

Astrophysikalische Bedingungen für einen r-Prozess im Hoch-Entropie-Wind von Typ II Supernovae

Dissertation
zur Erlangung des Grades
"Doktor der Naturwissenschaft"

Vorgelegt von
Khalil Farouqi
geboren in Mohammedia bei Casablanca, Marokko

JOHANNES GUTENBERG-UNIVERSITÄT MAINZ

INSTITUT FÜR KERNCHEMIE

Juli 2005

Termin der mündlichen Prüfung: 25.07.2005

Zusammenfassung

Sterne mit einer Anfangsmasse zwischen etwa 8 und 25 Sonnenmassen enden ihre Existenz mit einer gewaltigen Explosion, einer Typ II Supernova. Die hierbei entstehende Hoch-Entropie-Blase ist ein Bereich am Rande des sich bildenden Neutronensterns und gilt als möglicher Ort für den r-Prozess. Wegen der hohen Temperatur T innerhalb der Blase ist die Materie dort vollkommen photodesintegriert. Das Verhältnis von Neutronen zu Protonen wird durch die Elektronenhäufigkeit Y_e beschrieben. Die thermodynamische Entwicklung des Systems wird durch die Entropie S gegeben. Da die Expansion der Blase schnell vonstatten geht, kann sie als adiabatisch betrachtet werden. Die Entropie S ist dann proportional zu T^3/ρ , wobei ρ die Dichte darstellt. Die explizite Zeitentwicklung von T und ρ sowie die Prozessdauer hängen von V_{exp} , der Expansionsgeschwindigkeit der Blase, ab.

Der erste Teil dieser Dissertation beschäftigt sich mit dem Prozess der Reaktionen mit geladenen Teilchen, dem α -Prozess. Dieser Prozess endet bei Temperaturen von etwa $3 \cdot 10^9$ K, dem sogenannten “ α -reichen” Freezeout, wobei überwiegend α -Teilchen, freie Neutronen sowie ein kleiner Anteil von mittelschweren “Saat”-Kernen im Massenbereich um $A = 100$ gebildet werden. Das Verhältnis von freien Neutronen zu Saatkernen Y_n/Y_{seed} ist hierbei proportional zu $V_{exp} \left(\frac{S}{Y_e}\right)^3$.

Nur wenn $Y_n/Y_{seed} > 1$ ist, kann ein r-Prozess stattfinden.

Der zweite Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit dem eigentlichen r-Prozess, der bei Neutronenanzahldichten von bis zu 10^{27} n/cm³ stattfindet, und innerhalb von maximal 400 ms sehr neutronenreiche “Progenitor”-Isotope von Elementen bis zum Thorium und Uran bildet. Bei dem sich anschliessendem Ausfrieren der Neutroneneinfangreaktionen ($T \approx 10^9$ K und $n_n \approx 10^{20}$ n/cm³) erfolgt dann der β -Rückzerfall der ursprünglichen r-Prozesskerne zum Tal der Stabilität. Diese Nicht-Gleichgewichts-Phase wird in der vorliegenden Arbeit in einer Parameterstudie eingehend untersucht.

Abschliessend werden astrophysikalische Bedingungen definiert, unter denen die gesamte Verteilung der solaren r-Prozess-Isotopenhäufigkeiten reproduziert werden können.

Abstract

Stars with initial masses in the range of about 8 to 25 solar masses end in an enormous explosion, a supernova.

The high-entropy bubble is a region at the edge of the nascent proto-neutron star and is regarded as a possible site of the r-process. Due to the high temperature T the matter in the bubble is completely photodisintegrated. The ratio of neutrons to protons is described by the electron abundance Y_e . The thermodynamical

evolution of the system is determined by the entropy S . The rapid expansion of the bubble can be treated as adiabatic. In this case, the entropy S is proportional to T^3/ρ , with the density ρ . The explicit time evolution of temperature and density as well as the process duration are dependent on V_{exp} , the expansion rate of the bubble.

The first part of this dissertation deals with charged particle reactions, the alpha-process. This process ends at temperatures of about $3 \cdot 10^9$ K, the so-called alpha-rich freeze-out, leading to the formation of predominantly alpha-particles and free neutrons as well as a small fraction of medium mass seed nuclei in the mass range around $A = 100$. The ratio of free neutrons to seed nuclei Y_n/Y_{seed} is proportional to $V_{exp} (S/Y_e)^3$. An r-process will take only if $Y_n/Y_{seed} > 1$.

The second part of this thesis treats the proper r-process which takes place at neutron number densities up to $n_n = 10^{27}$ neutrons/cm³. It forms in less than 400 ms very neutron-rich progenitor isotopes of elements up to thorium and uranium. Following the freeze-out of neutron capture reactions (at $T \approx 10^9$ K and $n_n \approx 10^{20}$ neutrons/cm³) the primary r-process nuclides the β -decay back to the valley of β -stability. This non-equilibrium phase is treated in a parameter study in the present thesis.

To conclude astrophysical conditions are defined which allow to reproduce the total solar system r-process isotopic abundances.

Inhaltsverzeichnis

0	Ziel der nuklearen Astrophysik	1
1	Klassische r-Prozessrechnungen	5
1.1	r-Prozessnukleosynthese	5
1.2	Klassische r-Prozessnetzwerkrechnungen	7
2	Der Hoch-Entropie-Wind von Typ II Supernovae als möglicher Ort für den r-Prozess	13
2.1	Supernovae vom Typ II	13
2.2	Das Modell der Hoch-Entropie-Blase	15
2.2.1	Entropie eines extrem heissen Gases	16
2.2.2	Temperatur- und Dichtezeitabhängigkeit im Hoch-Entropie-Wind	18
3	Der α-Prozess	23
3.1	Der Prozessmechanismus	23
3.2	Das Reaktionsnetzwerk	26
3.3	Der Programmcode	27
3.4	Normales Ausfrieren	30
3.4.1	Resultierende Isotopenverteilungen	31
3.5	α -reiches Ausfrieren	32
3.5.1	Parameterkombinationen, die einen nachfolgenden r-Prozess gestatten	32
3.5.2	$\frac{Y_n}{Y_{Seed}}$ als Funktion der Entropie S	33
3.5.3	$\frac{Y_n}{Y_{Seed}}$ als Funktion von V_{exp}	34
3.5.4	$\frac{Y_n}{Y_{Seed}}$ als Funktion von Y_e	35
3.5.5	$\frac{Y_n}{Y_{Seed}} = f(S, Y_e, Y_{exp})$	38
3.6	Saatkerne nach dem α -reichen Freezeout	41
3.6.1	Wichtung eines Saatkerns als Funktion von Y_e	41
3.6.2	^{100}Sr und ^{102}Sr	41
3.6.3	^{92}Kr , ^{94}Kr und ^{96}Kr	41
3.6.4	^{80}Zn und ^{88}Se	45

4	Volldynamische r-Prozessnetzwerkrechnungen	53
4.1	Numerische Technik	53
4.2	Das Reaktionsnetzwerk	54
4.3	Kernphysikalischer Dateninput	56
4.4	Der r-Prozess-Code	56
4.5	Reproduktion der solaren r-Prozesshäufigkeiten	57
4.5.1	Der dynamische Freezeout	57
4.5.2	Der $A=130$ -Peak mit der ETFSI-Q Massenformel	58
4.5.3	Der $A\approx 162$ "Pygmy"-Peak mit der ETFSI-Q-Massenformel	63
4.5.4	Der $A = 195$ Peak mit der ETFSI-Q-Massenformel	65
5	Reproduktion der solaren r-Prozess-Häufigkeits-Verteilung	73
6	Die β-verzögerten Neutronen im r-Prozess	77
6.1	Der $A = 130$ Peak	77
6.1.1	Totales "Abschalten" der β -verzögerten Neutronen	77
6.1.2	Unterdrückung des Wiedereinfangs von β -verzögerten Neutronen	78
6.2	Der $A = 195$ Peak	79
6.2.1	Totales Abschalten der β -verzögerten Neutronen	80
6.2.2	Unterdrückung des Wiedereinfangs von β -verzögerten Neutronen	80
7	Ausblick	83
	Abbildungsverzeichnis	84
	Tabellenverzeichnis	88
	Literatur	91

Kapitel 0

Ziel der nuklearen Astrophysik

Die Mechanismen der Nukleosynthese zu verstehen, und deren jeweiligen Orte ausfindig zu machen, stellt das wichtigste Ziel der nuklearen Astrophysik dar. Seit der wegweisenden Publikation von Burbidge, Burbidge, Fowler and Hoyle (**B²FH**) [1], oft auch als die „Bibel“ dieses Wissenschaftszweigs bezeichnet, weiss man, dass für die Synthese schwerer Elemente jenseits des Eisens unter anderem der **s-Prozess** (s für englisch **slow**, „langsam“) und der **r-Prozess** (r für englisch **rapid**, „schnell“) zuständig sind (Abbildung 1).

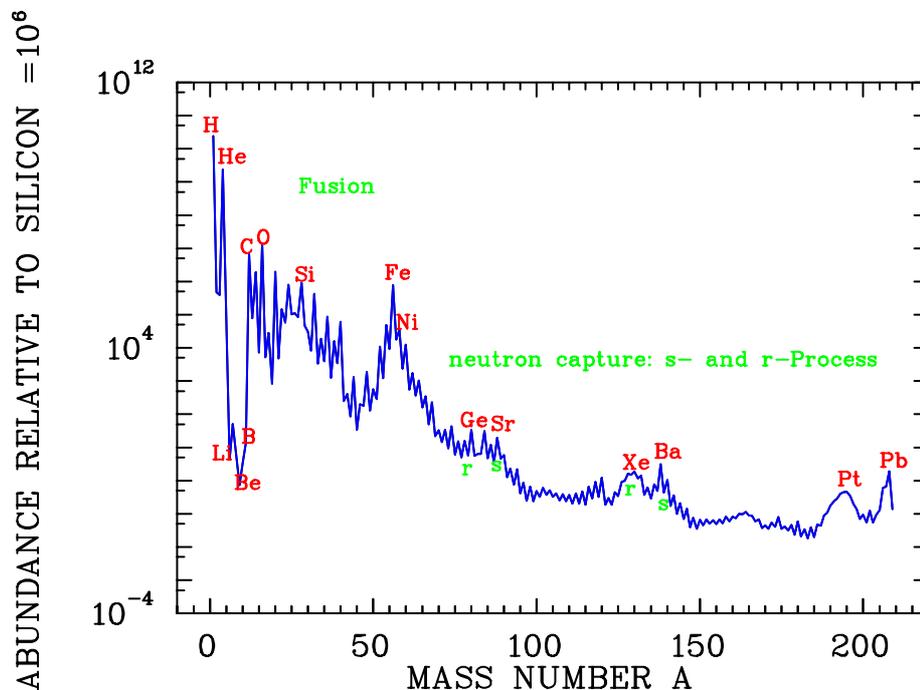


Abbildung 1: Die solaren Isotopenhäufigkeiten. Die Buchstaben s und r stehen für den s- bzw. r-Prozess.

Der r-Prozess ist ein Neutroneneinfangprozess, der bei hohen Neutronendichten und Temperaturen abläuft. Dabei werden durch einen hohen Neutronenfluss instabile neutronenreiche Atomkerne aufgebaut, die anschliessend rasch zu stabilen oder extrem langlebigen isobaren Kernen der schweren Elemente zurückzerfallen.

Man nimmt an, dass der r-Prozess im Wesentlichen während Supernova-Explosionen am Ende des Lebenszyklus von massiven Sternen abläuft. Dabei führt der Neutrinofluss aus dem nahezu inkompressiblen entarteten Proto-Neutronenstern im Zentrum des Sterns zum Abdampfen neutronenreichen Materials von dessen Aussenbereich und zu der Ejektion in den Weltraum.

Die relativ geringe Häufigkeit von im r-Prozess synthetisierten Elementen setzt jedoch voraus, dass entweder nur ein geringer Anteil aller Supernovae diese ins interstellare Medium abgibt, oder dass jede Supernova nur eine geringe Menge davon bildet.

Durch die sehr hohen Neutronenanzahldichten (in der Grössenordnung von $10^{22} - 10^{27}$ Neutronen pro cm^3) können in Sekundenbruchteilen sehr viele Neutronenanlagerungen stattfinden, insbesondere auch an instabile Zwischenprodukte, bevor ein radioaktiver β -Zerfall auftritt. Der Prozess wird durch die folgende Faktoren abgebremst:

- Die abgeschlossenen Neutronenschalen bei Isotopen um $N = 50, 82$ und 126 mit Massenzahlen $A \simeq 70 - 90, 130 - 138$ beziehungsweise $195 - 208$, bei denen die Wahrscheinlichkeit einer weiteren Neutronenanlagerung sinkt und daher den dafür benötigten Zeitraum vergrössert. Dadurch ist die Häufigkeit dieser Isotope etwas erhöht, was als prinzipielle Bestätigung der Theorie des r-Prozesses angesehen werden kann.
- Die relativ langsamen β -Halbwertzeiten im r-Prozesspfad, an den Stellen, wo er am nächsten der Stabilität erfolgt. Neutronenfänge und Photodesintegrationen sind immer noch sehr schnell.
- Die Stabilität der schweren Isotope nimmt mit zunehmender Massenzahl ab, bis der r-Prozess bei Kernen endet, die so instabil sind, dass sie spontaner Kernspaltung unterliegen, d. h. von selbst in zwei leichtere Kerne zerfallen. Man geht momentan davon aus, dass dies bei Massenzahlen um $A = 270$ der Fall ist, etwa im Gebiet der Elemente Uran bis Curium im Periodensystem.

Bei jeder Neutronenanlagerung wird Energie in Form von Gammaquanten frei. Massenzahl A und Neutronenzahl N erhöhen sich jeweils um eine Einheit und ein neues Isotop entsteht.

Bei den anschliessenden β^- -Zerfällen der instabilen Isotope wird je ein Neutron unter Emission eines Elektrons e^- und eines Antielektronenneutrinos $\bar{\nu}_e$ in ein Proton umgewandelt. Dadurch entsteht ein Atom eines anderen Elements mit gleicher

Massenzahl, aber um 1 erhöhter Ordnungszahl Z (Protonenzahl) und um 1 erniedrigter Neutronenzahl N ; das Atom "wandert" im Periodensystem.

Der s-Prozess ist ein Neutroneneinfangprozess, der im Gegensatz zum schnellen r-Prozess bei niedrigen Neutronendichten und relativ niedrigen Temperaturen abläuft. Er bewirkt den Aufbau von Elementen bis zu ^{209}Bi .

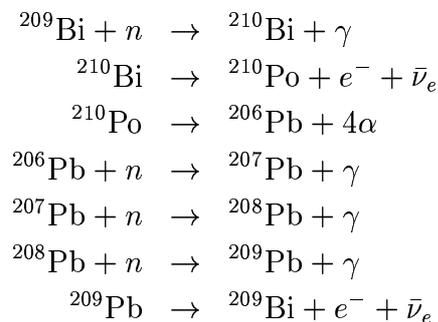
Der s-Prozess findet hauptsächlich in Sternen statt, die sich im asymptotischen Riesenast des Hertzsprung-Russell-Diagramms befinden. Dies sind Sterne mit Durchmessern vom Tausendfachen des Sonnendurchmessers, in deren Core Wasserstoff- und Heliumbrennen bereits zum Erliegen gekommen sind. In einer Schale um den Kern im so genannten Schalenbrennen wird hier Helium zu Kohlenstoff fusioniert. In dieser Heliumschale kommt es auch zu (α, n) Fusionsreaktionen, die Neutronen freisetzen.

Aufgrund des langsamen Ablaufs der Neutronenanlagerung, der sich über Jahrtausende erstreckt, ist es charakteristisch für den s-Prozess, dass der β -Zerfall instabiler Isotope stattfindet, bevor ein weiteres Neutron angelagert wird.

Der s-Prozess wird mathematisch oft durch die so genannte lokale Approximation beschrieben, die ein theoretisches Modell der Elementhäufigkeiten gibt, basierend auf der Annahme eines konstanten Neutronenflusses im Stern. Damit ergibt sich das Verhältnis der Elementhäufigkeiten als umgekehrt proportional zum Verhältnis des für den Neutronenfang wirksamen Querschnitts verschiedener Isotope; denn je grösser dieser Querschnitt, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit eines Neutroneneinfangs und der damit verbundenen Umwandlung in ein anderes Isotop.

Wegen der relativ geringen Neutronenanzahldichten (in der Grössenordnung von $10^5 - 10^{11}$ Neutronen pro cm^3), die man während des s-Prozesses erwartet, können die schweren, neutronenreichen Isotope wie Thorium und Uran nicht gebildet werden, da oberhalb von Pb und Bi α -Zerfälle den langsamen Aufbau schwerer Kerne verhindern.

Der s-Prozess endet mit einem Zyklus, der vom Ausgangskern des Wismut-Isotops ^{209}Bi wieder auf diesen zurückführt:



Durch den s-Prozess sind die Sterne des asymptotischen Riesenasts die wichtigsten Lieferanten der Hälfte der schweren Elemente jenseits von Eisen. Die synthetisierten Elemente werden durch Konvektionsströme nach aussen bis an

die Sternoberfläche transportiert, wo sie sich spektroskopisch nachweisen lassen. Im Jahre 1952 wurde erstmals das radioaktive Technetium in roten Riesen beobachtet, das aufgrund seiner Halbwertszeit von wenigen Millionen Jahren erst kurz zuvor durch den s-Prozess entstanden sein konnte und damit die Theorie stützte.

Kapitel 1

Klassische r-Prozessrechnungen

*Natürlicher Verstand kann fast jeden Grad von Bildung ersetzen,
aber keine Bildung den natürlichen Verstand...*
Arthur Schopenhauer, dt. Philosoph, 1788-1860

1.1 r-Prozessnukleosynthese

Damit ein r-Prozess überhaupt stattfinden kann, müssen die Neutroneneinfänge wesentlich schneller sein als die β^- -Zerfälle. Anders ausgedrückt, es muß für die Neutroneneinfangrate $\lambda_{(n,\gamma)}$ eines beliebigen Kerns (Z,A) und die β^- -Zerfallsrate λ_β folgendes gelten:

$$\lambda_{(n,\gamma)} \gg \lambda_\beta. \quad (1.1)$$

Weiterhin müssen die Bindungsenergien B_n der angelagerten Neutronen natürlich grösser sein als die Energie E_γ der vorhandenen Photonen, die ja die Kerne zu photodesintegrieren versuchen. Es muss also noch gelten:

$$B_n > E_\gamma. \quad (1.2)$$

Bei der Photodesintegration handelt es sich um die Umkehrreaktion des Neutroneneinfangs. Ein Photon wird absorbiert und überführt den absorbierenden Kern auf ein hochangeregtes Energieniveau, das jenseits der Teilchenemissionsschwelle liegt. Als allgemeine Faustregel gilt: Wenn die Energie $30 k_B T \approx Q$ -Wert der Hinreaktion ist, dann sind genügend Photonen der Schwarzkörperstrahlung mit $E_\gamma > Q$ vorhanden, so dass Photodesintegrationen wichtig werden.

Zusätzliche Bedingungen für den r-Prozess bezüglich Temperatur und Neutro-

nenanzahldichte sind:

$$T \geq 10^9 K \quad \text{und} \quad n_n \geq 10^{20} \text{cm}^{-3}. \quad (1.3)$$

Die Bedingung 1.3 ist nur in explosiven Prozessen erfüllbar, wie z.B. bei einer Supernovaexplosion oder dem Verschmelzen zweier Neutronensterne. Vernachlässigt man die Spontanspaltung schwerer Kerne, so kann sich ein Kern (Z,A) mit der Häufigkeit $Y_{(Z,A)}$ nur durch Neutroneneinfänge, Photodesintegrationen und β^- -Zerfälle ohne oder mit Emission von einem oder mehreren Neutronen ändern. Fasst man dies mathematisch zusammen, so entsteht ein Satz von nichtlinearen Differentialgleichungen der Gestalt:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{(Z,A)} = \frac{dY_{(Z,A)}}{dt} = & n_n Y_{(Z,A-1)}\sigma_{A-1} + Y_{(Z,A+1)}\lambda_{(A+1)} \\ & - Y_{(Z,A)}(n_n\sigma_A + \lambda_A + \lambda_\beta^A + \lambda_{\beta n}^A + \lambda_{\beta 2n}^A + \lambda_{\beta 3n}^A) \\ & + Y_{(Z-1,A)}\lambda_\beta^{Z-1,A} + Y_{(Z-1,A+1)}\lambda_{\beta n}^{Z-1,A+1} \\ & + Y_{(Z-1,A+2)}\lambda_{\beta 2n}^{Z-1,A+2} + Y_{(Z-1,A+3)}\lambda_{\beta 3n}^{Z-1,A+3}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Hierbei bedeuten

- $Y_{(Z,A)}$ die Häufigkeit von Kern (Z, A) ,
- n_n die Neutronenanzahldichte in cm^{-3} ,
- σ_{A-1} die thermisch gemittelte (n, γ) -Reaktionsrate $\langle \sigma v \rangle$ des Kerns $(Z, A - 1)$,
- λ_{A+1} die Photodesintegrationsrate (γ, n) für den Kern $(Z, A + 1)$,
- λ_β^A die β^- -Zerfallsrate des Kerns (Z, A) ohne Neutronenemission,
- $\lambda_{\beta n}^A$, $\lambda_{\beta 2n}^A$ und $\lambda_{\beta 3n}^A$ die β^- -Zerfallsraten gefolgt von der Emission von einem, zwei bzw. drei Neutronen.

In einem vollen Netzwerk liegen zwischen der Stabilität und der Neutronendripline etwa 6000 Kerne vor, und somit gibt es genauso viele Differentialgleichungen, die man numerisch lösen muss.

1.2 Klassische r-Prozessnetzwerkrechnungen

Die Gleichungen (1.4) werden mit Hilfe des impliziten Euler-Schemas numerisch integriert; siehe u.a. [2] und [3] und Kapitel 4. Dies ist, wenn man von einigen Annahmen ausgeht, zunächst nicht notwendig. Klassische r-Prozessrechnungen bedienen sich folgender vereinfachender Annahmen:

- Es herrsche in jeder Isotopenkette ein Gleichgewicht zwischen Neutroneneinfang (n, γ) und Photodesintegration (γ, n) .
- Der Freezeout setze plötzlich ein und erfolge instantan.
- Zwischen den magischen Neutronenzahlen (nicht bei den langen Halbwertszeiten) stellt sich näherungsweise ein stetiger β -Zerfallsfluss ein.

Ein Gleichgewicht zwischen Neutroneneinfang (n, γ) und Photodesintegration (γ, n) würde bedeuten, dass für jeden Kern (Z, A) die Entstehungs- und Vernichtungsrate stets die gleiche ist. Mathematisch heisst dies:

$$\lambda_{(\gamma, n)}^{A+1} Y_{(Z, A+1)} = n_n \langle \sigma v \rangle_{(n, \gamma)}^A Y_{(Z, A)}. \quad (1.5)$$

Der Index A in Gleichung (1.5) durchläuft alle im Netzwerk beteiligten Kerne in der jeweiligen Z-Kette. Bildet man daraus das Häufigkeitsverhältnis, so kann man Gleichung (1.5) wie folgt schreiben:

$$\frac{Y_{(Z, A+1)}}{Y_{(Z, A)}} = n_n \frac{\langle \sigma v \rangle_{(n, \gamma)}^A}{\lambda_{(\gamma, n)}^{A+1}}. \quad (1.6)$$

Mit Hilfe der sogenannten **detailed Balance** oder dem **Reziprozitätssatz** kann man die Rück- mit ihren Hinreaktionen verknüpfen durch

$$\lambda_{(\gamma, n)}^{A+1 \rightarrow A} = \frac{2G_{(Z, A)}}{G_{(Z, A+1)}} \left(\frac{A}{A+1} \right)^{3/2} \left(\frac{m_u k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{z, A+1 S_n}{k_B T} \right) \langle \sigma \mathbf{v} \rangle_{(n, \gamma)}^{A \rightarrow A+1}. \quad (1.7)$$

In Gleichung (1.7) sind

- $G = \sum_i (2J_i + 1) \exp \left(-\frac{E_i}{k_B T} \right)$ statistische Gewichte und
- S_n die Neutronenseparationsenergie des Kerns $(Z, A + 1)$. Diese Grösse erfordert die Kenntnis der Massenexzesse aller beteiligten Kerne, die mittels Experimente oder Massenmodelle bestimmt werden.

Einsetzen von Gleichung (1.7) in Gleichung (1.6) liefert die wichtige nukleare **Saha-Gleichung**, die die Verhältnisse der Häufigkeiten zweier benachbarter Kerne innerhalb einer Z-Kette wiedergibt:

$$\frac{Y_{(Z,A+1)}}{Y_{(Z,A)}} = n_n \frac{G_{(Z,A+1)}}{2G_{(Z,A)}} \left(\frac{A+1}{A}\right)^{3/2} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_u k_B T}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{z,A+1}{k_B T} S_n\right). \quad (1.8)$$

Die Annahme eines $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$ -Gleichgewichtes macht somit die Kenntnis der Neutroneneinfangquerschnitte überflüssig.

Vernachlässigen wir in Gleichung (1.8) die statistischen Gewichte und setzen weiterhin $\frac{A+1}{A} \approx 1$, so ist das Häufigkeitsmaximum in einer gegebenen Isotopenkette durch die Angabe von n_n und T festgelegt.

Da $\frac{Y_{(Z,A+1)}}{Y_{(Z,A)}}$ links vom Maximum > 1 und rechts vom Maximum < 1 ist, ist dieses in etwa durch $\frac{Y_{(Z,A+1)}}{Y_{(Z,A)}} \simeq 1$ festgelegt. Mit gegebenem n_n und T ist die Neutronenseparationsenergie S_n damit gleich für die jeweils häufigsten Kerne aller Z-Ketten.

Nach Einsetzen aller Konstanten in Gleichung (1.8) mit den oben erwähnten Vereinfachungen erhält man schlussendlich die Gleichung:

$$\frac{Y_{(Z,A+1)}}{Y_{(Z,A)}} = 2,37 \times 10^{-34} n_n T_9^{-3/2} \exp\left(-\frac{11,605}{T_9} z,A+1 S_n\right). \quad (1.9)$$

Hierbei ist S_n in MeV, die Temperatur in Einheiten von 10^9 K und n_n in cm^{-3} einzusetzen.

Definiert man weiterhin den Massenexzess als

$$m_{ex}^{Z,A} := m_{Z,A} - A \cdot m_u, \quad (1.10)$$

so kann man S_n schreiben als

$$S_n^{Z,A+1} = -(m_{Z,A+1} - m_{Z,A} - m_n)c^2. \quad (1.11)$$

Einsetzen von Gleichung (1.10) in (1.11) ergibt:

$$S_n^{Z,A+1} = (m_{ex}^{Z,A+1} - m_{ex}^{Z,A} - m_{ex}^n)c^2. \quad (1.12)$$

Gleichung (1.12) in (1.9) eingesetzt, ergibt schliesslich:

$$\frac{Y_{(Z,A+1)}}{Y_{(Z,A)}} = 8,42 \times 10^{-35} n_n T_9^{-3/2} \exp \left(\frac{11,605}{T_9} \{m_{ex}^{Z,A} + m_{ex}^n - m_{ex}^{Z,A+1}\} \right) \quad (1.13)$$

Als Beispiel betrachten wir die Einfangreaktion $^{56}\text{Fe}(n, \gamma)^{57}\text{Fe}$ bei einer im r-Prozess typischen Temperatur von $T_9 = 1.35$ und einer Neutronenanzahldichte $n_n = 10^{24} \text{ cm}^{-3}$. Die Massenexzesse in MeV von ^{56}Fe , dem Neutron und von ^{57}Fe sind jeweils -60.72 , 8.08 bzw. -60.01 . Mit Hilfe der Gleichung (1.13) bekommt man dann

$$\frac{Y_{(Z,A+1)}}{Y_{(Z,A)}} \approx 10^{20}.$$

Daraus ist zu ersehen, dass das Maximum in der Fe-Kette bei wesentlich höheren Neutronenzahlen zu erwarten ist. Abbildung (1.1) zeigt, dass das Maximum in der Eisenkette bei $A=75$ liegt.

Bei den obigen typischen r-Prozessbedingungen ist der Neutroneneinfang dominant, wenn das Verhältnis $\frac{Y_{(Z,A+1)}}{Y_{(Z,A)}} \geq 1$ ist. Dies wird laut Gleichung (1.9) erfüllt, wenn $S_n = -B_n \geq 2 \text{ MeV}$ ist.

Von einer Isotopenkette zur nächsten kommt man, wenn β^- -Zerfälle einsetzen. Führt man

$$Y_{(Z)} = \sum_A Y_{(Z,A)} \quad (1.14)$$

als die totale Häufigkeit in einer Z-Kette ein, dann können die einzelnen Häufigkeiten $Y_{(Z,A)}$ durch die Populationskoeffizienten $P_{(Z,A)}$ bestimmt werden:

$$Y_{(Z,A)} = P_{(Z,A)} Y_{(Z)}. \quad (1.15)$$

$P_{(Z,A)}$ folgen alle aus Gleichung (1.8). Aus Gleichung (1.14) und (1.15) folgt:

$$Y_{(Z)} = \sum_A Y_{(Z,A)} = \sum_A P_{(Z,A)} Y_{(Z)} \Leftrightarrow \sum_A P_{(Z,A)} = 1. \quad (1.16)$$

Da die Häufigkeiten innerhalb der Z-Ketten konstant bleiben, können wir Gleichung (1.4) vereinfachen, indem wir nur die β^- -Zerfallsterme mitführen. Die Häufigkeitsrate eines Kerns ist dann gegeben durch:

$$\dot{Y}_{(Z,A)} = Y_{(Z-1,A)} \lambda_{\beta}^{Z-1,A} - Y_{(Z,A)} \lambda_{\beta}^{Z,A}.$$

Summiert man über alle vorkommenden Kerne einer Z-Kette, so erhält man:

$$\dot{Y}_{(Z)} = Y_{(Z-1)} \sum_A P_{(Z-1,A)} \lambda_{\beta}^{Z-1,A} - Y_{(Z)} \sum_A P_{(Z,A)} \lambda_{\beta}^{Z,A}. \quad (1.17)$$

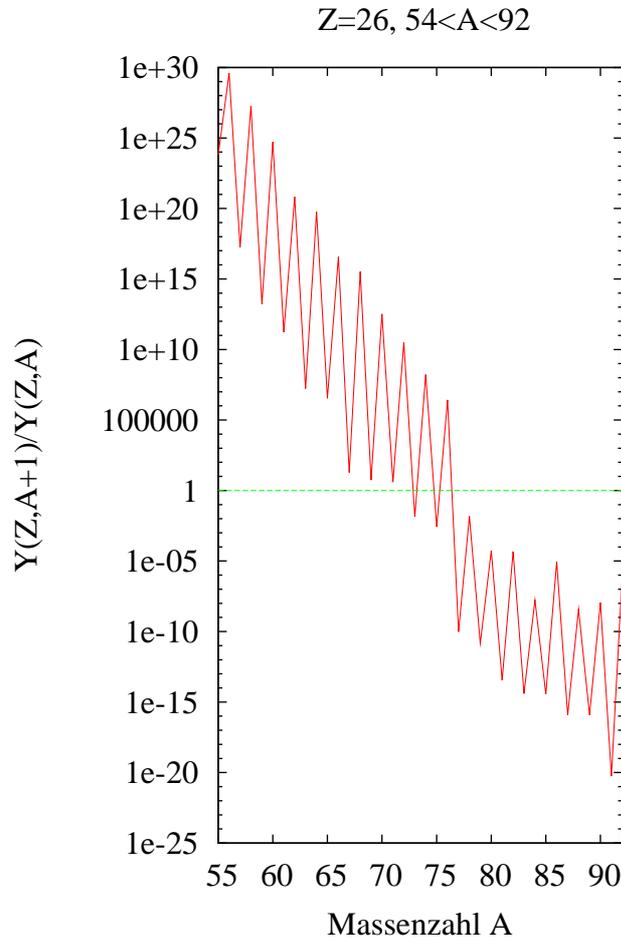


Abbildung 1.1: Isotopenverhältnisse innerhalb der Eisenkette bei $n_n = 10^{24} \text{ cm}^{-3}$ und $T_9 = 1.35$

Man sieht unmittelbar, dass die Zahl der oben zu lösenden Gleichungen gleich der Zahl der im Netzwerk vorkommenden Z-Ketten ist.

Gilt zusätzlich zum (n, γ) - (γ, n) -Gleichgewicht noch ein stetiger Fluss von einer Kette zur nächsten, also ein Steady-Flow, dann ist $\dot{Y}_{(Z)} = 0$. Somit folgt unmittelbar aus Gleichung (1.17) die wichtige Schlussfolgerung:

$$Y_{(Z)} \sum_A P_{(Z,A)} \lambda_{\beta}^{Z,A} = Y_{(Z)} \lambda_{\beta}(Z) = \text{Konstante.} \quad (1.18)$$

In einem Steady-Flow-Gleichgewicht mit $\dot{Y}_{(Z)} = 0$ für jede Ordnungszahl Z reicht nur die Häufigkeit vom ersten Saatkern $Y(Z_{min})$ aus, um den vollen

r-Prozesspfad zu bestimmen. Die Berechnung der Populationskoeffizienten $P_{(Z,A)}$ aus Gleichung (1.8) benötigt folgende Zutaten:

- Experimentelle Werte bzw. Massenmodelle und Massenformeln als Lieferanten für die Kernmassen oder S_n -Werte. Die wichtigsten Massenmodelle, die in dieser Arbeit verwendet werden, sind das Finite-Range Droplet Model (**FRDM**) [19] und das “gequenchte” Extended Thomas-Fermi plus Strutinsky Integral Modell (**ETFSI-Q**) [20].
- die Neutronenanzahldichte n_n und Temperature T
- β^- -Zerfallsraten, die durch $\lambda_\beta = \ln 2/T_{1/2}$ mit den Halbwertszeiten verknüpft sind.

Im Falle eines (n, γ) - (γ, n) -Gleichgewichts würde die Kenntnis von n_n , T , den Kernmassen und den Halbwertszeiten völlig ausreichen, um die r-Prozessgesamthäufigkeiten als Funktion der Massenzahl A zu bestimmen. Ferner werden für den Zerfall zurück zur Stabilität die β -verzögerten Zerfallsmoden wie die Neutronenemission und die Spaltung benötigt.

Als Ausgangspunkt für die Beschreibung der r-Prozessnukleosynthese dienten früher meist jene vereinfachende Annahmen (mit Ausnahme der Flussgleichgewichts), um die Systematik und die Trends bei den Neutroneneinfangprozessen zu erkennen und zu studieren [4]. Es ist aber im Laufe der Zeit möglich geworden, volldynamische Netzwerkrechnungen mit einfachen astrophysikalischen Modellen, wie z.B. dem Hoch-Entropie-Wind, durchzuführen.

Kapitel 2

Der Hoch-Entropie-Wind von Typ II Supernovae als möglicher Ort für den r-Prozess

Man sollte alle Tage wenigstens ein Lied hören, ein gutes Gedicht lesen, ein treffliches Gemälde sehen und, wenn es möglich zu machen wäre, einige vernünftige Worte sprechen...

Johann Wolfgang von Goethe, dt Dichter 1749-1832.

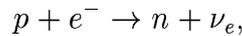
Der Hoch-Entropie-Wind wird seit vielen Jahren als bedeutendster Kandidat für den r-Prozesses-Ort angesehen. Nach einer Supernovaexplosion massereicher Sterne entsteht über dem neugeborenen Neutronenstern ein Gebiet, wo die Dichte relativ klein und die Temperatur extrem hoch ist. Dieses Gebiet, das zunächst als eine Kugelschale oberhalb des Neutronensterns angesehen werden kann, expandiert adiabatisch mit einer konstanten Geschwindigkeit V_{exp} , und kühlt dabei ab. Allerdings ist es unklar, wie eine solche Explosion vonstatten geht. Es gibt diesbezüglich zwei verschiedene Mechanismen, die dieses Naturschauspiel zu erklären versuchen.

Der erste Mechanismus geht von einer prompten, und der zweite von einer verzögerten Explosion des „sterbenden“ Sterns aus. Viele Hinweise sprechen für die zweite Explosionsart, wo auf die Neutrinos eine Schlüsselrolle zukommt, deren Energiedeposition nach erfolgreicher Explosion zur Abdampfung von Materie der Neutronensternoberfläche führt.

2.1 Supernovae vom Typ II

Das Szenarium einer solchen Supernovaexplosion stellte man sich vor einiger Zeit folgendermassen vor: Während der letzten Entwicklungsphase eines massereichen 8 bis 25 M_{\odot} Sterns, bildet sich in dessen Innern ein sogenannter Eisen-Core. Der

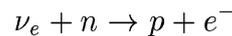
Core besteht nicht aus reinem Eisen, sondern aus Elementen der Eisengruppe (Ni, Co, Fe). Diese Elemente sind Produkte aus dem Siliziumbrennen, das nur etwa drei Tage dauert. Nach dem Ende dieser letzten Brennphase im Innern des Sterns, wird der Eisen-Core durch Siliziumschalenbrennen weiter mit Eisen angereichert. Aufgrund der zunehmenden Kompression des Eisen-Cores durch die Gravitation werden die Fermiimpulse der Elektronen relativistisch. Dadurch ändert sich die Zustandsgleichung kontinuierlich von $P \propto \rho^{5/3}$ zu $P \propto \rho^{4/3}$. Die Masse des Eisen-Cores übersteigt die **Chandrasekhar-Grenzmasse** und der Kollaps setzt ein bis zur anschliessenden Bildung eines Neutronensterns. Erreicht der Core nukleare Dichte, federt er zurück und eine Stosswelle bildet sich, die den Stern zur Explosion bringt (**prompter Explosionsmechanismus**). Die hohen Fermienergien des entarteten Elektronengases im stark komprimierten Innersten des Sterns ermöglichen die **Deleptonisierung** oder **Neutronisierung** des Sterns durch die Reaktion



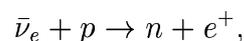
welche zur Bildung eines **Neutronensterns** führt.

Dieses ursprüngliche Modell war aber nicht erfolgreich. Über dem eben entstandenen Neutronenstern herrschen zwar hohe Temperaturen und vielleicht auch grosse Neutronenanzahldichten, jedoch ist es wegen der grossen Häufigkeit von Eisen-Gruppenelementen fraglich, ob das Verhältnis von Neutronen-zu-Saat genügend gross ist, dass ein nachfolgender r-Prozess stattfinden kann. Dies wäre nur möglich mit Materie aus dem Inneren des Neutronensterns, die aber nicht ejektiert wird. Ausserdem zeigten verschiedene numerische Simulationen, dass die Stosswelle durch Wechselwirkung mit dem äusseren Bereich des Fe-Cores schon nach wenigen Millisekunden ihre Energie durch Photodesintegration von Eisen in Nukleonen verliert, somit zum Stillstand kommt und den Stern gar nicht zur Explosion bringen kann.

Abhilfe schafft hier der sogenannte **verzögerte Explosionsmechanismus**. Die Bildung des Neutronensterns führt zur Freisetzung einer Gravitationsbindungsenergie in Höhe von 10^{53} erg, die den Proto-Neutronenstern aufheizt. Diese Energie wird in Form der Elementarteilchen mit der geringsten Wechselwirkung (Neutrinos) abgestrahlt. Die Neutrinowechselwirkung mit Materie ist zwar schwach, doch wenn die Neutrinos 1% ihrer Energie in kinetische Energie umwandeln können, resultieren die beobachteten Supernova-Explosionsenergien von 10^{51} erg. Die geschieht hauptsächlich durch die Reaktionen



und



wobei die gesamte Neutrinoenergie absorbiert wird und zur Aufheizung der Materie führt.

2.2 Das Modell der Hoch-Entropie-Blase

Nach der gewaltigen Explosion eines massereichen Sterns bildet sich, wie oben schon erwähnt, ein Proto-Neutronenstern mit einem Durchmesser von rund 10 km. Über dem zentralen Reststern bildet sich eine extrem heisse Materieschicht aus vollkommen photodesintegriertem Eisen mit einer Anfangstemperatur von $T_9 = 9$, sowie aus Protonen, Neutronen und einem kleinen Anteil aus α -Teilchen als Anfangszusammensetzung (Abbildung 2.1). Der Druck innerhalb dieses Gebietes ist deutlich geringer als auf der Oberfläche des Proto-Neutronensterns, und der Anfangsradius jener „Blase“ ist etwa 130 km. Die modernsten hydrodynamischen Simulationen liefern Expansionsgeschwindigkeiten der Blase von mehr als 4500 km/s.

Ferner nimmt man an, dass der Volumenzuwachs binnen der ersten Sekunde so gross ist, dass die Expansion als adiabatisch betrachtet werden kann. Mit anderen Worten heisst das, dass die Entropie innerhalb einer Blase als konstant angenommen werden kann. Dies ist jedoch eine starke Vereinfachung, da die Entropie nicht in der ganzen Blase konstant bleibt, sondern lediglich innerhalb einer zugeordneten Massenschale der Hoch-Entropie-Blase. Durch eine Superposition verschiedener Massenschalen der Hoch-Entropie-Blase mit einer entropieabhängigen Fitfunktion wird dieser Mangel letztendlich behoben.

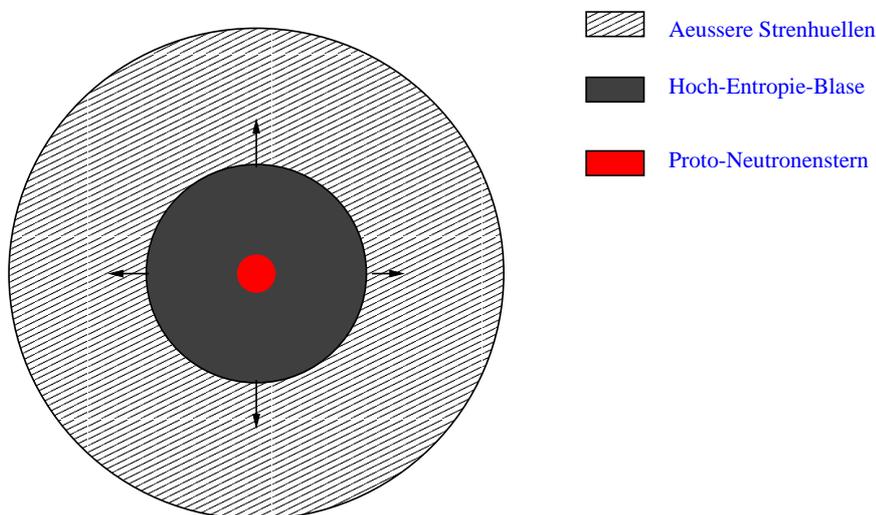


Abbildung 2.1: Hoch-Entropie-Blase zwischen dem Protoneutronenstern und den äusseren Sternhüllen. Hierbei sind die Verhältnisse der Radien nicht massstabgetreu.

2.2.1 Entropie eines extrem heißen Gases

Die Entropie (v. griechisch trope, Transformation) ist eine der zentralen Größen der Thermodynamik. Physikalische Systeme können Energie in verschiedener Form besitzen (potenzielle Energie, kinetische Energie, thermische Energie). Diese Energieformen sind nicht beliebig ineinander umwandelbar. Die Umwandlung von potenzieller in (geordnete) kinetische Energie ist reversibel. Auch ist die Umwandlung dieser beiden Energieformen in Wärmeenergie (ungeordnete kinetische Energie) möglich. Die umgekehrte Umwandlung ist für ein Gesamtsystem jedoch nicht möglich. Die Entropie bringt also zum Ausdruck, zu welchem Grad die Energie in einem System in ungeordneter Form vorliegt.

Die Thermodynamik lehrt uns, dass die Entropie extrem heißer Gase, wo die Temperatur $T > 10^9$ K ist, strahlungsdominiert ist. Allerdings führen die extrem hohen Temperaturen dazu, dass die hochenergetischen Elektronen und Positronen einen nicht verschwindenden Beitrag zur Gesamtentropie leisten werden. Demzufolge wird sich die Entropie aus zwei Komponenten, nämlich aus jeweils

- der photonischen

$$S_{rad} = \frac{4}{3}\sigma\frac{T^3}{\rho}$$

und

- der fermionischen (dem ultra-relativistische Elektronen-Positronen-Gas)

$$S_{e^+,e^-} = \frac{7}{4}S_{rad} = \frac{7}{3}\sigma\frac{T^3}{\rho}$$

Komponente zusammensetzen. Hierbei ist σ die Stefan-Boltzmann-Konstante mit einem Wert von $5.68 \cdot 10^{-8} \text{ J s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ K}^{-4}$. Die Summe beider Komponenten,

$$S_{tot} = S_{rad} + S_{e^+,e^-} = \frac{11}{3}\sigma\frac{T^3}{\rho} \quad (2.1)$$

ergibt die totale Entropie pro Masseneinheit des betrachteten Gases. Wenn die Temperaturen soweit abgefallen sind, dass die entsprechenden Energien mit den Ruhemassen vergleichbar werden, wird der Beitrag der Elektronen und Positronen vernachlässigbar. Für die Elektronen ist dies der Fall, wenn

$$T_9 \leq \frac{m_e c^2}{k_B} \approx 6$$

ist. Dadurch sinkt die Dichte ρ schneller ab, da Teilchen vernichtet werden. Man kann den beiden Extremen Rechnung tragen, indem man eine Fitfunktion $f(T_9)$ einführt [6]:

$$f(T_9) = \frac{T_9^2}{T_9^2 + 5,3}.$$

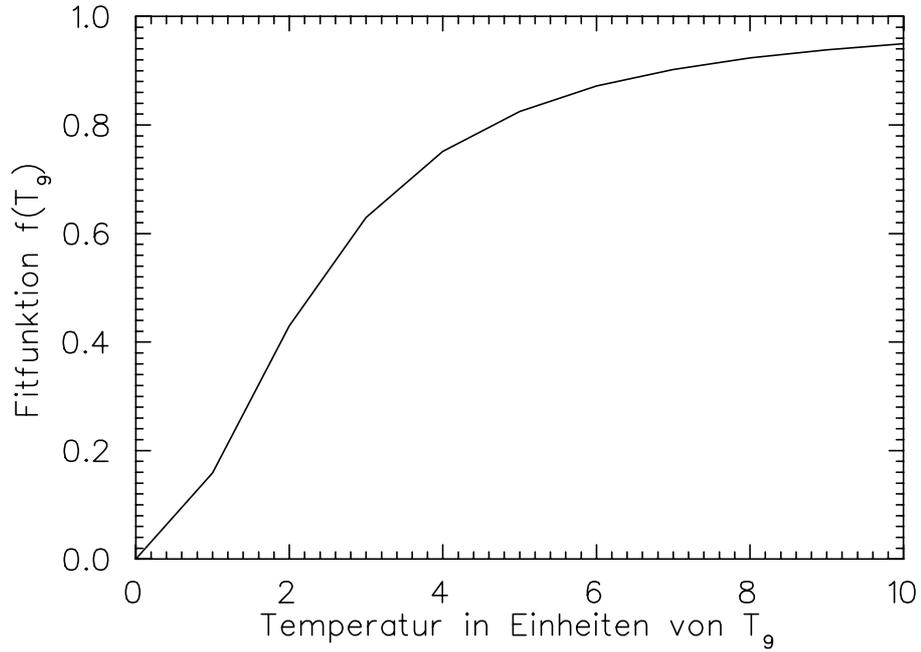


Abbildung 2.2: Die Fitfunktion $f(T_9)$ für die Extremfälle der reinen Strahlung und der ultra-relativistischen Elektronen und Positronen.

Diese Funktion hat Werte zwischen 0 und 1. In Abbildung 2.2 ist ihr Verlauf angezeigt. Damit lässt sich die totale Entropie pro Masseneinheit S_{tot} folgendermassen ausdrücken:

$$S_{tot} = \frac{4}{3}\sigma \frac{T^3}{\rho} \left[1 + \frac{7}{4}f(T_9) \right]. \quad (2.2)$$

In der Astrophysik ist es häufig üblich, Grössen in Einheiten von typisch vorkommenden Werten anzugeben, wie z.B. die Temperatur in Einheiten von 10^9 K (T_9), die Dichte in Einheiten von 10^5 g cm $^{-3}$ (ρ_5) und die Entropie in Einheiten der Boltzmann-Konstante k_B pro Baryon. Damit geht die Entropie in Gleichung (2.2) in

$$S_{tot} = 1.21 \frac{T_9^3}{\rho_5} \left[1 + \frac{7}{4}f(T_9) \right] \quad (2.3)$$

über. Der erste Parameter liegt jetzt vor. In ihm sind zwei wichtige Informationen enthalten: Temperatur und Dichte.

2.2.2 Temperatur- und Dichtezeitabhängigkeit im Hoch-Entropie-Wind

Der gleichförmige Volumenzuwachs einer expandierenden Blase mit Anfangsradius R_0 und konstanter Geschwindigkeit V_{exp} ist

$$V(t) = \frac{4}{3}\pi R^3(t) = \frac{4}{3}\pi (R_0 + V_{exp} \cdot t)^3. \quad (2.4)$$

Das Adiabatengesetz liefert

$$T(t) = T_0 \left(\frac{V_0}{V(t)} \right)^{\gamma-1}, \quad (2.5)$$

wobei der adiabatische Index in strahlungsdominierter Materie $\gamma = \frac{4}{3}$ beträgt. Einsetzen von Gleichung (2.4) in (2.5) ergibt schliesslich für die Temperaturfunktion:

$$T(t) = T_0 \left(\frac{R_0}{R_0 + V_{exp} \cdot t} \right). \quad (2.6)$$

Löst man Gleichung (2.3) nach ρ_5 auf, so ergibt sich für die Dichtefunktion der Ausdruck

$$\rho_5(t) = 1.21 \frac{T_9^3}{S} \left[1 + \frac{7}{4} f(T_9) \right]. \quad (2.7)$$

Abbildung 2.3 zeigt die zeitlichen Verläufe der Temperatur und Dichte für $R_0 = 130$ km und $V_{exp} = 7500$ km/s, wobei die Anfangswerte auf jeweils 1 normiert sind. Neben der Entropie sind Expansionsgeschwindigkeit V_{exp} und Elektronenhäufigkeit Y_e zwei unabdingbare Parameter, die noch eingeführt werden müssen.

Mit der Expansionsgeschwindigkeit einer Blase V_{exp} hängt die Zeitdauer des zuerst ablaufenden Prozesses mit den geladenen Teilchen und des womöglich ablaufenden r-Prozesses zusammen.

Wenn man davon ausgeht, dass das Ausfrieren (der sog. Freezeout) aus dem chemischen Gleichgewicht für Reaktionen mit geladenen Teilchen bei etwa $T_9 = 3$ bzw. für Neutroneneinfänge und Photodesintegrationen um $T_9 = 0,5$ stattfindet, so entspricht dies einer Zeitspanne von

$$\tau_\alpha(V_{exp}) = \frac{2R_0}{V_{exp}} \text{ bzw. } \tau_{rp}(V_{exp}) = \frac{18R_0}{V_{exp}} - \tau_\alpha(V_{exp}) = \frac{16R_0}{V_{exp}}. \quad (2.8)$$

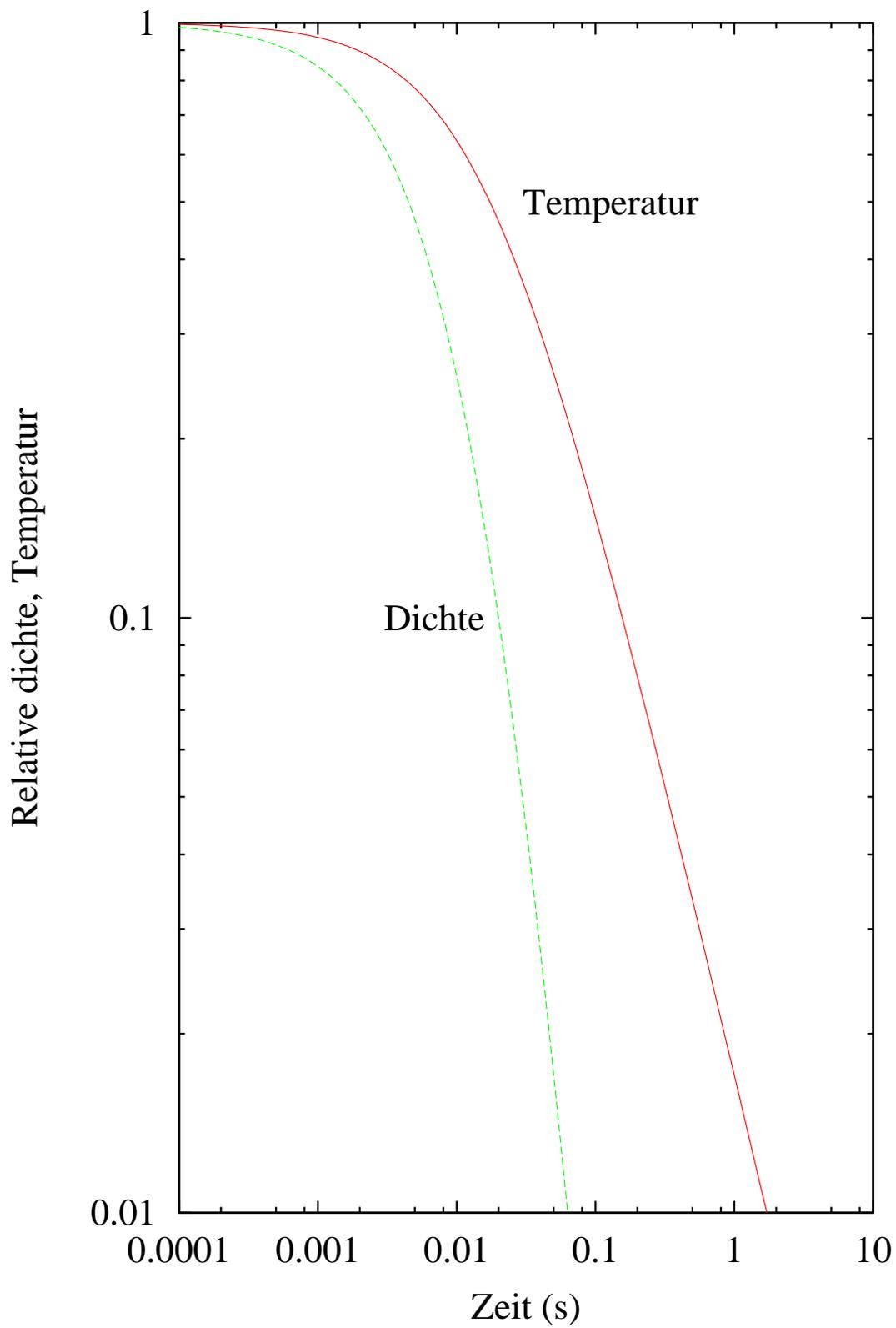


Abbildung 2.3: Verlauf von Temperatur und Dichte in der expandierenden Hoch-Entropie-Blase. Die Anfangstemperatur und Anfangsdichte sind auf 1 normiert.

Setzt man $R_0 = 130$ km und $V_{exp} = 7500$ km/s ein, so ergibt sich eine Zeitdauer $\tau_\alpha \approx 35$ ms bzw. $\tau_{rp} \approx 280$ ms. Damit ist durch die Auswahl von V_{exp} und R_0 die Zeitdauer der beiden Prozesse festgelegt. Hier sieht man die starke und offensichtliche Abhängigkeit des Ganzen von Supernovamodellen, die bislang keine einheitlichen Ergebnisse zu liefern vermögen. Der dritte und letzte Parameter Y_e , die Elektronenhäufigkeit, wird definiert durch

$$Y_e = \sum_i Z_i Y_i, \tag{2.9}$$

und entspricht dem Mittelwert

$$\langle Z/A \rangle = \frac{\sum_i Z_i Y_i}{\sum_i A_i Y_i} = \frac{\sum_i Z_i Y_i}{1} = Y_e$$

der Materie. Dabei ist Z die Ordnungszahl, und Y die Häufigkeit des entsprechenden Teilchens. Y_e gibt Aufschluss über die Anfangszusammensetzung der expandierenden Blase. Bei anfänglich sehr hohen Temperaturen sind die Kerne photodesintegriert und nur Nukleonen (Protonen und Neutronen) vorhanden. Dann ist

$$Y_e = Z_p Y_p = \frac{X_p}{A_p} = X_p, \tag{2.10}$$

wobei

$$X_p + X_n = 1$$

ist. X_p und X_n stellen die jeweiligen Massenanteile der Protonen und Neutronen dar. Die Massenanteil eines Teilchens in einem astrophysikalischen Plasma ist definiert durch

$$X_i = \frac{\rho_i}{\rho}, \tag{2.11}$$

wobei ρ_i die Dichte des Teilchens i und ρ die gesamte baryonische Dichte sind. Aus Gleichung (2.11) folgt

$$\sum_i X_i = \sum_i \frac{\rho_i}{\rho} = 1.$$

In Gleichung (2.10) gibt Y_e Aufschluss über das Proton-zu-Neutron-Verhältnis in der betrachteten Blase wieder. Ein Y_e von 0.4 bedeutet dann, dass anfangs 40% Protonen und 60% Neutronen vorliegen. Es ist offensichtlich, dass ein effizienter r-Prozess nur dann stattfinden kann, wenn $Y_e < 0.5$ ist.

Falls bei langsam abfallender Temperatur ein gewisser Anteil an α -Teilchen vorliegt, so ist

$$Y_e = X_p + 0.5 \cdot X_\alpha,$$

wobei

$$X_p + X_n + X_\alpha = 1.$$

Bezüglich dieses Parameters liegt leider eine ziemlich grosse Unsicherheit seitens der hydrodynamischen Supernovasimulationen vor. Es zeigt sich aber ein Konsens, dass anfänglich Y_e bei 0,5 liegt und mit der Abkühlung des Proto-Neutronenstern auf niedrigere Werte abfällt. Wir wählen hier die Werte 0,40 bis 0,49.

Analog zu Y_e kann man den sogenannten Neutronenexzess η , der ein Mass für den mittleren Neutronenüberschuss der Kerne in einem Gas darstellt, durch

$$\eta = \sum_i (N_i - Z_i) Y_i = 1 - 2Y_e \quad (2.12)$$

definieren. Wir wollen nun eine ausführliche Parameterstudie des α - und r-Prozesses auf der Basis dieses Modells starten. Dabei wollen wir unter anderem feststellen, bei welchen Parameterkombinationen von S , V_{exp} und Y_e ein α -reicher Freezeout mit einem nachfolgenden r-Prozess stattfinden kann. Um dies zu realisieren, werden wir bei jeder Kombination der obigen Parameter nach dem α -Prozess das Verhältnis der Häufigkeit der übrig gebliebenen Neutronen Y_n zur Häufigkeit aller Kerne jenseites des α -Teilchens Y_{seed} , bestimmen.

Für unsere Netzwerkrechnungen werden wir folgendermassen vorgehen:

- Wir starten bei $T_9 = 9$ mit Neutronen und Protonen als Anfangskomposition.
- Mit einem Charged-Particle-Netzwerk bestimmen wir die Saatverteilung, und stellen fest, ob ein normaler oder ein α -reicher Charged-Particle Freezeout stattgefunden hat.
- Ist $\frac{Y_n}{Y_{seed}} < 10^{-5}$, so ist ein effektiver nachfolgender r-Prozess nicht möglich. Es werden dann nur die β -Zerfälle zurück zur Stabilität betrachtet.
- Ist $\frac{Y_n}{Y_{seed}} \geq 10^{-5}$, so findet ein effektiver r-Prozess statt. Mit einem r-Prozessnetzwerk rechnen wir die Häufigkeiten bis zum Freezeout durch, und lassen dann die neutronenreiche Kerne zur Stabilität zurückzerfallen.
- Es ist hilfreich, den Zusammenhang $\frac{Y_n}{Y_{seed}} = f(S, V_{exp}, Y_e)$ mit einer möglichst einfachen Gleichung anzunähern.

Im nächsten Kapitel wollen wir uns ausführlich mit dem α -Prozess beschäftigen.

Kapitel 3

Der α -Prozess

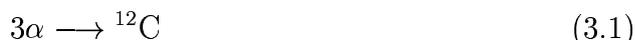
Zum Denken sind wenige Menschen geneigt, obwohl alle zum Rechnen...

Arthur Schopenhauer, dt. Philosoph, 1788-1860

3.1 Der Prozessmechanismus

Zunächst besteht die baryonische Materie bei $T_9 = 9$ nur aus freien Nukleonen, also aus Neutronen und Protonen. Im hierauf folgenden α -Prozess während der Expansion und Abkühlung der Hoch-Entropie-Blase spielen Reaktionen mit geladenen Teilchen, also mit Protonen und α -Teilchen, eine zentrale Rolle. Wenn die Temperatur auf $T_9 \approx 6$ abgefallen ist, besteht die Materie für $Y_e < 0,5$ fast ausschliesslich aus Neutronen und α -Teilchen. Abbildung 3.1 zeigt ein Beispiel für eine willkürlich ausgewählte Parameterkombination.

Das Verschmelzen der α -Teilchen zu schwereren Kernen, nämlich der sogenannte α -Prozess, findet bei Temperaturen zwischen $T_9 = 6$ und $T_9 = 3$ statt. Die ersten Reaktionen nach der Bildung von α -Teilchen sind



und



Dies ist notwendig, weil der Kerne ${}^8\text{Be}$ teilcheninstabil ist. Seine Halbwertszeit beträgt etwa $2.6 \cdot 10^{-16}$ s, und er zerfällt sofort wieder in zwei α -Teilchen; er bildet also einen Reaktions-Flaschenhals, der zu überwinden gilt.

Die Tripel- α -Reaktion (3.1) hat einen überaus kleinen Wirkungsquerschnitt, und die beiden Reaktionen (3.1) und (3.2) sind zudem nur bei hohen Materiedichten effektiv. Dies ist auf die quadratische Dichteabhängigkeit beider Kernreaktionen zurückzuführen.

Eine grosse Materiedichte, welche auf eine geringe Entropie hindeutet, führt zu einem normalen Freezeout, in dem die vorhandenen α -Teilchen und Neutronen

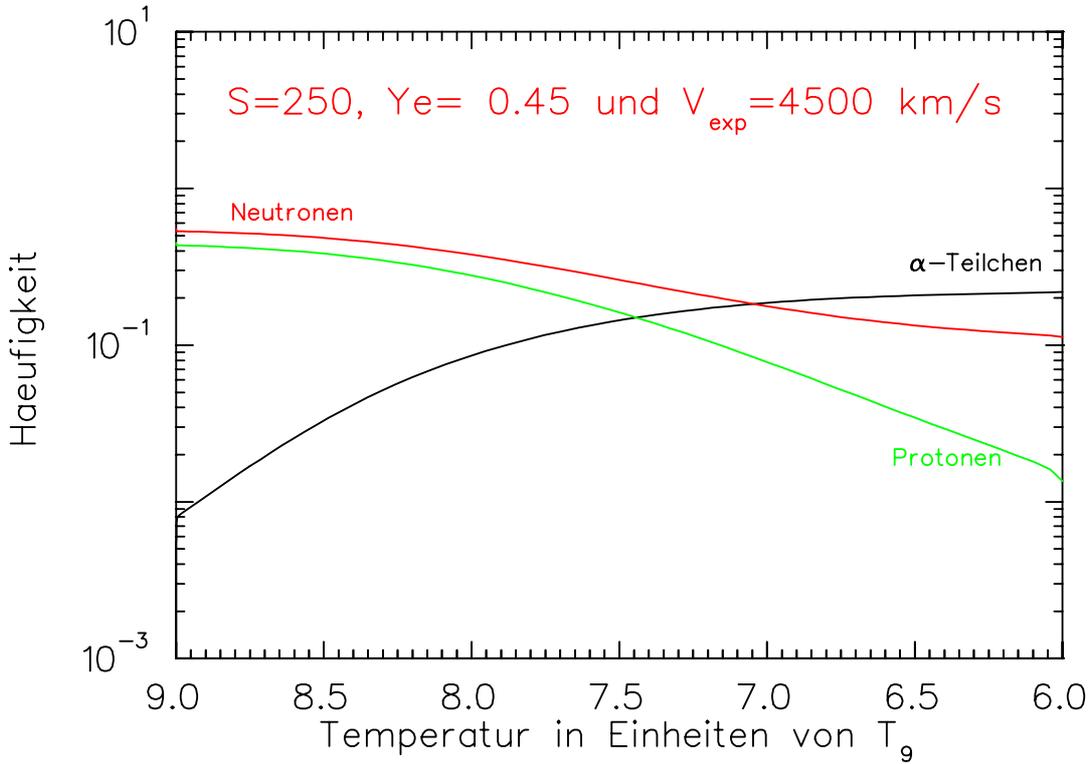


Abbildung 3.1: α -Prozess: Verhalten der α -Teilchen-, Protonen- und Neutronenhäufigkeiten bei $6 \leq T_9 \leq 9$.

fast vollkommen aufgebraucht werden. Schwere Kerne, die später als “Saat” für weiteren Neutroneneinfang dienen, liegen hierbei im Bereich der Eisengruppenelemente, also hauptsächlich Eisen, Kobalt und Nickel, den Elementen mit den grössten Bindungsenergie pro Nukleon.

Wir machen jetzt eine einfache Abschätzung, um diesen Sachverhalt qualitativ zu veranschaulichen. Mit $Y_{e,i}$ und $Y_{e,f}$ bezeichnen wir die Anfangs- bzw. Endelektronenhäufigkeit. Es ist offensichtlich, dass

$$Y_{e,i} = X_p \quad (3.3)$$

und

$$Y_{e,f} = \sum_i Z_i \frac{X_i}{A_i} = \frac{\bar{Z}}{\bar{A}} \sum_{i \gg 2} X_i = \frac{\bar{Z}}{\bar{A}} \quad (3.4)$$

ist. Dabei mitteln wir die gesamte Saatkomposition mit einem Kern, der die Ordnungszahl \bar{Z} und die Massenzahl \bar{A} hat. Diese Mittelung ist insoweit gerechtfertigt, als die resultierenden Kerne in einem engen Z -Intervall liegen, also $26 \leq Z \leq 28$. Da wir angenommen haben, dass $Y_{e,i} = Y_{e,f}$ ist, gilt dann

$$\frac{\bar{Z}}{\bar{A}} = Y_{e,i} = Y_e. \quad (3.5)$$

Beispiele:

1. $Y_{e,i} = 0.5$ lässt bei einem normalen Freezeout bevorzugt Kerne entstehen, bei denen das Verhältnis von Z zu A einen Wert von 0.5 ergibt. Der häufigste Kern ist dann ^{56}Ni ; und alle Neutronen, Protonen und α -Teilchen haben verschwindend geringe Häufigkeiten am Ende des Brennens. Die Reaktionsbrücken der Gleichungen 3.1 und 3.2 sind effektiv.
2. $Y_{e,i} = 0.48$ lässt überwiegend eher Kerne entstehen, bei denen das Verhältnis von Z zu A einen Wert von 0.48 ergibt. Der häufigste Kern ist dann ^{54}Fe , der mit einem Z/A Verhältnis von 0.48 am besten passt.
3. $Y_{e,i} = 0.465$ lässt Kerne entstehen, bei denen das Verhältnis von Z zu A einen Wert von 0.465 ergibt. Der häufigste Kern ist dann ^{56}Fe , der mit einem Z/A Verhältnis von 0.464 am besten passt.
4. $Y_{e,i} = 0.4$ lässt eher Kerne entstehen, bei denen das Verhältnis von Z zu A einen Wert von 0.4 ergibt. Der häufigste Kern ist dann ^{70}Ni , der mit einem Z/A Verhältnis von 0.4 am besten passt.

Eine relativ kleine Materiedichte in der Blase, die wiederum eine hohe Entropie bedeutet, verringert die Effizienz der Brücken in den Gleichungen 1.18 und 3.2 von ^4He zu ^{12}C und schwereren Kernen. Das Ergebnis ist dann ein Ausfrieren mit einem dominierenden Anteil an α -Teilchen, also ein α -reicher Freezeout. Bei $Y_e < 0,5$ verbleiben auch ausreichend viele Neutronen. Wie im vorigen Fall, machen wir hier eine qualitative Abschätzung, um festzustellen, wo die maximale Häufigkeit des Saats zu liegen kommt. Wir haben also

$$Y_{e,i} = Y_{e,f} = \sum_i Z_i \frac{X_i}{A_i} \approx 0.5X_\alpha + \frac{\bar{Z}}{\bar{A}} (1 - X_\alpha - X_n), \quad (3.6)$$

bei verschwindenden Protonenhäufigkeiten. \bar{Z} bzw. \bar{A} stellen die Mittelwerte für die schweren Kerne dar (wird gemittelt über alle Kerne, einschliesslich α -Teilchen). Eine kleine Umformung liefert

$$\frac{\bar{Z}}{\bar{A}} = \frac{Y_{e,i} - 0.5X_\alpha}{1 - X_\alpha - X_n}, \quad (3.7)$$

wobei $\bar{Z} > 28$ ist.

Beispiele:

1. $X_\alpha = 0,94$, $X_n = 0,035$, $X_{seed} = 0,025$ und $Y_{e,i} = 0.48$ ergibt ein Verhältnis von $\frac{\bar{Z}}{\bar{A}} \approx 0.4$, was auf einen neutronenreichen schweren Kern hindeutet. In

diesem Fall ist ^{90}Kr am häufigsten. Das Verhältnis freier Neutronen zu Saatkernen ist dann

$$\frac{Y_n}{Y_{seed}} = \bar{A} \frac{X_n}{X_{seed}} \approx 126. \quad (3.8)$$

Mit diesem Anteil an "freien" Neutronen kann im Anschluss ein r-Prozess laufen.

2. $X_\alpha = 0,82$, $X_n = 0,08$, $X_{seed} = 0,10$, und $Y_{e,i} = 0,45$ ergibt ein Verhältnis von $\frac{Z}{A} \approx 0,39$, was wiederum auf einen neutronenreichen schweren Kern hindeutet. In diesem Fall ist ^{96}Sr am häufigsten. Hier wird ebenfalls ein r-Prozess ablaufen mit einer Stärke von

$$\frac{Y_n}{Y_{seed}} = \bar{A} \frac{X_n}{X_{seed}} \approx 77. \quad (3.9)$$

Die Saatkerne liegen also im Falle eines sehr starken α -reichen Ausfrierens zwischen $A=90$ und 110 . Dies bedeutet, dass der Neutroneneinfang nicht bei leichten Kernen um $A = 56$ beginnen muss, sondern direkt mit dem zweiten und dritten r-Häufigkeitspeak bei $A=130$ bzw. $A=195$. Die Population des ersten Peaks bei $A=80$ kann bei kleineren Entropien (schwächerem α -reichen Ausfrieren) erfolgen. Inwieweit dabei die solare r-Häufigkeitskurve gut reproduziert wird, wird später noch zu diskutieren sein.

3.2 Das Reaktionsnetzwerk

Aus den Abbildungen 3.2 und 3.3 kann man sich ein Bild von den Kernen machen, die während des α -Prozesses entstehen. Wenn $Y_e = 0.5$ ist, verläuft der Reaktionsweg des α -Prozesses genau im Tal der stabilen Nuklide, bis die Eisengruppenkerne erreicht werden. Ab dann durchläuft die eingezeichnete Linie protonenreiche Nuklide, welche Protonen- und α -Separationsenergien kleiner 4 MeV aufweisen. Infolgedessen werden Photodesintegrationen begünstigt, und dem Fluss zu schwereren Kernen wird ein Ende gesetzt.

Ist aber $Y_e < 0.5$, so ist die mittlere Steigung der eingezeichneten Linie flacher. Der Pfad führt dann in Gebiete, in denen die Separationsenergien von Protonen und α -Teilchen gross sind. Folglich können neutronenreiche Kerne entstehen, die Massenzahlen bis zu $A=110$ haben.

In Tabelle 3.2 sind alle 1172 im α -Netzwerk vorhandenen Kerne aufgeführt. Die Auswahl der jeweiligen Isotope lehnt sich an die vorherigen Feststellungen bezüglich des Prozesspfades an. Für jedes Element werden auf der protonenreichen Seite die ersten drei Isotope links von der Stabilitätslinie, und auf der neutronenreichen Seite alle Kerne bis zur Dripline mitgenommen.

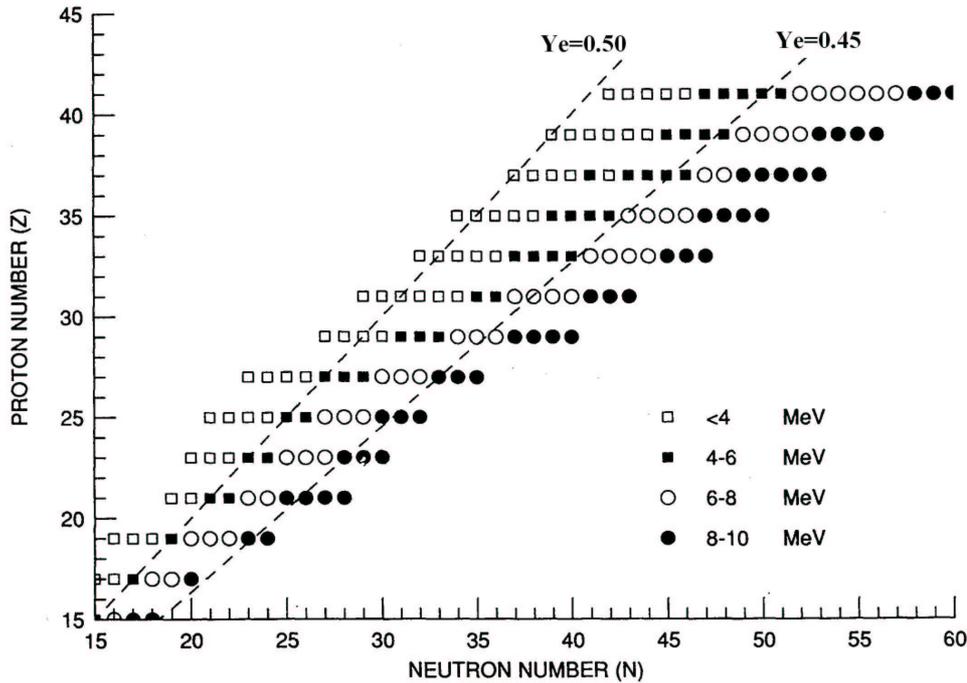


Abbildung 3.2: Protonenseparationsenergien.

3.3 Der Programmcode

Der Code, mit dem wir die α -Nukleosynthese studiert haben, stammt von F.-K. Thielemann aus Basel. Er verwendet keine Näherungen, so dass lange Rechenzeiten notwendig sind. Bei den Reaktionen mit geladenen Teilchen finden auch reichlich Neutroneneinfänge statt. Diese werden vom Program ebenfalls erfasst. Die zu kompilierenden Dateien im Originalcode lagen im Fortran77-Format vor und wurden von uns in ein Fortran90-Format umgeschrieben. Die wichtigsten Datenbankfiles sind die neue NON-SMOKER-Reaktionsbibliothek, abgekürzt **Reaclib**, und **Winvn**.

Die in Reaclib vorkommenden Reaktionsraten sind mit dem statistischen Modellprogramm **NON-SMOKER** berechnet [7]. Als Massenmodell für die Kernmassen wurde das **FRDM** benutzt [8]. FRDM ist die Abkürzung für „Finite Range Droplett Model“, das von P. Möller et al. stammt.

In Reaclib kommen acht Kernreaktionstypen vor, die nachfolgend aufgelistet werden:

1. $a \rightarrow b$: β -Zerfälle und Elektroneinfang.
2. $a \rightarrow b + c$: Photodesintegrationen oder β -verzögerte Emission von einem Neutron.

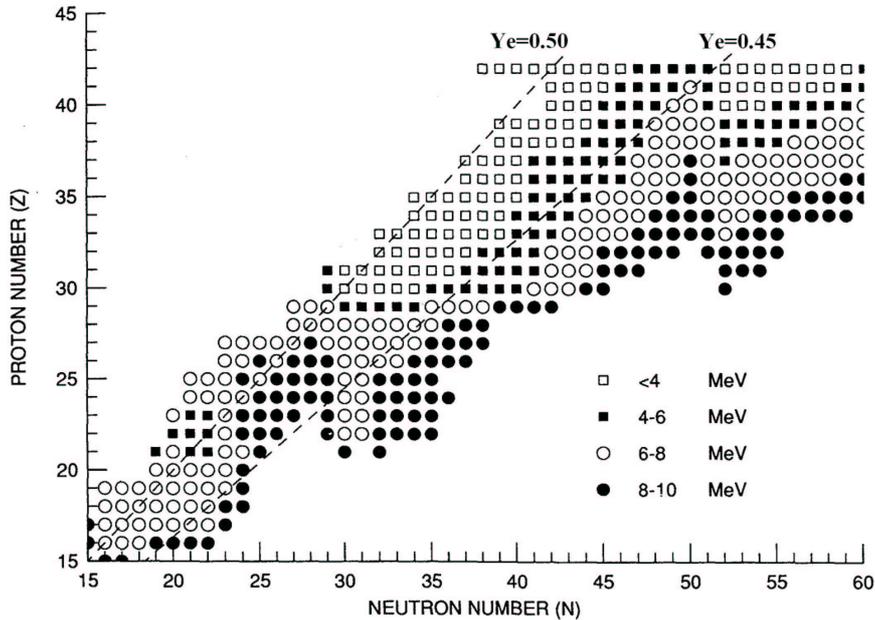


Abbildung 3.3: α -Teilchenseparationsenergien.

3. $a \rightarrow b + c + d$: Inverse Tripel- α -Reaktion oder β -verzögerte Emission von zwei Neutronen.
4. $a + b \rightarrow c$: Einfangreaktionen.
5. $a + b \rightarrow c + d$: Teilchentransferreaktionen wie (p, n) .
6. $a + b \rightarrow c + d + e$: z.B. $p + {}^8\text{Li} \rightarrow n + {}^4\text{He} + {}^4\text{He}$.
7. $a + b \rightarrow c + d + e + f$: z.B. $p + {}^9\text{Be} \rightarrow n + p + {}^4\text{He} + {}^4\text{He}$.
8. $a + b + c \rightarrow d (+e)$: Drei-Teilchenreaktionen wie z.B. der Tripel- α -Prozess.

Jede Reaktionsrate wird durch drei Zeilen beschrieben. Die erste Zeile beinhaltet die chemischen Symbole der beteiligten Kerne, ein Zeichen für die Stammquelle der Rate (z.B. „rolf“ für die Claus Rolfs Kollaboration) und den Q-Wert der jeweiligen Reaktion in MeV. Das Zeichen für die Reaktionsabstammung kann als Zusatz den Buchstaben „r“ (z.B. „rolfr“) oder „n“ oder die Buchstaben „nv“ oder „rv“ in dessen Ende enthalten.

Der Zusatz „r“ deutet auf resonante, „n“ auf nichtresonante Reaktionen und schliesslich „v“ auf eine aus der inversen Reaktion berechnete Rate hin.

Die zweite und dritte Zeile enthalten sieben Koeffizienten a_i , die aus einem Fit an die berechnete jeweilige Reaktionsrate erhalten werden. Dies geschieht mit Hilfe der einfachen Formel

Tabelle 3.1: Dimensionen des α -Netzwerks. Die teilcheninstabilen Kerne ${}^5\text{He}$, ${}^8\text{Be}$ und ${}^9\text{B}$ sind darin nicht enthalten.

Element	Z	A_{\min}	A_{\max}	Element	Z	A_{\min}	A_{\max}
H	1	1	3	Cr	24	46	69
He	2	3	6	Mn	25	48	74
Li	3	6	9	Fe	26	50	75
Be	4	7	12	Co	27	53	78
B	5	8	14	Ni	28	54	80
C	6	10	18	Cu	29	57	85
N	7	11	21	Zn	30	58	86
O	8	13	22	Ga	31	62	94
F	9	17	25	Ge	32	63	97
Ne	10	17	29	As	33	64	100
Na	11	20	34	Se	34	66	103
Mg	12	20	37	Br	35	68	106
Al	13	22	40	Kr	36	70	109
Si	14	25	41	Rb	37	73	112
P	15	28	44	Sr	38	75	117
S	16	29	47	Y	39	77	120
Cl	17	32	50	Zr	40	80	121
Ar	18	33	53	Nb	41	83	122
K	19	36	58	Mo	42	85	123
Ca	20	37	59	Tc	43	88	126
Sc	21	40	64	Ru	44	89	129
Ti	22	41	65	Rh	45	90	136
V	23	44	68	Pd	46	93	139

$$\text{Rate} = \exp \left(a_1 + \frac{a_2}{T_9} + \frac{a_3}{T_9^{1/3}} + a_4 T_9^{1/3} + a_5 T_9 + a_6 T_9^{5/3} + a_7 \ln(T_9) \right). \quad (3.10)$$

Die Raten in Gleichung (3.10) sind gleich

- $\frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$ für Zerfälle,
- $N_A \langle \sigma v \rangle$ für Reaktionen mit zwei Teilchen und zuletzt
- $N_A^2 \langle \sigma v_1 v_2 \rangle$ für Reaktionen mit drei Teilchen.

Dabei sind N_A die Avogadrozahl, $T_{1/2}$ die Halbwertszeit, und $N_A \langle \sigma v \rangle$ bzw. $N_A^2 \langle \sigma v_1 v_2 \rangle$ die thermisch gemittelten Reaktionsraten.

Die Kerndaten stammen aus den verschiedensten Quellen, insbesondere werden experimentelle Werte verwendet falls vorhanden. Die meisten theoretischen Werte wurden mit dem neuen statistischen Modell-Programm NON-SMOKER berechnet [7]. β^+ -Raten stammen aus [9], β^- -Raten aus [10]. Experimentelle Quellen stammen aus [11], [12], [13], [14] und [15]. Die Rückraten wurden mit Hilfe der Detailed Balance-Beziehung 1.7 berechnet.

Die andere Datenbankdatei „winvn“ enthält für jeden Kern eine vierzeilige Information. Die erste Zeile beinhaltet das chemische Symbol eines Elements mit der Massenzahl als Anhängsel, dann die Massenzahl A, die Ordnungszahl Z, die Neutronenzahl N, den Grundzustandspin und den Massenexzess nach dem FRDM-Massenmodell. Die letzten drei Zeilen enthalten 24 Werte der Partitionsfunktion von 24 verschiedenen Temperaturen $T_9 = 0.1, 0.15, 0.2, \dots, 10$.

Die Abbruchbedingungen für den α -Prozesscode sind:

- Die Häufigkeitsänderung der α -Teilchen verschwindet, d.h. die He-Häufigkeit wird konstant. Das Ausfrieren sämtlicher Reaktionen mit geladenen Teilchen und findet meistens um $T_9 \approx 3$ statt.
- Am oberen Rand des Netzwerks, in unserem Fall also in der Pd-Kette, dürfen sich keine allzu grossen Isotopenhäufigkeiten ergeben. Um unerwünschte Randeffekte zu vermeiden, wird das Programm abgebrochen, wenn die Häufigkeit in der Pd-Kette etwa 4% der gesamten Häufigkeit übertrifft. Diese Bedingung fungiert eher als Sicherung und bedeutet, falls sie erfüllt ist, dass das Reaktionsnetzwerk erweitert werden muss.

3.4 Normales Ausfrieren

Ein normaler Freezeout geschieht bei sehr niedrigen Entropien, wo das Gas eine sehr hohe Materiedichte hat. Die Saatverteilung liegt bei den Eisengruppenkernen. Ein nachfolgender r-Prozess ist in der Regel nicht möglich, da vorher sämtliche Neutronen aufgebraucht worden sind. In der Regel haben wir es mit einem normalen Freezeout zu tun, wenn $S \leq 0.15$ ist.

Der untere Grenzwert der Entropie von $S \approx 10^{-6}$ entspricht einer Materiedichte von

$$\rho \approx 10^{14} \text{ g cm}^{-3},$$

d.h. extrem hohen Dichten, die nur innerhalb von Neutronensternen vorkommen. Wir können als Einschränkung für die Entropie also schreiben:

Normaler Freezeout, wenn $10^{-6} < S < 10^{-1}$ gilt.

3.4.1 Resultierende Isotopenverteilungen

Welches Isotop welchen Elements dominiert, hängt in erster Linie vom Wert für Y_e ab. Wir betrachten den Fall einer Entropie, die einen Wert kurz vor der Schwelle zum α -reichen Freezeout hat, und zwar $S = 0.01$, was $\rho \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$ bei $T_9 = 9$ entspricht. Für verschiedene Y_e -Werte sind die dominierenden Kerne nachfolgend aufgelistet.

- $Y_e = 0.50 \hookrightarrow {}^{56}\text{Ni}$.
- $Y_e = 0.49 \hookrightarrow {}^{56}\text{Ni}$, ${}^{58}\text{Ni}$ und ${}^{54}\text{Fe}$.
- $Y_e = 0.48 \hookrightarrow {}^{58}\text{Ni}$ und ${}^{54}\text{Fe}$.
- $Y_e = 0.47 \hookrightarrow {}^{56}\text{Fe}$, ${}^{60}\text{Ni}$ und ${}^{58}\text{Fe}$.
- $Y_e = 0.46 \hookrightarrow {}^{56}\text{Fe}$, ${}^{62}\text{Ni}$ und ${}^{60}\text{Ni}$.
- $Y_e = 0.45 \hookrightarrow {}^{62}\text{Ni}$, und ${}^{58}\text{Fe}$.
- $Y_e = 0.44 \hookrightarrow {}^{64}\text{Ni}$.
- $Y_e = 0.43 \hookrightarrow {}^{64}\text{Ni}$ und ${}^{66}\text{Ni}$.
- $Y_e = 0.42 \hookrightarrow {}^{66}\text{Ni}$.
- $Y_e = 0.41 \hookrightarrow {}^{78}\text{Ge}$ und ${}^{80}\text{Ge}$.
- $Y_e = 0.40 \hookrightarrow {}^{80}\text{Ge}$.

Die prozentualen Isotopenverteilungen für einige Werte von Y_e sind in Tabelle 3.2 aufgelistet. Der Fall $Y_e = 0.50$ wurde weggelassen, da die Häufigkeit von ${}^{56}\text{Ni}$ etwa 98% der Gesamthäufigkeit ausmacht. Tabelle 3.2 lässt klar den Zusammenhang zwischen Häufigkeit und Y_e erkennen. Beziehung

$$Y_e = \sum_i Z_i Y_i = \sum_i \frac{Z_i}{A_i} X_i. \quad (3.11)$$

Die Untersuchungen von einigen Supernovae ergaben, dass deren Lichtkurve stets annähernd gleich ist. Als Lichtkurve eines astronomischen Objekts bezeichnet man den Graphen, der die Abhängigkeit der Leuchtkraft von der Zeit darstellt. Der Grund ist, dass die Strahlung grösstenteils durch den radioaktiven Zerfall von ${}^{56}\text{Ni}$ zu ${}^{56}\text{Co}$ und von diesem zu ${}^{56}\text{Fe}$ gespeist wird, wobei die Halbwertszeiten etwa 6 bzw. 77 Tage betragen. Dies bedeutet also, dass ein Grossteil der Fe-Gruppenkomposition mit $Y_e \sim 0.49 - 0.45$ ejektiert wird (etwa $0.1 M_\odot$). r-Prozesskerne von nur etwa $10^{-5} M_\odot$ pro Supernova genügen, um

Tabelle 3.2: Massenanteile nach einem α -reichen Ausfrieren unter den folgenden Bedingungen: $S = 0.01$, $Y_e = 0.49, 0.47, 0.45, 0.43$, $V_{exp} = 7500$ km/s.

Y_e	Isotop	Massenanteil in %	Y_e	Isotop	Massenanteile in %
0.49	^{56}Ni	39.4	0.45	^{62}Ni	50.8
	^{58}Ni	32.8		^{58}Fe	33.3
	^{54}Fe	18.8		^{64}Ni	5.5
	^{57}Ni	4.8		^{56}Fe	3.2
	^{55}Co	3.7		^{54}Cr	2.5
	Rest	0.5		Rest	4.7
0.47	^{56}Fe	34.7	0.43	^{64}Ni	44.7
	^{60}Ni	33.7		^{66}Ni	31.2
	^{58}Ni	15.2		^{76}Ge	10.2
	^{54}Fe	8.6		^{70}Zn	3
	^{57}Co	2.8		^{78}Ge	2.2
	Rest	5		Rest	8.7

die solaren r-Prozess-Häufigkeiten zu erklären, d.h. es reicht, wenn in einer Spätphase der Explosion geringe Mengen des sogenannten Neutronenwindes ejeziert werden.

3.5 α -reiches Ausfrieren

Ein α -reicher Freezeout geschieht bei relativ hohen Entropien, wenn das Gas eine geringere Materiedichte hat. Um eine detaillierte Parameterstudie durchzuführen, wurde ein feines Gitter an Werten für die drei Parameter gewählt, das die folgende Gestalt hat:

- $V_{exp} = 4500, 6000, \dots, 21000, 30000, 50000$ km/s.
- Bei einer festen V_{exp} nimmt Y_e die Werte $0.40, 0.41, 0.42, \dots, 0.49$ an.
- bei festen V_{exp} und Y_e nimmt S die Werte $5, 10, 15, 20, \dots, 350$ k_B /Baryon an.

3.5.1 Parameterkombinationen, die einen nachfolgenden r-Prozess gestatten

Das Verhältnis $\frac{Y_n}{Y_{Seed}}$, das die "Stärke" eines möglichen r-Prozesses darstellt, wird ab bestimmten Werten der Entropie bei festen V_{exp} und Y_e grösser oder gleich 1.

Diese Entropie bezeichnen wir als Schwellenentropie. Für die Berechnung von Y_n und Y_{Seed} gilt:

- $Y_{Seed} = \frac{X_{seed}}{A} = \frac{1}{A} \sum_{A>4} A Y_{(Z,A)}$, wobei $Y_{(Z,A)} = \frac{X_{(Z,A)}}{A}$.
- $Y_n = X_n = 1 - X_{Seed} = 1 - \sum_i A_i X_i$

Eigentlich müsste man der Tatsache Rechnung tragen, dass freie Neutronen zerfallen, und zwar mit einer Halbwertszeit von ca. 10 Minuten. Dies bewirkt jedoch eine extrem geringfügige Absenkung der Neutronenhäufigkeit Y_n und kann somit vernachlässigt werden. Der Zusammenhang zwischen Y_n und n_n ist gegeben durch

$$n_n = Y_n \cdot \rho \cdot N_A = 7.28 \cdot 10^{28} \frac{Y_n T_9}{S} \left[1 + \frac{7}{4} f(T_9) \right]. \quad (3.12)$$

Wenn die Temperatur auf $T_9 \approx 3$ abgefallen ist, vereinfacht sich die obige Gleichung zu

$$n_n \simeq 4.6 \cdot 10^{29} \frac{Y_n}{S}. \quad (3.13)$$

Der Ausdruck für die Neutronenanzahldichte in Gleichung (3.13) ist, wie schon erwähnt, nur im Freezeout und unmittelbar vor Einsetzen des r-Prozesses gültig. Das Verhältnis $\frac{Y_n}{S}$ kann zwischen 10^{-6} und 10^{-2} liegen. Somit gilt für n_n im Falle eines möglicherweise ablaufenden r-Prozesses die Einschränkung

$$10^{23} \leq n_n \leq 10^{27}.$$

Extreme hohe Neutronenflüsse wie z.B. $n_n = 10^{30} \text{ cm}^{-3}$ können in diesem Modell nicht erreicht werden.

Nun, kommen wir zu den Ergebnissen aus den α -Prozessnetzwerkrechnungen und beantworten die Frage: Welches sind diejenigen Parameterkombinationen (V_{exp}, Y_e, S), die zu einem r-Prozess führen können?

In Tabelle (3.3) ist eine Auswahl der Ergebnisse aufgeführt. Nun wollen wir eine quantitative Beziehung zwischen den drei Parametern und der r-Prozessstärke herausarbeiten.

3.5.2 $\frac{Y_n}{Y_{Seed}}$ als Funktion der Entropie S

Halten wir Y_e und V_{exp} fest, so ergibt sich u.a. der in Abbildung (3.4) dargestellte Zusammenhang.

Tabelle 3.3: Auswahl von Parameterwerten, die einen r-Prozess zulassen.

V_{exp} (km/s)	τ_{exp} (ms)	Y_e	S (K_B /Baryon)	Y_n/Y_{seed}
4500	58	0.49	$155 \leq S \leq 375$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.47	$130 \leq S \leq 355$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.45	$105 \leq S \leq 340$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.43	$80 \leq S \leq 325$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.41	$60 \leq S \leq 305$	$1 \leq \dots \leq 150$
7500	35	0.49	$130 \leq S \leq 310$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.47	$110 \leq S \leq 300$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.45	$90 \leq S \leq 290$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.43	$70 \leq S \leq 280$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.41	$50 \leq S \leq 260$	$1 \leq \dots \leq 150$
9000	30	0.49	$125 \leq S \leq 300$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.47	$105 \leq S \leq 285$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.45	$85 \leq S \leq 270$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.43	$65 \leq S \leq 260$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.41	$50 \leq S \leq 245$	$1 \leq \dots \leq 150$
12000	22	0.49	$115 \leq S \leq 265$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.47	$95 \leq S \leq 255$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.45	$80 \leq S \leq 245$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.43	$60 \leq S \leq 235$	$1 \leq \dots \leq 150$
		0.41	$45 \leq S \leq 225$	$1 \leq \dots \leq 150$

Zum Anfiten an die verschiedenen Kurven wählen wir die Fitfunktion

$$\frac{Y_n}{Y_{seed}}(S) = a_1 \cdot S^n + a_2.$$

Als Mittelwerte für die drei Fitparameter ergibt sich schliesslich

$$\bar{a}_1 = 9.5 \cdot 10^{-6}, \quad \bar{a}_2 = -0.94 \quad \text{und} \quad \bar{n} = 3.23.$$

Offensichtlich nimmt das Verhältnis vom Neutron-zu-Saat mit etwa der dritten Potenz der Entropie zu.

3.5.3 $\frac{Y_n}{Y_{Seed}}$ als Funktion von V_{exp}

Halten wir nun Y_e und S fest und lassen V_{exp} als einzige Variable zu, so ergibt sich ein deutlicher linearer Zusammenhang, wie u.a. Abbildungen (3.5) und (3.6) für

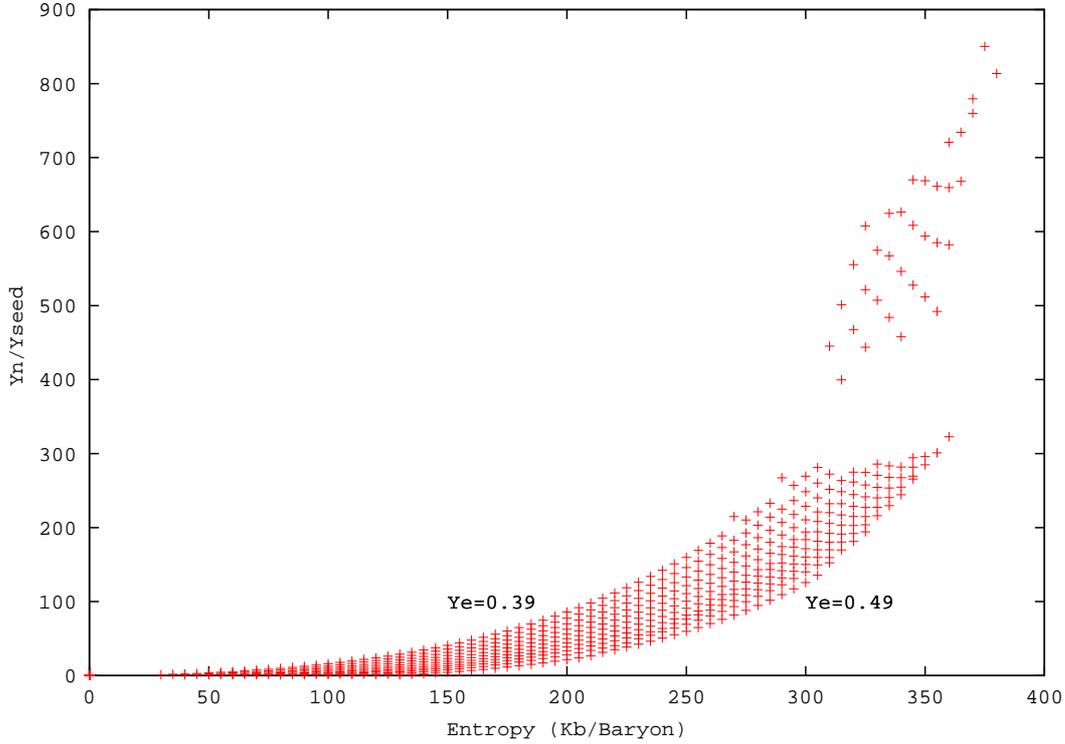


Abbildung 3.4: Funktionaler Zusammenhang zwischen der Stärke eines r-Prozesses und der Entropie unter folgenden Bedingungen: $V_{exp} = 7500$ km/s, $0,39 < Y_e < 0,49$.

zwei ausgewählte (Y_e, S) -Kombinationen zeigen. Die Fitfunktion ist eine Gerade, die wir mit dem Ansatz

$$\frac{Y_n}{Y_{Seed}} = a_1 V_{exp} + a_2$$

beschreiben. Die Mittelwerte für die zwei Fitparameter sind

$$\bar{a}_1 = 3.35 \cdot 10^{-3}, \quad \bar{a}_2 = 2.61.$$

Das Verhältnis von Neutron-zu-Saat nimmt also mit der Expansionsgeschwindigkeit linear zu. Dies hängt damit zusammen, dass V_{exp} die Abfallzeitskalen von Temperatur und Dichte bestimmt.

3.5.4 $\frac{Y_n}{Y_{Seed}}$ als Funktion von Y_e

Der letzte Schritt ist die Untersuchung der funktionalen Abhängigkeit von $\frac{Y_n}{Y_{Seed}}$ von der Elektronenhäufigkeit Y_e , wobei wir S und V_{exp} konstant halten. Intuitiv würde man eine steile Abnahme des Neutron-zu-Saat-Verhältnisses mit zunehmendem Y_e erwarten. In der Tat, bestätigen Abbildungen (3.7) und (3.8) diese

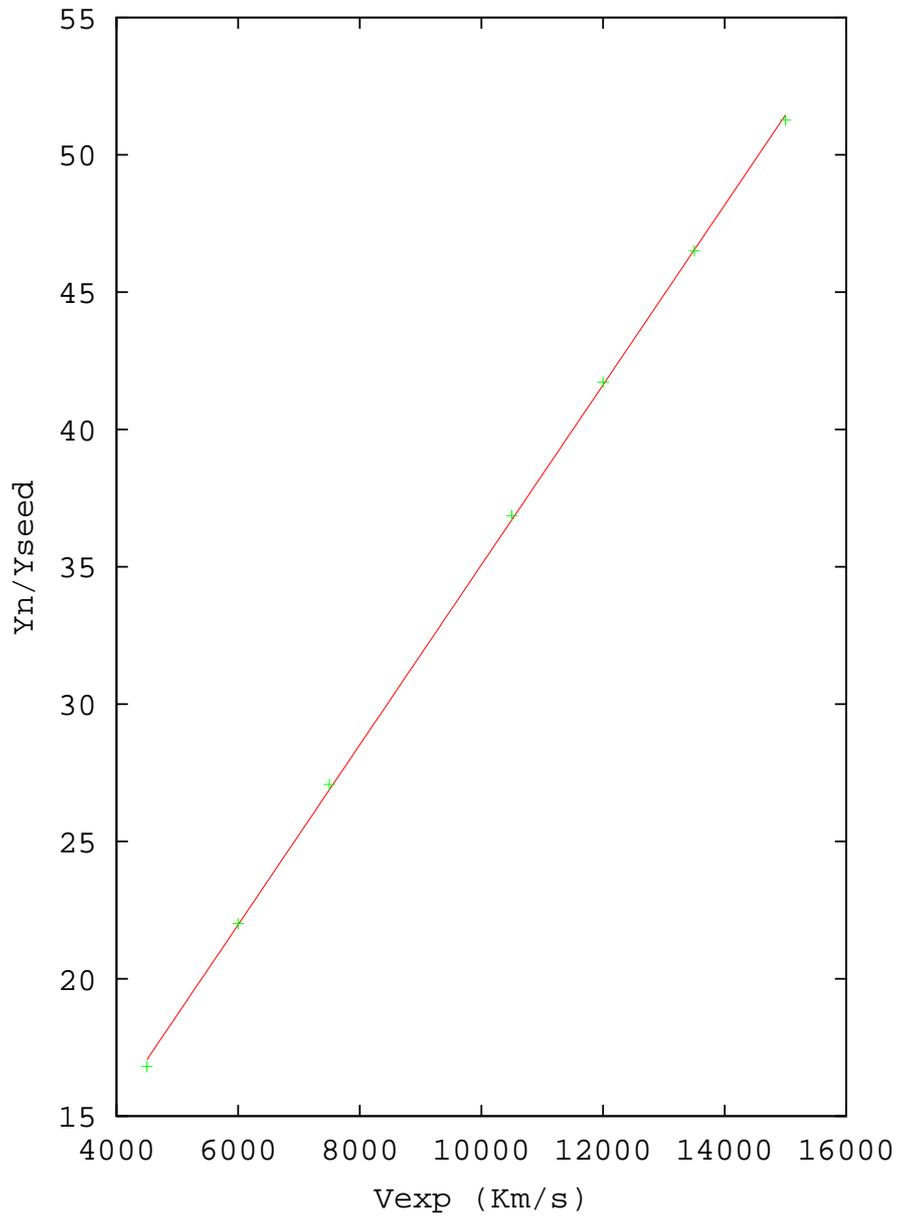


Abbildung 3.5: Funktionale Abhängigkeit der Stärke eines r-Prozesses von der Expansionsgeschwindigkeit der Blase unter folgenden Bedingungen: $Y_e = 0.42$ und $S = 150$.

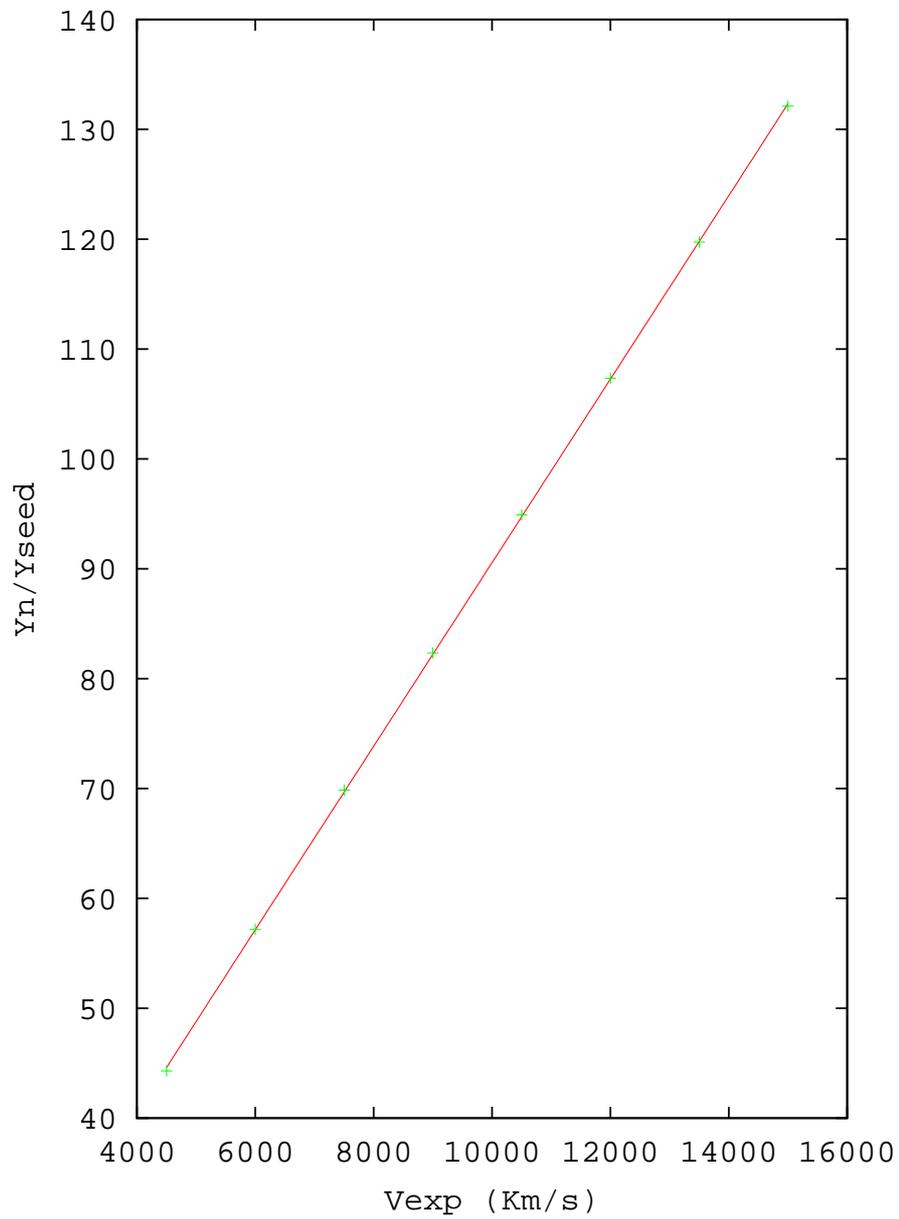


Abbildung 3.6: Funktionale Abhängigkeit der Stärke eines r-Prozesses von der Expansionsgeschwindigkeit der Blase unter folgenden Bedingungen: $Y_e = 0.41$ und $S = 200$.

Tendenz. Als Fitfunktion setzen wir daher an:

$$\frac{Y_n}{Y_{Seed}} = a_1 Y_e^{-n} + a_2.$$

Die Mittelwerte für die drei Fitparameter sind

$$\bar{a}_1 = 12.4, \quad \bar{a}_2 = -40.1 \quad \text{und} \quad n = 2.9.$$

Das Verhältnis von Neutron-zu-Saat nimmt also mit der dritten Potenz der Elektronenhäufigkeit Y_e ab.

3.5.5 $\frac{Y_n}{Y_{Seed}} = f(S, Y_e, Y_{exp})$

Es soll nun eine Beziehung zwischen den drei Modellparametern und der Stärke des r-Prozesses oder dem Verhältnis von Neutron-zu-Saat aufgestellt werden. Rufen wir uns die gefundenen Zusammenhänge kurz in Erinnerung:

1. $\frac{Y_n}{Y_{Seed}} \propto V_{exp}$, wenn Y_e und S konstant gehalten werden.
2. $\frac{Y_n}{Y_{Seed}} \propto S^3$, wenn Y_e und V_{exp} konstant gehalten werden.
3. $\frac{Y_n}{Y_{Seed}} \propto Y_e^{-3}$, wenn S und V_{exp} konstant gehalten werden.

Diese drei wichtigen Erkenntnisse kann man in eine einfache Formel zusammenfassen, nämlich:

$$\frac{Y_n}{Y_{Seed}} = K_s V_{exp} \left(\frac{S}{Y_e} \right)^3, \quad (3.14)$$

wobei

$$K_s = K_{SN} \approx 8 \cdot 10^{-11} \left(\frac{\text{km}}{\text{s}} \right)^{-1} \left(\frac{k_B}{\text{Baryon}} \right)^{-3}.$$

Man kann also mit Hilfe der r-Prozessformel (3.14) aussagen, dass dann und nur dann ein „schwacher“ bzw. „starker“ r-Prozess bei einer festen Expansionsgeschwindigkeit möglich ist, wenn

- Y_e gross und S klein

bzw.

- Y_e klein und S gross ist.

Ein r-Prozess benötigt nicht nur reichlich freie Neutronen, sondern auch genügend Saatkern, die durch sukzessive Neutroneneinfänge schwerere Kerne synthetisieren.

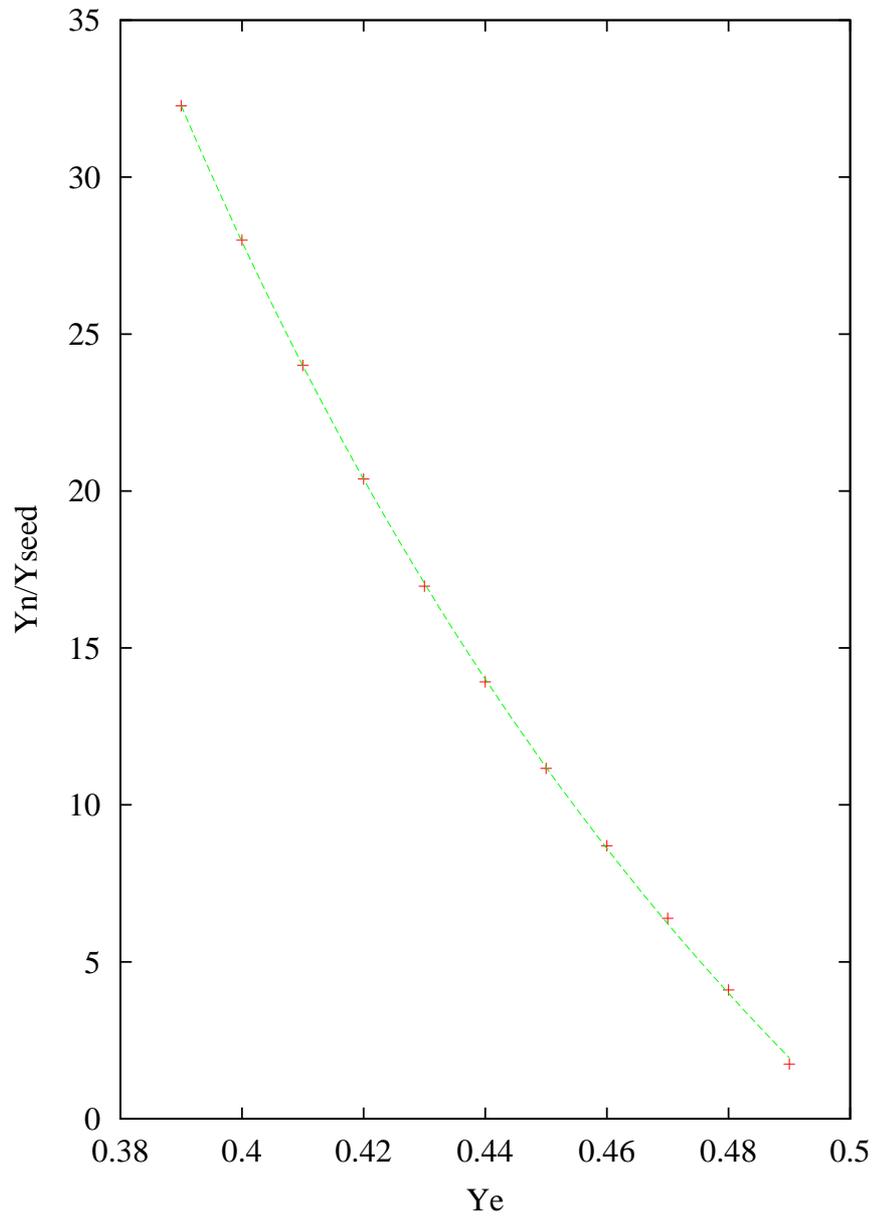


Abbildung 3.7: Funktionale Abhängigkeit der Stärke eines r-Prozesses von der Elektronenhäufigkeit Y_e unter folgenden Bedingungen: $V_{exp} = 5500$, $S = 160$.

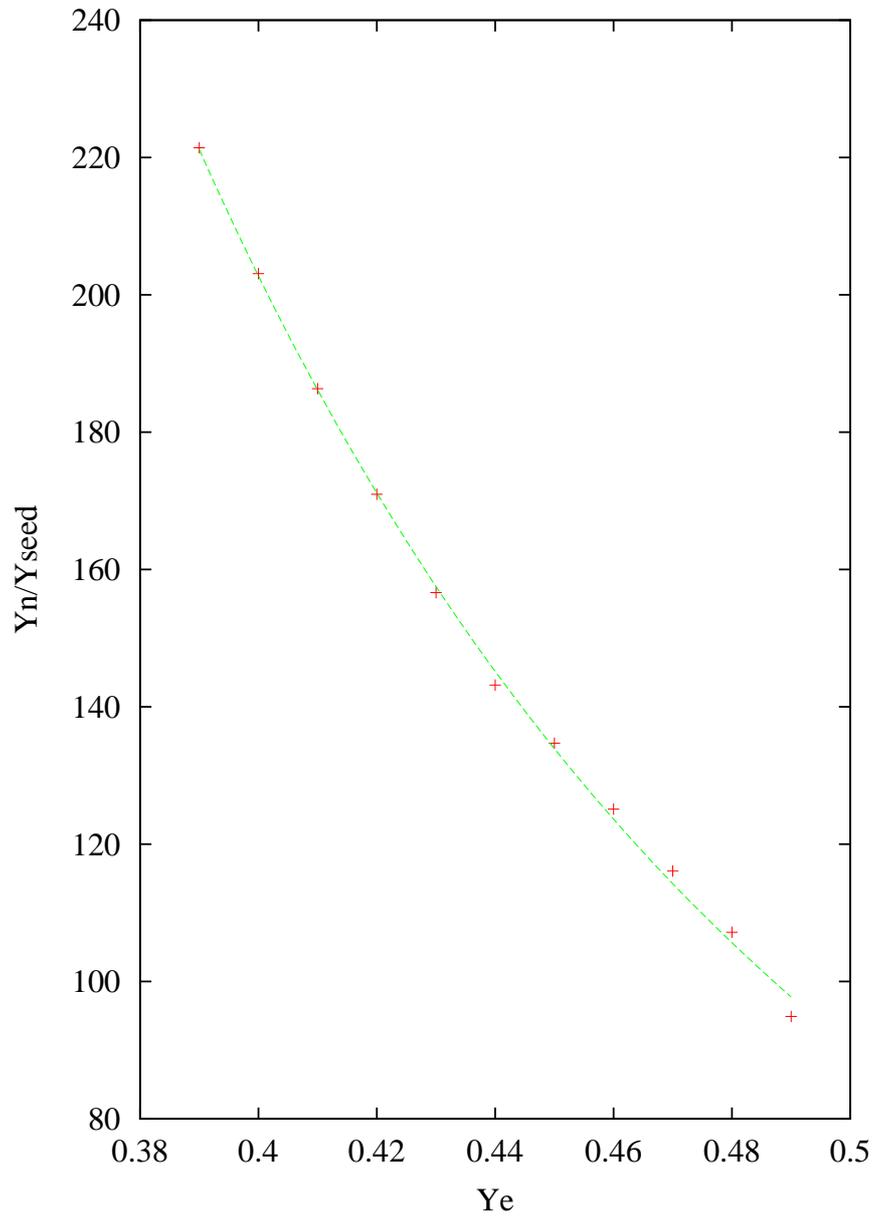


Abbildung 3.8: Funktionale Abhängigkeit der Stärke eines r-Prozesses von der Elektronenhäufigkeit Y_e unter folgenden Bedingungen: $V_{exp} = 7500$, $S = 280$.

3.6 Saatkerne nach dem α -reichen Freezeout

Die Tabellen (3.4) und (3.5) stellen einige durchgerechnete Saatverteilungen dar. Generell ergeben sich ab bestimmten Entropien stationäre Saatverteilungen, die dieselbe Gestalt haben, und sich nur durch die Häufigkeit des jeweiligen Verteilungsmaximums unterscheiden. Das Maximum verringert sich allmählich mit steigender Entropie, und die Gesamthäufigkeit der Saat Y_{Seed} wird dadurch kleiner. Abbildungen (3.9), (3.10) und (3.11) zeigen diesen Sachverhalt für drei verschiedene Werte von Y_e bei einer festen Expansionsgeschwindigkeit. Generell besteht eine Saatverteilung hauptsächlich aus den Strontiumisotopen ^{100}Sr und ^{102}Sr , den Kryptonisotopen ^{92}Kr , ^{94}Kr , ^{96}Kr und ^{98}Kr sowie Spuren von ^{80}Zn und ^{88}Se . All diese Kerne haben verschiedene Wichtungen, die natürlich von den drei Modellparametern V_{exp} , Y_e und Entropie S abhängen. Dies wollen wir nun genauer untersuchen.

3.6.1 Wichtung eines Saatkerns als Funktion von Y_e

Um den Einfluss der Elektronenhäufigkeit auf die Wichtung eines Saatkerns zu studieren, haben wir für zwei Entropien, 200 und 300 k_B/Baryon , den Wert von Y_e von 0.40 bis 0.49 variiert.

Abbildungen (3.12) und (3.13) zeigen den Verlauf von zwanzig Saatkernen bei $S = 200$ bzw. 300, wobei bei der letzteren Entropie die Saathäufigkeit $Y_{Seed} = \sum_{a>4} Y_{(Z,A)}$ wesentlich kleiner wird, da wie schon erwähnt, das Verschmelzen der α -Teilchen bei hohen Entropien nicht effektiv ist. Zum Vergleich wird bei $S = 300$ etwa ein Drittel weniger Saatkern erzeugt als bei der kleineren Entropie.

3.6.2 ^{100}Sr und ^{102}Sr

^{100}Sr ist der Kern, der für den Häufigkeitspeak bei $A = 100$ zuständig ist. Das schwerste stabile Sr-Isotop ist ^{88}Sr . Mit $N=62$ ist ^{100}Sr neutronenreich, seine Halbwertszeit ist 202 ms . Der Verlauf der prozentualen Häufigkeit als Funktion von Y_e hat ein Maximum bei etwa $Y_e = 0.46$, und fällt steiler ab mit zunehmender Elektronenhäufigkeit (siehe den unteren Teil von Abbildung (3.12)). Mit zunehmender Entropie sinkt die jeweilige Wichtung langsam ab (siehe den unteren Teil von Abbildung (3.14)).

^{102}Sr entwickelt sich in die entgegengesetzte Richtung. Er wird stärker synthetisiert bei kleinen Y_e -Werten und verschwindet fast vollständig bei $Y_e = 0.49$ (siehe den oberen Teil von Abbildungen (3.13) und (3.15)).

3.6.3 ^{92}Kr , ^{94}Kr und ^{96}Kr

Die Häufigkeitspeaks bei $A = 92$, 94 und 96 werden von den jeweiligen Kryptonisotopen gebildet. Die Halbwertszeiten sind 1840, 222 und 244 ms . Das schwerste

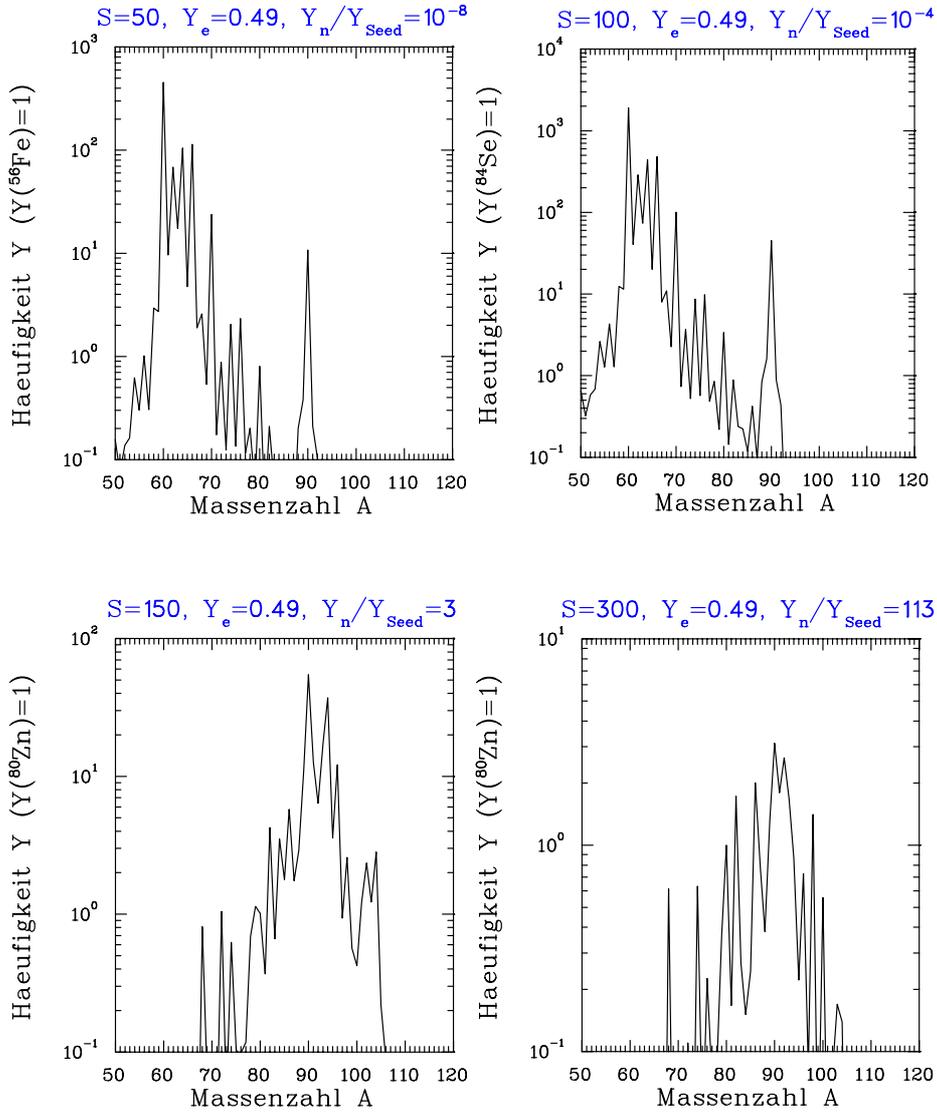


Abbildung 3.9: Häufigkeitsverteilung unmittelbar nach dem α -reichen Freezeout für $V_{exp} = 7500$ km/s und verschiedene Entropiewerte.

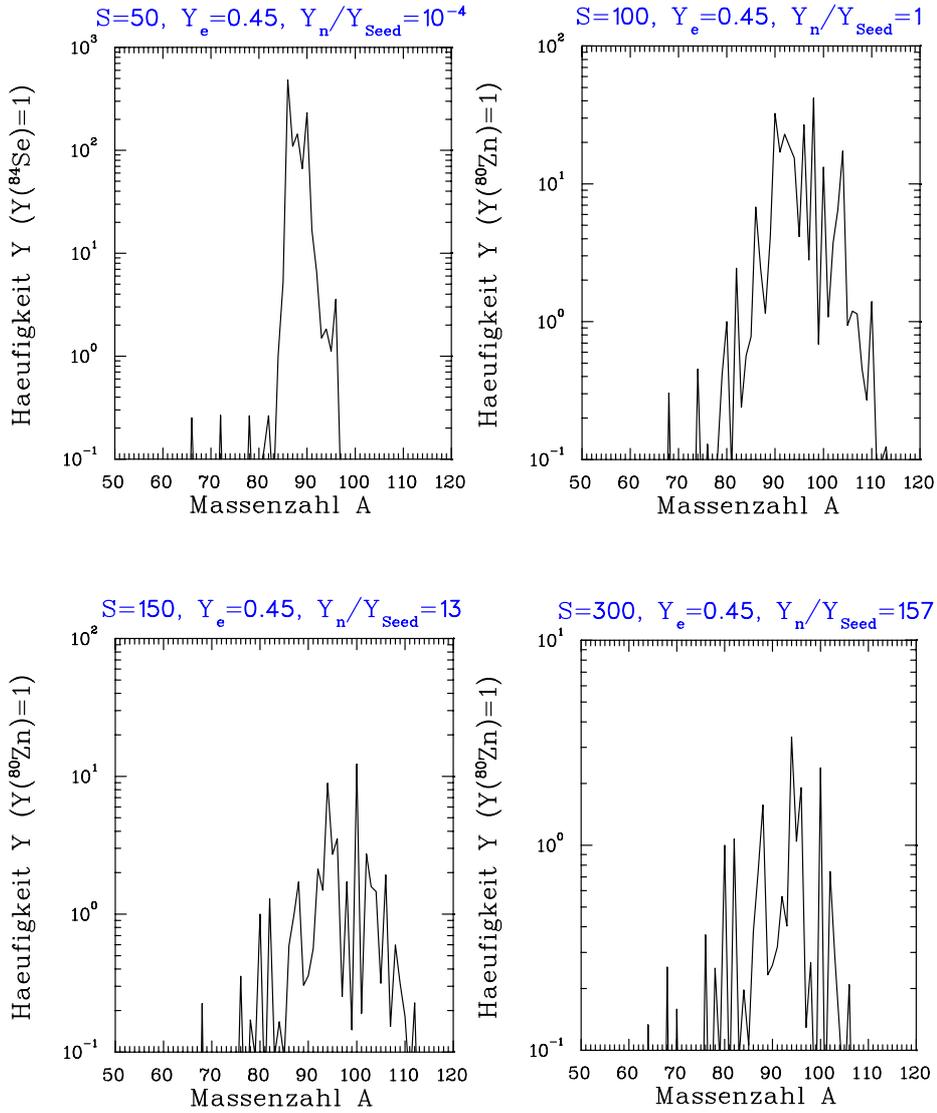


Abbildung 3.10: Häufigkeitsverteilung unmittelbar nach dem α -reichen Freezeout für $V_{exp} = 7500$ km/s und verschiedene Entropiewerte.

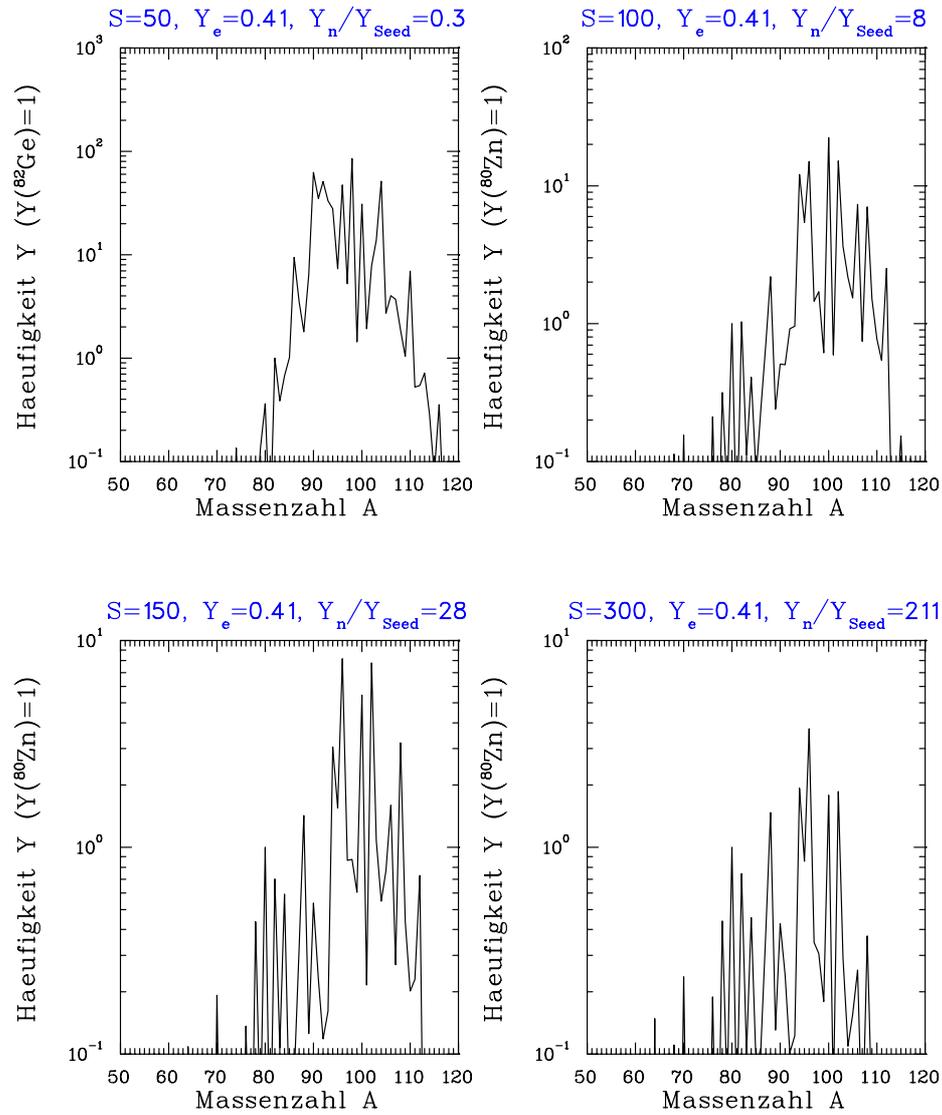


Abbildung 3.11: Häufigkeitsverteilung unmittelbar nach dem α -reichen Freezeout für $V_{exp} = 7500$ km/s und verschiedene Entropiewerte.

stabile Kr-Isotop ist ^{86}Kr .

^{92}Kr spielt nur bei $Y_e \geq 0.46$ eine Rolle und hat ein Maximum bei $Y_e = 0.48$ (siehe den oberen Teil von Abbildungen (3.13) und (3.15)). Um einen solchen Kern zu synthetisieren, sind genau 19 α -Teilchen erforderlich. Das ist nur bei einer ausgewogenen Zahl von Protonen und Neutronen möglich, was auf hohe Elektronenhäufigkeiten hindeutet.

^{94}Kr ist einer der wichtigsten Kerne in der Saatkomposition neben ^{100}Sr . Es weist ein Maximum bei $Y_e = 0.46$ auf und fällt langsam mit abnehmendem Y_e -Wert (siehe den oberen Teil von Abbildungen (3.12) und (3.14)). Seine Verteilung bei dem für den r-Prozess interessanten Entropiebereich bleibt fast konstant.

^{96}Kr macht bei $Y_e = 0.4$ etwa 20% der Saat aus, und fällt dann mit grösseren Y_e gleichmässig ab, um schliesslich bei $Y_e = 0.49$ komplett zu verschwinden (siehe den unteren Teil von Abbildungen (3.13) und (3.15)).

3.6.4 ^{80}Zn und ^{88}Se

^{80}Zn und ^{88}Se sind beide halbmagische Kerne mit jeweils 50 Neutronen. Die Halbwertszeiten sind 537 bzw. 1500 *ms*. Ihre Beiträge zur Saat scheinen von Y_e nicht abzuhängen und machen jeweils etwa 5% der Gesamt-Saatmenge aus (siehe den oberen Teil von Abbildungen (3.13) und (3.15)).

Im nächsten Kapitel werden wir uns mit dem eigentlichen r-Prozess beschäftigen. Dabei verwenden wir einen anderen Code und benutzen als Saat für jede Parameterkombination die vom α -Prozess-Code erhaltenen Endhäufigkeiten. Das Ziel ist, eine Parameterstudie des r-Prozesses im Hoch-Entropie-Wind einer Core-Kollaps-Supernova durchzuführen. Ferner werden wir separat die Rolle der β -verzögerten Neutronen im r-Prozess untersuchen.

Tabelle 3.4: Isotopenhäufigkeiten von ‘‘Saatkernen’’ für verschiedene Werte von Y_e : $0.43 \leq Y_e \leq 0.49$ mit $18 \leq \frac{Y_n}{Y_{Seed}} \leq 34$, und bei konstanten Werten für $V_{exp} = 7500$ km/s und $S = 200$.

Y_e	Isotop	Häufigkeit in %	Y_e	Isotop	Häufigkeit in %
0.49	^{90}Kr	16.9	0.45	^{100}Sr	18.5
	^{92}Kr	10.5		^{94}Kr	16.4
	^{98}Sr	9.2		^{96}Kr	10.9
	^{93}Rb	8.2		^{102}Sr	6.5
	^{91}Kr	8.1		^{88}Se	5.4
	^{96}Sr	6.5		^{95}Rb	4.6
	^{86}Se	5.8		^{82}Ge	3.6
	^{82}Ge	4.0		^{80}Zn	3.3
	^{89}Br	3.6		^{106}Zr	2.6
	^{94}Sr	2.9		^{87}Se	2.4
	^{100}Sr	2.6		^{92}Kr	2.4
	^{80}Zn	2.0		^{103}Y	2.4
	^{87}Se	1.9		^{93}Rb	1.6
	^{94}Kr	1.6		^{98}Sr	1.5
	^{104}Zr	1.5		^{108}Zr	1.3
	^{74}Ni	1.3		^{95}Kr	1.3
	^{103}Y	1.2		^{104}Zr	1.1
	^{68}Fe	1.1		^{86}Se	1.1
	^{79}Zn	1.0		^{76}Ni	1.0
0.47	^{100}Sr	18.3	0.43	^{96}Kr	16.9
	^{94}Kr	17.0		^{100}Sr	14.5
	^{92}Kr	8.6		^{102}Sr	11.5
	^{98}Sr	5.1		^{94}Kr	11.3
	^{93}Rb	4.1		^{88}Se	5.3
	^{82}Ge	4.1		^{95}Rb	3.7
	^{95}Rb	3.5		^{80}Zn	3.5
	^{87}Se	3.4		^{108}Zr	3.1
	^{96}Kr	3.3		^{82}Ge	3.0
	^{80}Zn	3.0		^{106}Zr	2.8
	^{86}Se	2.9		^{103}Y	2.1
	^{103}Y	2.2		^{87}Se	1.6
	^{104}Zr	2.0		^{84}Ge	1.4
	^{91}Kr	1.9		^{95}Kr	1.3
	^{102}Sr	1.9		^{78}Ni	1.3
	^{89}Br	1.4		^{97}Rb	1.3
	^{106}Zr	1.3		^{90}Se	1.0
	^{76}Fe	1.26		^{105}Y	1.0
	^{90}Kr	1.1		^{91}Kr	1.0

Tabelle 3.5: Isotopenhäufigkeiten von ‘‘Saatkernen’’ für verschiedene Werte von Y_e : $0.43 \leq Y_e \leq 0.49$ mit $113 \leq \frac{Y_n}{Y_{Seed}} \leq 146$, und bei konstanten Werten für $V_{exp} = 7500$ km/s $S = 300$.

Y_e	Isotop	Häufigkeit in %	Y_e	Isotop	Häufigkeit in %
0.49	^{90}Kr	12.3	0.45	^{94}Kr	17.2
	^{92}Kr	10.8		^{100}Sr	12.4
	^{86}Se	8.3		^{96}Kr	9.8
	^{82}Ge	7.2		^{88}Se	8.2
	^{91}Kr	7.1		^{82}Ge	5.6
	^{93}Rb	6.7		^{80}Zn	5.2
	^{98}Sr	5.9		^{95}Rb	4.2
	^{89}Br	5.1		^{87}Se	3.9
	^{80}Zn	4.2		^{102}Sr	3.8
	^{87}Se	3.2		^{92}Kr	2.9
	^{96}Sr	3		^{86}Se	2.0
	^{74}Ni	2.6		^{76}Ni	2.0
	^{68}Fe	2.6		^{93}Rb	1.7
	^{94}Kr	2.4		^{103}Y	1.5
	^{100}Sr	2.3		^{68}Fe	1.3
	^{79}Zn	1.5		^{91}Br	1.3
	^{88}Se	1.3		^{78}Ni	1.3
	^{83}As	1.1		^{95}Kr	1.2
	^{94}Sr	1.0		^{98}Sr	1.1
0.47	^{94}Kr	16.6	0.43	^{96}Kr	15.5
	^{100}Sr	11.2		^{94}Kr	13.8
	^{92}Kr	7.9		^{100}Sr	11.3
	^{82}Ge	6.5		^{88}Se	8.2
	^{88}Se	6.3		^{102}Sr	6.8
	^{80}Zn	5.2		^{80}Zn	5.1
	^{87}Se	5		^{82}Ge	4.6
	^{86}Se	4.3		^{95}Rb	4.0
	^{93}Rb	3.5		^{87}Se	2.8
	^{96}Kr	3.4		^{78}Ni	1.8
	^{95}Rb	3.1		^{84}Ge	1.6
	^{98}Sr	3.0		^{103}Y	1.5
	^{76}Ni	2.3		^{95}Kr	1.4
	^{89}Kr	2.2		^{76}Ni	1.4
	^{68}Fe	1.9		^{106}Zr	1.3
	^{91}Kr	1.7		^{91}Br	1.3
	^{103}Y	1.3		^{92}Br	1.2
	^{102}Fe	1.2		^{90}Se	1.2
	^{91}Br	1.0		^{108}Zr	1.1

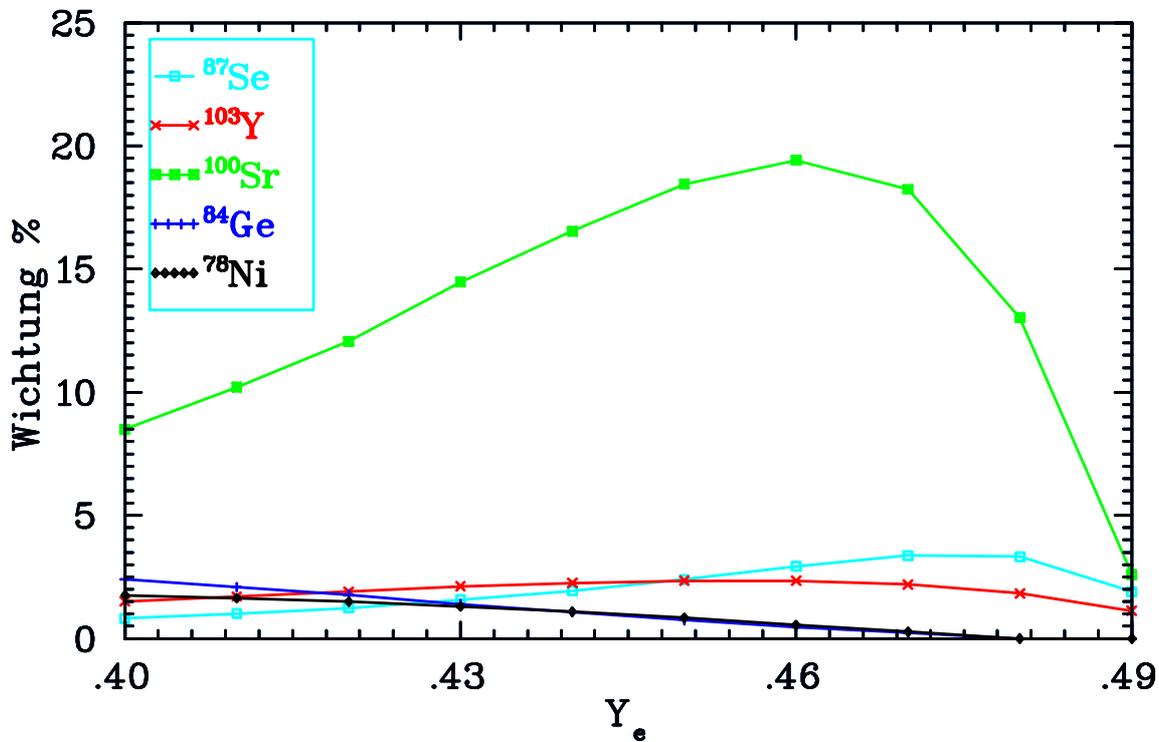
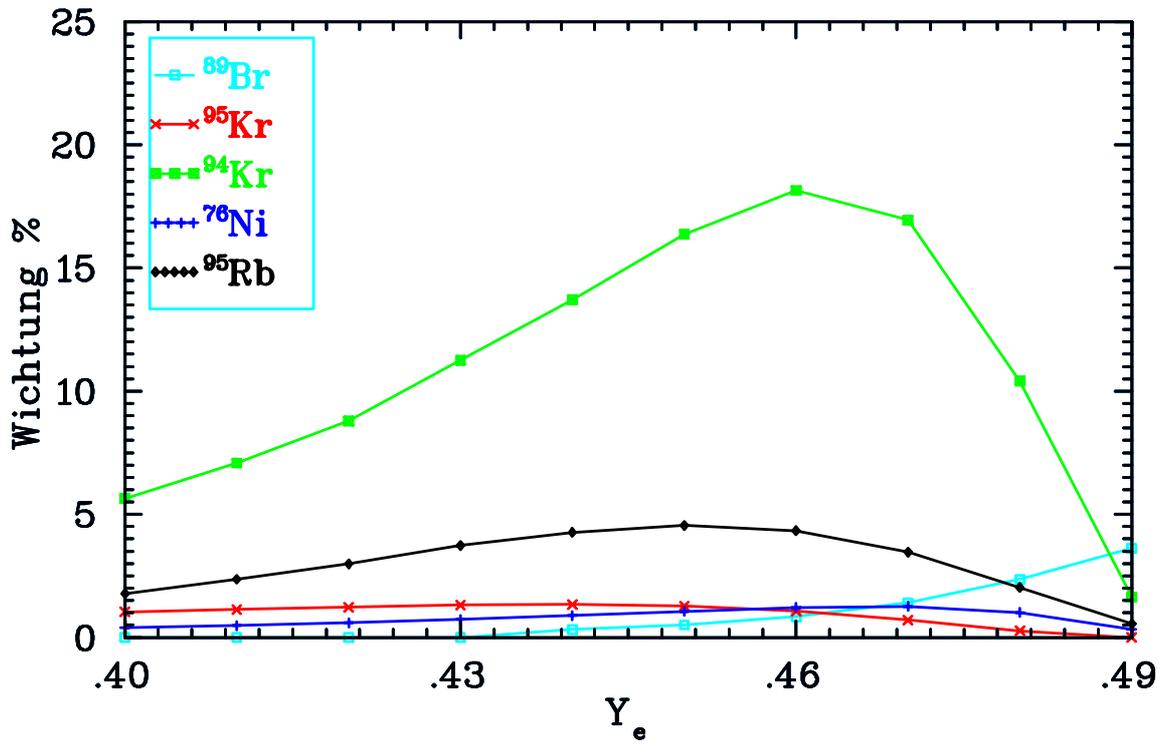


Abbildung 3.12: Häufigkeitswichtung verschiedener Saatkerne als Funktion von Y_e , bei $S = 200$ und $V_{exp} = 7500$ km/s.

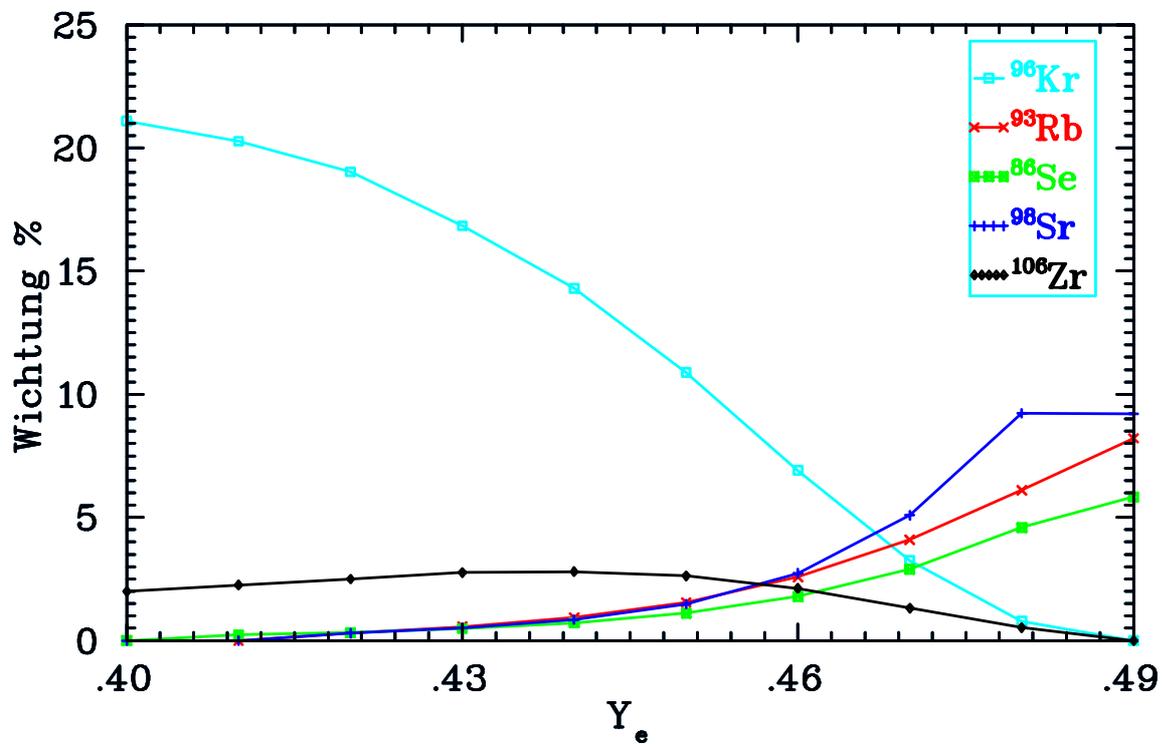
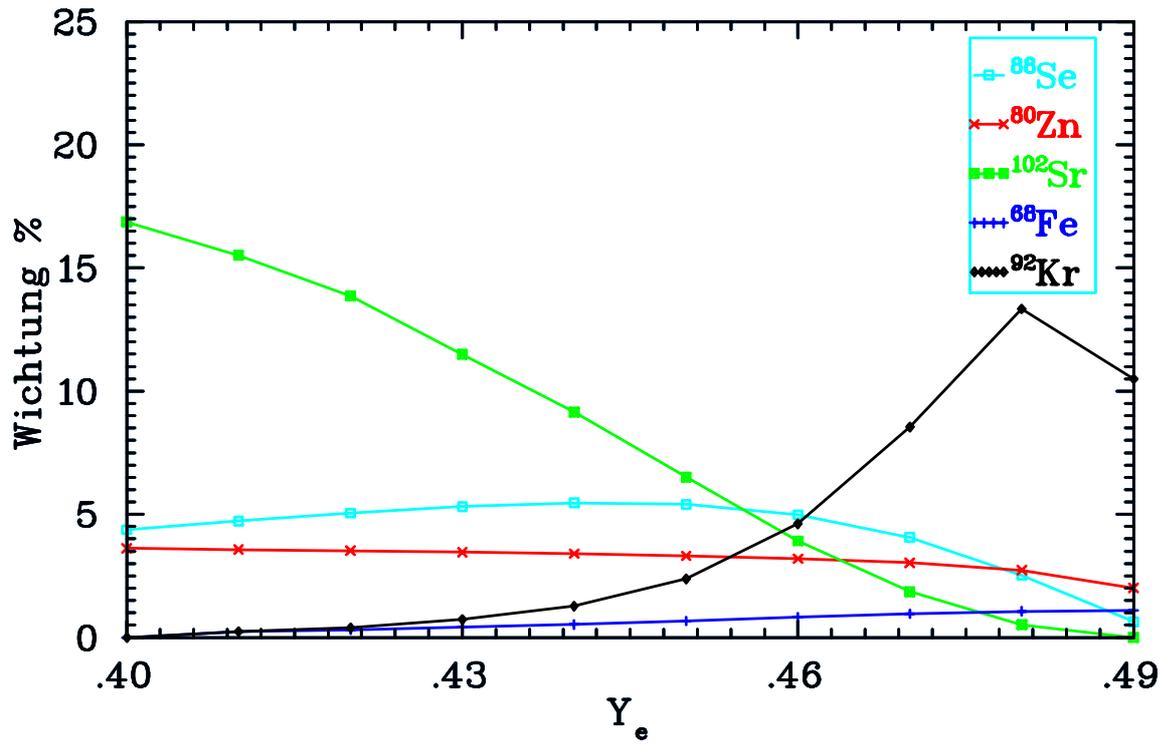


Abbildung 3.13: Häufigkeitswichtung verschiedener Saatkerne als Funktion von Y_e , bei $S = 200$ und $V_{exp} = 7500$ km/s.

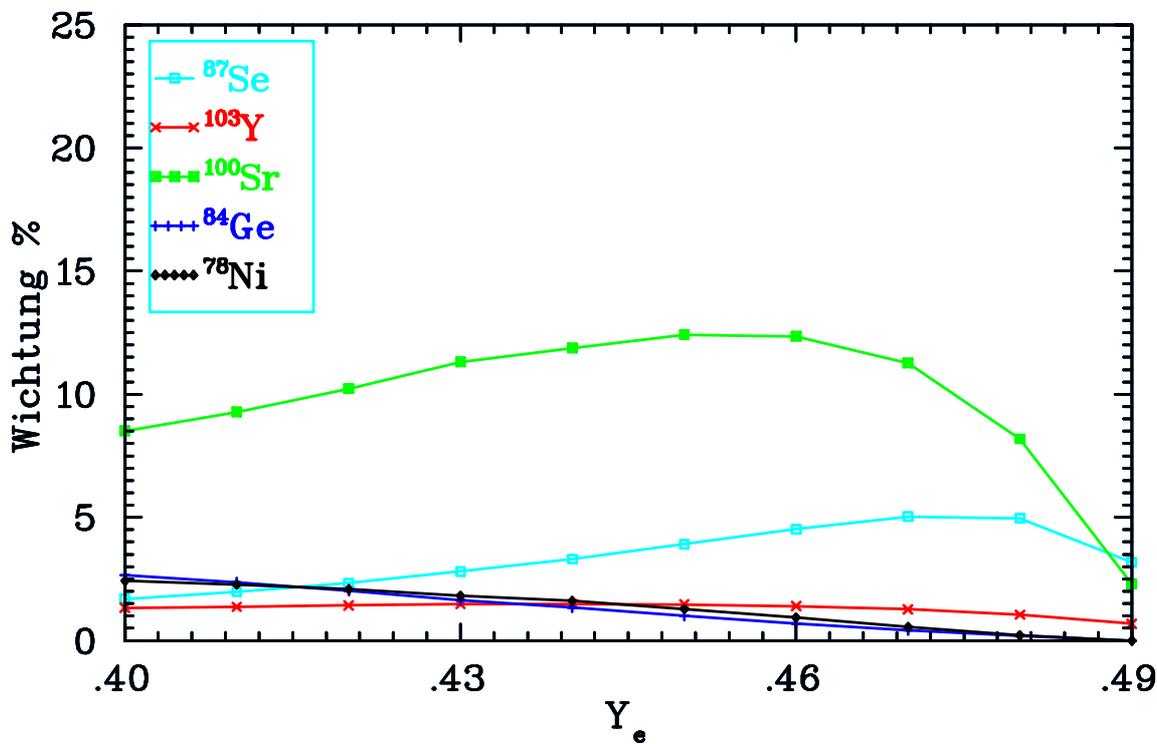
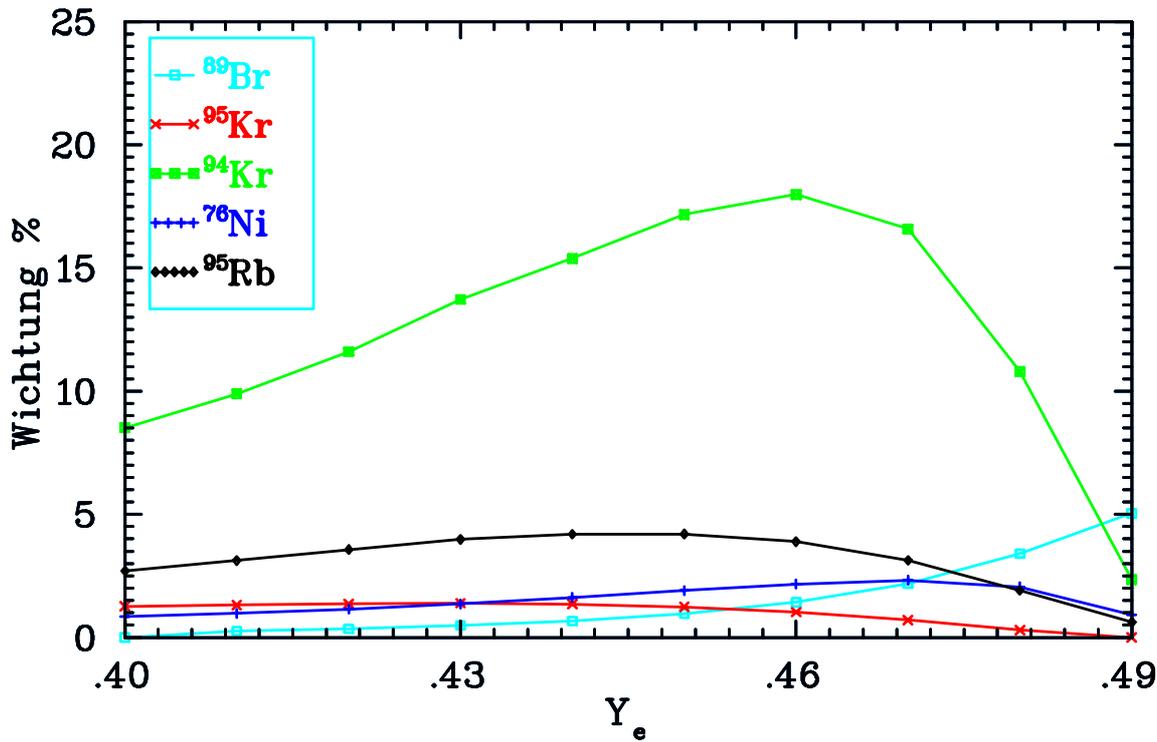


Abbildung 3.14: Häufigkeitswichtung verschiedener Saatkerne als Funktion von Y_e , bei $S = 300$ und $V_{exp} = 7500$ km/s.

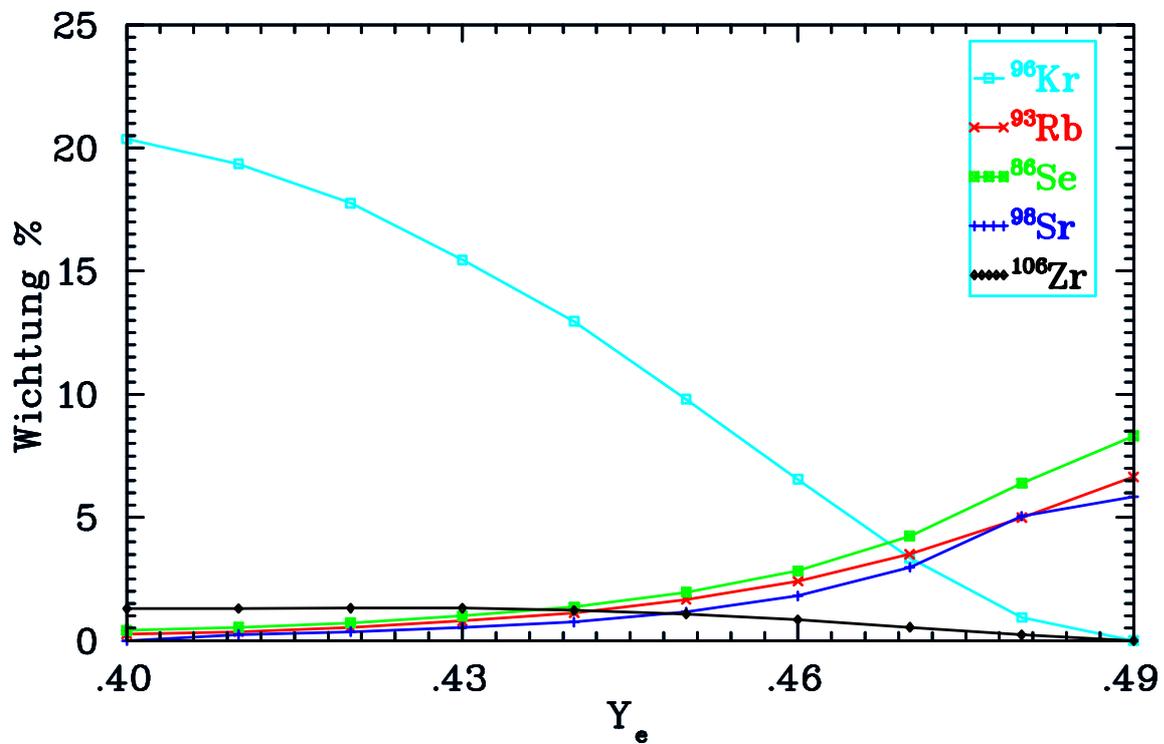
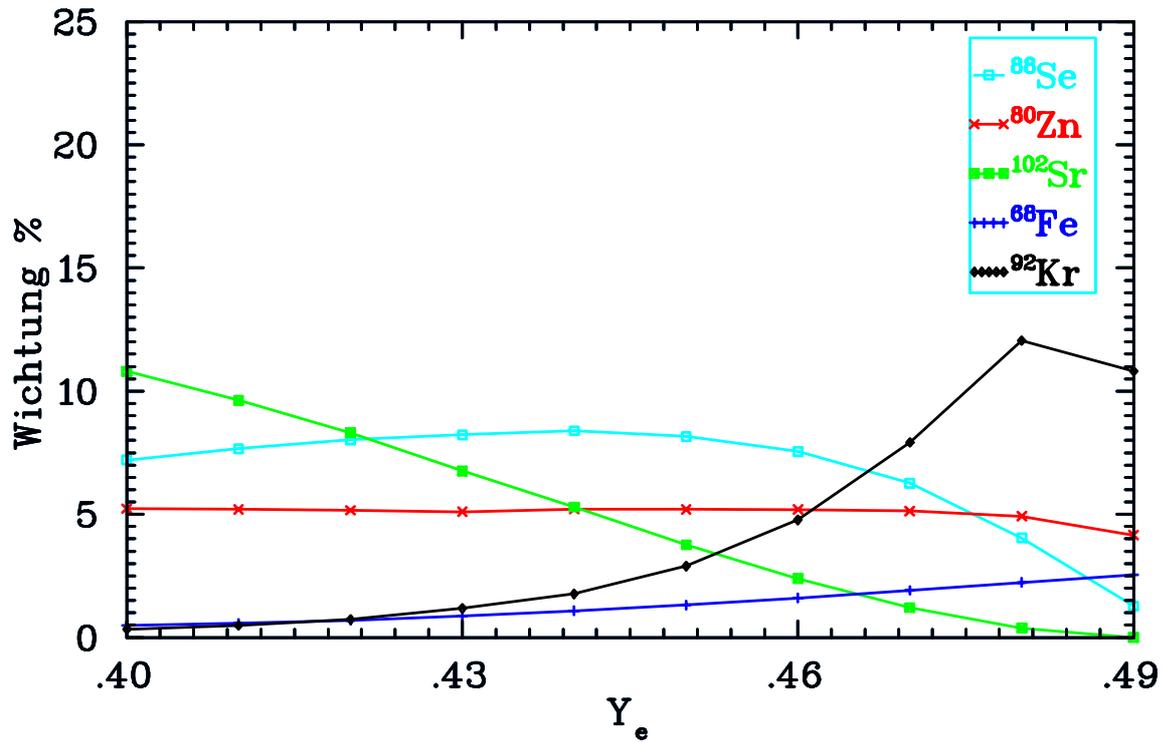


Abbildung 3.15: Häufigkeitswichtung verschiedener Saatkernne als Funktion von Y_e , bei $S = 300$ und $V_{exp} = 7500$ km/s..

Kapitel 4

Volldynamische r-Prozessnetzwerkrechnungen

*Grosse Gedanken brauchen nicht nur Flügel, sondern auch ein
Fahrgestell zum Landen...
Neil Armstrong, amerikan. Astronaut, geb. 1930*

Im ersten Kapitel waren einige Annahmen für den r-Prozess gemacht worden, um in dem früher häufig verwendeten “Waiting-Point Modell” die Lösung der Netzwerkgleichung 1.4 zu vermeiden. Man bediente sich hierbei im Prinzip der nuklearen Saha-Gleichung 1.8, die bei Festhaltung von Temperatur und Neutronenzahldichte nur die jeweiligen Neutronenseparationsenergien, β^- -Zerfallsgrößen $T_{1/2}$ (Halbwertzeiten) und P_n (Neutronenemissionswahrscheinlichkeiten) als kernphysikalischen Input benötigen. Ferner waren die Neutroneneinfangquerschnitte nicht vonnöten. Dies war der sogenannte “kanonische” Fall, den es nun durch den “dynamischen” zu ersetzen gilt, wobei die Differentialgleichungen 1.4 mit Bezug auf ein spezielles astrophysikalisches Modell (hier die Hoch-Entropie-Blase von Typ II Supernovae) numerisch gelöst werden.

4.1 Numerische Technik

Wir verfahren analog zu Freiburghaus [5]. Dort wird die Gleichung 1.4 mit dem impliziten Eulerschema numerisch integriert. Das Endergebnis lautet:

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta Y_{(Z,A)}}{\Delta t} = & n_n \sigma_{A-1} [Y_{(Z,A-1)} + \Delta Y_{(Z,A-1)}] + \lambda_{(A+1)} [Y_{(Z,A+1)} + \Delta Y_{(Z,A+1)}] \\
& - [Y_{(Z,A)} + \Delta Y_{(Z,A)}] (n_n \sigma_A + \lambda_A + \lambda_\beta^A + \lambda_{\beta n}^A + \lambda_{\beta 2n}^A + \lambda_{\beta 3n}^A) \\
& + [Y_{(Z-1,A)} + \Delta Y_{(Z-1,A)}] \lambda_\beta^{Z-1,A} \\
& + [Y_{(Z-1,A+1)} + \Delta Y_{(Z-1,A+1)}] \lambda_{\beta n}^{Z-1,A+1} \\
& + [Y_{(Z-1,A+2)} + \Delta Y_{(Z-1,A+2)}] \lambda_{\beta 2n}^{Z-1,A+2} \\
& + [Y_{(Z-1,A+3)} + \Delta Y_{(Z-1,A+3)}] \lambda_{\beta 3n}^{Z-1,A+3}. \tag{4.1}
\end{aligned}$$

Es gibt nun zwei Möglichkeiten zur Lösung der Differentialgleichungen 4.1:

1. Betrachtet man die Neutronenzahl n_n und somit die Neutronenhäufigkeit $Y_n = \frac{n_n}{\rho N_A}$ als Variable, so liegt ein Satz von nichtlinearen Differentialgleichungen vor, der mit einem multidimensionalen Newton-Raphson-Iterationsverfahren zu lösen ist [16]. Dabei tritt die Schwierigkeit auf, dass in jedem Zeitschritt etwa 6000×6000 -Matrizen zu invertieren sind. Der Zeitaufwand wäre dann für eine detaillierte Parameterstudie extrem gross.
2. Nimmt man an, dass die Neutronenhäufigkeit in jedem Zeitschritt konstant bleibt, so linearisiert man die Gleichungen 4.1, was den Lösungsvorgang erheblich vereinfacht. Statt das ganze Netzwerk auf einmal durchzurechnen, betrachtet man jede Z-Kette für sich und berechnet die Häufigkeiten aller darin vorkommenden Isotope. Dann geht man weiter zur nächsten Kette, bis man die letzte Isotopenkette erreicht hat [5]. In jedem Zeitschritt sind nun, je nach Anzahl der Isotope, nur noch maximal 70×70 -Matrizen zu invertieren. Die Häufigkeit eines Kerns (Z,A) ist dann durch

$$Y_{(Z,A)}^{t+\Delta t} = Y_{(Z,A)}^t + \frac{\sum (\text{Konstante Terme}) + \Delta Y_{(Z,A-1)} n_n \sigma_{A-1} + \Delta Y_{(Z,A+1)} \lambda_{A+1}}{(n_n \sigma_A + \lambda_A + \lambda_\beta^A + \lambda_{\beta n}^A + \lambda_{\beta 2n}^A + \lambda_{\beta 3n}^A)}$$

gegeben. Die weiteren technischen Details sind in [5] genau beschrieben.

Es ist klar, dass Y_n in einem Zeitschritt Δt nicht konstant sein kann, da der Neutroneneinfang über die gesamte Zeitdauer des r-Prozesses stattfindet, bis der Freezeout erreicht ist. Man kann jedoch diesen "Fehler" beheben, indem man den Zeitschritt Δt ausreichend klein wählt [5].

4.2 Das Reaktionsnetzwerk

Unser Netzwerk umfasst die Kern von Si (Z=14) bis Bi (Z=83) und ist in Tabelle 4.1 dargestellt.

Tabelle 4.1: Dimension des r-Prozess-Netzwerks.

Element	Z	A_{\min}	A_{\max}
Si	14	28	42
P	15	31	45
S	16	32	48
Cl	17	35	51
Ar	18	36	54
K	19	39	59
Ca	20	40	60
Sc	21	45	65
Ti	22	46	72
V	23	50	73
Cr	24	50	74
Mn	25	55	75
Fe	26	54	76
Co	27	59	79
Ni	28	58	82
Cu	29	63	89
Zn	30	64	92
Ga	31	69	95
Ge	32	70	98
As	33	75	101
Se	34	74	104
Br	35	79	107
Kr	36	78	110
Rb	37	85	113
Sr	38	84	118
Y	39	89	121
Zr	40	90	122
Nb	41	93	123
Mo	42	92	124
Tc	43	97	127
Ru	44	96	130
Rh	45	103	137
Pd	46	102	140
Ag	47	107	143
Cd	48	106	146

Element	Z	A_{\min}	A_{\max}
In	49	113	149
Sn	50	112	152
Sb	51	121	155
Te	52	120	158
I	53	127	163
Xe	54	124	166
Cs	55	133	171
Ba	56	130	172
La	57	138	177
Ce	58	136	180
Pr	59	141	183
Nd	60	142	186
Pm	61	145	187
Sm	62	144	188
Eu	63	151	189
Gd	64	152	190
Tb	65	159	191
Dy	66	156	194
Ho	67	165	197
Er	68	162	200
Tm	69	169	205
Yb	70	168	208
Lu	71	175	215
Hf	72	174	216
Ta	73	180	221
W	74	180	222
Re	75	185	227
Os	76	184	228
Ir	77	191	233
Pt	78	190	236
Au	79	197	239
Hg	80	196	242
Tl	81	203	247
Pb	82	204	248
Bi	83	209	253

Tabelle 4.2: Dimensionen des r-Prozess-Netzwerks (II).

Element	Z	A_{\min}	A_{\max}
Po	84	210	256
At	85	211	259
Rn	86	217	262
Fr	87	221	267
Ra	88	222	268
Ac	89	225	273
Th	90	226	274
Pa	91	231	275
U	92	232	276
Np	93	237	277
Pu	94	238	278
Am	95	241	279
Cm	96	242	282
Bk	97	247	285

Element	Z	A_{\min}	A_{\max}
Cf	98	248	288
Es	99	253	293
Fm	100	254	294
Md	101	257	305
No	102	258	306
Lw	103	259	311
Rf	104	260	312
Db	105	263	317
Sg	106	264	318
Bh	107	267	321
Hs	108	268	324
Mt	109	271	327
Ds	110	272	330

4.3 Kernphysikalischer Dateninput

Die Wirkungsquerschnitte für den Neutroneneinfang und die Neutroneneinfangraten wurden mit dem neuen statistischen Modell NON-SMOKER von Rauscher et al. 2001 [7] berechnet. Die theoretischen Halbwertszeiten und die P_n -Werte stammen aus den neusten QRPA (GT+ff) Rechnungen [20], und die experimentellen aus der KCh-Evaluierung (2003) sowie aus ADMC (2003) [21]. Für die Kernmassen verwendeten wir die makroskopisch-mikroskopischen Massenmodelle ETFSI-Q [19] und FRDM [8]. Die Photodesintegrationsraten wurden mit Hilfe der Detailed-Balance-Beziehung 1.7 berechnet.

4.4 Der r-Prozess-Code

Der Code stammt ursprünglich von C. Freiburghaus und wurde hier zwecks einer umfassenden Parameterstudie erweitert und vervollständigt. Die wichtigsten Dateien im Code sind „createini.f90“, „rraten.f90“ und „rprocess.f90“.

Die Datei „createini.f90“ entnimmt aus dem α -Prozess-Code die wichtigsten Informationen des α -Prozess-Freezeout wie Temperatur, Dichte, Entropie, Neutronenhäufigkeit, Radius der Blase und Saatverteilung.

Die Datei „rraten.f90“ produziert beim Kompilieren zwei andere Dateien, welche die Dimension des Netzwerks und die jeweiligen Reaktionsraten bereitstellen.

Die Hauptdatei “rprocess.f90” berechnet dann die r-Prozess-Endhäufigkeiten nach dem Freezeout und dem β^- -Rückzerfall zur Stabilität. In der Originalversion von “r-process.f90” waren die Neutroneneinfangsraten $\langle \sigma_n v \rangle = \text{const}$ angesetzt. Dies beruhte auf der Annahme, dass die s-Wellen dominieren. Dann ist $\sigma_n \sim v^{-1}$, was jedoch bei hohen Energien nicht zutreffend ist. Deswegen berechnen wir zudem die temperaturabhängigen Raten.

Im Folgenden wird eine detaillierte Parameterstudie des dynamischen r-Prozesses vorgestellt. Dabei werden wir für die umseitig bereits genannten zwei Massenmodelle ETFSI-Q und FRDM mit den jeweiligen Neutroneneinfangsquerschnitten und β^- -Zerfallsdatensätzen die Synthetisierung der gesamten r-Prozessverteilung und den Effekt der β^- -verzögerten Neutronen speziell auf die r-Prozesspeaks eingehen.

4.5 Reproduktion der solaren r-Prozesshäufigkeiten

4.5.1 Der dynamische Freezeout

Der klassische Freezeout findet statt, wenn sich Neutroneneinfang und Photodesintegration für die Maxima aller Isotopenketten nicht mehr im Gleichgewicht befinden. Die Zeitskala für einen Neutroneneinfang ist

$$\tau_{(n,\gamma)} = \frac{1}{\rho N_a \langle \sigma v \rangle Y_n} = \frac{1}{n_n \langle \sigma v \rangle}, \quad (4.2)$$

wobei ρ die baryonische Dichte, N_a die Avogadrozahl, $\langle \sigma v \rangle$ die Neutroneneinfangrate und Y_n die Häufigkeit der freien Neutronen ist. Die Zeitskala für eine Photodesintegration ist

$$\tau_{(\gamma,n)} = \frac{1}{\lambda_{(\gamma,n)}}, \quad (4.3)$$

wobei $\lambda_{(\gamma,n)}$ die temperaturabhängige und durch Gleichung 1.7 gegebene Photodesintegrationsrate ist. Im dynamischen Fall haben wir es mit einer adiabatischen Expansion des r-Prozessmediums zu tun und somit einer zeitlich abklingenden Neutronenanzahldichte $n_n(t)$ (siehe Abbildung 4.1). So definieren wir den dynamischen Freezeout als derjenige Zeitpunkt, bei dem

$$\tau_{n_n} = \frac{Y_n}{\dot{Y}_n} < \tau_{n\gamma} \quad \text{und} \quad \tau_{n_n} < \tau_{\gamma n} \quad (4.4)$$

gilt. Mit Worten ausgedrückt heißt dies, dass die Zeitskala der Neutronenhäufigkeitsänderung kleiner sein muss als die Zeitskala gegenüber dem

Neutroneneinfang und der Photodesintegration. Ein weiterer Neutroneneinfang wird daher die Endhäufigkeiten nach dem Rückzerfall in die Stabilität nicht wesentlich ändern.

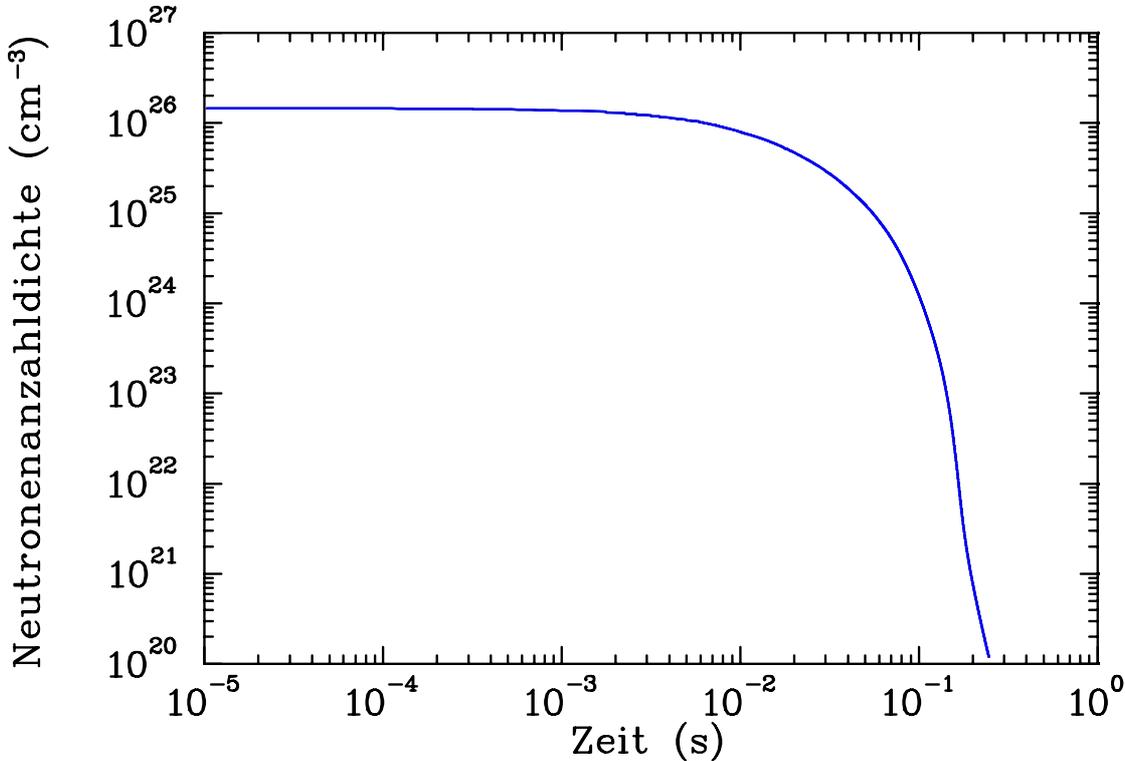


Abbildung 4.1: Zeitlicher Verlauf der Neutronenanzahldichte während des Ablaufs eines r-Prozesses in der Hoch-Entropie-Blase.

4.5.2 Der A=130-Peak mit der ETFSI-Q Massenformel

4.5.2.1 $Y_e = 0,49$

Bei $Y_e = 0,49$ ist der Anteil der Protonen in der Hoch-Entropie-Blase relativ hoch. Die Reaktionen mit geladenen Teilchen starten mit 49% (Protonen); die Reaktionen mit den ungeladenen Teilchen mit 51% (Neutronen). Die Anfangsbedingungen für den nachfolgenden r-Prozess sind in der Tabelle 4.3 zusammengefasst.

Ein r-Prozess mit diesen Bedingungen hat beim Freezeout die in Tabelle 4.4 aufgelisteten Merkmale. Normiert man die vier Kerne in Tabelle 4.4 um, so machen ^{130}Cd etwa 31%, ^{129}Ag etwa 26%, ^{131}In etwa 11% und ^{128}Pd etwa 9% der “Waiting-Point” Kerne beim Freezeout aus. Sie sind somit die wichtigsten Nuklide auf dem Weg zur Synthetisierung des A=130-Peaks.

Die Ergebnisse aus Tabelle 4.4 bestätigen die Vorhersagen des klassischen r-

Tabelle 4.3: Anfangsbedingungen für einen r-Prozess bei einer Expansion $V_{exp} = 7500$ km/s und einer Entropie $S = 230 k_B/\text{Baryon}$. Der Anteil der α -Teilchen beträgt 95,46%.

n_n [cm^{-3}]	T_9 [10^9 K]	Prozessdauer [ms]	Saatkern	%-Anteil des Saatkerns
$1,4 \times 10^{26}$	2,6	33	^{96}Kr	0,61%
			^{94}Kr	0,50%
			^{100}Sr	0,39%
			^{88}Se	0,25%
			^{102}Sr	0,24%
			^{95}Rb	0,20%

Prozesses, der ^{130}Cd als wichtigster Waiting-Point Kern vorhersagt. Der einzige Unterschied ist die Temperatur, bei der der Freezeout stattfindet. Im klassischen Modell geht man aus von einer Temperatur T_9 zwischen 1,0 und 1,5, die etwa zwei bis drei mal höher ist als im dynamischen Fall. Im klassischen r-Prozess reicht es aus eine Neutronenseparationsenergie vorzugeben, um den entsprechenden r-Prozesspfad zu bestimmen. Dieser S_n -Wert wird folgendermassen definiert:

$$1 \approx \frac{Y_{(Z,A+1)}}{Y_{(Z,A)}} = \frac{n_n}{2} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_u k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Z,A+1 S_n}{k_B T}\right) \quad (4.5)$$

Gleichung 4.5 nach S_n aufgelöst ergibt dann die gesuchte Neutronenseparationsenergie, die die Häufigkeitsmaxima in den jeweiligen Isotopenketten festlegt.

$$S_n = -k_B T \ln \left[\frac{2}{n_n} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_u k_B T} \right)^{-3/2} \right] \quad (4.6)$$

Abbildung 4.2 zeigt den zeitlichen Verlauf der nach der Sahagleichung resultierenden Neutronenseparationsenergien von Waiting-Point-Kernen während eines r-Prozesses, gerechnet mit Hilfe von Gleichung 4.6 bei $Y_e = 0,49$ und $S = 230 k_B/\text{Baryon}$. Abbildung 4.3 zeigt die resultierenden Isotopenhäufigkeiten nach dem β - und womöglich α -Zerfall. Mit absteigendem Wert von Y_e sinkt auch die entsprechende Entropie, die die nötige n_n und Temperatur zur Reproduktion des A=130-Peaks liefert, merklich ab. Die Dichte ρ steigt somit an und die Zeitskala für den Neutroneneinfang wird kürzer. Um diesen Effekt zu untersuchen, wählen wir noch zwei andere Werte von Y_e aus und untersuchen wir die Freezeout-Bedingungen für diese Fälle.

Die Tabelle 4.5 gibt eine Übersicht von Entropiewerten, bei denen mit kleiner werdendem Y_e der A=130-Peak synthetisiert werden kann.

Tabelle 4.4: Die astrophysikalischen Parameter und die synthetisierten Kerne beim Freezeout des r-Prozesses.

n_n [cm^{-3}]	T_9 [10^9 K]	Prozessdauer [ms]	Freezeout-Kern	%-Anteil des Freezeout-Kerns
$1,9 \times 10^{20}$	0,53	234	$^{130}_{48}\text{Cd}$	0,59%
			$^{129}_{47}\text{Ag}$	0,59%
			$^{131}_{49}\text{In}$	0,25%
			$^{128}_{46}\text{Pd}$	0,20%

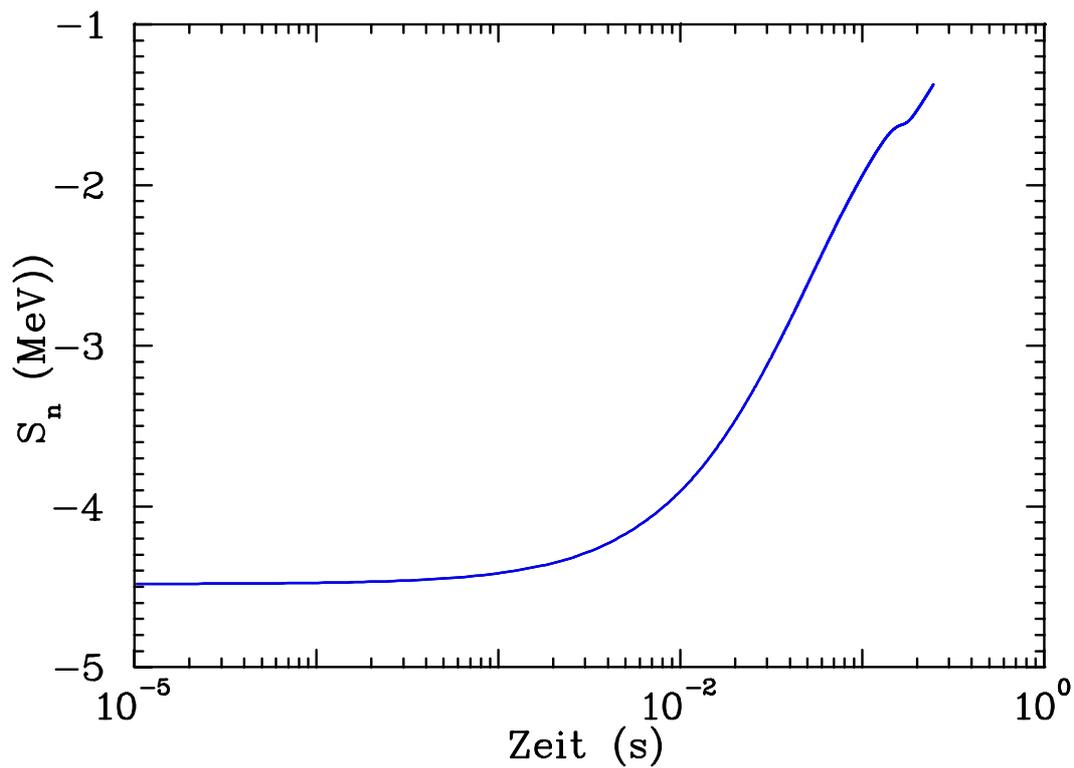


Abbildung 4.2: Zeitlicher Verlauf der Neutronenseparationsenergie S_n im klassischen r-Prozess

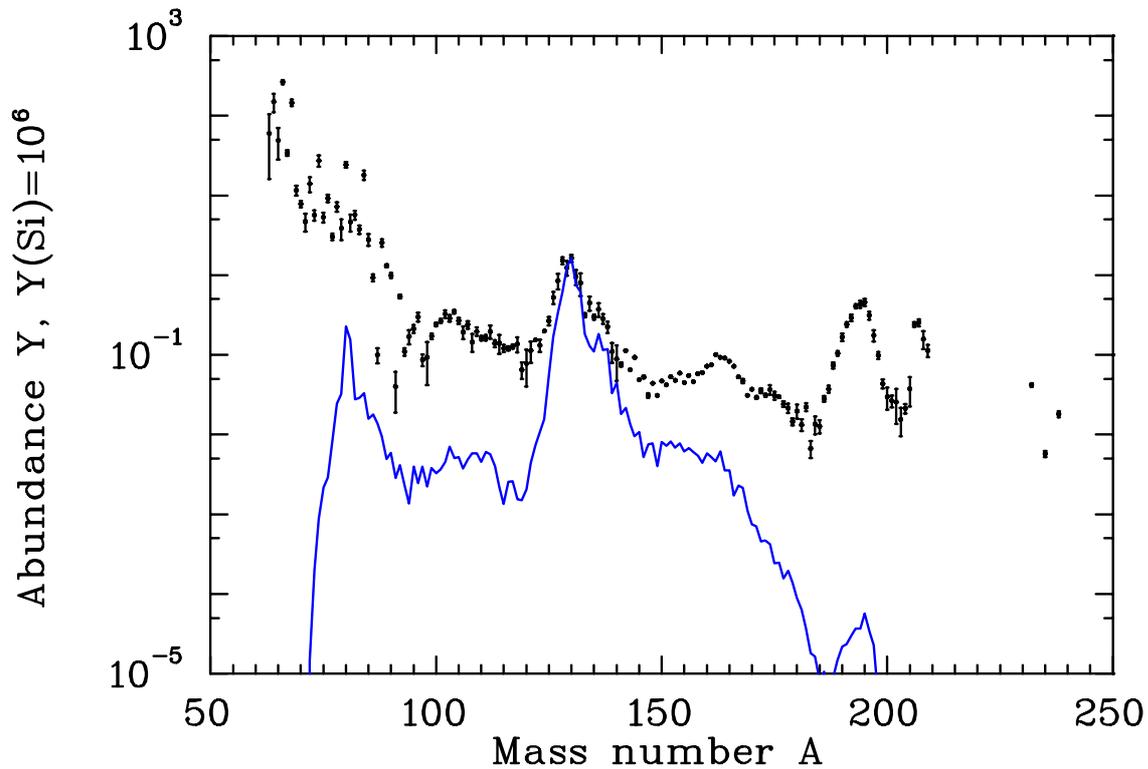


Abbildung 4.3: Der $A=130$ -Peak synthetisiert mit einer Entropie $S = 230$ und einem $Y_e = 0.49$.

4.5.2.2 $Y_e = 0,46$

Bei $Y_e = 0,46$ ist der Anteil der Protonen in der Hoch-Entropie-Blase geringer als im vorherigen Fall. Die Reaktionen mit geladenen Teilchen starten mit 46% Protonen und 54% Neutronen. Die Anfangsbedingungen für den nachfolgenden r-Prozess sind in Tabelle 4.6 zusammengefasst.

Das Ausfrieren der Reaktionen mit geladenen Teilchen findet in diesem Fall bei einer höheren Temperatur statt als im vorherigen Fall. Dies liegt zum einen an der kleineren Protonenhäufigkeit mit der gestartet wird und zum anderen an der höheren Dichte. Die Häufigkeit der übriggebliebenen α -Teilchen ist ebenso geringer, da die Rate der Tripel- α -Reaktionen vom Quadrat der Dichte abhängig sind. Nun, lassen wir den r-Prozess mit den Bedingungen von Tabelle 4.6 laufen. Die hierbei resultierenden Freezeout-Parameter sind in Tabelle 4.7 zusammengefasst. Normiert man die vier Kerne in Tabelle 4.4 um, so machen ^{129}Ag etwa 31%, ^{130}Cd etwa 30% und ^{128}Pd etwa 13% der Kerne beim Freezeout aus, und sind somit die wichtigsten Nuklide bei der Synthese des $A=130$ -Peaks.

Der Unterschied zum vorherigen Fall, von $Y_e = 0,49$, ist eine Umschichtung der Kerne. Das Maximum liegt jetzt bei ^{129}Ag statt bei ^{130}Cd , wobei der Unterschied zwischen den Häufigkeiten jedoch minimal ist. Der Grund hierzu ist die um et-

Tabelle 4.5: Die astrophysikalischen Freezeout-Bedingungen für verschiedene Werte von Y_e .

Y_e	Entropie S	r-Prozessdauer τ in [ms]	n_n [cm^{-3}]	T_9 [10^9 k]
0,49	230	234	$1,9 \times 10^{20}$	0,53
0,48	220	228	$1,3 \times 10^{20}$	0,59
0,47	210	235	$1,2 \times 10^{20}$	0,54
0,46	200	217	$1,7 \times 10^{20}$	0,58
0,45	190	146	$8,1 \times 10^{21}$	0,79
0,44	180	156	$9,7 \times 10^{20}$	0,75
0,43	175	130	$6,3 \times 10^{20}$	0,69
0,42	165	106	$1,5 \times 10^{21}$	0,77
0,41	160	109	$9,0 \times 10^{21}$	0,77
0,40	150	109	$4,7 \times 10^{21}$	0,77

Tabelle 4.6: Bedingungen für einen r-Prozess bei $Y_e = 0,46$, $V_{exp} = 7500$ km/s und einer Entropie $S = 200 k_b/Baryon$. Der Anteil der α -Teilchen beträgt 81,71%.

n_n [cm^{-3}]	T_9 [10^9 K]	Prozessdauer [ms]	Saatkern	%-Anteil des Saatkerns
$8,9 \times 10^{26}$	2,9	33	^{100}Sr	2,4%
			^{94}Kr	2,0%
			^{96}Kr	1,9%
			^{102}Sr	1,2%
			^{88}Se	0,8%
			^{95}Rb	0,7%
			^{80}Zn	0,4%

wa 17 ms kürzere Zeitdauer des r-Prozesses. Auffallend hier sind die etwa fünfmal höhere Anteile an r-Prozesskerne unmittelbar beim Freezeout. Zum Beispiel macht der Anteil von ^{130}Cd hier etwa 2,5% aus, wohingegen er bei $Y_e = 0,49$ nur 0,6% ist. Dies ist auf die kleinere Häufigkeit der α -Teilchen und somit die grössere Häufigkeit der Saatkern zurückzuführen.

4.5.2.3 $Y_e = 0,43$

Hier ist eine Entropie von 175 und eine Prozessdauer von 130 ms notwendig, um den A=130-Peak zu reproduzieren. Die α -Teilchen machen etwa 68% der Endhäufigkeiten aus. Die Freezeout-Bedingungen für diesen Fall sind in Tabelle 4.8 zusammengefasst.

Normiert man die vier Kerne in Tabelle 4.8 um, so machen ^{129}Ag etwa 30%, ^{128}Pd etwa 22%, ^{130}Pd etwa 18% und ^{130}Cd nur noch 12% der Kerne beim Freezeout aus. Hier hat auch eine Umschichtung der Freezeout-Kerne stattgefunden. Es wird weniger ^{130}Cd erzeugt, da die Prozessdauer drastisch abgesunken ist.

Tabelle 4.7: Die astrophysikalischen Parameter und die synthetisierten Kerne nach dem Freezeout des r-Prozesses bei $Y_e = 0,46$.

n_n [cm ⁻³]	T_9 [10 ⁹ K]	Prozessdauer [ms]	Freezeout-Kern	%-Anteil des Freezeout-Kerns
$1,7 \times 10^{20}$	0,58	217	$^{129}_{47}\text{Ag}$	2,67%
			$^{130}_{48}\text{Cd}$	2,55%
			$^{128}_{46}\text{Pd}$	1,10%
			$^{131}_{49}\text{In}$	0,80%

Tabelle 4.8: Die astrophysikalischen Parameter und die synthetisierten Kerne nach dem Freezeout des r-Prozesses bei $Y_e = 0,43$.

n_n [cm ⁻³]	T_9 [10 ⁹ k]	Prozessdauer [ms]	Freezeout-Kern	%-Anteil des Freezeout-Kerns
$6,3 \times 10^{20}$	0,69	130	$^{129}_{47}\text{Ag}$	4,60%
			$^{128}_{46}\text{Pd}$	3,42%
			$^{130}_{46}\text{Pd}$	2,74%
			$^{130}_{48}\text{Cd}$	2,66%

Zusammengefasst kann man sagen, dass bei grösseren Elektronenhäufigkeiten Y_e die Prozessdauer länger ist und ^{130}Cd favorisiert wird. Bei mittleren Y_e -Werten wird die Prozessdauer etwas kürzer, wobei ^{129}Ag favorisiert wird. Bei kleinen Y_e -Werten wird die Prozessdauer schliesslich deutlich kürzer, wobei ^{128}Pd favorisiert wird.

4.5.3 Der $A \approx 162$ “Pygmy”-Peak mit der ETFSI-Q-Massenformel

Der relativ breite Peak in der Gegend der seltenen Erden bei $A \approx 162$ ist ziemlich niedrig verglichen mit den drei anderen Peaks bei $A \approx 80$, $A \approx 130$ und $A \approx 195$. Der Grund besteht darin, dass bei $A \approx 80$, 130 und 195 einen Schalenabschluss bei jeweils $N = 50$, 82 und 126 vorliegt. Bei $A \approx 162$ befindet man sich zwischen den $N=82$ und $N=126$ magischen Schalen.

Abbildung 4.4 zeigt die gesamte solare r-Prozessverteilung mit den genannten vier r-Prozesspeaks. Um diesen kleinen Peak zu synthetisieren, sind bei einem mittleren Saatkern der Masse $A=100$ etwa 62 Neutronen pro Saatkern notwendig. Dies entspricht zum Beispiel bei $Y_e = 0,45$ einer entropie von etwa $S=230$ k_B /Baryon. Die entsprechenden Freezeout-Daten sind in Tabelle 4.9 aufgelistet.

Betrachtet man aber die Kerne in Tabelle 4.9 genauer, so stellt man fest, dass nach dem β^- -Zerfall dieser Kerne zurück zur Stabilität der $A \approx 162$ Peak nicht vollständig gebildet wird. Wenn man die β -verzögerten Neutronen vernachlässigt, führt z.B. der β^- -Zerfall vom r-Prozesskern ^{150}Te zum stabilen Endkern ^{150}Nd . Mit β -verzögerten Neutronen findet eine leichte Verschiebung nach “links” zu ^{148}Nd . Lässt man aber weitere Neutroneneinfänge während des Freezeout zu, so

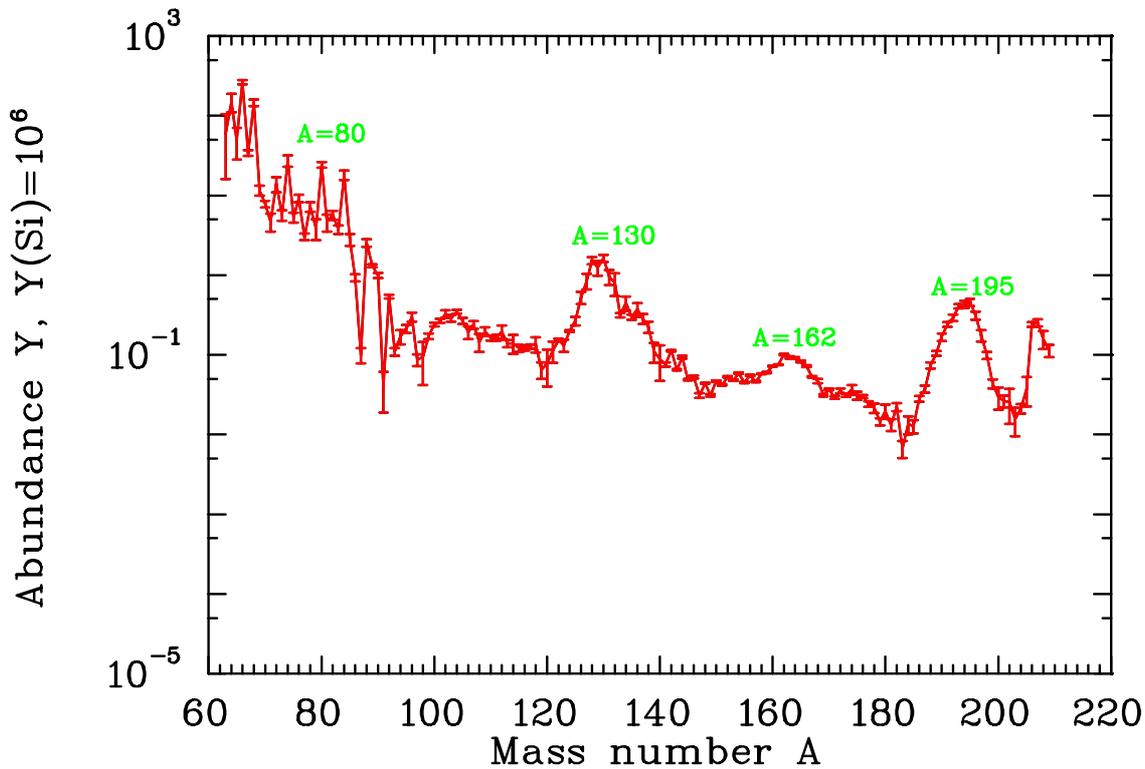


Abbildung 4.4: Die solaren r-Prozesshäufigkeiten. Die Thorium-Uran-Beiträge bei $A = 232$, 235 und 238 wurden weggelassen.

kann doch der $A \approx 162$ Peak ziemlich gut reproduziert werden. Abbildung 4.5 zeigt diesen Sachverhalt deutlich. Eine Simulation zeigt, dass erst wenn die n_n auf etwa $1,5 \times 10^8$ n/cm³ abgesunken ist, wird das Maximum des “Pygmy”-Peaks erreicht. Man braucht fast alle Neutronen für diesen Zweck. Zusammengefasst kann man sagen, dass der kleine Peak bei $A \approx 162$ nicht mit einem reinen Gleichgewichtsprozess zu synthetisieren ist. Es sind die Neutronen, die nach dem Beginn des Freezeout noch vorhanden sind, die dem Peak seine endgültige Form verleihen. Das liegt daran, dass die Freezeout-Kerne in dieser Gegend jenseits von der $N=82$ -Schale aber noch ein Stückchen weit von der $N = 126$ Schale entfernt sind. In unserem Beispiel liegt ¹⁵⁰Te 15 Neutronen über der $N = 82$ Schale und 27 Neutronen unter der $N = 126$ Schale, so daß ein weiterer Neutroneneinfang favorisiert wird. Dazu kommt noch, dass die betroffenen Kerne deformiert sind. Es hat sich gezeigt, dass mit spärlichen Kernen gar kein “Pygmy”-Peak entsteht. Es gibt noch die Ansicht, dass dieser kleine Peak durch die Spontanspaltung von schweren Kernen jenseits von $A=250$ entsteht. Der schwere Ast des spaltenden Nuklids, der keinen anschließenden Neutroneneinfang erleidet, würde diesen Peak produzieren. Es muß also gerade bei der letzten Periode der Spaltungszyklen (“fission recycling”) passieren. Nur leider kann man diese Hypothese nicht direkt überprüfen, da die Spaltbarrieren und Spaltausbeuten von neutronenrei-

Tabelle 4.9: Die Freezeout-Bedingungen für den $A=162$ -Peak bei $Y_e = 0,45$ und $S=230$.

n_n [cm^{-3}]	T_9 [10^9 k]	Prozessdauer [ms]	Freezeout-Kern	%-Anteil des Freezeout-Kerns
$3,6 \times 10^{22}$	0,53	241	$^{150}_{52}\text{Te}$	0,95%
			$^{155}_{53}\text{I}$	0,80%
			$^{147}_{51}\text{Sb}$	0,76%
			$^{142}_{50}\text{Sn}$	0,70%

chen Kernen nicht vorliegen. Ausserdem sind extrem hohe Entropien erforderlich, um das für die Massengend $A \geq 230$ erforderliche Verhältnis von Neutronen zu Saat-kernen über 150 zu erhalten. Wir haben also hier gezeigt, dass jener kleine Peak doch ohne “Fissionrecycling” gebildet werden kann.

4.5.4 Der $A = 195$ Peak mit der ETFSI-Q-Massenformel

Wir verfahren wie im Fall des $A = 130$ Peaks. Wir wählen drei verschiedenen Werte von Y_e und studieren die Freezeout-Bedingungen, die zur Synthetisierung des $A = 195$ Peaks führen werden. Zunächst wollen wir uns anhand der Tabelle 4.10 eine Übersicht von den benötigten Entropien zur Synthetisierung des $A = 195$ Peaks verschaffen.

Aus Tabelle 4.10 erkennt man dieselben Trends wie im Fall des $A = 130$ Peaks.

Tabelle 4.10: Die astrophysikalischen Freezeout-Bedingungen zur Synthetisierung des $A = 195$ Peaks bei verschiedenen Werten von Y_e .

Y_e	Entropie S	r-Prozessdauer τ [ms]	n_n [cm^{-3}]	T_9 [10^9 k]
0,49	290	412	$2,0 \times 10^{21}$	0,33
0,48	280	359	$5,9 \times 10^{21}$	0,38
0,47	275	360	$6,7 \times 10^{21}$	0,37
0,46	270	286	$1,3 \times 10^{22}$	0,42
0,45	260	327	$1,5 \times 10^{22}$	0,41
0,44	255	350	$1,3 \times 10^{22}$	0,39
0,43	250	285	$1,9 \times 10^{22}$	0,41
0,42	245	228	$1,9 \times 10^{22}$	0,40
0,41	235	213	$2,9 \times 10^{22}$	0,42
0,40	225	268	$4,1 \times 10^{22}$	0,43

Hohe Y_e -Werte bedingen hohe Entropien und somit kleine Dichten ρ , was wiederum die Zeitskalen von Neutroneneinfängen gegenüber den Zeitskalen von Photodesintegrationen und der adiabatischen Expansion der Hoch-Entropie-Blase erhöht. Somit braucht der r-Prozess längere Zeiten als bei kleinen Y_e -Werten. Zum Beispiel wird bei $Y_e = 0,49$ etwa anderthalb mehr Zeit als bei $Y_e = 0,40$

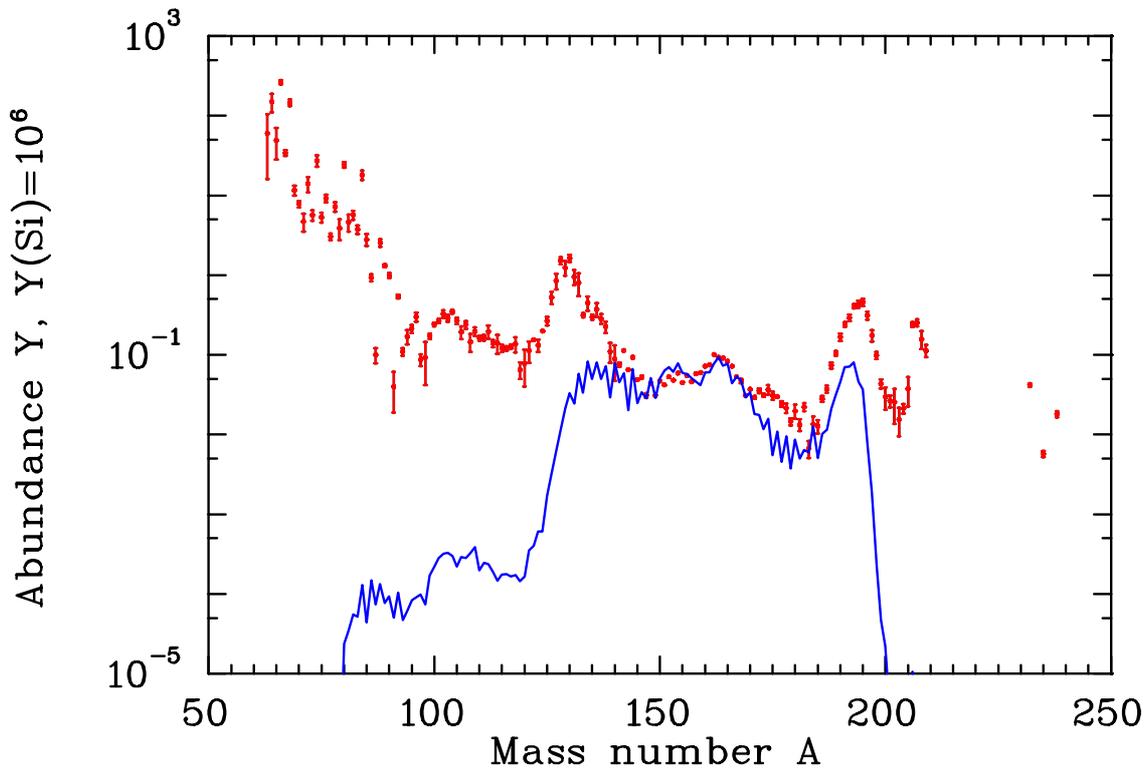


Abbildung 4.5: Abschalten der Neutronen nach Beginn des Freezeout. Der $A \approx 162$ Peak kann so reproduziert werden.

benötigt. Als Faustregel kann man sich merken, dass lediglich die Prozessdauer mit Y_e ansteigt. Temperatur und n_n beim Freezeout verhalten sich umgekehrt.

4.5.4.1 $Y_e = 0,49$

Um bis zu $A = 195$ zu gelangen, braucht man im Durchschnitt etwa 95 freie Neutronen pro Saatkern. Die Anfangsbedingungen für den nachfolgenden r-Prozess sind in der Tabelle 4.11 zusammengefasst.

Ein solcher r-Prozess hat beim Freezeout die in Tabelle 4.12 aufgelisteten Merkmale. Normiert man die sieben Kerne in Tabelle 4.12 um, so machen ^{194}Er etwa 33%, ^{192}Dy etwa 26%, ^{193}Ho etwa 19%, ^{191}Tb etwa 8%, ^{195}Tm etwa 6%, ^{190}Gd etwa 4% und ^{196}Yb etwa 3% der Kerne beim Freezeout aus, und sind somit die wichtigsten r-Prozess-Progenitornuklide bei der Synthetisierung des $A=195$ -Peaks.

Allerdings haben wir hier dasselbe Problem wie bei dem kleinen Peak bei $A=165$. Das Gleichgewicht bis zum Beginn des Freezeout liefert hier Nuklide, deren Massenzahl kleiner ist als das Maximum des $A = 195$ Peaks. Um zu sehen, ob die beim Freeze-out noch vorhandenen primären Neutronen hier eine Rolle spielen, schalten wir sie einfach künstlich ab, und sehen dann nach, ob der Peak die zu er-

Tabelle 4.11: Bedingungen für den r-Prozess bei konstanter gleichmässiger Expansion von $V_{exp} = 7500$ km/s und einer Entropie $S = 290$ $k_b/Baryon$. Der Anteil der α -Teilchen beträgt 96,8%.

n_n [cm^{-3}]	T_9 [10^9 k]	Prozessdauer [ms]	Saatkern	%-Anteil des Saatkerns
$1,75 \times 10^{26}$	2,75	93	^{94}Kr	0,316%
			^{100}Sr	0,174%
			^{88}Se	0,111%
			^{82}Ge	0,108%
			^{80}Zn	0,076%

Tabelle 4.12: Die Freezeout-Bedingungen für den $A=195$ -Peak bei $Y_e = 0,49$ und $S=290$.

n_n [cm^{-3}]	T_9 [10^9 k]	Prozessdauer [ms]	Freezeout-Kern	%-Anteil des Freezeout-Kerns
$2,0 \times 10^{21}$	0,33	412	$^{194}_{68}\text{Er}$	0,65%
			$^{192}_{66}\text{Dy}$	0,50%
			$^{193}_{67}\text{Ho}$	0,37%
			$^{191}_{65}\text{Tb}$	0,16%
			$^{195}_{69}\text{Tm}$	0,12%
			$^{190}_{65}\text{Gd}$	0,09%
			$^{196}_{70}\text{Yb}$	0,07%

wartende Form annimmt oder nicht. Man muss hier noch dazu sagen, dass dieses Problem nicht so gravierend ist wie dies beim $A = 162$ "Pygmy"-Peak der Fall war. Hier ist das Maximum der Freezeout-Nuklide lediglich um eine Masseneinheit von $A = 195$. Bei dem $A = 162$ Peak war die Abweichung etwa 12 Massen gewesen. Abbildung 4.6 zeigt das Resultat des künstlichen Abschaltens der nach dem Ausfrieren noch vorhandenen Neutronen.

Lässt man aber den Einfang dieser restlichen Neutronen zu, so kann der Peak optimal synthetisiert werden. Abbildung 4.7 zeigt deutlich diesen Sachverhalt. Eine Simulation zeigt, dass 99,97% von den 10^{21} Neutronen, die beim Freezeout zurückbleiben, benötigt werden, um dem Peak seine endgültige Form zu verleihen. Der $A = 195$ Peak wird nämlich bei etwa $n_n = 6 \cdot 10^{17}$ und 609 ms zu Ende synthetisiert. Somit ist der $A = 195$ Peak kein Gleichgewichtspeak. Dies erfordert ein volles Reaktionsnetzwerk, um die Nukleosynthese in dieser Gegend im Detail zu verstehen.

Was passiert nun bei kleinen Y_e -Werten? Wieweit ist man dann vom $A = 195$ Peakmaximum entfernt?

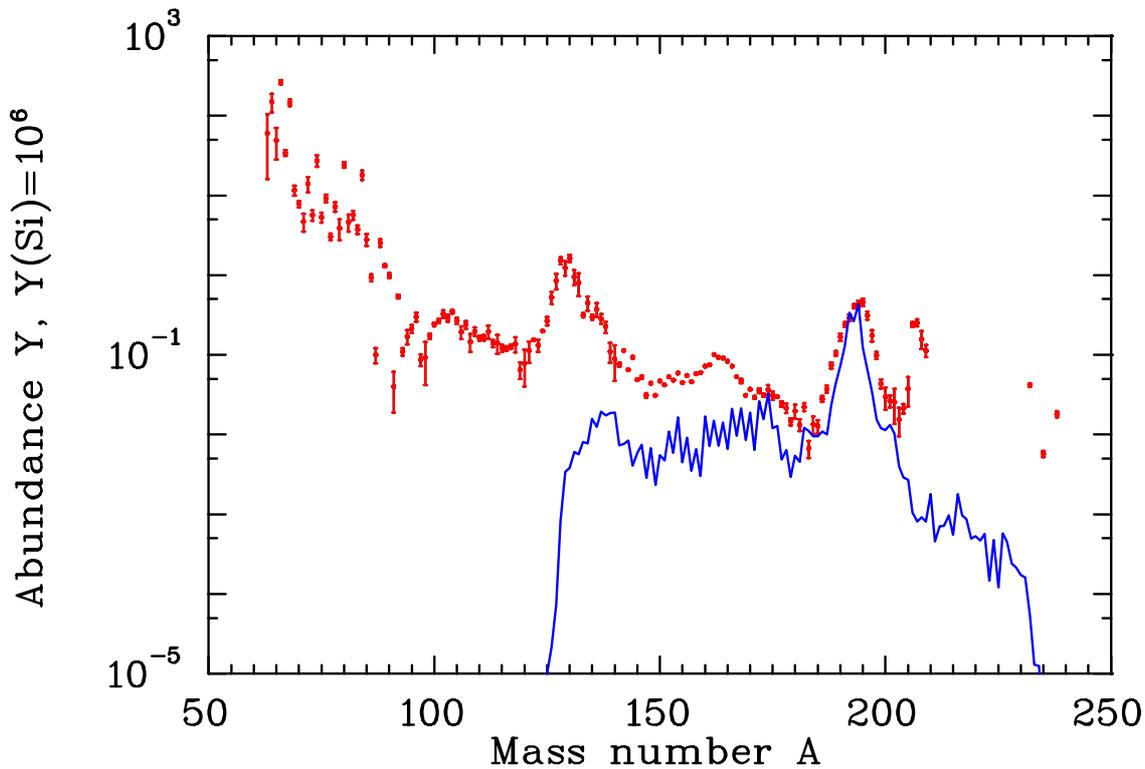


Abbildung 4.6: Künstliches Abschalten der Neutronen nach dem Freezeout. Der $A = 195$ Peak wird nicht optimal reproduziert, und das Maximum bleibt bei $A=194$.

4.5.4.2 $Y_e = 0,46$

Wie im Falle des $A = 130$ Peaks müsste das Maximum zu Nukliden mit kleineren Ordnungszahlen verschoben sein. Der Grund ist wie eben die kleinere Dichte ρ , die eine Verkleinerung der Zeitskalen für die Neutroneneinfänge und somit zu schnelleren und effektiveren Neutroneneinfängen führt. Die Zeitdauer sinkt hier sogar beachtlich ab. Das Ergebnis einer Simulation für diesen Fall ist in Tabelle 4.13 dargestellt. Das Umnormieren der prozentuellen Anteile der Freezeout-Nuklide ergibt: 33% ${}^{192}_{66}\text{Dy}$, 18% ${}^{191}_{65}\text{Tb}$, 17% ${}^{194}_{68}\text{Er}$, 14% ${}^{190}_{64}\text{Gd}$, 14% ${}^{193}_{67}\text{Ho}$ und 6% ${}^{189}_{63}\text{Eu}$. Das Peakmaximum verschiebt sich hier drei Massen nach links. Nun schalten wir wieder die Neutronen nach dem Freezeout komplett ab und lassen das ganze zurückzerfallen zur Stabilität. Abbildung 4.8 zeigt das Ergebnis.

Aus Abbildung 4.8 wird deutlich, dass mit kleinwerdendem Y_e -Wert die Abweichung vom reinen Gleichgewichtsprozess grösser wird. Die Bedeutung der Freezeout-Neutronen zur Synthetisierung des $A = 195$ Peaks nimmt zu. Damit der Peak die richtige Form annimmt, müssen also von den $1,3 \cdot 10^{22}$ Neutronen etwa 99,995% -also praktisch alle- eingefangen werden. Der Peak ist bei $n_n = 6,3 \cdot 10^{17}$ fertig geformt. Die Prozessdauer beträgt etwa 475 ms, also etwa

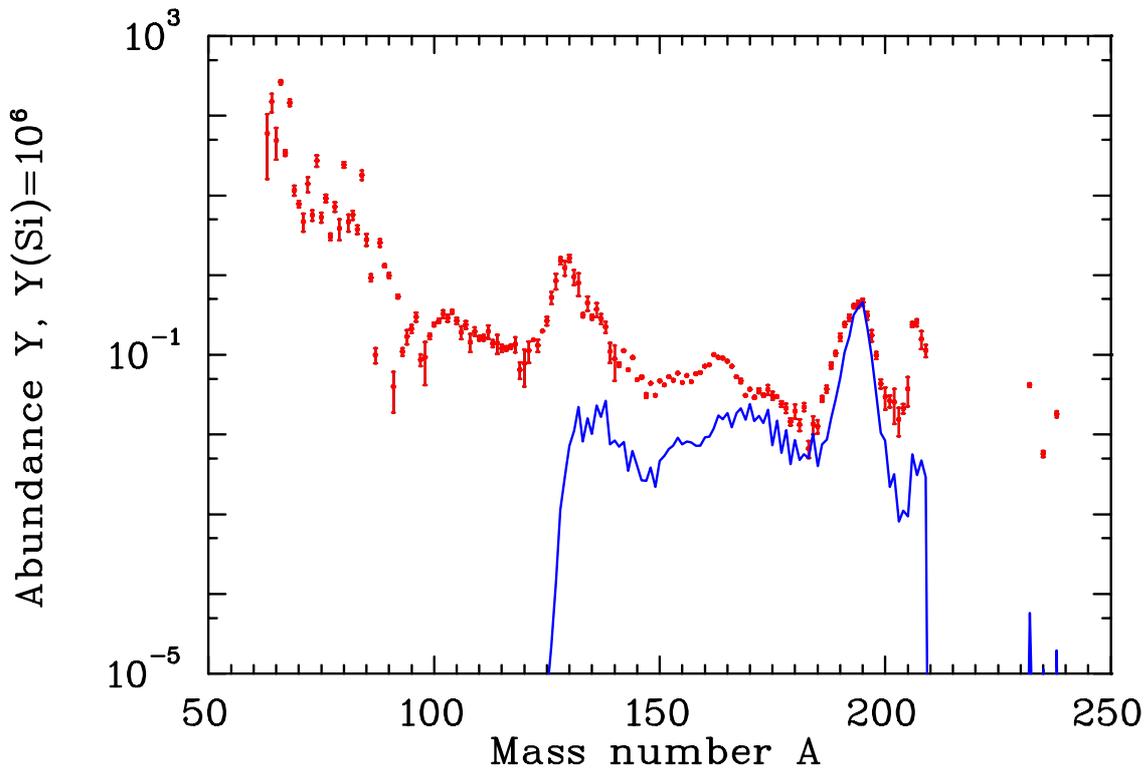


Abbildung 4.7: Synthetisierung des $A = 195$ Peaks inklusive Einfang von Neutronen nach dem Freezeout.

anderthalb der Freezeout-Prozessdauer. Abbildung 4.9 zeigt das Resultat, wenn man die Freezeout-Neutronen beim Zerfall zurück zur Stabilität mitnimmt.

4.5.4.3 $Y_e = 0,43$

Bei $Y_e = 0,43$ beobachten wir dasselbe Verhalten wie bei $Y_e = 0,46$ nur etwas verstärkt. Die prozentualen Anteile der Freezeout-Nuklide nimmt vermutlich zu, und eine Umschichtung zu Nukliden mit kleiner Ordnungszahl der Häufigkeiten könnte auch stattfinden. Tabelle 4.14 bestätigt diese Vermutung.

Tabelle 4.13: Die Freezeout-Bedingungen für den $A = 195$ Peak bei $Y_e = 0,46$ und $S=270$.

n_n [cm^{-3}]	T_9 [10^9 K]	Prozessdauer [ms]	Saatkern	%-Anteil des Saatkerns
$1,3 \times 10^{22}$	0,41	286	$^{192}_{66}\text{Dy}$	2,30%
			$^{191}_{65}\text{Tb}$	1,25%
			$^{194}_{68}\text{Er}$	1,17%
			$^{190}_{64}\text{Gd}$	0,98%
			$^{193}_{67}\text{Ho}$	0,98%
			$^{189}_{63}\text{Eu}$	0,04%

Tabelle 4.14: Die Freezeout-Bedingungen für den $A = 195$ Peak bei $Y_e = 0,43$ und $S=250$.

n_n [cm^{-3}]	T_9 [10^9 K]	Prozessdauer [ms]	Saatkern	%-Anteil des Saatkerns
$1,9 \times 10^{22}$	0,41	284	$^{192}_{66}\text{Dy}$	3,75%
			$^{191}_{65}\text{Tb}$	2,01%
			$^{194}_{68}\text{Er}$	1,98%
			$^{193}_{67}\text{Ho}$	1,59%
			$^{190}_{64}\text{Gd}$	1,55%
			$^{189}_{63}\text{Eu}$	0,55%

ETFSI-Q, NON-SMOKER rates, ADMC 2003, QRPA(GT+ff)
 $V_{\text{exp}} = 7500 \text{ Km/s}$, $Y_e = 0.46$, $S = 270 \text{ K}_g/\text{Baryon}$

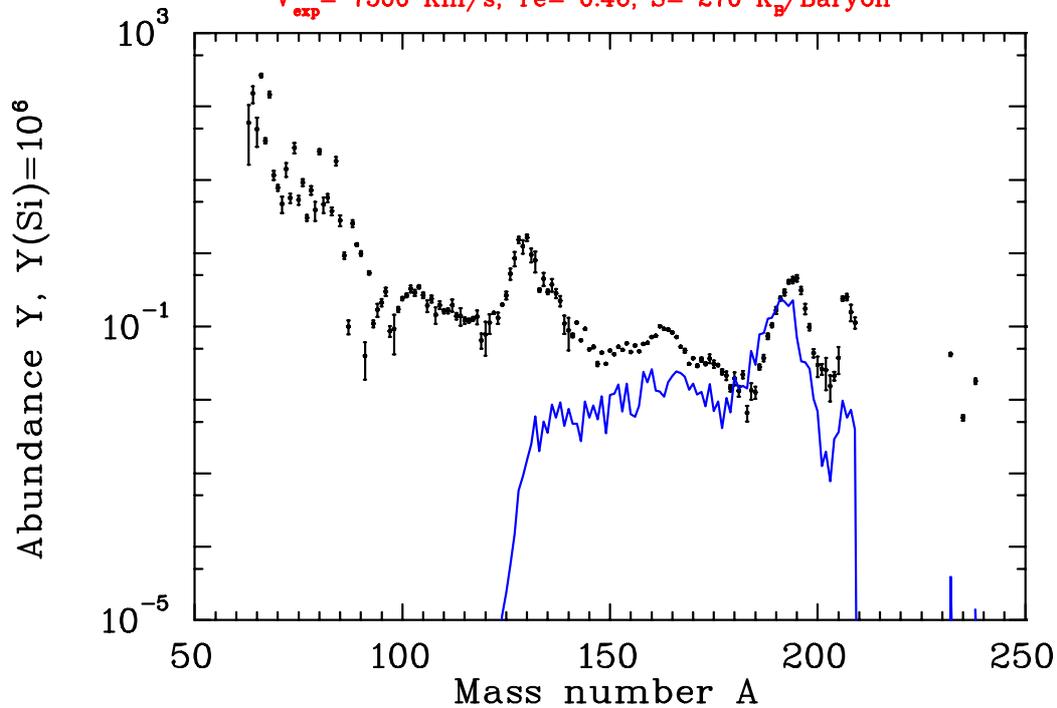


Abbildung 4.8: Künstliches Abschalten der Freezeout-Neutronen bei $Y_e = 0,46$ und $S=270$.

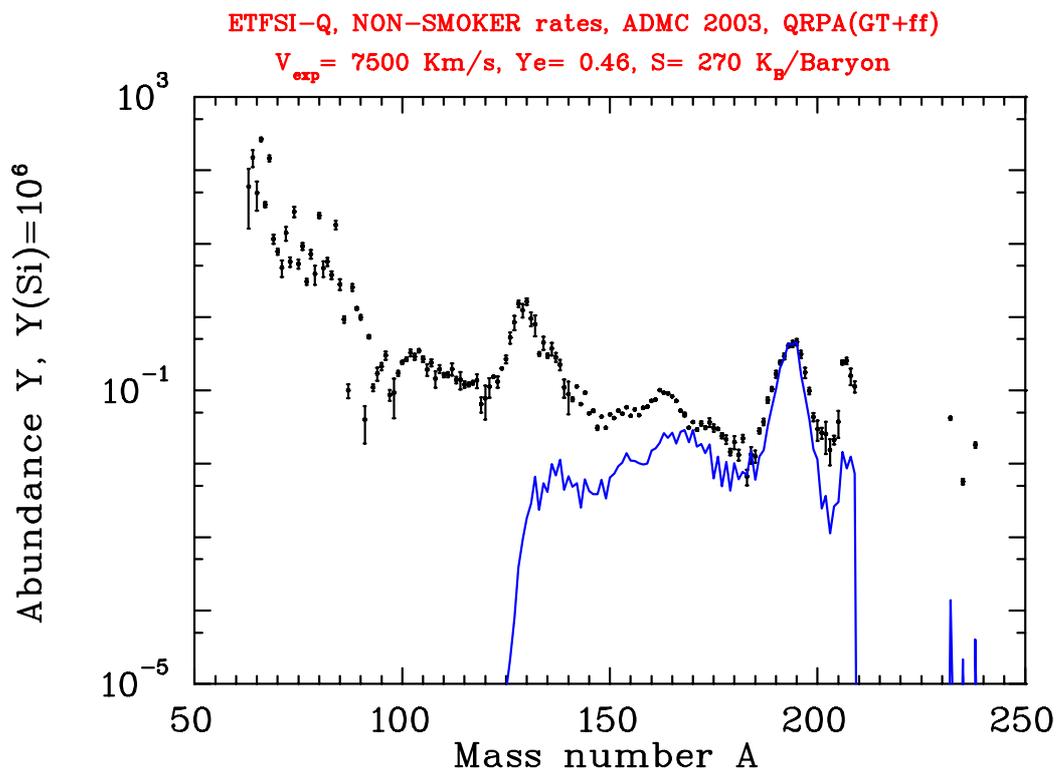


Abbildung 4.9: Synthetisierung der $A=195$ -Peak mit Hilfe der Freezeout-Neutronen bei $Y_e = 0,46$ und $S=270$.

Kapitel 5

Reproduktion der solaren r-Prozess-Häufigkeits-Verteilung

Unsere Simulationen bezogen sich immer auf ein bestimmtes singuläres Paar von Entropie-Elektronenhäufigkeits-Werten. In der Natur findet jedoch “automatisch” eine Überlagerung vieler Ereignisse statt. Insbesondere die Kurve der gemessenen solaren r-Prozess-Häufigkeiten kam im Laufe von mehreren Milliarden Jahren durch unbekannt viele Ereignisse zustande. Aber auch in einer einzelnen Supernova wird eine Überlagerung von Komponenten stattfinden, die von unterschiedlichen Bedingungen herrühren.

Unsere Annahme, dass die Entropie in der ganzen Blase konstant sei, ist sicher nicht richtig. Für unsere Parameterstudie allerdings ist dies nicht relevant. In einer realistischeren Behandlung des Problems teilt man die Entropie-Blase in verschiedene Massenschalen auf. Durch eine detaillierte hydrodynamische Simulation der Bildung der Hoch-Entropie-Blase kann dann für jede Massenschale eine Entropie bestimmt werden.

α - und r-Prozess werden dann für jede Massenschale separat und gleichzeitig zur hydrodynamischen Entwicklung der Massenschalen berechnet. Die Überlagerung ergibt sich einfach durch Superposition der Inhalte der verschiedenen Massenschalen. Die Wichtungsfaktoren entsprechen hierbei den Massenanteilen der Schalen. In unserem Modell werden wir eine Überlagerung verwenden, in der die Entropie als wesentlicher Parameter eingeht, da bei der Aufteilung der Hoch-Entropie-Blase in Massenschalen jede Schale eine andere Entropie hat. Wir wählen den Ansatz

$$g_i = x_1 e^{-x_2 S_i} \quad i = 1, \dots, n. \quad (5.1)$$

Die Größe g_i ist der Wichtungsfaktor der i -ten Komponente, die wir beimischen, x_2 bestimmt die Steigung der Wichtungsfunktion, x_1 ist ein globaler Wert und schiebt die Überlagerung der berechneten Kurven auf die gemessene solare r-Prozess-Häufigkeitskurve. S_i ist Entropie der i -ten beigemischten Komponente.

Die Faktoren x_1 und x_2 wurden durch einen Least-Squares-Fit bestimmt:

$$\sum_A \left(\log Y_A^{exp} - \log \left(\sum_{i=1}^n x_1 e^{-x_2 S_i} Y_{A,i}^{calc} \right) \right)^2 = \min. \quad (5.2)$$

Die Summe über A geht über den Bereich, den man fitten will. Da sich die gemessenen und berechneten Werte über mehrere Größenordnungen ändern, fitten wir die Logarithmen. Damit die obige Gleichung erfüllt ist, müssen die beiden Ableitungen null sein:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \sum_A \left(\log Y_A^{exp} - \log \left(\sum_{i=1}^n x_1 e^{-x_2 S_i} Y_{A,i}^{calc} \right) \right)^2 = 0 \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \sum_A \left(\log Y_A^{exp} - \log \left(\sum_{i=1}^n x_1 e^{-x_2 S_i} Y_{A,i}^{calc} \right) \right)^2 = 0. \quad (5.4)$$

Man könnte an dieser Stelle einwenden, dass die Summe der berechneten Werte noch durch $\sum_i g_i$ dividiert werden muss. Das ist aber nicht nötig. Der Faktor x_1 kann aus der Summe herausgezogen werden. Dann benennt man den Ausdruck $x_1 / \sum_i g_i$ einfach wieder mit x_1 . Die Nullstellen der Ableitungen werden mit einem zweidimensionalen Newton-Raphson Iterationsverfahren numerisch bestimmt.

Wir versuchen eine Überlagerung von fünf Entropiesequenzen S_1, \dots, S_5 bei $Y_e = 0,45$ durchzuführen:

- $S_1 = 165$ bildet den Bereich zwischen $A = 100$ bis 120 .
- $S_2 = 190$ bildet den Bereich zwischen $A = 121$ bis 140 .
- $S_3 = 230$ bildet den Bereich zwischen $A = 141$ bis 180 .
- $S_4 = 260$ bildet den Bereich zwischen $A = 181$ bis 200 .
- $S_5 = 290$ bildet den Bereich zwischen $A = 201$ bis 238 .

Abbildung 5.1 zeigt die Summe der oben ausgewählten Entropiesequenzen, die mittels der Fitfunktion 5.1 überlagert worden sind.

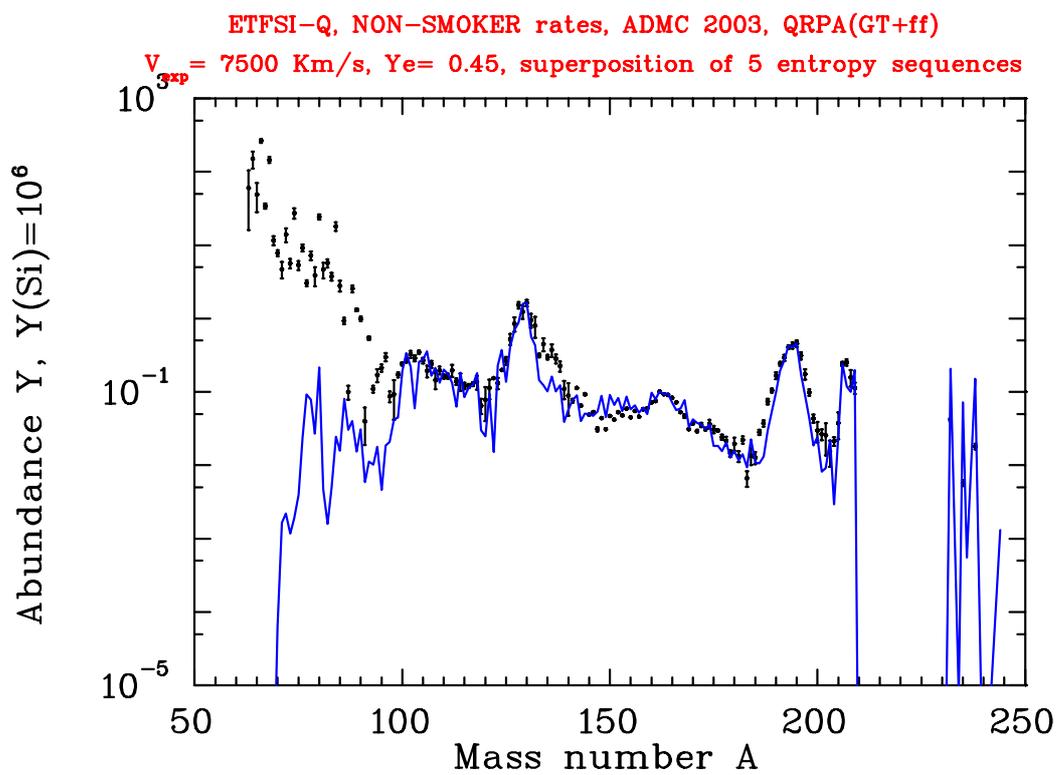


Abbildung 5.1: Überlagerung von fünf Entropiesequenzen.

Kapitel 6

Die β -verzögerten Neutronen im r-Prozess

*Wenn jemand eine Theorie akzeptiert,
führt er erbitterte Nachhutgefechte gegen die Tatsachen...
Jean-Paul Sartre, frz. Philosoph und Schriftsteller 1905-1980.*

Welche Rolle spielen die nach dem " β -Zerfall der r-Prozess-Progenitorkerne und ihrer Tochternuklide, die sogenannten " β -verzögerten Neutronen" insgesamt im r-Prozess? Spielt

- ihre Emission und
- ihr möglicher Wiedereinfang während des Freezeout

eine spezielle Rolle bei der Bildung der $A = 130$ und $A = 195$ Häufigkeits-Peaks? Um diese wichtige Fragen zu beantworten, beschränken wir uns der Einfachheit halber auf einen festen Y_e -Wert von 0,45. Wie wir im vorigen Kapitel gezeigt haben, ist der Peak bei $A=130$ mit einer Entropie S von 190 und der Peak bei $A=195$ mit einer Entropie S von 260 synthetisierbar.

6.1 Der $A = 130$ Peak

6.1.1 Totales "Abschalten" der β -verzögerten Neutronen

Um die Frage nach der Rolle der β -verzögerten Neutronen zu beantworten, setzen wir alle Raten der β^- -Zerfälle mit Emission von einem bis drei Neutronen gleich null. Nur normale β^- -Zerfälle zurück in die Stabilität werden erlaubt. Aus Abbildung 6.1 kann man folgendes erkennen:

- Links und rechts von den jeweiligen Peakflanken ändert sich das Häufigkeitsmuster ein wenig.

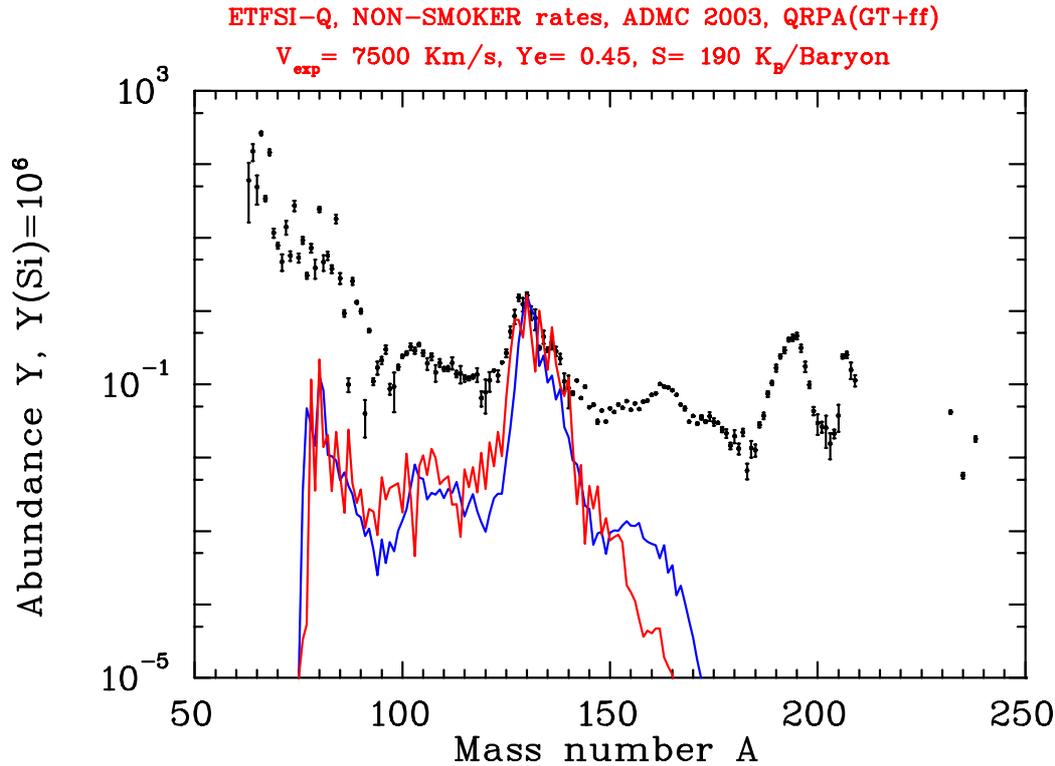


Abbildung 6.1: Die Gegend um den $A = 130$ Peak: Die rote Kurve stellt den Fall des vollständigen “Abschaltens” der β -verzögerten Neutronen dar: Sie werden weder emittiert noch eingefangen. Die blaue Kurve berücksichtigt den Effekt der Emission von β -verzögerten mit der Möglichkeit des Wiedereinfangs.

- Ohne Berücksichtigung der Emission von β -verzögerten Neutronen verliert der $A = 130$ Peak seine glatte Form. Er wird insbesondere in der rechten Flanke, wo grosse P_n -Werte auftreten, kantiger. Die Isotope mit gerader Massenzahl sind häufiger als die mit ungerader Massenzahl. Dieser Effekt wird **Odd-Even-Staggering** genannt. Am Peak-Maximum um $A = 130$ treten vier scharfe Spitzen auf.

Zusammenfassend kann man sagen, dass β -verzögerten Neutronen den Peak und seine Flanken glatt machen.

6.1.2 Unterdrückung des Wiedereinfangs von β -verzögerten Neutronen

Nun, wir wollen untersuchen, ob die β -verzögerten Neutronen nachträglich wieder eingefangen werden oder nicht. Dazu lassen wir sie durch ihre Emission nach dem β -Zerfall entstehen und ziehen deren Häufigkeit von der gesamten Häufigkeit der freien Neutronen ab.

Abbildung 6.2 zeigt deutlich, dass die β -verzögerten Neutronen keine wesentli-

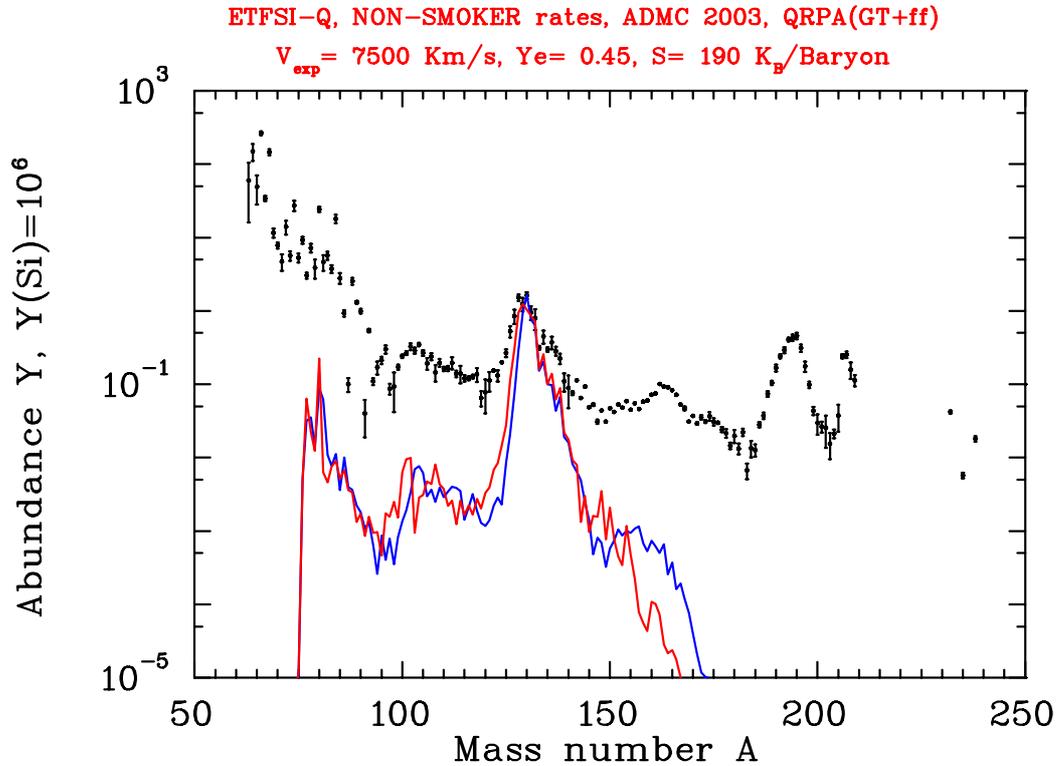


Abbildung 6.2: Der $A = 130$ Peak: Die rote Kurve stellt den Fall der Unterdrückung von β -verzögerten Neutroneneinfängen: Sie werden zwar emittiert aber nicht eingefangen. Die blaue Kurve berücksichtigt den Effekt der Emission von β -verzögerten mit der Möglichkeit des Wiedereinfangs.

che Rolle bei der Synthese des $A=130$ Peaks spielen. Nur die linke Flanke wird leicht verschoben. Einen nicht zu vernachlässigenden Effekt sieht man aber in der Gegend der seltenen Erden jenseits von $A = 140$. Wie sieht es bei dem $A = 195$ Peak aus?

6.2 Der $A = 195$ Peak

Wir verfahren hier wie im Falle von $A = 130$. Abbildung 6.3 zeigt das Resultat einer entsprechenden Simulation für $S = 260$ und $Y_e = 0,45$. Man erkennt hier den Odd-Even-Staggering im gesamten Massenbereich von $A = 130$ bis $A = 210$ sowie den unvollkommenen Peak bei $A=192$. Die β -verzögerten Neutronen glätten nicht nur den Peak wie im Falle des $A = 130$ Peaks, sondern tragen bei der Ausbildung der im solaren System beobachteten Breite und Höhe entscheidend bei.

6.2.1 Totales Abschalten der β -verzögerten Neutronen

Der Effekt des Abschaltens der β -verzögerten Neutronen ist in Abbildung 6.3 dargestellt. Es treten zwei scharfe Spitzen, und das Peakmaximum ist etwas entfernt von $A=195$. Das Odd-Even-Staggering ist auch hier überall zu sehen.

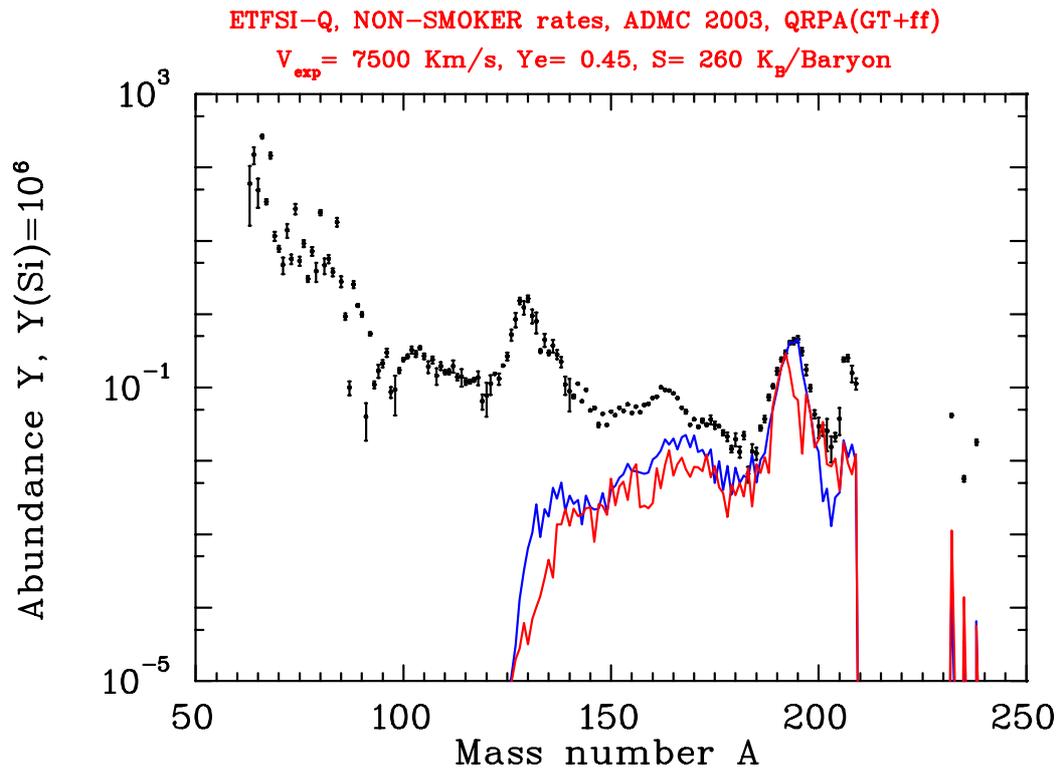


Abbildung 6.3: Der $A = 195$ Peak: Die rote Kurve stellt den Fall des vollständigen “Abschaltens” der β -verzögerten Neutronen. Sie werden weder emittiert noch eingefangen. Die blaue Kurve berücksichtigt den Effekt der Emission von β -verzögerten Neutronen mit der Möglichkeit des Wiedereinfangs.

6.2.2 Unterdrückung des Wiedereinfangs von β -verzögerten Neutronen

Abbildung 6.4 zeigt deutlich, dass die β -verzögerten Neutronen eine nicht zu vernachlässigende Rolle bei der Synthese des $A = 195$ Peaks spielen. Sie verschieben den oberen Teil des Peaks um eine Einheit, also von $A=194$ zu $A=195$, und den unteren Teil der linken Peakflanke um zwei Einheiten. Der untere rechte Teil der Peakflanke bleibt unberührt. Das liegt daran, dass sich eine Art “Flaschenhals” jenseits der $N = 126$ -Schale ausbildet, wo weitere Neutroneneinfänge über den Schalenabschluss hinaus uneffektiv sind.

Zusammenfassend kann man sagen, dass beim Freezeout der vom $N = 126$ Schalenabschluss herrührende Peak sein Maximum bei $A = 192$ erreicht. Dann bringen die Freezeout-Neutronen ohne die β -verzögerten Neutronen den Peak in die $A = 194$ Gegend, und schlussendlich bringt der Anteil der β -verzögerten Neutronen den Peak in die gewünschte Position um $A = 195$.

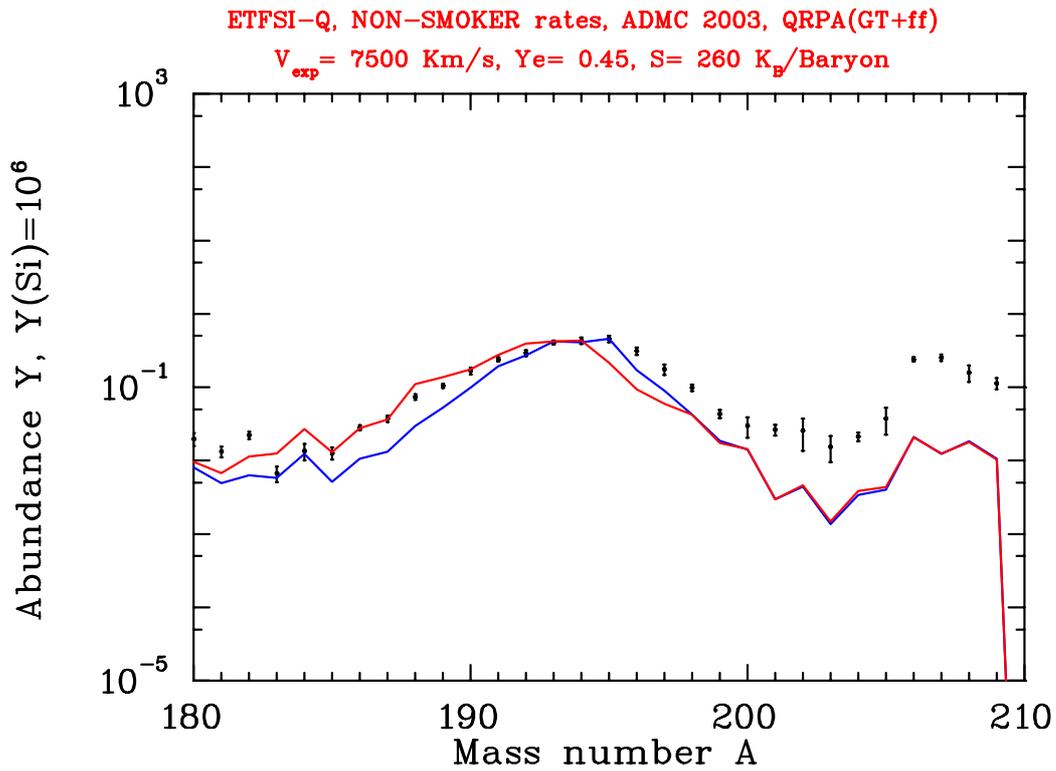


Abbildung 6.4: Der $A = 195$ Peak: Die rote Kurve stellt den Fall der Unterdrückung von β -verzögerten Neutroneneinfängen: Sie werden zwar emittiert aber nicht eingefangen. Die blaue Kurve berücksichtigt den Effekt der Emission von β -verzögerten mit der Möglichkeit des Wiedereinfangs.

Kapitel 7

Ausblick

So eine Arbeit wird eigentlich nie fertig.
Man muss sie für fertig erklären, wenn man nach Zeit und Umständen
das Mögliche getan hat.
Johannes Wolfgang von Goethe, "Italienreisen" (1787)

Neutrinos spielen eine entscheidende Rolle beim Kollaps massereicher Sterne zu Neutronensternen. Ihr Energieübertrag auf die stellare Materie um den Neutronenstern wird auch als Ursache für die gewaltige Supernovaexplosion Explosion vermutet.

Trotz grosser Anstrengungen der letzten Jahre ist jedoch die Physik, die dahinter steckt noch nicht verstanden. Detaillierte hydrodynamische Simulationen weisen darauf hin, dass die Vorgänge, die zur Explosion führen, sowie die Entstehung radioaktiver Elemente und die beobachtbaren Eigenschaften von Supernovae nur verstanden werden können, wenn Konvektion und Mischungsprozesse durch mehrdimensionale Modelle mit erfasst werden.

Neue Studien über den Effekt der Neutrinos auf das in den Weltraum ejektierten r-Prozessmaterial nach einer Supernovaexplosion mit anschliessender Bildung eines schwarzen Lochs haben z.B. ergeben, dass sich die r-Prozess-Häufigkeiten durch das Fehlen von Neutrinos signifikant ändern können [22] . Damit kann man spekulieren, dass bei den metallarmen Halo-Sternen, die ein spezifisches r-Prozess-Häufigkeits-Pattern zeigen, die r-Prozess-synthetisierte Materie aus einer Supernovaexplosion mit einem schwarzen Loch als Reststern stammen kann.

Abbildungsverzeichnis

1	Die solaren Isotopenhäufigkeiten. Die Buchstaben s und r stehen für den s- bzw. r-Prozess.	1
1.1	Isotopenverhältnisse innerhalb der Eisenkette bei $n_n = 10^{24} \text{ cm}^{-3}$ und $T_9 = 1.35$	10
2.1	Hoch-Entropie-Blase zwischen dem Protoneutronenstern und den äusseren Sternhüllen. Hierbei sind die Verhältnisse der Radien nicht massstabgetreu.	15
2.2	Die Fitfunktion $f(T_9)$ für die Extremfälle der reinen Strahlung und der ultra-relativistischen Elektronen und Positronen.	17
2.3	Verlauf von Temperatur und Dichte in der expandierenden Hoch-Entropie-Blase. Die Anfangstemperatur und Anfangsdichte sind auf 1 normiert.	19
3.1	α -Prozess: Verhalten der α -Teilchen-, Protonen- und Neutronenhäufigkeiten bei $6 \leq T_9 \leq 9$	24
3.2	Protonenseparationsenergien.	27
3.3	α -Teilchenseparationsenergien.	28
3.4	Funktionaler Zusammenhang zwischen der Stärke eines r-Prozesses und der Entropie unter folgenden Bedingungen: $V_{exp} = 7500 \text{ km/s}$, $0,39 < Y_e < 0,49$	35
3.5	Funktionale Abhängigkeit der Stärke eines r-Prozesses von der Expansionsgeschwindigkeit der Blase unter folgenden Bedingungen: $Y_e = 0.42$ und $S = 150$	36
3.6	Funktionale Abhängigkeit der Stärke eines r-Prozesses von der Expansionsgeschwindigkeit der Blase unter folgenden Bedingungen: $Y_e = 0.41$ und $S = 200$	37
3.7	Funktionale Abhängigkeit der Stärke eines r-Prozesses von der Elektronenhäufigkeit Y_e unter folgenden Bedingungen: $V_{exp} = 5500$, $S = 160$	39

3.8	Funktionale Abhängigkeit der Stärke eines r-Prozesses von der Elektronenhäufigkeit Y_e unter folgenden Bedingungen: $V_{exp} = 7500$, $S = 280$	40
3.9	Häufigkeitsverteilung unmittelbar nach dem α -reichen Freezeout für $V_{exp} = 7500$ km/s und verschiedene Entropiewerte.	42
3.10	Häufigkeitsverteilung unmittelbar nach dem α -reichen Freezeout für $V_{exp} = 7500$ km/s und verschiedene Entropiewerte.	43
3.11	Häufigkeitsverteilung unmittelbar nach dem α -reichen Freezeout für $V_{exp} = 7500$ km/s und verschiedene Entropiewerte.	44
3.12	Häufigkeitswichtung verschiedener Saatkerne als Funktion von Y_e , bei $S = 200$ und $V_{exp} = 7500$ km/s.	48
3.13	Häufigkeitswichtung verschiedener Saatkerne als Funktion von Y_e , bei $S = 200$ und $V_{exp} = 7500$ km/s.	49
3.14	Häufigkeitswichtung verschiedener Saatkerne als Funktion von Y_e , bei $S = 300$ und $V_{exp} = 7500$ km/s.	50
3.15	Häufigkeitswichtung verschiedener Saatkerne als Funktion von Y_e , bei $S = 300$ und $V_{exp} = 7500$ km/s.. . . .	51
4.1	Zeitlicher Verlauf der Neutronenanzahldichte während des Ablaufs eines r-Prozesses in der Hoch-Entropie-Blase.	58
4.2	Zeitlicher Verlauf der Neutronenseparationsenergie S_n im klassischen r-Prozess	60
4.3	Der A=130-Peak synthetisiert mit einer Entropie $S = 230$ und einem $Y_e = 0.49$	61
4.4	Die solaren r-Prozesshäufigkeiten. Die Thorium-Uran-Beiträge bei $A = 232, 235$ und 238 wurden weggelassen.	64
4.5	Abschalten der Neutronen nach Beginn des Freezeout. Der $A \approx 162$ Peak kann so reproduziert werden.	66
4.6	Künstliches Abschalten der Neutronen nach dem Freezeout. Der $A = 195$ Peak wird nicht optimal reproduziert, und das Maximum bleibt bei $A=194$	68
4.7	Synthetisierung des $A = 195$ Peaks inklusive Einfang von Neutronen nach dem Freezeout.	69
4.8	Künstliches Abschalten der Freezeout-Neutronen bei $Y_e = 0,46$ und $S=270$	70
4.9	Synthetisierung der $A=195$ -Peak mit Hilfe der Freezeout-Neutronen bei $Y_e = 0,46$ und $S=270$	71
5.1	Überlagerung von fünf Entropiesequenzen.	75

-
- 6.1 Die Gegend um den $A = 130$ Peak: Die rote Kurve stellt den Fall des vollständigen “Abschaltens” der β -verzögerten Neutronen dar: Sie werden weder emittiert noch eingefangen. Die blaue Kurve berücksichtigt den Effekt der Emission von β -verzögerten mit der Möglichkeit des Wiedereinfangs. 78
- 6.2 Der $A = 130$ Peak: Die rote Kurve stellt den Fall der Unterdrückung von β -verzögerten Neutroneneinfängen: Sie werden zwar emittiert aber nicht eingefangen. Die blaue Kurve berücksichtigt den Effekt der Emission von β -verzögerten mit der Möglichkeit des Wiedereinfangs. 79
- 6.3 Der $A = 195$ Peak: Die rote Kurve stellt den Fall des vollständigen “Abschaltens” der β -verzögerten Neutronen. Sie werden weder emittiert noch eingefangen. Die blaue Kurve berücksichtigt den Effekt der Emission von β -verzögerten Neutronen mit der Möglichkeit des Wiedereinfangs. 80
- 6.4 Der $A = 195$ Peak: Die rote Kurve stellt den Fall der Unterdrückung von β -verzögerten Neutroneneinfängen: Sie werden zwar emittiert aber nicht eingefangen. Die blaue Kurve berücksichtigt den Effekt der Emission von β -verzögerten mit der Möglichkeit des Wiedereinfangs. 81
-

Tabellenverzeichnis

3.1	Dimensionen des α -Netzwerks. Die teilcheninstabilen Kerne ${}^5\text{He}$, ${}^8\text{Be}$ und ${}^9\text{B}$ sind darin nicht enthalten.	29
3.2	Massenanteile nach einem α -reichen Ausfrieren unter den folgenden Bedingungen: $S = 0.01$, $Y_e = 0.49, 0.47, 0.45, 0.43$, $V_{exp} = 7500$ km/s.	32
3.3	Auswahl von Parameterwerten, die einen r-Prozess zulassen.	34
3.4	Isotopenhäufigkeiten von "Saatkernen" für verschiedene Werte von Y_e : $0.43 \leq Y_e \leq 0.49$ mit $18 \leq \frac{Y_n}{Y_{Seed}} \leq 34$, und bei konstanten Werten für $V_{exp} = 7500$ km/s und $S = 200$	46
3.5	Isotopenhäufigkeiten von "Saatkernen" für verschiedene Werte von Y_e : $0.43 \leq Y_e \leq 0.49$ mit $113 \leq \frac{Y_n}{Y_{Seed}} \leq 146$, und bei konstanten Werten für $V_{exp} = 7500$ km/s $S = 300$	47
4.1	Dimension des r-Prozess-Netzwerks.	55
4.2	Dimensionen des r-Prozess-Netzwerks (II).	56
4.3	Anfangsbedingungen für einen r-Prozess bei einer Expansion $V_{exp} = 7500$ km/s und einer Entropie $S = 230$ k_b /Baryon. Der Anteil der α -Teilchen beträgt 95,46%.	59
4.4	Die astrophysikalischen Parameter und die synthetisierten Kerne beim Freezeout des r-Prozesses.	60
4.5	Die astrophysikalischen Freezeout-Bedingungen für verschiedene Werte von Y_e	62
4.6	Bedingungen für einen r-Prozess bei $Y_e = 0,46$, $V_{exp} = 7500$ km/s und einer Entropie $S = 200$ k_b /Baryon. Der Anteil der α -Teilchen beträgt 81,71%.	62
4.7	Die astrophysikalischen Parameter und die synthetisierten Kerne nach dem Freezeout des r-Prozesses bei $Y_e = 0,46$	63
4.8	Die astrophysikalischen Parameter und die synthetisierten Kerne nach dem Freezeout des r-Prozesses bei $Y_e = 0,43$	63
4.9	Die Freezeout-Bedingungen für den A=162-Peak bei $Y_e = 0,45$ und $S=230$	65
4.10	Die astrophysikalischen Freezeout-Bedingungen zur Synthetisierung des A = 195 Peaks bei verschiedenen Werten von Y_e	65

4.11	Bedingungen für den r-Prozess bei konstanter gleichmässiger Expansion von $V_{exp} = 7500$ km/s und einer Entropie $S = 290 k_b/Baryon$. Der Anteil der α -Teilchen beträgt 96,8%.	67
4.12	Die Freezeout-Bedingungen für den A=195-Peak bei $Y_e = 0,49$ und S=290.	67
4.13	Die Freezeout-Bedingungen für den $A = 195$ Peak bei $Y_e = 0,46$ und S=270.	70
4.14	Die Freezeout-Bedingungen für den $A = 195$ Peak bei $Y_e = 0,43$ und S=250.	70

Literaturverzeichnis

- [1] Burbidge, E.M., Burbidge, G.R., Fowler, W.A. & Hoyle, F.
Synthesis of the Elements in Stars. *Rev. Mod. Phys.*, 29, 547-650, 1957.
- [2] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky und W.T. Vetterling.
Numerical Recipes. Cambridge University Press, New York, 1996.
- [3] Freiburghaus, C. 1995, Diplomarbeit, Universität Basel, Schweiz.
Bildung schwerer Elemente durch schnellen Neutroneneinfang in der Hoch-Entropie-Blase von Typ II Supernovae.
- [4] Kratz, K.-L., Bitouzet J.-P., Thielemann F.-K., Möller, P. & Pfeiffer, B.
Isotopic r-Process Abundances and Nuclear Structure Far from Stability: Implications for the r-Process Mechanism. *ApJ*, 403, 216, 1993.
- [5] Freiburghaus, C. 1999, Dissertation, Universität Basel, Schweiz.
Explosive Nukleosynthese in Supernovae und Neutronenstern-Mergern.
- [6] Takahashi, K., Witt, J & Janka, H.-Th.
Nucleosynthesis in Neutrino-driven Winds from Protoneutron Stars. II. The r-Process. *Astron. Astrophys.* 286, 857-869, 1994.
- [7] Rauscher, T. & Thielemann, F.-K., *ADNDT* 79 (2001) 47.
- [8] Möller, P. et al.
Atomic Nuclear Data Tables, 1993.
- [9] Takahashi, K., Yamada, K. & Kondo, Z.
Beta-Decay Half-Lives Calculated on the Gross-Theory. *Atomic Nuclear Data Tables*, Band 12A, Seite 101, 1973, 1980.
- [10] Klapdor, H. V., Metzinger, J. & Oda, T.
Beta-Decay Half-Lives of Neutron-Rich Nuclei. *ANDT Tables*, Band 31A, Seite 81, 1984.
- [11] Bao, Z. Y. & Käppeler.
Neutron Capture Cross Sections for s-Process Studies. *ANDT*, Band 36 Seite 411, 1987.

-
- [12] Van Wormer, L., Görres, J., Iliadis, Ch., Wiescher, M. & Thielemann, F.-K. Reaction Rates and Reaction Sequences in the rp-Process. ApJ, Band 432 Seite 267, 1994.
- [13] Caughlan, G. R. & Fowler, W. A. Thermonuclear Reaction Rates V. ANDT, Band 40 Seite 283, 1988.
- [14] Rolfs, C. Spectroscopic Factors from Radiative Capture Reactions. Nuclear Physics, Band A217 Seite 29, 1973.
- [15] Malaney, R. A. & Fowler, A. Late-Time Neutron Diffusion and Nucleosynthesis in a Post-QCD Inhomogeneous $\Omega_b = 1$ Universe. ApJ, Band 333 Seite 14, 1988.
- [16] Thielemann, F.-K. 1980, Dissertation, TU Darmstadt. Explosives Wasserstoff- und Helium-Brennen in Supernovae.
- [17] Lee, T., Papanastassiou, D. A. und Wasserburg, G. J. Calcium Isotopic Anomalies in the Allende Meteorite. ApJ, Band 220 Seite L21 1978.
- [18] Thielemann, F.-K., Kratz, K.-L., Pfeiffer, B., Möller, P. & Hillebrandt, W. Correlated Ca-Ti-Cr-Fe-Ni Anomalies in Meteorites: Neutron Capture and NSE Models and their Predictions. Proceedings of the International Symposium on Nuclear Astrophysics, Seite 286. Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, Garching Germany, 1990.
- [19] Aboussir, Y. et al., Atomic Data Nuclear Data Tables 61,127, 1995. (Witti, Janka, & Takahashi (1994))
- [20] Möller, P., Pfeiffer, B. & Kratz, K.-L. New Calculations of Gross β -Decay Properties for Astrophysical Applications: Speeding-up the Classical r-Process, Phys. Rev. C67 (2003) 055802.
- [21] Audi, G., Wapstra, A. H. & Thibault, C. The AME2003 Atomic Mass Evaluation, Nucl. Phys. A729, 337 (2003).
- [22] Sasaqui, T., Kajino, T. und Balantekin, A. B. Supernova Neutrino-Effects on r-Process Nucleosynthesis in Black Hole Formation. arXiv:astro-ph/0506100
-