahlzeiten am ESR, beispielsweise der

Spektroskopie an Li^+ [Bot12, Nov08], C^{3+} [Bus07, Ull13] oder Bi^{82+} [Kla94a, Bor00] und unveröffentlichten Daten der Strahlzeit 2004 von Nörtershäuser sowie dieser Arbeit. Vorläufige Analysen der Li^+ -Daten⁷ von 2006, 2007 und 2010 und deren Vergleich mit Daten der DVM-Spannungsmessungen aus diesen Jahren ergeben kein einheitliches Bild. Sie deuten vielmehr auf eine Drift von sowohl Elektronenkühler als auch DVM hin. Bislang sind aber keine dementsprechende Auswertungen vervollständigt worden. Sie gehen über den Rahmen dieser Arbeit hinaus. Die hier gemachten Annahmen zur Spannungsdrift sind zwar plausibel, aber spekulativ. Deshalb wird die Drift von 121 V nicht als Korrektur, sondern als zusätzlicher systematischer, eventuell mit den anderen systematischen Fehlern korrelierter Fehler behandelt. Zur Berechnung des gesamten Fehlers wird auf Kap. 7.2 verwiesen.

5.3 Stabilität und Reproduzierbarkeit

Da es während der Strahlzeit mehrfach zu einem plötzlichen Zusammenbruch (“Crash”) der Elektronenkühlerspannung gekommen ist, stellte sich die Frage, wie reproduzierbar die tatsächlich am Elektronenkühler anliegende Spannung ist. Nach einem solchen Ereignis wurden zunächst sowohl Spannung als auch Strom auf Null gesetzt, dann die Spannung schrittweise erhöht, bis die alte Spannung wieder erreicht war und dann der Kühlerstrom wieder auf den alten Wert gesetzt. Da diese Prozedur im Laufe der Strahlzeit von verschiedenen Personen durchgeführt wurde aber nicht dokumentiert wurde, ist es nicht nachvollziehbar, ob immer genau die geschilderte Reihenfolge eingehalten wurde.

Die Beobachtungen während der Strahlzeit (August 2011) und bei im Nachgang zur Strahlzeit im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen (Juni 2012) konnten im Rahmen der Fehler keine Spannungsinstabilitäten⁸ feststellen. Problematisch war jedoch die Reproduzierbarkeit. Weiterhin wurde während einer Strahlzeit zum Laserkühlen an C^{3+} -Ionen am ESR im Frühjahr 2012 [Ull13] beobachtet, dass nach Wiedereinschalten des Elektronenkühlers die Ist-Spannung um ≈ 20 V zum vorherigen Wert abwich [Ste12]. Dieses Verhalten war nicht reproduzierbar und ist bislang nicht erklärt. In Messungen zum Test der SRT wurden Indizien für vergleichbare Probleme in der Reproduzierbarkeit der anliegenden Spannung beobachtet [Nov08]. Bei den Nachmessungen im Rahmen dieser Arbeit im Juni 2012 wurde deshalb auch die Reproduzierbarkeit vermessen. Das Hochspannungsgerät wurde auf -120 kV Sollspannung

⁷Dabei wurde die Ionengeschwindigkeit über den Dopplereffekt aus der gemessenen Laborwellenlänge und dem Literaturwert der Ruhewellenlänge berechnet. Aus der Geschwindigkeit wurde dann unter Berücksichtigung der Elektronenraumladungskorrektur die anliegende Spannung berechnet.

⁸Mit Stabilität ist die Spannungsänderung unter gleich gehaltenen Betriebsparametern nach einer Einschwingzeit von wenigen Minuten gemeint. Mit Reproduzierbarkeit ist der Spannungsunterschied nach mehrfachem Zyklen von Aus- und Einschalten und Einschwingen gemeint.

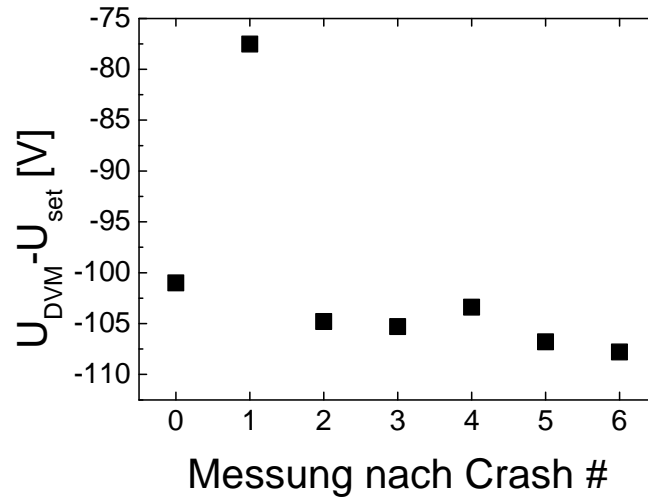


Abb. 5.9: Messergebnisse Reproduzierbarkeit der Elektronenkühlerspannung für $U_{\text{set}} = -120 \text{ kV}$.

gesetzt und mit dem Digitalvoltmeter DVM 131 gemessen. Dann wurde mehrfach absichtlich ein Zusammenbruch der Hochspannung herbeigeführt, nach etwa zwei Minuten wieder eingeschaltet und über einige Minuten gemessen. Das vereinfachte Ergebnis ist in Abb. 5.9 dargestellt. Die Schwankungen zwischen allen Messwerten außer #1 liegen im Rahmen der Fehler. Der Wert #1 liegt aber deutlich außerhalb. Die Durchführung und ausführliche Analyse der Stabilitäts- und Reproduzierbarkeitsmessungen wird im Anhang in Kapitel A.2 beschrieben. Es ergibt sich $\Delta U_{\text{rep}} \approx 25 \text{ V}$. Da es in der Strahlzeit immer wieder zu Crashes kam, ist diese Unsicherheit in der Fehlermessung zu berücksichtigen.

5.4 Bestimmung der Ionengeschwindigkeit aus der Elektronenkühlerspannung

Das Prinzip der Elektronenkühlung beruht auf dem Impulsübertrag zwischen Elektronen und Ionen, wenn sich deren Geschwindigkeit im Kühler unterscheidet. Prinzipiell kann man daher die Geschwindigkeit der Ionen β_e aus der Beschleunigungsspannung der Elektronen bestimmen. In der entsprechenden Formel

$$\beta_e = \sqrt{1 - \gamma^{-2}} = \sqrt{1 - \left(1 + \frac{-eU}{m_e c^2}\right)^{-2}} \quad (5.13)$$

wird aber noch die korrekte Spannung benötigt. In Kap. 5.2 wurde bereits die dafür nötige Spannungskalibration von U_{set} zu $U_{\text{PTB}} = U_{\text{set}} + f_{\text{set} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{set}})$ und die zusätzlich zu berücksichtigende Drift des Digitalvoltmeters DVM 131 mit dem Effekt einer zusätzlichen Unsicherheit von $\Delta U_{\text{Drift}} = 121 \text{ V}$ zur Bestimmung der zwischen Erde und Kathode anliegenden Potentialdifferenz erläutert. In diesem Abschnitt wird darüber hinaus die Potentialdifferenz zwischen Erde und Driftstrecke im Elektronenkühler sowie der Effekt der nicht angepassten Bunchfrequenz berücksichtigt.

5.4.1 Raumladungskorrekturen

Wenn Elektronen- und Ionenstrahl konzentrisch überlagert sind und der Durchmesser des Ionenstrahles klein gegen den des Elektronenstrahles ist, ist die Geschwindigkeit der Elektronen in der Mitte des Elektronenstrahles entscheidend. Dort wird das Erdpotential der umgebenden Driftröhre durch Raumladungseffekte von sowohl Elektronen als auch Ionenstrahl abgeschirmt. Die Raumladungseffekte müssen bei der Berechnung der effektiven Beschleunigungsspannung berücksichtigt werden. Die Raumladungen des Ionen- und Elektronenstrahls erzeugen jeweils ein elektrostatisches Potential (Φ_e und Φ_i). Das Gesamtpotential der Größenordnung $+100 \text{ V}$ entsteht aus linearer Superposition ($\Phi_e + \Phi_i$). Sowohl Ionen als auch Elektronen erfahren das gleiche Potential. Die Elektronen haben eine kinetische Energie der Größenordnung 100 keV , die signifikant durch das Raumladungspotential verringert wird. Die Elektronengeschwindigkeit bestimmt beim “*coasting beam*”-Betrieb⁹ die Ionenendgeschwindigkeit, also hat das Raumladungspotential einen indirekten Effekt auf die Ionengeschwindigkeit. Die Potentialverhältnisse beeinflussen natürlich auch die Ionengeschwindigkeit direkt. Nachdem sie sich im Inneren des Elektronenstrahles an dessen Geschwindigkeit angepasst haben, müssen sie den Potentialtrog der Elektronenraumladung wieder verlassen. Aufgrund der viel höheren kinetischen Energie der Ionen der Größenordnung $A \cdot 400 \text{ MeV} \approx 100 \text{ GeV}$, ist dieser direkte Effekt der Größenordnung $q \cdot e \cdot 100 \text{ V} \approx 10 \text{ keV}$ vernachlässigbar.

Zur verwendeten Vorzeichenkonvention: Die Ionen werden von der Kathode mit negativem Potential in die Driftröhre mit Potential $\approx 0 \text{ V}$ beschleunigt. Deshalb ist die Elektronen-Beschleunigungs-Spannung negativ. Das Elektronen-Raumladungspotential bremst die Elektronen, ist also positiv. Das Ionen-Raumladungspotential beschleunigt die Elektronen, ist also negativ.

⁹“*coasting beam*” entspricht dem frei umlaufenden Ionenstrahl bei ausgeschalteten Hochspannungsresonatoren. Werden sie eingeschaltet, muss darauf geachtet werden, dass die angelegte Frequenz ν_{HF} an die freie Umlauffrequenz der Ionen ν_{rev} angepasst ist, um nicht die Ionengeschwindigkeit zu beeinflussen.

5.4.2 Elektronenstrahl-Raumladungspotential Φ_e

Winkler [Win96, S. 17] gibt ohne Quellenangabe das als zylindersymmetrisch angenommene Potential durch die Raumladung des Elektronenstrahles über die ortsabhängige Formel¹⁰

$$\Phi_e(r) = \begin{cases} \frac{\rho}{4\epsilon_0} R_E^2 \left(\frac{r^2}{R_E^2} - 1 - 2 \ln \left[\frac{R_D}{R_E} \right] \right) & r < R_E \\ \frac{\rho}{2\epsilon_0} R_E^2 \ln \left[\frac{r}{R_D} \right] & R_E \leq r \end{cases} \quad (5.14)$$

$$\rho = -\frac{I_e}{\pi R_E^2 \beta_e c}$$

an. Dabei ist r der Abstand von der Elektronenstrahlachse, ϵ_0 die elektrische Feldkonstante, R_E der Durchmesser des Elektronenstrahles, R_D der Durchmesser der Elektronenkühler-Driftröhre, ρ die Ladungsdichte, die er als konstant über den Strahldurchmesser angenommen hat und $\beta_e c$ die Elektronengeschwindigkeit. Weiterhin nahm er an, dass der Ionenstrahl perfekt entlang der Mitte des Elektronenstrahles ausgerichtet ist. Dort gilt für das Potential

$$\Phi_{e,0} = \Phi_e(r=0) = \frac{I_e}{4\pi\epsilon_0\beta_e c} \left[1 + 2 \ln \frac{R_D}{R_E} \right]. \quad (5.15)$$

Genau genommen ist das hier eingehende β_e aber wiederum eine Funktion des Potentials und muss iterativ mit Gl. (5.13) bestimmt werden. Für die Einstellungen der Bi-Strahlzeit beträgt der Effekt der Iteration $< 10^{-4} \cdot \Phi_0$ und wird deshalb vernachlässigt. Gleichung (5.15) lässt sich auch in der Form

$$\Phi_{e,0} = \varphi \frac{I_e}{\beta_e} \quad (5.16)$$

schreiben. Der Proportionalitätsfaktor φ kann experimentell (im Folgenden als φ_{exp} bezeichnet) oder rechnerisch (φ_{rech}) ermittelt werden. In verschiedenen Quellen wurden die in Tab. 5.1 aufgelisteten, widersprüchlichen Werte errechnet. Laut Winkler wurde 1996 bei einem Umbau des Elektronenkühlers der Radius der Driftröhre im Elektronenkühler verändert und dabei der Radius R_D von 12 cm auf 10 cm verringert. Brandau verwendet einen größeren Elektronenstrahlradius als Winkler und Seelig [See99]. Die Ergebnisse meiner Berechnungen anhand der gleichen Formel stimmen lediglich mit dem Wert von Brandau überein, Winkler und Seelig haben einen offenbar falsch berechneten Wert verwendet.

Gegen Ende der Strahlzeit, am 8.8.2011 gegen 14:30 Uhr wurden zwei Messungen

¹⁰Winkler verwendet eine andere Vorzeichenkonvention, deshalb wurden die Vorzeichen in den folgenden Formeln angepasst

Tab. 5.1: Ergebnisse des berechneten Proportionalitätsfaktor φ_{rech} zur Berechnung des Elektronenraumladungspotentials $\Phi_{e,0}$ aus verschiedenen Quellen für die entsprechenden Radien des Driftrohres R_D und des Elektronenstrahles R_E . Die Ergebnisse in [Win96, See99] weichen deutlich von den in der letzten Spalte, nach Gl. (5.15) und (5.16) berechneten Werten ab. Zum Vergleich ist in der letzten Zeile der experimentell ermittelte Wert eingetragen. Dieser wird im Folgenden weiter verwendet.

R_D	R_E	φ_{rech} [V/mA]	Quelle	φ_{rech} [V/mA]
12 cm	2,5 cm	0,38	Winkler [Win96]	0,12403
10 cm	2,5 cm	0,126	Seelig [See99]	0,11310
10 cm	2,54 cm	0,11215	Brandau [Bra00]	0,11215
Zum Vergleich φ_{exp} [V/mA] nach Gl. (5.18)				0,11148

durchgeführt, aus denen der Effekt des Elektronenstrahl-Raumladungspotentials abgeleitet werden kann. Zunächst wurde der HF-Resonator geerdet. So war sichergestellt, dass die Ionen keine Beschleunigungskraft außer der Kühlkraft des Elektronenkühlers erfuhren. Bei der ersten Messung wurde die eingestellte Elektronenkühlerspannung $U_{\text{set}} = -213.890$ V konstant gehalten, der Elektronenstrom I_e variiert und dabei die freie Umlauffrequenz ν_{rev} mit der Breitband-Schottky-Sonde [Sch91] bestimmt. Das Ergebnis dieser Messung ist in Abb. 5.10 dargestellt. Die Umlauffrequenzabhängigkeit ist wie erwartet in guter Näherung linear. Das Ergebnis der Regressionsgeraden lautet

$$\nu_{\text{rev}}(I_e) = 1.960.157(1) \text{ Hz} - I_e \cdot 0,265(5) \text{ Hz/mA}, \quad (5.17)$$

wobei die Unsicherheiten allein durch die statistische Unsicherheit des Fits gegeben ist. Aus dieser Gleichung lässt sich jedoch φ_{exp} nicht direkt bestimmen. Die Gleichung wird aber in Kap. 5.4.4 verwendet, um Frequenzänderungen in Spannungsänderungen umzurechnen.

Zur direkten Bestimmung von φ_{exp} wurde eine zweite Messung vorgenommen: Bei $U_{\text{set}} = -213.890$ V und $I_e = 10$ mA wurde die freie Umlauffrequenz zu $\nu_{\text{rev}} = 1.960.153$ Hz bestimmt. Danach wurde der Strom auf $I_e = 500$ mA gesetzt und U_{set} so angepasst, dass ν_{rev} wieder den bei $I_e = 10$ mA¹¹ gemessenen Wert annahm. Dazu war eine weitere Absenkung der Spannung um 77 V nötig. Aus diesen Ergebnissen ergibt sich mit Gl. (5.15) und (5.16) direkt der experimentelle Wert

$$\varphi_{\text{exp}} = -\frac{\Delta U}{\Delta I} \cdot \beta = -\frac{(-213.967 - (-213.890)) \text{ V}}{(500 - 10) \text{ mA}} \cdot 0,70943 = 0,11148 \text{ V/mA}, \quad (5.18)$$

¹¹Während der Spektroskopie betrug der Elektronenstrom 200 mA bzw. 150 mA. Hier wurden absichtlich zwei extreme Werte gewählt, um den Effekt besser messen zu können.

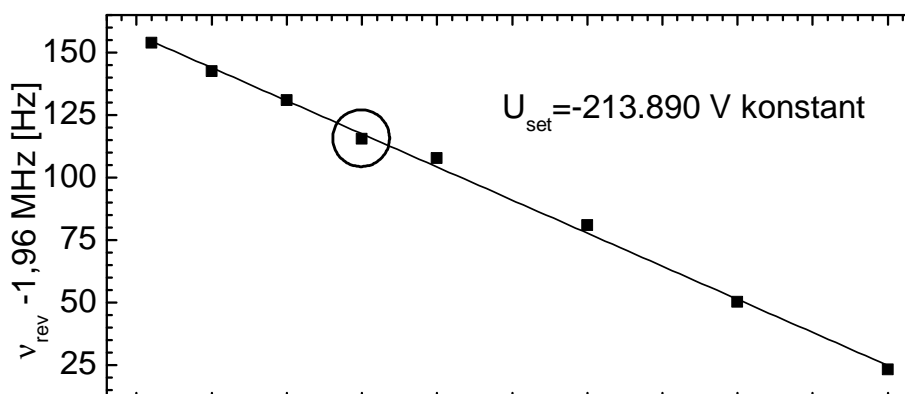


Abb. 5.10: Raumladungsmessung bei konstanter Einstellung der Kühlerspannung U_{set} als Funktion des Elektronenkühlerstroms mit Regressionsgerade. Der eingekreiste Datenpunkt liefert die freie Umlauffrequenz während der Spektroskopie am lithiumähnlichen Bi^{80+} mit dem Laser im schmalbandigen Modus.

der zunächst ohne Fehlerwert angegeben wird. Der Wert ist in guter Übereinstimmung zu φ_{rech} aus [Bra00]. Die Abweichung von 0,6 % kann zwanglos durch die nicht exakt zentrale Überlagerung des Ionen- mit dem Elektronenstrahl erklärt werden. Brandau [Bra00] führt an, dass bauartbedingt, der Ionenstrahl etwa 7,5 mm von der Elektronenstrahlmitte abweicht. Seiner Abschätzung nach hat dies einen Effekt auf die Raumladungskorrektur von weniger als 2,5 % von $\Phi_{e,0}$. Im Folgenden wird nur der hier experimentell bestimmte Wert φ_{exp} aus Gl. (5.18) verwendet und die in [Win96, See99] berechneten und in Tab. 5.1 aufgeführten Werte werden verworfen.

5.4.3 Ionenstrahl-Raumladungspotential Φ_i

Der entsprechende Effekt durch die Ionenraumladung ist nicht so leicht messbar. Deshalb muss man sich an dieser Stelle auf den berechneten Wert verlassen. Das Gesamtpotential Φ_{ges} lässt sich mit zwei Methoden berechnen. Die genauere Methode verwendet die lineare Superposition zweier Potentiale

$$\Phi_{\text{sup}}(r) := \Phi_e(r) + \Phi_i(r) \quad (5.19)$$

mit Φ_e aus Gl. (5.14). Das Ionenraumladungspotential $\Phi_i(r)$ geht mit den gleichen Näherungen aus Gl. (5.14) hervor, wenn man das entsprechende Vorzeichen, den lokalen Ionenstrom statt des Elektronenstromes ($I_e \rightarrow I_{\text{lok}}$) und den Ionenstrahlradius statt des Elektronenstrahlradius ($R_E \rightarrow R_{\text{ion}}$) verwendet. Dabei ist der lokale Ionenstrom

gemäß

$$I_{lok} = \frac{C}{n \cdot s} \cdot I_{ion} \approx 12 \text{ mA},$$

anzusetzen. Dabei trägt der Vorfaktor $\frac{C}{n \cdot s}$ der longitudinalen Kompression der Ionenbunche Rechnung. Unter den Bedingungen des Experimentes ist $I_{ion} \approx 2 \text{ mA}$, die Anzahl der Bunche $n = 2$, die Länge der Bunche $s \approx 9 \text{ m}$ und der Umfang der Ionensollbahn $C \approx 108,5 \text{ m}$.

Seelig [See99] hat den Effekt durch die Ionenraumladung nicht berücksichtigt. Winkler [Win96] wählte eine alternative Methode, Φ_{ges} zu berechnen. Für einen ungebunchten Strahl konstruierte er das kompensierte Elektronen-Raumladungspotential mit

$$\Phi_{komp} := (1 - \zeta) \Phi_e, \quad (5.20)$$

wobei

$$\zeta = \frac{I_{ion}}{I_e}$$

der Grad der Potentialkompensation aus dem Verhältnis von Ionen- zu Elektronenstrom ist. Er nahm damit implizit an, dass der Ionenstrahl den gleichen Durchmesser hat wie der Elektronenstrahl ($R_E \approx R_{ion}$). Wie oben kann auch hier der Effekt des Bunchens durch Verwendung des lokalen statt des mittleren Ionenstromes ($I_{ion} \rightarrow I_{lok}$) berücksichtigt werden. Im Experiment war somit

$$\zeta = \frac{C}{n \cdot s} \cdot \frac{I_{ion}}{I_e} \approx 8 \%. \quad (5.21)$$

Ionenstrahlprofilmessungen während der Strahlzeit ließen auf einen elliptischen Gaußstrahl mit den Maßen $\sigma_x \cdot \sigma_y \approx 5 \text{ mm} \cdot 1,5 \text{ mm}$ schließen. Damit war der Ionenstrahl um eine Größenordnung kleiner als der Elektronenstrahl ($R_E \approx 25,4 \text{ mm}$). Um den Effekt der unterschiedlichen Strahldurchmesser zu berücksichtigen, sollte Gl. (5.19) statt (5.20) verwendet werden.

In Abb. 5.11 sind zum Vergleich die Potentialverläufe $\Phi(r)$ gemäß den Formeln (5.14), (5.20) und (5.19) aufgetragen. Zur Berechnung des Einflusses der Ionenraumladung wurde wieder vereinfachend ein zylindersymmetrischer, homogener geladener Ionenstrahl mit einem mittleren Strom von $I_{ion} = 2 \text{ mA}$ angenommen. Probeweise wurden für den Strahlradius nacheinander $R_{i,y} = \sigma_y = 1,5 \text{ mm}$, $R_{i,x} = \sigma_x = 5 \text{ mm}$ und der geometrische Mittelwert $R_{ion} = \sqrt{\sigma_x \cdot \sigma_y} = 2,73 \text{ mm}$ eingesetzt. Man erkennt, dass der Unterschied in der Strahlmitte zwischen Superposition (5.19) und teilweiser Kompensation (5.20) unter $2,5 \text{ V}$ und der Effekt der verschiedenen Radien weniger als 1 V beträgt. Im Folgenden wird für das Gesamtpotential die intuitivere Bezeichnung Φ_{ges} verwendet, und mit der aus linearer Superposition berechneten Funktion Φ_{sup} aus Gl. (5.19) identifiziert. Es

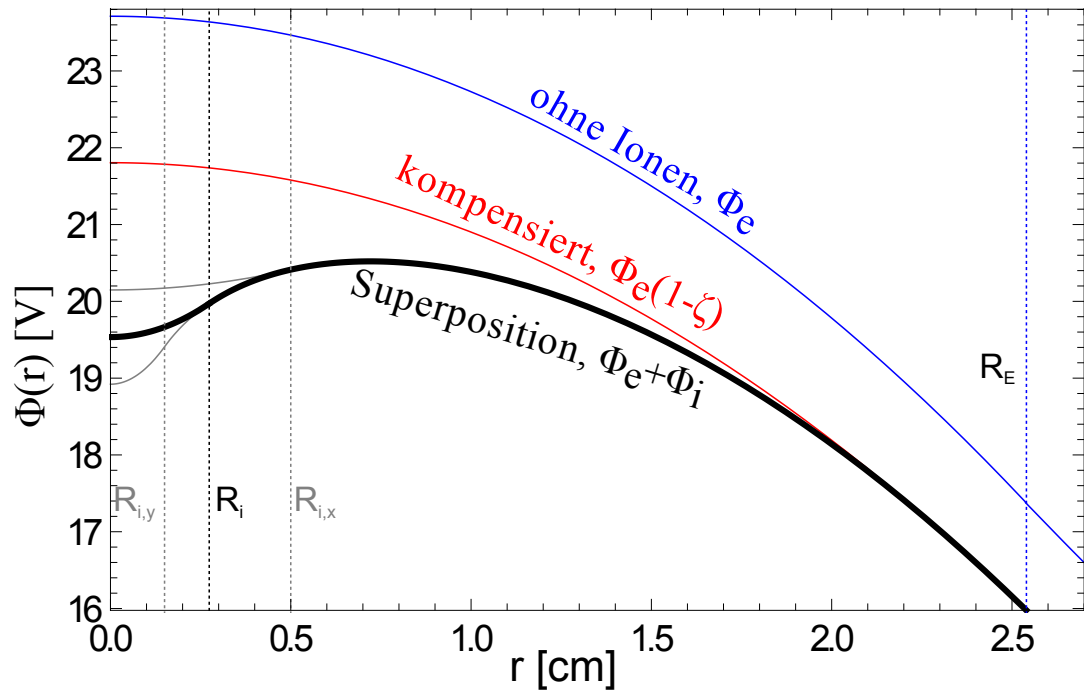


Abb. 5.11: Zylindersymmetrisches Raumladungspotential als Funktion des Abstandes zur Elektronenkühlerachse für $I_e = 150$ mA gemäß Gl. (5.14) für das Elektronenraumladungspotential “ohne Ionen, Φ_e ”. Dazu mit berücksichtigtem Einfluss des Ionenstromes $I_{\text{ion}} = 2$ mA, “kompensiert, $\Phi_e(1 - \zeta)$ ” gemäß Gl. (5.20) und “Superposition, $\Phi_e + \Phi_i$ ” gemäß Gl. (5.19) für drei verschiedene Ionenstrahlradien.

Tab. 5.2: Übersicht über alle Beiträge zur Elektronenkühlerspannung jeweils einzeln für die Spektroskopie am wasserstoffähnlichen Bi^{82+} und am lithiumähnlichen Bi^{80+} . Alle Beiträge werden nach und nach in Kap. 5.4 erläutert. Für den Fehler in Zeile 6 wurden die Beiträge aus Zeile 2 und 5 linear addiert. Die Fehlerbeiträge aus Zeilen 3, 4 und 7 werden hier noch nicht berücksichtigt, sondern erst im Rahmen der Fehlerrechnung für das Gesamtergebnis in Kap. 7 f. gesondert behandelt.

Nr.	Ion	Bi^{82+}		Bi^{80+}	
		Wert	Unsich.	Wert	Unsich.
1	$U_{\text{set}} [\text{V}]$	-213.900	0	-213.890	0
2	$f_{\text{set} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{set}}) [\text{V}]$	-160	123	-160	123
3	$\Phi_e + \Phi_i [\text{V}]$ $= \Phi_{\text{ges}} [\text{V}]$	-4,2 + 31,4 = 27,2	4,2	-4,2 + 23,6 = 19,4	4,2
4	$\Delta U_{\text{rep}} [\text{V}]$	0	25	0	25
5	$\Delta U_{\text{Drift}} [\text{V}]$	0	121	0	121
6	$U_{\text{eff}} [\text{V}]$	-214.033	244	-214.030	244
7	$\Delta U_{\text{Bunch}} [\text{V}]$	0	0	67	5
8	$U_{\text{virt}} [\text{V}]$	-214.033	244	-213.963	244
9	$\beta [\%]$	70,9411	0,0236	70,9345	0,0236

wird der für den mittleren Ionenstrahlradius $R_{\text{ion}} = 2,73 \text{ mm}$ berechnete Wert

$$\Phi_{i,0} := \Phi_i(0) = 4,2 \text{ V} \quad (5.22)$$

als Raumladungs-Potentialkorrektur durch den Ionenstrom für $I_{\text{ion}} = 2 \text{ mA}$ verwendet. $\Phi_{i,0}$ entspricht der Differenz zwischen “ohne Ionen” und “Superposition”. Zu beachten ist der Effekt des veränderlichen Ionenstromes I_{ion} , der bei Injektion von Ionen in den ESR bis zu $3,5 \text{ mA}$ betrug und über einige 10 Minuten auf bis zu $1,5 \text{ mA}$ abfiel. Darüber hinaus wurden sowohl beim Elektronen- als auch Ionenraumladungspotential einige vereinfachende Annahmen wie homogene Ladungsverteilung, Zylindersymmetrie, koaxiale Ausrichtung, genauer Wert der Driftröhren-, Elektronenstrahl- und Ionenstrahlradien gemacht. Berücksichtigt man außerdem noch den variierenden Ionenstrom ist eine Unsicherheit von

$$\Delta \Phi_{\text{ges}} = |\Phi_i(0)| = 4,2 \text{ V} \quad (5.23)$$

als konservative Abschätzung der Unsicherheiten aller erwähnten Raumladungseffekte plausibel. Die Einflüsse der Raumladungen in den Messungen am wasserstoffähnlichen Bi^{82+} und am lithiumähnlichen Bi^{80+} sind in Tab. 5.2 für die entsprechenden experimentellen Bedingungen zusammengestellt.

5.4.4 Einfluss einer Nichtanpassung der Bunchfrequenz

Die Geschwindigkeit der Ionen im ESR kann nur dann mit der Elektronengeschwindigkeit gleichgesetzt werden, wenn keine weiteren longitudinalen Kräfte auf die Ionen wirken. Sie sind dann gleichmäßig über den ganzen Ring verteilt und haben die freie Umlauffrequenz ν_{rev} . Dieser Betriebsmodus wird als *coasting beam* bezeichnet. Eine an den Bunch-Resonatoren angelegte HF-Wechselspannung der Frequenz ν_{HF} übt jedoch eine longitudinale Kraft auf die Elektronen aus. Wenn die Bunchfrequenz exakt an ein ganzzahliges Vielfaches der freien Umlauffrequenz angepasst ist, führt dies jedoch nur dazu, dass die Ionen die Bunche nicht verlassen können. Die mittlere Umlaufgeschwindigkeit bleibt unverändert. Anders sieht es aus, wenn die Bunchfrequenz nicht ausreichend genau angepasst ist. Die mittlere Kraft in den Resonatoren ist bedeutend größer als der relativ schwache Einfluss des Elektronenkühlers, und darf damit als die geschwindigkeitsdominierende Kraft angesehen werden. Leider gibt es Anzeichen dafür, dass es während der Messungen am lithiumähnlichen Bi^{80+} zu einer Fehlanpassung der Bunchfrequenz gekommen ist.

Während sicher davon ausgegangen werden kann, dass der in Abb. 3.20 eingezeichnete Oszillator für ν_{HF} stabiler als 10^{-6} ist, wurden im Verlauf der Strahlzeit relative Änderungen von $\Delta\nu_{\text{rev}}/\nu_{\text{rev}} \approx 10^{-4}$ beobachtet. Gründe dafür können sowohl ungewollte Änderungen der effektiven Elektronenkühlerspannung, als auch Änderungen der Orbitlänge C gewesen sein. Als Ursache für ersteres kämen beispielsweise Spannungsänderungen infolge von Spannungszusammenbrüchen am Elektronenkühler in Frage (vgl. Kap. 5.3). Orbitänderungen könnten durch Nichtreproduzierbarkeiten und Hystereseeffekte der Dipolmagnete des ESR verursacht worden sein. So musste die magnetische Steifigkeit bei der Umstellung von Bi^{82+} auf Bi^{80+} erhöht werden. Nach der Reparatur eines Netzgerätes eines Magneten musste das Magnetfeld wieder neu hochgefahren werden. Da das Wiederhochfahren der Magnete üblicherweise nicht dokumentiert wird, und den Strahlzeitteilnehmer die mögliche Relevanz eventuell nicht bewusst war, kann nicht ausgeschlossen werden, dass die Magnete noch öfter neu eingeschaltet wurden.

In Tab. 5.3 sind die für die Frequenzanpassung relevanten rekonstruierten Ereignisse während der Spektroskopie mit schmalbandigem Laser chronologisch aufgelistet. Bei Ereignis 1 wurde die freie Umlauffrequenz ν_{rev} gemessen und ν_{HF} angepasst. Die Ereignisse 2, 6, 7 und 8 könnten prinzipiell Auswirkungen auf die Ionengeschwindigkeit besitzen. Für Ereignis 2 und 6 wird der entsprechende Effekt als vernachlässigbar angesehen. Die mögliche Auswirkung von Ereignis 7 (Ausfall und Neustart Elektronenkühler) wurde in Kap. A.2 mit $\Delta U_{\text{rep}} = 25 \text{ V}$ explizit bestimmt¹². Ereignis 8 (der kurze

¹²Es ist nicht relevant, ob am Elektronenkühler vor und nach diesem speziellen Ausfall eine abweichende Spannung anlag. Die Bunchfrequenz hätte eine Geschwindigkeitsveränderung der Ionen verhindert. Vielmehr muss ΔU_{rep} für den Zeitpunkt berücksichtigt werden, an dem die Bunchfrequenz angepasst wurde.

Ausfall eines Netzgerätes) fand während der schmalbandigen Spektroskopie am Bi^{80+} statt. Vorwegnehmend kann gesagt werden, dass keine signifikanten Auswirkungen von Ereignis 8 auf die Laborwellenlänge und damit auf β feststellbar waren.

Bei Ereignis 5 wurde ν_{rev} im Rahmen der Bestimmung der Raumladungseffekte gemessen (s. Abb. 5.10), aber ν_{HF} leider *nicht* angepasst. Demnach war ν_{HF} während der Spektroskopie des Bi^{82+} wahrscheinlich gut angepasst, bei der Spektroskopie des Bi^{80+} hingegen bremste die HF-Wechselspannung die Ionen. Die Abweichung der halben Bunchfrequenz $\nu_{\text{HF}}/2$ von der freien Umlauffrequenz ν_{rev} betrug dabei gemäß der Daten aus Tab. 5.3 $\nu_{\text{rev}} - \nu_{\text{HF}}/2 = 112,9$ Hz. Dies entspricht einer relativen Abweichung von

$$\frac{d\nu}{\nu} = \frac{\nu_{\text{rev}} - \frac{\nu_{\text{HF}}}{2}}{\nu_{\text{rev}}} \approx 5,8 \cdot 10^{-5}.$$

Um den Einfluss dieser Fehlanpassung auf die Geschwindigkeit aus den vorliegenden experimentellen Daten abzuschätzen, werden die Werte in Gl. (5.17) und (5.18) verwendet. Um zu berechnen, welche Änderungen an U_{set} erforderlich gewesen wären, schreibt man zunächst Gl. (5.18) in der Form

$$U_{\text{set}}(I_e) = -213.888,4 \text{ V} - I_e \cdot 0,1571 \text{ V/mA}. \quad (5.24)$$

Somit liegen Gl. (5.17) und (5.24) in der Form

$$\begin{aligned} \nu_{\text{rev}} &= \nu_0 - I_e \cdot m_\nu \\ U_{\text{set}} &= U_0 - I_e \cdot m_U \end{aligned} \quad (5.25)$$

vor, mit den Geradensteigungen m_ν und m_U und Achsenabschnitten ν_0 und U_0 . Aus dem Gleichungssystem lässt sich I_e eliminieren und man erhält

$$\frac{\nu_0}{m_\nu} - \frac{\nu_{\text{rev}}}{m_\nu} = \frac{U_0}{m_U} - \frac{U_{\text{set}}}{m_U},$$

also

$$\frac{U_{\text{set}}}{m_U} - \frac{\nu_{\text{rev}}}{m_\nu} = \frac{U_0}{m_U} - \frac{\nu_0}{m_\nu} = \text{const.}$$

Um ν_{rev} um $d\nu$ zu ändern muss man U_{set} um dU ändern mit

$$\begin{aligned}
 \frac{dU}{m_U} - \frac{d\nu}{m_\nu} &\stackrel{!}{=} 0, \\
 dU &= \frac{m_U}{m_\nu} \cdot d\nu \\
 &= \frac{0,157(10) \text{ V/mA}}{0,265(10) \text{ Hz/mA}} \cdot d\nu \\
 &= 0,593(44) \text{ V/Hz} \cdot d\nu.
 \end{aligned}$$

In Ermangelung einer echten systematischen Fehlerabschätzung wurde Δm_ν konservativ als doppelt so groß wie der Fitfehler aus Gl. (5.17) angenommen. Da m_U aus nur zwei Datenpunkten gewonnen wurde, konnte kein Fitfehler ermittelt werden. Die relative Unsicherheit von m_U wird dementsprechend als etwas größer abgeschätzt als für m_ν , da weniger Daten zur Verfügung standen.

Die Fehlanpassung der freien Umlauffrequenz ν_{rev} während der schmalbandigen Spektroskopie des lithiumähnlichen Bi^{80+} hätte durch eine Verringerung des Betrages der Kathodenspannung U_{set} um

$$\begin{aligned}
 \Delta U_{\text{bunch}} &= \frac{m_U}{m_\nu} \cdot \left(\nu_{\text{rev}} - \frac{\nu_{\text{HF}}}{2} \right) \\
 &= 0,588(60) \text{ V/Hz} \cdot 112,9 \text{ Hz} \\
 &= 67(5) \text{ V}
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

kompensiert werden können, um die Elektronengeschwindigkeit in Einklang mit der von der Bunchfrequenz festgelegten Ionengeschwindigkeit zu bringen. Die Unsicherheit von 5 V wurde zwar konservativ auf Basis der Fitfehler mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung abgeschätzt, eine Untersuchung der systematischen Unsicherheit konnte aber im Rahmen dieser Arbeit nicht vorgenommen werden. Selbst wenn der systematische Unsicherheit der Verschiebung $\Delta\Delta U_{\text{bunch}}$ so groß wie ΔU_{bunch} selber sein sollte, fällt sie gegen die Gesamtunsicherheit der absoluten Spannung von 244 V (s. Tab. 5.2, Zeile 8) nicht ins Gewicht. Betrachtet man jedoch die relative Änderung der Ionengeschwindigkeit zwischen der Spektroskopie des Bi^{82+} und des Bi^{80+} , so wäre eine Unsicherheit der Größenordnung 70 V dominant. Berücksichtigt man, dass

- über die Ursache der Änderung der freien Umlauffrequenz und damit des Effektes von Gl. (5.26) nur gemutmaßt werden kann
- systematische Untersuchungen, ob die Auswirkungen der Frequenzdiskrepanzen tatsächlich wie in Gl. (5.26) berechnet werden können, nicht bekannt sind
- die freie Umlauffrequenz nur drei mal während der gesamten Strahlzeit gemessen wurde (siehe Tab. 5.3) sich aber theoretisch immer wieder geändert haben könnte,

also auch während der Spektroskopie am Bi^{82+} eine Diskrepanz bestanden haben könnte,

so sind dennoch möglicherweise signifikante Auswirkungen auf die Ergebnisse dieser Arbeit plausibel. Im Vorgriff auf Kap. 8.3 sei jedoch erwähnt, dass dadurch dennoch die Aussage dieser Arbeit nicht beeinträchtigt würde.

Mit Hilfe von ΔU_{bunch} wird eine virtuelle Beschleunigungsspannung gemäß

$$U_{\text{virt}} = U_{\text{eff}} + \Delta U_{\text{bunch}}$$

definiert. Anhand von U_{virt} wird dann die Ionengeschwindigkeit berechnet, als ob es keine Fehlanpassung der Bunchfrequenz gegeben hätte.

5.4.5 Ergebnis und Diskussion Geschwindigkeitsberechnung über die Elektronenkühlerspannung

In den vorangegangenen Abschnitten wurden mehrere notwendige Korrekturen für die eingestellte Elektronenkühlerspannung aufgeführt. Diese ergeben sich insgesamt zu einer effektiven Beschleunigungsspannung von

$$U_{\text{eff}} = U_{\text{set}} + f_{\text{set} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{set}}) + \Phi_e + \Phi_i + \Delta U_{\text{drift}}.$$

Effektivspannung bedeutet, dass die Elektronen dort, wo sie mit den Ionen wechselwirken die Energie $-eU_{\text{eff}}$ haben. Berücksichtigt man dann noch den Effekt der nicht angepassten Bunchfrequenz in Form einer Spannungsverschiebung, so ergibt sich die virtuelle Effektivspannung zu

$$U_{\text{virt}} = U_{\text{eff}} + \Delta U_{\text{bunch}}.$$

Die einzelnen Beiträge zu U_{eff} und U_{virt} sind in Tab. 5.2 aufgeführt und in Abb. 5.12 am Beispiel der experimentellen Bedingungen während der Messungen an $^{209}\text{Bi}^{80+}$ illustriert. Zur besseren Überprüfbarkeit sind die Werte auf drei signifikante Stellen der Fehlerwerte angegeben. Damit sind die Spannungswerte bekannt, mit denen die Ionengeschwindigkeit gemäß

$$\beta = \sqrt{1 - \gamma^{-2}} = \sqrt{1 - \left(1 + \frac{-eU_{\text{virt}}}{m_e c^2}\right)^{-2}} \quad (5.27)$$

ermittelt werden kann.

Die beiden dominierenden Fehlerbeiträge aus der DVM-Kalibration von 2001 $\Delta f_{\text{set} \rightarrow \text{PTB}}(U_{\text{set}}) = 123 \text{ V}$ und der möglichen Drift seither $\Delta U_{\text{Drift}} = 121 \text{ V}$ werden aufgrund einer möglichen

5 Bestimmung der Ionengeschwindigkeit

Tab. 5.3: Verkürzte Chronologie der Strahlzeit. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind hier nur die für die Anpassung der am HF-Oszillators anliegenden Bunchfrequenz ν_{HF} relevanten Ereignisse aufgelistet. Die Anfangs- und Endzeiten sind folgendermaßen zu interpretieren: "5, 14:30" bedeutet 5. August 2011, 14:30 Uhr. Ereignis 8 fand also während Ereignis 9 statt. Die Ereignisse 2, 6, 7 und 8 könnten prinzipiell Geschwindigkeitsänderungen verursacht haben. Es wird aber angenommen, dass diese im Rahmen der hier zu betrachtenden Unsicherheiten nicht signifikant sind. Deshalb werden diese Ereignisse im Folgenden ignoriert. Relevant sind insbesondere die Einträge bei 2 und 5. Aus diesen geht hervor, dass während der Spektroskopie an Bi^{82+} die HF-Frequenz in Übereinstimmung mit der doppelten freien Umlauffrequenz ν_{HF} ist. Bei der Spektroskopie an Bi^{80+} war dies nicht der Fall. Weitere Erläuterungen siehe Text.

Nr.	Ereignis	ν_{HF} [Hz]	ν_{rev} [Hz]	Anfang	Ende
0	messe ν_{rev} , passe ν_{HF} an	?	1.960.169,2	2, 17:28	?
1	messe ν_{rev} , passe ν_{HF} an	3.920.005,0	1.960.002,5	5, 14:30	?
2	Ausfall "Vakuum/Strukturen TK7VV1/TK8VV1"			5, 14:45	5, 15:10
3	Spektroskopie Bi^{82+} , Laser schmalbandig			5, 14:36	5, 15:55
4	Umstellung von Bi^{82+} auf Bi^{80+}			5, 16:00	?
5	messe Raumladung, Orbitlänge, ν_{rev}	3.920.005,0	1.960.115,4	8, 14:30	?
6	Ausfall HF-Sender "UA1BA1"			8, 14:40	8, 14:45
7	Ausfall & Neustart Elektronenkühler			8, ca. 17:30	8, 17:40
8	Ausfall Netzgeräte "E01QS5F"			8, 23:35	8, 23:40
9	Spektroskopie Bi^{82+} , Laser schmalbandig			8, 17:43	9, 02:27

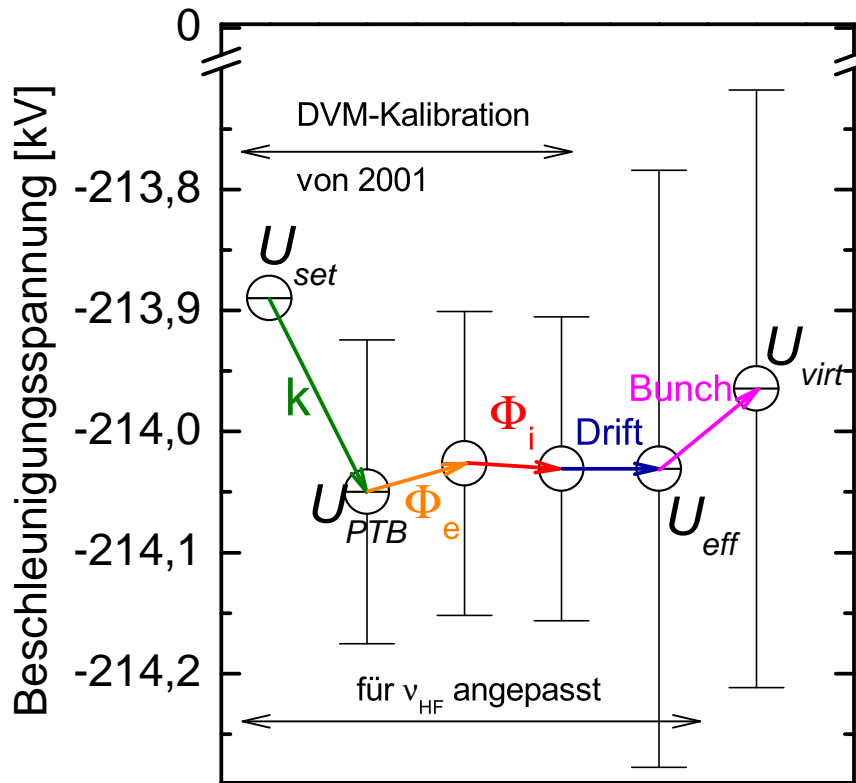


Abb. 5.12: Illustration der Berechnung der virtuellen effektiven Beschleunigungsspannung U_{virt} der Elektronen im Elektronenkühler am Beispiel der Werte während der Spektroskopie von Bi^{80+} , ausgehend von der eingestellten Spannung U_{set} . Darauf angewendet wird zunächst die Kalibration k , das Raumladungspotential des Elektronenstrahles Φ_e und des Ionenstrahles Φ_i . Die nachträgliche hinzugefügte Vergrößerung der Unsicherheit durch die Messgerät-Drift wurde in Kap. 5.2.7 erklärt. Damit ergibt sich die Spannung U_{eff} . Der Effekt der nicht angepassten Frequenz ν_{HF} lässt sich ebenfalls als Spannungsveränderung berücksichtigen (s. Kap. 5.4.4). Damit ergibt sich die virtuelle effektive Spannung U_{virt} .

gemeinsamen systematischen Herkunft linear addiert. Die Fehlerbeiträge aus Zeilen 4, 5 und 7 von Tab. 5.2 werden hier noch nicht berücksichtigt, sondern erst im Rahmen der Fehlerrechnung für das Gesamtergebnis in Kap. 7.2 ff. gesondert behandelt, da sie erst bei Betrachtung der Geschwindigkeitsdifferenz relevant werden. Die beiden genannten dominanten Unsicherheiten der Spannung addieren sich zu $\Delta U_{\text{virt}} = 244 \text{ V}$ oder $\Delta U_{\text{virt}}/U_{\text{virt}} = 1,2 \cdot 10^{-3}$. Dieser Fehler erscheint im Vergleich zu älteren Arbeiten zu Laserspektroskopieexperimenten am ESR groß. Dort werden typische Werte von $5 \cdot 10^{-4}$ angegeben. Die Gründe wurden in den vorangegangenen Abschnitten diskutiert und sollen hier noch einmal zusammengefasst werden:

- Zweifel an der Zuverlässigkeit des Hochspannungsmessgerätes wurden bislang nicht geäußert.
- Als Quelle für die Spannungsunsicherheiten wird meist “Markus Steck, persönliche Mitteilung” genannt. Alternative Methoden zur Spannungsbestimmung wurden mehrfach diskutiert, aber niemals angewandt.
- Markus Steck hat die Kalibrationsdaten wie in Abb. A.3 ff. bisher nur linear angefitet. Die Methode, insbesondere die Fehlerermittlung ist nicht dokumentiert. Die Ergebnisse der linearen Fits sind nicht deckungsgleich mit verschiedenen vorherigen mündlich mitgeteilten Kalibrationsfunktionen.
- Häufig wurde in Spektroskopieexperimenten mit kleineren Elektronenkühlerspannungen gearbeitet, sodass keine zusätzlichen Fehler durch die Extrapolation der Spannungskalibration berücksichtigt werden mussten.
- Experimente mit frei umlaufenden Ionenstrahl (*coasting beam*), mussten keinen zusätzlichen Fehler durch die Nichtanpassung der Bunchfrequenz ν_{HF} berücksichtigen. In den Fällen mit gebunchten Ionenstrahlen sind mir systematische Untersuchungen dazu nicht bekannt.
- Die Reproduzierbarkeit der Elektronenkühlerspannung wurde bislang als perfekt angenommen.

Deshalb muss nach gegenwärtigen Wissenstand die Spannungsunsicherheit deutlich größer abgeschätzt werden, als bislang erwartet. Eventuell müssen auch alte Berechnungen von Elektronenkühlerspannungen und daraus abgeleitete Größen korrigiert werden. Die Spannungsunsicherheit dominiert den Fehler der Geschwindigkeitsbestimmung und kann mit der an der GSI existierenden Ausstattung nicht signifikant reduziert werden. Der um eine Größenordnung kleinere Beitrag durch die Nichtanpassung der Bunchfrequenz, kann in zukünftigen Experimenten durch wiederholtes Messen von ν_{rev} und Anpassen von ν_{HF} leicht behoben werden. Die Unsicherheit durch das Raumladungspotential ist nochmals eine Größenordnung kleiner und damit weit weniger ausschlaggebend, als von den Experimentatoren am ESR häufig angenommen.

5.5 Bestimmung der Ionengeschwindigkeit aus der Orbitlänge

Alternativ zur Bestimmung der Ionengeschwindigkeit aus der Elektronenkühlerspannung, kann sie aus dem Orbitumfang C der Sollbahn und der tatsächlichen Umlauffrequenz also $\nu_{\text{rev}}/2$ bestimmt werden. Voraussetzung ist allerdings die genaue Kenntnis von C zum Zeitpunkt der Spektroskopie.

Sergej Litvinov aus der Speicherringabteilung der GSI hat mit einem ionenoptischen Programm den Ionen-Orbitumfang zu $C = 108,557(14)$ m berechnet. Dazu verwendete er Messdaten aus systematischen Messungen einer früheren Maschinenstrahlzeit und die Daten der Strahllagemessungen die während der Strahlzeit, am 8.8.11 vorgenommen wurden. Mit seinem Wert für C ergibt sich

$$\beta_{\text{rev}} = C \cdot \frac{\nu_{\text{HF}}}{2} = \begin{cases} 70,9791(92)\% & \text{aus } \nu_{\text{HF}} \text{ vor 5.8.11 (Bi}^{82+}\text{)} \\ 70,9731(92)\% & \text{aus } \nu_{\text{HF}} \text{ nach 5.8.11 (Bi}^{82+}\text{ und Bi}^{80+}\text{)} \\ 70,9772(92)\% & \text{aus } \nu_{\text{rev}} \text{ am 8.8.11 (Bi}^{80+}\text{)}. \end{cases} \quad (5.28)$$

Wählt man willkürlich die beiden am besten zusammenpassenden Werte, also den größeren aus der Elektronenkühlerspannung berechneten Wert aus Tab. 5.2, $\beta_U = 70,9411(236)\%$, und den kleinsten Wert aus Gl. (5.28), $\beta_{\text{rev}} = 70,9731(92)\%$, so ergibt sich die Differenz von $\beta_{\text{rev}} - \beta_U = 0,032(26)\%$, wobei der Fehler der Differenz durch $\sigma_{\text{Diff}} = \sqrt{(0,0236\%)^2 + (0,092\%)^2} = 0,026\%$ ermittelt wurde. Die Abweichung beträgt etwa $1,2\sigma_{\text{Diff}}$. Demnach wird die Vereinbarkeit der beiden Modelle mit schwacher statistischer Signifikanz abgelehnt. Bei jeder anderen, realistischeren Wahl von β_{rev} und β_U wird die Vereinbarkeit aber mit höherer Signifikanz abgelehnt. Unter der Annahme, dass das Digitalvoltmeter DVM gedriftet ist (siehe Kap. 5.2.7) wird die Diskrepanz sogar noch größer. Es ist also unwahrscheinlich, dass beide Berechnungsmethoden miteinander verträglich sind. Im Folgenden wird der von Sergej Litvinov berechnete Wert nicht weiter verwendet. Gründe für die Bevorzugung der anderen Methode sind:

- Vor dem hier genannten Wert für C gab es schon andere, vorab von Sergej Litvinov mitgeteilte Berechnungsergebnisse, die um mehr als die angegebene Fehlermarge streuten.
- Es ist nicht dokumentiert, ob die Ionenstrahllagemessungen mit Bunchen oder mit frei umlaufendem Ionenstrahl gemacht wurden.
- Die Strahllagemessung wurde mit 12 Detektoren mehrfach durchgeführt. Zur Berechnung wurde jedoch nur ein Datensatz verwendet, obwohl sich in den anderen Messungen signifikant andere Messwerte ergaben.
- Von jeder einzelnen Strahllagemessung existieren jeweils 12 Messwerte. Vom verwendeten Satz wurden jedoch ohne weiteres 5 Messwerte ohne Begründung ausgeschlossen.

- Spezielle Strahleinstellungen wie horizontale, parallele Verschiebung des Ionenstrahles in den Geraden des Speicherrings (“Target- und Coolerbump”) wurden nicht berücksichtigt, obwohl sie eventuell einen signifikanten Einfluss auf C haben.

5.6 Bestimmung der Ionengeschwindigkeit aus der Wellenlänge von $^{209}\text{Bi}^{82+}$

Eine weitere Alternative zur Bestimmung der Ionengeschwindigkeit geht von dem Literaturwert der Übergangswellenlänge λ_0 in wasserstoffähnlichen Bi^{82+} aus. Nimmt man diesen als korrekt an, so kann man aus der im ersten Teil der Strahlzeit in antikollinearer Geometrie gemessenen Laborwellenlänge λ_{Lab} des Übergangs anhand der Dopplerformel

$$\lambda_{\text{Lab}} = \lambda_0 \gamma (1 + \beta)$$

die Geschwindigkeit der Ionen

$$\beta = \frac{\left(\frac{\lambda_{\text{Lab}}}{\lambda_0}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\lambda_{\text{Lab}}}{\lambda_0}\right)^2 + 1} \quad (5.29)$$

berechnen. Dabei ist man sowohl von der Kenntnis der Orbitlänge als auch der genauen Umlauffrequenz unabhängig. Die Resonanz des wasserstoffähnlichen Bi^{82+} wurde bei einer Laborwellenlänge von

$$\lambda_{\text{Lab}} = 591,183(27) \text{ nm}$$

beobachtet (s. Kap. 6.6) und besitzt einen relativen Fehler von $\Delta\lambda_{\text{Lab}}/\lambda_{\text{Lab}} = 4,6 \cdot 10^{-5}$. Für die Ruhewellenlänge wird der von Kluft publizierte Wert $\lambda_0 = 243,87(4) \text{ nm}$ [Kla94a] verwendet. Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} \beta_{82+} &= 70,9159(84) \% \\ \frac{\Delta\beta_{82+}}{\beta_{82+}} &= 1,2 \cdot 10^{-4}. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Der Index an β_{82+} zeigt dabei an, dass es sich um die Ionengeschwindigkeit während der Spektroskopie am wasserstoffähnlichen Bi^{82+} handelt. Der Fehler $\Delta\beta_{82+}$ wurde über Gaußsche Fehlerfortpflanzung ermittelt.

Zur Berechnung der Ionengeschwindigkeit während der Spektroskopie am Bi^{80+} , β_{80+} wird die Spannungsdifferenz in U_{virt} von 70 V aus Tab. 5.2 berücksichtigt. Diese Differenz setzt sich aus zwei Komponenten zusammen:

1. Nach den Betrachtungen in Kap. 5.4.4 war β_{80+} um so viel geringer, dass dies eine Anpassung der Elektronenkühlerspannung um 67(5) V entsprochen hätte.
2. Die Anpassung des Ionenstromes und des Spannungswertes resultiert in einer zusätzlichen effektiven Spannungsänderung von 3 V.

Zwischen der Spektroskopie am Bi^{82+} und der Bestimmung der Frequenzdiskrepanz kam es vermutlich mindestens noch zu einem Zusammenbruch der Spannung am Elektronenkühler. Deshalb muss die Reproduzierbarkeit der anliegenden Spannung $\Delta U_{\text{rep}} = 25 \text{ V}$ aus Kapitel 5.3 ebenfalls berücksichtigt werden. Die Unsicherheit der Spannungsdifferenz beträgt demnach $\sqrt{5^2 + 25^2} \text{ V} = 26 \text{ V}$. Mit Gl. (5.27) ergibt sich

$$\begin{aligned}
 \beta_{82+} - \beta_{80+} &= 0,0065(25) \% \\
 \beta_{80+} &= 70,9095(88) \% \\
 \frac{\Delta\beta_{80+}}{\beta_{80+}} &= 1,2 \cdot 10^{-4}.
 \end{aligned}
 \tag{5.31}$$

Die Unsicherheiten von β_{80+} und β_{82+} sind dominiert durch $\Delta\lambda_0$ von Kluft, welches wiederum durch die dort angenommene Spannungsunsicherheit bestimmt wird. Die so ermittelte Ionengeschwindigkeit β_{80+} ist um fast einen Faktor drei genauer als die aus der Elektronenkühlerspannung ermittelte.

Man beachte, dass diese Methode letztlich doch nicht vollständig unabhängig von der oben durchgeführten Berechnung von β über die Elektronenkühlerspannung ist. Kluft hat die Ionengeschwindigkeit anhand der damals eingestellten Kühlerspannung ($U_{\text{set}} = -120.048 \text{ V}$) berechnet. Er hat eine Raumladungskorrektur verwendet, die vermutlich in guter Näherung korrekt ist. Sein Experiment wurde 1993 mit frei im ESR umlaufenden Ionen durchgeführt. Fehler durch eine falsch eingestellte Bunchfrequenz konnten daher nicht auftreten. Allerdings hatte er keine Kenntnis über die Kalibrationskorrekturen und nahm einen Spannungsfehler von $\Delta U/U = 5 \cdot 10^{-4}$, also $\Delta U = 60 \text{ V}$ an. Diese Annahme erscheint angesichts der Spannungsmessung mit dem damals neu erworbenen Digitalvoltmeter DVM 131 vom 10.08.1994 in Abb. A.3 plausibel. Allerdings ist eine nachträgliche Überprüfung der damaligen Abweichung des DVM unmöglich. Auch andere, unter Umständen ESR-spezifische systematische Fehler können nachträglich nicht ausgeschlossen werden.

5.7 Vergleich aller ermittelten Geschwindigkeiten

Abschließend sollen die mit den verschiedenen Methoden bestimmten Ionengeschwindigkeiten verglichen werden. Die entsprechenden Werte sind in Tab. 5.4 zusammengestellt und in Abb. 5.13 aufgetragen. Es ist klar erkennbar, dass die Geschwindigkeiten aus der Orbitlänge und aus λ_0 nicht miteinander verträglich sind. Die aus der Orbitlänge

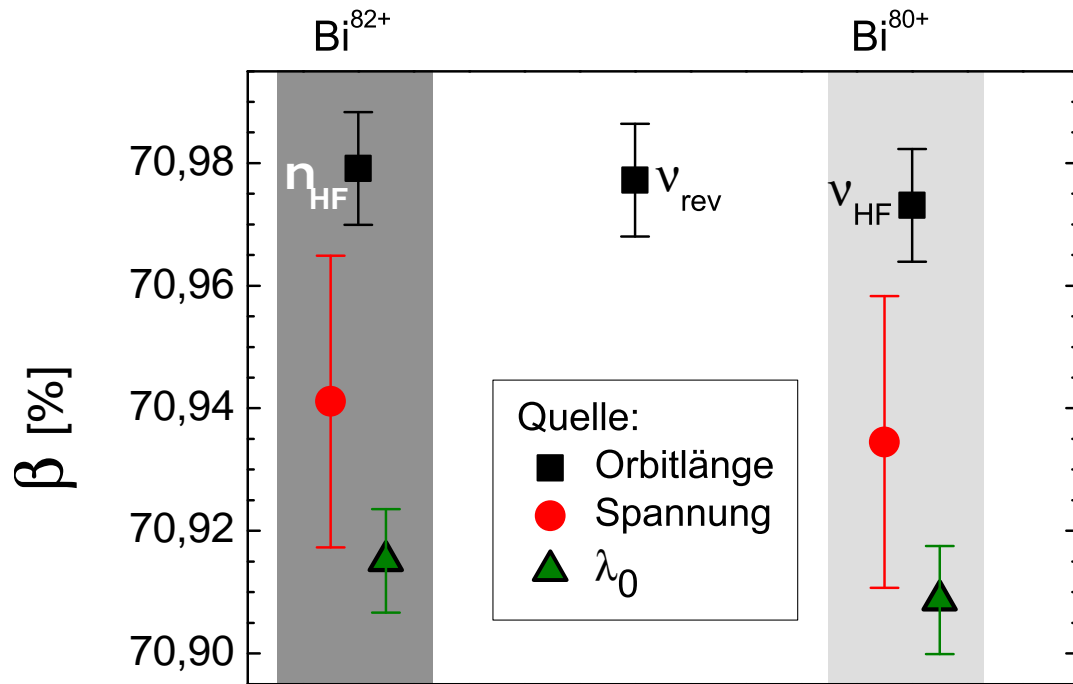


Abb. 5.13: Vergleich aller in diesem Kapitel ermittelten Ionengeschwindigkeiten. Die oberen Werte stammen aus der Orbitlänge in Verbindung mit der Umlauffrequenz entweder aus ν_{HF} oder ν_{rev} (Kap. 5.5), Die mittleren aus der Elektronenkühlerspannung (Kap. 5.4), die unteren aus der Ruhewellenlänge von Bi^{82+} (λ_0 , Kap. 5.6). Links die Geschwindigkeiten für den Zeitraum der Spektroskopie mit schmalbandigem Laser am Bi^{82+} , rechts entsprechend die bei der Spektroskopie an Bi^{80+} . Der mittlere Wert wurde aus der Orbitlänge und der freien Umlauffrequenz berechnet, entspricht also vermutlich keinem realen Geschwindigkeitswert.

Tab. 5.4: Übersicht über alle mit unterschiedlichen Methoden ermittelten Ionengeschwindigkeiten in %. Die Werte der ersten Spalte wurden aus der Elektronenkühlspannung (Kap. 5.4), die der zweiten Spalte aus der Orbitlänge in Verbindung mit der Umlauffrequenz entweder aus ν_{HF} oder zum Vergleich aus ν_{rev} (Kap. 5.5) und der dritten Spalte aus der Ruhewellenlänge von Bi^{82+} (λ_0 , Kap. 5.6) ermittelt. Zur besseren Nachvollziehbarkeit sind bis zu drei signifikante Stellen des Fehlers angegeben.

	aus U_{virt}	aus C	aus λ_0
Bi^{82+}	70,9411(236)	70,9791(92)	70,9159(84)
Bi^{80+}	70,9345(236)	70,9731(92)	70,9095(88)
zum Vergleich		70,9772(92)	

berechneten Daten werden dabei als am unzuverlässigsten angesehen (s. Diskussion in Kap. 5.5). Der mittlere Wert wurde aus der Orbitlänge und der freien Umlauffrequenz berechnet, entspricht also keinem realen Geschwindigkeitswert. Der Vergleich mit den anderen Werten verdeutlicht jedoch, dass die Fehlinterpretation des Effektes der Nichtanpassung der HF-Frequenz (s. Kap. 5.4.4) als mögliche Erklärung für die gefundene Diskrepanz nicht ausreicht.

Die Werte, die in Kap. 5.4 aus der Elektronenkühlspannung berechnet wurden, besitzen die größte Unsicherheit. Es sind aber derzeit die einzigen verfügbaren unabhängigen Werte, die alle bekannten systematischen Ungenauigkeiten berücksichtigen. Die Verschiebung durch die Nichtanpassung der HF-Frequenz (s. Kap. 5.4.4) ist in dieser Darstellung berücksichtigt, sie ist aber nicht signifikant. Die Werte mit der von Kluft ermittelten Ruhewellenlänge λ_0 von Bi^{82+} sind deutlich genauer, jedoch nicht unabhängig. Die Diskrepanz zu den Werten aus der Elektronenkühlspannung beträgt etwas mehr $1\sigma_U$, der größere der beiden Unsicherheiten. Dies ist insofern verwunderlich, da die Unsicherheit σ_U recht konservativ abgeschätzt wurde und auch den Effekt der Drift des DVM vollständig berücksichtigt. Die Diskrepanz kann nicht ohne weiteres erklärt werden und wird ab Kap. 7.4 weiter diskutiert.

6 Analyse der Resonanzwellenlänge im Laborsystem

In diesem Kapitel wird die Auswertung der Rohdaten zur Bestimmung der Laborwellenlängen beschrieben. In der Auswertung wurden

- die Detektionszeitpunkte der Photonen aus den Rohdaten extrahiert
- die Photonen dem Signal- oder Referenzbunch zugeordnet und das untergrundkorrigierte Signal (Differenz) gebildet
- die jeweiligen gemessenen Laserwellenlängen ausgewertet und den Photonendaten zugeordnet
- die Resonanzdaten normiert und gefittet
- systematische Abhängigkeiten untersucht.

Zeitgleich und größtenteils unabhängig wurden die selben Rohdaten auch von Raphael Jöhren im Rahmen seiner Doktorarbeit [Jöh13] analysiert. Er verwendete andere Analyseprogramme und -methoden. Seine Ergebnisse für die Laborwellenlängen stimmen im Rahmen der ermittelten Fehler mit den hier ermittelten Werten überein.

6.1 Analyseprogramm für die Ermittlung der Laborwellenlänge der Resonanzmitte

Die Datenanalyse wurde in acht Schritten durchgeführt. Die Analyseskripte wurden weitgehend speziell für dieses Experiment programmiert. Die Form der Daten und das Vorgehen bei der Analyse sind für Bi^{82+} und Bi^{80+} weitgehend identisch. Allerdings wurden die meisten Systematiken aus Zeitgründen nur für Bi^{80+} mit schmalbandigem Laserbetrieb studiert. Eine Gesamtübersicht der Analyseschritte ist in Abb. 6.1 dargestellt. “Online” bedeutet darin, dass die Daten direkt von der Datenaufnahme an das Auswerteprogramm gesendet wurden. Die nachträgliche Analyse hingegen, bei der die gespeicherten Daten von Band oder einer Festplatte gelesen und ans Auswerteprogramm gesendet werden, wird als “offline” bezeichnet. Die Komponenten werden hier kurz beschrieben:

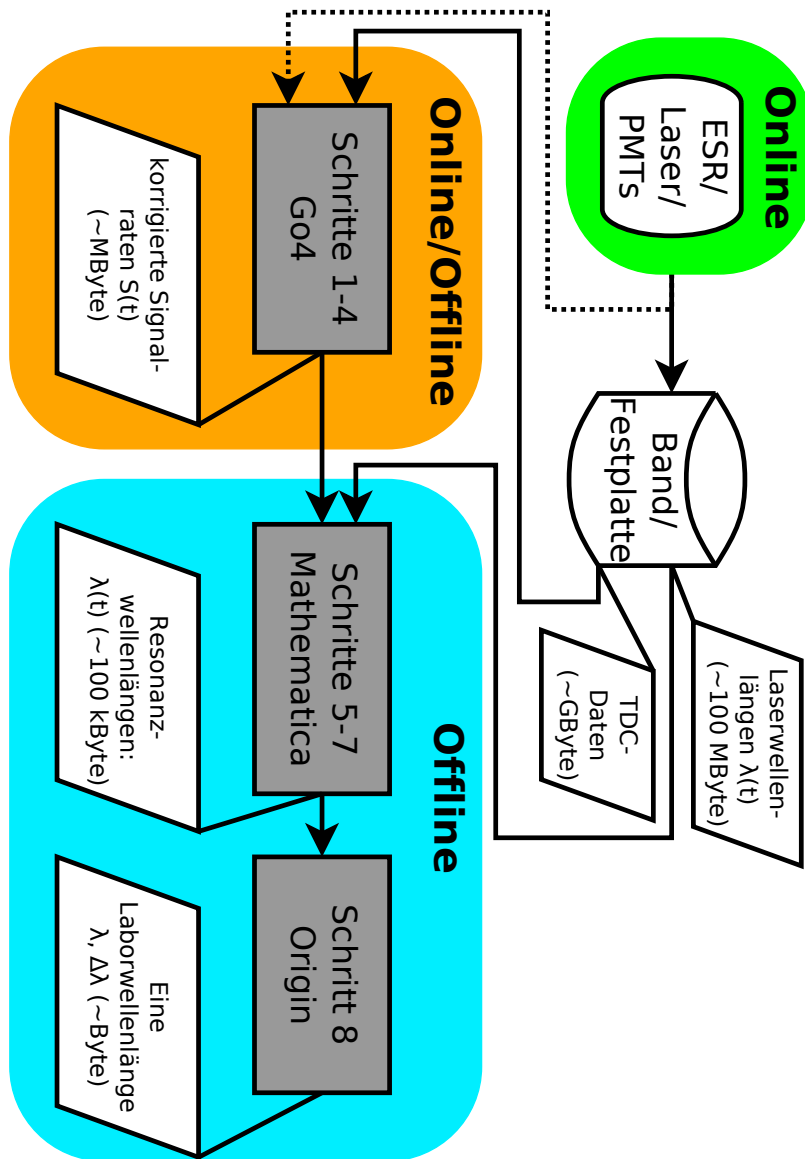


Abb. 6.1: Eine grobe Gesamtübersicht über die Analyseschritte von den Rohdaten bis zur Laborwellenlänge. Die Analyseschritte 1-8 sind in den rechteckigen Blöcken zusammengefasst, die jeweils von einer anderen Analysesoftware bearbeitet wurden. Die nicht rechtwinkligen Parallelogramme stehen für zwischengespeicherte Informationen, die Pfeile für den Informationsfluss. Der Inhalt der einzelnen Analyseschritte ist im Text erläutert.

- Obere linke Box, “online”: Die Daten fielen während der Strahlzeit als Wellenlängen, Scalerwerte und TDC-Werte jeweils mit Computerzeitstempel an.
- Oben Mitte: Die Daten wurden ungefiltert gespeichert¹ und parallel dazu an die Onlineanalyse weitergeleitet.
- Mittlere Box, “online/offline”: In der Analysesoftware Go4 wurde in den seriellen Schritten 1 bis 4 analysiert. Der Untergrund wurde vom Signal abgezogen, um die Resonanzen online als Funktion der gesetzten Laserwellenlänge sichtbar zu machen. Auf eine Wellenlängenkalibration wurde dabei verzichtet. Nach der Strahlzeit wurden die Daten des untergrundkorrigierten Signales offline aus Schritt 4 exportiert.
- Rechte Box, “offline”: In den Schritten 5-7 wurden in der Software Mathematica die Daten des untergrundkorrigierten Signales mit den Wellenlängendaten des Atos Wavemeters kombiniert, eine Resonanzkurve angepasst und die zentralen Wellenlängen der Resonanzen für jeden Scan ermittelt. Im letzten Schritt 8 wurde dann in der Software Origin® die systematische Abhängigkeit von verschiedenen Parametern und je ein zentraler Wert der Laborwellenlänge für die Resonanzen von Bi⁸²⁺ und Bi⁸⁰⁺ ermittelt.

Die bearbeitete Datenmenge wurde im Laufe der Analyse um viele Größenordnungen reduziert. Parallel dazu sank der Rechenaufwand und die Komplexität der Daten. Dies ermöglichte zunächst den Wechsel von Go4 zu Mathematica und dann zu Origin.

Die Rohdaten liegen im lmd-Format vor (*List Mode Data* [Ess03]). Es ist zum kontinuierlichen Speichern (“Streamen”) auf Bandspeichern entwickelt worden. Falls während der Datenaufnahme oder dem Speichern ein Fehler oder Ausfall auftritt, können die Informationen, die bis dahin in die lmd-Dateien geschrieben wurden dennoch fast uneingeschränkt genutzt werden.

In Abb. 6.2 sind die ersten vier Schritte, die in Go4 (*GSI Object Oriented On-line-Offline*) [AM, AM11] realisiert wurden, näher dargestellt. Go4 ist ein Framework zur Analysesoftware *Root* des CERN, die wiederum auf C++ basiert. Die vier Schritte haben die folgenden Aufgaben:

- Schritt 1: Einlesen der lmd-Dateien und Aufbereitung der Daten für die weiteren Schritte
- Schritt 2: Analyse der TDC-Daten (=Detektionszeiten der Photonen). Die Detektionszeit (bis zu 50 μ s) wird auf die Zeitspanne eines Umlaufes heruntergebrochen und in einem Histogramm akkumuliert.

¹Der überwiegende Teil der Daten wurde auf der Bandspeicherinfrastruktur der GSI, Gstore [Gör] gespeichert.

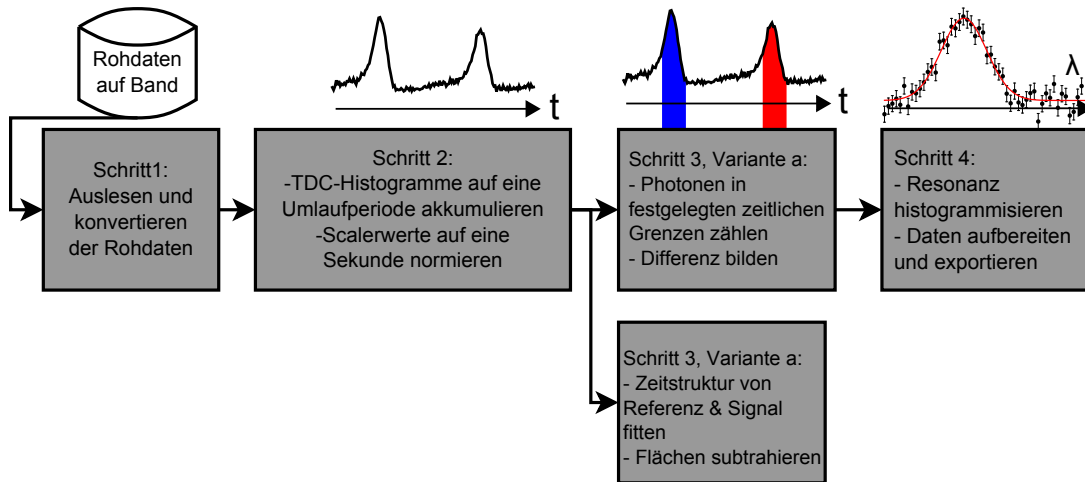


Abb. 6.2: Schema der ersten vier Auswertungsschritte, die in der Analysesoftware Go4 durchgeführt wurden. Jeder Kasten steht für einen Analyseschritt. Die Ergebnisse von Schritt 3b wurden in der endgültigen Analyse nicht weiter verwendet.

- Schritt 3: Anhand eines in der Software gesetzten Zeitfensters wird die Anzahl der Photonen aus dem Referenzbunch und aus dem Signalbunch ermittelt, und die zugehörige Signalrate als deren Differenz berechnet (Variante 3a). Bei der alternativen Variante (3b) wurde stattdessen an die zeitliche Verteilung der Photonen eine Peakform angepasst, deren Fläche für Signal und Referenz bestimmt und die Differenz gebildet. Das Ergebnis dieser Variante 3b wurde aber in der endgültigen Auswertung wegen Unzulänglichkeiten im Verständnis der Zeitstruktur nicht weiter verwendet. Auf die Details und die zeitliche Signalform wird in Kapitel 6.2 genauer eingegangen.
- Schritt 4: Diente online zur Darstellung der Signalrate als Funktion der Sollwellenlänge. Offline diente er zum Export der Signaldaten für die Zusammenführung mit den gemessenen (“Ist”)-Wellenlängen des Lasers. Nach Anwendung der vier Schritte auf alle relevanten Rohdaten wurden etwa 100 Textdateien exportiert. Darin waren für jeden während der Strahlzeit gemessenen und gespeicherten Wellenlängenschritt unter anderem die Laser-Setzwellenlänge, das untergrundkorrigierte Signal und der Ionenstrom verzeichnet. Die Dateien wurden an die nächsten Analyseschritte weitergereicht.

In Abb. 6.3 sind die vier weiteren Schritte in Mathematica® und Origin® näher dargestellt. Das Atos Lambdameter lieferte die Wellenlängenmesswerte, der Kontrollcomputer des Sirah Cobra Lasers die “Soll”-Wellenlängen. Die Sollwellenlänge ist

6 Analyse Laborwellenlänge

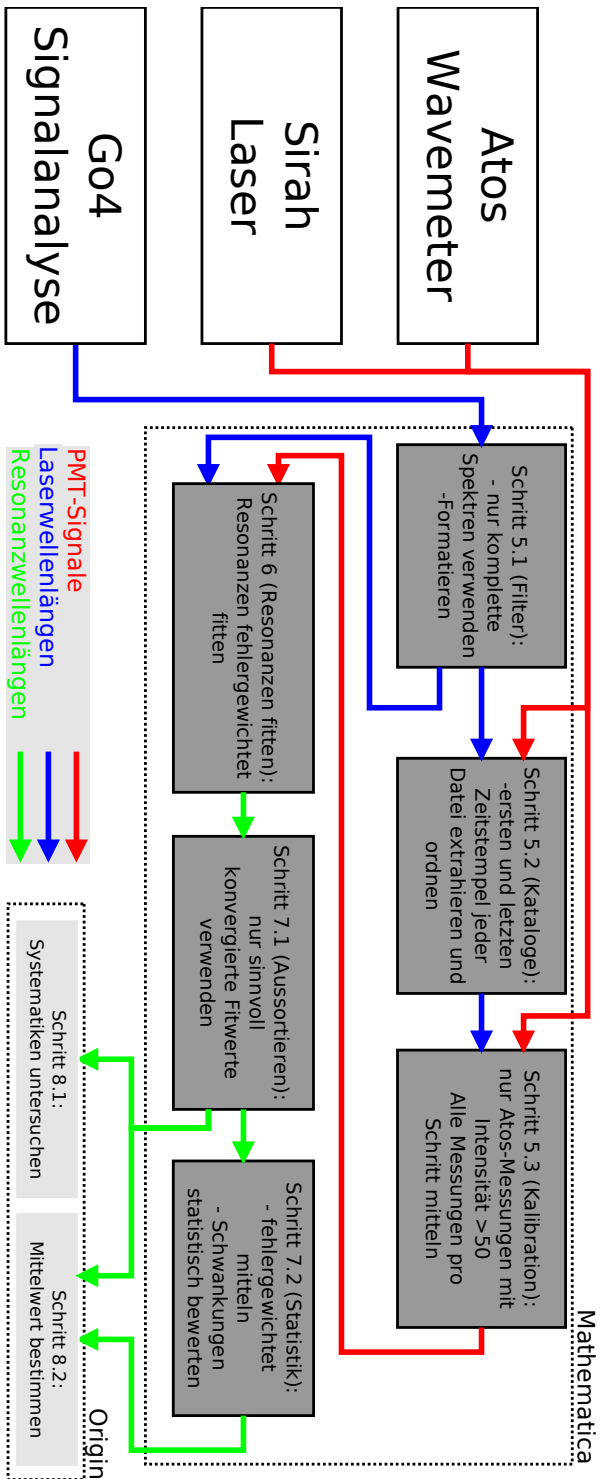


Abb. 6.3: Schema der weiteren Auswerteschritte in Mathematica und Origin.

eigentlich nicht relevant, wurde aber aus Gründen der Redundanz mitgeschrieben und zur Konsistenzprüfung der Wellenlängendaten verwendet.

- Schritt 5.1: Überprüfung der Vollständigkeit der Spektren. Spektren, bei denen die Daten nicht vollständig vom ersten bis zum letzten Wellenlängenschritt vorlagen, wurden verworfen, um die weitere Auswertung einfacher zu gestalten. Fast alle Spektren, die mit schmalbandigem Laserbetrieb aufgenommen wurden, konnten fehlerfrei gespeichert werden. Praktisch bedeutete diese Einschränkung weder einen Verlust an Information noch ein systematisches “Biasing” aufgrund verworfener Daten. Raphael Jöhren verfolgte an dieser Stelle einen komplementären Ansatz: er verwendete jeden Datenpunkt, auch wenn die Scans nur bruchstückhaft vorlagen.
- Schritt 5.2: Erstellung von Katalogdateien. Katalogdateien sind Meta-Dateien, die Informationen über die Rohdaten enthalten. Dies sind beispielsweise Informationen der Art “Die Datei mit Index 0321 beinhaltet die Signaldaten zwischen Unixzeit 1312638897,932 s und 1312640428,817 s.” Die Katalogdateien werden von allen weiteren Schritten bei der Zusammenführung der verschiedenen Datenquellen benötigt.
- Schritt 5.3: Bestimmung der (Ist-)Laserwellenlängen anhand der Wavemeter-Messdaten.
- Schritt 6: Normierung und Fitten der Spektren. Zur Wellenlängenkalibration des Resonanzfits wurden drei alternative Methoden verwendet, die in Kapitel 6.3 erläutert sind.
- Schritt 7: Plausibilitätsprüfung der Fitergebnisse (Schritt 7.1, Kapitel 6.4) und statistische Analyse der verbliebenen Fitergebnisse (Schritt 7.2, Kapitel 6.5.2).
- Schritt 8: Graphische Darstellung aller Einzelergebnisse und deren Auswertung bezüglich systematischer Effekte (Schritt 8.1, Kap. 6.5.1 bis 6.5.5) und Ermittlung des zuverlässigsten Mittelwertes der Wellenlänge (Schritt 8.2, Kap. 6.5.2).

Im folgenden Abschnitt wird zunächst die beobachtete Zeitstruktur des Fluoreszenzsignals erläutert und daraus das Vorgehen in Analyseschritt 3 abgeleitet.

6.2 Zeitstruktur des Fluoreszenzsignals

Wie bereits kurz in Kap. 3.1 beschrieben, werden durch Ionen-Restgas-Kollisionen angeregte Zustände in den Restgasmolekülen bevölkert, die unter Aussendung von Fluoreszenzphotonen abregen können. Diese verursachen auf den verwendeten Fluoreszenzdetektoren einen beträchtlichen, zeitlich mit den Ionenbunchen korrelierten Untergrund. Um diesen zu entfernen, wurde in den Vorgängerexperimenten [Bor00, See99]

bereits in der Signalverarbeitung eine Einteilung der Photonenergebnisse in Ereignisse, die aus dem Referenzbunch stammen und solche aus dem Signalbunch realisiert. Dazu wurden aus der Bunch-HF zeitliche Fenster mit fester Phasenbeziehung zur HF erzeugt und diese in einem Koinzidenzmodul zur Zuordnung der Photonenergebnisse verwendet. Alle weiteren Zeitinformationen sowie die Photonenergebnisse außerhalb der Fenster gingen dabei verloren.

In diesem Experiment wurden alle Photonenergebnisse gespeichert. Dies erlaubte es, die Zeitfenster nachträglich zu setzen und beliebig zu variieren. Die Fenster wurden in Schritt 3 der Datenanalyse gesetzt. Zunächst wurde dazu die gespeicherte Zeitinformation, die sich immer auf das Common-Stop Signal des VUPROMs bezieht und damit eine feste Phasenbeziehung zum Umlauf der Ionenbunche hat, mittels der Modulo-Funktion² auf einen einzelnen Umlauf heruntergebrochen. Die Photonenergebnisse wurden dann in ein Histogramm mit einer zeitlichen Auflösung von $10/3$ ns auf der x -Achse eingeordnet. Ein so erzeugtes Histogramm ist in Abb. 6.4 oben zu sehen. Auf einem zeitunabhängigen Untergrund von etwa 2600 Photonen pro Kanal während der Akkumulationszeit (hier etwa 5 min) sind zwei klare Überhöhungen zu erkennen, die durch ionenstrahlinduzierte Photonen aus dem Signal- und dem Photonenbunch stammen (vgl. Kap. 3.5). Diese Histogramme, erzeugt für einen einzelnen Wellenlängenschritt (Messzeit meist etwa 6 s), wurden dann in Schritt 3 weiterverarbeitet. Ob die deutliche Asymmetrie der beiden Peaks von einem Messartefakt oder von tatsächlich asymmetrischen Bunchen verursacht wurde, konnte nicht zweifelsfrei geklärt werden. Gegen Artefakte spricht unter anderem die auf S. 55 beschriebene Beobachtung. Wen [Wen13] hat beobachtet, dass die Asymmetrie verschwindet, wenn man die Zeitstruktur von Daten eines UV-Channeltrons statt des hier verwendeten PMTs betrachtet. Er führt dies auf die unterschiedlichen Geometrien der jeweiligen Nachweisregionen zurück. Es könnte aber sein, dass die Asymmetrie von einer schnellen und einer langsamen Komponente des Untergrundes verursacht wurden. Nimmt man

- einen zeitlich Gauß-förmigen Bunch
- eine Klasse angeregter Zustände der Restgasmoleküle, die praktisch instantan ($\tau \lesssim 5$ ns) zerfallen und
- eine weitere Klasse angeregter Zustände in Restgasmoleküle mit der Lebensdauer einiger 10 ns

so wird die beobachtete Signalform recht gut reproduziert. Da aber immer noch systematische Abweichungen verbleiben und die physikalischen Gründe für die Linienform nicht geklärt werden konnten, wurde auf das Anfitzen der Signalform, das als Variante 3b implementiert wurde, verzichtet. Stattdessen wurde die Zahl der Ereignisse anhand fester Zeitfenster ermittelt, wie sie in Abb. 6.4 oben farblich dargestellt sind.

²Im Code wurde der C++-Befehl `fmod` verwendet, also Modulo für Float-Zahlen.

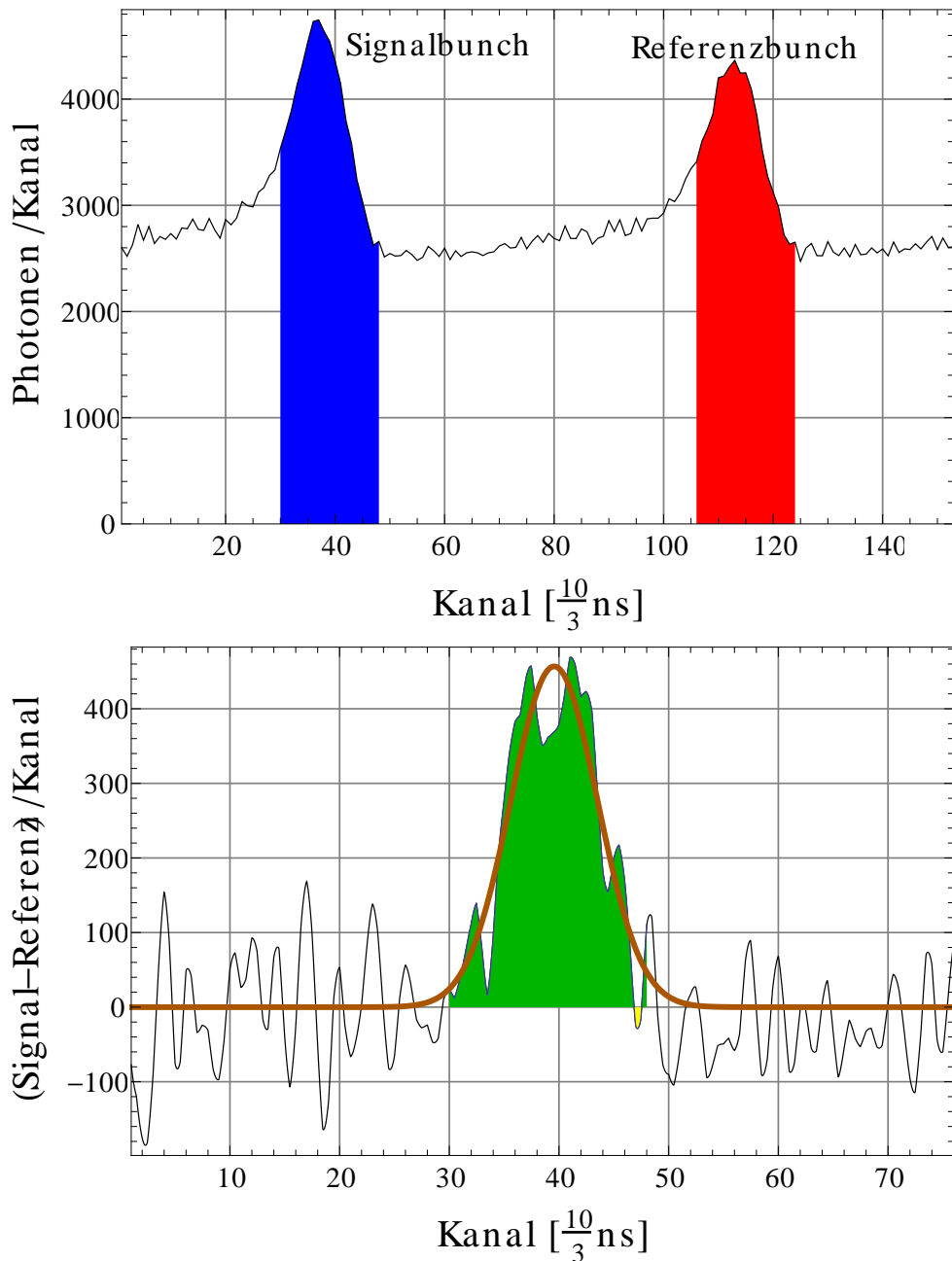


Abb. 6.4: *Oben:* Zeitstruktur aller während eines Laserscans detektierter Photonen. Auf der x-Achse die Zeit bis zum Ende eines Umlaufes in TDC-Einheiten (“Kanälen”), auf der y-Achse die Anzahl der detektierten Photonen. Die manuell gesetzten Softwarefenster für Signal- und Referenzbunch sind farbig markiert. *Unten:* Illustration der Subtraktion. Hierzu wurde die rechte Hälfte von der linken Hälfte des Histogrammes subtrahiert. Der farbig markierte Bereich stellt das untergrundkorrigierte Signal dar, die fette Linie einen Gaußfit ohne Untergrund.

Die farbig markierten Bereiche entsprechen Signal- und Referenzbunch in den in der Auswertesoftware gesetzten Zeitfenstern. Für jeden Wellenlängenschritt wurde die Summe der Referenzphotonen rechts von der Summe der Signalphotonen links abgezogen. Die Grenzen für Signal- und Referenzbunch wurden während der Strahlzeit für die *Online*-Auswertung nach Augenmaß anhand des oberen Graphen festgelegt. Für die *Offline*-Analyse wurden die idealen Grenzen aufwändiger bestimmt. Da die Umlaufzeit T_{rev} kein ganzzahliges Vielfaches der zeitlichen Auflösung des TDC von 10/3 ns war, wurde zunächst das Histogramm aus dem oberen Graph in Abb. 6.4 linear interpoliert, so dass eine stetige Funktion $S_{\text{int}}(t)$ für den betrachteten Zeitbereich eines Umlaufs $t \in [0, T_{\text{rev}}]$ verfügbar war. Dann wurde die untergrundkorrigierte Funktion für einen halben Umlauf in der Form

$$S_{\text{kor}}(t) = S_{\text{int}}(t) - S_{\text{int}}(t + T_{\text{rev}}/2)$$

$$\text{für } t \in [0, T_{\text{rev}}/2[$$

ermittelt (Abb. 6.4 unten). Diese Funktion beinhaltet neben dem statistischen Rauschen nur Photonen, die von der resonanten Fluoreszenz der durch den Laser angeregten Bi-Ionen stammen. Interessanterweise wird die Funktion $S_{\text{kor}}(t)$ gut von einem Gauß ohne Untergrund beschrieben und weist anders als $S(t)$ keine Asymmetrie auf. Dies spricht dafür, dass die Photonen im asymmetrischen Teil in Abb. 6.4 oben vorwiegend auf verzögerten strahlinduzierten Untergrund zurückzuführen sind. Anhand des so generierten Signales wurden dann manuell die Integrationsgrenzen festgelegt. Sie wurden so gesetzt, dass sie etwa auf 1/10 des Maximums der Gaußkurve lagen (Abb. 6.4 unten grün und oben links blau markiert). Dabei wurde weiterhin darauf geachtet, dass bei mehreren aufeinanderfolgenden Datensätzen, zwischen deren Aufnahme keine ESR- oder Laserparameter geändert wurde, die Grenzen unverändert blieben. Kleine Abweichungen der Grenzen von der exakten Position des 1/10 des Maximums wie im gezeigten Graph wurden als vernachlässigbar akzeptiert. Für den Referenzbunch ergaben sich die Grenzen durch Addition der halben Umlaufzeit $T_{\text{rev}}/2$ (oben rechts rot markiert). Die so bestimmten Grenzen stimmen nicht mit denen überein, die man aus Betrachtung des oberen Graphen abgeleitet hätte. Für die Offline-Analyse wurden die Rohdaten in Bereiche à etwa 1/2 h eingeteilt, jeweils mit dem geschilderten Verfahren die zeitlichen Grenzen bestimmt und bei Bedarf angepasst. Diese Methode erforderte eine aufwändige manuelle Überprüfung vieler Zeitspektren. Dafür lieferte sie Signaldaten mit guter Statistik, die gut gefittet werden konnten. Raphael Jöhren verfolgte auch hier einen anderen Ansatz: Er fittete für jeden Wellenlängenschritt das obere Histogramm mit zwei Gaußkurven, ohne explizite Grenzen für Signal- und Referenzbunch festzulegen. Dann subtrahierte er die Flächeninhalte der beiden Peaks.

6.3 Wellenlängenkalibration

Der Messaufbau zur Bestimmung der Wellenlänge ist in Kap. 3.3.5 dargestellt. Die eigentliche Wellenlängen-Kalibration wurde erst im Rahmen der Datenanalyse durchgeführt und wird im Folgenden erläutert.

6.3.1 Abschätzung des Fehlers der Wellenlängenmessung

Wie in Kap. 3.3.5 beschrieben, wurde für die Messung der Laserwellenlänge im breitbandigen Modus des Lasers ein Interferometer, im schmalbandigen Modus zwei Interferometer des Atos verwendet.

Das Atos Wellenlängenmessgerät detektiert die räumlichen Interferenzmuster mithilfe eines CCD-Chips mit einem dynamischen Intensitätsbereich von 0 bis 255 in willkürlichen Einheiten³. Unterhalb von 50 w.E. wurden systematische, intensitätsabhängige Effekte in der Wellenlängenbestimmung registriert. Deshalb wurden in der Analyse nur Wellenlängenmessdaten berücksichtigt, bei deren Bestimmung die Intensität größer war.

Das Handbuch⁴ des Atos Lambdameters [Gün02] spezifiziert eine relative Genauigkeit von 10^{-7} beim Betrieb mit vier Interferometern. Unter der Annahme, dass die relative Genauigkeit proportional zu der vom Wellenlängenmessgerät bedingten Linienbreite ist, lassen sich anhand der Formel

$$\Delta\tilde{\nu} = \frac{10 \cdot 0,003 \text{ cm}^{-1}}{0,125 \text{ cm}^{-1}} \cdot \frac{\mathcal{FSR}}{\mathcal{F}} \quad (6.1)$$

die Genauigkeiten für weniger eingeschaltete Interferometer berechnen. Die Ergebnisse sind in Tab. 6.1 zusammengefasst. Zum Vergleich werden die verwendeten Linienbreiten des Lasers und die gemessene Breite der Resonanz angegeben. Diese berechneten Genauigkeiten werden verglichen mit folgenden Messungen:

1. Am 8.9.11 wurde ein frequenzstabilisierter He:Ne-Laser (spezifizierte Wellenlänge 632,99137 nm) in das Atos eingekoppelt. Mit zwei Interferometern wurde 632,98 nm angezeigt, wobei die letzte Stelle zwischen 8 und 9 sprang. Mit einem Interferometer wurde 632,8 nm angezeigt. Die Abweichungen von $\Delta\lambda_{\text{HeNe}} := |\lambda_{\text{HeNe}} - \lambda_{\text{Atos}}| \approx 10 \text{ pm}$ beziehungsweise $\approx 200 \text{ pm}$ sind um etwa einen Faktor 5 kleiner als die berechneten Genauigkeiten aus Tab. 6.1 von 50 pm beziehungsweise 700 pm.

³Die Zahl erklärt sich aus der für die Intensität verwendeten Speichereinheit, ein Byte, 0xFF=255.

⁴Im verwendeten Handbuch von 2002 ist die Seriennummer (#66) des verwendeten Atos handschriftlich eingetragen. Das von Seelig in [See99] zitierte Handbuch von 1996 beinhaltet abweichende Spezifikationen und bezieht sich offensichtlich auf ein anderes Gerät.

Tab. 6.1: Der freie Spektralbereich (\mathcal{FSR}), die Finesse \mathcal{F} der Interferometer des Atos und die Genauigkeit nach [Gün02]. Werte mit * wurden aus Gl. (6.1) berechnet. Zum Vergleich sind die Linienbreiten des Spektroskopielasers und der gemessenen Resonanz von $^{209}\text{Bi}^{80+}$ (σ_{Res}) angegeben. σ ist hier die $1/\sqrt{e}$ -Linienbreite.

Interferometer	\mathcal{FSR}	\mathcal{F}	Genauigkeit		Laserlinienbreite			σ_{Res}
	cm^{-1}		cm^{-1}	pm	FWHM [Wlo12]	σ	pm	
1	1050	15	16,8*	700*	2,0	82	35	100
2	50	10	1,2*	50*	0,64	26	11	57
3	2,5	10	0,06*	2,6*	-	-	-	-
4	0,125	10	0,003	0,1	-	-	-	-

2. Am 14.3.12 wurde der Spektroskopielaser bei einer Wellenlänge von ca. 550 nm schmalbandig betrieben. In fünf Wiederholungen wurde das Gitter des Lasers jeweils in die Endposition und dann zurück in die alte Position gefahren. Dabei können sich die Laserparameter wie Wellenlänge, Linienform und Strahlage leicht ändern. Die Wellenlänge wurde jeweils mit zwei ($\lambda_{2 \text{ Interf}}$) und mit einem Interferometer ($\lambda_{1 \text{ Interf}}$) gemessen. Bei einem fehlerfreien Wavemeter wären die beiden Messwerte unabhängig von tatsächlichen Wellenlängenänderungen des Lasers bis auf Rundungsfehler identisch. Die gemessenen Differenzen $\lambda_{2 \text{ Interf}} - \lambda_{1 \text{ Interf}}$ betragen jedoch 190 pm, 250 pm, -60 pm, 130 pm und 400 pm. Vermutlich stammt der dominierende Fehlerbeitrag jeweils von der Messung mit einem Interferometer. Die Standardabweichung der Differenzen zum Erwartungswert 0 pm von 240 pm ist um etwa einen Faktor drei kleiner als die berechnete Genauigkeit für ein Interferometer aus Tab. 6.1 von 700 pm.

Die berechneten Genauigkeiten aus Tab. 6.1 sind demnach etwas zu konservativ. Für zwei Interferometer wird deshalb die gemessene Abweichung zum He:Ne ($\Delta\lambda_{\text{HeNe}}$) und der im Folgenden abgeschätzte Asymmetrieeffekt $\Delta\lambda_{\text{a}}$ verwendet. Die spektrale Linienform des Farbstofflasers wurde nicht vermessen. Es ist möglich, dass sie asymmetrisch ist. Für die Spektroskopie ist der spektrale Schwerpunkt des Lasers entscheidend. Es ist möglich, dass der Atos-Messwert bei asymmetrischer Linienform nicht mit dem Schwerpunkt des spektralen Laserprofils identisch ist. Dieser Effekt wird mit einem Viertel der Laserlinienbreite, also im schmalbandigen Betrieb mit

$$\Delta\lambda_{\text{a}} = \frac{\text{FWHM}}{4} = \frac{26,3 \text{ pm}}{4} = 6,6 \text{ pm} \hat{=} 5,0 \text{ GHz} \quad (6.2)$$

abgeschätzt. Für die relevantem schmalbandigen Messungen mit zwei Interferometern

wird die lineare Summe

$$\Delta\lambda_{\text{Atos},2} = \Delta\lambda_a + \Delta\lambda_{\text{HeNe}} = 17 \text{ pm} \hat{=} 13 \text{ GHz} \quad (6.3)$$

verwendet. Für die breitbandigen Messungen mit einem Interferometer wird analog

$$\Delta\lambda_{\text{Atos},1} = 220 \text{ pm} \hat{=} 170 \text{ GHz} \quad (6.4)$$

verwendet.

Die einmal pro Sekunde gespeicherten Atos-Messwerte schwanken innerhalb eines Wellenlängenschrittes um ca. 10 – 20 pm (7 – 15 GHz) bei Messungen mit einem und ca. 20 – 50 pm (15 – 38 GHz) bei Messungen mit zwei Interferometern. Die Schwankungen werden als rein statistisch interpretiert. Für ein Spektrum wurden typischerweise mindestens 250 Atos-Messwerte verwendet. Der statistische Fehler für einen einzelnen ausgewerteten Scan beträgt demnach

$$\Delta\lambda_{\text{stat}} \lesssim \frac{50 \text{ pm}}{\sqrt{250}} \approx 3,2 \text{ pm}.$$

Der Fehler ist vernachlässigbar im Vergleich zu Gl. (6.3) und wird bei Mittlung mehrerer Resonanzen noch kleiner.

6.3.2 Kombination der Wellenlängendaten

Wie in Kapitel 3.3.5 beschrieben, wurden sowohl die Informationen über die mit dem Wavemeter Atos gemessene Wellenlänge als auch die dem Laser vorgegebene Sollwellenlänge separat gespeichert. Außerdem wurde jeder Wellenlängenschritt bei der zentralen Datenaufnahme registriert und bei der Analyse mit den Wellenlängenangaben ergänzt. Da die zeitliche Synchronisation aller drei Datensätze hinreichend ist, konnten die Messdaten des Wellenlängemessgerätes in Schritt 5.3 der Analyse (siehe Abb. 6.3) als ständige Wellenlängenkalibration verwendet werden.

In Abb. 6.5 sind die gespeicherten Wellenlängenangaben der drei Datenquellen als Funktion der Zeit dargestellt. Die gesetzte Wellenlänge am Steuerrechner des Lasers und die mit der Hauptdatenaufnahme registrierte Setzwellenlänge, die über den Spannungs-Frequenz-Wandler ausgelesen wurde, stimmen innerhalb der Auflösung der Zeitstempel gut überein.

Für jeden Wellenlängenschritt wurden alle Messdaten verwendet, die zwischen 0,2 s nach Beginn und 0,2 s vor Ende des Wellenlängenschrittes aufgenommen wurden. Die Abweichung zwischen gesetzter und gemessener Wellenlänge ist in Abb. 6.5 rechts dargestellt. Die Differenz variiert sowohl von Schritt zu Schritt als auch von Spektrum zu

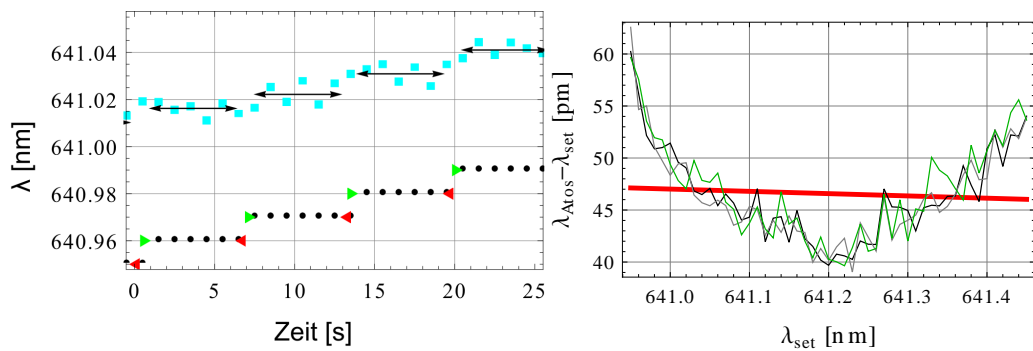


Abb. 6.5: *Links*: Wellenlängeninformation während des Scans aus den drei zur Verfügung stehenden Quellen: Die vom Kontrollcomputer des Lasers gesetzte Wellenlänge \bullet , die von der Datenaufnahme registrierte Wellenlänge am Beginn \blacktriangleright und am Ende \blacktriangleleft eines jeden Wellenlängenschrittes, die vom Wellenlängenmessgerät Atos fortlaufend gemessene und übermittelte Wellenlänge \blacksquare und die in der Analyse über die Dauer des Schrittes gemittelten Messwerte \longleftrightarrow als Funktion der Zeit. *Rechts*: Abweichungen der gemittelten, gemessenen Laserwellenlänge λ_{Atos} von der gesetzten Wellenlänge λ_{set} . Gezeigt sind die Daten aus drei aufeinanderfolgenden Einzelspektren à 51 Schritten und ein Geradenfit an alle 153 Punkte, wie er auch in der im Folgenden beschriebenen Methode “AC” verwendet wird.

Spektrum. In der Analyse werden die Messdaten des Wavemeters zur Kalibration herangezogen, da diese als verlässlicher angesehen werden als die Setzwellenlänge. Besonders deutlich wird dies bei Veränderungen des Scanbereiches. Die variablen Abweichungen sind vermutlich durch Nichtlinearitäten und beschränkte Reproduzierbarkeit in der Einstellung des Gitterwinkels bedingt.

Nach der Strahlzeit wurden einige Laserscans und Wellenlängenmessungen mit einer deutlich längeren Verweildauer pro Schritt und sonst unveränderten Einstellungen vorgenommen. Bei gegebenen λ_{set} wichen die über die Schrittdauer gemittelten Messwerte λ_{Atos} maximal 12 pm von den entsprechend gemittelten Messwerten während der Strahlzeit ab. Allerdings verschwand die Abweichung nach etwa zwei Stunden Dauerbetrieb. Deshalb handelte es sich vermutlich um einen Aufwärmeeffekt des Lasers und keinen Messartefakt. Da die Wellenlänge aber in der Offline-Analyse aus den Wellenlängenmesswerten gewonnen wird, spielen diese Abweichungen keine Rolle.

6.3.3 λ als Fitvariable

Die Linienform von mit Lasern spektroskopierten Übergängen ist genaugenommen nur mit der Frequenz als x -Achse gaußförmig. Im Folgenden wird allerdings aus pragmatischen Gründen die Wellenlänge als x -Achse verwendet. Die Differenz der beiden Beschreibungen über den Bereich der Resonanz kann anhand des Unterschiedes der hier verwendeten Näherung

$$\left| \frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \right| \approx \left| \frac{\sigma_\nu}{\nu} \right| \quad (6.5)$$

mit den Linienbreiten σ_λ und σ_ν gegenüber der gemäß $\lambda = c/\nu$ korrekt geltenden Beziehung

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{c}{\nu} \\ \lambda + \sigma_\lambda &= \frac{c}{\nu + \sigma_\nu} \\ \frac{\sigma_\lambda}{\lambda} &= \frac{c}{(\nu + \sigma_\nu)\lambda} - 1 \\ &= -\frac{\sigma_\nu}{\nu + \sigma_\nu}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

abgeschätzt werden. Die relative Abweichung zwischen Gl. (6.5) und (6.6) beträgt für die Laborwerte $\lambda \approx 600$ nm, $\sigma_\nu \lesssim 100$ pm etwa $3 \cdot 10^{-8}$. Sie liegt selbst für $5\sigma_\nu$ mit $7 \cdot 10^{-7}$ noch weit unter der reinen statistischen relativen Unsicherheit der gemessenen Wellenlänge von etwa $5 \cdot 10^{-6}$. Die systematischen Variationen über den gesamten Scanbereich sind nochmals um einen Faktor 3 größer. Daher kann die Näherung aus Gl. (6.5) als innerhalb der Unsicherheit der Wellenlängenmessung vollkommen ausreichend



angesehen werden.

6.4 Normierung und Resonanzfit

Fast alle Spektren wurden mit 51 Wellenlängenschritten aufgenommen. Die Zahl stellte einen Kompromiss zwischen Scangeschwindigkeit und Auflösung dar. Alle betrachteten Spektren sind in guter Näherung gaußförmig. Der beobachtete untergrundkorrigierte Offset ist verträglich mit Null und bestätigt damit die Verlässlichkeit der Referenzsubtraktion. Deshalb konnte das Signal mit der Fitfunktion

$$S(\lambda) = \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{\lambda - \lambda_0}{2\sigma}\right) \quad (6.7)$$

ohne Untergrund mit den drei freien Parametern A , λ_0 und σ fehlergewichtet gefittet werden. Als statistischer Fehler des Signales wurde der Poissonfehler der Gesamtanzahl der registrierten Photonen ($\sqrt{\text{Signal} + \text{Referenz}}$) angenommen. Bei der Normierung des Signales wurde der Fehler linear skaliert. Die Messwerte des Atos, die als x-Achse dienen, wurden auf drei unterschiedliche Arten verwendet.

1. “Single Loop” (in den Ergebnisgraphen im Folgenden als Symbol  und mit der Abkürzung SL dargestellt)
Für jeden einzelnen Wellenlängenschritt werden die aufgezeichneten Atos-Wavemeter-Messwerte gemittelt. Das Signal wird durch den Ionenstrom (in mA) und die Aufnahmezeit⁵ (in s) dividiert. Die 51 Datenpunkte eines einzelnen Scans (hier “Loop” genannt) werden direkt mit Gl. (6.7) gefittet. Ein Beispiel eines gefitteten Datensatzes ist im Anhang in Abb. 6.6 dargestellt.
2. “Accumulated” (mit Symbol  und Abkürzung AC)
Es werden jeweils $n \approx 3$ Spektren eines Datensatzes vor dem Fitten zusammengefasst. Zunächst wird für jedes Einzelspektrum eine lineare Funktion zwischen gesetzter und gemessener Wellenlänge ermittelt. Diese wird dann für die n Spektren des Datensatzes gemittelt (siehe Abb. 6.5) und angewendet. Da die gesetzten Wellenlängen äquidistant sind, sind somit auch die hier verwendeten Wellenlängenschritte äquidistant. Das Signal wird zunächst akkumuliert und dann durch das ebenfalls akkumulierte Produkt Ionenstrom·Aufnahmezeit dividiert. Dann werden die 51 Datenpunkte mit Gl. (6.7) gefittet. Ein Beispiel für einen gefitteten Datensatz ist in Abb. 6.7 links dargestellt. Diese “klassische” Methode hat die

⁵Verweildauer minus Totzeit; Hier also die Zeit, die die Datenaufnahme effektiv während eines Wellenlängenschrittes aktiv ist. Die Totzeit wurde anhand des Vergleichs einer periodischen Signalquelle mit bekannter Rate und der Detektionsrate auf kleiner 1% bestimmt. Die Totzeit des PMT der Größenordnung 10 ns ist vernachlässigbar und wird nicht berücksichtigt.

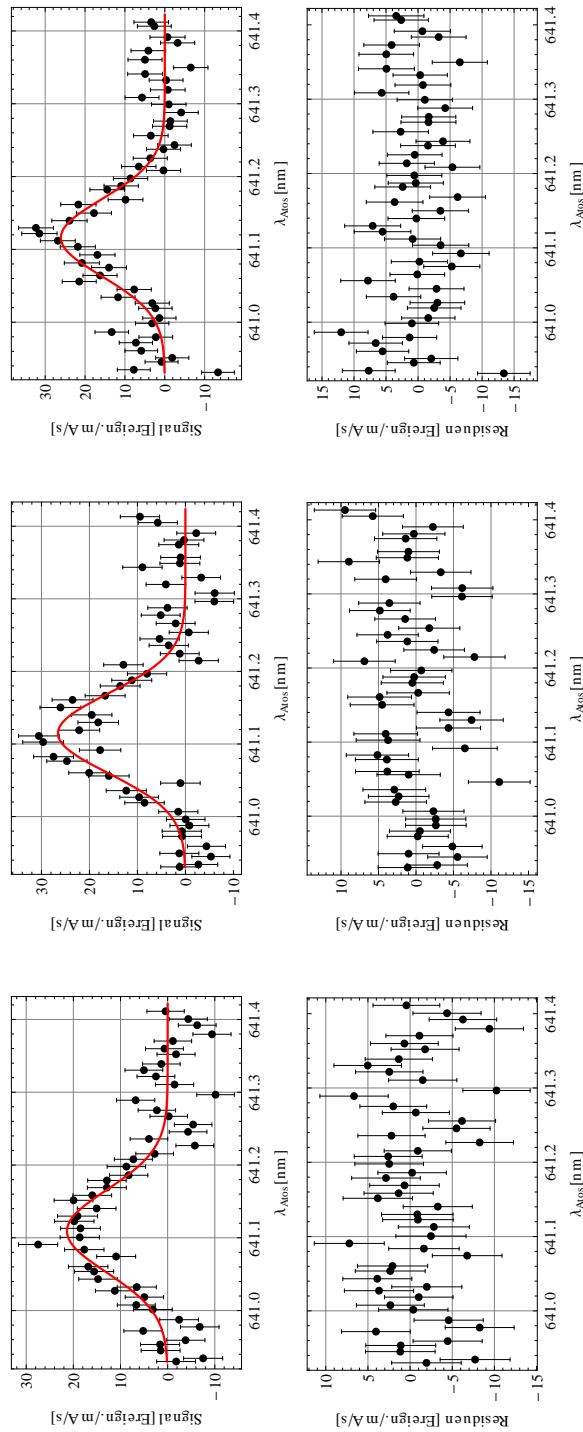


Abb. 6.6: Drei Einzelspektren bei schmalbandigem Laserbetrieb, die mit der Methode "SL" (*Single Loop*, s. Text) analysiert wurden. Auf den x -Achsen ist jeweils die durch das Wavemeter gemessene Wellenlänge aufgetragen. Oben sind die Daten jeweils mit einem Gaußfit nach Gl. (6.7) dargestellt, unten die Fitresiduen.

Vorteile, dass die Graphen visuell ansprechend sind, der Fit leichter konvergiert und die Güte des Fits selbst bei schwachem Signal leicht mit dem Auge beurteilt werden kann. Der Nachteil liegt hier in der schlechteren Wellenlängenkalibration. Die tatsächlichen Laserwellenlängen weichen um typischerweise ± 10 pm von der verwendeten linearen Funktion ab und können darüber hinaus im gleichen Akkumulationskanal von Einzelspektrum zu Einzelspektrum um einige pm driften. Die Drift wird nur im Mittel des jeweils verwendeten Datensatzes berücksichtigt.

3. “Many Points” (mit Symbol \blacktriangle und Abkürzung MP)

Es werden wieder jeweils $n \approx 3$ Spektren eines Datensatzes vor dem Fitten zusammengefasst. Wie in “Single Loop” wird die Wellenlänge jedes Schrittes einzeln aus den Wellenlängemessdaten bestimmt. Das Signal zu jedem Schritt wird einzeln durch den jeweiligen Ionenstrom und die Aufnahmezeit dividiert. Dann werden alle $n \cdot 51$ Datenpunkte auf einmal mit Gl. (6.7) gefittet. Ein Beispiel für einen gefitteten Datensatz ist in Abb. 6.7 rechts dargestellt. Diese Methode kann unter Umständen etwas schwieriger mit dem Auge zu evaluieren sein, vermeidet dafür aber die in “AC” genannten Wellenlängenkalibrationsprobleme.

Nicht alle Anpassungen des Resonanzprofils aus Gl. (6.7) sind geeignet konvergiert. Deshalb wurden Akzeptanzkriterien entwickelt, die eindeutig unbrauchbare Resultate erkennen und verwerfen sollten. Die verwendeten Kriterien sind in Tab. 6.2 zusammengefasst. Alle Spektren, die mit schmalbandigem Laser aufgenommen und vollständig gespeichert wurden, sind sinnvoll konvergiert und wurden in der Analyse berücksichtigt. Lediglich einige wenige Spektren im breitbandigen Betrieb wurden anhand der Kriterien verworfen. Die Spektren wurden nachträglich manuell inspiziert und deren Ablehnung bestätigt. Die Ergebnisse der akzeptierten Spektren stimmen für alle drei Methoden SL, AC und MP im Rahmen der Fehler jeweils miteinander überein. Es sind allerdings zeitabhängige Abweichungen zwischen AC und den anderen beiden Methoden zu beobachten. Diese liegen jedoch innerhalb des Rahmens der beobachteten Abweichungen, wie sie in Abb. 6.5 zu sehen sind.

6.5 Ergebnis der Resonanzwellenlänge in Bi^{80+} im Laborsystem und Untersuchung systematischer Einflüsse

In diesem Abschnitt wird untersucht, welche Ereignisse und Einstellungen während der Strahlzeit Einfluss auf die Resonanzlage des lithiumähnlichen Bi^{80+} hatten. Außerdem wird die Laborwellenlänge ermittelt und der systematische Einfluss von Beschleunigerparametern aus den Daten abgeschätzt. Die gesamte Diskussion gilt analog für die Analyse der Spektren des wasserstoffähnlichen Bi^{82+} .

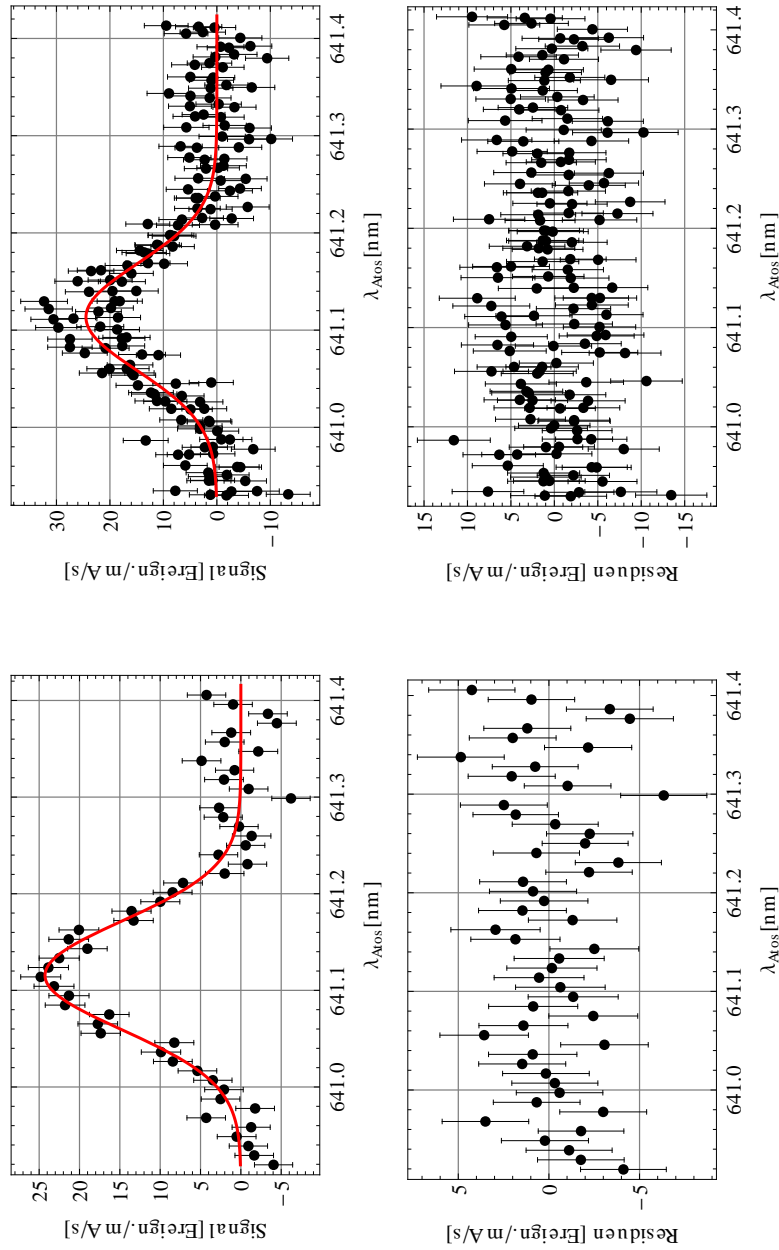


Abb. 6.7: Mit den selben Rohdaten der drei *Loops* wie in Abb. 6.6 aber den beiden im Text beschriebenen alternativen Methoden erstellte Spektren. Es sind wieder jeweils auf der x -Achse die durch das Wavemeter gemessene Wellenlängen aufgetragen. Oben sind die Daten mit einem Gaußfit nach Gl. (6.7) dargestellt, unten die Fitresiduen. *Links*: Ein akkumuliertes Spektrum der Methode "AC" (*Accumulated*). *Rechts*: Ein Spektrum mit vielen Einzeldatenpunkten der Methode "MP" (*Many Points*).

Tab. 6.2: Kriterien für die Akzeptanz der Fitergebnisse einzelner Spektren. Mit den Fehlern ΔA , $\Delta\lambda$ und $\Delta\sigma$ ist hier stets die vom Fitalgorithmus ausgegebene Unsicherheit gemeint. Sowohl die Fitergebnisse als auch deren Fehler müssen die genannten Kriterien erfüllen.

Parameter	untere Grenze	obere Grenze
A (Amplitude)	0	100
ΔA	0	A
$\lambda(\text{Bi}^{80+})$	639 nm	643 nm
$\lambda(\text{Bi}^{82+})$	589 nm	593 nm
$\Delta\lambda$	0 nm	2 nm
σ (Linienbreite)	0,02 nm	0,25 nm
$\Delta\sigma$	0 nm	σ
χ_{red}^2	0,02	5

6.5.1 Der Zeitverlauf der Strahlzeit

Die Ergebnisse aller Fitparameter der Fitfunktion (6.7) für alle aufgezeichneten Spektren des lithiumähnlichen Bi^{80+} sind als Funktion der Zeit in Abb. 6.8 dargestellt. Daran lässt sich ablesen, dass es während der Anfangsphase der Messungen (0 – 20 h) zu häufigen Unterbrechungen und Ausfällen kam und daher nur wenige Spektren aufgenommen werden konnten. Gründe dafür waren unter anderem ein anfangs instabil laufender ESR mit vergleichsweise wenigen gespeicherten Ionen, mehrere Ausfälle des ESR und ein Ausfall des Lasers. Bemerkenswert ist allerdings, dass bereits kurz nach Beginn klare Indizien für eine Resonanz beobachtet wurden. In der folgenden Phase (etwa 20 – 30 h) wurde die Lage der Resonanz bei breitbandigem Laserbetrieb bestätigt. Dementsprechend sind die Unsicherheiten hier etwas größer als bei dem nachfolgenden schmalbandigen Laserbetrieb (ab ca. 48 h). Danach konnte mit einem glücklicherweise stabiler laufenden ESR mit mehr gespeicherten Ionen präziser und kontinuierlich gemessen werden. Dabei konnte so viel Statistik gesammelt werden, dass der statistische Fehler im Vergleich zu den systematischen Unsicherheiten nicht mehr relevant ist. Im Endergebnis werden nur die während des grau unterlegten Zeitraumes gewonnenen Messergebnisse verwendet. Dennoch wird zunächst der gesamte Verlauf diskutiert.

Im Graph für die Wellenlängen (λ) sind verschiedene Regionen markiert (a0, a1, b1, b2, c). Von Anfang a0 bis Anfang a1 konnte nur sehr wenig Statistik gesammelt werden und/oder es wurde nur über Teile der Resonanz gescannt, da zu diesem Zeitpunkt noch Einstellungen am Experiment vorgenommen wurden. Außerdem war die Intensität auf dem Wellenlängenmessgerät zeitweise zu gering, um zuverlässige Wellenlängenmessungen zu erlauben. Zwischen a1 und b1 wurde absichtlich vollständig außerhalb der

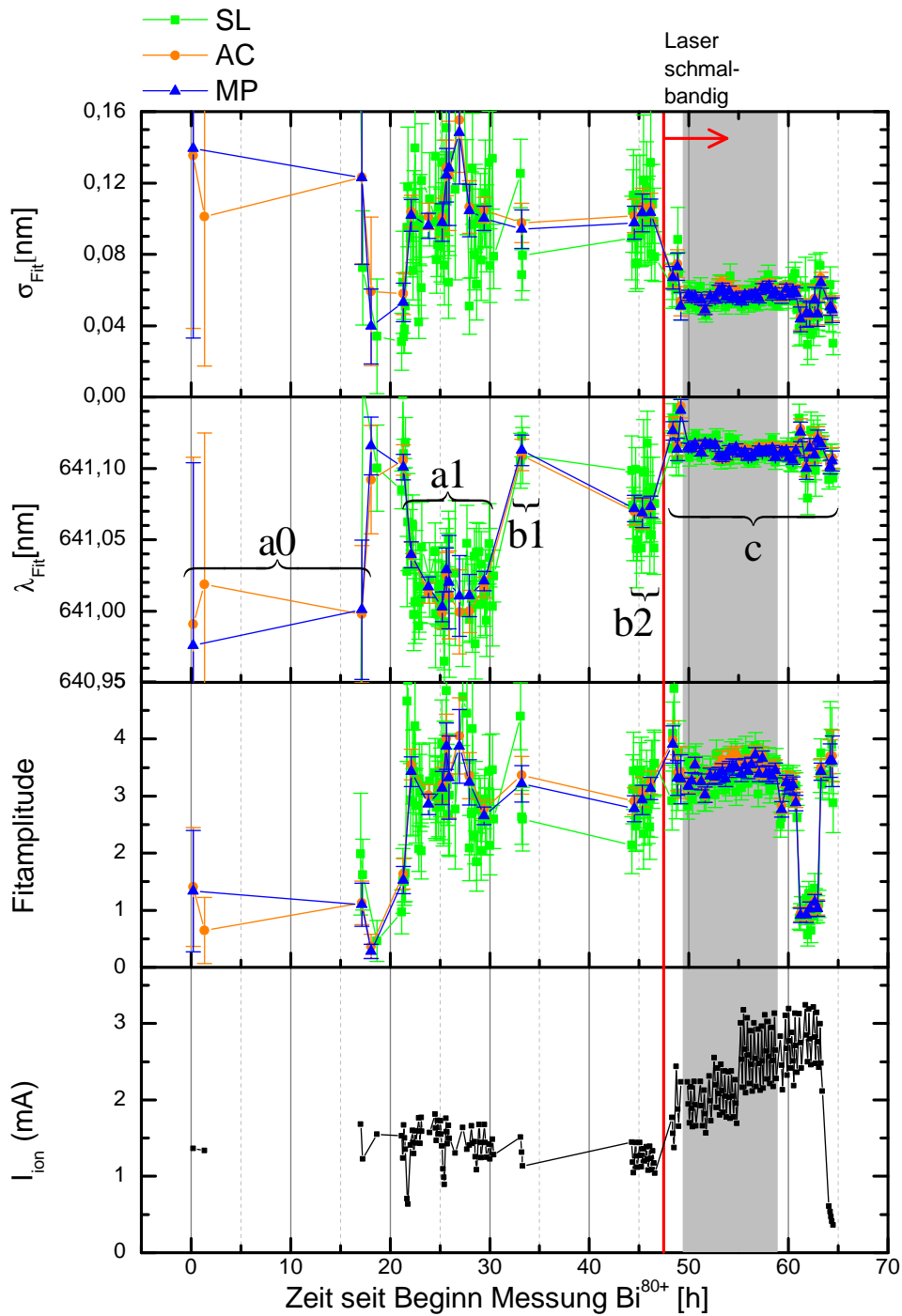


Abb. 6.8: Die Fitergebnisse Linienbreite σ_{Fit} , Wellenlänge λ_{Fit} und Amplitude für Bi^{80+} zusammen mit dem mittleren Ionenstrom während der Aufnahme jedes Spektrums als Funktion der Zeit. Zur Wellenlängenbestimmung wird der grau hinterlegte Bereich verwendet.

Resonanz gescannt. Außerdem wurde der Elektronenkühler und das Netzgerät eines Dipolmagneten neu gestartet. Zwischen b1 und b2 wurde dieses Netzgerät repariert. In b2 gab es einen Elektronenkühlerfehler. Zwischen b2 und c wurde die Raumladungskorrektur und die Strahlage vermessen. Derweil wurde auch der Laser auf den schmalbandigen Betrieb umgestellt. Die mit breitbandigem Laser aufgenommenen Spektren wurden nicht zur Wellenlängenbestimmung verwendet, da der dafür in Kapitel 6.3 bestimmte systematische Fehler von 220 pm zu groß ist. Glücklicherweise betrug der Ionenstrom nach der Umstellung auf schmalbandigen Laserbetrieb etwa 2 mA und steigerte sich später sogar noch auf ≈ 3 mA. Kurz nach Start von c gab es noch einmal einen Elektronenkühlerfehler. Der Bereich c wurde mit schmalbandigen Laser, dementsprechend mit genauere Wellenlängenmessung, fast kontinuierlich und mit stabilen, hohen Ionenstrom im ESR gemessen. Für die Ermittlung der Resonanzwellenlänge werden nur Teile des Bereiches c verwendet. Gegen Ende des Bereiches c wurden systematische Untersuchungen durchgeführt. Dazu wurde zunächst die HF-Amplitude variiert und dann bei niedrigem Ionenstrom gemessen. Die Ergebnisse werden in Kap. 6.5.3 und 6.5.4 diskutiert.

Hier wird der Verlauf der vier Kurven in Abb. 6.8 noch einmal einzeln kommentiert.

Linienbreite σ_{Fit} : Die Werte schwanken anfangs stark, was auf schlechte Statistik und/oder instabilen Ionenstrahl im ESR zurückzuführen sein könnte. Nach Umstellung auf schmalbandigen Laser sind die Werte wie erwartet kleiner und vermutlich aufgrund des stabileren Ionenstrahles auch konstanter.

Wellenlänge λ_{Fit} : Die Werte variieren um etwa 100 pm insgesamt und um etwa 30 pm während der schmalbandigen Messungen. Das anfängliche Schwanken könnte durch Messfehler des Wellenlängenmessgerätes verursacht worden sein, das zu diesem Zeitpunkt nur mit einem Interferometer betrieben wurde. Der instabile Ionenstrahl und Änderungen in der Ionenorbitlänge beispielsweise durch die Probleme mit dem Netzteil des Dipolmagneten stellen jedoch weitere mögliche Ursachen dar. In Block c resultierte der stabilere Strahl auch in stabileren Ergebnissen. Die anfänglichen kleinen Schwankungen könnten durch den instabilen Elektronenkühler verursacht sein. Danach wurden die Werte deutlich stabiler. Es fällt allerdings auf, dass nach etwa drei Stunden, also etwa bei Stunde 53 gleichzeitig mit der Umstellung des Scanbereiches ein signifikanter Sprung nach unten stattfand. Dieser wird in Kap. 6.5.2 bewertet. Nach Ende des grauen Blocks verursachen die systematischen Tests Schwankungen. Diese sind gezielt hervorgerufen und dienen der Abschätzung systematischer Fehlerquellen.

Fitamplitude: Die Stabilität der Amplitude zeigt einen recht ähnlichen Verlauf wie die von σ_{Fit} und λ_{Fit} aus vermutlich ähnlichen Gründen. Da die Signalstärke immer auf den Ionenstrom normiert wurde, sollte die Amplitude unabhängig vom Ionenstrom sein. Im Rahmen der Fitfehler ist die Amplitude konstant. Deutliche

Ausnahmen sind die ersten wenigen Spektren und die Spektren, bei denen die HF-Amplitude variiert wurde. Bei den ersten Spektren ist die Ursache unklar, bei den Variationsmessungen wird darüber in Kap. 6.5.4 berichtet.

Ionenstrom I_{ion} : Der Ionenstrom konnte im Verlauf der Strahlzeit allmählich von typischerweise 1 – 1,5 mA auf bis zu 3 mA gesteigert werden.

Weitere Übersichten über die Fitresultate im Kontext mit aufgezeichneten Ereignissen und Einstellungen sind im Anhang C.1 zu finden.

6.5.2 Statistische Analyse λ_{Fit}

In Abb. 6.9 sind nochmals in chronologischer Reihenfolge die zusammengefassten und gemittelten Ergebnisse der drei Fitmethoden dargestellt. Die Ergebnisse aller Resonanzfits λ_{ion} mit Fehlern $\Delta\lambda_{\text{ion}}$ wurden chronologisch zu Blöcken zusammengefasst. Diese wurden durch Ereignisse definiert, die potentiell die Messung der Laborlaserwellenlänge oder die Ionengeschwindigkeit systematisch beeinflusst haben könnten. Diese Ereignisse sind oberhalb des Graphen angegeben. Die Datenpunkte repräsentieren den gewichteten Mittelwert

$$\bar{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^N (\lambda_{\text{ion}}/\Delta\lambda_{\text{ion}}^2)}{\sum_{i=1}^N (1/\Delta\lambda_{\text{ion}}^2)} \quad (6.8)$$

mit dem rein statistischen Fehlern des Mittelwertes

$$\Delta\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^N 1/\Delta\lambda_{\text{ion}}^2}}. \quad (6.9)$$

Innerhalb einiger Blöcke fallen starke Schwankungen von Fitresultat zu Fitresultat auf. Die folgenden Betrachtungen dienen der quantifizierten Analyse der Schwankungsstärke innerhalb der jeweiligen Datensätze. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Schwankungen zu groß sind, berechnet sich aus

$$p(\chi^2; N) = \int_0^{\chi^2} d\chi^{2'} P(\chi^{2'}; N), \quad (6.10)$$

mit

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(\bar{\lambda} - \lambda_{\text{ion}})^2}{\Delta\lambda_{\text{ion}}^2}.$$

Dabei ist $P(\chi^2; n)$ die Dichte der χ_n^2 -Verteilung mit n Freiheitsgraden, deren Werte tabelliert sind und N ist die Anzahl der Messwerte. Bei den zwei mit Ausrufezeichen

6 Analyse Laborwellenlänge

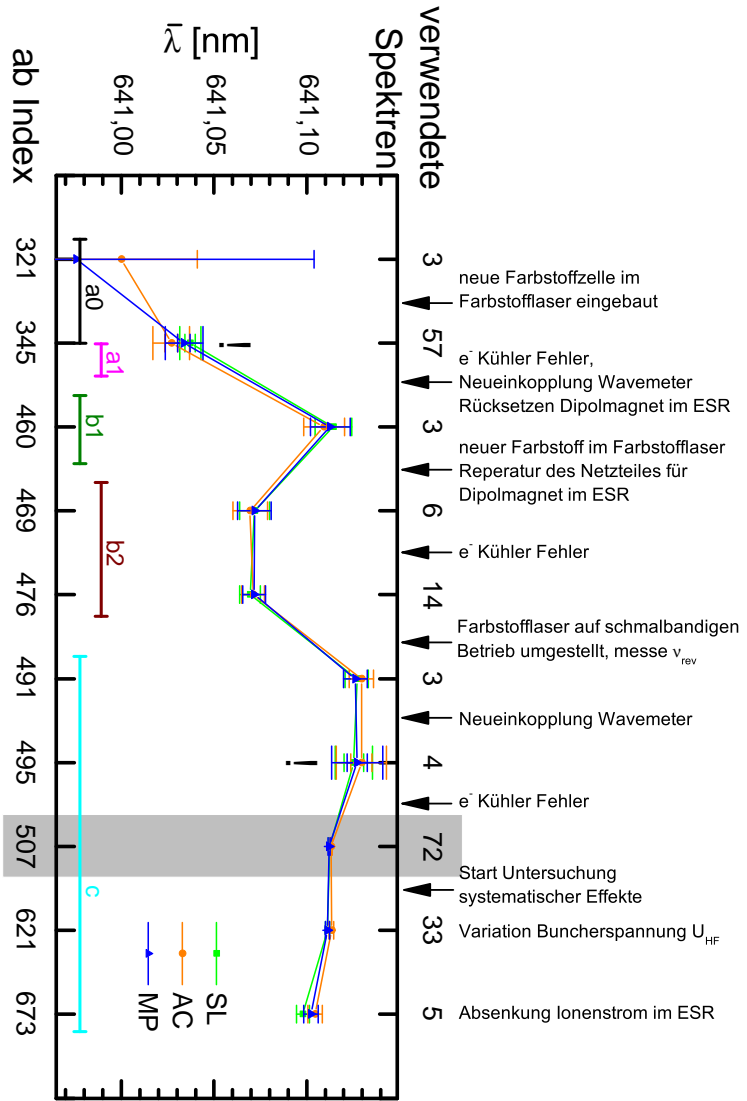


Abb. 6.9: Gemittelte Filterergebnisse aus Abb. 6.8 für Bi^{80+} in chronologischer Reihenfolge. Die Blöcke sind definiert durch die oberhalb des Graphen angegebenen Ereignisse, die einen Einfluss auf die Resonanzlage gehabt haben könnten. Die Zahlen oben sind die Anzahl der jeweils verwendeten Spektren. Die bunten Balken unten stehen für die Bereichseinteilung, die in Abb. 6.8 verwendet wurde. Die x -Achse repräsentiert jetzt aber den Index der jeweils ersten Rohdatendatei, die für den entsprechenden Datenpunkt verwendet wurde, und ist daher nicht mehr proportional zur Messzeit. Die Zahlen unten stehen für den Index der jeweils ersten Rohdatendatei, die für den entsprechenden Datenpunkt verwendet wurden. Zur Wellenlängenbestimmung wird der grau hinterlegte Punkt verwendet. Weitere Beschreibung siehe Text.

versehenen Datenpunkten in Abb. 6.9 ist die Wahrscheinlichkeit größer 95 %, dass die Schwankungen innerhalb des zu mittelnden Datensatzes nicht durch die statistischen Fitfehler zu erklären sind. Bei diesen Punkten wurde zusätzlich der erweiterte Fehler

$$\begin{aligned}\Delta\bar{\lambda}_{\text{erw.}} &= \sqrt{\chi_{\text{red}}^2}\Delta\bar{\lambda} \\ \chi_{\text{red}}^2 &= \frac{\chi^2}{N-1}\end{aligned}$$

ingezeichnet. Die Vergrößerung trägt der größeren als statistischen Streuung Rechnung, erklärt deren Ursache aber nicht. Eine naheliegende Vermutung ist die unbemerkte Änderung von Beschleunigerparametern wie der Magnetfeldstärke in einem Dipolmagnet. Die Tatsache, dass bei den ersten vier Spektren mit schmalbandigem Laserbetrieb die Schwankungen nach Gl. 6.10 zu groß sind, rechtfertigen deren Ausschluss aus dem für den Mittelwert betrachteten Bereich.

Der erwähnte Sprung bei Stunde 53 scheint eine systematische Änderung zu sein. Der Sprung trat gleichzeitig mit der Umstellung des Laserwellenlängen-Scanbereiches auf. Der Sprung ist in Abb. C.2 und C.3 im Anhang besser zu erkennen. Die fehlergewichteten Mittelwerte von vor und nach dem Sprung unterscheiden sich um 5,7 pm oder $7,6\Delta\lambda$ des gesamten fehlergewichteten Mittelwertes oder $\sigma_{\text{Fit}}/10$ der Linienbreite. Es könnte sich bei der Verschiebung um ein Fitartefakt handeln, da die Flanken der Resonanz nach der Scanbereichsumstellung nur bis ca. $3,5 \cdot \sigma_{\text{Fit}}$ erfasst wurden. Die tatsächliche Ursache konnte jedoch nicht geklärt werden. Dennoch ergibt Gl. (6.10) eine Wahrscheinlichkeit von unter 95 %, dass die beobachteten Schwankungen zu groß sind. Deshalb wurden die Ergebnisse von vor und nach dem Sprung verwendet und im Weiteren wird der mögliche Effekt der Verschiebung von 5,7 pm nicht weiter diskutiert. Diese Verschiebung ist ohnehin klein im Vergleich zu Unsicherheitsbeiträgen wie beispielsweise durch den Ionenstrom in Gl. (6.12).

Gemäß Kapitel 6.3.1 ist die Messung der Wellenlänge für den breitbandig betriebenen Laser mit einem deutlich größeren systematischen Fehler behaftet als beim schmalbandigen Betrieb.

Da mit den Messungen im schmalbandigen Laserbetrieb, die während des grau hinterlegten Zeitraums in Abb. 6.8 durchgeführt wurden, ausreichend Statistik gesammelt werden konnte, werden nur diese zur Ermittlung der Resonanzwellenlänge im Laborsystem herangezogen. Diese 72 einzelnen Spektren wurden mit der Auswertungsmethode “Many Points” zu 23 Spektren zusammengefasst und gefittet. Der Mittelwert der zentralen Wellenlänge mit der entsprechenden Unsicherheit nach Gl. (6.8) ergibt sich zu

$$\lambda_{\text{lab,Li}} = 641,11216(56) \text{ nm.} \quad (6.11)$$

Ignoriert man die Unsicherheiten der einzelnen Werte, errechnet sich die Standardabweichung der Messwerte zu 3 pm und der Unsicherheit des nicht fehlergewichteten Mittelwertes zu $3 \text{ pm}/\sqrt{23} = 0,6 \text{ pm}$. Sie ist also in guter Übereinstimmung mit der Unsicherheit des fehlergewichteten Mittelwertes. Zieht man die anderen beiden Methoden heran, ergeben sich als fehlergewichtete Mittelwerte für $\lambda_{\text{lab,Li}}$ mit der Methode “Accumulated” 641,11311(54) nm und mit der Methode “Single Loop” 641,11230(52) nm. Zur quantitativen Analyse systematischer Einflüsse werden im Folgenden die Daten der schmalbandigen Messungen herangezogen, die mit den Methoden “Single Loop” und “Many Points” ausgewertet wurden. Anders als bei der Methode “Accumulated” wird so der Einfluss der fehlerbehafteten Laserwellenlängeneinstellung minimiert.

6.5.3 Einfluss des Ionenstromes auf λ_{Fit}

In Abb. 6.10 sind die relevanten Wellenlängenergebnisse aus den gefitteten Spektren des Bereiches c aus Abb. 6.8 als Funktion des Ionenstromes aufgetragen. Dabei wurden nur Werte, die mit der Standardeinstellung der Bunchamplitude $U_{\text{HF}} = 0,5 \text{ kV}$ erhalten wurden, berücksichtigt. Es wird in erster Näherung kein Einfluss des Ionenstromes erwartet. Das Raumladungspotential der Ionen führt zwar zu einer größeren Beschleunigung der Elektronen in den Kühler. Da die Ionengeschwindigkeit jedoch von der Bunchfrequenz bestimmt wird, sollte die Resonanzwellenlänge unbeeinflusst bleiben. Die an die Daten angefitzten Geradengleichungen lauten

$$\lambda_{\text{Fit}} = 641,116(5) \text{ nm} - 0,0014(20) \text{ nm/mA} \cdot I_{\text{ion}} \quad \chi_{\text{red}}^2 = 2,1$$

für die mit der Methode “Many Point” gewonnenen Datenpunkte und

$$\lambda_{\text{Fit}} = 641,1125(30) \text{ nm} - 0,0001(120) \text{ nm/mA} \cdot I_{\text{ion}} \quad \chi_{\text{red}}^2 = 1,44$$

für die mit der Methode “Single Loop” gewonnenen Datenpunkte. Die Ergebnisse sind verträglich mit der Annahme, dass der Ionenstrom keinen Einfluss auf die Resonanzwellenlänge nimmt. Es ergeben sich zwar leicht negative Steigungen, die aber deutlich kleiner als die jeweiligen Unsicherheiten sind. Die Fitgeraden schneiden sich bei etwas über 2 mA, also einem Bereich, bei dem viele Daten genommen wurden. Dort beträgt die Wellenlängenunsicherheit aus dem Geradenfits 5 pm beziehungsweise 3 pm, welches aber deutlich unter der Standardabweichung der Messwerte der hier verwendeten Datensätze von etwa 8 pm liegt. Darüber hinaus liegen die Messwerte bei niedrigen Strömen, wo leider nur wenige Messungen vorgenommen wurden, außerhalb dieser engen Grenzen. Um eine konservative Obergrenze für den Einfluss von I_{ion} zu

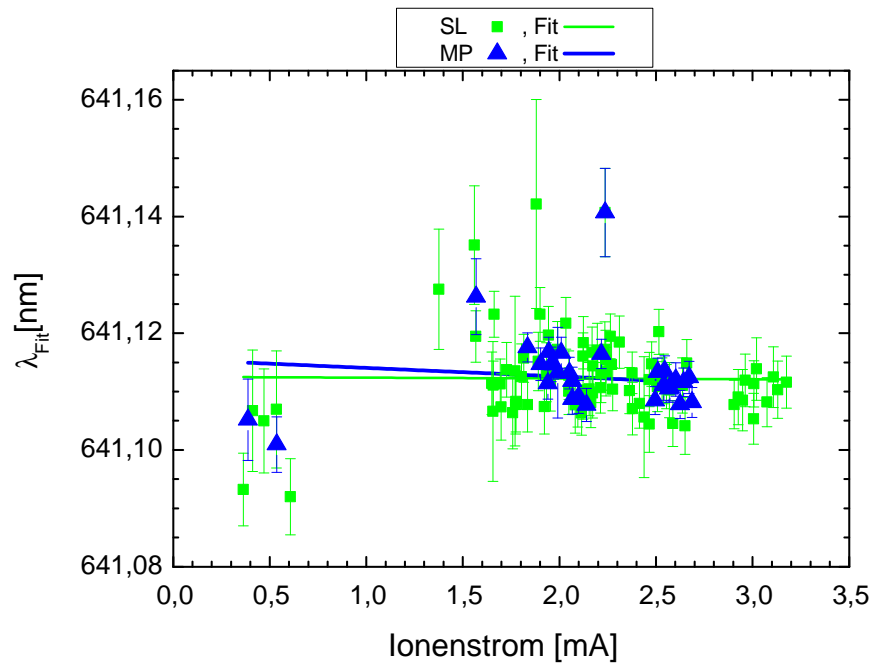


Abb. 6.10: Die Wellenlängenergebnisse aus den gefitteten Spektren des Bereiches c aus Abb. 6.8, die mit der Standardeinstellung der Bunchamplitude $U_{\text{HF}} = 0,5 \text{ kV}$ erhalten wurden, als Funktion des Ionenstromes. Die grünen Datenpunkte entsprechen der Fitmethode “Single Loop” die blauen der Methode “Many Points”. Für die Geradenfits wurden nur Datenpunkte berücksichtigt, die bei der HF-Amplitude von $0,5 \text{ kV}$ aufgenommen wurden.

erhalten, wird stattdessen die maximale Streuung der y-Achsen-Abschnitte

$$\begin{aligned}
 \Delta\lambda_{\text{Ion-curr}} &= (\lambda_{\text{MP}}(I = 0 \text{ mA}) + \Delta\lambda_{\text{MP}}) - (\lambda_{\text{SL}}(I = 0 \text{ mA}) - \Delta\lambda_{\text{SL}}) \\
 &= (641,116 \text{ nm} + 0,005 \text{ nm}) - (641,1125 \text{ nm} - 0,003 \text{ nm}) \\
 &= 11,5 \text{ pm}
 \end{aligned} \tag{6.12}$$

verwendet. Es wird also der Abstand zwischen dem oberen Wert mit oberem Fehlerbalken der Methode MP bis zum unteren Wert mit unterem Fehlerbalken der Methode SL berechnet. Dies wird im folgenden als konservative Abschätzung des Fehlers durch den Ionenstrom verwendet.

6.5.4 Einfluss der Amplitude U_{HF} auf λ_{Fit}

In Abb. 6.11 werden die drei Fitparameter Linienbreite σ , Amplitude und Wellenlänge λ_{Fit} als Funktion der Amplitude U_{HF} der HF-Wechselspannung an den Bunch-Resonatoren dargestellt. Diese Daten wurden etwa im Zeitraum 55 – 62 h in Abb. 6.8 gewonnen. Es handelt sich um Messungen mit schmalbandigem Laserbetrieb, bei denen alle Parameter außer der HF-Amplitude konstant gehalten wurden. Die Auswertung erfolgte analog der bisherigen Beschreibung. An die ermittelten Wellenlängen wurde eine Gerade angepasst. Es ergibt sich für die Methode SL

$$\lambda_{\text{fit}} = 641,109(2) \text{ nm} + U_{\text{HF}} \cdot 4(5) \text{ pm/kV} \quad \chi_{\text{red}}^2 = 1,06$$

und für die Methode MP

$$\lambda_{\text{fit}} = 641,109(3) \text{ nm} + U_{\text{HF}} \cdot 3(6) \text{ pm/kV} \quad \chi_{\text{red}}^2 = 1,21.$$

Es wird in guter Näherung kein Einfluss von U_{HF} auf λ_{Fit} erwartet. Mit wachsender HF-Amplitude werden die Ionenbunche stärker komprimiert und damit wächst die Raumladung innerhalb der Bunche. Analog der Argumentation in Kap. 6.5.3 werden dadurch zwar die Elektronen schneller, aufgrund der festgelegten Bunchfrequenz ν_{HF} bleibt die Ionengeschwindigkeit davon jedoch unberührt. Die Daten sind mit dieser Annahme vereinbar.

Hier ist zu beachten, dass zwar die Einstellung der Bunchfrequenz anhand der freien Umlauffrequenz, also bei $U_{\text{HF}} = 0 \text{ kV}$ vorgenommen wurde, bei dieser Einstellung jedoch keine Spektroskopiedaten aufgenommen wurden. Deshalb lässt sich daraus keine Geschwindigkeit für $U_{\text{HF}} = 0 \text{ kV}$ ableiten. Schon bei der kleinsten während der Spektroskopie verwendeten HF-Amplitude von $U_{\text{HF}} = 0,1 \text{ kV}$ wird die Ionengeschwindigkeit alleine von der Bunchfrequenz ν_{HF} bestimmt. Eine Extrapolation der Daten auf $U_{\text{HF}} = 0 \text{ kV}$ ist demnach nicht erfolgversprechend. Anders als beim Ionenstrom kann hier die maximale Streuung bei der Standardeinstellung von $U_{\text{HF}} = 0,5 \text{ kV}$ als

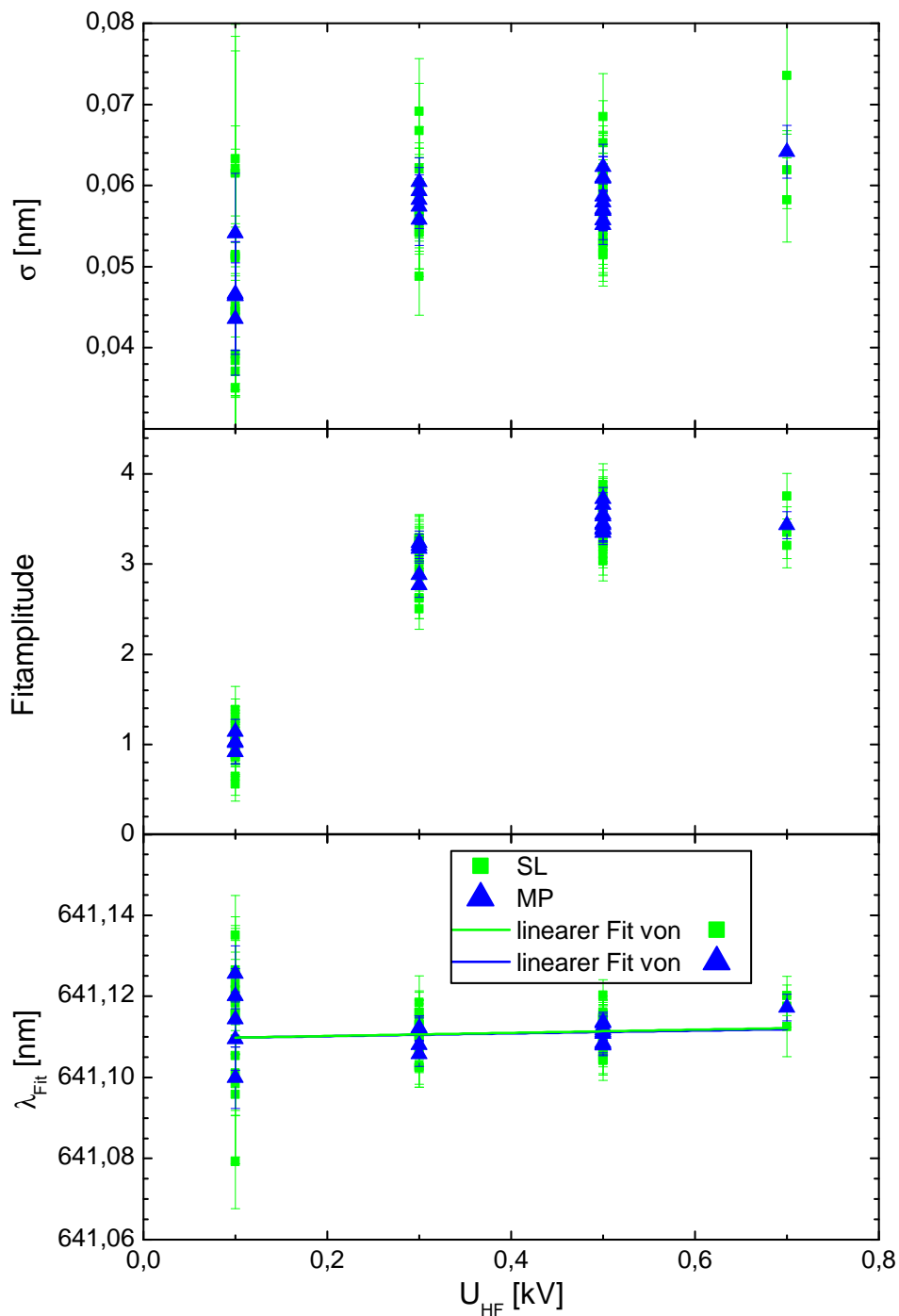


Abb. 6.11: Ermittelte Wellenlänge (unten), Fitamplitude (mitte) und Linienbreite (oben) als Funktion der HF-Amplitude, die zum Bunchen des Ionenstrahles verwendet wird. Grüne Datenpunkte wurden mit der Methode “Single Loop”, blaue mit “Many Points” gewonnen. An die Wellenlängen wurde zwei Geraden angefitet, um den systematischen Einfluss der HF-Amplitude abzuschätzen.

konservative Abschätzung der Obergrenze für den Einfluss von U_{HF} verwendet werden. Ähnlich zu Gl. 6.12 ergibt sich

$$\begin{aligned}\Delta\lambda_{\text{HF-Amp}} &= 0,5 \text{ kV} \cdot ((4 + 5) - (3 - 6)) \text{ pm/kV} \\ &= 6 \text{ pm.}\end{aligned}\tag{6.13}$$

Dies wird im folgenden als konservative Abschätzung des Fehlers durch die HF-Amplitude verwendet.

Die Linienbreiten scheinen mit der Frequenz leicht anzusteigen, was auf ein Anfachen der Synchrotronschwingungen zurückzuführen sein könnte. Die Fitamplituden sinken von 0,3 kV auf 0,1 kV stark ab. Da sich die Länge des Ionenbunches vergrößert, sinkt vermutlich mit dem zeitlichen Überlapp zwischen Laser und Ionen auch die Anzahl der angeregten Ionen.

6.5.5 Die Linienbreiten σ_{Fit}

In diesem Abschnitt wird das theoretisch erwartete Verhältnis der Dopplerbreiten für die Spektroskopie am wasserstoffähnlichen Bi^{82+} (anti-kollinear) und am lithiumähnlichen Bi^{80+} (kollinear) berechnet und die experimentell ermittelten Werte damit verglichen.

Unter Vernachlässigung aller Verbreiterungsmechanismen außer der Dopplerverbreiterung gilt für Ionen der Geschwindigkeit β und longitudinaler Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung der Breite $\Delta\beta$, der Ruhfrequenz ν_0

$$\nu_{c,a} = \nu_0 \gamma (1 \pm \beta)\tag{6.14}$$

für die kollineare ν_c und antikollineare Laserfrequenz ν_a . Durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung ergibt sich eine Dopplerbreite von

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Doppler}(c,a)} &= \left. \frac{\partial \nu_{c,a}(\beta')}{\partial \beta'} \right|_{\beta'=\beta} \Delta\beta \\ &= \frac{\nu_0 (1 \pm \beta)}{(\sqrt{1 - \beta^2})^3} \Delta\beta \\ &= \frac{\nu_0 \gamma}{(\pm 1 - \beta)} \cdot \Delta\beta.\end{aligned}\tag{6.15}$$

Für $\beta \approx 0,709$ konstant für beide Ionenspezies und verschiedene Ruhfrequenzen ($\nu_{0,H}$ für Bi^{82+} und $\nu_{0,Li}$ für Bi^{80+}) ergibt sich unter der Annahme, dass die longitudinale

Tab. 6.3: Linienbreiten des Lasers (σ_{Laser}) aus Messungen des Herstellers [Wlo12] und der Resonanzen im Laborsystem (σ_{Resonanz}) ermittelt mit der Methode “Many Points”. Angegeben ist der Mittelwert und die Standardabweichung aller Resonanzen. Die Dopplerbreite (σ_{Doppler}) wurde mit $\sqrt{\sigma_{\text{Resonanz}}^2 - \sigma_{\text{Laser}}^2}$ berechnet.

Ionen	σ_{Laser}	σ_{Resonanz}	σ_{Doppler}
Bi ⁸²⁺	26 GHz	90(20) GHz	86(20) GHz
	8 GHz	39(5) GHz	38(5) GHz
Bi ⁸⁰⁺	26 GHz	75(20) GHz	70(20) GHz
	8 GHz	41(4) GHz	40(4) GHz

Ionentemperatur und damit $\Delta\beta$ unverändert ist

$$\begin{aligned}
 \frac{\sigma_{\text{Doppler}(c)}}{\sigma_{\text{Doppler}(a)}} &= \frac{\nu_{0,\text{Li}}}{\nu_{0,\text{H}}} \cdot \left\| \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right\| & (6.16) \\
 &= 0,157 \cdot 5,88 \\
 &= 0,921.
 \end{aligned}$$

Die beobachteten Resonanzbreiten sollten sich aus der quadratischen Summe $\sigma_{\text{Resonanz}} = \sqrt{\sigma_{\text{Laser}}^2 + \sigma_{\text{Doppler}}^2}$ mit der Laserlinienbreite und Dopplerverbreiterung der Ionen berechnen lassen. Alle weiteren Verbreiterungsmechanismen werden als vernachlässigbar angesehen. In Tab. 6.3 sind für die Spektroskopie am wasserstoffähnlichen Bi⁸²⁺ und am lithiumähnlichen Bi⁸⁰⁺ für den schmalbandigen und den breitbandigen Laserbetrieb die vom Hersteller gemessenen Laserlinienbreiten, die gemittelten Resonanzbreiten und die daraus errechneten Dopplerbreiten aufgelistet. Bei den Resonanzbreiten σ_{Resonanz} handelt es sich um den nicht fehlergewichteten Mittelwert von σ_{Fit} mit einer aus der Streubreite der Einzelwerte abgeschätzten Unsicherheit. Der Einfachheit halber wurden alle mit der Methode “Many Points” ermittelten Werte aus 6.8 verwendet.

In den rekonstruierten Dopplerbreiten lässt sich kein plausibles Muster erkennen. Deshalb muss davon ausgegangen werden, dass entweder ein signifikanter Verbreiterungseffekt wirksam war oder die Laserlinienbreiten im Experiment größer waren als die vom Hersteller gemessenen. Für den Quotienten der für den schmalbandigen Laserbetrieb ermittelten Werte von σ_{Doppler} aus Tab. 6.3 ergibt sich 1,1(2), wobei die Unsicherheit mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung errechnet wurde. Dies stellt eine hinreichende Übereinstimmung zum oben berechneten Wert von 0,921 dar. Da der genaue Wert der Linienbreite für das Wellenlängenergebnis nicht relevant ist, wurde hier auf weiterführende Analysen verzichtet.

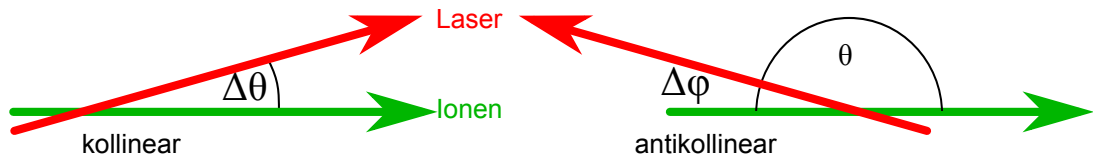


Abb. 6.12: Benennung der Winkel zwischen Ionenstrahl und Laserstrahl im Laborsystem für die Fälle der kollinearen und antikollinearen Überlagerung.

6.5.6 Winkelabweichungen zwischen Ionenstrahl und Laserstrahl

Nach Wechsel der Farbstoffzelle im Spektroskopielaser vor Beginn der schmalbandigen Spektroskopie am Bi^{80+} hatte das Laserstrahlprofil im ESR etwa drei cm Durchmesser. Das räumliche Strahlprofil schwankte von Schuss zu Schuss. Damit war eine präzise Ausrichtung mit Hilfe der Scraper so wie bei Novotny und Seelig [Nov08, See99] nicht möglich. Stattdessen wird hier eine konservative Abschätzung der Wellenlängenunsicherheit durch Winkelabweichungen gegeben und damit gezeigt, dass diese vernachlässigbar sind.

Die Ein- und Auskoppelfenster am ESR sind CF63-Fensterflansche mit einer freien Apertur von $d \approx 60$ mm. Designmäßig liegen die Fenster zentriert auf der Ionenstrahlachse. Es gab in der Vergangenheit immer wieder Umbauten am ESR, bei denen Strahlrohrelemente bewegt wurden. Ionenoptische Elemente werden danach üblicherweise relativ zu einem speziellen ESR-Koordinatensystem vermessen und auf deutlich besser als 1 mm genau positioniert [Psc09]. Da die Fenster aber keine ionenoptischen Elemente sind, wurde deren Positionierung dabei aber nicht überprüft. Stattdessen wurde im Rahmen der Strahlzeitvorbereitung auch die Position der Fenster mit Hilfe eines eingekoppelten He:Ne-Laserstrahles und den Scrapern am Elektronenkühler behelfsmäßig überprüft. Die maximale Fehlausrichtung je Fenster zum Ionenstrahl ist demnach maximal $d/2$. Nimmt man jetzt an, dass der Laser relativ zu den schon fehlausgerichteten Fenstern nochmals bis zu $d/2$ je Fenster fehlausgerichtet ist, ergeben sich vier Fehlausrichtungen von jeweils $d/2$. Unter der Annahme, dass alle vier Fehlausrichtung zueinander unabhängig sind, kann die Gaußsche Fehlerfortpflanzung

$$\Delta x = \sqrt{4(d/2)^2} = d$$

angewendet werden. Der Abstand zwischen den beiden Fensterflanschen beträgt $s \approx 23$ m. Somit ist der maximale Winkelfehler

$$\Delta\theta \approx \Delta\varphi \lesssim \frac{d}{s} \approx 2,6 \text{ mrad.}$$

Es wird die Benennung der Winkel aus Abb. 6.12 verwendet. Ein Winkelfehler führt

Tab. 6.4: Berechnung der Verschiebung der Resonanzwellenlänge durch Winkelabweichungen von der exakt antikollinearen/kollinearen Geometrie.

	Winkel [mrad]	$\Delta\lambda_{\text{Lab}}$ [pm]
antikollinear (Bi ⁸²⁺)	$\Delta\varphi = 2,6$	0,8
kollinear (Bi ⁸⁰⁺)	$\Delta\theta = 2,6$	5

bei antikollinearer Geometrie und einer Fehljustage von $\Delta\varphi$ zu einer Verschiebung der Laborwellenlänge gegenüber dem exakt ausgerichteten Fall von

$$\begin{aligned}\Delta\nu_{\text{H,anticoll.}} &= |\gamma\lambda_0(1+\beta) - \lambda_0\gamma(1+\beta\cos\Delta\varphi)| \\ &= |\gamma\lambda_0\beta(1-\cos\Delta\varphi)|\end{aligned}$$

und für kollineare Geometrie und einer Fehljustage von $\Delta\theta$ zu einer Verschiebung von

$$\begin{aligned}\Delta\nu_{\text{Li,coll.}} &= |\gamma\lambda_0(1-\beta) - \nu\lambda_0\gamma(1-\beta\cos\Delta\theta)| \\ &= |\gamma\lambda_0\beta(\cos\Delta\theta - 1)|.\end{aligned}$$

Die berechneten Werte sind in Tab. 6.4 zusammengefasst.

6.6 Die Resonanzwellenlänge für Bi⁸²⁺ im Laborsystem

Für das wasserstoffähnliche Bi⁸²⁺ wurden sehr viel weniger Spektren aufgenommen als für das lithiumähnliche Bi⁸⁰⁺. Eine systematische Untersuchung der Abhängigkeiten der Resonanzwellenlänge von äußeren Parametern konnte aus Zeitmangel nicht durchgeführt werden. In Abb. 6.13 sind die Ergebnisse der Auswertung für die Fitparameter analog zu Abb. 6.8 zusammengefasst. In Abb. 6.14 sind die Mittelwerte der ermittelten Laborwellenlängen analog Abb. 6.9 zusammengefasst. Auch hier wurde ein Datensatz mit größerer Streuung als der statistisch zu erwartenden gefunden und mit einem Ausrufezeichen markiert.

Zur Laborwellenlängenbestimmung wird der fehlergewichtete Mittelwert mit der dazugehörigen Unsicherheit

$$\lambda_{\text{lab,H}} = 591,183(9) \text{ nm} \quad (6.17)$$

verwendet, der mit der Methode "Many Points" aus den letzten sieben Einzelspektren bestimmt wurde. Der angegebene Fehler ist wiederum nur der statistische Fehler des gewichteten Mittelwertes. Bemerkenswert ist, dass der Sprung zwischen dem letzten breitbandigen und dem ersten schmalbandigen Datensatz mit 0,145 nm deutlich größer ist als der Sprung um 0,0546 nm bei den Daten des lithiumähnlichen Systems. In beiden

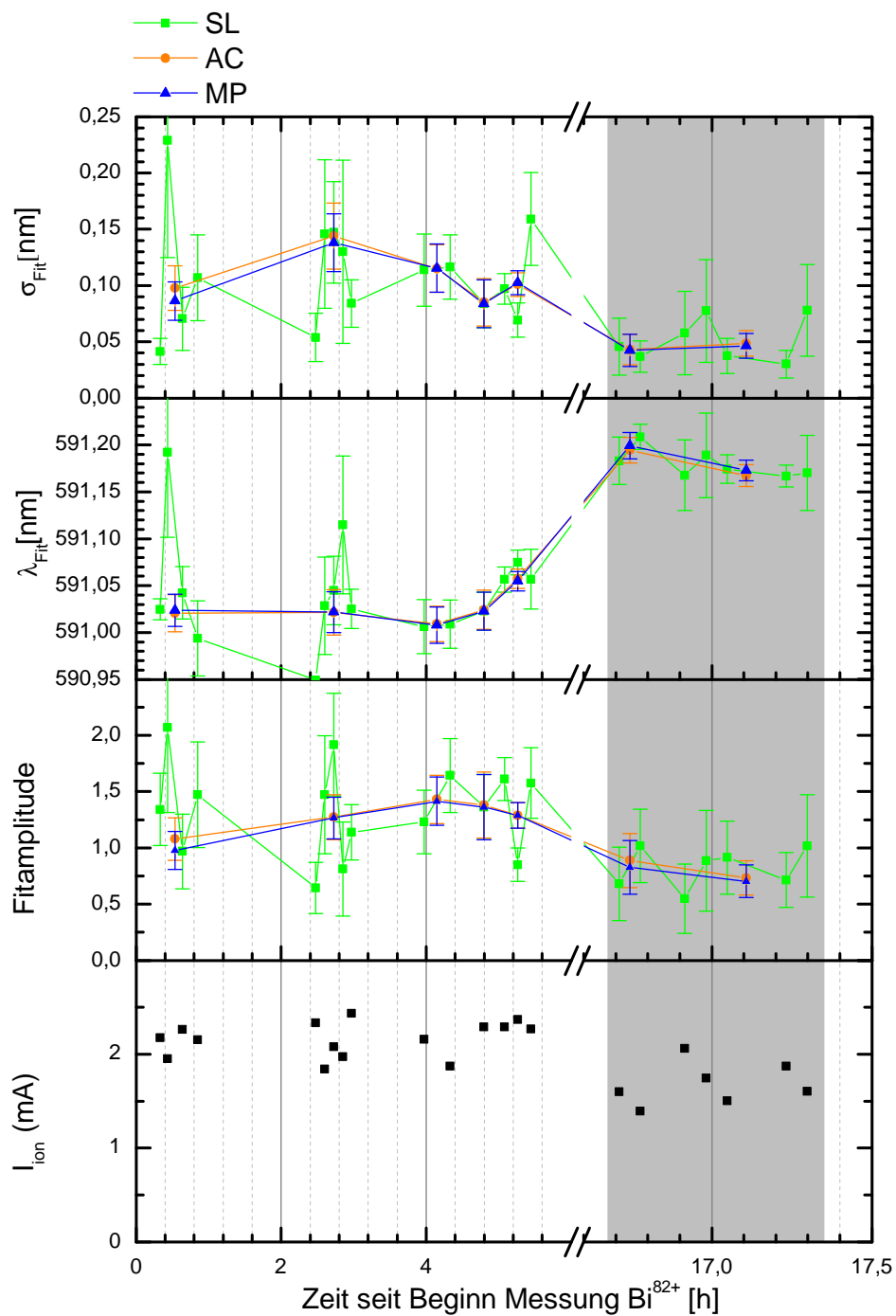


Abb. 6.13: Alle Fitergebnisse für Bi⁸²⁺ und der mittlere Ionenstrom während der Aufnahme jedes Spektrums als Funktion der Zeit, analog zu Abb. 6.8. Die Daten nach der Achsenunterbrechung stammen aus schmalbandigen Messungen. Zur Wellenlängenbestimmung wurde der grau hinterlegte Bereich verwendet.

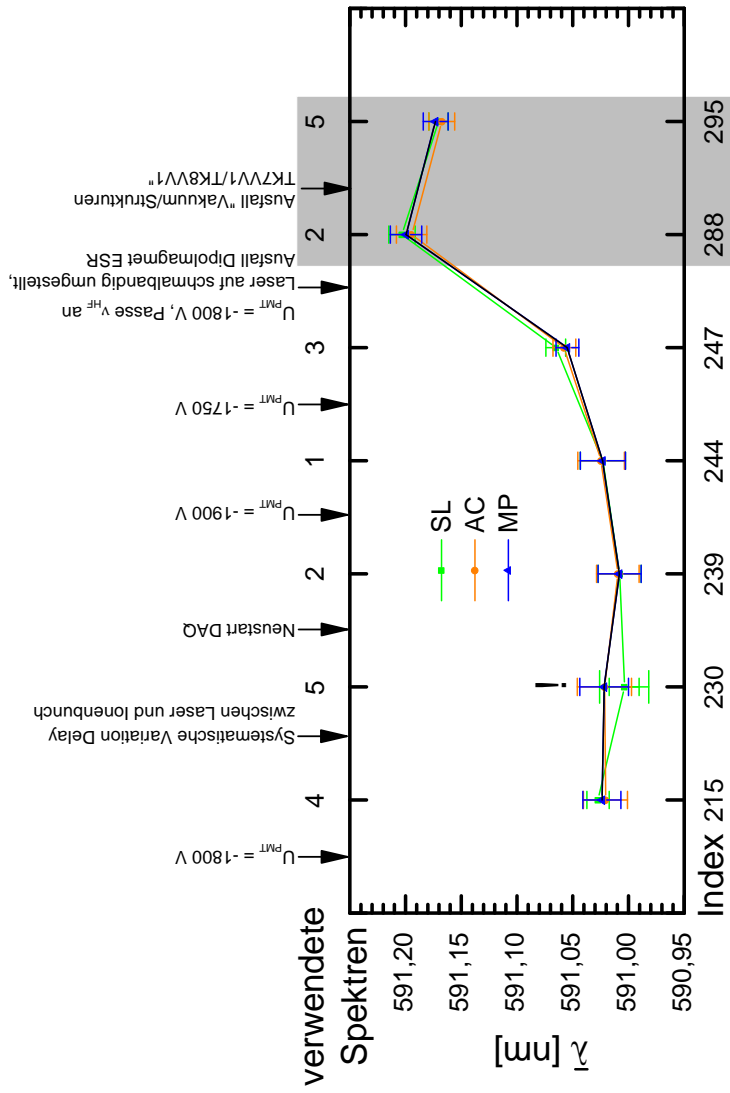


Abb. 6.14: Ergebnis der Wellenlängenmessungen des wasserstoffähnlichen Bi⁸²⁺ analog zu Abb. 6.9. Die Fehlerbalken sind die Unsicherheiten des fehlergewichteten Mittelwertes. Oberhalb des Graphen sind verschiedene Ereignisse während der Strahlzeit aufgeführt. Hier sei besonders auf die Anpassung der Bunch-Frequenz ν_{HF} gleichzeitig zur Laserumstellung hingewiesen. Die Zahlen, die zwischen den Ereignissen angegeben sind, geben die Anzahl der in diesem Zeitraum aufgenommenen Spektren wieder. Die letzten beiden Datenpunkte im grau hinterlegten Bereich stammen aus schmalbandigen Messungen und werden zur Bestimmung der Wellenlänge im Laborsystem verwendet.

Fällen ist dies etwa das 8-fache des jeweiligen statistischen Fehlers der Untergesamtheit. Diese Diskrepanz kann einerseits mit dem in Kapitel 6.3.1 abgeleiteten systematischen Fehler des Atos bei Betrieb mit nur einem Interferometer ($\Delta\lambda_{\text{Atos},1} = 220 \text{ pm}$) erklärt werden. Es ist aber auch möglich, dass diese Diskrepanz auf die Anpassung der Bunchfrequenz zwischen den breitbandigen und den schmalbandigen Messungen zurückzuführen ist. Da aus Zeitmangel keine weiteren systematischen Tests mit Bi^{82+} gemacht werden konnten, wird die systematische Unsicherheit der ermittelten Wellenlängen von den Messungen am lithiumähnlichen Bi^{80+} übernommen. Insbesondere für die Systematik aus Beschleunigerparametern ist dies im Allgemeinen für den Vergleich von anti-kollinearen mit kollinearen Messungen nicht möglich. Alle Effekte, die über die Ionengeschwindigkeit Einfluss auf die gemessene Laborwellenlänge nehmen, haben nach der Berechnung auf Seite 133 in guter Näherung den gleichen Einfluss auf λ_{Lab} , allerdings mit entgegengesetztem Vorzeichen. Wie auf S. 133 gezeigt, sollte dies in unserem speziellen Fall aufgrund der Wahl annähernd gleicher Laborwellenlängen bei gleichem γ -Faktor dennoch möglich sein, weil sich jetzt Änderungen in β betragsmäßig gleichen und nur mit entgegengesetztem Vorzeichen auf beide Fälle auswirken.

6.7 Diskussion der Resonanzwellenlängen im Laborsystem

In Tab. 6.5 sind die ermittelten Laborwellenlängen λ_{Lab} für Bi^{82+} und Bi^{80+} mit den statistischen und systematischen Fehlern aufgeführt. Gemäß der bisherigen Diskussion ist dabei die statistische Unsicherheit $\Delta\lambda_{\text{stat}}$ durch den Fitfehler $\Delta\lambda_{\text{Fit}}$ bestimmt und die systematische Unsicherheit durch die Unsicherheiten aufgrund von Variation und Fehlanpassung der ESR-Parameter $\Delta\lambda_{\text{ESR}}$ sowie der Bestimmung der Laborwellenlänge $\Delta\lambda_{\text{Atos}}$. Da es sich bei den Beiträgen zu $\Delta\lambda_{\text{ESR}}$ um korrelierte Effekte handeln könnte, werden die Unsicherheiten linear zu

$$\Delta\lambda_{\text{ESR}} = \Delta\lambda_{\text{Ion-curr}} + \Delta\lambda_{\text{HF-Amp}} = 11,5 \text{ pm} + 6 \text{ pm} \quad (6.18)$$

addiert. Von den Atos-Messungen sind die systematischen Unsicherheiten der ESR-Parameter sicherlich unabhängig. Daher wird die gesamte systematische Unsicherheit der Laborwellenlänge

$$\Delta\lambda_{\text{sys}} = \sqrt{\Delta\lambda_{\text{Atos},2}^2 + \Delta\lambda_{\text{ESR-Par}}^2 + \Delta\lambda_{\text{Winkel}}^2} \approx 25 \text{ pm}$$

als quadratische Summe gebildet und gemäß der vorangegangenen Diskussion sowohl für das wasserstoffähnliche als auch für das lithiumähnliche Bismut verwendet. Der jeweilige Gesamtfehler der Laborwellenlänge ergibt sich dann zu

$$\Delta\lambda_{\text{lab}} = \sqrt{\Delta\lambda_{\text{stat}}^2 + \Delta\lambda_{\text{sys}}^2},$$

Tab. 6.5: Zusammenfassung der in dieser Arbeit bestimmten Laborwellenlängen λ_{Lab} , der statistischen, systematischen und gesamten Unsicherheiten. Die selben Daten wurden von Raphael Jöhren im Rahmen seiner Dissertation weitgehend unabhängig ausgewertet. für Bi^{82+} und Bi^{80+} mit den von Raphael Jöhren für Scans mit dem schmalbandigem Laser (s) und gesamt (g) ermittelten Werte [Jöh13]. Die Abweichungen von der in dieser Arbeit ermittelten Wellenlänge im Laborsystem sind in den Zeilen $\Delta\lambda$ in nm und als Vielfache der kombinierten statistischen, systematischen und gesamten Unsicherheit $\sigma_x = \sqrt{\Delta\lambda_{x,\text{hier}}^2 + \lambda_{x,\text{Jöhren}}^2}$ angegeben. Für die leer gelassenen Felder hat Jöhren keine Werte angegeben.

	Quelle	λ_{Lab} [nm]	Unsicherheiten		
			$\Delta\lambda_{\text{stat}}$	$\Delta\lambda_{\text{syst}}$	$\Delta\lambda_{\text{lab}}$
Bi^{80+}	diese	641,11216	0,56 pm	24 pm	24 pm
	[Jöh13] (s)	641,11530	1,3 pm	51 pm	51 pm
	$\Delta\lambda$	0,00314	$= 2,2 \cdot \sigma_{\text{stat}}$	$= 0,06 \cdot \sigma_{\text{syst}}$	$= 0,06 \cdot \sigma_{\text{lab}}$
	[Jöh13] (g)	641,11160	-	-	50 pm
	$\Delta\lambda$	-0,00056	$= -1 \cdot \sigma_{\text{stat}}$	$= -0,02 \cdot \sigma_{\text{syst}}$	$= -0,01 \cdot \sigma_{\text{lab}}$
Bi^{82+}	diese	591,183	9 pm	25 pm	26 pm
	[Jöh13] (s)	591,151	14 pm	51 pm	53 pm
	$\Delta\lambda$	-0,031	$= -1,9 \cdot \sigma_{\text{stat}}$	$= -0,6 \cdot \sigma_{\text{syst}}$	$= -0,5 \cdot \sigma_{\text{lab}}$
	[Jöh13] (g)	591,144	-	-	51 pm
	$\Delta\lambda$	-0,038	$= -4,4 \cdot \sigma_{\text{stat}}$	$= -1,6 \cdot \sigma_{\text{syst}}$	$= -0,7 \cdot \sigma_{\text{lab}}$

wobei der Beitrag der statistischen Unsicherheiten vernachlässigbar ist.

Dieselben Daten wurden von Raphael Jöhren im Rahmen seiner Doktorarbeit [Jöh13] weitgehend unabhängig ausgewertet. Dabei wurde ein völlig anderes Vorgehen zur Ermittlung der Laborwellenlänge und der statistischen und systematischen Fehler verwendet. So wurden beispielsweise in [Jöh13] die Daten jedes im schmalbandigen Modus aufgenommenen Wellenlängenschrittes ohne Berücksichtigung von Variationen äußerer Parameter in einem Graph kombiniert und mit einem einzigen Gaußfit gemeinsam gefittet. Da ein Teil der systematischen Einflüsse in die als statistisch gewertete Variationen der Zentralwellenlänge eingeht, wird die statistische Unsicherheit größer. Dadurch kann vermutlich auch die Diskrepanz zwischen der ermittelten Laborwellenlänge von bis zum 2,2-fachen der kombinierten statistischen Unsicherheit erklärt werden. Im Verhältnis zu dem in beiden Arbeiten abgeschätzten systematischen Fehler ist dieser Unterschied allerdings klein.

7 Bestimmung der Hyperfeinstrukturaufpaltung

7.1 Transformation der Laborwellenlänge ins Ruhesystem der Ionen

In den beiden vorangegangenen Kapiteln wurden die Ionengeschwindigkeit und die Laborwellenlängen von wasserstoffähnlichen Bi^{82+} und lithiumähnlichen Bi^{80+} bestimmt. Damit können nun über die relativistischen Dopplerformeln

$$\lambda_{0,\text{H}} = \lambda_{\text{lab,H}} \cdot \gamma(1 - \beta) \quad (7.1)$$

$$\lambda_{0,\text{Li}} = \lambda_{\text{lab,Li}} \cdot \gamma(1 + \beta) \quad (7.2)$$

die Ruhewellenlängen¹ berechnet werden. Nach Gl. (5.27) wird die Ionengeschwindigkeit β aus der virtuellen Elektronenkühlerspannung U_{virt} mit

$$\beta = \sqrt{1 - \gamma^{-2}} = \sqrt{1 - \left(1 + \frac{-eU_{\text{virt}}}{m_e c^2}\right)^{-2}} \quad (7.3)$$

ermittelt. Dabei muss die in Kap. 5 diskutierte Unsicherheit in der Ionengeschwindigkeit in Betracht gezogen werden. Zunächst soll die Ruhewellenlänge des wasserstoffähnlichen Bismut bestimmt und mit den Ergebnissen früherer Strahlzeiten verglichen werden. Alle entsprechenden Messungen wurden mit anti-kollinearer Anregung aber unterschiedlichen Elektronenkühlerspannungen vorgenommen. Bislang wurde häufig eine relative Unsicherheit der Elektronenkühlerspannung von $\Delta U/U = 5 \cdot 10^{-4}$ [Kla94b] angenommen. In Tab. 7.1 wurde beispielhaft die Fehlerfortpflanzung $\Delta U \rightarrow \Delta \lambda_0$ für Bi^{82+} berechnet. Wie daraus ersichtlich wird, verkleinert eine höhere Spannung zwar $\Delta \beta/\beta$, vergrößert aber aufgrund der Lorentztransformation die Wellenlängenunsicherheit $\Delta \lambda_0/\lambda_0$. Dabei wurde noch nicht berücksichtigt, dass bei höheren Spannungen im Allgemeinen eine höhere relative Spannungsunsicherheit zu erwarten ist. Das gilt auch angesichts der in dieser Arbeit in Kap. 5 identifizierten weiteren Quellen der Unsicherheit der Ionengeschwindigkeit, die in der weiteren Diskussion noch wichtig sind.

¹Als Ruhewellenlänge wird im Folgenden die Wellenlänge im Ruhesystem der Ionen bezeichnet.

Tab. 7.1: Einfluss der Unsicherheit der Elektronenkühlerspannung bei einer angenommenen relativen Unsicherheit $\Delta U_{\text{eff}}/U_{\text{eff}} = 5 \cdot 10^{-4}$ auf die relativen Unsicherheiten der Ionengeschwindigkeit $\Delta\beta/\beta$ und der berechneten Ruhewellenlänge $\Delta\lambda_0$ für die in den verschiedenen Strahlzeiten verwendete Elektronenkühlerspannung U_{eff} . Der Wellenlängenfehler gilt bei anti-kollinearer Anregung.

U_{eff} [kV]	Strahlzeit	$\Delta\beta/\beta$	$\Delta\lambda_0/\lambda_0$
120	Klaft 1993 [Kla94a]	$1,81 \cdot 10^{-4}$	$1,62 \cdot 10^{-4}$
214	diese Strahlzeit 2011	$1,46 \cdot 10^{-4}$	$2,08 \cdot 10^{-4}$
217	Strahlzeit 2004	$1,45 \cdot 10^{-4}$	$2,09 \cdot 10^{-4}$

Anhand der Daten für β aus Tab. 5.2 und den Ergebnissen der Laborwellenlängen aus schmalbandigen Laserbetrieb in Tab. 6.5 ergeben sich die Ruhewellenlängen zu

$$\begin{aligned} {}^{209}\text{Bi}^{82+} : \lambda_{0,\text{H}} &= 243,747 \text{ nm} \\ {}^{209}\text{Bi}^{80+} : \lambda_{0,\text{Li}} &= 1554,744 \text{ nm}. \end{aligned}$$

Zunächst fällt auf, dass der Wert für das wasserstoffähnliche Bi^{82+} nicht mit dem von Klaft bestimmten Wert [Kla94a]

$$\lambda_{0,\text{H},\text{Klaft}} = 243,87(4) \text{ nm}$$

innerhalb der damals bestimmten Unsicherheit verträglich ist. Bevor dies aber im Detail diskutiert werden kann, müssen zunächst die Unsicherheiten der Ruhewellenlängen durch die Kombination aller Unsicherheiten, also $\Delta\beta$ und $\Delta\lambda_{\text{lab}}$, bestimmt werden.

7.2 Bestimmung der Unsicherheit der Ruhewellenlängen

Alle bislang diskutierten Beiträge zur Unsicherheit der Resonanzwellenlänge im Ruhesystem der Ionen sind in Tab. 7.2 aufgelistet. Alle Beiträge müssen nun zu einer Gesamtunsicherheit zusammengeführt werden. Dafür sind zur besseren Übersicht in Abb. 7.1 alle Beiträge und ihre Kombination zum Gesamtfehler der Ruhewellenlänge graphisch dargestellt. Beiträge, die als möglicherweise korreliert betrachtet werden, sind durch fette Linien verbunden und werden linear addiert, wohingegen unkorrelierte Beiträge durch einfache Linien verbunden sind und quadratisch addiert werden. Entsprechend der Gliederung der vorangegangenen Kapitel wird zwischen der Unsicherheit der Laborwellenlänge (oberer Teil) und der Rücktransformation in das Ruhesystem der Ionen (unterer Teil) unterschieden. Genaugenommen könnte man auch den Winkelfehler in die letztere Kategorie aufnehmen, dies ist hier aus praktischen Gründen jedoch

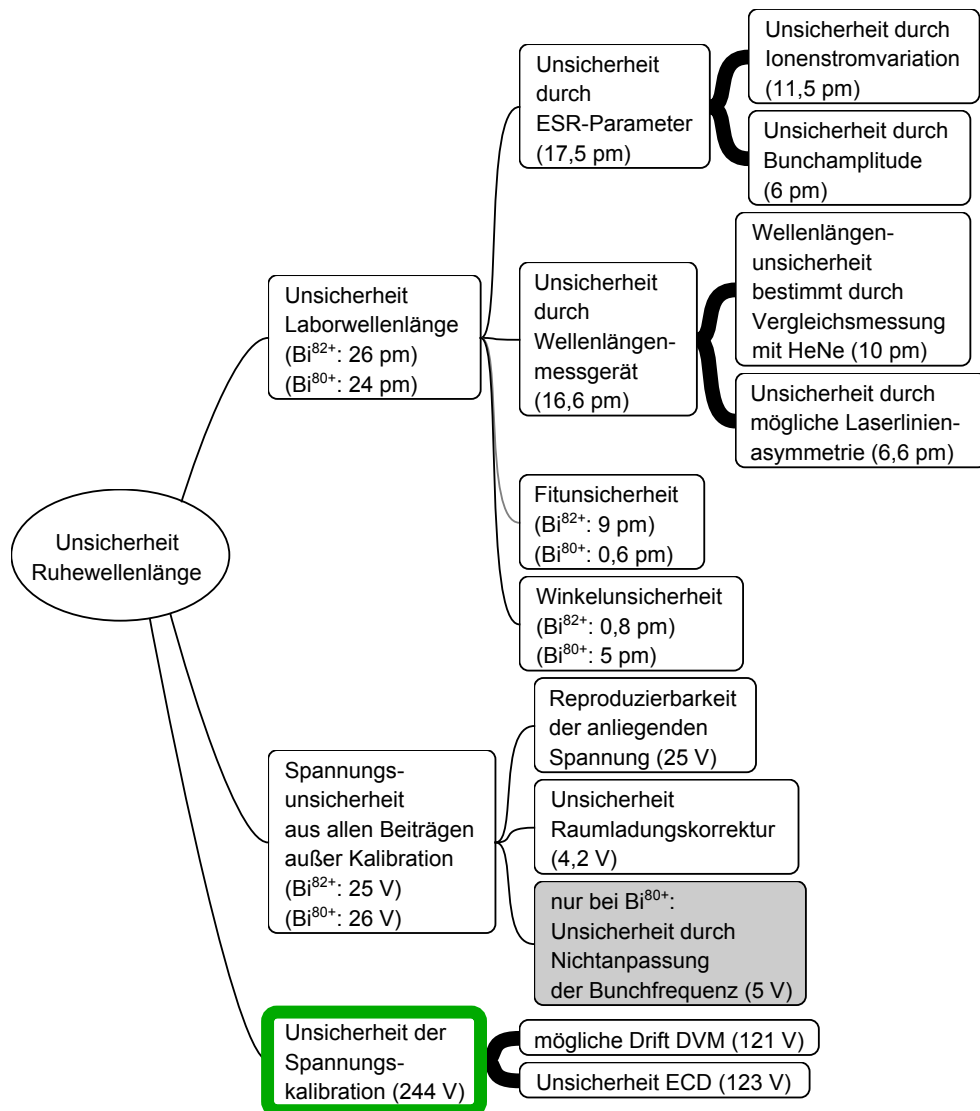


Abb. 7.1: Übersicht über die Fehlerfortpflanzung aller Beiträge, die in den Fehler der Ruhewellenlängen von Bi^{82+} und Bi^{80+} eingehen. Die Beiträge werden in der Regel quadratisch addiert. Nur Beiträge mit fett gezeichneten Verzweigungen werden linear addiert. Die Wellenlängenfehler beziehen sich auf die Laborwellenlänge. Der grau hinterlegte Kasten wird nur bei Bi^{80+} verwendet, ansonsten ist das Schema für beide Ladungszustände identisch. Ein Ruhewellenlängenfehler von 1 pm entspricht bei Bi^{82+} etwa 0,87 V Spannungs- oder 2,4 pm Laborwellenlängenfehler und bei Bi^{80+} etwa 0,80 V oder 0,41 pm. Der dominierende Beitrag durch die Unsicherheit der Spannungskalibration im grün umrandeten Kasten wird später parametrisiert. Die Werte aller Einzelbeiträge sind in Tab. 7.2 aufgelistet.

nicht geschehen². Die Unsicherheit der Laborwellenlänge setzt sich aus den möglichen Einflüssen der Änderung der ESR-Betriebsparameter Ionenstrom und HF-Amplitude ($\Delta\lambda_{\text{ESR}}$); der Unsicherheit der Wellenlängenbestimmung mit dem Atos Wavemeter $\Delta\lambda_{\text{Atos}}$, der statistischen Unsicherheit des Fits $\Delta\lambda_{\text{Fit}}$ und den maximal möglichen Winkelfehler $\Delta\lambda_{\text{q}}$ zusammen.

Für die Unsicherheit der Wellenlänge im Ruhesystem ist die Unsicherheit in der Ionengeschwindigkeit entscheidend. Wenn die Ionengeschwindigkeit tatsächlich durch die Geschwindigkeit der Elektronen im Kühler bestimmt wird, tragen folgende drei Faktoren zur Unsicherheit der Geschwindigkeit der Ionen bei: Die Reproduzierbarkeit der Elektronenkühlerspannung ΔU_{rep} , die Unsicherheit der Raumladungskorrektur $\Delta\Phi_{\text{ges}}$ und die Unsicherheit der Spannungskalibration ΔU_{kalib} . Letztere stellt von allen Unsicherheiten den größten Beitrag dar und kann prinzipiell in Zukunft durch eine verbesserte Spannungsmessung verkleinert werden. Ein Spezialfall tritt im Fall der Messung am lithiumähnlichen Bi^{80+} auf. Hier hat die in Kap. 5.4.4 diskutierte Nichtanpassung der HF-Bunchfrequenz an die freie Umlauffrequenz dazu geführt, dass die Ionen nicht an die Geschwindigkeit der Elektronen angepasst waren. Dies führt zu einer notwendigen Korrektur ΔU_{bunch} und einer daraus resultierenden zusätzlichen Unsicherheit $\Delta\Delta U_{\text{bunch}}$. Drei Beiträge werden mit

$$\Delta U_{\text{ESR}} = \sqrt{\Delta U_{\text{rep}}^2 + \Delta\Phi_{\text{ges}} + \Delta\Delta U_{\text{bunch}}^2} \quad (7.4)$$

zusammengefasst; ΔU_{Kalib} wird weiterhin separat behandelt. Die Spannungsunsicherheiten werden über die Beziehung

$$\left. \frac{\partial\lambda_0}{\partial U} \right|_{U=U_{\text{virt}}} = \begin{cases} 0,474 \text{ pm/V} & \text{Bi}^{82+} \\ 3,02 \text{ pm/V} & \text{Bi}^{80+} \end{cases}$$

in eine entsprechende Unsicherheit der Ruhewellenlänge umgerechnet, die dann wieder quadratisch zur Unsicherheit der Laborwellenlänge addiert wird. Insgesamt ergeben sich damit die folgenden Resultate für die Ruhewellenlängen der Übergänge:

$$\begin{aligned} \lambda_{0,\text{H}} &= 243,746 \underbrace{(116)}_{\Delta U_{\text{Kalib}}} \underbrace{(012)}_{\Delta U_{\text{ESR}}} \underbrace{(011)}_{\Delta\lambda_{\text{Lab}}} \text{ nm} & (7.5) \\ &= 243,746 \underbrace{(117)}_{\Delta\lambda_{\text{ges}}} \text{ nm} \end{aligned}$$

²Die Winkelfehler sowie die Abhängigkeit von der Bunchfrequenz und vom Ionenstrom wurden direkt als Funktion der Laborwellenlänge bestimmt. Sie lassen sich daher am besten mit dem Fehler der Laborwellenlänge kombinieren.

7 Bestimmung der Hyperfeinstrukturaufpaltung

Tab. 7.2: Übersicht über alle Fehlerbeiträge zur Ruhewellenlänge. Die Kombination der Beiträge ist in Abb. 7.1 illustriert und im Text beschrieben.

Bezeichnung	Symbol	Wert für B_1^{82+}	Wert für B_1^{80+}	Verweis
Unsicherheit Ruhewellenlänge	$\Delta\lambda_{\text{ges}}$	117 pm	744 pm	Gl. (7.5)/(7.6)
Unsicherheit Laborwellenlänge	$\Delta\lambda_{\text{lab}}$	27 pm	25 pm	Tab. 6.5
Unsicherheit durch ESR-Parameter	$\Delta\lambda_{\text{ESR}}$	17,5 pm	17,5 pm	Gl. (6.18)
Unsicherheit durch Ionenstromvariation	$\Delta\lambda_{\text{Ion-curr}}$	11,5 pm	11,5 pm	Gl. (6.12)
Unsicherheit durch Bunchamplitude	$\Delta\lambda_{\text{HF-Amp}}$	6 pm	6 pm	Gl. (6.13)
Unsicherheit durch Wellenlängenmessgerät	$\Delta\lambda_{\text{Atos},2}$	17 pm	17 pm	Gl. (6.3)
Wellenlängenunsicherheit bestimmt durch Vergleichsmessungen mit HeNe	$\Delta\lambda_{\text{HeNe}}$	10 pm	10 pm	S. 113
Unsich. durch mögliche Laserlinienasymmetrie	$\Delta\lambda_a$	6,6 pm	6,6 pm	Gl. (6.2)
Fitunsicherheit	$\Delta\lambda_{\text{fit}}$	9 pm	0,6 pm	Gl. (6.17)/(6.11)
Winkelunsicherheit	$\Delta\lambda_{\angle}$	0,8 pm	5 pm	Tab. 6.4
Beiträge zur Spannungsunsich. außer Kalib.	ΔU_{ESR}	25 V	26 V	Gl. (7.4)
Reproduzierbarkeit der anliegenden Spannung	ΔU_{rep}	25 V	25 V	Kap. 5.3
Unsicherheit Raumladungskorrektur	$\Delta\Phi_{\text{ges}}$	4,2 V	4,2 V	Gl. (5.23)
Unsich. durch Nichtanpassung der Bunchfrequ.	$\Delta\Delta U_{\text{bunch}}$	–	5 V	Gl. (5.26)
Unsicherheit der Spannungskalibration	$\Delta U_{\text{Kalib}} \equiv \Delta U_{\text{virt}}$	244 V	244 V	Kap. 5.4.5
mögliche Drift DVM	ΔU_{Drift}	121 V	121 V	Kap. 5.4.5
Unsicherheit ECD	$\Delta f_{\text{set} \rightarrow \text{PTB}} (U_{\text{set}})$	123 V	123 V	Kap. 5.4.5

und

$$\begin{aligned}
 \lambda_{0,\text{Li}} &= 1554,744 \underbrace{(738)}_{\Delta U_{\text{Kalib}}} \underbrace{(078)}_{\Delta U_{\text{ESR}}} \underbrace{(058)}_{\Delta \lambda_{\text{Lab}}} \text{ nm.} & (7.6) \\
 &= 1554,744 \underbrace{(744)}_{\Delta \lambda_{\text{ges}}} \text{ nm.}
 \end{aligned}$$

7.3 Vergleich der Ruhewellenlänge des Bi^{82+} mit früheren Messungen

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit galt nicht dem wasserstoffähnlichen Bi^{82+} sondern dem lithiumähnlichen Bi^{80+} . Dennoch ist es aufschlussreich, die hier ermittelte Ruhewellenlänge in $^{209}\text{Bi}^{82+}$ mit Daten aus den Strahlzeiten von Kluft (1993, [Kla94b]), Winter (1998, [Win99]), und Sanchez (2004, [Nör12, San12]) zu vergleichen und auf Konsistenz zu überprüfen. Dabei wurden die früheren Ergebnisse zum Teil neu berechnet und Erkenntnisse der hier durchgeführten Analysen einfließen lassen. In Abb. 7.2 sind alle Ergebnisse dargestellt. Darin stellen die kleineren Fehlerbalken die Unsicherheit der Wellenlängenmessung im Laborsystem dar, die größeren repräsentieren die Gesamtunsicherheit inklusive Unsicherheit der Kühlerspannung. In Tab. 8.1 sind die Werte, die in diese Berechnung eingingen, aufgelistet.

Der linke, mit “**Kluft**” gekennzeichnete Datenpunkt ist die anhand der Daten und Annahmen in Klufts Dissertation [Kla94b] neu berechnete Wellenlänge. Die darin angenommene Elektronenraumladungskorrektur stimmt gut mit der in Kap. 5.4.1 diskutierten überein. Da in diesem Experiment die Ionen nicht gebuncht wurden, ist die Ionenraumladungskorrektur vernachlässigbar. Das hier berechnete Ergebnis stimmt mit dem publizierten Wert [Kla94a] bis auf Rundungsfehler überein. Die angegebene Unsicherheit ist dominiert durch die damals (aufgrund einer von Kluft zitierten, privaten Mitteilung von Markus Steck) angenommenen Spannungsunsicherheit von $\Delta U/U = 5 \cdot 10^{-4}$ bei $U_{\text{set}} = -120.048 \text{ kV}$.

In [Kla94b] wurde bereits die Möglichkeit einer zukünftigen Kalibration der Kühlerspannung zur Verringerung der Spannungsunsicherheit erwähnt. In einer neuen Auswertung “**Kluft reeval.**” wurde diese Korrektur mit folgenden Annahmen bestimmt: Das 1994 zur Hochspannungskalibration erworbene Digitalvoltmeter Heinzinger DVM 131 sollte damals noch die vom Hersteller in der Bedienungsanleitung³ spezifizierte relative Genauigkeit von 10^{-4} aufgewiesen haben. Deshalb wird hier die bei der ersten Kalibrationsmessung am 10.08.1994 damit gemessene Abweichung von $-32(12) \text{ V}$ bei einer Sollspannung von $U_{\text{set}} = -120 \text{ kV}$ ohne weitere Kalibration verwendet. Dadurch

³Bedienungsanleitung und Beschreibung Heinzinger DVM, gilt auch für DVM 131.

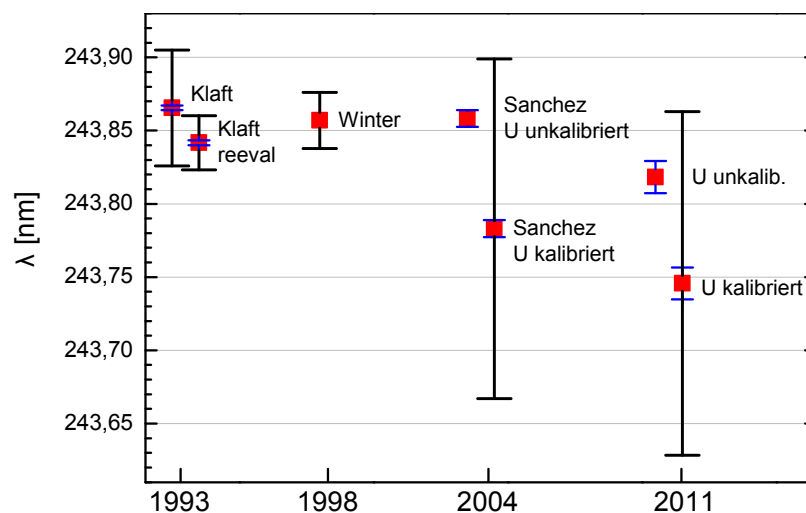


Abb. 7.2: Aus verschiedenen Quellen ermittelte Werte der Übergangswellenlänge der HFS in $^{209}\text{Bi}^{82+}$. Die Werte von 1993 stammen von den Messungen zu [Kla94a], von 1998 von Winter [Win99], die Werte von 2004 stammen aus Laborbuchaufzeichnungen zu nicht publizierten Messungen [San12], die Werte von 2011 sind die Ergebnisse dieser Arbeit. Genauere Erläuterungen siehe Text. Für alle Messungen außer “Winter” stellen die kleineren Fehlerbalken die Unsicherheit der Wellenlängenmessung im Laborsystem dar, die größeren repräsentieren die Gesamtunsicherheit inklusive Unsicherheit der Kühlerspannung. Die unkalibrierten Daten sind eingetragen, um den Effekt der Spannungskorrektur und ihre Unsicherheit gegenüber den anderen Unsicherheiten der anderen Korrekturen zu veranschaulichen.

wird hier die Spannungsunsicherheit um etwa einen Faktor fünf verkleinert. Derartige Messungen wurden fortan etwa halbjährlich durchgeführt. Die Messdaten und [Ste12] und einige daraus abgeleitete Ergebnisse sind im Anhang A.1 aufgeführt. Mit anderen Worten: es werden die unkalibrierten Messdaten des Graphen links oben in Abb. A.3 zur Korrektur der Setzspannung verwendet. Nach heutigen Erkenntnissen wird zur Spannungsunsicherheit noch quadratisch der Reproduzierbarkeitsbeitrag $\Delta U_{\text{rep}} = 25 \text{ V}$ addiert. Dadurch ist die Spannungsunsicherheit etwa halb so groß wie bei Kluft. Die Elektronenraumladungskorrektur⁴ nach Gl. (5.16) mit dem berechneten Proportionalitätsfaktor φ_{rech} aus der vorletzten Zeile von Tab. 5.1 wurde verwendet. Die nachträgliche Überprüfung der Spannung des Elektronenkühlers 1993 bzw. des Messfehlers des DVM 1994 ist allerdings sehr schwierig. Daher muss der so berechnete Wert als spekulativ angesehen werden.

Die nächste Strahlzeit, in der ein Signal des wasserstoffähnlichen Bi^{82+} beobachtet wurde, fand (wahrscheinlich) 1998 statt. Das Ergebnis ist mit der Bezeichnung “**Winter**” in Abb. 7.2 eingetragen und stammt aus der Dissertation [Win99]. Hier ist nur die Gesamtunsicherheit angegeben. Als Spannungsfehler wurde $\Delta U/U = 10^{-4}$ bei $U_{\text{set}} \approx 160 \text{ kV}$ angenommen, obwohl offensichtlich keine Kalibration verwendet wurde. Da die Kalibrationswerte ab 1998 stark streuen, (siehe Abb. 5.7) erscheint eine nachträgliche Korrektur deutlich spekulativer als für 1993 und wird daher hier nicht durchgeführt.

Die folgenden zwei Werte in Abb. 7.2 mit der Bezeichnung “**Sanchez**” stammen aus der Strahlzeit 2004. Sie wurden durch Recherchen in Mitschriften der ESR-Operateure (“HKR-Logbuch”) und den Laborbüchern der Strahlzeit 2004, Gesprächen mit den damaligen Strahlzeitteilnehmern [San12, Nör12] und der folgenden Analyse der damals aufgenommenen Rohdaten ermittelt. Der erste Wert verwendet die Laborwellenlänge der Messung am ESR von 2004. Damals wurde der Laser manuell in die Mitte der Resonanz gefahren und dann die Wellenlänge vom Bildschirm des Wellenlängenmessgerätes abgelesen. Der systematische Fehler dieser Bestimmungsmethode der Resonanzmitte wird hier mit einem Fünftel der Linienbreite (FWHM) zu $\Delta\lambda = \frac{\sigma_{\text{Resonanz}} \cdot 2,35}{5} = 14 \text{ pm}$ abgeschätzt. Dabei ist $\sigma_{\text{Resonanz}} \approx 31 \text{ pm}$ [San12] und 2,35 der Umrechnungsfaktor für die Berechnung der vollen Halbwertsbreite. Die Wellenlänge wurde 2004 im Laborbuch bis auf 1 pm genau angegeben. Deshalb muss das Wellenlängenmessgerät mit mindestens 3 Interferometern betrieben worden sein. Die zusätzliche Unsicherheit der Laserwellenlängenmessung ist daher vermutlich vernachlässigbar. Auch weitere Unsicherheiten wie die in Kap. 5.4.4 diskutierte Nichtanpassung der Bunchfrequenz werden hier vernachlässigt, da in den Laborbüchern keine Anzeichen dafür zu finden sind. Ganz ausgeschlossen ist sie dennoch nicht. Die Elektronenraumladungskorrektur

⁴Kluft vermutete in seiner Dissertation, dass die Raumladungskorrektur einen größeren Fehlerbeitrag liefert als die Spannung nach Kalibration mit dem DVM [Kla94b, S.79]. Die Ergebnisse dieser Arbeit deuten aber vielmehr auf einen vernachlässigbaren Fehler in der Raumladungskorrektur und eine dominante Unsicherheit in der Spannungskalibration hin.

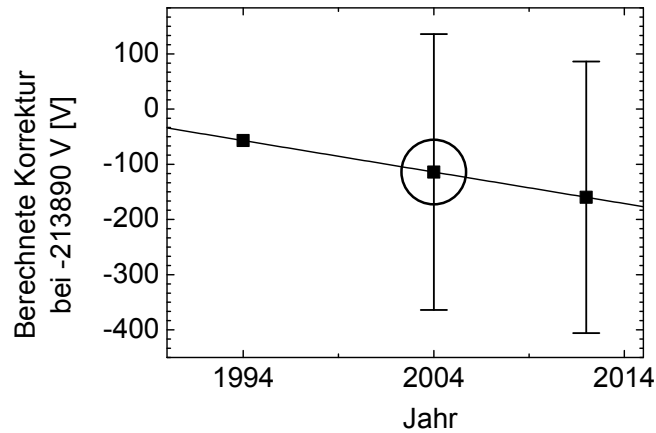


Abb. 7.3: Zeitliche Interpolation der Spannungskorrektur des Setzwertes des Elektronenkühlers bei $U_{\text{set}} = -213.890 \text{ V}$. Ausgehend von der auf Seite 145 für 1994 genannten Korrektur von -32 V bei $U_{\text{set}} = -120 \text{ kV}$ wird durch lineare Extrapolation eine Korrektur von -57 V bei $U_{\text{set}} = -213.890 \text{ V}$ abgeschätzt (linker Datenpunkt) und ohne Fehlerbalken gezeichnet. Der für 2012 bestimmte Wert rechts stammt aus Tab. 5.2. Der Wert für 2004 wird zu $-114(244) \text{ V}$ interpoliert, wobei die Unsicherheit des 2012 gemessenen Wertes übernommen wurde.

nach Gl.(5.16) mit dem berechneten Proportionalitätsfaktor φ_{rech} aus der vorletzten Zeile von Tab. 5.1 und die Ionenraumladungskorrektur nach Gl. (5.22) wurden berücksichtigt. Eine Kalibrationskorrektur wurde für den ersten Datenpunkt “Sanchez” noch nicht angewendet. Diese ist im zweiten Datenpunkt berücksichtigt. 2004 war der Spannungssetzwert $U_{\text{set}} = -217.010 \text{ V}$. Die anzuwendende Kalibrationskorrektur wird hier zwar für $U_{\text{set}} = -213.890 \text{ V}$ berechnet, diese sollte aber in guter Näherung auch für $U_{\text{set}} = -217.010 \text{ V}$ gelten. Um diese für 2004 zu erhalten, wird die in Abb. 7.3 dargestellte zeitliche Interpolation zwischen den zwei Spannungsmessungen von 1994 und 2012 verwendet. Darin wurde aus der oben genannte Korrektur für 1994 von -32 V bei $U_{\text{set}} = -120 \text{ kV}$ auf -57 V bei $U_{\text{set}} = -213.890 \text{ V}$ extrapoliert. Für 2012 wurde der Wert aus Gl. (5.12) verwendet. Es wird angenommen, dass die Unsicherheit all dieser Extrapolationen vernachlässigbar ist gegen die 244 V Unsicherheit von 2011. Deshalb wird der Spannungsfehler aus 2011 für den Wert in 2004 einfach übernommen.

Die letzten zwei Datenpunkte in Abb. 7.2 sind die in Kap. 7.1 und 7.2 diskutierten Resultate aus der Strahlzeit 2011 ohne und mit Spannungskorrekturen. Dabei ist der mit “**U unkalib.**” bezeichnete Datenpunkt von 2011 inklusive Raumladungskorrektur analog zu “U kalibriert”, nur wurde für die Spannungskorrektur 0 V verwendet. Es wird kein Spannungsfehler für die so ermittelte Wellenlänge angegeben.

7.4 Separation des Kalibrationsfehlers

Die Spannungskalibration limitiert die Genauigkeit der Ruhewellenlänge des wasserstoff- und des lithiumähnlichen Bismuts. Es ist daher sinnvoll, den Fehler der Kalibration ΔU_{Kalib} separiert von den beiden anderen Fehlern $\Delta \lambda_{\text{Lab}}$ und ΔU_{ESR} darzustellen. Dies ist in Abb. 7.4 (a) für das wasserstoffähnliche Bismut und in Abb. 7.4 (b) für das lithiumähnliche Bismut erfolgt. In beiden Abbildungen ist die Wellenlänge der Hyperfeinübergänge als Funktion der ‘‘Fehlkalibration‘‘ ΔU aufgetragen. Dazu wurde die Spannungsabhängigkeit der ermittelten Wellenlänge in der Form

$$\lambda_{0,x} = \lambda_{0,x}(\Delta U = 0) + \Delta U \cdot \left. \frac{\partial \lambda_{0,x}}{\partial \Delta U} \right|_{\Delta U=0}$$

linearisiert. Der konstante Term ist die Ruhewellenlänge des entsprechenden Übergangen aus Gl. (7.5) und (7.6), und nimmt an, dass die verwendete Spannungskalibration korrekt ist. Der in ΔU lineare Term berücksichtigt eine Fehlkalibration der Spannung. Die differentiellen Wellenlängenverschiebungen $\partial \lambda / \partial U$ wurden der Einfachheit halber nicht analytisch berechnet, sondern numerisch. Dazu wurden mit Hilfe der Gl. (7.1), (7.2) und (7.3) die Funktionen $\lambda_{0,x}(\Delta U)$ berechnet und die Differenzquotienten

$$\left. \frac{\partial \lambda_{0,x}}{\partial \Delta U} \right|_{\Delta U=0} \approx \frac{\lambda_{0,x}(\Delta U_{\text{Kalib}}) - \lambda_{0,x}(-\Delta U_{\text{Kalib}})}{2 \cdot \Delta U_{\text{Kalib}}}$$

als Näherung verwendet. Der Fehler durch diese Form der Linearisierung kann vernachlässigt werden. Die Gleichungen für die beiden Geraden lauten

$$\lambda_{0,\text{H}}(\Delta U) = 243,747(16) \text{ nm} + \Delta U \cdot 0,4739 \text{ pm/V} \quad (7.7)$$

und

$$\lambda_{0,\text{Li}}(\Delta U) = 1554,744(98) \text{ nm} - \Delta U \cdot 3,023 \text{ pm/V}, \quad (7.8)$$

wobei sich die Unsicherheiten der jeweiligen konstanten Terme aus $\Delta \lambda_{\text{lab}}$ und ΔU_{ESR} ableiten. Es sei darauf hingewiesen, dass im Wert von $\lambda_{0,\text{Li}}$ auch der Effekt durch die fehlangepasste Bunchfrequenz berücksichtigt wurde. $\Delta U = 0$ bezieht sich also auf die ‘‘virtuelle‘‘ Beschleunigungsspannung U_{virt} der Elektronen, die sich aus

$$U_{\text{virt}} = U_{\text{eff}} + \Delta U_{\text{bunch}}$$

ergibt. U_{virt} entspricht der Potentialdifferenz, die ein Elektron hätte durchlaufen müssen, um die von der HF-Frequenz vorgegebene Geschwindigkeit der Ionen zu erhalten. Im Falle des wasserstoffähnlichen Bi^{82+} wird angenommen, dass die Bunchfrequenz an die freie Umlauffrequenz korrekt angepasst war. Damit ist $\Delta U_{\text{bunch}} = 0(0) \text{ V}$ und es gilt $U_{\text{virt}} = U_{\text{eff}}$. Alle notwendigen Werte zur Bestimmung dieser Gleichungen

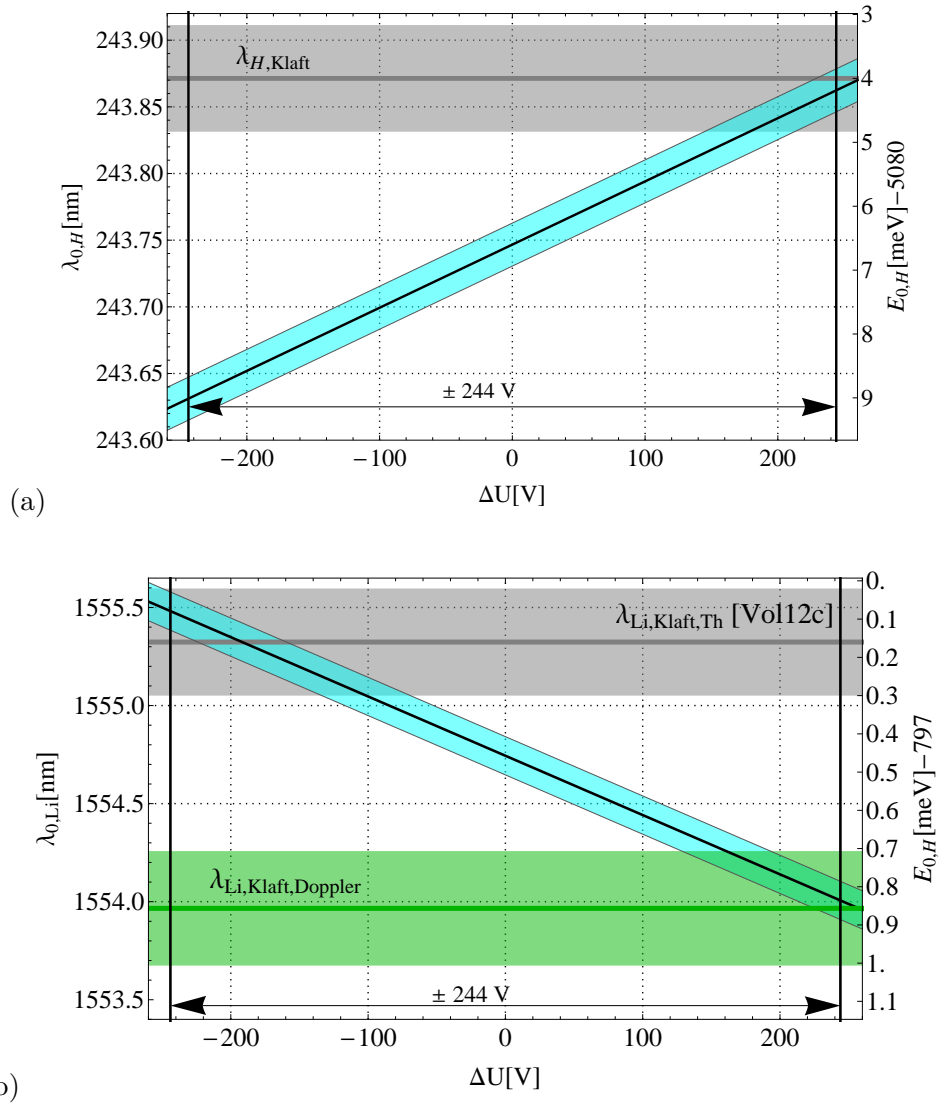


Abb. 7.4: (a) Experimentell bestimmte Wellenlänge des Hyperfeinüberganges in wasserstoffähnlichen Bi^{82+} $\lambda_{0,H}(\Delta U)$ in Abhängigkeit des Kalibrationsfehlers der Elektronenkülerspannung ΔU (—) nach Gl. (7.7). Der blau hinterlegte Bereich repräsentiert die kalibrationsunabhängigen Unsicherheiten. Der obere waagrechte Balken ($\lambda_{H,\text{Klaft}}$) entspricht dem Wert mit der angegebenen Unsicherheit aus [Kla94b]. Die Unsicherheit aus der Kalibration von $\Delta U = \pm 244 \text{ V}$ ist durch den Pfeil und die senkrechten schwarzen Linien gekennzeichnet. Auf der rechten y-Achse sind die Wellenlängen in Energien umgerechnet.

(b) Analog zu (a) für lithiumähnliches Bi^{80+} die Fkt. $\lambda_{0,\text{Li}}(\Delta U)$. Die beiden waagrechten Balken werden im Text erklärt.

sind in Tab. 8.2 zusammengefasst. Die Geradengleichungen sind in den Graphen in Abb. 7.4 dargestellt. Der blaue Balken entspricht der verbleibenden Unsicherheit bei Vernachlässigung der Kalibrationsunsicherheit. Die senkrechten schwarzen Linien begrenzen den 1σ -Bereich der abgeschätzten Kalibrationsunsicherheit der mit dem Doppelpfeil im unteren Bildbereich noch einmal dargestellt ist.

Im Falle einer Neukalibration des Netzgerätes und der Rekonstruktion der tatsächlichen Kühler- (beziehungsweise virtuellen) Spannung während der Strahlzeit, könnte man aus diesen linearen Zusammenhängen die tatsächliche Ruhewellenlänge extrahieren. Eine Spannungsrekonstruktion wird allerdings dadurch erschwert, dass das Hochspannungsgerät Anfang 2013 vom Hersteller Heinzinger gewartet werden musste. Es ist möglich, dass sich dadurch Spannungsänderungen ergaben. In Zukunft ausgeführte Kalibrationen lassen sich also nur bedingt auf den Zustand während der Strahlzeit übertragen.

In Abb. 7.4 (a) ist außerdem der Wert für die Ruhewellenlänge des wasserstoffähnlichen Bismut und dessen Unsicherheit aus den Messungen von 1993 [Kla94a] dargestellt. Die Funktion $\lambda_{0,H}(\Delta U)$ schneidet den Wert aus [Kla94a] erst knapp oberhalb des 1σ -Bereiches.

Unter Verwendung der Wellenlänge aus [Kla94a] haben Volotka und Mitarbeiter die erwartete Wellenlänge des lithiumähnlichen Bi^{80+} berechnet [Vol12c]⁵. Dieser Wert, dessen Genauigkeit durch die Unsicherheit der Wellenlänge aus [Kla94a] limitiert ist, ist zum Vergleich in Abb. 7.4 (b) als der obere waagrechte Balken ($\lambda_{\text{Li,Klaft,Theorie}}$) dargestellt. Da dieser Wert unabhängig von diesem Experiment und der verwendeten Spannungskalibration ist, weist er keine Abhängigkeit von ΔU auf. Ein zweiter aus [Kla94a] abgeleiteter Wert für die Wellenlänge in Bi^{80+} ist in der Abbildung mit

$$\lambda_{\text{Li,Klaft,Doppler}} = 1553,97(29) \text{ nm} \quad (7.9)$$

eingetragen. Dieser beruht auf der in Kap. 5.6 durchgeführten Geschwindigkeitsbestimmung der Bi^{82+} -Ionen unter Verwendung der Ruhewellenlänge aus [Kla94a]. Die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den Messungen an wasserstoffähnlichen und denen am lithiumähnlichen Bismut $\Delta\beta = \beta_{82+} - \beta_{80+}$ sollte gemäß der dort geführten Diskussion allein durch die Nichtanpassung der Bunchfrequenz und der dazu äquivalenten Spannungskorrektur $\Delta U_{\text{bunch}} = 67(5) \text{ V}$ gegeben sein. Die nicht vollständig kompensierte Raumladungsänderung durch die Elektronenstromänderung von 3 V wird hier vernachlässigt. Die daraus resultierende Differenz der Geschwindigkeiten wurde mit

$$\Delta\beta_{\text{bunch}} = \beta(U_0) - \beta(U_0 + \Delta U_{\text{bunch}}) = 0,0065 \%$$

berechnet, wobei $U_0 = -214.030 \text{ V}$ eingesetzt wurde. Hier ist zu betonen, dass $\Delta\beta_{\text{bunch}}$

⁵Siehe auch letzte Zeile in Tab. 2.1 und Gl. (2.6).

in guter Näherung konstant über einen großen Bereich von U_0 ist. Deshalb ist die mit

$$\beta_{80+} = \beta_{82+} - \Delta\beta_{\text{bunch}}$$

bestimmte Geschwindigkeit in guter Näherung unabhängig von der Kalibration der Elektronenkühlerspannung. Die Unsicherheit in Gl. (7.9) ist dominiert von der Unsicherheit der Wellenlängen aus [Kla94a]. Die beiden auf der Wellenlänge von [Kla94a] basierenden Berechnungen könnten jede für sich mit dem hier bestimmten Wert für die Übergangswellenlänge vereinbar sein; miteinander sind sie aber mit großer Signifikanz unvereinbar. Dieser unerwartete Befund deutet auf Ungereimtheiten in den experimentellen Daten oder den Rechnungen hin und wird im nächsten Kapitel weiter diskutiert.

8 Analyse der spezifischen Differenz $\Delta'E$ zum Test der QED

Die genaue Bestimmung der Übergangswellenlängen des Grundzustand-Hyperfeinüberganges in wasserstoff- und lithiumähnlichen Ionen soll einen präzisen Test der QED in starken magnetischen Feldern ermöglichen. Durch den Vergleich der beiden Werte wird der Einfluss des Bohr-Weisskopf-Effektes minimiert. Im Folgenden wird die Signifikanz dieses Tests anhand der in dieser Arbeit bestimmten Wellenlängen bestimmt und die Konsistenz der erhaltenen Daten geprüft.

8.1 Experimentelle Bestimmung der spezifischen Differenz $\Delta'E$

Die für den QED-Test relevante spezifische Differenz [Sha01]

$$\Delta'E = \Delta E^{(2s)} - \xi \Delta E^{(1s)}$$

mit $\xi = 0,16886$ [Vol09] errechnet sich aus den Energien der HFS-Übergänge, statt den bisher verwendeten Wellenlängen. Dabei stehen die Symbole $1s$ und $2s$ für die jeweiligen Grundzustände im Bi^{82+} und Bi^{80+} . Zur Umrechnung wird die Beziehung

$$\Delta'E [\text{in meV}] = \frac{hc \cdot 10^3}{e \cdot 10^{-9}} \left(\frac{1}{\lambda_{0,\text{Li}} [\text{in nm}]} - \xi \frac{1}{\lambda_{0,\text{H}} [\text{in nm}]} \right)$$

verwendet, wobei h das Plancksche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit und e die Elementarladung ist. Unter Verwendung der früher diskutierten und in Tab. 7.2 zusammengestellten Unsicherheiten ergibt sich für die experimentell bestimmte spezifische Differenz

$$\begin{aligned} \Delta'E &= -61,466 \underbrace{(786)}_{\Delta U_{\text{Kalib}}} \underbrace{(042)}_{\Delta U_{\text{ESR,H}}} \underbrace{(040)}_{\Delta U_{\text{ESR,Li}}} \underbrace{(038)}_{\Delta \lambda_{\text{lab,H}}} \underbrace{(030)}_{\Delta \lambda_{\text{lab,Li}}} \text{ meV}. & (8.1) \\ &= -61,466 (789) \text{ meV}. \end{aligned}$$

Dabei sind die Beiträge aus den Unsicherheiten von $\lambda_{0,H}$ und $\lambda_{0,Li}$ getrennt dargestellt. Die verwendeten Werte sind in Tab. 8.3 aufgelistet. Darin ist λ_{lab} die gemessene Laborwellenlänge des Übergangs, U_{set} die gesetzte Spannung im HKR, I_{e^-} der Elektronenkühlerstrom und U_{virt} die geschwindigkeitsbestimmende Spannung, die die Elektronen durchlaufen müssten, um die gleiche Geschwindigkeit zu erhalten, wie die errechnete der Ionen. 2011 ist in der Unsicherheit von U_{virt} auch die Reproduzierbarkeit berücksichtigt, λ_0 die berechnete Übergangswellenlänge und die letzte Spalte gibt die relative Abweichung von [Kla94a] an. Zur besseren Übersicht wird auch hier wieder die Fehlerrechnung in Abb. 8.1 graphisch dargestellt. Der Gesamtfehler wurde durch quadratische Summation der fünf Einzelfehler ermittelt. Der Fehler durch die Spannungskalibration ist eine Größenordnung größer als die restlichen Fehler und dominiert damit den Gesamtfehler. Auch hier kann man den Spannungsfehler separieren und $\Delta'E$ als lineare Funktion von ΔU schreiben. Man erhält

$$\begin{aligned}\Delta'E &= \Delta'E_{exp} (\Delta U = 0 \text{ V}) + \Delta U \cdot \frac{\partial \Delta'E}{\partial U} \\ &= -61,466(76) \text{ meV} + \Delta U \cdot 3,221 \mu\text{eV/V},\end{aligned}\quad (8.2)$$

wobei sich die Unsicherheit des konstanten Terms aus $\Delta\lambda_{lab}$ und ΔU_{ESR} zusammensetzt. Der Fehler der Linearisierung ist vernachlässigbar gegenüber der Unsicherheit des konstanten Terms. Dies wurde überprüft, indem die Sekantensteigung für mehrere Spannungsdifferenzen zwischen 1 V und 240 V bestimmt wurde. Der konstante Term kann nun mit der theoretischen Berechnung aus [And12]

$$\Delta'E_{th} = -61,320 \underbrace{(4)}_{\text{QED}} \underbrace{(5)}_{\text{nucl.}} \text{ meV} \quad (8.3)$$

verglichen werden. Dabei stammt der erste Fehlerbeitrag aus den Unsicherheiten der QED-Berechnung und der zweite Beitrag aus den verbleibenden Unsicherheiten wie insbesondere die des unbekanntes Einflusses einer möglichen Kernpolarisation durch die zusätzlichen Elektronen im lithiumähnlichen Bismut.

Die Funktion aus Gl. (8.2) ist in Abb. 8.2 gezeigt. Wie zuvor in Abb. 7.4 ist der blau eingefärbte Bereich um die Gerade das Fehlerband aufgrund von $\Delta\lambda_{lab}$ und ΔU_{ESR} . Die Spannungskalibrationsunsicherheit ist durch die senkrechten schwarzen Linien dargestellt. Zum Vergleich sind auch die theoretischen Ergebnisse für $\Delta'E$ mit und ohne QED-Korrekturen eingetragen [And12, Vol12c]. Der experimentelle Wert $\Delta'E_{exp}$ liegt ohne weitere Kalibrationskorrektur ($\Delta U = 0 \text{ V}$) zwischen den beiden theoretischen Werten und weicht unter Berücksichtigung lediglich des kalibrationsunabhängigen Fehlers um etwa 2σ von der vollen theoretischen Berechnung ab. Bei Berücksichtigung der großen Kalibrationsunsicherheit ist der Wert aber mit der Theorie verträglich. Ein Test des QED-Beitrages ist damit nicht möglich. Auch die Wellenlänge des lithiumähnlichen

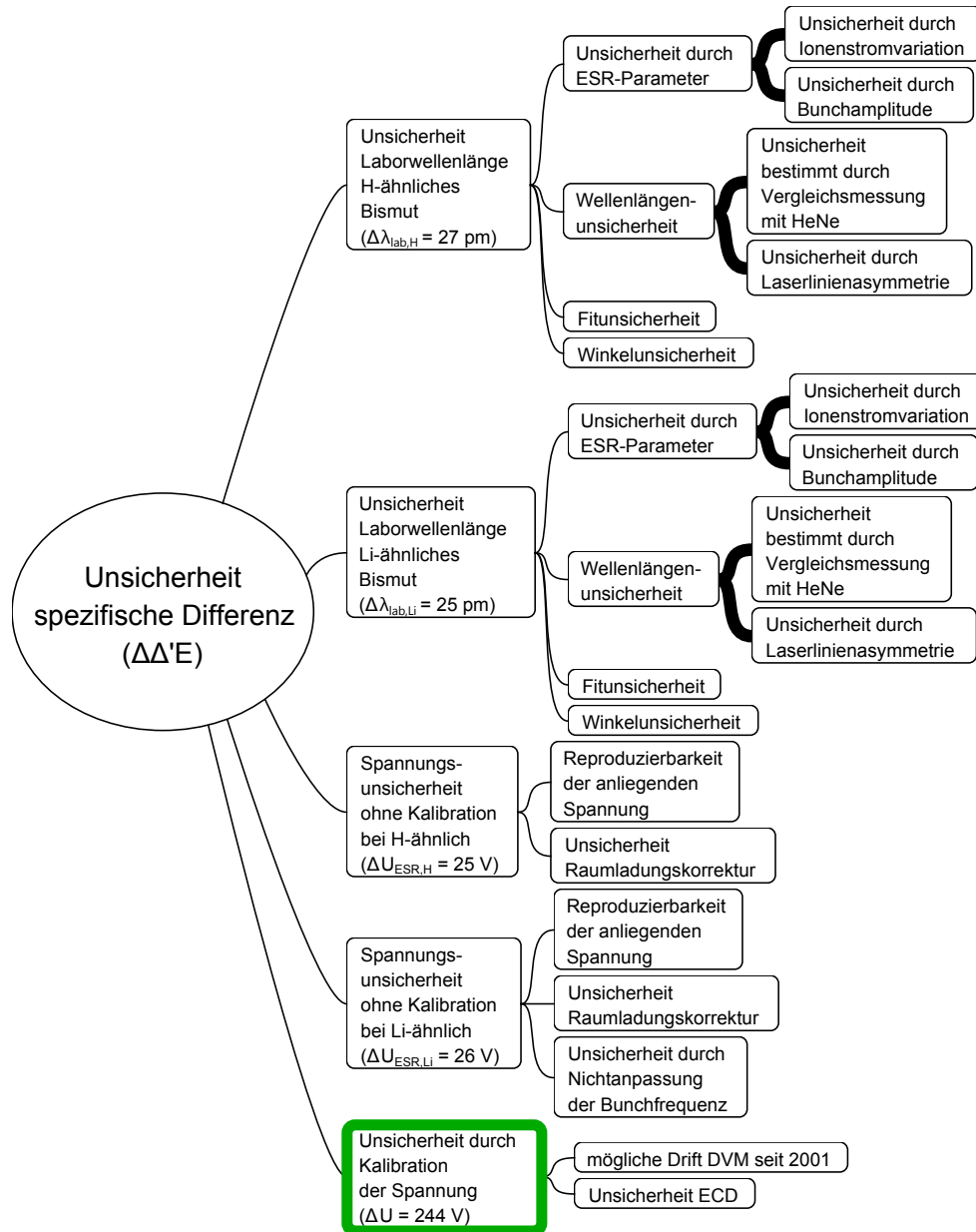


Abb. 8.1: Übersicht der Fehlerfortpflanzung aller Beiträge die in den Fehler der spezifischen Differenz $\Delta\Delta'E$ eingehen, analog zu Abb. 7.1. Auch hier werden nur Beiträge mit fett gezeichneten Verbindungen linear addiert. Ein Fehler in $\Delta'E$ von $1 \mu\text{eV}$ kann durch $0,69 \text{ pm}$ Laborwellenlängenfehler oder $0,6 \text{ V}$ Spannungsfehler bei Bi^{82+} , durch $0,80 \text{ pm}$ oder $0,64 \text{ V}$ bei Bi^{80+} oder $0,31 \text{ V}$ bei beiden Messungen verursacht werden. Der Beitrag aus der Unsicherheit der Spannungskalibration ΔU_{kalib} , der durch den dicken Rahmen hervorgehoben ist, stellt den dominanten Beitrag zum Gesamtfehler dar und wird später parametrisiert.

Tab. 8.1: Parameter, die in die Berechnung der HFS von $^{209}\text{Bi}^{82+}$ nach unterschiedlichen, im Text beschriebenen Methoden eingehen. Die Parameter sind ebenfalls im Text beschrieben. Die erste Unsicherheit von λ_0 stammt aus $\Delta\lambda_{\text{lab}}$, die zweite ist die Gesamtunsicherheit. Der publizierte Wert von Klaf lautet $\lambda_0 = 243,87(4)$ nm; Hier wird der anhand der Zahlenwerte in [Kla94b] nachgerechnete, ungerundete Wert angegeben. Die Ergebnisse sind in Abb. 7.2 dargestellt.

Quelle	λ_{lab} [nm]	U_{set} [V]	I_{e^-} [mA]	U_{virt} [V]	λ_0 [nm]	$\lambda_0 - \lambda_{\text{Klaft}}$ $\Delta\lambda_{\text{Klaft}}$
1993, Klaf [Kla94b]	477,7947(31)	-120,048	250	-119,996(60)	243,866(02)(40)	\emptyset
1993, Klaf reeval.				-120,032(28)	243,842(02)(19)	-0,6
1998, Winter [Win99]		-163,740		(16)	243,856(??)(19)	-0,2
2004, U kalibriert	594,833(14)	-217,010	250	-217,135(247)	243,783(006)(116)	-2,1
2004, U unkalibriert				-216,975(?)	243,858(006)(?)	-0,2
2011, U kalibriert	591,183(26)	-213,900	200	-214,033(247)	243,747(011)(117)	-3,0
2011, U unkalibriert				-213,873(?)	243,823(011)(?)	-1,2

Tab. 8.2: Werte der Berechnung der Ruhewellenlängen λ_0 und der spezifischen Differenz aus der Strahlzeit 2011. λ_{lab} ist die gemessene Laborwellenlänge, U_{set} die gesetzte Elektronenkühlerspannung im ESR, Φ_{ges} die Raumladungskorrektur durch Elektronen- und Ionenstrahl (Kap. 5.4.1). ΔU_{bunch} ist eine Korrektur, die der Nichtanpassung der Bunchfrequenz bei der Spektroskopie von Bi^{80+} Rechnung trägt (5.4.4). Die Wellenlängenunsicherheiten $\Delta\lambda_x$ sind hier bereits ins Ruhesystem der Ionen als $\Delta\lambda_{0,x}$ transformiert. Der Fehler von λ_0 ist wiederum die quadratische Summe der Einzelwerte, $d\lambda_0/d(\Delta U)$ ist die Geradensteigung in Abb. 7.4.

	λ_{lab} [nm]	U_{set} [V]	Φ_{ges} [V]	ΔU_{bunch} [V]	λ_0 [nm]	$\Delta\lambda_{0,\text{lab}}$ [pm]	$\Delta\lambda_{0,\text{ESR}}$ [pm]	$\Delta\lambda_{0,\text{kal}}$ [pm]	$d\lambda_0/d(\Delta U)$ [pm/V]
Bi^{82+}	591,1830(261)	-213,900	27,2	0	243,747(117)	11	12	116	0,4739
Bi^{80+}	641,1122(241)	-213,890	19,4	67	1554,744(744)	58	78	738	3,023

Tab. 8.3: Verwendete Werte zur Berechnung der spezifischen Differenz $\Delta'E$.

	U_{virt} [V]	ΔU_{ESR} [V]	λ_{Lab} [nm]
Bi^{82+}	-214.033(244)	25	591,1830(621)
Bi^{80+}	-213.964(244)	26	641,1122(246)

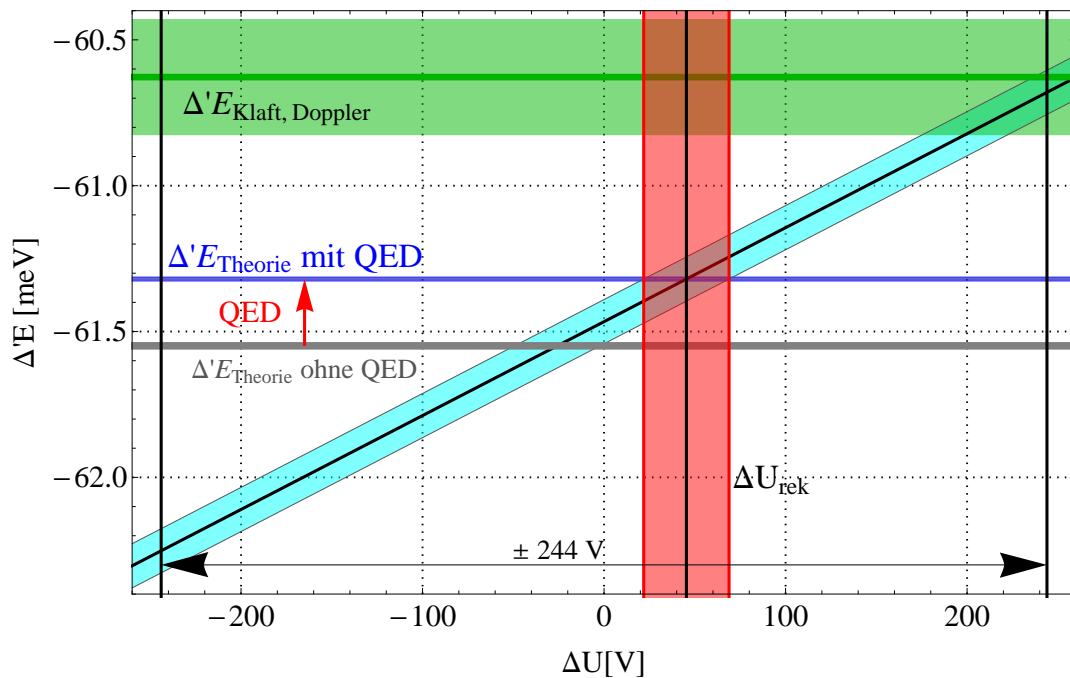


Abb. 8.2: Die spezifische Differenz $\Delta'E$ in Abhängigkeit des Hochspannungs-Kalibrationsfehlers ΔU . Der schmale waagerechte Balken ist der von Andreev vorhergesagte Wertebereich [And12]. Darunter ist dessen QED-Beitrag dargestellt. Der schräge Balken entspricht den hier abgeleiteten Werten. Der obere waagerechte Balken ($E'_{\text{Klaft, Doppler}}$) verwendet die publizierte Ruhewellenlänge von Bi^{82+} [Kla94a] um die Ionengeschwindigkeit in der Strahlzeit 2011 und damit die Ruhewellenlänge von Bi^{80+} zu ermitteln. Der senkrechte Balken (ΔU_{rek}) stellt den in Kap. 8.2 aus der Theorie und dem schrägen Balken abgeleiteten Spannungsbereich dar.

Bismut wurde vergleichsweise ungenau bestimmt. Sollte jedoch die Elektronenkühlerkalibration nachträglich verbessert werden, kann aus Abb. 7.4 (b) beziehungsweise Gl. (7.8) ein genauerer Wert für λ_{Li} abgelesen werden. Eventuell ist dann anhand Gl. (8.2) ein hinreichend genauer Wert für $\Delta'E$ und ein Test des QED-Beitrages ableitbar.

8.2 Rekonstruktion einer Kalibrationskorrektur

Die Linearisierung in Gl. (8.2) ist insofern bemerkenswert, als sie es erlaubt, eine Spannungskalibrationskorrektur zu bestimmen, bei der der experimentelle Wert der theoretischen Vorhersage entspricht. Dies ist anschaulich verständlich, da aufgrund der kollinearen Geometrie für Bi^{80+} und der antikollinearen Geometrie für Bi^{82+} eine Unterschätzung der Ionengeschwindigkeit ($\Delta U < 0 \text{ V}$) zu einem zu großen Wert für $\lambda_{0,\text{H}}$, aber einem zu kleinen Wert für $\lambda_{0,\text{Li}}$ führt. Der positive Term in $\Delta'E$ wird damit kleiner, der negative Wert größer und $\Delta'E$ wird negativer. Bei überschätzter Spannung ($\Delta U > 0 \text{ V}$) wächst $\Delta'E$ hingegen. Setzt man die Korrektheit von $\Delta'E_{\text{th}}$ voraus, so gilt

$$\Delta'E_{\text{th}} \stackrel{!}{=} \Delta'E_{\text{exp}} + \frac{\partial(\Delta'E)}{\partial U} \cdot \Delta U,$$

und es ergibt sich der rekonstruierte Spannungswert

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{rek}} &= \frac{\Delta'E_{\text{th}} - \Delta'E}{\frac{\partial}{\partial U}(\Delta'E)} \\ &= 45(24) \text{ V}. \end{aligned}$$

Die Unsicherheit ergibt sich direkt aus der kalibrationsunabhängigen Unsicherheit von $\Delta'E_{\text{exp}}$. Der rekonstruierte Spannungswert ist in Abb. 8.2 als senkrechter roter Balken eingezeichnet. In Kap. 7.4 wurde auf der Basis der in [Kla94a] bestimmten Ruhewellenlänge des wasserstoffähnlichen Bi^{82+} die Ionengeschwindigkeit und damit dann die Ruhewellenlänge des lithiumähnlichen Bi^{80+} berechnet. Aus den Werten $\lambda_{\text{H,Klaft}}$ und $\lambda_{\text{Li,Klaft,Doppler}}$ gemäß Gl. (7.9) kann dann ebenfalls ein Wert für die spezifische Differenz berechnet werden. Dies ergibt

$$\Delta'E_{\text{Klaft,Doppler}} = -60,63 \underbrace{(14)}_{\text{H}} \underbrace{(15)}_{\text{Li}} \text{ meV}. \quad (8.4)$$

Die erste Unsicherheit stammt dabei aus $\Delta\lambda_{\text{H,Klaft}}$, die zweite aus $\Delta\lambda_{\text{Li,Klaft,Doppler}}$. Dieser Wert mit den entsprechenden Fehlerbalken ist ebenfalls in Abb. 8.2 als grüner, waagrechter Balken eingetragen. Da zu seiner Berechnung die Kühlerspannung nicht verwendet wird, ist er von ΔU unabhängig. Es fällt auf, dass er nur unter Annahme einer sehr großen Kalibrationskorrektur von etwa 250 V mit $\Delta'E_{\text{exp}}$ in Übereinstimmung

gebracht werden kann. Dies wäre aber völlig inkompatibel zur theoretischen Vorhersage, die wie oben diskutiert gut mit $\Delta'E_{\text{exp}}$ verträglich ist und eine Kalibrationskorrektur von nur 45 V benötigt. Die Konsequenzen dieser Inkompatibilität werden im nächsten Abschnitt diskutiert.

8.3 Untersuchung der Inkonsistenzen

Das Ergebnis dieser Strahlzeit für die Übergangswellenlänge $\lambda_{0,\text{H}}$ in wasserstoffähnlichen Bi^{82+} ist trotz teilweise recht konservativ abgeschätzter Fehler nicht im Einklang mit der von Kluft publizierten Wellenlänge $\lambda_{\text{H,Kluft}}$ [Kla94a] und nur knapp mit der von Winter [Win96]. Dies zeigt sich zum einen in Abb. 7.2 und ist noch deutlicher in Abb. 7.4 (a) zu sehen. Nur die große Kalibrationsunsicherheit lässt die Ergebnisse noch vereinbar erscheinen.

Der zweite, besonders bemerkenswerte Befund ist die Diskrepanz zwischen dem theoretischen Wert für die Wellenlänge des lithiumähnlichen Bi^{80+} und dem experimentellen Wert $\lambda_{\text{Li,Kluft,Doppler}}$, die beide auf dem gleichen Wert aus [Kla94a] beruhen und unabhängig voneinander berechnet wurden. Der experimentelle Wert $\lambda_{0,\text{Li}}$ aus dieser Arbeit kann durch eine Korrekturspannung ΔU bei der Spannungskalibration nur mit *einem* der beiden Werte in Einklang gebracht werden. Analog sieht es für die spezielle Differenz $\Delta'E$ aus. Bei der Bestimmung der Letzteren ergab sich, dass bei Annahme der Korrektheit des theoretischen Wertes eine Spannungskalibration rekonstruiert werden kann, die den experimentellen Wert $\Delta'E$ mit der Theorie in Übereinstimmung bringt. Es liegt nun nahe, die so bestimmte Korrekturspannung

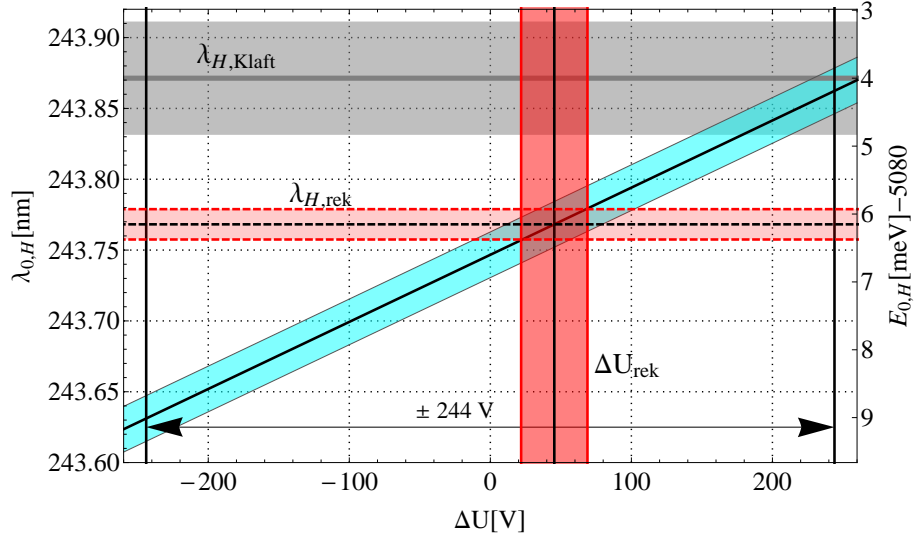
$$\Delta U_{\text{rek}} = 45(24) \text{ V}$$

in Abb. 7.4 anzuwenden, um einen verbesserten Wert für die Übergangswellenlängen der beiden Ionen zu gewinnen. Dies ist in Abb. 8.3 (a) für das wasserstoffähnliche Bismut dargestellt: Der vertikale rote Balken zeigt die Position und Unsicherheit von ΔU_{rek} . Der Kreuzungspunkt mit der Funktion $\lambda_{0,\text{H}}(\Delta U)$ markiert die Übergangswellenlänge $\lambda_{\text{H,rek}}$ und das horizontale hellrote Band die zugehörige Unsicherheit. Ganz analog ergibt sich in Abb. 8.3 unten ein neuer Wert für die Übergangswellenlänge in lithiumähnlichen Bismut:

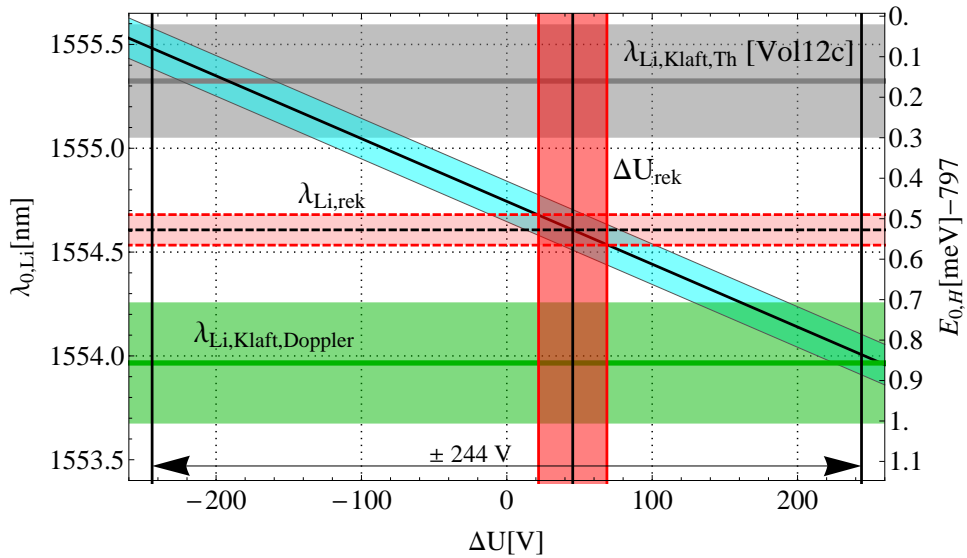
$$\lambda_{\text{H,rek}} = 243,768(11) \text{ nm} \quad (8.5)$$

$$\lambda_{\text{Li,rek}} = 1554,607(74) \text{ nm} \quad (\text{d}). \quad (8.6)$$

Die Bezeichnung (d) bezieht sich auf eine weiter unten in Abb. 8.4 verwendete Bezeichnung. Die Unsicherheiten entsprechen dabei in Näherung den Überschneidungsbereichen der Unsicherheitsbänder von $\lambda_{0,x}(\Delta U)$ und ΔU_{rek} . Die detaillierte Fehlerrechnung ist in



(a)



(b)

Abb. 8.3: Darstellung der Ruhewellenlängen für (a) das wasserstoffähnliche und (b) das lithiumähnliche Bismut als Funktion der Kalibrationskorrektur ΔU analog zu Abb. 7.4. Zusätzlich eingetragen sind in beiden Graphen die rekonstruierte Spannung ΔU_{rek} und die mit Gl. (7.7) und (7.8) daraus rekonstruierten Wellenlängen $\lambda_{x,\text{rek}}$.

Anhang B dargestellt. Anhand dieser “Rekonstruktion” konnte die Wellenlänge beider Übergänge um eine Größenordnung besser bestimmt werden. Vorausgesetzt wurde allerdings die Korrektheit der theoretischen Berechnung der spezifischen Differenz, die durch die neuen Wellenlängen gemäß Konstruktion auch erfüllt wird. In Abb. 8.3 (a) ist die klare Diskrepanz zwischen der Wellenlänge aus [Kla94a] und dem neuen Wert gut zu erkennen. Die Abweichung beträgt etwa $2,5\sigma_{\text{Klaft}}$.

Bevor auf mögliche Ursachen für diese Diskrepanz eingegangen wird, ist es sinnvoll zu überprüfen, ob die Berechnung des neuen experimentellen Wertes $\lambda_{\text{H,rek}}$ konsistent ist. Dazu sei an die eingangs erwähnte Inkonsistenz der auf dem Wert von [Kla94a] beruhenden Berechnung von $\lambda_{\text{Li,Klaft,Doppler}}$ (c) aus dem Experiment und der theoretischen Vorhersage $\lambda_{0,\text{Li,Klaft,Th}}$ (b) erinnert (s. S. 151). Die eingeklammerten Buchstaben beziehen sich auf die Bezeichnungen weiter unten in Abb. 8.4. Diese Inkonsistenz wird bei Verwendung von $\lambda_{\text{H,rek}}$ ebenfalls beseitigt. Für den Theoriewert gilt offensichtlich nach Konstruktion, dass er nun mit dem experimentellen Wert zusammenfällt. Aber auch die Ionengeschwindigkeiten sollten nun automatisch so aneinander angeglichen sein, dass sich bei der Berechnung analog zu Kap. 5.7 ein konsistenter Wert für $\lambda_{\text{Li,Klaft,Doppler}}$ ergeben muss. Beide wurden zur Kontrolle durchgeführt und ergaben

$$\lambda'_{\text{Li,Th}} = 1554,607(77) \text{ nm} \quad (\text{e}) \quad (8.7)$$

$$\lambda'_{\text{Li},\lambda_{\text{H,rek,Doppler}}} = 1554,616(68) \text{ nm} \quad (\text{f}) \quad (8.8)$$

in exzellenter Übereinstimmung mit dem rekonstruierten Wert aus Gl (8.6). Die geringfügigen Abweichungen sind vermutlich auf Rundungsfehler und die Näherung mehrerer Linearisierungen zurückzuführen. Alle drei Ergebnisse sind in Tab. 8.4 und in Abb. 8.4 zusätzlich zu den früheren Daten, die auf $\lambda_{\text{H,Klaft}}$ beruhen eingetragen. Es ist klar erkennbar, dass die verschiedenen Rechenwege im Gegensatz zu den Ergebnissen (a) bis (c) aus Kap. 7 nun konsistente Resultate liefern. Die Übereinstimmung von (d), (e) und (f) ein Indiz dafür, dass die in Kap. 5.4.4 gemachte Abschätzung der Verschiebung der Ionengeschwindigkeit beziehungsweise der virtuellen Beschleunigungsspannung in hinreichender Näherung richtig ist.

Mit der genaueren Spannungsbestimmung lässt sich auch die Wellenlänge des Bi^{82+} genauer bestimmen. Die Ergebnisse sind in Abb. 8.5 dargestellt und mit theoretischen Werten verglichen. Auf der y -Achse ist die Energie dargestellt. Die Unsicherheiten der theoretischen Werte außer [Tom00] sind deutlich größer als die der experimentellen und mit allen experimentellen Werten gut verträglich. In [Tom00] ist keine Unsicherheit angegeben und der Wert weicht deutlich sowohl von den anderen theoretischen als auch von den hier bestimmten Werten ab. Das unter Verwendung der rekonstruierten Spannung ΔU_{rek} ermittelte Ergebnis ist weder mit Klaft $\lambda_{\text{H,Klaft}} = 243,87(4) \text{ nm}$ noch mit Winter verträglich. Prinzipiell kann dies an einem Fehler bei der Messung der Laborwellenlänge oder der Spannungskalibration bei Klaft und Winter oder in der

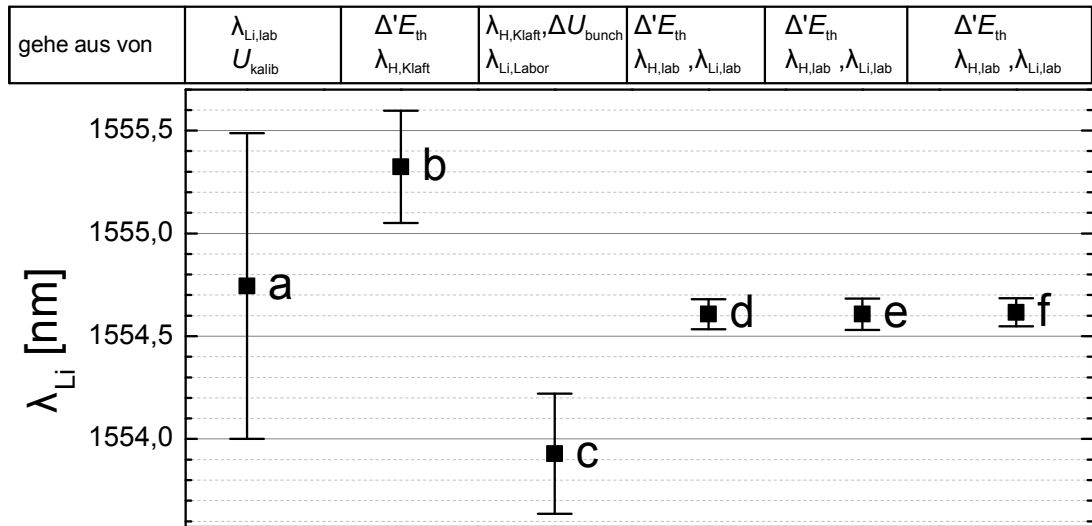


Abb. 8.4: Wellenlänge des HFS-Überganges von Bi^{80+} ermittelt mit verschiedenen Methoden. (a) entspricht Gl. (7.6), dem experimentellen Ergebnis aus der Elektronenkühlerkalibration; (b) entspricht Gl. (8.7), der Vorhersage [Vol12c] aus dem experimentellen Wert $\lambda_{\text{H,Klaft}}$ für Bi^{82+} und der Theorie; (c) entspricht Gl. (8.8), wobei die Ionengeschwindigkeit mithilfe $\lambda_{\text{H,Klaft}}$ aus [Kla94a] bestimmt wurde. Die weiteren Werte wurden in diesem Kapitel rekonstruiert. Punkt (d) entspricht Gl. (8.6) und kann bei der rekonstruierten Spannung $\Delta U = 45 \text{ V}$ in Abb. 8.3 abgelesen werden; (e) entspricht (b) mit rekonstruiertem $\lambda_{\text{H,rek}}$ statt $\lambda_{\text{H,Klaft}}$; (f) entspricht (c) mit rekonstruiertem $\lambda_{\text{H,rek}}$ statt $\lambda_{\text{H,Klaft}}$. Für (d), (e) und (f) wurde der bislang dominierende Fehlerbeitrag der Spannungskalibration eliminiert, so dass nur noch die deutlich kleineren Unsicherheiten durch die Laborwellenlängenmessung und Spannungsreproduzierbarkeit signifikant zum Gesamtfehler beitragen.

Tab. 8.4: Rekonstruierte Spannung und Wellenlängen der Übergänge in wasserstoff- und lithiumähnlichen Bismut nach verschiedenen Methoden mit den jeweiligen Abhängigkeiten von den Fehlern $\Delta\lambda_H$ und $\Delta\lambda_{Li}$. Die in die Berechnung eingehenden Fehler für $\Delta\lambda_H$ und $\Delta\lambda_{Li}$ stammen aus der Spannungsreproduzierbarkeit und Laborwellenlängenunsicherheit und entsprechen der halben Breite der diagonalen Balken in Abb. 7.4 und 8.3. Die unterschiedlichen Berechnungsmethoden werden im Text kurz und im Anhang B ausführlicher erklärt. Die Buchstaben (d)-(f) beziehen sich auf Abb. 8.4.

Name	Wert	Abweichung durch		Gesamt- unsicherheit
		$\Delta\lambda_H$	$\Delta\lambda_{Li}$	
ΔU_{rek} [V]	45	-18	16	24
$\lambda_{H,rek}$ [nm]	243,768	0,0078	0,0074	0,011
$\lambda_{Li,rek}$ (d) [nm]	1554,607	0,053	0,051	0,074
$\lambda'_{Li,Th}$ (e) [nm]	1554,607	-0,057	0,051	0,077
$\lambda'_{Li,\lambda_{H,rek},Doppler}$ (f) [nm]	1554,615	-0,050	-0,047	0,068

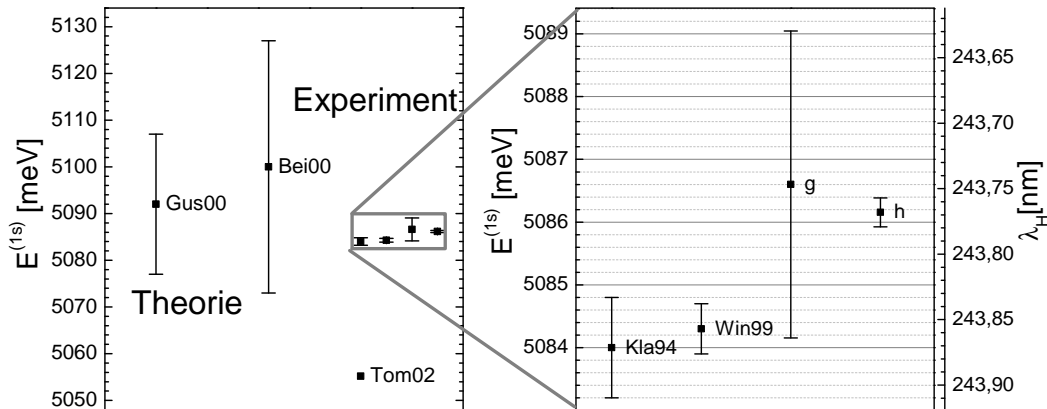


Abb. 8.5: Vergleich der Theoriewerte für die Übergangsenergie des wasserstoffähnlichen Bi^{82+} von Gustavsson [Gus00], Beier [Bei00, S. 196] und Tomaselli [Tom00] mit den experimentell ermittelten Werten nach Klaft [Kla94a] und Winter [Win99] und den zwei hier ermittelten Ergebnissen: $\lambda_{0,H}$ entspricht dem direkten experimentellen Ergebnis aus Gl. (7.5), das auf der Elektronenkühlerkalibration beruht und $\lambda_{H,rek}$ dem rekonstruierten Wert aus Gl. (8.5), bei dem von der rekonstruierten Spannung ausgegangen wurde.

Strahlzeit 2011 liegen. Aus den Daten lässt sich die erforderliche Größe der Abweichung ermitteln:

- Die experimentellen Werte weichen um $2,5 \cdot \sigma_{\text{Diff}}$, mit

$$\sigma_{\text{Diff}} = \sqrt{0,04^2 + 0,011^2} \text{ nm} = 0,041 \text{ nm}$$

voneinander ab

- Klaft gibt in seiner Dissertation [Kla94b] für sein Experiment die Effektivspannung $U_{\text{eff}} = -119.996(60) \text{ V}$ und die Laborwellenlänge $\lambda_{\text{Lab}} = 477,7947(31) \text{ nm}$ an. Aus $\lambda_{\text{H,rek}}$ und Klafts λ_{Lab} berechnet sich $U_{\text{eff,rek}} = -120.144(16) \text{ V}$. Der Betrag ist um $148(62) \text{ V}$ größer also um $2,4 \cdot \sigma_{\text{Diff}}$, mit $\sigma_{\text{Diff}} = \sqrt{60^2 + 16^2} \text{ V} = 62 \text{ V}$.
- Führt man die Differenz auf eine Fehlmessung der Laborwellenlänge zurück, und nimmt man Klafts U_{eff} und das hier rekonstruierte $\lambda_{\text{H,rek}}$ als korrekt an, dann berechnet man $\lambda_{\text{lab,rek}} = 477,604(21) \text{ nm}$, also eine Abweichung von $0,191(21) \text{ nm}$ entsprechend $9 \cdot \sigma_{\text{rek}}$ oder $62 \cdot \sigma_{\text{Lab,Klaft}}$.

Vermutet man den Fehler nur bei [Kla94a], so erscheint ein Wellenlängenmessfehler demnach äußerst unwahrscheinlich. Die Diskrepanz ist noch am ehesten auf die Spannungskalibration zurückzuführen. Da Winter [Win99] offensichtlich genauso wie Klaft keine Spannungskalibration durchgeführt hat, wäre sein mit Klaft vereinbar Wert lediglich ein Anzeichen für eine relativ konstante Kalibrationsabweichung zwischen 1993 und 1998. Allerdings ergab die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Reevaluation der Hochspannungsberechnung¹ eine Effektivspannung von $U_{\text{eff}} = -120.032(28) \text{ V}$, die gut mit dem Wert von Klaft vereinbar ist, aber noch schlechter mit $U_{\text{eff,rek}}$ von 2011. Dies lässt darauf schließen, dass die Elektronenkühlerkalibration noch immer nicht gut verstanden ist. Die auf S. 94 geäußerten Zweifel am genauen Wert von $\Delta\beta_{\text{bunch}}$, also den Effekt der Nichtanpassung der Bunchfrequenz, kann die Diskrepanz nicht erklären. Eine Vergleichsrechnung ergab, dass selbst für den Fall $\Delta\beta_{\text{bunch}} = 0$ die Diskrepanz zwar etwas kleiner würde, die Ergebnisse aber nach wie vor mit großer Signifikanz unvereinbar blieben.

Die verwendete Rekonstruktionsmethode ist in guter Näherung unabhängig von der absoluten Kalibration der Hochspannung beziehungsweise der Ionengeschwindigkeit. Vermutet man den Fehler nur in dieser Arbeit, so ist eine unterschätzte Unsicherheit in der Reproduzierbarkeit der Hochspannung beziehungsweise der Ionengeschwindigkeit oder ein Wellenlängenmessfehler denkbar. Dies erscheint jedoch angesichts der konsistenten Ergebnisse in Abb. 8.4 unwahrscheinlich.

¹für "Klaft reeval", Kap. 7.3, mithilfe einer Kalibrationsmessung von 1994, einem Jahr nach der Strahlzeit von Klaft

8.4 Fazit Ruhewellenlängen

Ein QED-Test ist aus den ermittelten Ruhewellenlängen wegen der großen Spannungsunsicherheit nicht möglich. Stattdessen kann mithilfe der QED-Rechnungen die Spannung und die Wellenlängen genauer rekonstruiert werden. Die Diskrepanz von aus $\lambda_{H,Klaft}$ von Klaft [Kla94a] abgeleiteten Werten verschwinden, wenn stattdessen die hier rekonstruierte Spannung ΔU_{rek} und die damit rekonstruierten Ruhewellenlängen $\lambda_{H,rek}$ und $\lambda_{Li,rek}$ verwendet werden. Die stattdessen erscheinende Diskrepanz von mehr als $2 \cdot \sigma$ für die Elektronenkühlerspannung im Experiment von Klaft wird damit erklärt, dass die spekulative Rekonstruktion und vermutlich auch die damalige Berechnung der Spannung fehlerbehaftet sind.

Die Auswertungen der Strahlzeit haben sich über mehr als ein Jahr hingezogen. Ein bedeutender Anteil der Zeit und Mühen wurde darauf verwendet, die Elektronenkühlerkalibration und die daraus ableitbare Ionengeschwindigkeit kritisch zu evaluieren. Dies hat sich insofern gelohnt, als dass die bislang deutlich unterschätzten systematischen Fehler bei der Bestimmung der Hochspannung aufgezeigt wurden. Genauere, kontinuierlich während der Strahlzeiten vorgenommene Spannungsmessungen sind prinzipiell möglich und sollten für zukünftige Präzisionsexperimente am ESR und an zukünftigen Speicherringen eingeplant werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden auch HFS-Übergangsraten des Bi^{80+} gemessen. Im Vergleich mit den in Kap. 2.1.4 vorgestellten Rechnungen ist daraus ebenfalls die Übergangswellenlänge ableitbar und eine weitere Konsistenzüberprüfung möglich. Diese Daten werden gegenwärtig im Rahmen der Dissertation von Jonas Vollbrecht [Vol14] ausgewertet. Ergebnisse liegen noch nicht vor.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde mit kollinearer Laserspektroskopie am experimentellen Speicherring ESR an der GSI erstmals der Hyperfeinübergang in lithiumähnlichen $^{209}\text{Bi}^{80+}$ beobachtet und dessen Ruhewellenlänge zu $\lambda_{\text{Li}} = 1554,74(74)$ nm bestimmt. Die Unsicherheit ist um zwei Größenordnungen kleiner als bei der Extraktion der HF-Aufspaltung aus Röntgenspektren [Bei98]. Das Ergebnis lehnt mit großer Signifikanz die theoretischen Ergebnisse von Tomaselli [Tom00] und Boucard [Bou00] ab, ist aber gut verträglich mit den Ergebnissen von Shabaev und Mitarbeitern [And12] und Sapirstein [Sap01].

Der erfolgreiche Nachweis ist maßgeblich auf den Einsatz eines verbesserten Nachweissystems [Ani10, Han13] zurückzuführen. Die Tatsache, dass mit dem parallel verwendeten alten Nachweissystem keine Resonanz nachzuweisen war, erklärt den Misserfolg von drei Strahlzeiten, die vor dieser Arbeit durchgeführt wurden und erübrigt die Suche nach weiteren Fehlern.

Darüber hinaus wurde für die Übergangswellenlänge des Hyperfeinübergangs in wasserstoffähnlichen $^{209}\text{Bi}^{82+}$ der Wert $\lambda_{\text{H}} = 243,74(12)$ nm gemessen, der etwa um die Größe der experimentellen Unsicherheit vom bisher publizierten Wert [Kla94a] abweicht. Prinzipiell ist durch die Messung von λ_{H} und λ_{Li} ein Test der Quantenelektrodynamik (QED) in einem bislang wenig untersuchten Regime von extremen Magnetfeldern möglich [Sha00, And12]. Dazu sind aber die hier erreichten Unsicherheiten noch zu groß.

Für die Analyse der Unsicherheiten wurde die Spannungskalibration des Elektronenkühlers erstmals kritisch evaluiert. Die dabei entdeckten, bislang unbekannt oder deutlich unterschätzten systematischen Spannungsunsicherheiten stellen den dominanten Beitrag zu den Unsicherheiten von λ_{H} und λ_{Li} . Eine Neukalibration der Spannungsversorgung des Elektronenkühlers wurde angestoßen und könnte eventuell rückwirkend die Unsicherheit verkleinern. Die Relevanz einer hinreichend genauen, ständigen Elektronenkühler-Spannungsüberwachung am bestehenden Speicherring ESR und an für FAIR geplanten Speicherringen wird mit dieser Arbeit klar belegt.

Unter Annahme der theoretischen Ergebnisse von Shabaevs Arbeitsgruppe [And12] wurde die Elektronenkühlerspannung während des Experimentes aus den gemessenen

Laborwellenlängen unabhängig von direkten Spannungsmessungen rekonstruiert. Aus der rekonstruierten Spannung wurden dann die genaueren Ruhewellenlängen

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{H}} &= 243,766(11) \text{ nm} \\ \lambda_{\text{Li}} &= 1554,593(74) \text{ nm}\end{aligned}$$

rekonstruiert. Die angegebene Genauigkeit ist nun limitiert durch die Reproduzierbarkeit der Elektronenkühler-Spannung und die Unsicherheit der Laborwellenlängenbestimmung. Die jetzt sehr signifikante Diskrepanz zu dem in [Kla94a] publizierten Wert für λ_{H} könnte auf die damals deutlich unterschätzte Spannungsunsicherheit zurückzuführen sein.

Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden auch die HFS-Übergangsraten des Bi^{80+} gemessen. Die entsprechenden Daten werden im Rahmen von Jonas Vollbrechts Dissertation ausgewertet [Vol14]. Entsprechende Genauigkeit vorausgesetzt, wird eine unabhängige Überprüfung der ermittelten Wellenlänge λ_{Li} oder ein komplementärer QED-Test möglich sein.

Aus HFS-Übergangswellenlängen von schweren wasserstoffähnlichen Ionen lassen sich die Radien der Kernmagnetisierung $\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ extrahieren. Dies stellt zumindest eine komplementäre, wenn nicht gar die einzige Methode dar, Magnetisierungsradien von schweren Kernen zu ermitteln [LU98]. Der in dieser Arbeit neu bestimmte Wert von λ_{H} in $^{209}\text{Bi}^{82+}$ hat auch einen neuen Wert von $\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ des ^{209}Bi -Kernes zur Folge. Natürlich ist die Berechnung der Magnetisierungsradien nur dann aussagekräftig, wenn die zugrundeliegenden atomphysikalischen Rechnungen inklusive QED verstanden sind. Anhand der Ergebnisse dieser Arbeit könnte auch eine Konsistenzprüfung der zugrundeliegenden Berechnungen möglich sein.

Die HFS-Spektroskopie am $\text{Bi}^{82+}/\text{Bi}^{80+}$ kann unter Umständen 2014 noch einmal am ESR durchgeführt werden. Dabei sollte die Bunchfrequenz regelmäßig an die freie Umlauffrequenz angepasst und die Elektronenkühlerspannung dauerhaft mit einem geeigneten Messgerät überwacht werden. Voraussetzung dafür ist natürlich die Beschaffung eines solchen Spannungsmessgerätes für Spannungen von $\approx -214 \text{ kV}$. Die Spannungsunsicherheit und -reproduzierbarkeit und damit die Unsicherheit der direkt bestimmten Werte für λ_{H} und λ_{Li} sollten sich dann vergleichsweise leicht um eine Größenordnung verbessern lassen. Daraus ließe sich dann ein erster QED-Test ableiten. Bei Verwendung einer genaueren Wellenlängenmessung sollte auch die rekonstruierbare Wellenlänge nochmals um mindestens eine Größenordnung genauer extrahierbar sein. Dazu sollte der verwendete Farbstofflaser auf einen schmalbandigeren Betrieb umgerüstet werden.

Im Winter 2013/14 soll der Ionenspeicherring CRYRING [Dan06] an der GSI in Betrieb genommen werden. Er verfügt über einen Elektronenkühler, der mit einer kryogenen Elektronenquelle ausgestattet ist und bei deutlich geringeren Spannungen betrieben wird als der am ESR. Am CRYRING sollte es möglich sein, Bi^{82+} nochmals deutlich genauer zu vermessen. Zusammen mit den beiden vermutlich bis dahin am ESR neu gemessenen Laborwellenlängen sollte auch die Ruhewellenlänge von Bi^{80+} λ_{Li} genauer rekonstruiert werden können.

Für das geplante SPECTRAP-Experiment zur Laserspektroskopie an gekühlten Ionen in einer Penningfalle [And10] wären genauere Vorhersagen sehr wichtig. Andjelkovic schätzt optimistisch ab, dass das Experiment mit Anregung per cw-Laser und Fluoreszenznachweis per PMT etwa $3 \cdot 10^4 \text{ s} \approx 0,5 \text{ d}$ benötigt, um die Resonanz von Bi^{80+} im hier gefundenen Wellenlängenbereich $\pm 0,074 \text{ nm}$ zu finden [And10, And13]. Die Schwierigkeiten liegen sowohl in der langen Lebensdauer als auch im technisch sehr schwierigen Nachweis von IR-Fluoreszenzphotonen. Die lange Nachweiszeit stellt eine große experimentelle Herausforderung dar. In der Praxis wird deshalb zunächst die Resonanz im Bi^{82+} untersucht werden, deren Fluoreszenz deutlich einfacher nachgewiesen werden kann. Mit dem dann um Größenordnung genauer bekannten λ_{H} lässt sich wieder über die spezifische Differenz, eine um Größenordnungen genauere Vorhersage für λ_{Li} errechnen. So ließe sich die Suchregion auf einen realistischen Bereich einschränken, ohne dass weitere Strahlzeiten an ESR oder CRYRING nötig wären.

A Kalibration der Kühlerspannung

Die Anzeigen der verschiedenen Messgeräte für die Elektronenkühlerspannung sind nicht kalibriert. Die Kalibration muss im Nachhinein vorgenommen werden. Das als Referenz verwendete Hochspannungs-Digitalvoltmeter vom Typ DVM 131 vom Hersteller Heinzinger wurde 2001 an der PTB kalibriert. Die relevanten Seiten des Kalibrierscheines sind in Abb. A.1 und A.2 abgebildet.

A.1 Messungen mit Variation der Kühlerspannung

Es wurden seit 1994 fünf verschiedene Varianten von Messungen mit Variation der Spannung durchgeführt, die ich auf verschiedene Weise kalibriert habe:

- “DVM kalibriert”: Das Hochspannungs-Digitalvoltmeter Heinzinger DVM 131 wird an das Hochspannungsterminal des Elektronenkühlers angeschlossen. Messreihenfolge: $0\text{ V} \searrow$ negative Spannung. Kalibration nach Gl. (5.7).
- “DVM kal, Strom an”: Wie “DVM kalibriert”, aber mit Kühlerstrom von 150 mA angeschaltet.
- “DVM kal. rueck”: Wie “DVM kalibriert”, aber Messreihenfolge: negative Spannung $\nearrow 0\text{ V}$.
- “proportional 10 V”: Ein Voltmeter misst die Regelspannung im Netzteil des Elektronenkühlers zwischen 0 und 10 V, die proportional zur Hochspannung ist. Der Proportionalitätsfaktor ist $10\text{ V}/320\text{ kV}$. Eine genauere Kalibration ist nicht bekannt. (Messreihenfolge \searrow)
- “ECD¹ kalibriert”: Display des Kühlernetzgerätes, das den Hochspannungswert direkt anzeigt. Kalibration nach Gl. (5.9). (Messreihenfolge \searrow)

In Abb. A.3 bis A.12 sind alle mir bekannten Kalibrationsmessungen der Spannungsversorgung des Elektronenkühlers chronologisch dargestellt. Die Ergebnisdarstellung ist in einer Matrix organisiert. Die Spalten beinhalten folgendes:

1. Messdatum

¹ “*Electron Cooler Display*”: Ein LED-Display auf der Steuereinheit des Elektronenkühlers im Elektronenkühlerkäfig.

Physikalisch-Technische Bundesanstalt

Seite 2 zum Kalibrierschein vom 19.02.2001, Kalibrierzeichen: 2828 PTB 01
Page 2 of calibration certificate of 19.02.2001, calibration mark: 2828 PTB 01


1. Kalibriergegenstand
Das Hochspannungs-Digitalvoltmeter ist ein eigenständiges Messsystem zur Messung von hohen Gleichspannungen bis 131 kV.
2. Kalibrierverfahren
Die Messeinrichtung wurde im Vergleich mit einer Normal-Messeinrichtung kalibriert.
3. Messbedingungen
Die Messeinrichtung wurde bei Gleichspannung im Bereich von 2 kV bis 120 kV bei Ablesung der Anzeige kalibriert.
Welligkeitsfaktor nach DIN EN 60 060-1: $\leq 1 \cdot 10^{-5}$.
4. Umgebungsbedingungen
Raumtemperatur: $(21 \pm 2) ^\circ\text{C}$
Rel. Luftfeuchte: $(35 \pm 10) \%$
5. Messergebnisse
 - 5.1 Linearität
Einschaltzeit der angegebenen Hochspannung jeweils zwei Minuten fortlaufend.

Messbereich	Hochspannung	Relative Abweichung (vom Messwert)		Relative Messunsicherheit (vom Messwert)
		positive Spannung	negative Spannung	
kV	kV	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
13	2	-0,1	2,2	2
13	4	-1,2	-0,1	1
13	6	-1,5	-0,8	1
13	8	-2,1	-1,0	1
13	10	-2,0	-1,3	1
13	12	-1,7	-1,1	1
13	13	-1,4	-0,8	1
130	20	1,5	3,1	2
130	30	1,0	2,1	1
130	40	0,9	1,7	1
130	50	1,0	1,6	1
130	60	0,8	1,4	1
130	70	0,9	1,3	1
130	80	1,0	1,4	1
130	90	1,2	1,5	1
130	100	1,5	1,7	1
130	110	1,8	-	1
130	120	2,2	-	1

Abb. A.1: Eine Seite des Kalibrierscheins, der die Kalibration des Heinzinger DVM 131 an der PTB im Jahr 2001 dokumentiert.

Physikalisch-Technische Bundesanstalt

Seite 3 zum Kalibrierschein vom 19.02.2001, Kalibrierzeichen: 2828 PTB 01
Page 3 of calibration certificate of 19.02.2001, calibration mark: 2828 PTB 01



5.2 Stabilität

Relative Änderung der Anzeige des Hochspannungs-Digitalvoltmeters nach Einschalten der Hochspannung von -100 kV.

Einschaltzeit min	Relative Spannungsänderung (vom Messwert) 10^{-4}
2	0,8
10	1,0
30	1,2
60	1,4
90	1,5

6. Messunsicherheit

Relative Messunsicherheit (bezogen auf den Messwert)

Linearität: s. Tabelle 5.1

Stabilität bei 100 kV: $1 \cdot 10^{-4}$

Angegeben ist die erweiterte Messunsicherheit, die sich aus der Standardmessunsicherheit durch Multiplikation mit dem Erweiterungsfaktor $k = 2$ ergibt. Sie wurde gemäß dem "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement" (ISO, 1995) ermittelt. Der Wert der Messgröße liegt im Regelfall mit einer Wahrscheinlichkeit von annähernd 95 % im zugeordneten Werteintervall.

Die Unsicherheitsangabe bezieht sich auf den Zeitpunkt der Kalibrierung und enthält keinen Anteil, der das Langzeitverhalten des Kalibriergegenstandes berücksichtigt

Abb. A.2: Eine weitere Seite des Kalibrierscheins, der die Kalibration des Heinzinger DVM 131 an der PTB im Jahr 2001 dokumentiert.

A Kalibration der Kühlerspannung

2. Graph von den Rohdaten von ein oder zwei Kalibrationsmessreihen (je nach Art der Messung in unterschiedlichen Farben)
3. Titel der ersten Messreihe
4. Graph von kalibrierten Messdaten der ersten Messreihe und eines linearen Fits
5. Kenngrößen des Fits der ersten Messreihe
6. Graph von kalibrierten Messdaten der zweiten Messreihe und eines linearen Fits
7. Kenngrößen des Fits der zweiten Messreihe

Die kalibrierten Abweichungsdaten wurden fehlergewichtet linear mit

$$f_{Set}(U_{set}) = a \cdot U_{set} + b$$

angefittet. Die Ergebnisse stehen unter den jeweiligen Graphen. a ist einheitenlos, b hat die Einheit V. Oft ist $\chi_{red}^2 \ll 1$. Das bedeutet dass die statistischen Fehler deutlich kleiner sind als der hier angenommene Fehler. Der systematische Fehler der Spannungsmessung kann aber durchaus so groß sein. Darüber hinaus zeigt der lineare Fit für $U < -100$ kV systematische Abweichungen. Deshalb ist insbesondere die lineare Extrapolation des Fits nicht angemessen und führt zu einem stark unterschätztem systematischen Fehler. Der ESR-Operator Markus Steck gab die Werte

$$\begin{aligned} a &= 4,5(1,0) \cdot 10^{-4} \\ b &= 25 \text{ V} \end{aligned} \tag{A.1}$$

an [Ste12].

A.1 Messungen mit Variation der Kühlerspannung

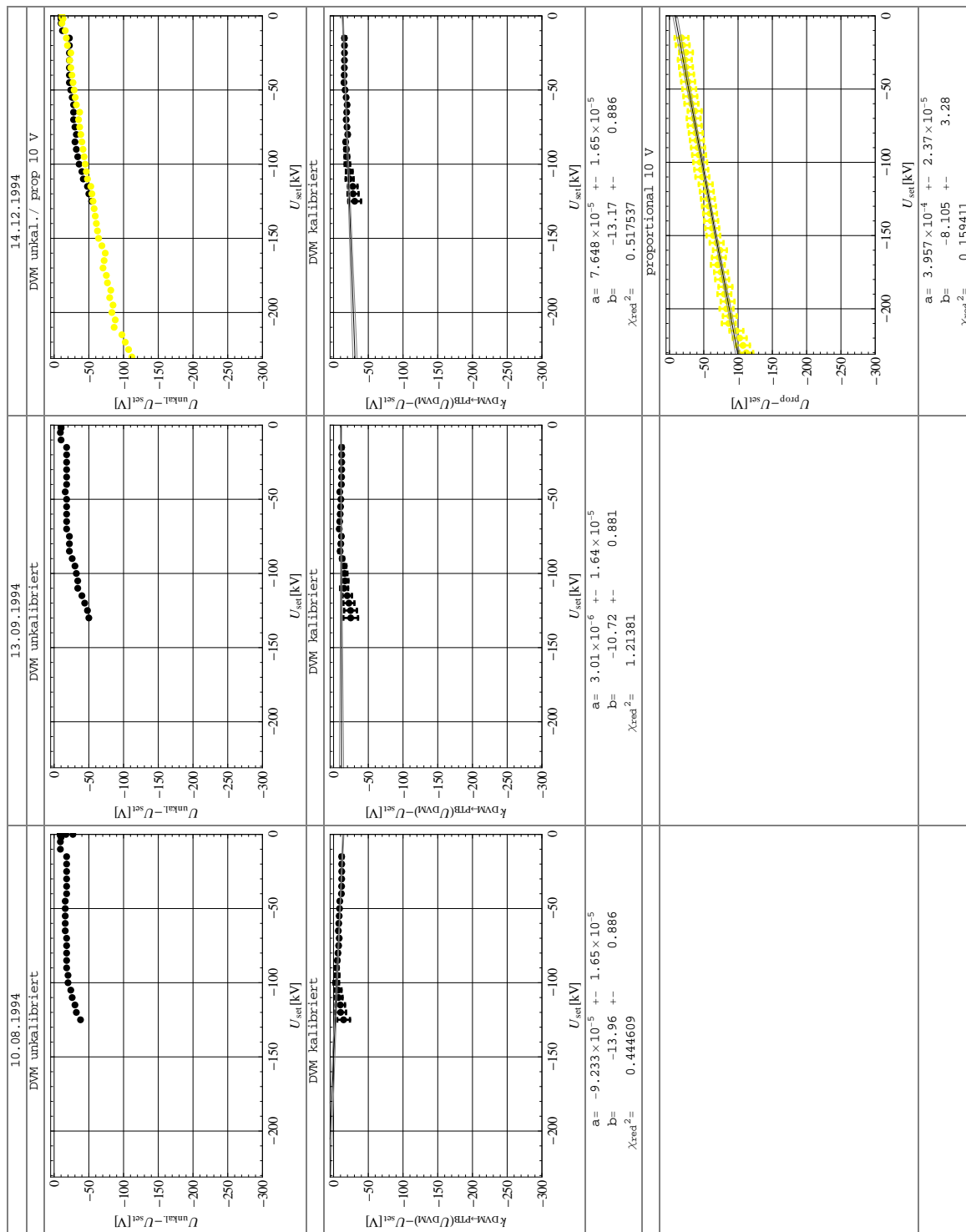


Abb. A.3: Kalibrationen der Spannungsversorgung des Elektronenkühlers von 1994. In jeder Spalte ist oben das jeweilige Messdatum angegeben. Die Messung zu “proportional 10 V” wurde an einer Niederspannung durchgeführt, die proportional zur Hochspannung ist. Weitere Erläuterungen siehe Text.

A Kalibration der Kühlerspannung

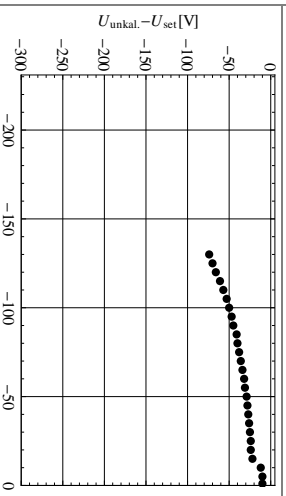
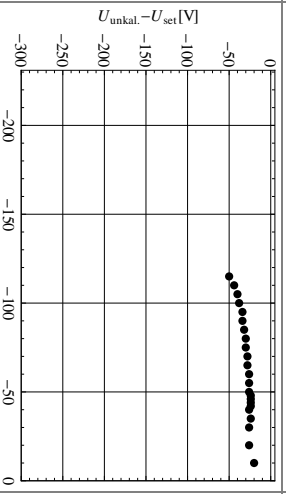
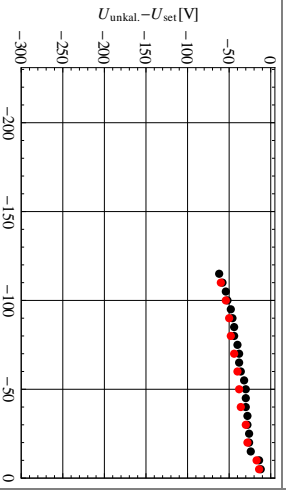
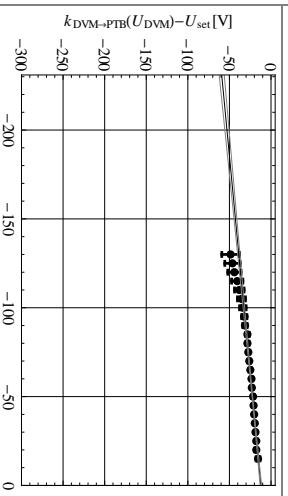
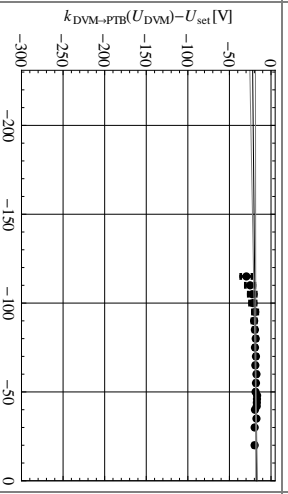
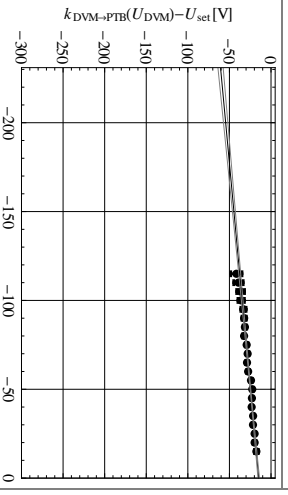
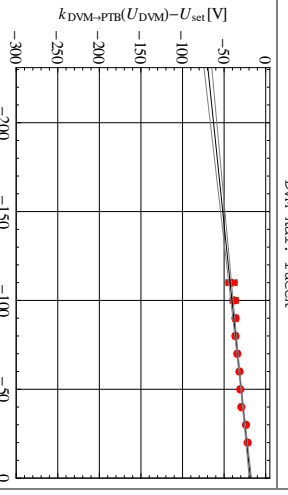
02.05.1995	21.11.1996	11.12.1996
<p>DVM unkalibriert</p> 	<p>DVM unkalibriert</p> 	<p>DVM unkalibriert</p> 
<p>DVM kalibriert</p>  <p> $a = 2.037 \times 10^{-4} \pm 1.64 \times 10^{-5}$ $b = -12.22 \pm 0.882$ $\chi_{red}^2 = 0.31685$ </p>	<p>DVM kalibriert</p>  <p> $a = 2.088 \times 10^{-5} \pm 1.82 \times 10^{-5}$ $b = -17.26 \pm 0.977$ $\chi_{red}^2 = 0.848122$ </p>	<p>DVM kalibriert</p>  <p> $a = 1.987 \times 10^{-4} \pm 1.68 \times 10^{-5}$ $b = -14.79 \pm 0.898$ $\chi_{red}^2 = 0.482157$ </p>
		<p>DVM kal., rübeck</p>  <p> $a = 2.214 \times 10^{-4} \pm 2.43 \times 10^{-5}$ $b = -18.42 \pm 1.29$ $\chi_{red}^2 = 1.39305$ </p>

Abb. A.4: Spannungskalibrationen der Spannungsversorgung des Elektronenkühlers von 1995 bis 1996.

A.1 Messungen mit Variation der Kühlerspannung

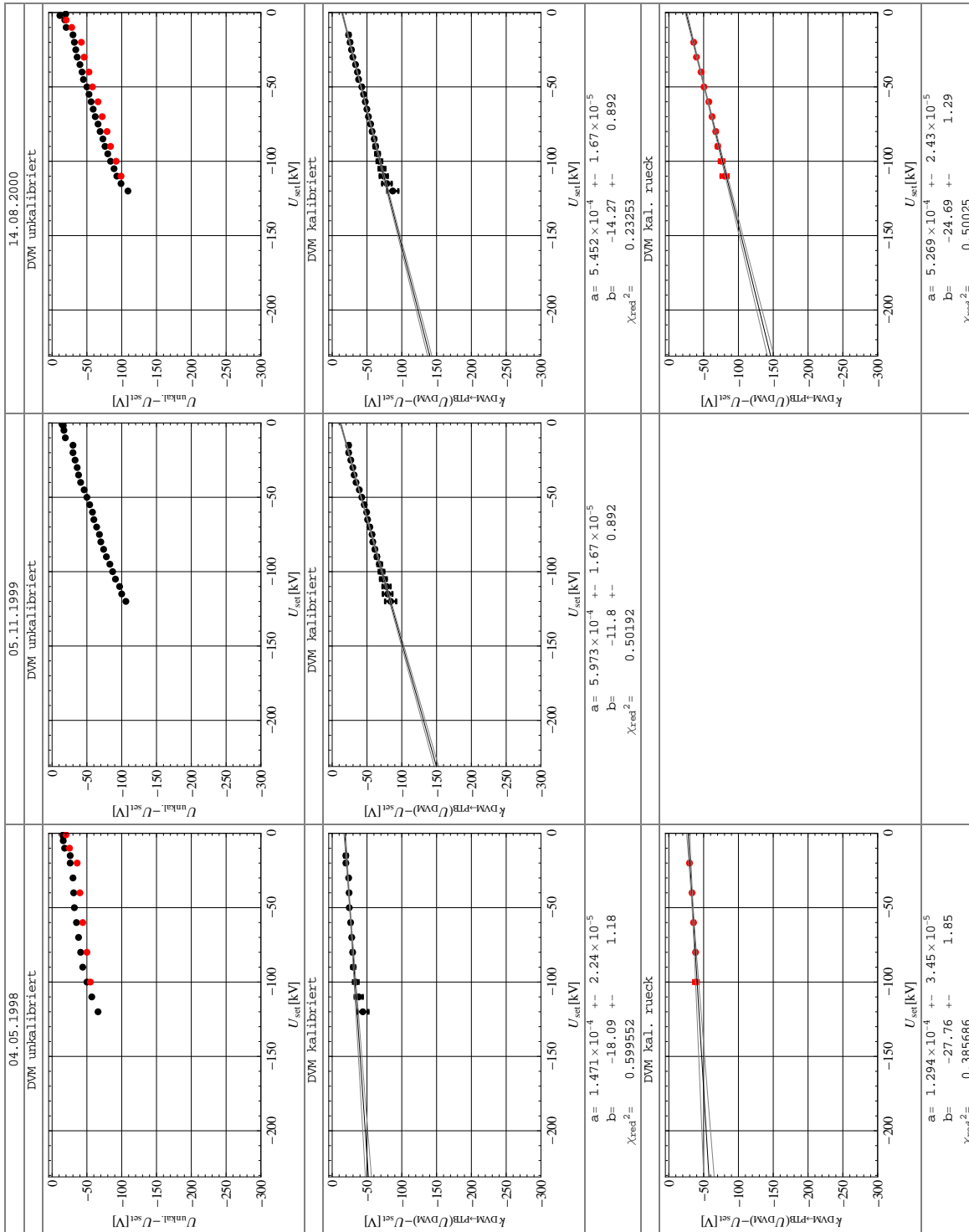


Abb. A.5: Spannungskalibrationen der Spannungsversorgung des Elektronenkühlers von 1998 bis 2000.

A Kalibration der Kühlerspannung

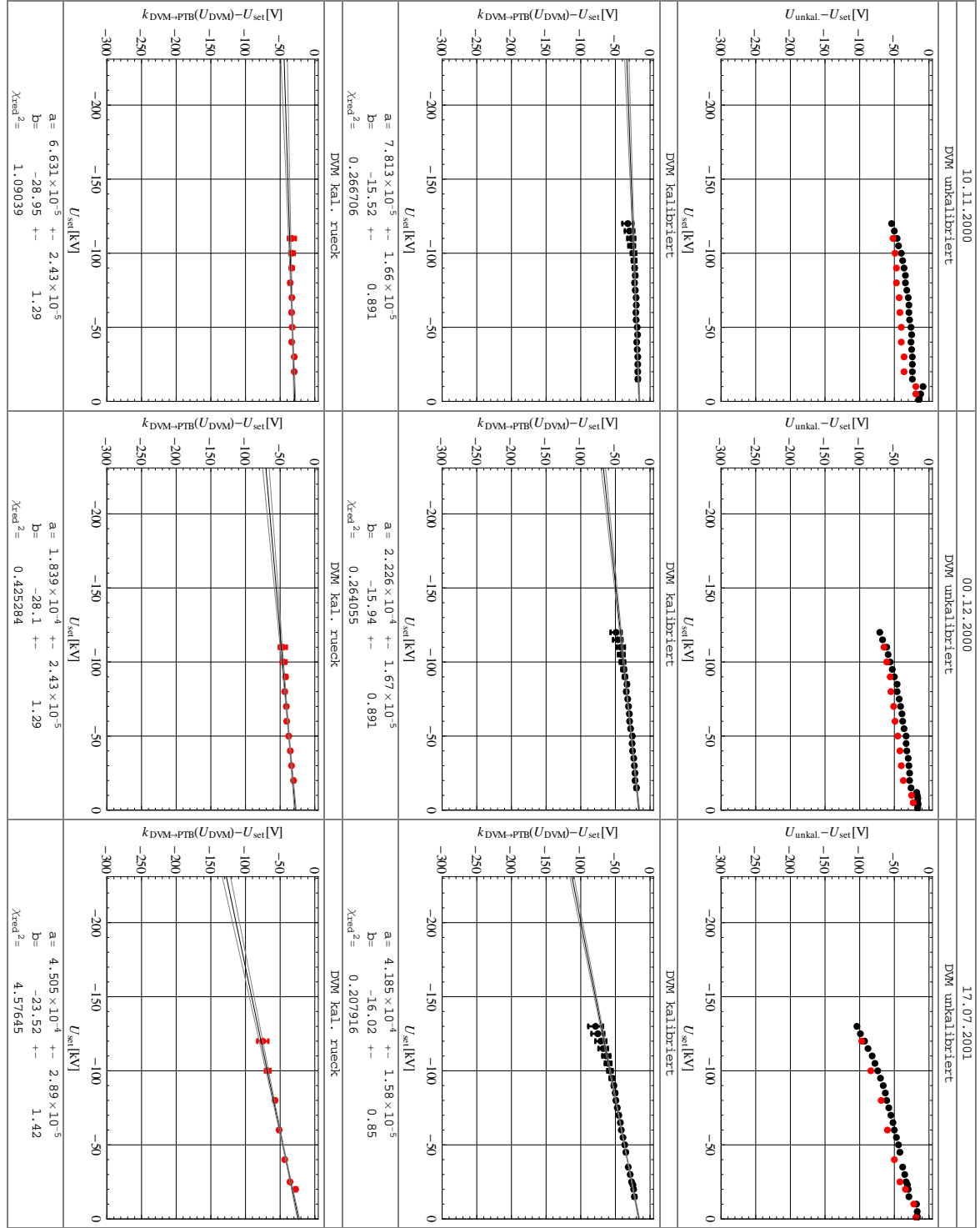


Abb. A.6: Spannungskalibrationen der Spannungsversorgung des Elektronenkühlers von 2000 und 2001. Das genaue Datum der mittleren Messung ist unbekannt.

A.1 Messungen mit Variation der Kühlerspannung

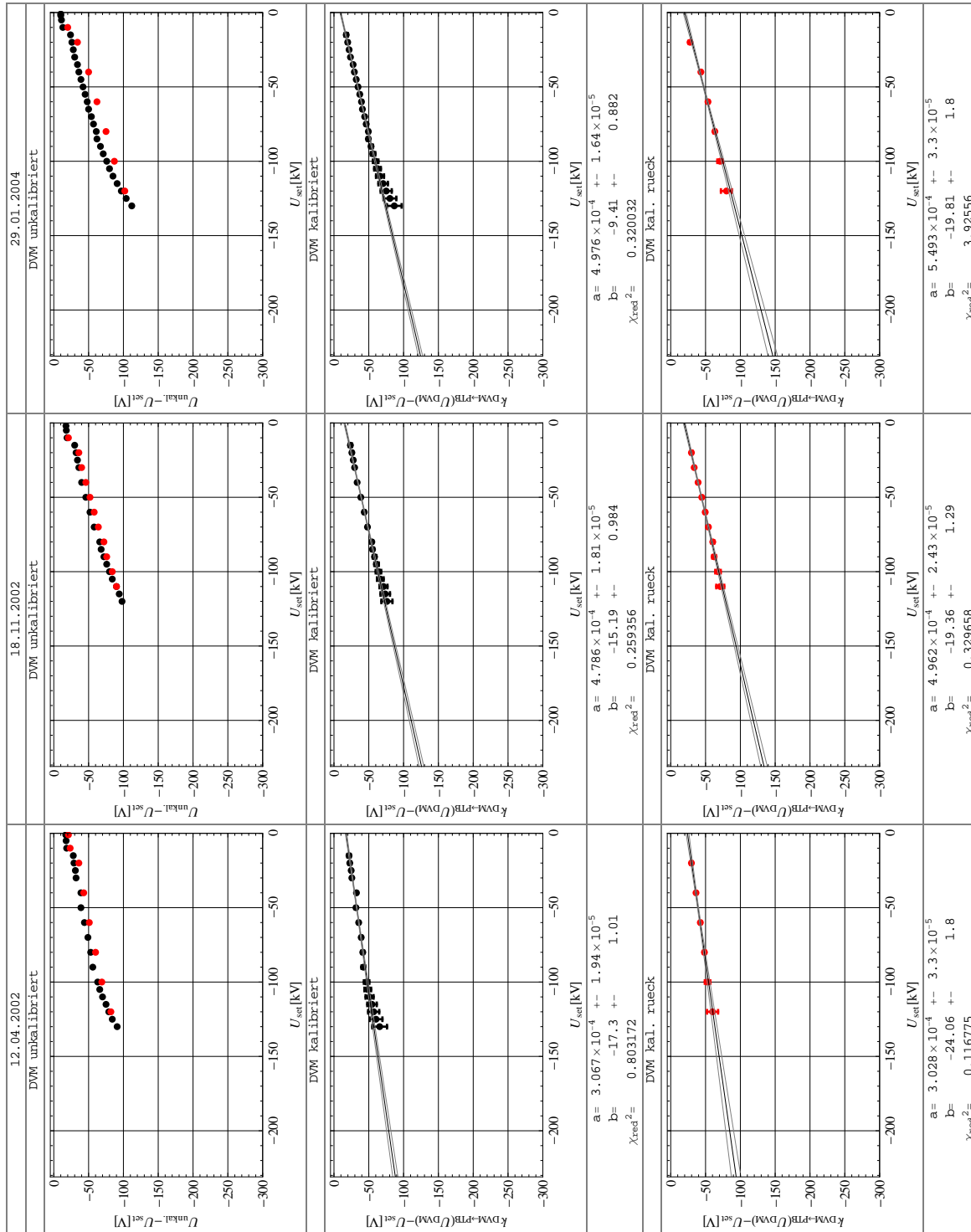


Abb. A.7: Spannungskalibrationen der Spannungsversorgung des Elektronenkühlers von 2002 und 2004.

A Kalibration der Kühlerspannung

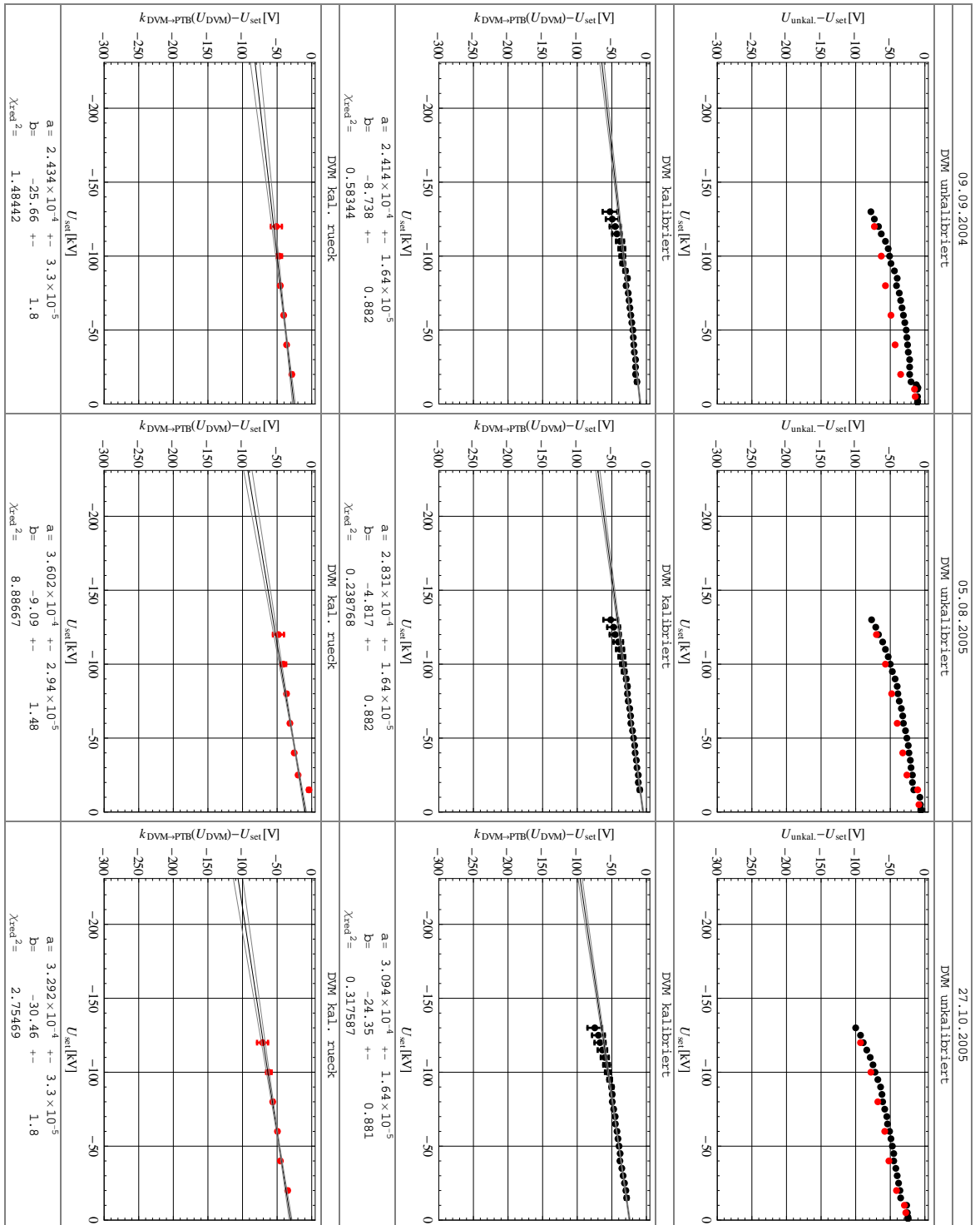


Abb. A.8: Spannungskalibrationen der Spannungsversorgung des Elektronenkühlers von 2004 und 2005.

A.1 Messungen mit Variation der Kühlerspannung

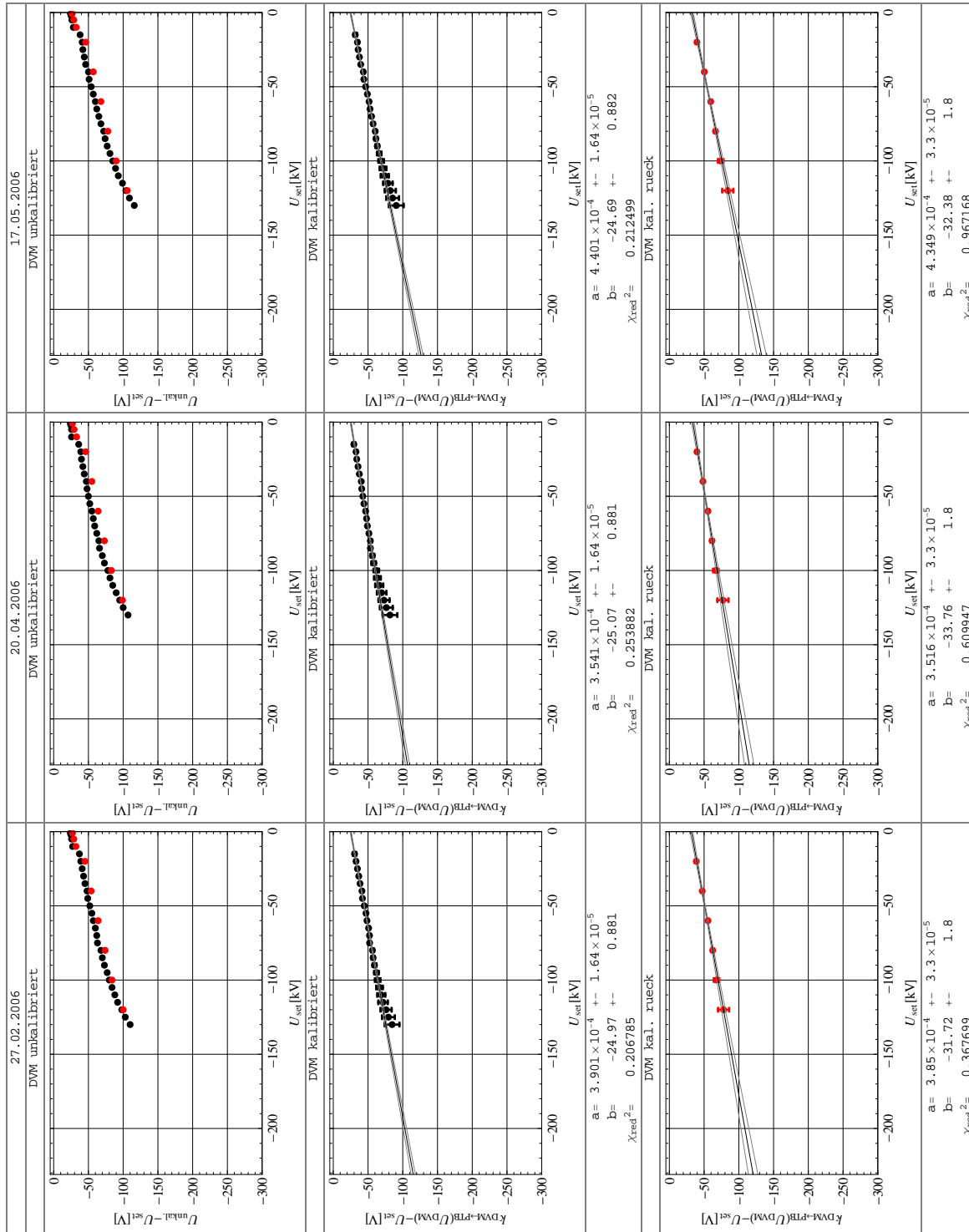


Abb. A.9: Spannungskalibrationen der Spannungsversorgung des Elektronenkühlers von 2006.

A Kalibration der Kühlerspannung

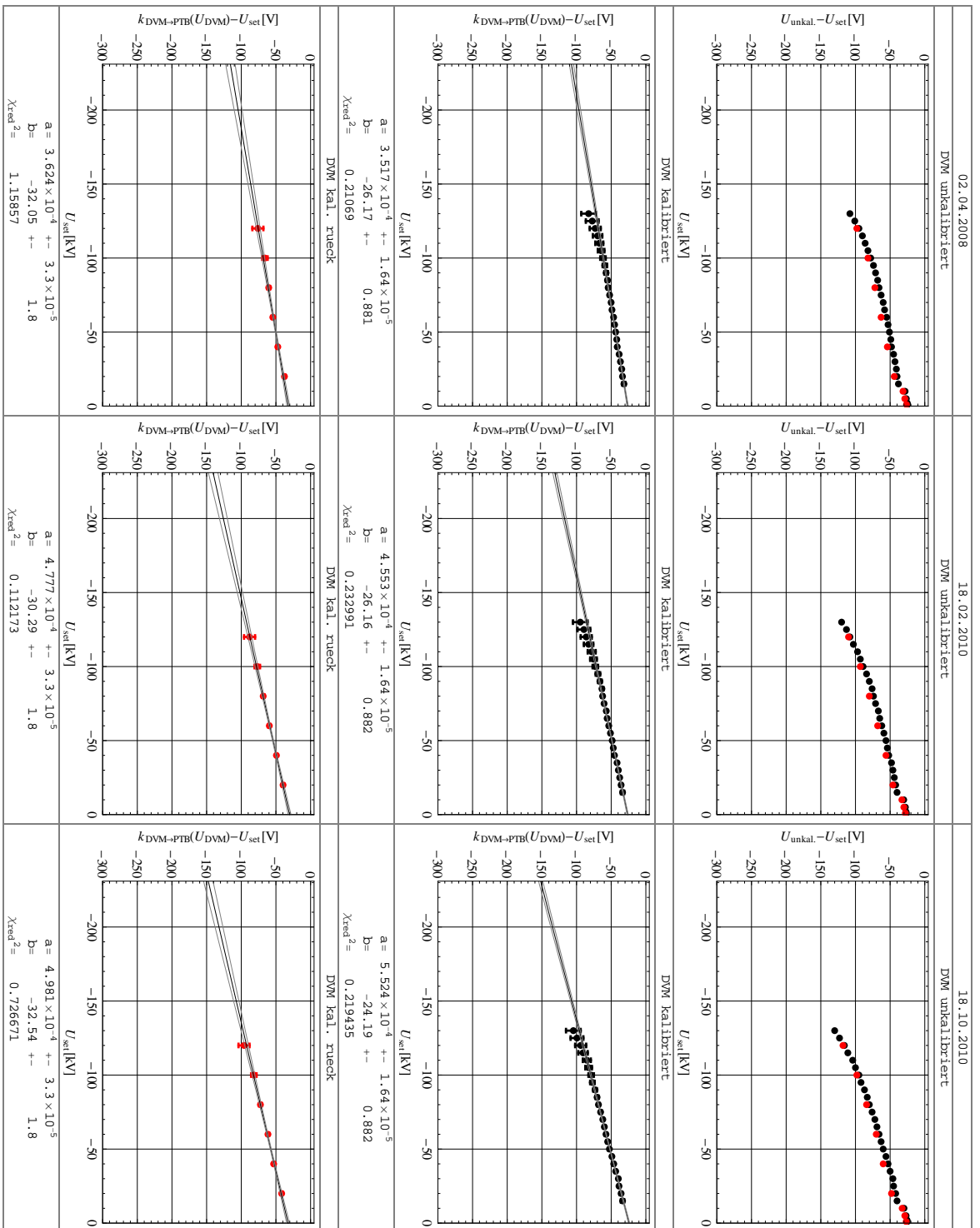


Abb. A.10: Spannungskalibrationen der Spannungsversorgung des Elektronenkühlers von 2008 und 2010.

A.1 Messungen mit Variation der Kühlerspannung

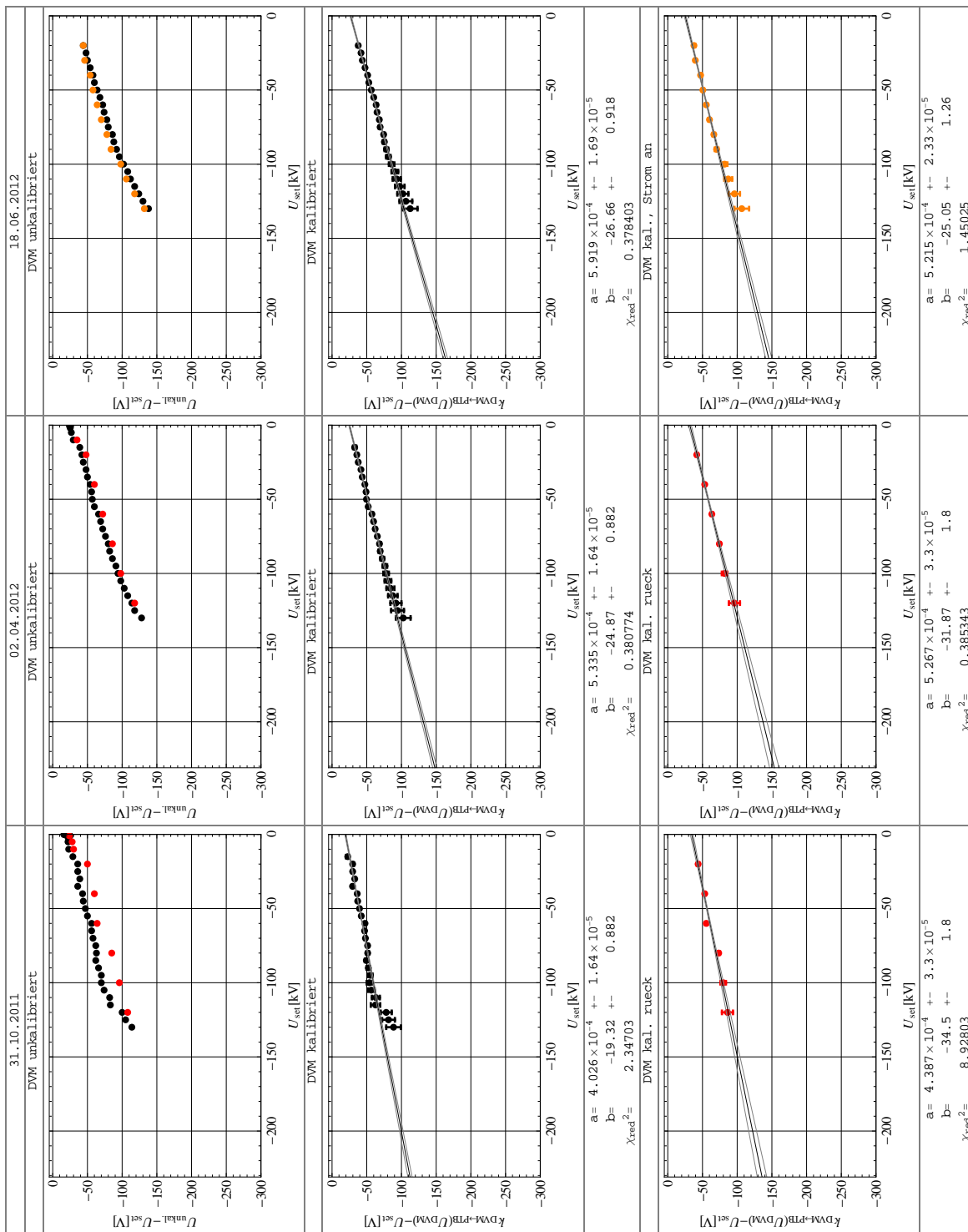


Abb. A.11: Spannungskalibrationen der Spannungsversorgung des Elektronenkühlers von 2011 und 2012. Die Messung "DVM kal., Strom an" wurden mit eingeschaltetem Elektronenstrom von 150 mA durchgeführt.

A Kalibration der Kühlerspannung

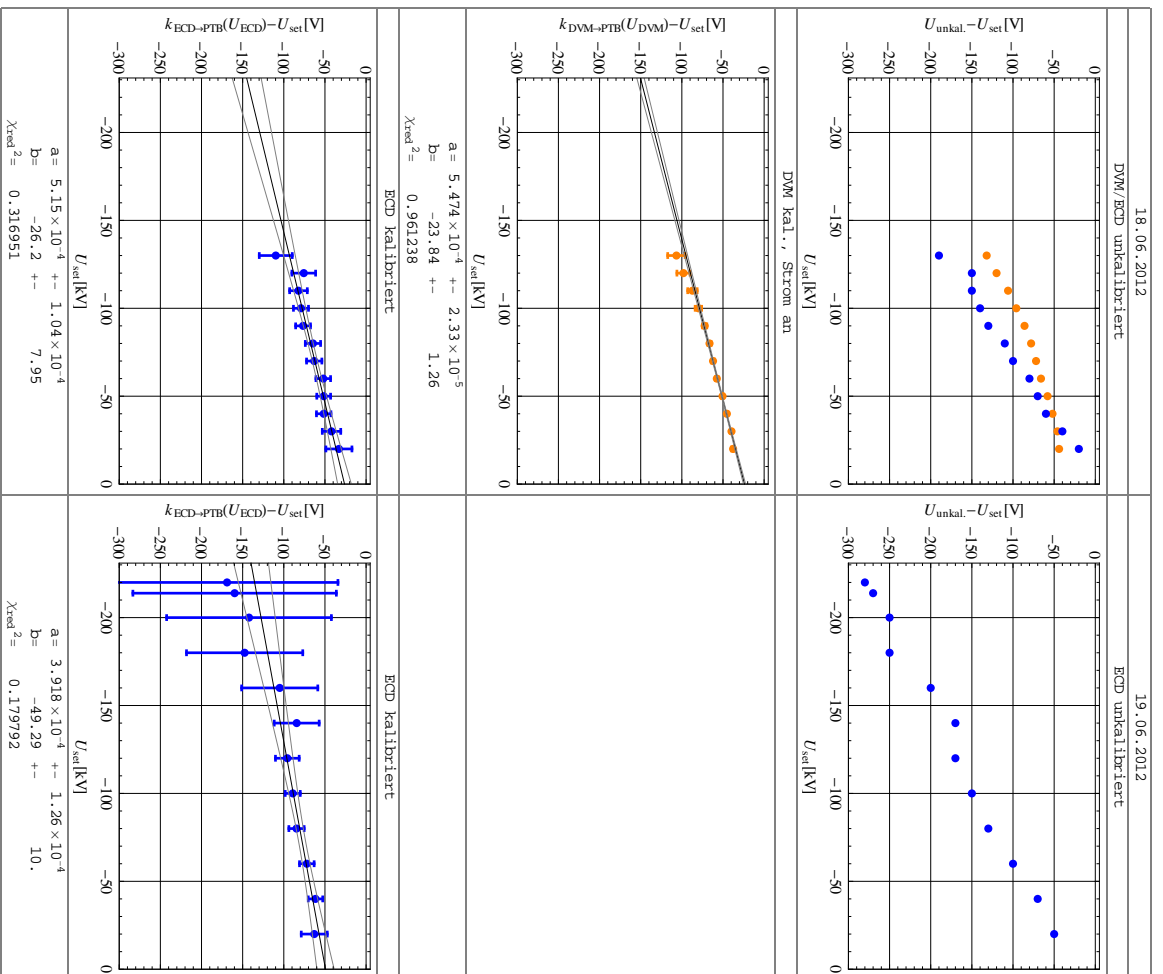


Abb. A.12: Spannungskalibrationen der Spannungsversorgung des Elektronenköhlers von 2012. "DVM kal., Strom an" wurde mit eingeschaltetem Elektronenstrom von 150 mA gemessen. "ECD kalibriert" wurde mit Hilfe des Displays an der Spannungsversorgung ermittelt.

A.2 Messungen der Reproduzierbarkeit und Stabilität der Kühlerspannung

Zusätzlich zu den beschriebenen Spannungsvariationsmessungen wurde am 18. und 19.06.2012 die Reproduzierbarkeit und Langzeitstabilität der Kühlerspannung gemessen. Dazu wurde bei meist unveränderter Sollspannung das Hochspannungsmessgerät Heinzinger DVM 131 beziehungsweise das ECD immer wieder abgelesen. Währenddessen wurde absichtlich ein Zusammenbruch der Spannungsversorgung herbeigeführt und es danach wieder neu eingeschaltet. Zur Interpretation der Messdaten muss zunächst die Zeitabhängigkeit des DVM berücksichtigt werden.

In Abb. A.13 sind die Daten der Langzeitmessung des DVM bei -100 kV von der PTB-Kalibration von 2001 (siehe auch Abb. A.2/[Mar01]) dargestellt. Daran wurde eine Exponentialfunktion angefitet und als zeitabhängige Korrekturfunktion

$$f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^t(t) = 15,59\text{ V} - 7,80\text{ V} \cdot \exp\left(\begin{cases} -\frac{t}{36,55\text{ min}} & t \geq 0 \\ -\frac{t+t_D}{36,55\text{ min}} & t < 0 \end{cases}\right) \quad (\text{A.2})$$

verwendet. Dabei ist t_D die Zeit seitdem die Spannung das letzte Mal angeschaltet wurde. Im Graph wird willkürlich der Wert $t_D = 90\text{ min}$ verwendet. Das ist gleichbedeutend mit der Annahme, dass das DVM beim Spannungszusammenbruch sofort den Kaltzustand erreicht. Diese Annahme erscheint unphysikalisch, scheint aber bei den meisten der im Folgenden beschriebenen Messungen hinreichend gut den Spannungsverlauf zu beschreiben. Die Fehler wurden für den Messzeitraum von den PTB-Daten übernommen und außerhalb vorsichtshalber größer geschätzt. Gleichung (A.2) gilt lediglich für -100 kV . Hier wird damit und mit Gl. (5.6) die explizit zeit- und spannungsabhängige Korrekturfunktion

$$f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^{U,t}(U_{\text{DVM}},t) = f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^U(U_{\text{DVM}}) + f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^t(t) - f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^U(-100\text{ kV}) \quad (\text{A.3})$$

konstruiert, mit

$$f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^U(U_{\text{DVM}}) = 1,68987 \cdot 10^{-9}\text{ V}^{-1} \cdot U_{\text{DVM}}^2 + 8,01821 \cdot 10^{-5} \cdot U_{\text{DVM}} + 7,21797\text{ V} \quad (\text{A.4})$$

und

$$f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^U(-100\text{ kV}) = 16,0985\text{ V}.$$

Der Einfachheit halber wird die spannungsunabhängige Funktion $f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^t$ aus Abb. A.13 für alle Spannungen gleich übernommen. Die dazugehörige Unsicherheit wird allerdings quadratisch mit der Spannung skaliert. $f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^{U,t}$ reproduziert bei

A Kalibration der Kühlerspannung

$U_{\text{DVM}} = 100 \text{ kV}$ definitionsgemäß genau $f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^t$, weicht jedoch von $f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^U$ um ca. 1 V für $t = 90 \text{ min}$ ab, beziehungsweise um $0,5 \text{ V}$ für $t \rightarrow \infty$. Diese Abweichung wird vernachlässigt. $f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^{U,t}$ wird in Abb. A.14 dargestellt. Dabei ist die Messreihe der Spannungsvariation willkürlich an einem späten Zeitraum $t = 120 \text{ min}$ eingeordnet. Für $f_{\text{DVM} \rightarrow \text{PTB}}^{U,t}$ ($U_{\text{DVM}} = 120 \text{ kV}, t$) ergibt sich Abb. A.15.

Nun werden die erwähnten Messdaten zur Reproduzierbarkeit kalibriert. In den Abbildungen A.16 und A.17 sind die Ergebnisse der Messungen dargestellt. Dabei sind jeweils im ersten Graph die Messdaten gegen die Zeit aufgetragen und zum Vergleich der Wert, der bei der Spannungsmessreihe in Abb. A.11 am 18.06.2012 gemessen wurde. Im zweiten Graph ist der Verlauf der eingestellten Spannung dargestellt. Im dritten Graph sind als Punkte die mit Gl. (A.3) kalibrierten Messwerte dargestellt und nach dem Zusammenbruch fehlergewichtet mit

$$\Delta U(t) = a \cdot \exp\left(\frac{t}{\tau}\right) + \Delta U_{\infty}$$

angefittet. Die grüne Linie stellt den Mittelwert vor dem Zusammenbruch dar. Zum Vergleich dazu wurde die Zeitabhängigkeit des DVM ignoriert und die Messwerte mit Gl. (5.7) kalibriert (gestrichelte Kurve). Den blau-grau schattiertem Balken liegen die Daten der Spannungsmessreihe zugrunde, die mit Gl. (5.7) kalibriert wurden. Unter dem letzten Graph stehen die Werte des Mittelwertes vor dem Zusammenbruch und die Fitparameter. Als Fehler sind hier die Fitfehler angegeben.

Bei der ersten Messung vom 18.06.2012 fällt auf, dass die Spannung nicht gegen den aus gemäß Gl. (A.4) erwarteten Wert konvergiert, sondern um

$$\Delta U_{\text{rep}} \approx 25 \text{ V} \quad (\text{A.5})$$

als mehr als 4σ über dem angenommenen Kalibrationsfehler vor dem Zusammenbruch abweicht. Nach allen folgenden Spannungszusammenbrüchen konvergiert die Spannung stets gegen den Wert vor dem ersten Zusammenbruch. Zum Vergleich: wenn die Messdaten mit der zeitunabhängigen Kalibrationsfunktion kalibriert werden, ergibt sich eine Abweichung von $\approx 30 \text{ V}$.

Die entsprechenden Messungen bei höheren Spannungen, bei denen nur am Elektronenkühler-Display abgelesen wurde, wurde ohne Kalibration ausgewertet. Die Ergebnisse sind in Abb. A.18 und A.19 dargestellt. Dabei wurden keine auffälligen Schwankungen festgestellt. Dennoch werden diese Messung als Beweis gewertet, dass der Elektronenkühler eine Nichtreproduzierbarkeit von 25 V aufweist. Eine mögliche Erklärung ist ein Wackelkontakt in einem der Leitungen, die für die digitale Übertragung der Setzspannung an die Regelung der Spannungsversorgung zuständig sind. Der fünftkleinste

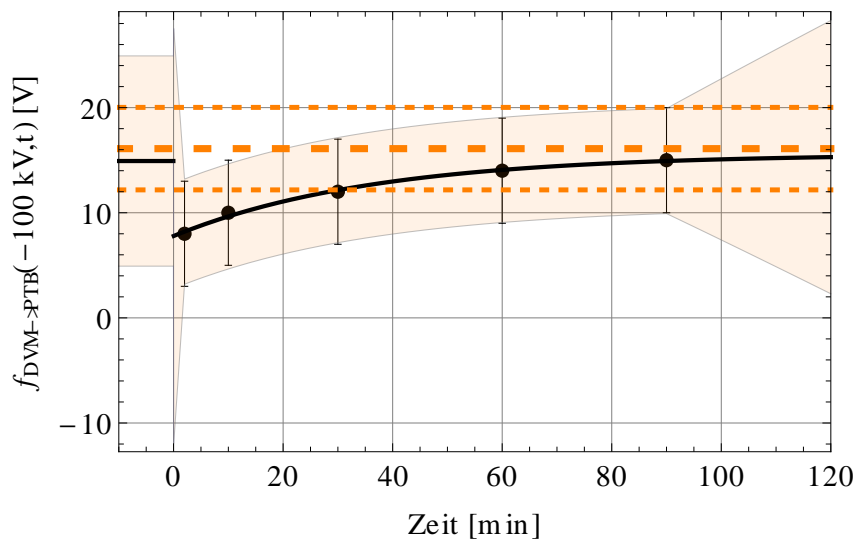


Abb. A.13: Zeitabhängige Kalibrationsfunktion des DVM bei -100 kV . Die schwarzen Punkte und Fehlerbalken sind PTB-Daten, die schwarze Kurve die im weiteren verwendete Kalibrationskurve. Die gestrichelten Linien stellen den Fehlerbereich des zeitunabhängig kalibrierten Wertes wie in Abb. ?? und Gl. (5.7) dar.

Bitwert entspricht gerade 19 V^2 .

²Bedienungsanleitung Heinzinger HNC 320.000 - 10.

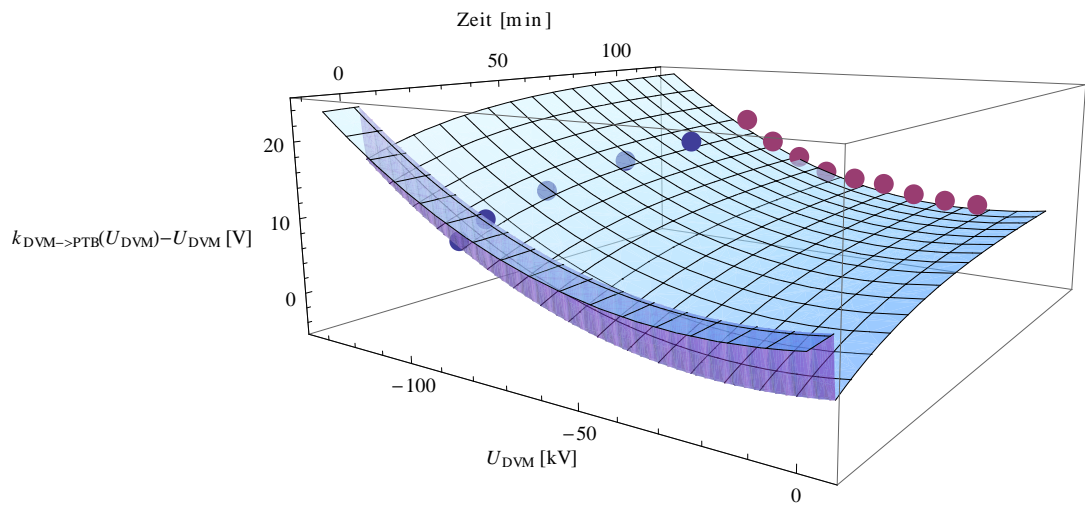


Abb. A.14: Explizit zeit- und spannungsabhängige Kalibrationsfunktion des DVM mit den PTB-Messwerten.

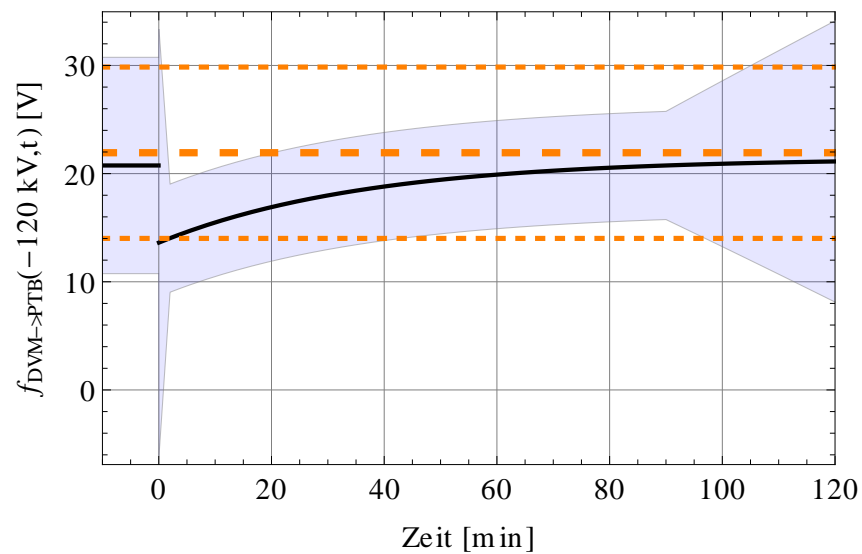


Abb. A.15: Zeitabhängige Kalibrationsfunktion des Hochspannungsmessgerätes Heinzinger DVM 131 bei -120 kV, abgeleitet aus Gl. (A.2). Die gestrichelten Linien stellen den Fehlerbereich des zeitunabhängig kalibrierten Wertes dar.

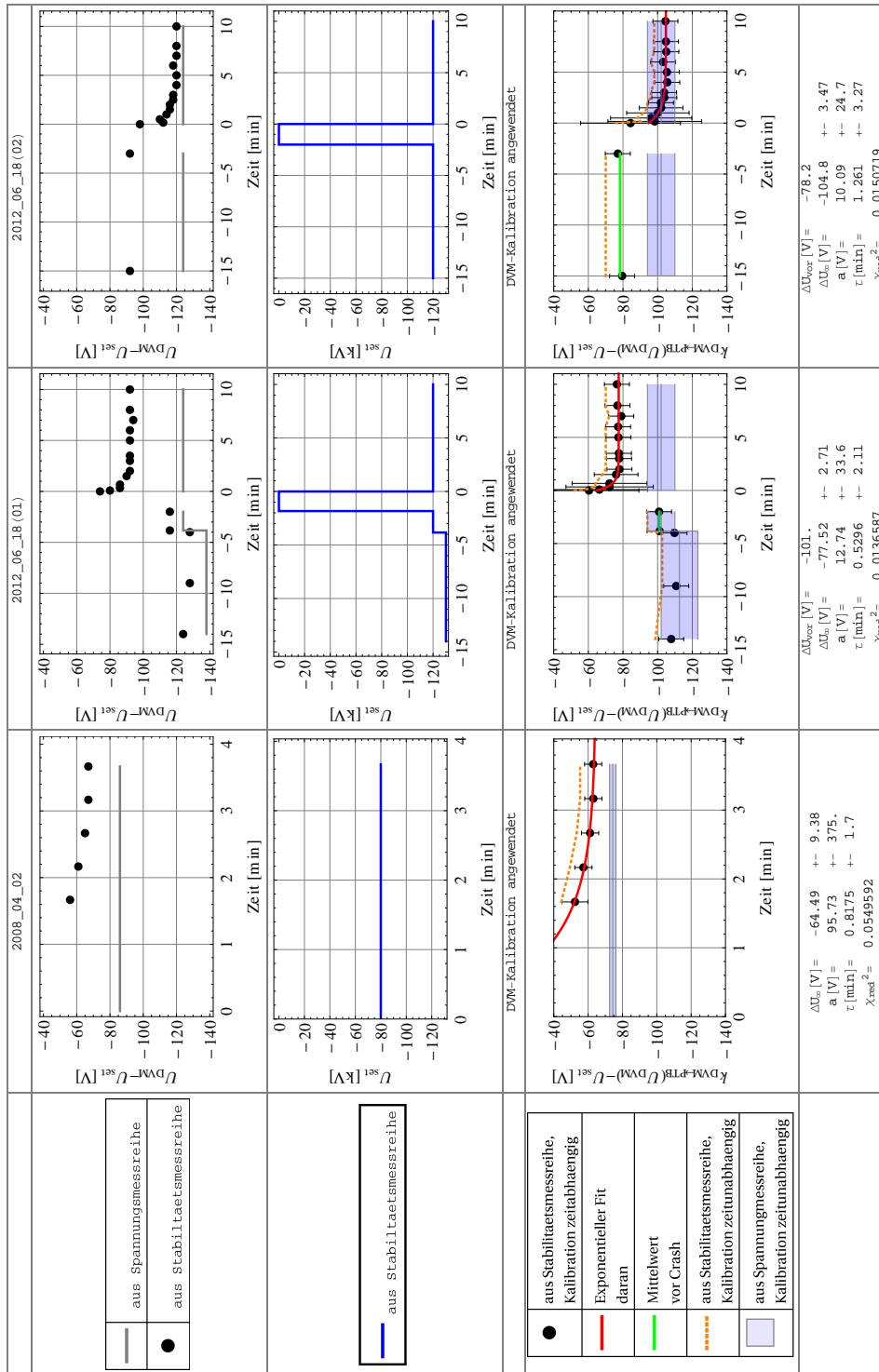


Abb. A.16: Stabilitäts- und Reproduzierbarkeitsmessungen der Beschleunigungsspannung mit Messwerten des Hochspannungsmessgerätes Heinzinger DVM 131.

A Kalibration der Kühlerspannung

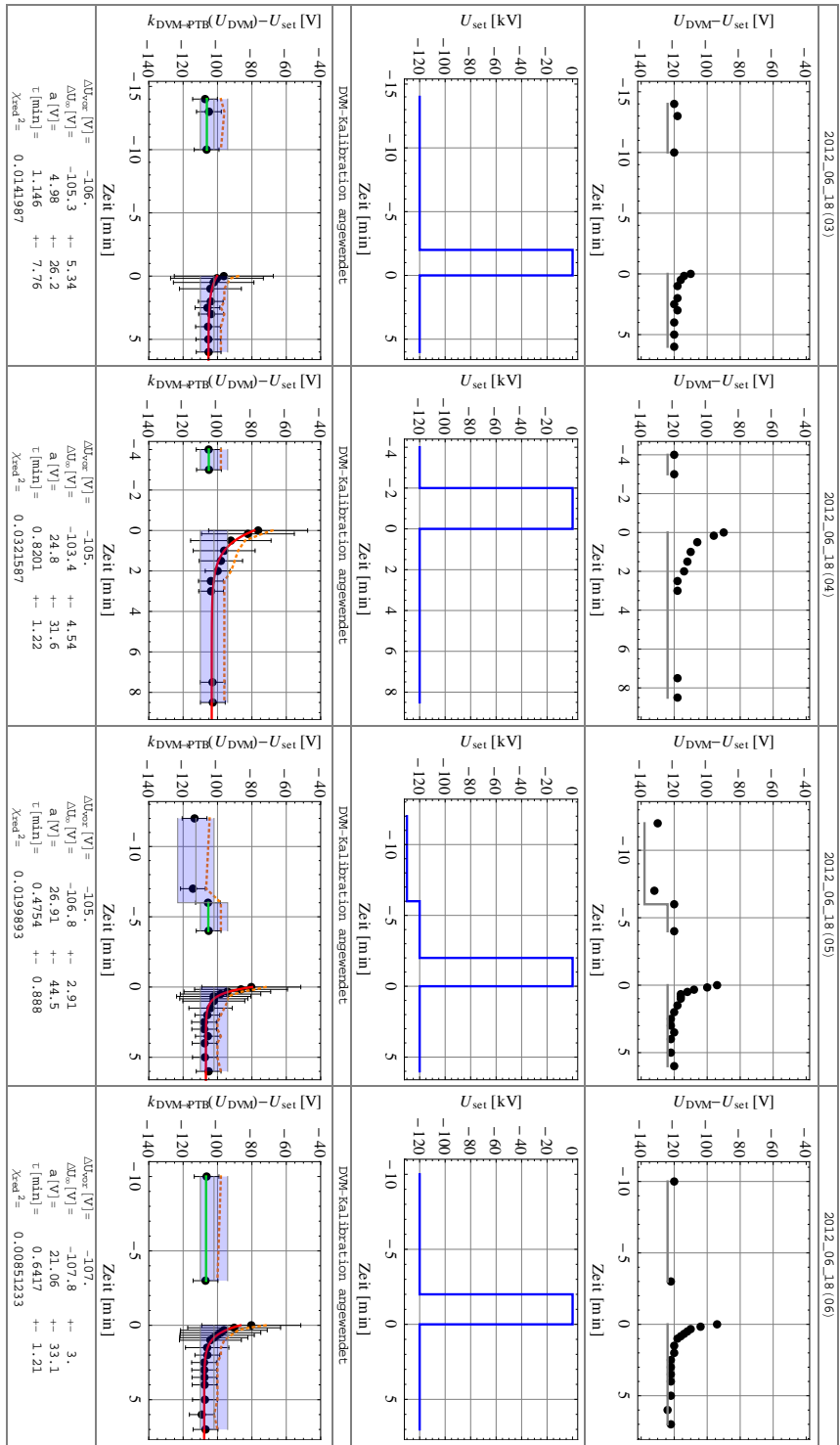


Abb. A.17: Weitere Stabilitäts- und Reproduzierbarkeitsmessungen der Beschleunigungsspannung mit DVM-Messwerten.

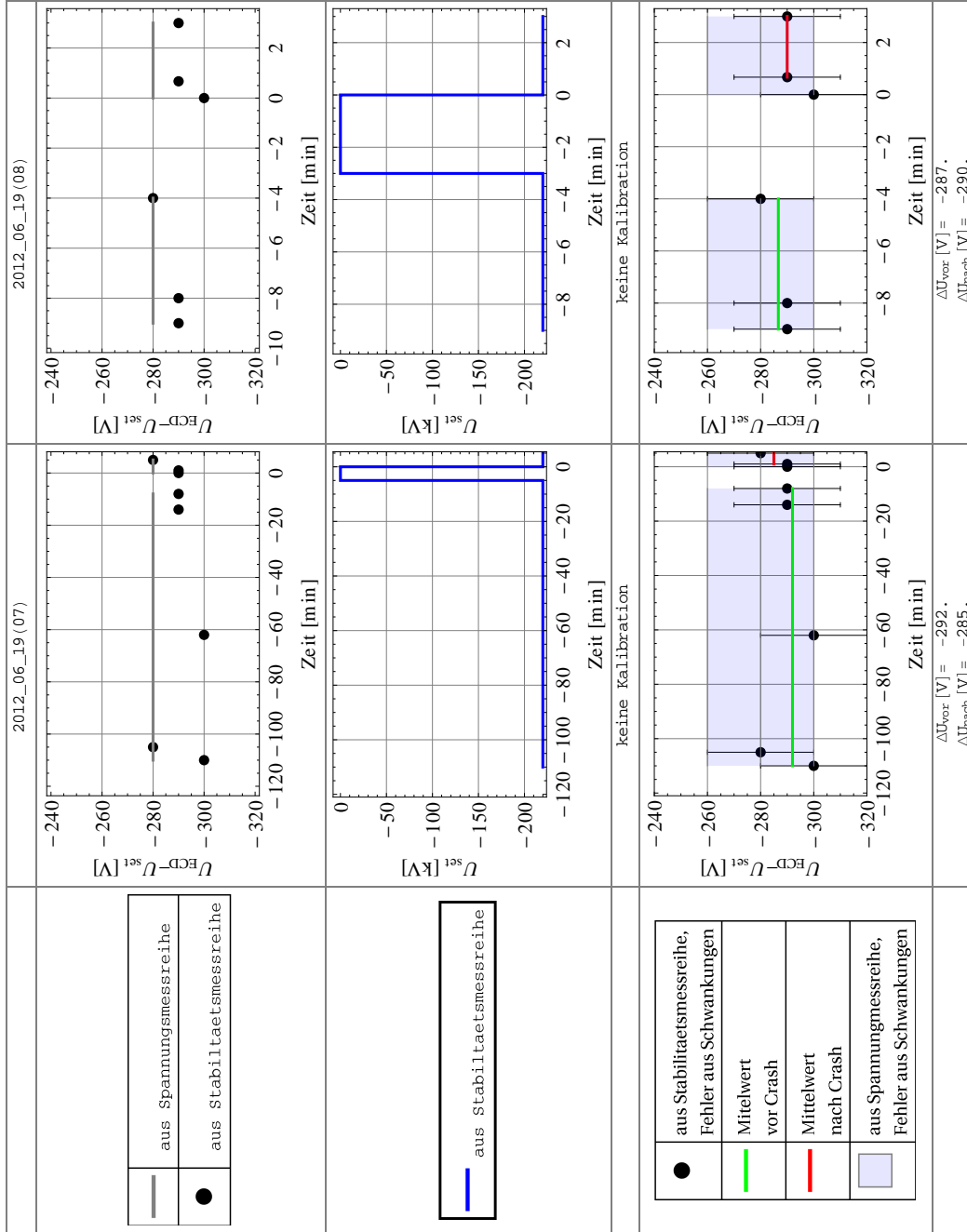


Abb. A.18: Stabilitäts- und Reproduzierbarkeitsmessungen der Beschleunigungsspannung anhand des Elektronenkühler-Displays im Elektronenkühlerkäf.

A Kalibration der Kühlerspannung

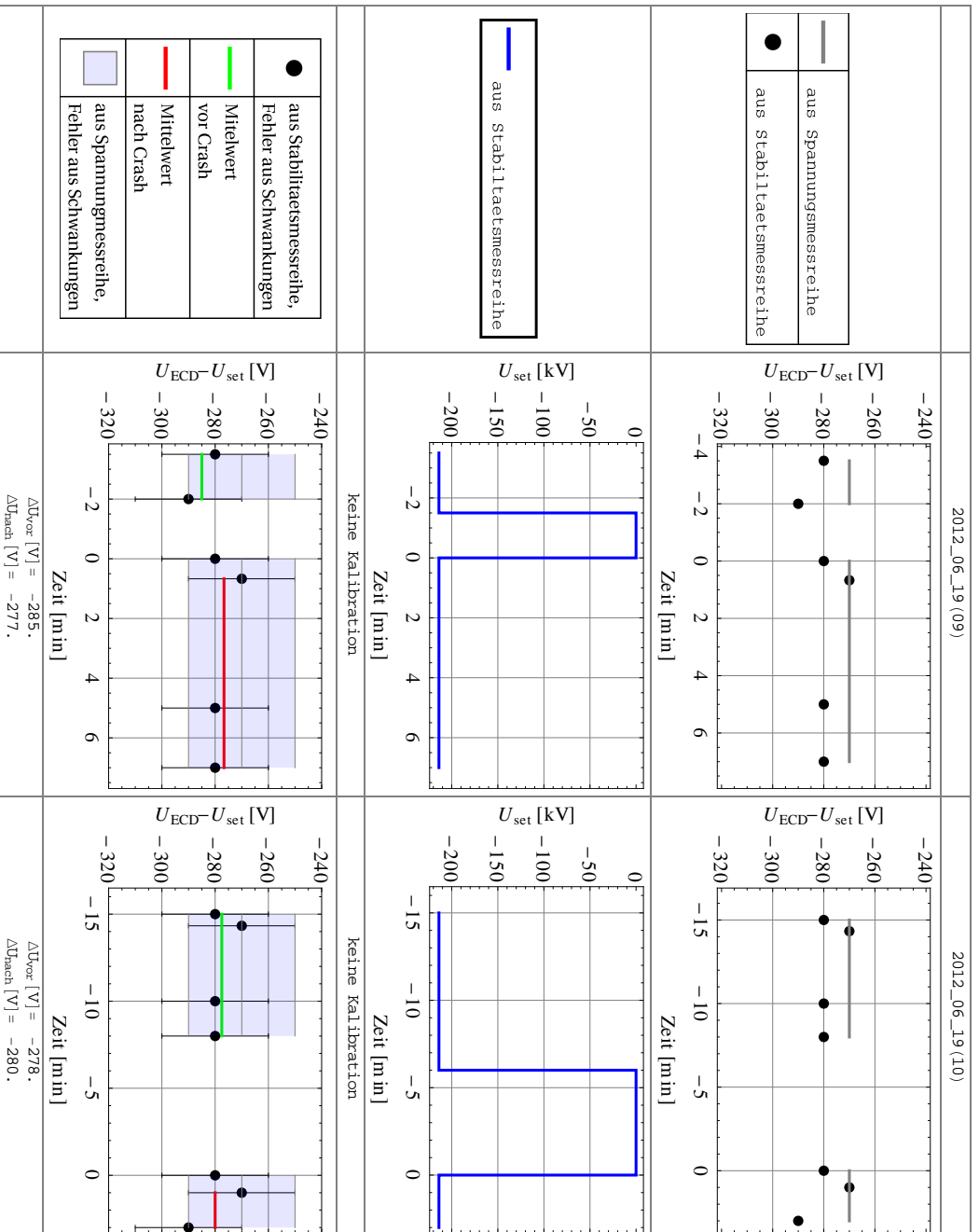


Abb. A.19: Weitere Stabilitäts- und Reproduzierbarkeitsmessungen der Beschleunigungsspannung anhand des Elektronenkühler-Displays.

B Wellenlängerekonstruktion und Fehlerrechnung

Das ursprüngliche Ziel dieser Arbeit war, die Ruhewellenlänge der HFS-Überganges in lithiumähnlichen Bi^{80+} zu bestimmen. In Kap. 7.4 und 8.3 wurden insgesamt sechs verschiedene Wege vorgestellt, diese aus experimentellen Daten zu berechnen. Sie sollen hier nochmals kurz skizziert und zusammengefasst werden.

B.1 Berechnung der Erwartungswerte

In Tab. B.1 sind die funktionalen Abhängigkeiten der sechs Rechenwege schematisch dargestellt. So wurde in

- (a) aus dem Spannungswert $\Delta U = 0 \pm 244$ und der Laborwellenlänge $\lambda_{Li,lab}$ die Ruhewellenlänge $\lambda_{Li} = 1554,747 (744)$ nm berechnet. Dabei wurde die Spannung in die Ionengeschwindigkeit umgerechnet (Gl. (7.3)) und in die Dopplerformel (Gl. (7.2)) eingesetzt. Damit wurde dann die Laborwellenlänge in die Ruhewellenlänge transformiert.
- (b) verwendet keine Daten aus dieser Strahlzeit. Ausgehend vom theoretischen Wert der spezifischen Differenz und der publizierten Ruhewellenlänge von Bi^{82+} [Kla94a] wird die die Ruhewellenlänge von $^{80+}$ vorhergesagt [Vol12c].
- (c) verwendet den Wert von Kluft und die Dopplerformel, um die Ionengeschwindigkeit von Bi^{82+} zu berechnen. Diese wird zur Geschwindigkeit von Bi^{80+} korrigiert, und wieder in die Dopplerformel eingesetzt, um die Ruhewellenlänge zu errechnen.
- (d) Der theoretischen und experimentell ermittelte Wert der spezifischen Differenz wird durch Anpassung (“Rekonstruktion”) der Spannung zur Übereinstimmung gebracht. Mit der so rekonstruierten Spannung wird dann analog zu (a) die rekonstruierte Ruhewellenlänge von Bi^{80+} bestimmt.
- (e) Aus der wie in (d) rekonstruierten Spannung wird über die Beziehung zwischen Spannung und Ionengeschwindigkeit und die Dopplerformel zunächst die Ruhewellenlänge von Bi^{82+} rekonstruiert. Damit wird dann analog zu (b) die rekonstruierte Ruhewellenlänge von Bi^{80+} bestimmt.

- (f) Wie in (e) wird die Ruhewellenlänge von Bi^{82+} rekonstruiert. Damit wird dann analog zu (c) die rekonstruierte Ruhewellenlänge von Bi^{80+} bestimmt.

Nur (a) verwendet die absolute Kalibration des Elektronenkühlers. Der Wert von [Kla94a] wird in (b) und (c) verwendet. Der theoretische Wert für $\Delta'E$ [And12] wird in (b), (d), (e) und (f) verwendet.

Im Falle von (a) ist eine explizite Darstellung der analytischen Formeln zwar noch möglich, aber schon recht komplex und unübersichtlich. Einige der anderen Rechenwege sind nochmals deutlich komplexer und eine explizite Darstellung der analytischen Formel ist, wenn überhaupt möglich, sehr aufwändig und darüber hinaus nicht hilfreich. Dasselbe gilt umso mehr für die jeweiligen Formeln der Gaußschen Fehlerfortpflanzung. Deshalb wurde auf die explizite Darstellung der Formeln verzichtet und alle Berechnungen im Programm Mathematica vorgenommen. Darin wurden die notwendigen Funktionen oder Gleichungen, wie die genannte Beziehung zwischen Spannung und Ionengeschwindigkeit (Gl. (7.3)) oder die Dopplerformel (Gl. (7.2)) definiert. Danach wurden die Gleichungen oder Funktionen in der durch die Rechenwege vorgegebenen Reihenfolge auf die eingegebenen Parameter wie gemessene Laborwellenlängen oder theoretischen Wert der spezifischen Differenz $\Delta'E$ angewandt. Die Gleichungen wurden je nach Bedarf durch Mathematica analytisch umgestellt. Wenn dies einen zu hohen Rechenaufwand erforderte, wurden die Gleichungen linearisiert (siehe Gl. (7.7), (7.8) und (8.2)). Die Fehler durch Linearisierung sind vernachlässigbar.

B.2 Berechnung der Unsicherheit

Da die explizite Darstellung der Formeln zu komplex ist, muss die Fehlerrechnung in einer ähnlichen Weise vereinfacht werden. Die Schwierigkeit besteht darin, die impliziten Abhängigkeiten der verwendeten Funktionen von allen fehlerbehafteten Parametern zu berücksichtigen. Seien die Parameter p_1 und p_2 mit den Fehlern Δp_1 und Δp_2 behaftet, und der der Erwartungswert der Größe f sei $f(g, p_1, p_2)$ mit $g \equiv g(p_1, p_2)$. Dann errechnen sich die Einflüsse der Fehler mit

$$\Delta f_1 : = f(g(p_1 + \Delta p_1, p_2), p_1 + \Delta p_1, p_2) - f(g(p_1, p_2), p_1, p_2) \quad (\text{B.1})$$

$$\Delta f_2 : = f(g(p_1, p_2 + \Delta p_2), p_1, p_2 + \Delta p_2) - f(g(p_1, p_2), p_1, p_2). \quad (\text{B.2})$$

Wenn Δp_1 und Δp_2 unkorreliert sind, dann ist der Gesamtfehler des Erwartungswertes $\Delta f_{\text{ges}} = \sqrt{\Delta f_1^2 + \Delta f_2^2}$. Das Vorgehen in Abb. B.1 graphisch für die Methode (d) illustriert. Darin werden zunächst in der ersten Spalte unten der Erwartungswert für ΔU_{rek} am Schnittpunkt der Theorielinie und der Erwartungslinie des experimentellen Wertes für $\Delta'E$ abgelesen. Der Einfluss des Fehlers des theoretischen Wertes für $\Delta'E$ ist vernachlässigbar und wird nicht berücksichtigt. Bei dieser Spannung wird in den beiden

Tab. B.1: Schematische Darstellung zur Berechnung der Rekonstruktionswege

	Rechenweg
(a)	ΔU (& $\lambda_{\text{Li,lab}}$) \rightarrow λ_{Li}
(b)	$\Delta' E$ & $\lambda_{\text{H,Klaft}}$ \rightarrow λ_{Li}
(c)	$\lambda_{\text{H,Klaft}} \rightarrow \beta_{82+} \rightarrow \beta_{80+}$ (& $\lambda_{\text{Li,lab}}$) \rightarrow λ_{Li}
(d)	$\Delta' E \rightarrow \Delta U_{\text{rek}}$ (& $\lambda_{\text{Li,lab}}$) \rightarrow $\lambda_{\text{Li,rek}}$
(e)	$\Delta' E \rightarrow \Delta U_{\text{rek}}$ (& $\lambda_{\text{H,lab}}$) \rightarrow $\lambda_{\text{H,rek}}$ (& $\Delta' E$) \rightarrow $\lambda_{\text{Li,rek}}$
(f)	$\Delta' E \rightarrow \Delta U_{\text{rek}}$ (& $\lambda_{\text{H,lab}}$) \rightarrow $\lambda_{\text{H,rek}} \rightarrow \beta_{82+} \rightarrow \beta_{80+}$ (& $\lambda_{\text{Li,lab}}$) \rightarrow $\lambda_{\text{Li,rek}}$

Tab. B.2: Legende zur obenstehenden Tab. B.1.

Größe	Erklärung
λ_{Li}	Die Ruhewellenlänge von Bi^{80+}
ΔU	Abweichung zur berechneten Spannung (genauer siehe Kap. 5.4 und 7.4)
$\Delta' E$	theoretischer Wert für die spezifische Differenz zwischen Übergangsenergie von Bi^{82+} und Bi^{80+}
$\lambda_{\text{H,Klaft}}$	publizierte Ruhewellenlänge von Bi^{82+} [Kla94a]
β_{82+}, β_{80+}	Ionengeschwindigkeiten während der Spektroskopie am Bi^{82+} bzw. Bi^{80+}
$\lambda_{\text{Lab,Li}}$	in diesem Experiment gemessene Wellenlänge von Bi^{80+} im Laborsystem
ΔU_{rek}	mit $\Delta' E$ rekonstruierte Spannung
$\lambda_{\text{H,rek}}, \lambda_{\text{Li,rek}}$	aus ΔU_{rek} genauer rekonstruierte Ruhewellenlänge von Bi^{82+} und Bi^{80+}

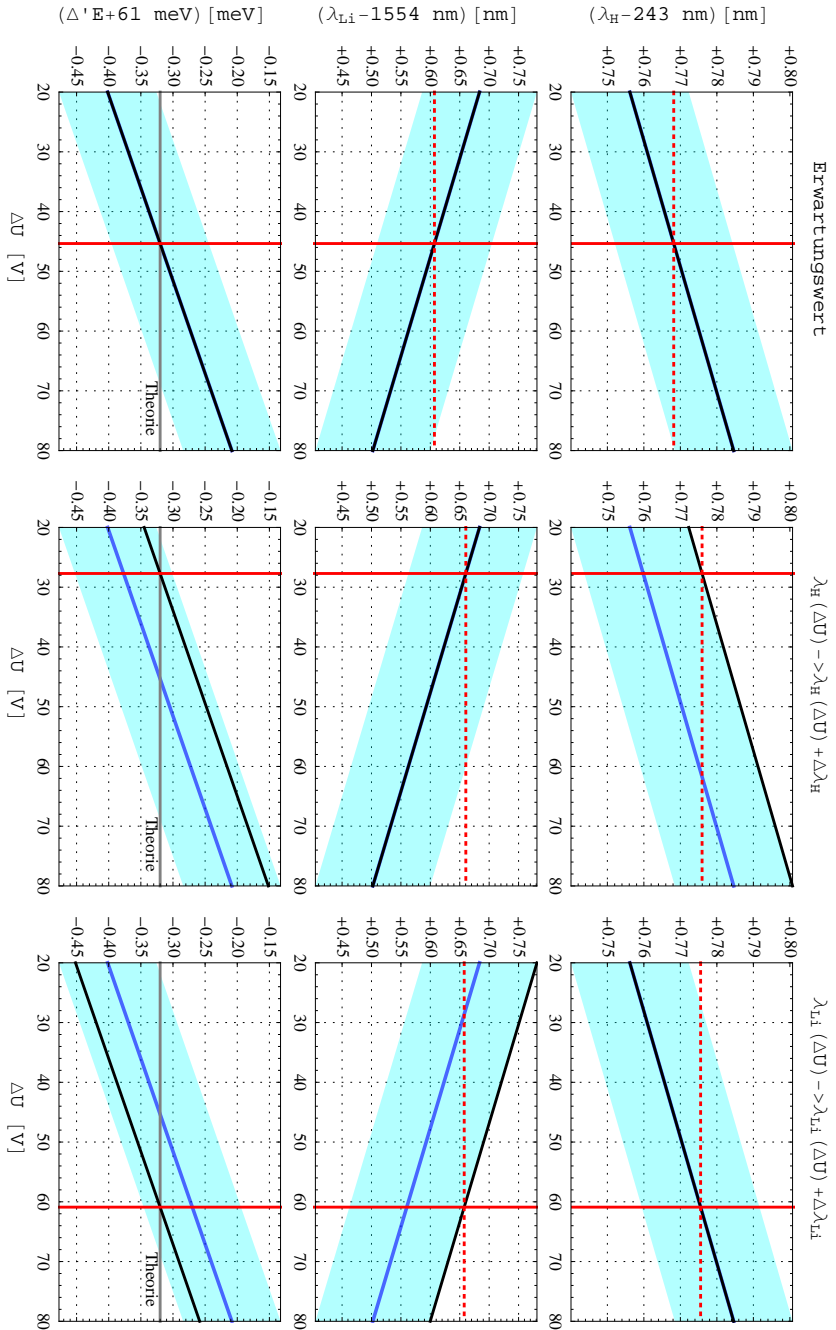


Abb. B.1: Graphische Illustration für die Fehlerrechnung der rekonstruierten Spannung ΔU_{rek} und den rekonstruierten Laborwellenlängen $\lambda_{\text{H,rek}}$ und $\lambda_{\text{Li,rek}}$ nach Methode (d). Die Graphen in der Spalte links entsprechen den Abb. 8.3 und 8.2. In der zweiten Spalte wird der Einfluss des Fehlerbalkens im oberen Graphen (Bi^{82+}), in der dritten Spalte der Einfluss des Fehlerbalkens des mittleren Graphen (Bi^{80+}) illustriert. Weitere Beschreibung siehe Text.

Graphen darüber $\lambda_{H,rek}$ und $\lambda_{Li,rek}$ abgelesen. ΔU_{rek} , $\lambda_{H,rek}$ und $\lambda_{Li,rek}$ entsprechen dem Subtrahend in Gl. (B.1) und (B.2). Die Minuenden für Gl. (B.1) werden in der zweiten Spalte ermittelt und für Gl. (B.2) in der dritten Spalte. Die quadratische Addition der beiden Differenzen ergibt den Gesamtfehler.

Für Methode (e) und (f) werden weitere Näherungen verwendet. Beim Schritt ΔU_{rek} (& $\lambda_{H,lab}$) \rightarrow $\lambda_{H,rek}$ wird die die Laborwellenlänge als fehlerfrei angenommen und beim Schritt $\beta_{82+} \rightarrow \beta_{80+}$ der Geschwindigkeitsunterschied. Deren korrekten Berücksichtigung wäre schwierig: die jeweiligen Fehlerbeiträge sind mit anderen Beiträgen schon in die Breiten der Balken eingeflossen. Deshalb sind sie jeweils damit korreliert, allerdings nicht zu 100 %. Die erwähnten Näherungen sind vermutlich der Grund für die leicht unterschiedlichen errechneten Fehlerbeiträge. Alle Ergebnisse der so durchgeführten Rechnungen sind in Tab. 8.4 dargestellt.

C Graphen von Daten aus der Strahlzeit

C.1 Beschleunigerparameter und Fitergebnisse

In Abb. C.1 wird eine Auswahl von Mitschriften mit den Wellenlängenergebnissen zeitlich in Kontext gesetzt. Der erste Graph entspricht dem Wellenlängengraph aus Abb. 6.8. Das “HKR-Log” ist der Ordner mit losen Blättern im Hauptkontrollraum, das vor allem von den ESR-Operateuren gepflegt wird. Das “Operation Log” wird automatisch und von den Unilac-Operateuren bedient und ist online verfügbar [Olo]. Darin stehen vor allem Fehlermeldungen verschiedener Beschleuniger- und Speicherringkomponenten. Der gleiche Graph ist nochmal in Abb. C.2 dargestellt, allerdings auf den Bereich c gezoomt (in dem mit dem schmalbandigen Laser gescannt wurde). Abbildung C.3 ist nochmals gezoomt auf den Anfang des Bereiches c. In Abb. C.4 werden weitere Parameter für den gesamten Zeitraum der Spektroskopie an Bi^{80+} gezeigt: Der Scanbereich der Laserwellenlänge (λ_{Sirah}), die Intensität auf dem Wellenlängenmessgerät und die Abweichung zwischen gesetzter Laserwellenlänge und gemessener Wellenlänge ($\lambda_{\text{Atos}} - \lambda_{\text{Sirah}}$). Verschiedene Zeitbereiche sind in verschiedenen Farben dargestellt. Die immer wieder abfallende Intensität wurde wahrscheinlich von der immer stärker eingebraunten Einkoppellinse vor der Faser zum Atos verursacht. Die Intensität des eingekoppelten Strahles wurde immer wieder erhöht um dies zu kompensieren.

C.2 Datenaufnahme

Ein großes Schema der Verkabelung ist in Abb. C.5 dargestellt.

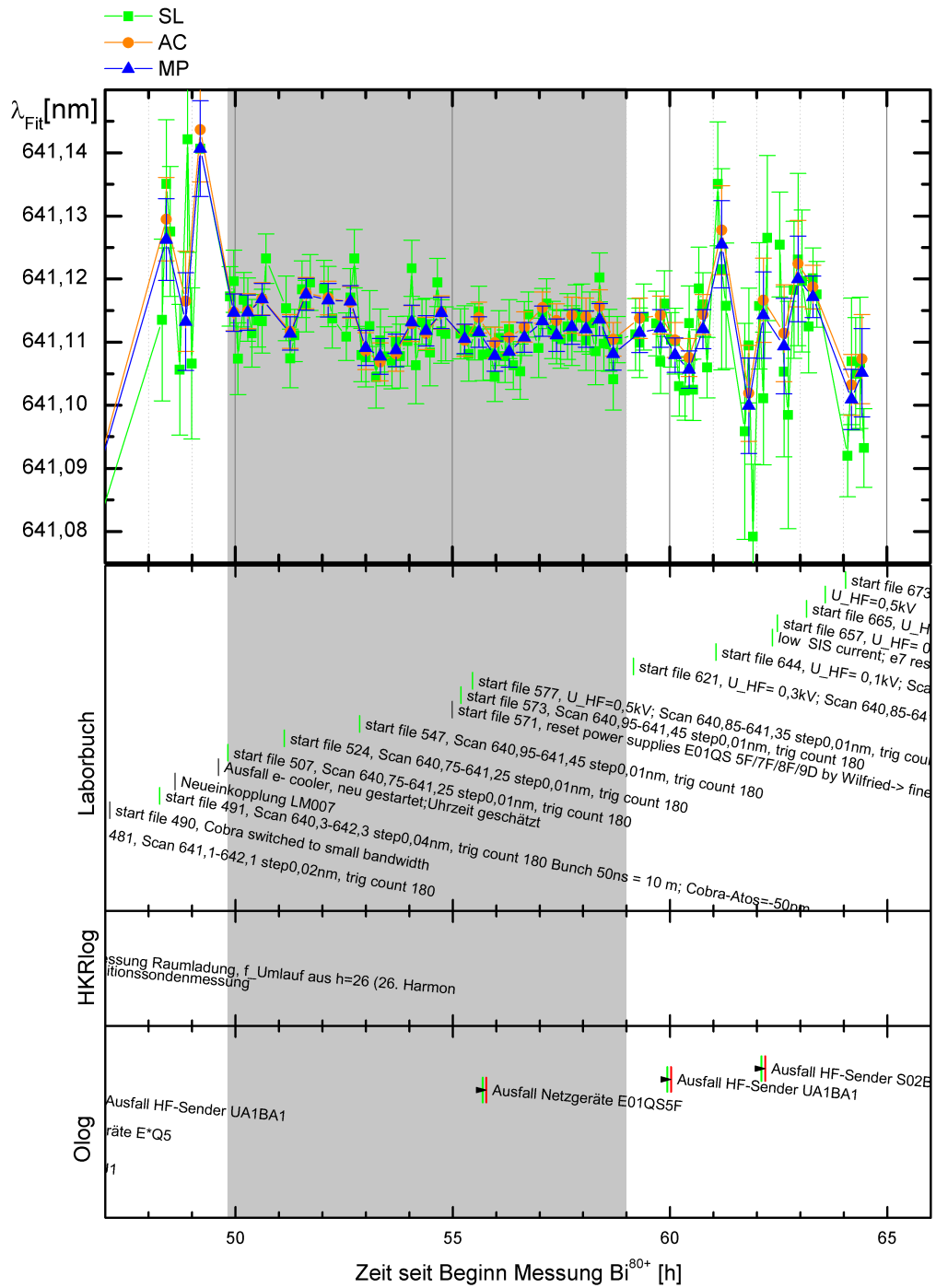


Abb. C.2: Wie Abb. C.1, nur mit feinerer zeitlicher Auflösung und nur Daten aus dem schmalbandigen Scan.

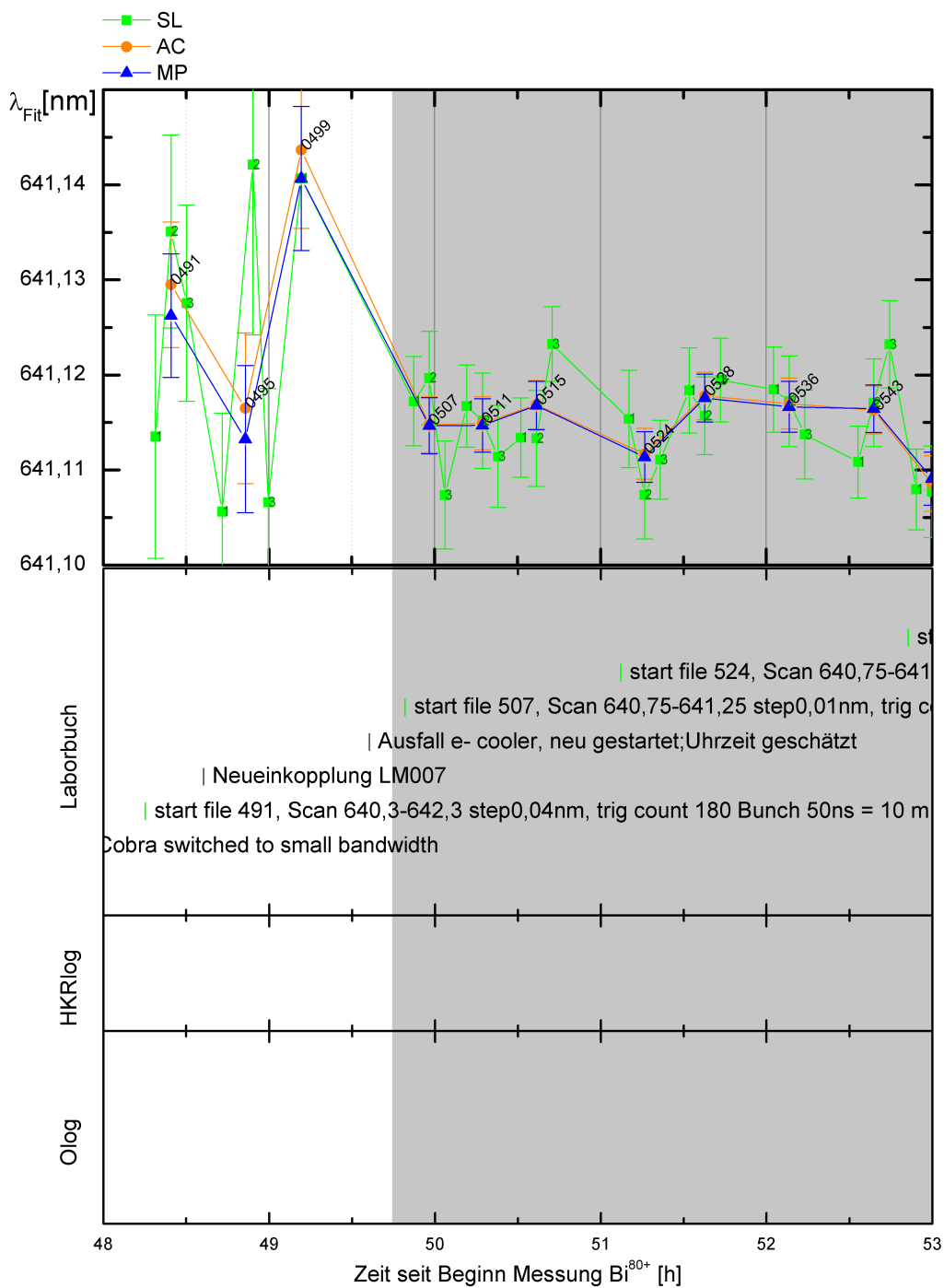


Abb. C.3: Wie Abb. C.2, nur noch näher gezoomt. Die Labels an den Datenpunkten bezeichnen den Index der jeweils ersten verwendeten Datei.

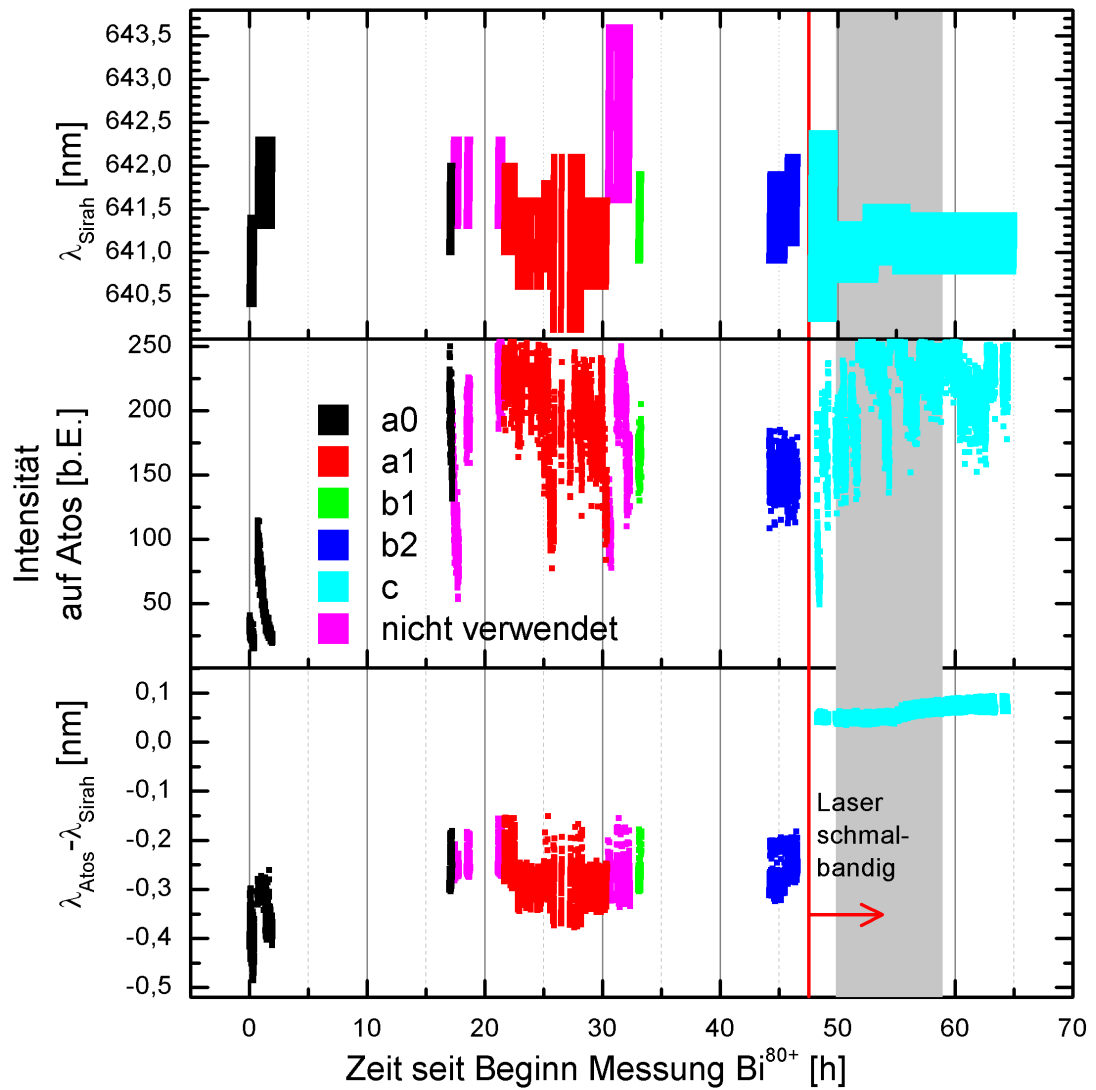


Abb. C.4: Verschiedene Laserparameter als Funktion der Zeit: Die eingestellte Laserwellenlänge (λ_{Sirah}), die gemessene Intensität auf dem Wellenlängenmessgerät Atos, und die Abweichung zwischen eingestellter und gemessener Wellenlänge ($\lambda_{\text{Atos}} - \lambda_{\text{Sirah}}$).

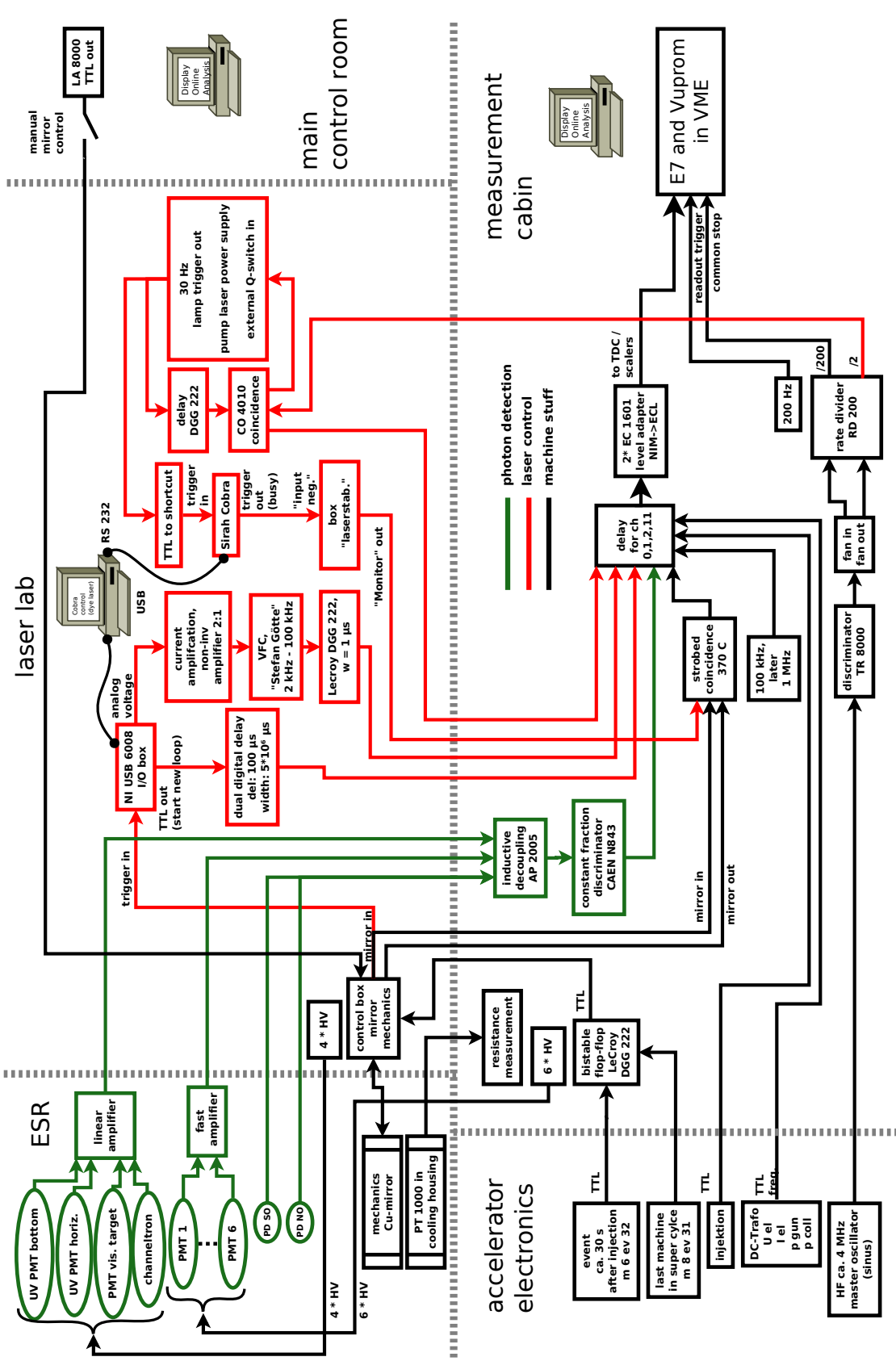


Abb. C.5: Verkabelung der Datenaufnahme. Bis auf einige Leveladapter und galvanische Trennungen sind fast alle Komponenten eingezeichnet.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schema HFS	4
2.2	Beiträge zur HFS von Bi^{82+}	6
2.3	ΔE_{HFS} in H-ähnlichen Ionen, Experiment und Theorie	8
2.4	Magnetische Kernladungsradien	8
2.5	QED dargestellt in Feynman-Diagrammen	13
3.1	Übersicht GSI	18
3.2	Experimentenschema mit Signal- und Referenzbunch	19
3.3	Schema des ESR	21
3.4	Schema des Lasersystems	26
3.5	Schema der Strahllagestabilisierung	27
3.6	Schema des Farbstofflasers	28
3.7	Berechnete Strahldurchmesser	33
3.8	Laserstrahlprofil am Interaktionsort	34
3.9	4D-Detektor der Strahllagestabilisierung	36
3.10	Strahlführung bei Einkoppelfenster	37
3.11	Kontrollsystem des Farbstofflasers	39
3.12	Fluoreszenz- und Untergrundemission	41
3.13	Detektionseffizienz des PMT R1017	42
3.14	PMT R1017 im Kühlgehäuse	42
3.15	Spiegelstrecke	43
3.16	Simulierter Vergleich Spiegelstrecke und Cu-Spiegel	46
3.17	Strahlengang am parabolischen Spiegel	48
3.18	Kupferspiegel im ESR	48
3.19	Zeitliche Messfenster	51
3.20	Übersicht Datenaufnahme Photonensignal	53
3.21	Messung der Laser-Bunch-Synchronisation	55
3.22	Messaufbau Signallaufzeit PMT	56
3.23	PMT-Zählrate als Funktion der Laserverzögerung	57
4.1	Resonanz Bi^{82+} während der Strahlzeit	61
4.2	Resonanz Bi^{80+} während der Strahlzeit	62
5.1	Gesamtübersicht Spannungsregelung und -messung	66

5.2	Schema Hochspannungsmessgerät	68
5.3	Fitfunktion an DVM Kalibrationswerte	70
5.4	Korrekturfunktion von ECD zu PTB	74
5.5	Von U_{set} zu U_{PTB}	76
5.6	Zwei Kalibrationsmessungen vom 18.06.2012	77
5.7	Korrekturwerte bei -213.890 V	79
5.8	Flussdiagramm Kalibrationsfunktionen	81
5.9	Messergebnisse Reproduzierbarkeit	84
5.10	Raumladungsmessungen	88
5.11	Berechnetes Raumladungspotential	90
5.12	Illustrations der Berechnung von U_{set} zu U_{eff}	97
5.13	Vergleich aller ermittelten Geschwindigkeiten	102
6.1	Gesamtübersicht über die Auswerteschritte	105
6.2	Schema der ersten Auswertungsschritte	107
6.3	Schema der weiteren Auswertungsschritte	108
6.4	Subtraktion Signal und Untergrund	111
6.5	Gemessene Abweichungen zur gesetzten Wellenlänge	116
6.6	Drei Einzelspektren	119
6.7	Ein akkumuliertes Spektrum und eines mit vielen Einzeldatenpunkten	121
6.8	Alle Fitergebnisse als Funktion der Zeit	123
6.9	Gemittelte Wellenlängen Bi^{80+}	126
6.10	Wellenlängen als Funktion des Ionenstromes	129
6.11	Fitergebnisse als Funktion der Amplitude der Hochfrequenz	131
6.12	Winkel zwischen Ionen und Laser	134
6.13	Fitergebnisse von $^{209}\text{Bi}^{82+}$	136
6.14	Gemittelte Laborwellenlängen von $^{209}\text{Bi}^{82+}$	137
7.1	Fortpflanzung aller Fehlerbeiträge zur Ruhewellenlänge.	142
7.2	Verschiedene Werte der HFS in $^{209}\text{Bi}^{82+}$	146
7.3	zeitliche Interpolation für Korrektur bei -213890 V	148
7.4	Wellenlängen Bi^{82+} und Bi^{80+} als Funktion von ΔU	150
8.1	Fehlerfortpflanzung aller Beiträge zu $\Delta'E$	155
8.2	spezifische Differenz $\Delta'E$ in Abhängigkeit von ΔU	157
8.3	Wellenlängen Bi^{82+} und Bi^{80+} mit rekonstruierter Spannung	160
8.4	Wellenlänge von Bi^{80+} ermittelt mit verschiedenen Methoden	162
8.5	Übergangsenergie von Bi^{82+} ermittelt mit verschiedenen Methoden	163
A.1	Kalibrierschein DVM - Linearität	170
A.2	Kalibrierschein DVM - Stabilität	171
A.3	Kalibrationen Elektronenkühler 1994	173

A.4	Kalibrationen Elektronenkühler 1995-1996	174
A.5	Kalibrationen Elektronenkühler 1998-2000	175
A.6	Kalibrationen Elektronenkühler 2000-2001	176
A.7	Kalibrationen Elektronenkühler 2002-2004	177
A.8	Kalibrationen Elektronenkühler 2004-2005	178
A.9	Kalibrationen Elektronenkühler 2006	179
A.10	Kalibrationen Elektronenkühler 2008-2010	180
A.11	Kalibrationen Elektronenkühler 2011-2012	181
A.12	Kalibrationen Elektronenkühler 2012 mit ECD	182
A.13	Zeitabhängige Kalibrationsfunktion des DVM bei -100 kV	185
A.14	Zeit- und spannungsabhängige Kalibrationsfunktion des DVM	186
A.15	Zeitabhängige Kalibrationsfunktion des DVM bei -120 kV	186
A.16	Reproduzierbarkeitsmessungen Elektronenkühler	187
A.17	Weitere Reproduzierbarkeitsmessungen Elektronenkühler	188
A.18	Reproduzierbarkeitsmessungen Elektronenkühler mit ECD	189
A.19	Weitere Reproduzierbarkeitsmessungen Elektronenkühler mit ECD . .	190
B.1	Graphische Illustration der Fehlerrechnung der rekonstruierten Wellenlängen	194
C.1	Alle Wellenlängen und Mitschriften	197
C.2	Wellenlängen und Mitschriften aus Bereich c	198
C.3	Wellenlängen und Mitschriften vom Anfang des Bereiches c	199
C.4	Verschiedene Laserparameter als Funktion der Zeit	200
C.5	Verkabelung der Datenaufnahme	201

Tabellenverzeichnis

2.1	Übergangswellenlänge HFS $^{209}\text{Bi}^{80+}$	9
2.2	Beiträge zur spezifischen Differenz $\Delta'E$	10
3.1	Farbstoffe und Pulsenergien	30
3.2	Quanteneffizienz des PMT Thorn EMI 9422A	43
3.3	Spezifikationen des als TDC verwendeten VUPROMs	59
5.1	Proportionalitätsfaktor des Raumladungspotentials	87
5.2	Alle Beiträge zur Elektronenkühlerspannung	91
5.3	kleine Chronologie der Strahlzeit	96
5.4	Übersicht Ionengeschwindigkeiten	103
6.1	Genauigkeit Atos	114
6.2	Kriterien zur Akzeptanz von Fitergebnissen	122
6.3	Linienbreiten Laser und Resonanz	133
6.4	Fehler durch Winkel zwischen Laser und Ionenstrahl	135
6.5	Vergleich λ_{Lab} mit Jöhren	139
7.1	Fehlerfortpflanzung der Elektronenkühlerspannung	141
7.2	Übersicht über alle Fehlerbeiträge zur Ruhewellenlänge.	144
8.1	Parameter zur Berechnung der HFS von $^{209}\text{Bi}^{82+}$	156
8.2	Parameter zur Berechnung der HFS von $^{209}\text{Bi}^{82+}$	156
8.3	verwendete Werte zur Berechnung der spezifischen Differenz $\Delta'E$	157
8.4	Rekonstruierte Spannung und Wellenlängen mit Fehlerfortpflanzung	163
B.1	Rekonstruktionswege	193
B.2	Legende zu Tab. B.1	193

Literaturverzeichnis

- [AM] ADAMCZEWSKI-MUSCH, J. ; LINEV, S.: *Homepage des Analyseframeworks Go4*. <http://www-win.gsi.de/go4/>
- [AM11] ADAMCZEWSKI-MUSCH, J. ; AL-TURANY, M. ; BERTINI, D. ; ESSEL, H.G. ; LINEV, S.: *The Go4 Analysis Framework Introduction V4.5*. <http://web-docs.gsi.de/~go4/go4V04/manuals/Go4introV4.pdf>. Version: 2011
- [And10] ANDJELKOVIC, Zoran ; BHARADIA, Shailen ; SOMMER, Bettina ; VOGEL, Manuel ; NÖRTERSCHÄUSER, Wilfried: Towards high precision in-trap laser spectroscopy of highly charged ions. In: *Hyperfine Interact.* 196 (2010), S. 81
- [And12] ANDREEV, O. V. ; GLAZOV, D. A. ; VOLOTKA, A. V. ; SHABAEV, V. M. ; PLUNIEN, G.: Evaluation of the screened vacuum-polarization corrections to the hyperfine splitting of Li-like bismuth. In: *Phys. Rev. A* 85 (2012), 022510. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.85.022510>
- [And13] ANDJELKOVIC, Zoran: *persönliche Mitteilung*. 2013
- [Ang04] ANGELI, I.: A consistent set of nuclear rms charge radii: properties of the radius surface $R(N,Z)$. In: *Atomic data and nuclear data tables* 87 (2004), S. 185. <http://dx.doi.org/10.1016/j.adt.2004.04.002>. – DOI 10.1016/j.adt.2004.04.002
- [Ani10] ANIELSKI, Denis: *Entwicklung eines Detektoraufbaus zur Bestimmung der 2s-Hyperfeinstrukturaufspaltung von $^{209}\text{Bi}^{80+}$ am Experimentierspeicherring an der GSI*, Universität Münster, Diplomarbeit, 2010. http://www.uni-muenster.de/Physik.KP/AGWeinheimer/Files/theses/Diplom_Denis_Anielski.pdf
- [Ant13] ANTOGNINI, Aldo ; NEZ, Francois ; SCHUHMANN, Karsten ; AMARO, Fernando D. ; BIRABEN, Francois ; CARDOSO, Joao M. ; COVITA, Daniel S. ; DAX, Andreas ; DHAWAN, Satish ; DIEPOLD, Marc u. a.: Proton Structure from the Measurement of 2S-2P Transition Frequencies of Muonic Hydrogen. In: *Science* 339 (2013), S. 417. <http://dx.doi.org/10.1126/science.1230016>. – DOI 10.1126/science.1230016
- [Bar99] BARLOW, Roger: *Statistics: a guide to the use of statistical methods in the physical sciences*. John Wiley & Sons Ltd, 1999. – ISBN 0 471 92295 1

- [Bei98] BEIERSDORFER, P. ; OSTERHELD, A. L. ; SCOFIELD, J. H. ; LÓPEZ-URRUTIA, J. R. C. ; WIDMANN, K.: Measurement of QED and Hyperfine Splitting in the $2s_{1/2}$ - $2p_{3/2}$ X-Ray Transition in Li-like $^{209}\text{Bi}^{80+}$. In: *Phys. Rev. Lett.* 80 (1998), S. 3022
- [Bei00] BEIER, T.: The g_j Factor of a Bound Electron and the Hyperfine Structure Splitting in Hydrogenlike Ions. In: *Phys. Rep.* 339 (2000), S. 79
- [Bei10] BEIERSDORFER, P.: Testing QED and atomic-nuclear interactions with high-Z ions. In: *J. Phys. B* 43 (2010), S. 074032
- [Bey03] BEYER, H. F. ; SHEVELKO, V. P. ; LAURENSEN, S. (Hrsg.): *Introduction to the physics of highly charged ions*. Institute of Physics Publishing, 2003 (Series in Atomic and Molecular Physics). – ISBN 0 7503 0481 2
- [Bey13] BEYER, H. F.: The FOCAL experiment. In: *Proceedings of the HCI Conference 2012, Heidelberg, 2013*. – zur Veröffentlichung in der Augustausgabe von *Phys. Scr.* vorgesehen
- [Bor00] BORNEIS, S. ; DAX, A. ; ENGEL, T. ; HOLBROW, C. ; HUBER, G. ; KÜHL, T. ; MARX, D. ; MERZ, P. ; QUINT, W. ; SCHMITT, F. ; SEELIG, P. ; TOMASELLI, M. ; WINTER, H. ; BECKERT, K. ; FRANZKE, B. ; NOLDEN, F. ; REICH, H. ; STECK, M.: Ground-state hyperfine structure of heavy hydrogen-like ions. In: *Hyperfine Interact.* 127 (2000), S. 305
- [Bot12] BOTERMANN, Benjamin: *Test der Speziellen Relativitätstheorie mittels Laserspektroskopie an relativistischen $^7\text{Li}^+$ -Ionen am ESR*, Johannes Gutenberg Universität Mainz, Dissertation, 2012
- [Bou00] BOUCARD, S. ; INDELICATO, P.: Relativistic many-body and QED effects on the hyperfine structure of lithium-like ions. In: *European Physical Journal D* 8 (2000), S. 59
- [Bra90] BRANDEN, B. H. ; JOACHAIN, C. J.: *Physics of atoms and molecules*. Longman Scientific & Technical, 1990. – ISBN: 0-582-44401-2
- [Bra00] BRANDAU, Carsten: *Messungen zur Photorekombination hochgeladener lithiumähnlicher Atome*, Justus-Liebig-Universität Gießen, Dissertation, 2000
- [Bus07] BUSSMANN, Michael: *Laser-Cooled Ion Beams and Strongly Coupled Plasmas for Precision Experiments*, Ludwig-Maximilians-Universität München, Dissertation, 2007
- [Cot10] COTO, Rubén L.: *Test and commissioning of the detector system in the $^{209}\text{Bi}^{80+}$ experiment at the Experimental Storage Ring (ESR) at GSI*, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Diplomarbeit, 2010

- [Dan06] DANARED, H. ; KÄLLBERG, A. ; SIMONSSON, A.: CRYRING Machine Studies for FLAIR. In: *Proceedings of EPAC 2006, Edinburgh, Scotland, 2006*. – ISBN 92–9083–278–9
- [Ess03] ESSEL, H. G. ; KURZ, N.: *GSI Multi-Branch System User Manual*. http://web-docs.gsi.de/~mbs/v51/manual/gm_mbs_c.pdf. Version: 2003
- [For11] FORCK, Peter: *Lecture Notes on Beam Instrumentation and Diagnostics*. Joint University Accelerator School. http://www-bd.gsi.de/conf/juas/juas_script.pdf. Version: 2011
- [Fra87] FRANZKE, B.: The Heavy-Ion Storage and Cooler Ring Project Electron-Spin-Resonance at GSI. In: *NIM B 24-5 (1987)*, S. 18
- [Fri04] FRICKE, G. ; HEILIG, K.: Landolt-Börnstein, Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology. In: MARTIENSSEN, W. (Hrsg.): *Nuclear Charge Radii* Bd. 20. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004. – ISBN 3-540-42829-1
- [Ger12] GERHARD, P. ; BARTH, W. ; CLEMENTE, G. ; DAHL, L. ; GROENING, L. ; MAIER, M. ; MICKAT, S. ; KAISER, M. S. ; SCHLITT, B. ; VORMANN, H. ; YARAMYSHEV, S.: UNILAC Status and Development. In: GROSSE, Katrin (Hrsg.): *GSI Scientific Report 2011*. GSI, 2012, S. 289
- [Gla10] GLAZOV, D. A. ; VOLOTKA, A. V. ; SHABAEV, V. M. ; TUPITSYN, I. I. ; PLUNIEN, G.: Evaluation of the screened QED corrections to the g factor and the hyperfine splitting of lithiumlike ions. In: *Phys. Rev. A* 81 (2010), 062112. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.81.062112>
- [Gün02] GÜNTHER, N. ; ATOS GMBH (Hrsg.): *Atos*. Atos GmbH, October 2002. – Manual Atos LambdaMeter LM 007 Serial No. 66
- [Gör] GÖRINGER, Horst: *Beschreibung des Archiv-Speichersystemes Gstore*. <http://www-aix.gsi.de/computing/expdv/gstore.html>
- [Gum05] GUMBERIDZE, Alexandre ; STÖHLKER, Th ; BANAŚ, D ; BECKERT, K ; BELLER, P ; BEYER, HF ; BOSCH, F ; HAGMANN, S ; KOZHUHAROV, C ; LIESEN, D u. a.: Quantum electrodynamics in strong electric fields: the ground-state lamb shift in hydrogenlike uranium. In: *Phys. Rev. Lett.* 94 (2005), S. 223001
- [Gum07] GUMBERIDZE, A. ; STÖHLKER, Th. ; BANAŚ, D. ; BECKERT, K. ; BELLER, P. ; BEYER, H. F. ; BOSCH, F. ; CAI, X. ; HAGMANN, S. ; KOZHUHAROV, C. u. a.: Precision tests of QED in strong fields: experiments on hydrogen-and helium-like uranium. In: *Journal of Physics: Conference Series* Bd. 58 IOP Publishing, 2007, S. 87

- [Gus00] GUSTAVSSON, M. G. H., Physics and Engineering Physics, Göteborg University and Chalmers University of Technology, Dissertation, 2000
- [Hag94] HAGLEY, E. W. ; PIPKIN, F. M.: Separated oscillatory field measurement of hydrogen $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$ fine structure interval. In: *Phys. Rev. Lett.* 72 (1994), S. 1172. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.72.1172>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.72.1172
- [Han08] HANNEKE, D. ; FOGWELL, S. ; GABRIELSE, G.: New Measurement of the Electron Magnetic Moment and the Fine Structure Constant. In: *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008), 120801. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.100.120801>
- [Han13] HANNEN, Volker: Detection system for forward emitted photons at the Experimental Storage Ring at GSI. (2013). – private Mitteilung, zur Veröffentlichung vorgesehen
- [Hof06] HOFFMANN, J.: *Logic Modules for Tracking Triggers*. <http://www.gsi.de/fileadmin/EE/Module/VUPROM/vuprom1.pdf>. Version: Januar 2006
- [Hug99] HUGHES, V. W. ; KINOSHITA, T.: Anomalous g values of the electron and muon. In: *Reviews of Modern Physics* 71 (1999), S. 133
- [Jöh13] JÖHREN, Raphael: (*in Arbeit*), Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Dissertation, 2013
- [Kar01] KARSHENBOIM, Savely G. ; PAVONE, Francesco S.: Introduction to Simple Atoms. Version: 2001. http://dx.doi.org/10.1007/3-540-45395-4_1. In: KARSHENBOIM, Savely G. (Hrsg.) ; BASSANI, F. (Hrsg.) ; PAVONE, F.S. (Hrsg.) ; INGUSCIO, M. (Hrsg.) ; HÄNSCH, T.W. (Hrsg.): *The Hydrogen Atom* Bd. 570. Springer Berlin Heidelberg, 2001. – ISBN 978-3-540-41935-8, 1–14
- [Kar05] KARSHENBOIM, Savely G.: Precision physics of simple atoms: QED tests, nuclear structure and fundamental constants. In: *Physics reports* 422 (2005), 1. [arXiv:hep-ph/0509010](http://arxiv.org/abs/hep-ph/0509010)
- [Kes] KESTER, Oliver ; FORCK, Peter: *Physik und Technik von Ionenquellen*. http://acc.physik.uni-frankfurt.de/vorlesung/WS1112/06_VSWS1112_hochstrom.pdf. – Vorlesung Wintersemester 2011/2012
- [Kla94a] KLAFT ; BORNEIS ; ENGEL ; FRICKE ; GRIESER ; HUBER ; KÜHL ; MARX ; NEUMANN ; SCHRÖDER ; SEELIG ; VÖLKER: Precision laser spectroscopy of the ground state hyperfine splitting of hydrogenlike $^{209}\text{Bi}^{82+}$. In: *Phys. Rev. Lett* 73 (1994), Nr. 18, S. 2425
- [Kla94b] KLAFT, Ingo: *Messungen der Hyperfeinstruktur im Grundzustand von wasserstoffartigem $^{209}\text{Bi}^{82+}$ am Schwerionen-Speicherring ESR*, Johannes Gutenberg Universität Mainz, Dissertation, 1994

- [Lak98] LAKES, Roderic: Experimental limits on the photon mass and cosmic magnetic vector potential. In: *Phys. Rev. Lett.* 80 (1998), S. 1826
- [Leo94] LEO, William R.: *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*. 2. Springer, 1994. – ISBN 3-540-57280-5
- [LU98] LÓPEZ-URRUTIA, J. R. C. ; BEIERSDORFER, P. ; WIDMANN, K. ; BIRKETT, B. B. ; MARTENSSON-PENDRILL, A.-M. ; GUSTAVSSON, M. G. H.: Nuclear magnetization distribution radii determined by hyperfine transitions in the 1s level of H-like ions $^{185}\text{Re}^{74+}$ and $^{187}\text{Re}^{74+}$. In: *Phys. Rev. A* 57 (1998), Nr. 3, S. 879
- [Mar01] MARX: *Kalibrierschein für das Heinzinger DVM mit dem Zeichen 2828 PTB 01*. 2001
- [Min10] MINAMI, Shizu: *VUPROM as 192-ch Multi-hit TDC and Scaler*. http://www.gsi.de/fileadmin/EE/Module/VUPROM/vuprom_tdc.pdf. Version: 2010. – veraltet
- [Min12] MINAMI, Shizu: *VUPROM as 16-ch Multi-Hit Double-Buffer TDC and Scaler*. 2012. – nicht auf Homepage verlinkt
- [Naf47] NAFE, JE ; NELSON, EB ; RABI, II: The hyperfine structure of atomic hydrogen and deuterium. In: *Physical Review* 71 (1947), S. 914
- [Nov08] NOVOTNY, Christian: *Towards a new test of time dilation: Laser spectroscopy on lithium ions stored at a velocity of 33.8 % of the speed of light*, Johannes Gutenberg Universität Mainz, Dissertation, 2008
- [Nör11] NÖRTERSCHÄUSER, Wilfried: Laser spectroscopy for QED tests in highly charged ions. In: *Hyperfine Interact.* 199 (2011), S. 131
- [Nör12] NÖRTERSCHÄUSER, Wilfried: *persönliche Mitteilung*. 2012
- [Olo] *Beschleuniger Operation Log*. http://www-oracle.gsi.de/pls/prost4p/prost.p_client_page_public_html
- [Psc09] PSCHORN, Ina: *persönliche Mitteilung*. 2009
- [Reu09] REUSCHL, Regina ; BANAS, Dariusz ; BEYER, Heinrich F. ; GUMBERIDZE, Alexandre ; HESS, Sebastian ; INDELICATO, Paul ; LIESEN, Dieter ; PROTIC, Davor ; SPILLMANN, Uwe ; STÖHLKER, Thomas u. a.: Experimental Developments for the Lamb-Shift Investigation in Heavy Ions. In: *AIP Conference Proceedings* Bd. 1099, 2009, S. 168
- [Sal07] SALEH, B. E. A. ; TEICH, M. C. ; SALEH, B. E. A. (Hrsg.): *Fundamentals of Photonics*. 2. New Jersey : John Wiley & Sons Ltd, 2007. – ISBN: 978-0-471-35832-9

- [San12] SANCHEZ, Rodolfo: *persönliche Mitteilung*. 2012
- [Sap01] SAPIRSTEIN, J. ; CHENG, K. T.: Hyperfine splitting in lithiumlike bismuth. In: *Phys. Rev. A* 63 (2001), S. 032506
- [Sch91] SCHAAF, Uwe: *Schottky-Diagnose und BTF-Messungen an gekühlten Strahlen im Schwerionen-Speicherring ESR*, Universität Frankfurt, Dissertation, 1991
- [See98] SEELIG, P ; BORNEIS, S ; DAX, A ; ENGEL, T ; FABER, S ; GERLACH, M ; HOLBROW, C ; HUBER, G ; KÜHL, T ; MARX, D u. a.: Ground State Hyperfine Splitting of Hydrogenlike $^{207}\text{Pb}^{81+}$ by Laser Excitation of a Bunched Ion Beam in the GSI Experimental Storage Ring. In: *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998), S. 4824–4827
- [See99] SEELIG, Peter: *Laserspektroskopie der 1s-Hyperfeinstrukturaufspaltung an wasserstoffähnlichem $^{207}\text{Pb}^{81+}$* , Universität Mainz, Dissertation, 1999
- [Sha95] SHABAEV, V. M. ; SHABAEV, M. B. ; TUPITSYN, I. I.: Hyperfine structure of hydrogenlike and lithiumlike atoms. In: *Phys. Rev. A* 52 (1995), S. 3686
- [Sha98a] SHABAEV, V. M. ; SHABAEVA, M. B. ; TUPITSYN, I. I. ; YEROKHIN, V. A. ; ARTEMYEV, A. N. ; KÜHL, T. ; TOMASELLI, M. ; ZHEREBTSOV, O. M.: Erratum: Transition energy and lifetime for the ground-state hyperfine splitting of high-Z lithiumlike ions. In: *Phys. Rev. A* 58 (1998), 1610. <http://arxiv.org/pdf/physics/9707006v4.pdf>
- [Sha98b] SHABAEV, V. M. ; SHABAEVA, M. B. ; TUPITSYN, I. I. ; YEROKHIN, V. A. ; ARTEMYEV, A. N. ; KÜHL, T. ; TOMASELLI, M. ; ZHEREBTSOV, O. M.: Transition energy and lifetime for the ground-state hyperfine splitting of high-Z lithiumlike ions. In: *Phys. Rev. A* 57 (1998), S. 149
- [Sha00] SHABAEV, V. M. ; ARTEMYEV, A. N. ; ZHEREBTSOV, O. M. ; YEROKHIN, V. A. ; PLUNIEN, G. ; SOFF, G.: Calculation of the hyperfine structure of heavy H- and Li-like ions. In: *Hyperfine Interact.* 127 (2000), S. 279
- [Sha01] SHABAEV, V. M. ; ARTEMYEV, A. N. ; YEROKHIN, V. A. ; ZHEREBTSOV, O. M. ; SOFF, G.: Towards a Test of QED in Investigations of the Hyperfine Splitting in Heavy Ions. In: *Phys. Rev. Lett.* 86 (2001), S. 3959
- [Ste04] STECK, M. ; BELLER, P. ; BECKERT, K. ; FRANZKE, B. ; NOLDEN, F.: Electron cooling experiments at the ESR. In: *NIM A* 532 (2004), S. 357–365
- [Ste12] STECK, Markus: *persönliche Mitteilung*. 2012
- [Stu11] STURM, S. ; WAGNER, A. ; SCHABINGER, B. ; ZATORSKI, J. ; HARMAN, Z. ; QUINT, W. ; WERTH, G. ; KEITEL, C. H. ; BLAUM, K.: *g* Factor of Hydrogenlike $^{28}\text{Si}^{13+}$. In: *Phys. Rev. Lett.* 107 (2011), 023002. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.023002>

- [Thü07] THÜMLER, Thomas: *Präzisionsüberwachung und Kalibration der Hochspannung für das KATRIN-Experiment*, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Dissertation, 2007
- [Tom00] TOMASELLI, M. ; FRITZSCHE, S. ; KÜHL, T. ; WINTER, H.: Hyperfine structure of Li-like bismuth. In: *Hyperfine Interact.* 127 (2000), S. 315
- [Tro12] TROTZENKO, Sergiy: *persönliche Mitteilung*. 2012
- [Ull13] ULLMANN, Johannes: *Laserstrahlführung und -stabilisierung zur Spektroskopie von gespeicherten, relativistischen und gekühlten hochgeladenen Ionen*, Ernst-Abbe-Fachhochschule Jena, Masterarbeit, 2013
- [Vol08] VOLOTKA, A. V. ; GLAZOV, D. A. ; TUPITSYN, I. I. ; ORESHKINA, N. S. ; PLUNIEN, G. ; SHABAEV, V. M.: Ground-state hyperfine structure of H-, Li-, and B-like ions in the intermediate- Z region. In: *Phys. Rev. A* 78 (2008), 062507. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.78.062507>
- [Vol09] VOLOTKA, A. V. ; GLAZOV, D. A. ; SHABAEV, V. M. ; TUPITSYN, I. I. ; PLUNIEN, G.: Screened QED Corrections in Lithiumlike Heavy Ions in the Presence of Magnetic Fields. In: *Phys. Rev. Lett.* 103 (2009), S. 033005
- [Vol12a] VOLOTKA, A. V.: *persönliche Mitteilung*. 2012
- [Vol12b] VOLOTKA, A. V. ; GLAZOV, D. A. ; ANDREEV, O. V. ; SHABAEV, V. M. ; TUPITSYN, I. I. ; PLUNIEN, G.: Test of Many-Electron QED Effects in the Hyperfine Splitting of Heavy High- Z Ions. In: *Phys. Rev. Lett.* 108 (2012), Feb, 073001. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.073001>
- [Vol12c] VOLOTKA, A. V. ; GLAZOV, D. A. ; ANDREEV, O. V. ; SHABAEV, V. M. ; TUPITSYN, I. I. ; PLUNIEN, G.: Test of many-electron QED effects in the hyperfine splitting of heavy ions. In: GROSSE, Katrin (Hrsg.): *GSI Scientific Report 2011*. GSI, 2012, S. 386
- [Vol13] VOLOTKA, A. V.: *persönliche Mitteilung*. 2013
- [Vol14] VOLLBRECHT, Jonas: (*in Arbeit*), Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Dissertation, 2014
- [Wag13] WAGNER, A. ; STURM, S. ; KÖHLER, F. ; GLAZOV, D. A. ; VOLOTKA, A. V. ; PLUNIEN, G. ; QUINT, W. ; WERTH, G. ; SHABAEV, V. M. ; BLAUM, K.: g Factor of Lithiumlike Silicon $^{28}\text{Si}^{11+}$. In: *Phys. Rev. Lett.* 110 (2013), 033003. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.033003>
- [Web09] WEBER, G. ; OMET, C. ; DUBOIS, R. D. ; LUCIO, O. de ; STÖHLKER, T. ; BRANDAU, C. ; GUMBERIDZE, A. ; HAGMANN, S. ; HESS, S. ; KOZHUHAROV, C. ; REUSCHL, R. ; SPILLER, P. ; SPILLMANN, U. ; STECK, M. ; THOMASON, M. ; TROTSSENKO, S.: Beam lifetimes and ionization cross sections of U^{28+} .

- In: *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams* 12 (2009), Nr. 8, S. 084201
- [Wei95] WEITZ, M ; HUBER, A ; SCHMIDT-KALER, F ; LEIBFRIED, D ; VASSEN, W ; ZIMMERMANN, C ; PACHUCKI, K ; HÄNSCH, TW ; JULIEN, L ; BIRABEN, F: Precision measurement of the 1S ground-state Lamb shift in atomic hydrogen and deuterium by frequency comparison. In: *Phys. Rev. A* 52 (1995), S. 2664
- [Wen13] WEN, W.Q. ; LOCHMANN, M. ; MA, X. ; BUSSMANN, M. ; WINTERS, D.F.A. ; NÖRTERSCHÄUSER, W. ; BOTERMANN, B. ; GEPPERT, C. ; FRÖMMGEN, N. ; HAMMEN, M. ; HANNEN, V. ; JÖHREN, R. ; KÜHL, Th. ; LITVINOV, Yu.A. ; SÁNCHEZ, R. ; STÖHLKER, Th. ; VOLLBRECHT, J. ; WEINHEIMER, C. ; DIMOPOULOU, C. ; NOLDEN, F. ; STECK, M.: Optical measurement of the longitudinal ion distribution of bunched ion beams in the ESR. In: *NIM A* 711 (2013), 90. <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2013.01.058>
- [Wer06] WERTH, Günter: Tests of quantum electrodynamics using ion traps. In: *Hyperfine Interact.* 172 (2006), S. 125. <http://dx.doi.org/10.1007/s10751-007-9531-6>. – DOI 10.1007/s10751-007-9531-6
- [Win96] WINKLER, Thomas: *Untersuchung zur Elektronenkühlung hochgeladener schwerer Ionen*, Universität Heidelberg, Dissertation, 1996
- [Win99] WINTER, Helmut: *Laserspektroskopie an schweren Ionen: Laserinduzierte Zweistufen-Rekombination, Hyperfeinstrukturaufspaltung und g-Faktor des gebundenen Elektrons*, Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 1999
- [Wlo12] WLOKA, Adrian: *persönliche Mitteilung der Firma Sirah*. Oktober 2012