

Systematische Untersuchung von Instabilitäten an
lasergekühlten $^{40}\text{Ca}^+$ - Ionen in einer linearen Paulfalle

Dissertation

zur Erlangung des Grades
"Doktor der Naturwissenschaften"

am Fachbereich Physik
der Johannes Gutenberg-Universität
Mainz

vorgelegt von

Alexandros Drakoudis
geb. in Rüsselsheim

Mainz, den 26.04.2005

Tag der mündlichen Prüfung: 24.06.2005

SYSTEMATISCHE UNTERSUCHUNG VON INSTABILITÄTEN AN LASERGEKÜHLTEN $^{40}\text{Ca}^+$ -IONEN IN EINER LINEAREN PAULFALLE

Zusammenfassung

In linearen Paulfallen gespeicherte und lasergekühlte Ionen stellen in den Bereichen der Atomphysik, Quantenoptik und Quanteninformationsverarbeitung ideale Objekte im Hinblick auf eine störungsfreie, reproduzierbare und präzise Messung atomarer Übergangsfrequenzen und der gezielten Präparation und Manipulation von Quantenzuständen dar.

Eine Einschränkung der optimalen Bedingungen in solchen Fallen ergibt sich durch Heizmechanismen, die aus der Abweichung des realen Speicherpotentials von der idealen Quadrupolform resultieren. Beiträge höherer Potentialordnungen führen zu einer Kopplung der Bewegungsmoden. Daher treten aufgrund dieser Kopplung bei bestimmten Speicherparametern nichtlineare Resonanzen auf, die eine Energieaufnahme aus dem Speicherfeld zur Folge haben. Diese Resonanzen destabilisieren die Ionenbahnen und führen zu einer Linienverbreiterung, Limitierung der Kohärenzzeit und unter Umständen auch zu einem Ionenverlust.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der systematischen Untersuchung von Instabilitäten in einer linearen Paulfalle durch Spektroskopie an einer kleinen Anzahl lasergekühlter $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen. Das Auftreten der nichtlinearen Resonanzen und deren Wirkung auf die Ionenbewegung wird durch Veränderungen im Fluoreszenzsignal der Ionen beobachtet und analysiert.

Durch eine eingehende Betrachtung der Ionenbewegung unter Variation aller Speicherpotentiale werden zunächst die Falleneigenschaften systematisch quantifiziert. Die daraus gewonnenen Systematiken erlauben eine eindeutige Zuordnung der nichtlinearen Resonanzen zu den erzeugenden Potentialtermen.

Die hochaufgelöste Abtastung des experimentell zugänglichen Speicherbereichs führt zur Beobachtung einiger weniger und ausschließlich gerader Resonanzordnungen und ist auf die Periodizität der Elektrodenanordnung zurückzuführen.

Darüberhinaus wird das Verhalten der nichtlinearen Resonanzen unter dem Einfluß des angelegten Axialpotentials betrachtet. Es zeigt sich eine charakteristische Aufspaltung der Resonanzlinien, die von der axialen Bewegungsfrequenz bestimmt wird. Mit diesem Ergebnis erscheint die bisher gängige Betrachtung, bei der lineare Fallen wie Hochfrequenz-Massenspektrometer behandelt wurden als nicht angemessen. Insbesondere unter dem Gesichtspunkt von Aufheizeffekten bei der Speicherung, sind die durch das Axialpotential zusätzlich auftretenden Resonanzen nicht mehr vernachlässigbar.

Nichtlineare Resonanzen treten massenspezifisch auf. Da eine präzise Kontrolle der Axialpotentiale sehr einfach ist, könnten die beobachteten radial-axial koppelnden Resonanzen eine Anwendung in der Massenspektrometrie finden.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Das Element Kalzium	11
3	Die Paulfalle	15
3.1	Die ideale lineare Falle	16
3.1.1	Die radiale Speicherung	17
3.1.2	Die axiale Speicherung	22
3.2	Die reale lineare Falle	25
4	Theoretische Grundlagen	29
4.1	Anharmonische Oszillatoren	29
4.1.1	Freie Schwingungen	30
4.1.2	Erzwungene Schwingungen	31
4.2	Laserkühlen	33
4.2.1	Dopplerkühlen	34
4.2.2	Seitenbandkühlen	36
4.3	Grundlagen der Laserstabilisierung	36
4.3.1	Eigenschaften optischer Resonatoren	37
4.3.2	Flankenstabilisierung	38
4.3.3	Stabilisierung auf ein Ableitungssignal	40
5	Experimenteller Aufbau	41
5.1	Die Falle	42
5.2	Die Vakuumanlage	43
5.3	Die Ionenerzeugung	43
5.4	Spannungsversorgung der Falle	44
5.5	Die Lasersysteme	45
5.5.1	Titan-Saphir Laser	46
5.5.2	Die Diodenlaser	47
5.6	Driftstabilisierung der Diodenlaser	52

5.7	Die Wellenlängen Bestimmung	61
5.8	Die optischen Nachweissysteme	62
6	Die blaue Laserdiode im Experiment	65
6.1	Kühlung und Kristallisation der Ionen	65
6.2	Ortsaufgelöste Beobachtung der Kristalle	67
7	Bewegungsmoden und nichtlineare Resonanzen	71
7.1	Ionenbewegung in der linearen Falle	72
7.1.1	Anregung und Detektion der Bewegungsmoden	72
7.1.2	Linienform der Bewegungsresonanzen	73
7.1.3	Bestimmung der realen Speicherparameter	76
7.1.4	Einfluß des axialen Speicherpotentials	80
7.1.5	Säkularfrequenzen bei Variation der Potentialtopftiefen	81
7.1.6	Anregungsspektrum der Ionenbewegung	82
7.2	Nichtlineare Resonanzen in einer linearen Paulfalle	83
7.2.1	Das Meßprinzip	84
7.2.2	Linienform der nichtlinearen Resonanzen	86
7.2.3	Resonanzen und Ionenzahl	88
7.2.4	Einfluß des Axialpotentials auf nichtlineare Resonanzen	89
7.2.5	Systematische Abtastung des Stabilitätsbereiches	93
8	Zusammenfassung und Ausblick	97

Kapitel 1

Einleitung

Quantenmechanische Präzisionsexperimente setzen aufgrund der Heisenbergschen Relationen möglichst lange Interaktionszeiten auf der Zeitskala der zu untersuchenden atomaren Phänomene voraus. Eine weitere Notwendigkeit besteht in der Isolierung der Teilchen gegenüber äußeren Störeinflüssen bzw. in der Schaffung wohldefinierter Umgebungsbedingungen. Ionenfallen, die im Ultrahochvakuum betrieben werden, stellen ein geeignetes Instrument zur Erfüllung dieser Voraussetzungen dar.

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen zwei Arten von Ionenfallentypen, die je nach Zielsetzung der Experimente eingesetzt werden. In Penningfallen [15] erfolgt die Speicherung durch die Superposition eines statischen elektrischen Quadrupolpotentials mit einem homogenen Magnetfeld. Dieses Speicherprinzip wurde zuerst von Pierce [83] beschrieben und von Dehmelt demonstriert. In Paulfallen [82], benannt nach ihrem Erfinder Wolfgang Paul, werden geladene Teilchen durch ein hochfrequentes elektrisches Quadrupolwechselfeld gespeichert.

In beiden Fallentypen können Ionen für lange Zeiten in einem sehr kleinen Volumen eingeschlossen werden. Dieses ist insbesondere im Bereich der Mikrowellenspektroskopie von enormem Vorteil, da hier die Bewegungsamplitude der Ionen im allgemeinen kleiner ist als die Wellenlänge der Übergänge. Damit wird das Dicke-Kriterium [29] erfüllt und der Doppler-Effekt erster Ordnung verschwindet. In der optischen Spektroskopie ist die thermische Bewegung der Teilchen einer der größten Störeffekte und führt zu einer Verbreiterung der atomaren Übergänge. Der Doppler-Effekt erster Ordnung lässt sich durch verschiedene spektroskopische Methoden, wie z.B. Sättigungs- und Polarisationspektroskopie oder Zweiphotonenspektroskopie, beseitigen [27]. Der relativistische Doppler-Effekt jedoch verbleibt und stellt in beiden Fällen bei genügend hoher Präzision eine Grenze der erreichbaren Genauigkeit dar. Daher ist eine Kühlung der Teilchen auf niedrige Temperaturen notwendig, um auch diesen Effekt zu eliminieren. Laserkühlen [46] stellt für atomare Systeme eine vergleichsweise einfache und sehr effiziente Methode dar, setzt allerdings ein geeignetes Termschema voraus.

In Verbindung mit Laserkühlung gespeicherter Ionen haben sich beide Fallentypen zu hervorragenden Werkzeugen in der Atomphysik entwickelt. Bei richtiger Einstellung aller Parameter ist es damit möglich sehr niedrige Temperaturen zu erreichen und einen Phasenübergang von der ungeordneten Bewegung einer Ionenwolke in einen kristallinen Zustand mit fast verschwindender Bewegungsamplitude zu erhalten [111, 76, 30]. Dadurch verschwindet auch der relativistische Doppler-Effekt. Die große Bedeutung der Ionenfallen in der Physik wurde 1989 durch die Verleihung des Nobelpreises an Paul und Dehmelt honoriert. Für das Laserkühlen atomarer Teilchen wurde an seine Pioniere S. Chu, W. Phillips und C. Cohen-Tannoudji 1997 ebenfalls der Nobelpreis vergeben.

In den letzten Jahren haben sich durch die technologische Entwicklung in der Atomphysik als auch in der Quantenoptik neue Untersuchungs- und Experimentiermethoden entwickelt, die auf der gezielten Manipulation atomarer Zustände basieren. Hier sind lineare Ionenfallen zusammen mit Laserkühlen ein weit verbreitetes Instrument, um damit dieselben Teilchen über lange Zeiten bei niedrigen Temperaturen zu speichern und individuell zu adressieren. Aktuelle Experimente, die diese neuen Möglichkeiten nutzen, sind zum Beispiel im Gebiet der Cavity-QED¹ zu finden [45, 74]. Hier wird die Wechselwirkung einzelner Lichtquanten mit einem einzelnen Ion untersucht. Ein Ziel dieser Experimente besteht darin, eine Einzelphotonenquelle [51] zu entwickeln, wie sie unter anderem zur Informationsübermittlung in der Quanteninformatik (QIV) benötigt wird. In der QIV ist der Quantencomputer eins der populärsten modernen Forschungsgebiete und wird auch in der Öffentlichkeit breit diskutiert, was sich durch zahlreiche Beiträge in den allgemeinen Medien widerspiegelt. Nach einem Vorschlag von Cirac und Zoller [18] kann ein Quantencomputer durch Ionenketten in linearen Hochfrequenzfallen realisiert werden. Der Vorteil eines solchen Computers liegt in einem hohen Grad parallel ablaufender Rechnungen, der aus der Superposition quantenmechanischer Zustände resultiert. Hierbei dienen langlebige Energieniveaus als Informationsspeichereinheit. Eine Verschränkung dieser Niveaus mit den quantenmechanischen Bewegungszuständen in der Falle dient zur Erzeugung der benötigten Quantengatter.

Das einfach geladene Kalziumsystem (Ca^+) besitzt durch die abgeschlossene Edelgaskonfiguration $[\text{Ar}]4s^1$ ein wasserstoffähnliches Termschema. Daher lassen sich seine Wellenfunktionen mit vergleichsweise moderatem Aufwand berechnen. Experimentell bietet das Kalziumion den Vorteil, daß die zum Treiben der Niveauübergänge benötigten Wellenlängen mit gängigen Lasersystemen erzeugt werden können. Für die optische Spektroskopie sind die beiden metastabilen 3D-Niveaus

¹Eigentlich stellt die Cavity-QED selbst ein Forschungsgebiet dar, das aufgrund dieser Entwicklung entstanden ist

mit einer Lebensdauer von ca. einer Sekunde und den damit verbundenen schmalen Übergangslinien von Interesse. Insbesondere stellt der Quadrupolübergang $3D_{5/2}-4S_{1/2}$ bei 729 nm mit einer natürlichen Linienbreite von 0,16 Hz einen möglichen Kandidaten für einen optischen Frequenzstandard mit gespeicherten Ionen dar. Der $3D_{5/2}$ -Zustand selbst ist zur experimentellen Umsetzung eines Quantengatters geeignet.

Um die Möglichkeiten nutzen zu können, welche Ionenfallen in Verbindung mit lasergekühlten Ionen für quantenoptische Experimente sowie für die Quanteninformationsverarbeitung bieten, werden entsprechende Forderungen an die im Experiment eingesetzten Geräte gestellt. Eine besondere Rolle kommt dabei der Frequenzstabilität der verwendeten Laser zu, da schon kleine Frequenzschwankungen einen verhältnismäßig großen Effekt auf die Kühlleistung haben. So wurde in dieser Arbeitsgruppe die Lebensdauer des $3D_{5/2}$ -Zustands mittels der Quantensprungmethode an lasergekühlten Ionenketten mit 10 Ca^+ -Ionen [11] gemessen. Dabei wurden koinzidente Übergänge mehrerer Ionen in den Grundzustand beobachtet, die gegenüber Messungen an einem einzelnen Ion eine Verkürzung der Lebensdauer zur Folge hatten. Eine Limitierung der Präzision lag hierbei in der Stabilität der eingesetzten Lasersysteme. Durch das Driften der Wellenlängen kam es zu Aufheizeffekten bzw. zum Verlust des Ionensignals, so daß das reduzierte Datenvolumen zu einer Verschlechterung der Statistik führte. Die beobachtete Koinzidenz der Quantensprünge konnte daher nicht genauer analysiert werden.

Einen Schwerpunkt dieser Arbeit stellt der Aufbau eines vollständigen und driftstabilisierten Diodenlasersystems zur Spektroskopie an Ca^+ -Ionen dar. Die stabile Referenzfrequenz wird dabei von einem kommerziellen, thermisch stabilisierten HeNe-Laser geliefert. Die Übertragung der Stabilität des Referenzlasers auf den Diodenlaser geschieht dabei über einen optischen Resonator, durch den die beiden Laser aneinander angekoppelt werden. Mit diesem Lasersystem können die für das Ca^+ -Ion benötigten Wellenlängen bei 397 nm, 866 nm und 850 nm zur Kühlung und Spektroskopie der Ionen hinreichend stabil erzeugt werden. Dieses System wird charakterisiert und seine Eignung für Experimente im atomphysikalischen und quantenoptischen Bereich demonstriert.

Mit diesem stabilisierten Lasersystem sollte zunächst die Lebensdauerermessung des $3D_{5/2}$ -Zustandes an einzelnen Ionen und Ionenketten erneut durchgeführt und das Auftreten koinzidenter Quantensprünge verifiziert und eingehend untersucht werden. Während der Aufbauphase publizierten Barton et al. [9] und Donald et al. [32] jedoch neue Messungen an Ca^+ -Ionen mit systematischen Untersuchungen zur Verkürzung der Lebensdauer durch simultane Quantensprünge bei mehreren Ionen. Die dort angegebene Lebensdauer ist mit zwei Standardabweichungen signifikant länger als die in [11] gemessene. Korrelationen zwischen den Ionen, die zu Koinzidenzen führen könnten wurden in beiden Publikationen nicht beobachtet. Das

Auftreten dieses Effekts gilt als erklärt und ist auf ein technisches Problem bzw. durch äußere Störungen auf das System zurückzuführen. Diese Messungen wurden daher nicht nochmals durchgeführt.

Die Anwendungsbereiche von Ionenfallen sind jedoch wesentlich vielseitiger. So werden Fallen auch in der Massenspektrometrie und der Isotopentrennung verwendet. Die Speicherung in Fallen ist massenselektiv und hängt von den Arbeitsparametern ab. Damit kann durch geeignete Wahl der Betriebsparameter die Speicherung bestimmter Massen erschwert und somit die Isotopenreinheit von Proben erhöht werden. Die Bewegungsfrequenzen von Ionen einer gegebenen Masse ist ebenfalls durch die Speicherparameter determiniert. Die Detektion dieser Frequenzen ermöglicht insbesondere bei einzelnen gespeicherten Teilchen eine sehr präzise Bestimmung ihrer Masse. Während Paulfallen mit Auflösungen von typischerweise $\frac{\Delta m}{m} = 10^{-4}$ vorwiegend in der chemischen Analyse verwendet werden, sind Penningfallen mit Massenaufösungen von 10^{-9} zur Präzisionsmassenbestimmung im Einsatz.

Störungen der harmonischen Speicherpotentiale durch Potentialterme höherer Ordnung führen zu einer Veränderung in der Ionenbewegung, wie z.B. einer Kopplung der Bewegungsmoden oder einer Verschiebung der charakteristischen Schwingungsfrequenzen. Insbesondere die Kopplung der Bewegungen hat das Auftreten sogenannter *nichtlinearer Resonanzen* zur Folge, bei denen sich die Ionen durch Energiezugewinn aus den Speicherfeldern aufheizen und ihre Bahnen aufweiten. Die Aufheizung kann unter Umständen so groß werden, daß die Teilchen die Falle verlassen. Dies führt zu einer Verfälschung der Massenspektren und wurde unter anderem schon sehr früh an Hochfrequenz-Massenfiltern beobachtet [17]. In hyperbolischen Paulfallen wurden nichtlineare Resonanzen ebenfalls beobachtet und in mehreren Arbeiten [2, 43] systematisch untersucht.

Die Verwendung lasergekühlter Ionen in linearen Paulfallen gewinnt in der Hochpräzisionspektroskopie, der Quantenoptik und der Quanteninformationsverarbeitung zunehmend an Bedeutung. Hier wirken nichtlineare Resonanzen durch Aufheizeffekte der Kühlung entgegen und reduzieren erheblich die Kohärenzzeiten. Infolgedessen wird die erreichbare Präzision gesenkt bzw. eine gezielte Präparation der Teilchen unmöglich gemacht. Es ist daher von besonderem Interesse, das Auftreten und Verhalten nichtlinearer Resonanzen in verschiedenen linearen Fallengeometrien zu studieren, um ein Verständnis des funktionalen Zusammenhangs zu den angelegten Speicherfeldern zu erhalten. Mit diesem Wissen können die Speicherbereiche in denen sie auftreten determiniert und damit ein Aufheizen der eingeschlossenen Teilchen vermieden werden.

Die vorliegende Arbeit liefert in einem weiteren Schwerpunkt einen ersten Beitrag zur Untersuchung des Stabilitätsverhaltens in einer linearen Paulfalle. Im theoretischen Teil der Fallenbeschreibung wird das Stabilitätsdiagramm zum einen unter dem Einfluß des Axialpotentials betrachtet und zum anderen werden die Regionen des Stabilitätsbereichs, in denen nichtlineare Resonanzen auftreten können, bestimmt. Im Experiment wird das Bewegungsverhalten der Ionen in der hier verwendeten Falle umfassend studiert. Hierbei werden alle zur Speicherung verwendeten Felder berücksichtigt. Aus den damit gewonnenen Informationen erfolgt eine Charakterisierung der Falle. Im zweiten Teil dieser Untersuchungen werden nichtlinearen Resonanzen eingehend betrachtet. Ein Fokus richtet sich dabei auf den Einfluß des axialen Speicherpotentials. Abschließend wird der experimentell zugängliche Teil des Stabilitätsbereichs der linearen Falle systematisch vermessen und eine Zuordnung der auftretenden Resonanzen durchgeführt.

Kapitel 2

Das Element Kalzium

Das Element Kalzium (Ca) gehört zu der Gruppe der Erdalkalimetalle. Seine Kernladungszahl beträgt 20 und es kommt in einer großen Anzahl vorwiegend stabiler Isotope vor. Im natürlichen Gemisch (vgl. Tab. 2.1) ist ^{40}Ca das am häufigsten auftretende Isotop. Die mittlere Atommasse wird mit 40,09 amu angegeben. Als einziges der Isotope besitzt ^{43}Ca einen von Null verschiedenen Kernspin ($I=7/2$) und damit eine Hyperfeinstruktur. Die Elektronenhülle des atomaren Kalziums besitzt

	^{40}Ca	^{42}Ca	^{43}Ca	^{44}Ca	^{46}Ca	^{48}Ca
Häufigkeit[%]	97	0,64	0,14	2,10	0,0032	0,18

Tabelle 2.1: Relative Häufigkeit der Ca-Isotope im natürlichen Gemisch

eine abgeschlossene Argonkonfiguration $[1s^22s^22p^63s^23p^6]4s^2$ mit zwei zusätzlichen Elektronen, die das S-Niveau zur Hauptquantenzahl vier abschließen. Dadurch ist Kalzium sehr reaktionsfreudig und bindet sich gerne unter Bildung von CaO , CaCO_3 , oder CaCl_2 . Die Erzeugung von Ca^+ -Ionen zur Spektroskopie in Fallen kann auf verschiedene Methoden erfolgen. Zum Beispiel durch einen Atomstrahl, der innerhalb des Fallenvolumens ionisiert wird oder durch Laserablation und anschließender Resonanzionisation im Fallenraum. Im hier beschriebenen Experiment wird erstere Methode unter Verwendung metallischen Kalziums benutzt; Tabelle 2.2 stellt seine wichtigsten Eigenschaften zusammen.

Kernladungszahl	20	Schmelzpunkt	847 °C
mittl. Atomgewicht	40,09amu	Siedepunkt	1484 °C
Elektronenkonfiguration	$[\text{Ar}]4s^2$	Ionisationsenergie	6,11 eV

Tabelle 2.2: Die wichtigsten Eigenschaften metallischen Kalziums

In ionischer Form stellt Kalzium sowohl in Theorie als auch im Experiment ein interessantes und relativ einfach zugängliches System dar. Durch die abgeschlossene Edelgasschale mit einem einzelnen Valenzelektron ergibt sich eine wasserstoffähnliche Konfiguration, da nur dieses letzte $4s$ Elektron zu einem Bahndrehimpuls und Spin beiträgt. Dadurch lassen sich die Wellenfunktionen der einzelnen Zustände mit numerischen Methoden berechnen [70, 68]. Die dadurch erhaltenen Observablen können mit den experimentell gemessenen verifiziert werden [97, 63, 11, 9]. Der für diese Arbeit relevante Auszug des Niveauschemas ist in Abbildung 2.1 dar-

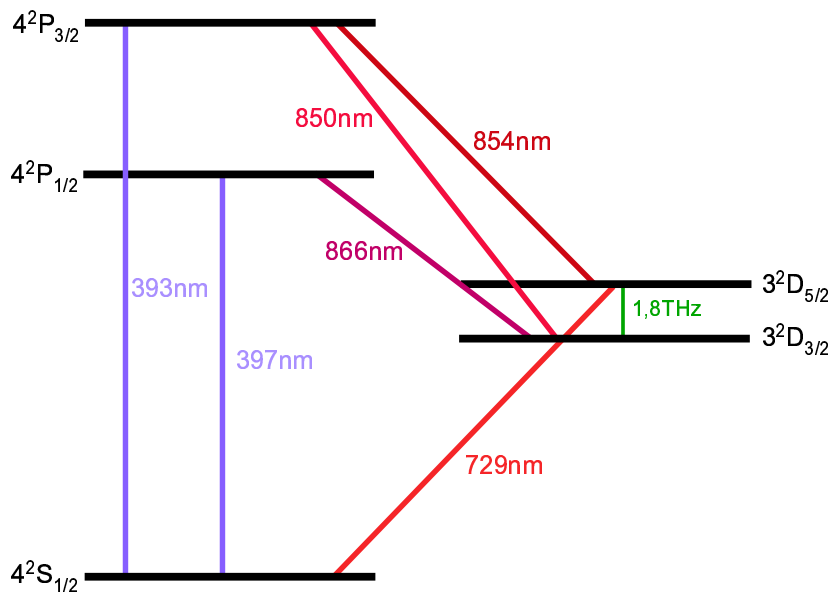


Abbildung 2.1: Auszug aus dem Termschema des ^{40}Ca -Ions.

gestellt. Die Zustände $4S_{1/2}$, $4P_{1/2}$ und $3D_{3/2}$ bilden ein geschlossenes Λ -System. Die vom Grundzustand $4S$ in die $4P$ -Niveaus führenden Übergänge, sowie die von den $4P$ -Zuständen in die energetisch niedriger gelegenen $3D$ -Niveaus, sind elektrische Dipolübergänge. Daher besitzen die Niveaus $4P_{1/2}$ und $4P_{3/2}$ sehr kurze Lebensdauern im Bereich einiger Nanosekunden. Die SD -Übergänge sind elektrische Quadrupolübergänge und die D -Niveaus somit metastabil mit einer Lebensdauer von ungefähr einer Sekunde. Der Zerfall des $4P_{1/2}$ -Niveaus in den Grundzustand wird um einen Faktor 15 gegenüber dem Zerfall ins das metastabile $3D_{3/2}$ -Niveau bevorzugt. Dadurch eignet sich dieser starke Dipolübergang sehr gut zum Laserkühlen; um optisches Pumpen in den langlebigen $3D_{3/2}$ -Zustand zu vermeiden, ist ein Rückpumpplaser notwendig. Die notwendigen Wellenlängen zum Treiben der Übergänge sind im Niveauschema 2.1 angegeben.

Aufgrund der langen Lebensdauer des $3D_{5/2}$ -Niveaus besitzt der $3D_{5/2}-4S_{1/2}$ Übergang in den Grundzustand eine sehr schmale Linienbreite von 0,16 Hz und eignet sich daher für einen optischen Frequenzstandard. Die geringe Linienbreite bietet darüberhinaus die Möglichkeit, Seitenbandkühlen anzuwenden und die Ionenbewegung in den Grundzustand der Falle zu kühlen. Zusammen mit der Langlebigkeit des $D_{5/2}$ -Zustands ist damit die Voraussetzung zur Verschränkung der inneratomaren Zustände mit denen der Bewegung im Fallenpotential gegeben. Nach einem Vorschlag von Cirac und Zoller [18], einen Quantencomputer durch gespeicherte Ionen in Paulfallen zu realisieren, stellen Kalziumionen einen erfolgversprechenden Kandidaten dar. Der $D_{5/2}$ -Zustand dient dabei als quantenmechanische Informationsspeichereinheit, dem q-bit, während die Verschränkung der Bewegung mit den atomaren Zuständen zur Implementierung logischer Gatter verwendet wird. Erste erfolgreiche Experimente in diese Richtung wurden bereits durchgeführt [91, 90]. Auch im Bereich der Cavity-Quantenelektrodynamik sind Ca^+ -Ionen ein interessanter Kandidat, unter anderem als single photon Quelle [45].

Experimentell bietet das ionische Kalziumsystem den technischen Vorteil, daß alle benötigten Wellenlängen durch relativ kostengünstige und einfach handhabbare Diodenlasersysteme erzeugt werden können. Dabei war es bis vor einigen Jahren noch erforderlich, das Lichtfeld bei 397 nm durch eine Frequenzverdopplung zu erzeugen. Seit der Einführung blauer Laserdioden 1997 [75] entfällt dieser Zwischenschritt und alle Wellenlängen sind direkt verfügbar.

Kapitel 3

Die Paulfalle

Bei Experimenten mit atomaren Systemen ist die erreichbare Genauigkeit generell durch die Wechselwirkungszeit, dem Vorhandensein störender Umgebungseinflüsse und durch die thermische Bewegung der Teilchen beschränkt. Ein Optimum der experimentellen Bedingungen ist erreicht, wenn die zu untersuchenden Systeme für lange Zeiten in einer wohl definierten Umgebung bei niedrigen Temperaturen eingeschlossen werden können.

In Ionenfallen können geladene Teilchen prinzipiell beliebig lange in einem kleinen Volumen unter wohl definierten Bedingungen gespeichert werden. In Kombination mit Methoden des Laserkühlens ist es schließlich möglich, sogar einzelne Ionen auf so niedrige Temperaturen zu kühlen, daß sie quasi in Ruhe sind. Auf diese Weise ist es möglich die Limitierung in der Messgenauigkeit sehr weit hinauszuschieben.

Das Prinzip der Speicherung in einer Paulfalle [81], [39],[82] basiert auf dem hochfrequenz Quadrupol-Massenfilter [79],[80] und wurde, wie dieses, ebenfalls von Wolfgang Paul entwickelt. In der ursprünglichen Form¹ erfolgt der Einschluß der geladenen Teilchen in allen drei Raumdimensionen durch ein, in Frequenz und Amplitude geeignet gewähltes, alternierendes Quadrupolpotential, welches an drei hyperbolisch geformte Elektroden angelegt wird. Eine Elektrode - die sogenannte Ringelektrode - wird durch einen einschaligen Rotationshyperboloiden dargestellt, während die anderen beiden - die sogenannten Endkappen - durch einen zweischaligen Rotationshyperboloiden realisiert sind.

Paulfallen haben sich mittlerweile als Standardwerkzeuge in der Physik bzw. der Chemie etabliert und werden vor allem in der Laserspektroskopie, der Quantenoptik und der Massenspektrometrie verwendet.

Der Bedeutung, welche den Ionenfallen zukommt, wurde 1989 durch die Verleihung des Nobelpreises an die Entwickler Wolfgang Paul und Hans Dehmelt (Penningfalle) Ausdruck verliehen.

¹Diese wird in der Regel als klassische oder hyperbolische Falle bezeichnet

Die klassische Paulfalle ist in einer großen Anzahl von Arbeiten (z.B. [39, 41]) ausführlich beschrieben worden, daher wird im folgenden die Speicherung in einer linearen Falle, wie sie an diesem Experiment verwendet wird, diskutiert.

3.1 Die ideale lineare Falle

Die Verwendung einer linearen Variante der Paulfalle wurde 1988 von Hans Dehmelt [26] vorgeschlagen. Sie entspricht im wesentlichen einem Massenfilter mit vier parallel angeordneten hyperbolisch geformten Elektroden. Durch diese Elektrodengeometrie wird ein zweidimensionales Quadrupolfeld erzeugt, mit dem die Ionenbahnen senkrecht zur Längsachse stabilisiert werden. Zum Einschluß der Ionen in der verbleibenden Richtung werden an beiden Enden des Massenfilters Abschlußelektroden angefügt und daran eine Gleichspannung angelegt. Abb.3.1 stellt die Geometrien des Massenfilters und der klassischen Paulfalle gegenüber. Im Gegensatz zur hy-

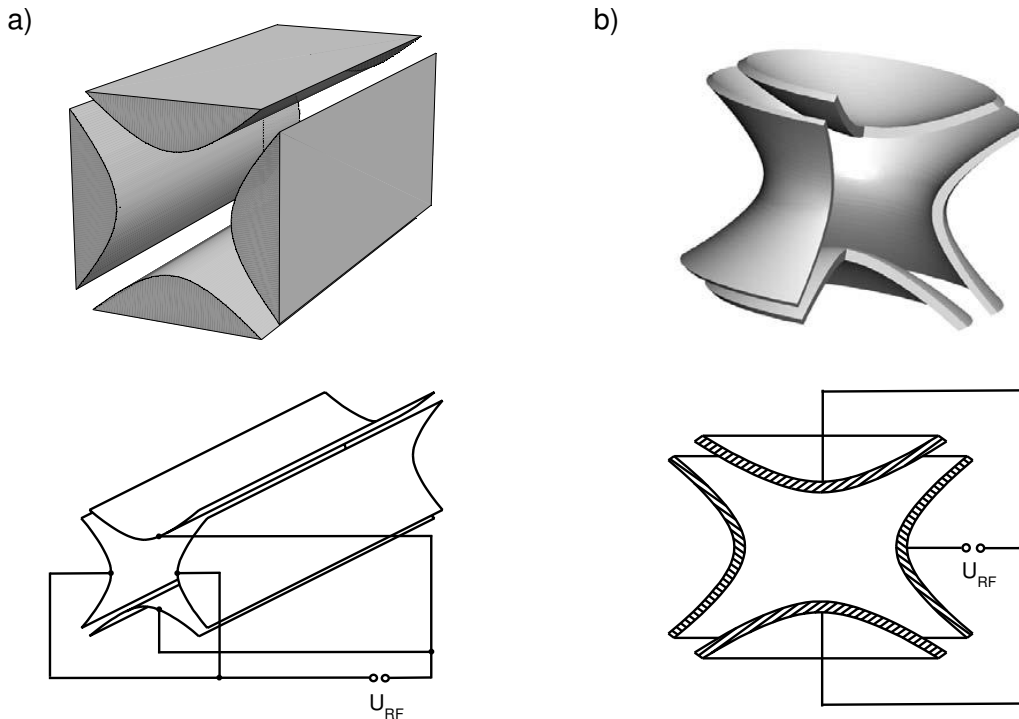


Abbildung 3.1: Gegenüberstellung der Elektrodengeometrien eines Massenfilters und einer hyperbolischen Paulfalle. Werden dem Massenfilter an beiden Enden Abschlußelektroden angefügt, so lassen sich auch damit Ionen räumlich einschließen. Dieses ist das Funktionsprinzip einer Linearen Falle

perbolischen Paulfalle zeichnet sich in einer linearen Falle der feldfreie Bereich der Speicherung durch das Hochfrequenzfeld nicht durch einen einzelnen Punkt, sondern durch eine ganze Achse im Raum aus. Dieses hat den Vorteil, daß mehrere Teilchen auf der Achse gespeichert werden können, wodurch, ohne störende Aufheizeffekte durch das Hochfrequenzfeld, das Signal-zu-Rausch Verhältnis verbessert wird.

3.1.1 Die radiale Speicherung

Zur radialen Speicherung eines Teilchens wird ein harmonisches Potential benötigt, welches eine auf die Fallachse gerichtete rücktreibende Kraft

$$\vec{F} \sim -\vec{r} = -\vec{\nabla}\Phi(\vec{r}) \quad (3.1)$$

erzeugt, die linear von der Auslenkung \vec{r} abhängt und ferner keine Komponenten in z-Richtung aufweist. Gleichzeitig muß dieses Potential in dem ladungsfreien Volumen der Falle die Laplace-Gleichung

$$\Delta\Phi(\vec{r}) = 0 \quad (3.2)$$

erfüllen. Die Forderung nach einem harmonischem Potential (3.1) führt zu einem allgemeinen Potentialansatz der Form

$$\Phi(x, y) = \Phi_0 \frac{ax^2 + by^2}{r_0^2} \quad (3.3)$$

Um auch die Laplace-Gleichung (3.2) zu erfüllen folgt aus dem gemachten Ansatz automatisch

$$\Phi(x, y) = \Phi_0 a \left(\frac{x^2 - y^2}{r_0^2} \right), \quad a = -b. \quad (3.4)$$

Somit erhält man in radialer Richtung ein Sattelpotential. Gleichzeitig erkennt man daraus, daß eine Speicherung geladener Teilchen in beide Raumrichtungen allein durch statische Felder nicht möglich ist, da kein lokales zweidimensionales Potentialminimum erzeugt werden kann (Earnshaw Theorem). Mit einem zeitlich geeignet variierenden Koeffizienten a wird eine Speicherung in beide Raumrichtungen möglich. Dazu wird eine zeitabhängige, periodische Spannung der Form $U(t, x, y) = U_{DC} + U_{AC} \cos \Omega t$ an die Elektroden angelegt. Für das resultierende Quadrupolpotential gilt dann:

$$\Phi(t, x, y) = (U_{DC} + U_{AC} \cos \Omega t) \frac{x^2 - y^2}{2r_0^2}. \quad (3.5)$$

Drei Phasen dieses zeitabhängigen Potentials sind in Abb. 3.2 dargestellt. Zu einem gegebenen Zeitpunkt t wirkt das oszillierende Potential maximal in eine Richtung

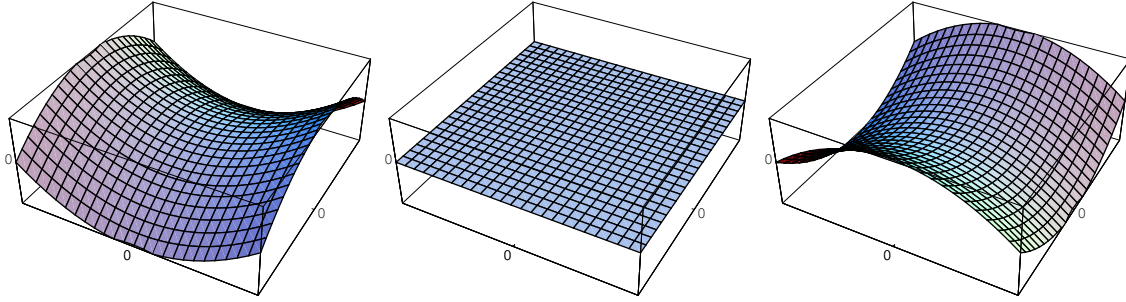


Abbildung 3.2: Zeitliche Variation des Speicherfeldes

speichernd, während es in der senkrechten dazu eine von der Fallennachse wegtreibende Kraft ausübt. Erst die zeitliche Variation führt zu einer sogenannten dynamischen Speicherung.

Betrachtet man nun den Einschluß eines einzelnen Teilchens der Ladung e und Masse m , so schreiben sich die Bewegungsgleichungen in der radialen Ebene wie folgt:

$$\ddot{x}(t) = -\frac{e}{mr_0^2}(U_{DC} + U_{AC} \cos \Omega t)x(t) \quad (3.6)$$

$$\ddot{y}(t) = +\frac{e}{mr_0^2}(U_{DC} + U_{AC} \cos \Omega t)y(t) \quad (3.7)$$

Diese Gleichungen sind strukturell der Mathieschen Gleichung ähnlich. Führt man die dimensionslosen Parameter

$$a = +\frac{4eU_{DC}}{mr_0^2\Omega^2}, \quad q = -\frac{2eU_{AC}}{mr_0^2\Omega^2}, \quad \tau = \frac{\Omega t}{2} \quad (3.8)$$

ein und schreibt

$$a = a_x = -a_y, \quad q = q_x = -q_y, \quad (3.9)$$

dann transformieren sich (3.6)(3.7) in die kanonische Form der Mathieu-Differentialgleichung

$$\ddot{u}(\tau) + (a - 2q \cos 2\tau)u(\tau) = 0, \quad u = x, y. \quad (3.10)$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung wird analytisch durch eine unendliche Reihe beschrieben

$$u(\tau) = Ae^{i\beta_u\tau} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_{2,n} e^{i2n\tau} + Be^{-i\beta_u\tau} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_{2,n} e^{-i2n\tau} \quad (3.11)$$

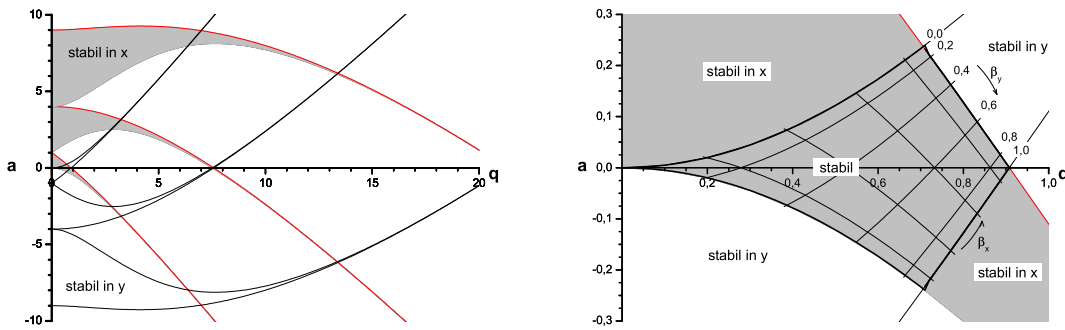


Abbildung 3.3: Links: Stabilitätsdiagramm der linearen Paulfalle. Rechts: Vergrößerter Bereich in der Nähe von $q=0$, $a=0$. Grau unterlegt sind die Bereiche einer stabilen Speicherung in x -Richtung. Weiß belassen sind die Bereiche für die y -Richtung. In den Schnittmengen ist eine 2-dimensionale Speicherung realisierbar.

wobei die Koeffizienten A und B von den Anfangsbedingungen $u(\tau = 0)$ und $\dot{u}(\tau = 0)$ abhängen. In der Regel ist diese Lösung nicht periodisch oder gar harmonisch, sondern setzt sich aus einer Summe 2π -periodischer Funktionen und einer von β abhängigen Bewegung zusammen. Der Parameter β wird der *charakteristische Exponent* genannt und wird durch einen Kettenbruch rekursiv dargestellt:

$$\beta^2 = a + \frac{q^2}{(2 + \beta)^2 - a - \frac{q^2}{(4 + \beta)^2 - a - \dots}} + \frac{q^2}{(2 - \beta)^2 - a - \frac{q^2}{(4 - \beta)^2 - a - \dots}} \quad (3.12)$$

Er hängt ausschließlich von den Speicherparametern q und a ab und bestimmt darüber, ob eine stabile Speicherung der Ionen möglich ist. Dieses ist nur gegeben, wenn die Lösung (3.11) eine beschränkte Amplitude besitzt und nur dann der Fall, wenn β reell und nicht ganzzahlig ist. Stellt man den Verlauf von β als parametrisierte Funktion der Variablen a und q für die oben genannte Stabilitätsbedingung dar, so erhält man in der q - a -Ebene Regionen in denen die Lösungen (3.11) für alle Zeiten beschränkt sind.

In Abbildung (3.3) sind jeweils die stabilen Bereiche für die Bewegung in x -Richtung (grau) und für die Bewegung in y -Richtung (weiss) dargestellt. Dort wo sich die Bereiche schneiden sind die Trajektorien gleichzeitig in beiden Richtungen stabil. Die charakteristischen Exponenten beider Bewegungsrichtungen erfüllen das Stabilitätskriterium und die β -abhängigen Terme werden zu räumlich beschränkten Oszillationen. Physikalisch betrachtet ist dort eine radiale Speicherung der Teilchen möglich, wenn die Anfangsbedingungen dieses zulassen.

Die Kreisfrequenzen der jeweiligen Bewegungsmode lassen sich aus (3.11) ange-

ben durch

$$\omega_{u,n} = \left| \frac{\beta}{2} + n \right| \Omega, \quad u = x, y \quad (3.13)$$

Die niedrigste Bewegungsfrequenz mit $n=0$ wird als Säkular- oder Makrofrequenz bezeichnet und stellt anschaulich die Frequenz eines Teilchens in einem harmonischen Potential dar.

Man kann die Speicherung in einem solchen Potential näherungsweise darstellen, indem man die Wirkung des Hochfrequenzfeldes zeitlich mittelt und dann der Makrobewegung ein korrespondierendes harmonisches Potential zuordnet. Dazu zerlegt man die Ionenbewegung in einen langsamen Teil großer Amplitude - der Säkular- oder Makrobewegung $\sigma(\tau)$ - und einen schnellen vom Speicherfeld induzierten Anteil kleiner Amplitude - der Mikrobewegung $\mu(\tau)$ [25],[23]:

$$u(\tau) = \sigma(\tau) + \mu(\tau) \quad (3.14)$$

Damit schreibt sich die Bewegungsgleichung (3.10) in folgender Form:

$$\frac{d^2\sigma}{d\tau^2} + \frac{d^2\mu}{d\tau^2} = (-a + 2q\cos 2\tau)(\sigma(\tau) + \mu(\tau)) \quad (3.15)$$

Nimmt man jetzt an, daß die treibende Kraft des Führungsfeldes klein ist, $q \ll 1$, kann man mit den Annahmen

$$\mu \ll \sigma \quad \text{und} \quad \frac{d\mu}{d\tau} \gg \frac{d\sigma}{d\tau} \quad (3.16)$$

die Gleichung, unter Vernachlässigung aller kleinen bzw. in der Zeit langsam veränderlichen Terme, darstellen als

$$\frac{d^2\mu}{d\tau^2} = (-a + 2q\cos 2\tau)\sigma(\tau) \quad (3.17)$$

Unter der Annahme $\sigma(\tau)$ sei konstant gegenüber $\mu(\tau)$ und $a \ll q$ erhält man nach zweifacher Integration

$$\mu(\tau) = -\frac{q\sigma(\tau)}{2}\cos(2\tau) \quad (3.18)$$

Man erkennt in (3.18), daß die Mikrobewegung gegenüber dem Hochfrequenzfeld eine Phasenverschiebung von π besitzt und damit keine Energieaufnahme stattfindet. Setzt man (3.18) in (3.14) lautet die genäherte Bewegung

$$u(\tau) = \sigma(\tau) - \frac{q\sigma(\tau)}{2}\cos(2\tau) \quad (3.19)$$

und die Mathiesche Gleichung nimmt jetzt die folgende Form an.

$$\frac{d^2u(\tau)}{d\tau^2} = -a\sigma(\tau) + \frac{aq\sigma(\tau)}{2}\cos(2\tau) + 2q\sigma(\tau)\cos(2\tau) - q^2\sigma(\tau)\cos^2(2\tau) \quad (3.20)$$

Zur Untersuchung der langsamen Bewegung ist es notwendig, die Zeitintervalle hinreichend klein gegenüber der Periode der Makrobewegung zu wählen; gleichzeitig müssen die Intervalle aber groß gegenüber der Mikrobewegungsperiode sein, damit der Einfluß des HF-Feldes angegeben werden kann. Mittelt man über eine Periode des Hochfrequenzfeldes, so zeigt sich, daß die Beschleunigung der Mikrobewegung $\frac{d^2\mu(\tau)}{d\tau^2}$ innerhalb dieses Intervalls tatsächlich verschwindet. Über das gleiche Zeitintervall gemittelt, erhält man für die Beschleunigung der Makrobewegung (und mit (3.14) für die Gesamtbewegung)

$$\left\langle \frac{d^2\sigma(\tau)}{d\tau^2} \right\rangle = -\left(a + \frac{q^2}{2}\right)\sigma(\tau) \quad (3.21)$$

Diese Gleichung stellt die Bewegung eines harmonischen Oszillators in der dimensionslosen Zeit τ dar. Mit $\tau \rightarrow t$ geht sie über zu

$$\left\langle \frac{d^2\sigma(t)}{dt^2} \right\rangle = -\left(a + \frac{q^2}{2}\right)\frac{\Omega^2}{4}\sigma(t) \quad (3.22)$$

und die Schwingungsfrequenz dieses Oszillators ist gegeben durch

$$\omega = \frac{\Omega}{2}\sqrt{\left(a + \frac{q^2}{2}\right)} \quad (3.23)$$

In Analogie zur Gleichung (3.13) kann man den Wurzelterm mit β identifizieren und erhält somit

$$\omega = \frac{\Omega}{2}\beta, \quad \beta \simeq \sqrt{\frac{q^2}{2} + a} \quad (3.24)$$

Die oben gemachten Überlegungen bezeichnet man als *adiabatische Näherung*. Aufgrund der Vernachlässigung kleiner Terme beschreibt sie die Speicherung nur für $q \ll 1$ und $a \ll q$ hinreichend gut. Setzt man abhängig von der Bewegungsmode die Gleichungen (3.8) unter Benutzung von (3.9) in (3.22) ein und verwendet man ferner die Beziehung $-\frac{e}{m}\nabla\Phi = -\omega^2\sigma = \frac{d^2\sigma}{dt^2}$ dann erhält man für die Tiefe des Pseudopotentials in die jeweilige Richtung

$$D_x = \frac{e^2U_{AC}^2}{4mr_0^2\Omega^2} + \frac{eU_{DC}}{2} = \frac{1}{2}m\omega_x^2x^2 \quad (3.25)$$

$$D_y = \frac{e^2U_{AC}^2}{4mr_0^2\Omega^2} - \frac{eU_{DC}}{2} = \frac{1}{2}m\omega_y^2y^2 \quad (3.26)$$

Für kleine Parameter q und a kann die radiale Bewegung eines gespeicherten Ions damit als Schwingung in einem harmonischen Potential betrachtet werden. An den Gleichungen (3.25),(3.26) erkennt man die Aufhebung der Potentialsymmetrie durch einen zusätzlich angelegten Gleichspannungsanteil. Das Pseudopotentialmodell soll im Folgenden bei der Beschreibung des Einflusses des Axialpotentials auf die Radialpotentiale herangezogen werden.

3.1.2 Die axiale Speicherung

Das Potential zur Speicherung der Ionen entlang der Fallennachse wird durch Anlegen einer positiven Gleichspannung an beiden Enden des Ionenkäfigs erzeugt. In der Praxis findet man hierzu verschiedenartigste Geometrien für die Endelektroden, wobei die gängigsten Varianten Ringe, Stifte bzw. in der Längsachse unterteilte Elektroden sind. Dieses axiale Potential ist in der Nähe der Fallennachse quadratisch und hat die Form

$$\Phi_{ax}(x, y, z) = \frac{\kappa U_{END}}{d_0^2}(\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2) \quad (3.27)$$

Dabei ist U_{End} die an den Endkappen angelegte Gleichspannung, d_0 die halbe Länge der Mittelelektroden und κ ein sogenannter geometrischer Faktor, welcher von der Geometrie der Falle abhängt und experimentell bestimmbar ist. Auch dieses Potential muß der Laplace-Gleichung (3.2) genügen. Durch die Wahl $\alpha = \beta = -1$ und $\gamma = 2$ ist dies erfüllt und man erhält:

$$\Phi_{ax}(x, y, z) = \frac{\kappa U_{END}}{d_0^2} \left(z^2 - \frac{(x^2 + y^2)}{2} \right) \quad (3.28)$$

Das Axialpotential besitzt eine Sattelform und wirkt in Richtung der Fallennachse speichernd, während es aufgrund der radialen Komponenten in der Ebene senkrecht dazu defokussiert. Gemäß dem Superpositionsprinzip ergibt sich für das effektive Gesamtpotential innerhalb der Falle:

$$\Phi_{eff}(x, y, z, t) = [U_{DC} + U_{AC} \cos(\Omega t)] \left(\frac{x^2 - y^2}{2r_0^2} \right) + \frac{\kappa U_{END}}{d_0^2} \left(z^2 - \frac{(x^2 + y^2)}{2} \right) \quad (3.29)$$

Die Bewegung entlang der Fallennachse wird von der Axialspannung U_{END} bestimmt und stellt die bekannte Bewegung eines harmonischen Oszillators

$$\frac{d^2 z(t)}{dt^2} + \frac{2\kappa e U_{END}}{m d_0^2} z(t) = 0 \quad (3.30)$$

mit der Frequenz

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2\kappa e U_{END}}{m d_0^2}} \quad (3.31)$$

dar. Die radialen Bewegungsgleichungen enthalten jetzt gegenüber den ursprünglichen Gleichungen (3.6) einen von der Axialspannung abhängigen Term, welcher jedoch im Gegensatz zum radialen Gleichspannungsanteil für x und y das gleiche Vorzeichen besitzt.

$$\ddot{x} + \frac{e}{m} \left[\frac{U_{DC} + U_{AC} \cos(\Omega t)}{r_0^2} - \frac{\kappa U_{END}}{d_0^2} \right] x(t) = 0 \quad (3.32)$$

$$\ddot{y} + \frac{e}{m} \left[\frac{-U_{DC} - U_{AC} \cos(\Omega t)}{r_0^2} - \frac{\kappa U_{END}}{d_0^2} \right] y(t) = 0 \quad (3.33)$$

Sie können wieder in eine mathieusche Form gebracht werden, indem man die Gleichspannungen zusammenfasst und wie folgt substituiert

$$\tilde{a}_x = \frac{4eU_{DC}}{mr_0^2\Omega^2} - \frac{4e\Lambda U_{END}}{mr_0^2\Omega^2} \quad (3.34)$$

$$\tilde{a}_y = -\frac{4eU_{DC}}{mr_0^2\Omega^2} - \frac{4e\Lambda U_{END}}{mr_0^2\Omega^2} \quad (3.35)$$

$$q = -\frac{2eU_{AC}}{mr_0^2}, \quad \tau = \frac{\Omega t}{2}$$

mit $\Lambda = \frac{\kappa r_0^2}{d_0^2}$ (3.36)

Durch die zusätzliche Axialspannung werden die Parameter $a_{x,y}$ also zu kleineren Werten verschoben. Führt man für die Axialbewegung einen zusätzlichen Parameter

$$\tilde{a}_z = \frac{8\kappa eU_{END}}{md_0^2\Omega^2} \quad (3.37)$$

ein, so vereinfachen sich die Ausdrücke (3.34), (3.35) zu

$$\tilde{a}_x = a_x - \frac{1}{2}\tilde{a}_z, \quad \tilde{a}_y = -a_x - \frac{1}{2}\tilde{a}_z \quad (3.38)$$

und man erhält für die Bewegungsgleichungen die allgemeinen Formen

$$\ddot{x}(\tau) + (\tilde{a}_x - 2q_x \cos 2\tau)x(\tau) = 0 \quad (3.39)$$

$$\ddot{y}(\tau) + (\tilde{a}_y - 2q_y \cos 2\tau)y(\tau) = 0 \quad (3.40)$$

$$\ddot{z}(\tau) + \tilde{a}_z z(\tau) = 0 \quad (3.41)$$

Mit den neuen Speicherparametern $\tilde{a}_{x,y}$ ist in den Mathieuschen Gleichungen (3.39) und (3.40) der Einfluß des axialen Potentials auf die radialen Bewegungsmoden berücksichtigt. Der charakteristische Exponent kann jetzt näherungsweise durch

$$\tilde{\beta}_x = \sqrt{\frac{q_x^2}{2} + \tilde{a}_x} \quad (3.42)$$

$$\tilde{\beta}_y = \sqrt{\frac{q_y^2}{2} + \tilde{a}_y} \quad (3.43)$$

angegeben werden und die Bewegungsfrequenzen ergeben sich damit zu

$$\omega_x = \frac{\Omega}{2}\tilde{\beta}_x = \sqrt{\omega_x^2 - \frac{1}{2}\omega_z^2}$$

$$\omega_y = \frac{\Omega}{2}\tilde{\beta}_y = \sqrt{\omega_y^2 - \frac{1}{2}\omega_z^2} \quad (3.44)$$

$$\omega_z = \frac{\Omega}{2}\sqrt{a_z}$$

Betrachtet man den Einfluß der axialen Spannungen im Pseudopotentialmodell, so wird eine Absenkung der radialen Potentialtöpfe deutlich.

$$D_x = \frac{e^2 U_{AC}^2}{4mr_0^2 \Omega^2} + \frac{eU_{DC} - \Lambda U_{END}}{2} = \frac{1}{2} m \omega_{x,eff}^2 x^2 \quad (3.45)$$

$$D_y = \frac{e^2 U_{AC}^2}{4mr_0^2 \Omega^2} - \frac{eU_{DC} - \Lambda U_{END}}{2} = \frac{1}{2} m \omega_{y,eff}^2 y^2 \quad (3.46)$$

Aufgrund der Beziehungen (3.9) verschieben sich die Grenzen der stabilen Speicherung in x- bzw. y-Richtung gegenläufig um $\delta a = -\frac{1}{2} \tilde{a}_z$ in der Vertikalen. Effektiv wirkt sich dieses als Verschiebung und Stauchung des Stabilitätsdiagrammes in q aus (Abb. 3.4).

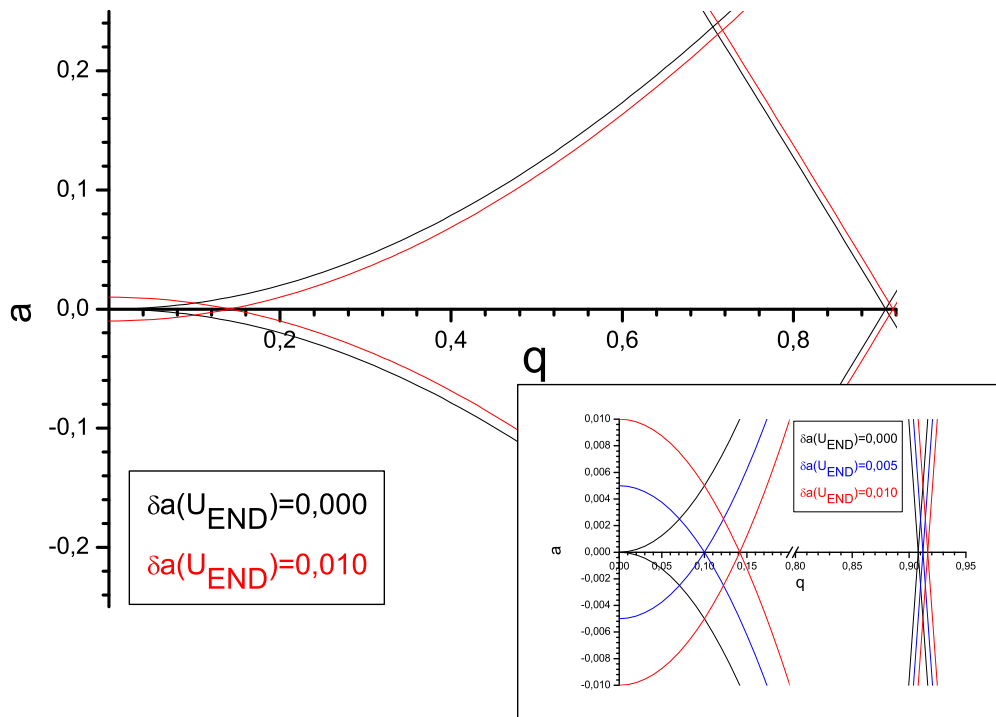


Abbildung 3.4: Verschiebung des Stabilitätsdiagrammes als Folge des Axialpotentials. Die Verschiebung der Parameter a führt zu einer Absenkung der Radialpotentiale und damit zu einer effektiven Verschiebung in q . Da der relative Einfluß auf kleine q -Werte stärker ist, kommt es zu einer zusätzlichen Stauchung des Speicherbereichs.

3.2 Die reale lineare Falle

Die bisherigen Überlegungen zur Bewegung von geladenen Teilchen in einem zwei-dimensionalen elektrischen Quadrupolpotential bis hin zur Betrachtung eines Einschlusses in drei Dimensionen gelten für ideale Potentiale. In einer experimentellen Umgebung ist diese Voraussetzung im allgemeinen nur unzureichend gegeben. Auftretende Abweichungen von der idealen Quadrupolform führen bei bestimmten Parametern auch innerhalb des Speicherdiagramms zu Regionen, in denen eine stabile Speicherung nur eingeschränkt möglich ist.

Mögliche Ursachen, die ein nichtideales Quadrupolpotential zur Folge haben, sind:

Verwendung zylindrischer Elektroden: Die präzise Herstellung hyperbolischer Elektroden ist selbst mit modernen Mittel sehr schwierig. Daher werden für lineare Quadrupolmassenspektrometer und lineare Paulfallen in der Regel zylindrische (oder noch einfacher geformte) Elektroden verwendet. Damit ist die Approximation des Speicherpotentials durch ein Quadrupolpotential nur noch im achsennahen Bereich der Falle hinreichend gut gegeben.

Ungenauigkeiten in der Justage: Sind die Abstände zwischen den Elektroden nicht exakt gleich, so führt dieses zu einer asymmetrischen Potentialform.

Raumladung der Ionen: Ist die Anzahl der gespeicherten Ionen sehr groß, führt die Ladungsverteilung der Wolke selbst zu einer Störung des idealen Speicherpotentials. Abschirmeffekte führen darüberhinaus zu effektiv geringeren Speicherparametern.

Patchpotentiale auf den Elektroden: Auf den Elektroden können nichtleitende Schichten, die sich statisch aufladen oder Ablagerungen von Kalzium vorhanden sein. Dadurch entstehen lokale Potentialvariationen und die reine Quadrupolform des Speicherpotentials ist nicht mehr gegeben.

Alle diese Faktoren führen zu einem Speicherpotential, welches durch Beiträge höherer Ordnung gestört wird und von der harmonischen Form abweicht. Daher ist die rücktreibende Kraft nicht mehr länger linear vom Ort abhängig und die Bewegungsfrequenz der Ionen wird selbst eine Funktion des Ortes. Die Beimischung von Potentialtermen höherer Ordnung führt zusätzlich zu einer Kopplung der beiden radialen Bewegungsrichtungen, so daß sie nicht mehr als unabhängig voneinander betrachtet werden können. Eine Folge dieser Kopplung sind sogenannte *nichtlineare Resonanzen*.

Bereits 1957 hat Hagedorn [48] Berechnungen zur Stabilität von Betatron-Oszillationen in kreisförmigen Beschleunigern durchgeführt. Dieses Modell wurde kurz darauf durch Busch und Paul [17] auf das elektrische Massenfilter angewandt. Sie

erklärten damit die bei bestimmten Arbeitsparametern beobachtete Abnahme des Ionenstroms. Wang und Franzen [105] wendeten 1993 diesen Formalismus auf die hyperbolische Paulfalle an und erhielten damit Resonanzbedingungen, bei der die Trajektorien der Ionen instabil werden.

Das radiale Speicherpotential einer nichtidealen Falle kann allgemein durch eine Entwicklung nach Multipolkomponenten dargestellt werden. Aufgrund der gegebenen periodischen Elektrodenanordnung eignet sich die Verwendung von Polarkoordinaten:

$$\Phi_{Real}(r, \phi, t) = U(t) \sum_{k=0}^{\infty} c_k \left(\frac{r}{r_0}\right)^k \cos(k(\phi - \varepsilon_k)) \quad (3.47)$$

Dabei repräsentiert $U(t) = U_{DC} + U_{AC} \cos(2\pi\nu_{RF}t)$ die angelegte Speicherspannung, c_k stellt die Entwicklungskoeffizienten der Ordnung k dar, der trigonometrische Term spiegelt die Periodizität des entsprechenden Multipols wider und ε_k gibt die Orientierung des Multipols bezüglich einer ausgezeichneten Achse an. Der führende Term in der Entwicklung ist durch $k=2$ gegeben und stellt das reine Quadrupolpotential dar. Alle weiteren Terme werden als Störungen betrachtet, es wird also $c_k \ll c_2$ für alle $k \neq 2$ angenommen. Der statische Anteil ($k=0$) und der Dipolterm ($k=1$) können vernachlässigt werden. Die Multipolentwicklung (3.47) kann dann als ein reines Quadrupolpotential Φ_{QP} mit einem Störterm Φ' geschrieben werden:

$$\Phi_{Real}(r, \phi, t) = \Phi_{QP}(r, \phi, t) + \Phi'(r, \phi, t) \quad (3.48)$$

$$\text{mit } \Phi' = U(t) \sum_{k=3}^{\infty} c_k \left(\frac{r}{r_0}\right)^k \cos(k(\phi - \varepsilon_k)) \quad (3.49)$$

Die ersten Terme der Störung ($k=3, 4, 5$) in kartesischen Koordinaten lauten:

$$\begin{aligned} \Phi_3 &= \frac{c_3}{r_0^3} (x^3 - 3xy^2) \\ \Phi_4 &= \frac{c_4}{r_0^4} (x^4 - 6x^2y^2 + y^4) \\ \Phi_5 &= \frac{c_5}{r_0^5} (x^5 - 10x^3y^2 + 5xy^4) \end{aligned} \quad (3.50)$$

Die Mathieschen Gleichungen (3.10) für ein ideales Quadrupolpotential gehen dann unter Berücksichtigung der Potentialstörung (3.48) bzw. (3.50) in ein System gekoppelter inhomogener Differentialgleichungen über:

$$\ddot{x}(\tau) + (a_x - 2q_x)x(\tau) = -\frac{1}{4}(a_x - 2q_x)r_0^2 \frac{\partial \Phi'}{\partial x} \quad (3.51)$$

$$\ddot{y}(\tau) + (a_y - 2q_y)y(\tau) = +\frac{1}{4}(a_y - 2q_y)r_0^2 \frac{\partial \Phi'}{\partial y} \quad (3.52)$$

Dieses Differentialgleichungssystem ist nicht mehr analytisch lösbar. Es ist jedoch unter Anwendung des Hamilton-Formalismus [105] möglich, eine Bedingung abzuleiten, bei der die Amplitude der Ionenbewegung nicht mehr beschränkt bleibt und zu nichtlinearen Resonanzen führt. Die mathematische Behandlung ist außerordentlich komplex. Daher werden hier ohne in Details einzugehen die zwei zentralen Elemente in der Vorgehensweise erläutert.

Ausgehend von Gleichung (3.48), in der das reale Speicherpotential als gestörtes Quadrupolpotential beschrieben ist, wird eine Hamiltonfunktion aufgestellt, welche ebenfalls einen ungestörten Anteil (“linear“) und eine Störung (“nichtlinear“) enthält. Diese Hamiltonfunktion ist wegen der angelegten periodischen Speicher- spannung ebenfalls periodisch. Mit einer linearen kanonischen und periodischen Transformation ist es in einem ersten Schritt möglich die explizite Zeitabhängigkeit des Quadrupolanteils im Hamiltonian zu eliminieren. Als Ergebnis erhält man eine harmonische Oszillation, welche durch die adiabatischen Exponenten β bestimmt ist und durch die nichtlinearen Multipole höherer Ordnung gestört wird. Eine zweite nichtlineare kanonische und periodische Transformation vereinfacht auf ähnliche Weise die nichtlinearen Anteile des Hamiltonoperators. Damit wird es schließlich möglich eine Bedingung zu formulieren, bei der für bestimmte β die Lösungen der Bewegung unbeschränkt anwachsen. Diese Bedingung für nichtlineare Resonanzen lautet

$$n_x \frac{\beta_x}{2} + n_y \frac{\beta_y}{2} = \nu \quad (3.53)$$

$$|n_x| + |n_y| = N \quad (3.54)$$

mit $n_x, n_y, \nu \in 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ und $N \in \mathbb{N}$. N gibt die Ordnung der Resonanz an. Eine physikalisch anschauliche Interpretation der Resonanzbedingung erhält man durch Multiplikation der Bedingung mit der Speicherfeldfrequenz Ω :

$$n_x \omega_x + n_y \omega_y = \nu \Omega \quad (3.55)$$

Eine Resonanz tritt demnach dann auf, wenn die Summe ganzzahliger Vielfacher der Radialfrequenzen gerade ein ganzzahliges Vielfaches der Speicherfeldfrequenz ergibt. Die wesentlichen Eigenschaften nichtlinearer Resonanzen sind:

1. Ein Multipolbeitrag der Ordnung N führt zu Resonanzen der Ordnung $N, N-2, N-4, \dots$
2. Resonanzen der Ordnung N werden vorwiegend durch die korrespondierende Multipolordnung N angeregt. Höhere Störungsordnungen tragen nur in geringem Maße bei.
3. Zu einer Resonanzordnung N existieren maximal $2N$ Resonanzlinien. Dabei unterscheidet man zwischen *nichtgekoppelten* Resonanzen ($n_x=0$ oder $n_y=0$), und *gekoppelten* Resonanzen. Diese wiederum werden unterteilt in

- Summenresonanzen ($n_x > 0$ und $n_y > 0$): Diese entnehmen Energie aus dem Speicherfeld und führen zu instabilen Ionenbahnen.
- Differenzresonanzen ($n_x < 0$ oder $n_y < 0$): Hierbei kommt es lediglich zu einem Energieaustausch zwischen den beiden Radialbewegungen.

4. Resonanzen von höherer Multiplizität ($\nu > 1$) in Ω sind vernachlässigbar.

Der Verlauf der nichtlinearen Resonanzen lässt sich durch Lösen der Kettenbruchgleichung (3.12) bei gleichzeitigem Einhalten der Resonanzbedingung (3.53), (3.54) numerisch berechnen. In dem Stabilitätsdiagramm Abb.3.5 sind die Resonanzlinien

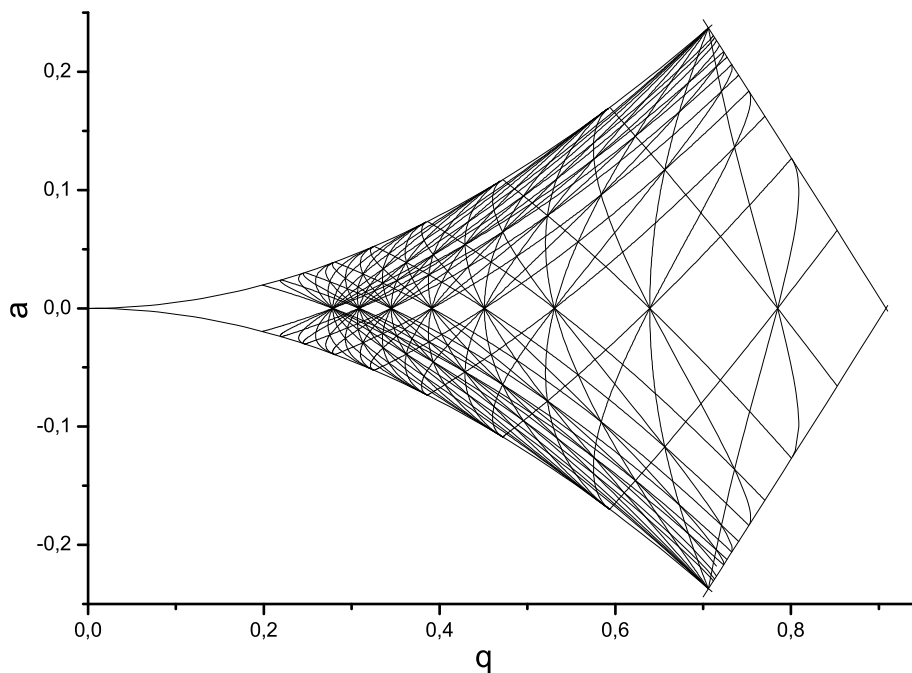


Abbildung 3.5: *Stabilitätsdiagramm einer linearen Paulfalle mit den berechneten Verläufen der nichtlinearen Resonanzen. Dargestellt sind die Ordnungen $N=3$ bis $N=10$ (v.r.n.l.). Alle Resonanzen einer gegebenen Ordnung N schneiden sich in einem Punkt auf der q -Achse.*

bis zur 10. Ordnung dargestellt. Da Differenzresonanzen nicht zu einem Ionenverlust führen, wurden sie nicht in das Diagramm miteinbezogen. Alle Linien einer Ordnung N besitzen einen gemeinsamen Knoten auf der q -Achse ($a=0$). Jeweils die äußersten Linien einer gegebenen Ordnung gehören zu nichtgekoppelten Resonanzen.

Kapitel 4

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sind weitere theoretische Grundlagen des Experimentes zusammengefaßt. Nichtlineare Resonanzen, wie sie durch anharmonische Störungen im Speicherpotential hervorgerufen werden, sind bereits im vorherigen Kapitel diskutiert worden. Im ersten Teil dieses Kapitels werden die Schwingungseigenschaften von Teilchen in solchen Potentialen betrachtet. Das Kühlen mittels optischer Felder von in Paulfallen gespeicherter Teilchen ist Gegenstand des zweiten Teils. Effiziente Kühlung und hochpräzise Spektroskopie ist nur mit frequenzstabilen Lasern möglich. Zwei Varianten der Laserstabilisierung, wie sie an diesem Experiment zum Einsatz kommen bzw. in Planung sind werden im letzten Teil vorgestellt.

4.1 Anharmonische Oszillatoren

In Kapitel 3 wurde bereits die Abweichung vom idealen harmonischen Potential einer linearen Paulfalle durch Potentialterme höherer Ordnung erläutert und eine Resonanzbedingung abgeleitet, bei der es durch eine Energieaufnahme aus dem Speicherfeld zu einer schlechteren Speichereffizienz kommt. Die gestörten Bewegungsgleichungen (3.51), (3.52)

$$\ddot{u}(\tau) + (a_u - 2q_u)u(\tau) = -\frac{1}{4}(a_u - 2q_u)r_0^2 \frac{\partial \Phi'}{\partial u} \quad u = x, y$$

können analytisch nicht gelöst werden, jedoch ist es mit numerischen Methoden möglich die zeitliche Entwicklung der Ionentrajektorien in einem solchen nichtharmonischen Potential zu untersuchen. Besonders geeignet sind dabei Runge-Kutta-Verfahren höherer Ordnung. So wird zum Beispiel in SimIon ein Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung eingesetzt.

Eine Behandlung von Schwingungen in nichtlinearen Potentialen mit Näherungsverfahren ermöglicht die Erfassung wichtiger Gesetzmäßigkeiten. Im folgenden wird die Säkularbewegung im Fallenpotential näher untersucht.

4.1.1 Freie Schwingungen

Betrachtet man die freie Oszillation der Ionen im Pseudopotential unter Berücksichtigung anharmonischer Potentialanteile, so führt dieses zu qualitativ neuen Eigenschaften, wie zum Beispiel einer Amplitudenabhängigkeit der Eigenfrequenzen. Zur Herleitung eines quantitativen Ausdrucks für das Verhalten der Frequenz wird die Methode der harmonischen Balance herangezogen. Grundannahme ist dabei, daß die betrachtete Schwingung näherungsweise als harmonisch ($x(t) = A \cos(\omega t)$, A: Bewegungsamplitude) angesetzt werden kann. Ausgangspunkt ist ein ideales Quadrupolpotential

$$\Phi_2(x, y) = \frac{\Phi_0}{2} \frac{x^2 - y^2}{r_0^2}$$

und der daraus resultierenden freien Schwingungsgleichung

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + \omega_0^2 x(t) = 0 \quad (4.1)$$

Dieses ideale Potential sei durch einen Oktopolterm gestört. Ein Hexapolterm als niedrigst mögliche auftretende Störung im Potential solle aufgrund der symmetrischen Elektrodenanordnung verschwinden. Das Potential in kartesischen Koordinaten schreibt sich daher nach (3.50)

$$\begin{aligned} \Phi_{ges}(x, y) &= \Phi_2(x, y) + \Phi_4(x, y) \\ \Phi_{ges}(x, y) &= \frac{\Phi_0}{2} \left(c_2 \frac{x^2 - y^2}{r_0^2} + c_4 \frac{x^4 - 6x^2y^2 + y^4}{r_0^4} \right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Der im Oktopolanteil auftretende Term x^2y^2 koppelt die beiden Radialbewegungen miteinander, ändert aber bis auf die zusätzlich auftretenden Summenresonanzen (vgl. Kapitel 3.2) nicht wesentlich das Verhalten des nichtlinearen Systems. Daher soll im weiteren Verlauf der Betrachtung eine reine x-Schwingung ($y=0$) untersucht werden. Der Beitrag des Störpotentials reduziert sich damit auf

$$\Phi_4(x, y = 0) = c_4 \frac{\Phi_0}{2} \frac{x^4}{r_0^4}, \quad (4.3)$$

daher erfährt ein Teilchen im Potential eine zusätzliche nichtlineare Kraft

$$F(x, y = 0) = -e \nabla \Phi_4 = -2c_4 e \Phi_0 \frac{x^3}{r_0^4} \quad (4.4)$$

und die Bewegungsgleichung geht über in

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + \omega_0^2 x(t) + 2c_4 \frac{e \Phi_0}{m r_0^4} x(t)^3 = 0 \quad (4.5)$$

Eine zweite Annahme beim Verfahren der harmonischen Balance besteht darin, höhere harmonische der Schwingung vernachlässigen zu dürfen

$$x^3(t) \approx \frac{3}{4}A^2x(t)$$

Setzt man diese Näherung in (4.5) ein und identifiziert $\frac{e\Phi_0}{mr_0^2}$ mit dem Quadrat der ungestörten Schwingungsfrequenz ω_0 , so lautet die Bewegungsgleichung

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + \omega_0^2\left(1 + \frac{3}{2}c_4\frac{A^2}{r_0^2}\right)x(t) = 0 \quad (4.6)$$

Man erhält für das gestörte Potential eine Bewegungsgleichung, welche die selbe Struktur besitzt, wie im ungestörten Fall, allerdings hängt die Schwingungsfrequenz aufgrund der Nichtlinearität der Kraft von der Maximalamplitude der Schwingung ab. Für kleine Amplituden $\frac{A^2}{r_0^2} \ll 1$ berechnet sich die Frequenz zu

$$\omega = \omega_0\left(1 + \frac{3}{4}c_4\frac{A^2}{r_0^2}\right) \quad (4.7)$$

Man erkennt sofort, dass sich bei einem nichtverschwindenden Oktopolterm ($c_4 \neq 0$) die Frequenz quadratisch mit der Bewegungsamplitude und vom Vorzeichen der Störung richtungsabhängig verschiebt.

4.1.2 Erzwungene Schwingungen

Betrachtet man die Bewegung eines Ions im Potential (4.2) bei zusätzlicher Anregung durch eine periodische Kraft $F\sin(\omega t)$ und bei gleichzeitigem Vorhandensein eines Dämpfungstermes γ , lautet die Bewegungsgleichung

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 2\gamma\frac{d}{dt}x(t) + \omega_0^2x(t) + 2c_4\frac{e\Phi_0}{mr_0^4}x^3(t) = \frac{F}{m}\sin(\omega t) \quad (4.8)$$

Wendet man wieder die Methode der harmonischen Balance an und vernachlässigt höhere Harmonische, so ergibt sich für die Resonanzkurve

$$\left[(\omega_0^2 - \omega^2)A - \left(\frac{3}{2}c_4\frac{e\Phi_0}{mr_0^4}\right)A^3\right]^2 + 4\gamma^2\omega^2A^2 = \left(\frac{F}{m}\right)^2 \quad (4.9)$$

Diese Gleichung ist vom dritten Grad in A^2 und vom zweiten Grad in ω^2 . Es ist daher einfacher A zu berechnen und führt auf:

$$\omega_{1/2}^2 = \omega_0^2 - 2\gamma^2 - \frac{3}{2}\left(c_4\frac{e\Phi_0}{mr_0^4}\right)A^2 \pm \sqrt{\frac{F^2}{m^2A^2} + 4\gamma^2(\gamma^2 - \omega_0^2 + \frac{3}{2}\left(c_4\frac{e\Phi_0}{mr_0^4}\right)A^2)} \quad (4.10)$$

Der Verlauf dieser Resonanzkurve ist in den Abbildungen 4.1 als Funktion der Anregungsfrequenz zu sehen.

Im linken Bild ist die Stärke der Anregung sowie die des Dämpfungstermes festgehalten und die Stärke der Oktupolbeimischung variiert. Ist keine Störung vorhanden ($c_4 = 0$), so erhält man die bekannte Resonanzkurve einer erzwungenen harmonischen Schwingung. Mit wachsendem Anteil des Störtermes neigt sich die Resonanzkurve je nach Vorzeichen des Koeffizienten nach rechts ($c_4 < 0$) bzw. nach links ($c_4 > 0$). Der Übersichtlichkeit wegen ist das Verhalten nur für ein Vorzeichen dargestellt. Für genügend große Werte c_4 führt dieses zu Frequenzbereichen in denen die Schwingungen drei verschiedene Amplituden annehmen können. Rechts ist das Verhalten bei wachsender Anregungsamplitude F zu sehen. Hierbei wurden Störung und Dämpfung konstant gehalten. Zusätzlich eingezeichnet (rot) ist die Verschiebung der Resonanzfrequenz als Funktion der Amplitude eines freien anharmonischen Oszillators nach Gl. (4.7), sie stellt die Mittenfrequenz der Resonanzkurve dar. Eine hinreichend starke Anregung führt hier ebenfalls zu Frequenzbereichen in denen drei Schwingungsamplituden angenommen werden können. In beiden Fällen lassen nur die äußeren Amplituden stabile Schwingungen zu. Dabei hängt es von den Anfangsbedingungen ab, auf welchem der beiden stabilen Äste das System schwingt. Eine

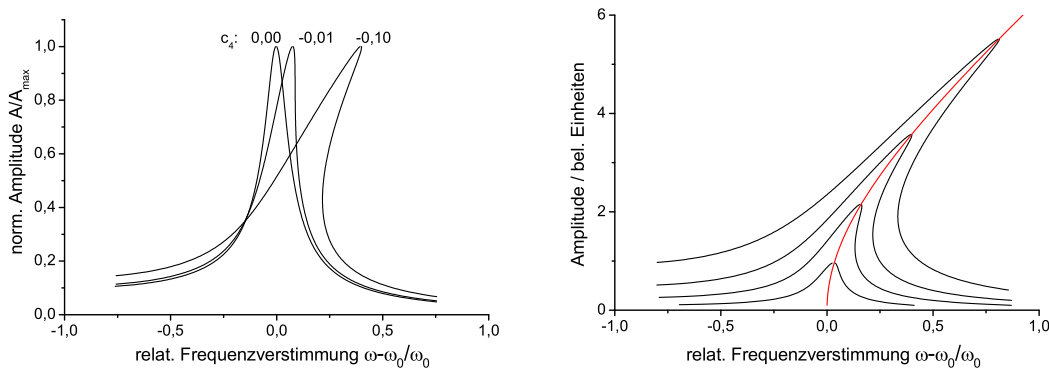


Abbildung 4.1: Im linken Teilbild ist die Neigung der Resonanzkurve für verschiedene Stärken der Oktupolbeimischung dargestellt. Man erkennt daß die Kurve ab einer gewissen Stärke der Störung drei verschiedenen Amplitudenwerte annehmen kann. Rechts sind Resonanzkurven für verschiedenen Anregungsamplituden F dargestellt. Zusätzlich in rot ist der Frequenzverlauf der freien Schwingung nach Gl.(4.7)

wichtige Eigenschaft anharmonischer Schwingungen ist das Springen der Amplitude A . Durchfährt man die Resonanz in Abb. 4.2 von niedrigen zu hohen Frequenzen, so folgt die Schwingungsamplitude der Kurve bis zu dem Punkt (1), an dem

die Resonanzkurve eine vertikale Tangente hat und springt unstetig zum Punkt (2) um dem Kurvenverlauf weiter zu folgen. Stimmt man die Frequenz dagegen von hohen zu niedrigen Werten über die Resonanz, so läuft die Bewegungsamplitude bis zum Punkt (3) und springt dann auf den Ast mit der größeren Amplitude (4). Dieses charakteristische Phänomen wurde experimentell sowohl bei der Anregung der Säkularfrequenzen, als auch beim Durchstimmen der Speicherparameter über nichtlineare Resonanzen beobachtet (vgl. Kapitel 6).

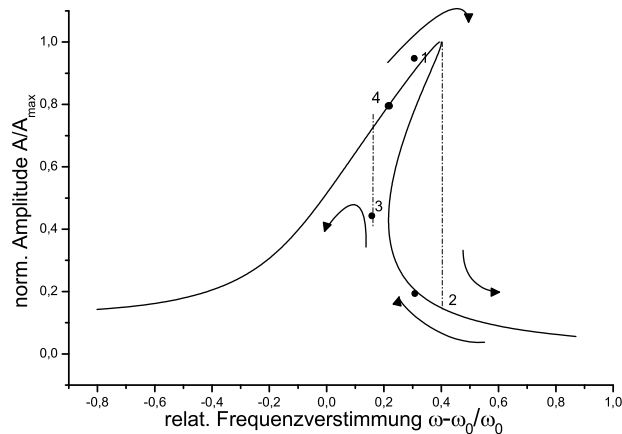


Abbildung 4.2: Darstellung zur Erläuterung der Sprung- und Hysterese-Erscheinung beim Durchstimmen der Frequenz in entgegengesetzten Richtungen über die Resonanz. Details finden sich im Text.

4.2 Laserkühlen

Die Speicherung von Ionen führt zu einer Verlängerung der Wechselwirkungszeit. Dadurch werden Limitierungen in der Präzision, die durch die Heisenbergsche Unschärferelation bestimmt sind, deutlich reduziert. Die Grenze der erreichbaren Genauigkeit wird dann im Wesentlichen durch den Dopplereffekt erster und zweiter Ordnung bestimmt, der aus der thermischen Bewegung des zu untersuchenden Systems herrührt. Daher ist eine Kühlung der Teilchen auf niedrige Temperaturen erforderlich. Laserkühlen stellt für atomare Systeme eine vergleichsweise einfache und sehr effiziente Methode dar, setzt allerdings ein geeignetes Termschema voraus.

Freie Atome mittels optischer Felder zu kühlen wurde bereits 1975 von Hänsch und Schawlow vorgeschlagen [46]. Wineland und Dehmelt [110] formulierten im gleichen Jahr die Idee, in Fallen gespeicherte Ionen optisch zu kühlen. Unabhängig

voneinander demonstrierten Neuhauser [76] und Wineland [111] Laserkühlen erstmals 1978 an gespeicherten Ba^+ bzw. Mg^+ -Ionen.

Für ein gebundenes System (wie es gespeicherte Ionen in einer Paulfalle darstellen) differenziert man zwischen zwei Regimen, die von der Zeitskala der beteiligten Prozesse – Oszillationsfrequenz im harmonischen Potential ω und Linienbreite des Kühlübergangs Γ – abhängen. Man unterscheidet zwischen der “schwachen Bindung“ bei der die Säkularfrequenz der Ionenbewegung wesentlich kleiner ist als die Linienbreite des Kühlübergangs ($\omega \ll \Gamma$) und dem der “starken Bindung“ für den umgekehrten Fall ($\omega \gg \Gamma$). Befindet man sich im Regime der schwachen Bindung, so kann das Speicherpotential in klassischer Weise betrachtet werden und Laserkühlen in Fallen lässt sich unter leichten Modifikationen mit der Theorie des Dopplerkühlens freier Atome beschreiben. Für den Fall der starken Bindung treten im Resonanzspektrum aufgelöste, diskrete Seitenbänder in Abständen der Säkularfrequenz auf. Das Teilchen sieht aufgrund seiner periodischen Bewegung ein frequenzmoduliertes Laserfeld. Hier ist zur Beschreibung des Kühlmechanismus eine quantenmechanische Betrachtung des Speicherpotentials erforderlich. Für gespeicherte Ionen gibt es daher zwei prinzipiell unterschiedliche Kühlmethoden, welche im folgenden bündig diskutiert werden. Zur Vereinfachung wird dabei ein Zweiniveausystem angenommen.

4.2.1 Dopplerkühlen

Das Prinzip der Dopplerkühlung beruht auf dem gerichteten Impulsübertrag, den ein Teilchen bei der Absorption eines Photons aus einem Laserstrahl erhält. Ist die Laserfrequenz gegenüber der atomaren Übergangsfrequenz ω_0 um einen Betrag $\Delta\omega$ rotverstimmt, so sieht ein freies Atom infolge des Dopplereffekts das Lichtfeld nur dann resonant, wenn es sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit auf den Laser zubewegt und nur dann erfolgt die Absorption eines Photons. Bei jeder Absorption wird auf das Atom ein Impuls $\Delta\vec{p} = \hbar\vec{k}$ übertragen. Bei der anschließenden spontanen Emission mitteln sich die Rückstoßimpulse über viele Zyklen zu Null, da die Abstrahlung isotrop in alle Raumrichtungen erfolgt. Der Energieerhaltungssatz bleibt dabei gewahrt, weil die Atome bei der Absorption eines Photons aus dem Laserfeld weniger Energie ($E_{abs} = \hbar(\omega_0 - \Delta\omega)$) aufnehmen, als sie bei der Aussendung eines Lichtquanten ($E_{emiss} = \hbar\omega_0$) wieder abgeben. Daher wird die Bewegung in Richtung des Laserstrahls *abgebremst*. Eigentliches *Kühlen* - also eine *Reduktion des Phasenraumvolumens* - eines Ensembles von Teilchen mit einer gegebenen Geschwindigkeitsverteilung erfolgt streng genommen erst dann, wenn dieses Prinzip auf alle Geschwindigkeitsklassen der Verteilung angewendet wird, so daß ihre Breite abnimmt und sich gleichzeitig ihr Schwerpunkt zu kleineren Geschwindigkeiten hin verschiebt.

Für gespeicherte Ionen muß deren Schwingung im Speicherpotential berücksich-

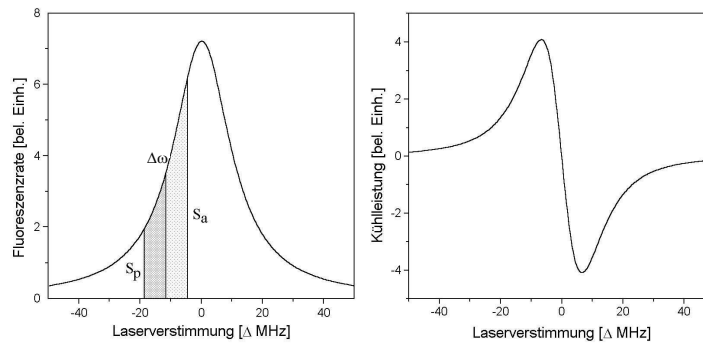


Abbildung 4.3: Dopplerkühlen unter Voraussetzung einer kleinen Bewegungsamplitude. Links ist die Absorptionswahrscheinlichkeit als Funktion der Laserverstimmung dargestellt. Die Kühlkraft (rechts) kann dann als Ableitung des Absorptionsprofils dargestellt werden. Für negative Laserverstimmungen wird gekühlt. In der Resonanzmitte verschwindet die Kühlkraft und geht für positive Verstimmung in Heizen über

tigt werden. Im Falle der schwachen Bindung liegen die durch die Oszillation erzeugten Seitenbänder innerhalb der Resonanzbreite des Kühlübergangs und werden nicht aufgelöst. Aufgrund der oszillatorischen Bewegung im zeitlich gemittelten Speicherfeld werden die Ionen abhängig von der Phase der Schwingung in unterschiedlichem Maße gekühlt bzw. aufgeheizt. Nimmt man eine kleine Schwingungsamplitude an, so folgt unter Vernachlässigung der Mikrobewegung eine periodische Geschwindigkeitsänderung. Ist der Laser nun um die Frequenz $\Delta\omega$ rotverstimmt, so ist die Photonenstreurate für Ionen, die sich auf den Laser zubewegen (S_a) größer als für Ionen, die sich mit der Ausbreitungsrichtung des Lasers bewegen (S_p) (vgl. Abb. 4.3). Die Gesamtstreurate ergibt sich durch Mittelung über eine Oszillationsperiode an der Stelle $\Delta\omega$. Unter Berücksichtigung des Vorzeichens der Bewegung bleibt daher eine Nettokühlleistung über. Es lässt sich zeigen, daß die Kühlleistung unter den gemachten Voraussetzungen als Ableitung der Absorptionslinie nach der Laserverstimmung dargestellt werden kann. Die Laserverstimmung zum Erreichen resonanter Absorption kann auch als Maß der Ionenenergie dienen. Damit ergibt sich eine verschwindende Kühlleistung für in Ruhe befindliche Ionen (genaugenommen mittelt sie sich unter Annahme minimaler Schwingungsamplituden zu Null). Sie wächst mit zunehmender kinetischer Energie der Teilchen an und wird maximal bei einer Verstimmung von $\Delta\omega = -\frac{\Gamma}{2}$. Die mit dieser Methode theoretisch erreichbare Minimaltemperatur ist durch die spontane Emission von Photonen begrenzt, da diese zu einer diffusen Impulsverteilung führt. Diese minimale Temperatur bezeichnet man

als Dopplerlimit; sie wird durch die Linienbreite Γ des Kühlübergangs bestimmt.

$$T_{Doppler} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}, \quad (4.11)$$

Die Breite des Ca^+ Kühlübergangs bei 397nm beträgt 23 MHz, woraus eine theoretisch erreichbare Minimaltemperatur von $T_{Doppler}=0,55\text{mK}$ resultiert.

4.2.2 Seitenbandkühlen

Befindet man sich im Regime der starken Bindung ($\omega \gg \Gamma$), so enthält das optische Spektrum des Ions im Laborsystem wohlaufgelöste, diskrete Seitenbänder im Abstand $\pm n\omega$, wobei ω die Schwingungsfrequenz des Ions im harmonischen Speicherpotential bezeichnet. Stimmt man die Frequenz des Kühllasers auf das erste niederfrequente Seitenband ab, so ist die Absorption eines Photons aus dem Lichtfeld mit der Energie $\hbar(\omega_0 - \omega)$ nur dann möglich, wenn der fehlende Energiebetrag $\hbar\omega$ aus der Schwingungsenergie des Ions entnommen wird. Bei der anschließenden Emission entsendet das Ion im Mittel ein Photon der Energie $\hbar\omega$. Jedes gestreute Photon reduziert die Schwingungsenergie des Ions um den Betrag $\hbar\omega$. Da eine Bewegung in einem harmonischen Potential angenommen wurde, erniedrigt also jeder Zyklus die Schwingungsquantenzahl um eins. Auf diese Weise kann die Ionenbewegung optisch in den Grundzustand des Speicherpotentials gepumpt werden. Das niederfrequente Seitenband im Absorptionsspektrum des Ions verschwindet sobald die Nullpunktsenergie der Schwingung erreicht ist; darüber kann das Erreichen des Grundzustands nachgewiesen werden. Der Grundzustand der Oszillation in einem harmonischen Fallenpotential wurde 1989 am NIST, Boulder (Colorado) erstmals mit einem einzelnen Hg^+ -Ion erreicht [31].

Aufgrund der Frequenzverhältnisse in der hier verwendeten Falle ($\omega \simeq 500\text{kHz}$ und $\Gamma_{397} \simeq 23\text{MHz}$) ist Seitenbandkühlen auf dem starken $4\text{S}_{1/2}$ - $4\text{P}_{1/2}$ Dipolübergang nicht möglich. Daher wird nicht detaillierter auf dieses Kühlverfahren eingegangen.

4.3 Grundlagen der Laserstabilisierung

Alle Laser und insbesondere Diodenlaser unterliegen Frequenz- und Phasenschwankungen, so daß sie ohne Maßnahmen vor allem zur Stabilisierung ihrer Frequenz für Präzisionsexperimente und Laserkühlen nicht geeignet sind. Dabei unterscheidet man grundsätzlich zwei Arten von Stabilitätsschwankungen, die sich auf unterschiedlichen Zeitskalen abspielen und unterschiedliche Ursachen haben. Unter Kurzzeitschwankungen versteht man schnelle Fluktuationen der Laserfrequenz um die Emissionswellenlänge des Lasers herum. Diese sind zum Beispiel durch das

Rauschen der Stromnetzteile, statistischen Fluktuationen in den Laserresonatoren oder hochfrequenten akustischen Störungen bedingt. Das Driften der zentralen Wellenlänge vom Sollwert bezeichnet man als Langzeitschwankung. Diese wird in erster Linie durch äußere Faktoren wie Temperatur- und Luftdruckschwankungen verursacht.

Seit der Einführung von Lasern haben sich verschiedene Arten der Frequenzstabilisierung etabliert. Sie unterscheiden sich im Wesentlichen in der Wahl der Frequenzreferenz und in der Erzeugung des Fehlersignals. Allen gemeinsam dagegen ist die Verwendung eines Mediums, welches ein frequenzabhängiges Transmissions- bzw. Emissionsprofil besitzt. Auf diese Weise erfolgt eine Transformation der Frequenzänderung in eine Intensitätsänderung, die dann mit einem Photodetektor in ein elektrisches Signal umgewandelt wird, welches schließlich zur Regelung eingesetzt wird.

Als Referenzfrequenzen dienen z.B. atomare bzw. molekulare Absorptionslinien (Stabilisierung mittels Sättigungsspektroskopie [102], Resonanzsignale in Reflexion oder Transmission stabiler optischer Resonatoren [47],[35] oder (kommerzielle) stabilisierte Referenzlaser, an die über ein Transfer- und Vergleichsmedium der zu stabilisierende Laser angekoppelt wird.

4.3.1 Eigenschaften optischer Resonatoren

In diesem Experiment werden zur Stabilisierung aller Laser konfokale optische Resonatoren verwendet, da sie gegenüber anderen Typen am wenigsten kritisch in der Justierung sind. Sie dienen der Erzeugung eines Fehlersignals, mittels welchem die Laserfrequenz geregelt werden soll. Hierbei wird ausgenutzt, daß sich in einem Resonator durch Vielstrahlinterferenz nur für bestimmte Wellenlängen ein stationäres elektro-magnetisches Feld (Resonanz) ausbildet und damit seine Transmission von der Laserfrequenz abhängt. Für einen Resonator der Länge L mit Spiegeln der Reflektivität R ist die Intensität des transmittierten Lichtes gegeben durch die Airy-Formel

$$I_T = \frac{(1 - R)^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\frac{\delta}{2})} \quad \text{mit} \quad \delta = \frac{2\pi(2nL)}{\lambda} + \Delta\phi \quad (4.12)$$

δ ist dabei die Phasenänderung der Teilwellen, die sowohl von der Länge des Resonators als auch von der Wellenlänge des in den Resonator eingekoppelten Lichtes abhängt und n der Brechungsindex im Resonatormedium. $\Delta\phi$ berücksichtigt etwaige Phasensprünge bei der Reflexion. Bei gegebener Resonatorlänge wird die Transmission maximal für

$$\nu_q = q \frac{c}{2nL} \quad (4.13)$$

also dann, wenn sich im Resonator stehende Wellen ausbilden. Dabei ist q die sogenannte longitudinale Modenzahl, die angibt, wieviele Schwingungsbäuche die

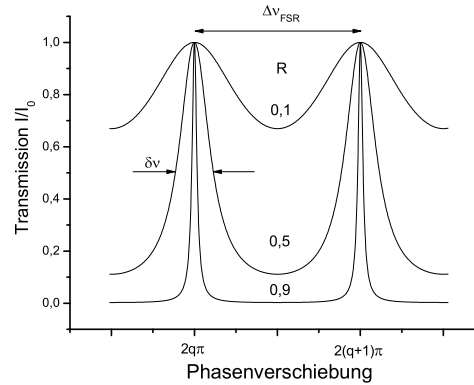


Abbildung 4.4: *Transmissionskurve eines verlustfreien optischen Resonators bei verschiedenen Reflektivitäten seiner Spiegel*

Feldverteilung im Resonator besitzt. Der Frequenzabstand $\Delta\nu_{FSR}$ zwischen zwei benachbarten longitudinalen Moden ist gegeben durch

$$\Delta\nu_{FSR} = \nu_{q+1} - \nu_q = \frac{c}{2nL} \quad (4.14)$$

und wird als freier Spektralbereich bezeichnet. Das Verhältnis F aus freiem Spektralbereich und Halbwertsbreite der Transmissionspeaks nennt man Finesse.

$$F = \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\delta\nu} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (4.15)$$

Aus Gleichung (4.15) ist ersichtlich, daß eine hohe Spiegelreflektivität sehr schmale Transmissionen zur Folge hat. Dieses ist in Abb.4.4 dargestellt. Dieses ist bei der Auslegung von optischen Resonatoren für eine Frequenzstabilisierung von Lasern zu berücksichtigen, da die Bandbreite der Regelschleifen daran angepasst werden muß.

Es gibt mehrere Methoden Laser mit elektronischen Regelschleifen auf passive Resonatoren zu stabilisieren. Im Folgenden werden die beiden Varianten beschrieben, welche an diesem Experiment zum Einsatz kommen.

4.3.2 Flankenstabilisierung

Bei der Flankenstabilisierung wird der Laser auf eine Flanke des Cavity-Signals geregelt. Ein möglichst lineares Fehlersignal erreicht man, indem der Arbeitspunkt dort gewählt wird, wo die Airy-Funktion ihren Wendepunkt hat, also ungefähr auf der halben Amplitude des Peaks. Um ein richtungsabhängiges Fehlersignal zu erhalten,

das an dieser Stelle verschwindet, kann man prinzipiell einen konstanten Offset vom Durchlaßsignal abziehen. Aufgrund von Leistungsschwankungen des Lasers können dabei jedoch falsche Fehlersignale entstehen. In der Praxis wird deshalb ein Referenzstrahl mit der halben Amplitude des von der Cavity transmittierten Peaks verwendet und von diesem abgezogen. In Abb. 4.5 ist der schematische Aufbau

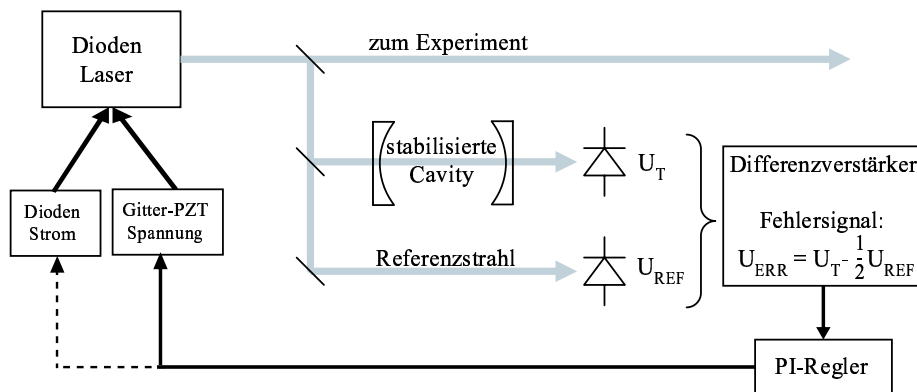


Abbildung 4.5: Schematischer Aufbau einer Flankenstabilisierung

einer Flankenstabilisierung dargestellt. Der Strahl des zu stabilisierenden Lasers wird in zwei Strahlen aufgeteilt. Einer wird durch die Cavity gefädelt, während der zweite als Referenzstrahl dient. Mit zwei Photodioden werden Transmissions- und Referenzsignal aufgenommen und an einen Differenzverstärker weitergeleitet. Dieser bildet durch Subtraktion ein direkt verwertbares Fehlersignal, welches an einen PI-Regler gegeben wird, der dann über die Stellglieder des Lasers (Diodenstrom und Piezospannung des Gitters) dessen Frequenz regelt. Der Eingangsbereich ist auf etwa die halbe Linienbreite des Transmissionssignals begrenzt.

Eine Regelung, die auf diesem Prinzip basiert, ist gegen äußere Lichtquellen empfindlich und muß deshalb dagegen abgeschirmt werden. Sie ist darüber hinaus eher für Systeme mit genügend optischer Leistung geeignet, da ein gewisser Prozentsatz des Lichtes für den Referenzstrahl aufgebracht werden muß. Allerdings zeichnet sich die Flankenstabilisierung durch einen relativ einfachen optischen Aufbau und vergleichsweise einfache Elektronik aus. Die Regelbandbreite ist im Wesentlichen durch die elektronischen Elemente bestimmt, stellt aber heutzutage durch die erhältlichen schnellen Bauteile kein Problem mehr dar. Dieses Prinzip der Frequenzstabilisierung eignet sich daher besonders zur Erhöhung der Kurzzeitstabilität von Lasern.

4.3.3 Stabilisierung auf ein Ableitungssignal

Bei dieser Variante der Frequenzstabilisierung eines Lasers wird entweder die zu stabilisierende Laserfrequenz oder die Resonanzfrequenz der Referenzkavität moduliert. Das auf diese Weise amplitudenmodulierte Durchlaßsignal des Resonators wird mittels Lock-In-Technik phasensensitiv nachgewiesen (Abb. 4.6). Für kleine Modulationshübe ist das demodulierte Signal am Ausgang des Detektors proportional zur Ableitung der Transmissionskurve und in seinem Nulldurchgang in erster Näherung linear. Aufgrund seines dispersiven Charakters ist eine Richtungsabhängigkeit vorhanden und es kann somit unmittelbar als Fehlersignal verwendet werden. Da

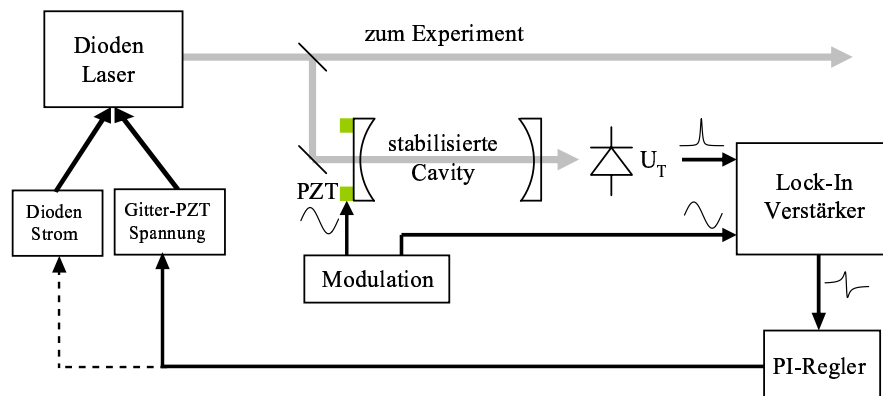


Abbildung 4.6: Vereinfachte Darstellung der Frequenzstabilisierung auf ein Ableitungssignal.

bei dieser Methode der Arbeitspunkt die Nullstelle der Ableitung ist, wird immer auf das Maximum des Resonanzsignals geregelt. Daher bewirken Leistungsschwankungen des Lasers hierbei keine Verfälschung des Fehlersignals und somit wird kein Referenzstrahl benötigt. Der Empfangsbereich dieses Regelungstyps ist die gesamte Breite des Durchlaßsignals und letztlich nur durch die Singalstärke bestimmt. Durch die phasensensitive Detektion der Resonatortransmission ist die Stabilisierung mittels Lock-In unempfindlich gegen äußere Störlichtquellen und es können darüberhinaus sehr kleine Signale, die nur knapp über dem Rauschen liegen erfasst werden - es sind also nur kleine Lichtleistungen erforderlich. Gegenüber der Flankenstabilisierung benötigt man bei der Stabilisierung auf das Ableitungssignal eine komplexere Elektronik und die Bandbreite ist durch die Modulationsfrequenz beschränkt. Diese Form der Frequenzregelung eignet sich daher vor allem für die Langzeitstabilisierung von Lasern.

Kapitel 5

Experimenteller Aufbau

Im folgenden Kapitel wird der Aufbau des Experimentes beschrieben. Eine Gesamtübersicht ist in Abb. 5.1 dargestellt. Die lineare Paulfalle befindet sich in einer Apparatur unter Ultrahochvakuum (UHV) Bedingungen bei einem Druck von typischerweise $1 \cdot 10^{-10}$ mbar, der durch zwei Pumpen aufrechterhalten wird. Mehrere Frequenzgeneratoren und Gleichspannungsnetzteile stellen die Felder zur Speicherung und Anregung der Ionen bereit. Mit einem Lasersystem, bestehend aus einem

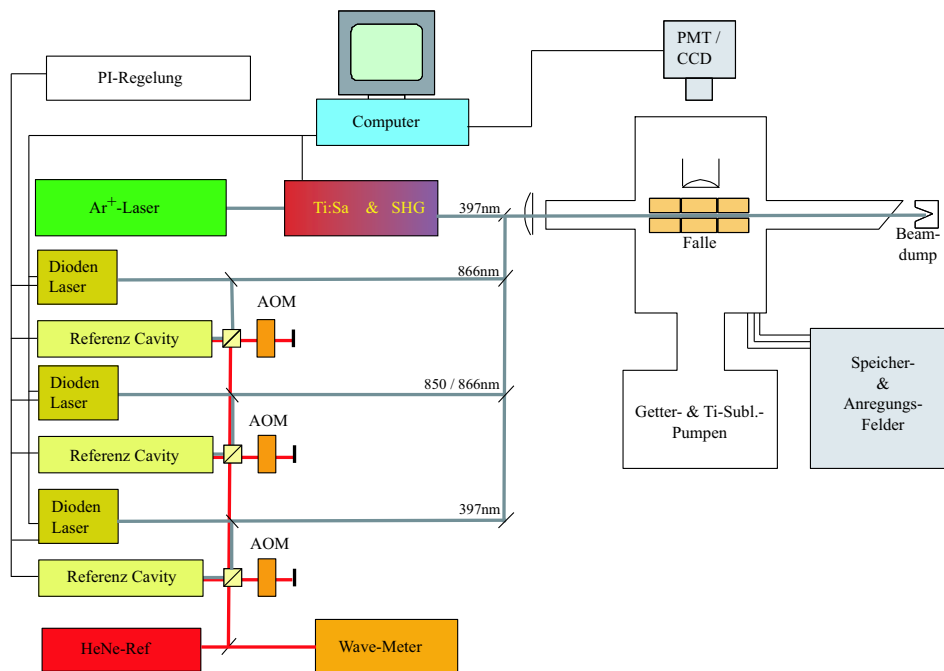


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung des experimentellen Gesamtaufbaus

resonatorintern frequenzverdoppelten Titan-Saphir-Laser und drei driftstabilisierten Diodenlasern, werden alle für das Experiment notwendigen Lichtfelder bei 397, 866 und 850 nm erzeugt. Die Wellenlängeneinstellung aller verwendeter Laser erfolgt mit einem Wavemeter. Als Referenz für das Wavemeter und die drei Driftstabilisierungen dient ein kommerzieller stabilisierter Helium-Neon-Laser. Die Laserstrahlen werden mit einem Dichroiten überlagert und in das Fallenzentrum fokussiert.

Die Detektion der Ionen erfolgt optisch, entweder durch einen Photomultiplier oder orts aufgelöst mit einer CCD-Kamera. Die Steuerung des Experiments und die Datenaufnahme geschieht mittels eines PCs.

5.1 Die Falle

In diesem Experiment wird eine lineare Paulfalle verwendet, bei der zum axialen Einschluss der Ionen die Elektroden segmentiert sind. Durch diesen offenen Aufbau können die für die Experimente erforderlichen Laser mit kleinen Winkeln oder auf der Fallennachse selbst in die Falle eingekoppelt werden. Die Elektroden (Abb. 5.2) bestehen aus vier parallelen und jeweils in drei Segmenten unterteilten sauerstofffreien Kupferstäben von 6 mm Durchmesser und sind auf Gewindestangen aus VA-Stahl montiert. Die mittleren Segmente besitzen eine Länge von 15 mm und die Endsegmente eine Länge von 13 mm. Die einzelnen Segmente haben einen Abstand von 0,5 mm zueinander und sind gegenseitig, gegen die Gewindestangen und gegen die seitlichen Halterungen durch Macorringe im Inneren der Stäbe elektrisch isoliert.

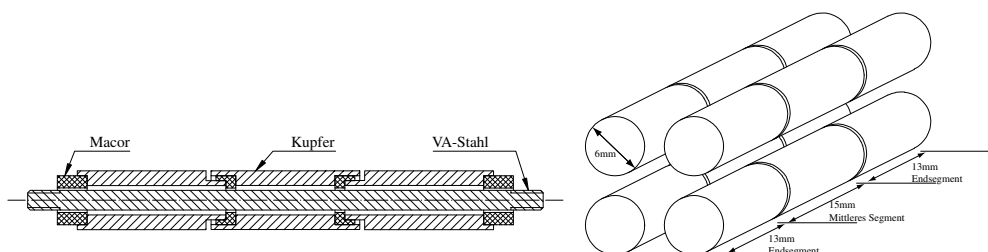


Abbildung 5.2: Darstellung der Fallenelektroden. Links: Schnittzeichnung durch einen Elektrodenstab; rechts: Gesamtansicht der Falle

Durch diese Konstruktion wird eine elektrostatische Aufladung des Macors, die zu unerwünschten Patchpotentialen führen würde, weitestgehend vermieden. Der Radius der Falle r_0 , definiert durch den Abstand des Fallenzentrums zur Oberfläche der Elektroden beträgt 2,66 mm. Zusammen mit dem Durchmesser der Elektroden stellt dies eine sehr gute Näherung eines idealen Quadrupolfeldes dar, wie es von hyperbolisch geformten Elektroden erzeugt würde [28].

5.2 Die Vakuumapparatur

Die Ionenfalle ist in einem aus VA-Stahl gefertigten Vakuumtopf mit Conflat-Flanschen untergebracht. Von diesem Topf gehen senkrecht zueinander, in jede Raumrichtung und jeweils gegenüberliegend zwei Öffnungen ab, an die weitere Vakuumelemente bzw. Sichtfenster angeflanscht werden können. An zwei, entlang der Fallenachse liegenden Flanschen sind die Ein- bzw. Auskoppelfenster für die Laser angebracht. Zur Streulichtreduktion ist das Austrittsfenster im Brewsterwinkel relativ zum Austrittswinkel der Laserstrahlen angebracht. An der oberen Öffnung befindet sich ein Sichtfenster durch welches das Fluoreszenzlicht der Ionen beobachtet wird. Vertikal zur Fallenachse kann vorne durch ein weiteres Fenster visuell das Glühen der Öfen und der Elektronenkanone bei der Ionenerzeugung kontrolliert werden. Alle Apparaturfenster sind an speziellen, ausheizbaren Glas-Metall Übergängen angebracht. Ebenfalls vertikal zur Fallenachse und nach hinten sind an einem Kreuz-Stück ein Restgasanalysator (VG ARGA Plus) zur Druck- und Partialdruckmessung, ein Nadelventil zum gezielten Puffergaseinlass und ein Eckventil zum Auspumpen der Apparatur montiert. Am unteren Flansch ist über ein T-Stück senkrecht zur Flanschachse eine Titan-Sublimationspumpe montiert. Damit wird verhindert, daß Titan bei Sublimation in den oberen Apparaturbereich gelangt und diesen und insbesondere die Fallenelektroden verunreinigt. Am untersten Ende der Apparatur befindet sich eine Ionengetterpumpe. Um typische UHV Bedingungen ($1 \cdot 10^{-10}$ mbar) zu erhalten, wird die Apparatur mit einer Turbomolekularpumpe ausgepumpt. Um auch schwerflüchtige Substanzen aus dem Stahlwänden zu entfernen ist außerdem ein gleichzeitiges Ausheizen der Apparatur notwendig. Typischerweise wird dabei das ganze System für einige Tage auf eine Temperatur von ca. 250°C gebracht. Nach dem Ausheizen halten die beiden fest angebrachten Pumpen das Vakuum aufrecht. Dabei besitzt die Titan Sublimationspumpe den Vorteil, daß in bestimmten zeitlichen Abständen der Titangetterfilm durch eine Sublimation erneuert werden kann.

5.3 Die Ionenerzeugung

Die Erzeugung der Ca^+ -Ionen erfolgt durch einen Atomstrahl, der durch Elektronenbeschuß im Falleninnenraum ionisiert wird. Zur Erzeugung der Ionen stehen zwei unterschiedliche Atomöfen zur Verfügung. Einer der Öfen ist aus einem Stab einer Aluminiumoxidkeramik (Frialit) mit 5 mm Durchmesser gefertigt. In Längsrichtung sind in den Stab vier parallele Löcher gebohrt. Zum Heizen ist durch drei dieser Löcher ein 0,2 mm dicker Wolframdraht gefädelt, das verbleibende Loch ist auf der Rückseite verplombt und mit metallischem Ca-Pulver gefüllt. Zum Heizen des Ofens wird ein Strom von ungefähr $I=3,2$ A für ca. 15-20 Minuten durch den Draht ge-

schickt. Dieser Ofen eignet sich besonders für große Ionenzahlen. Der zweite Ofen besteht aus einem Tantalröhrchen mit 1mm Durchmesser und einer Wandstärke von 0,1 mm. Durch dieses ist wieder ein Wolframdraht durchgefädelt und das Röhrchen selbst ist am einen Ende zugequetscht und mit metallischem Ca-Pulver gefüllt. Um

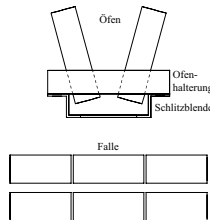


Abbildung 5.3: Die Atomöfen

eine schnelle Dissipation der Wärme zu verhindern, ist das ganze in einen Macorzylinder gefasst. Da der Heizdraht im Gegensatz zum ersten Ofen jetzt direkten Kontakt mit dem Ca-Pulver hat, benötigt man mit diesem Ofen eine wesentlich kürzere Erzeugungszeit - typischerweise beträgt sie nur noch ein bis zwei Minuten. Beide Öfen sind auf dem selben Halter montiert und besitzen einen kleinen Winkel zur Fallenmitte hin. Die bei beiden Öfen aus dem Heizdraht austretenden Elektronen reichen bereits zur Stoßionisation aus, dennoch ist dem Ofen gegenüber - auf der anderen Fallenseite - eine Elektronenkanone eingebaut, welche zur Erhöhung der Erzeugungseffizienz dient und bei Bedarf zusätzlich eingeschaltet werden kann.

5.4 Spannungsversorgung der Falle

Für die Erzeugung hoher Spannungsamplituden bei einer Speicherfeldfrequenz von 2 MHz wurde eine MOSFET-Verstärkerschaltung als Impedanzwandler zur Leistungsverstärkung aufgebaut, an deren Eingang das mit 1:15 transformierte Sinussignal eines Frequenzsynthesizers anliegt. Die so verstärkte Wechselspannung wird anschließend nochmals mit einem Ringkerntransformator resonant hochtransformiert. Der Resonanzschwingkreis auf der Fallenseite besteht dabei aus den Wicklungen der Sekundärspule und einer Kapazität, die durch die Zuleitungen, der Falle selbst und einem 10:1 Tastkopf zum Überwachen der HF-Amplitude gebildet wird. Dabei wird die HF-Amplitude des radialen Speicherfeldes über den Frequenzgenerator eingestellt. Die so generierte Speicherspannung wird über Koppelkondensatoren ($C=5\text{nF}$) an zwei ganze, sich diagonal gegenüberliegende Fallenstäbe angelegt. Auf diese Weise minimieren sich Feldverzerrungen am Rande der Mittelelektroden. Die

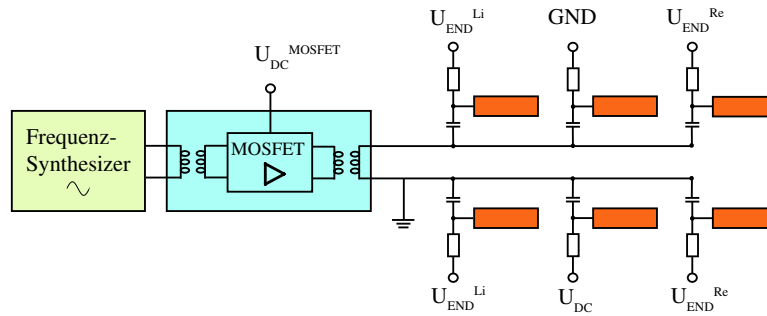


Abbildung 5.4: *Fallenbeschaltung.* Dargestellt sind zwei benachbarte Elektrodenstäbe. Das Hochfrequenzfeld wird durch einen MOSFET verstärkt und mit einer Ringkernspule hochtransformiert. Die Einkopplung in die Falle erfolgt über Koppelkapazitäten ($C=5\text{nF}$). An jede Elektrode kann über Widerstände ($R=5\text{M}\Omega$) individuell eine Gleichspannung angelegt werden. Die diagonal liegenden Elektroden sind entsprechend beschaltet.

Elektrodenstäbe auf der Gegendiagonalen liegen bezüglich der Hochfrequenz auf Masse.

Durch die Koppelkondensatoren sind alle Elektroden voneinander getrennt, so daß jede der zwölf Elektroden individuell auf ein Gleichspannungspotential gelegt werden kann. Mit einer zusätzlichen Gleichspannung U_{DC} auf zwei diagonalen Mittelelektroden lässt sich gezielt die radiale Potentialsymmetrie aufheben ($a \neq 0$). Die Spannungen U_{END} zum axialen Einschluss der Teilchen werden jeweils an alle vier Endelektroden jeder Seite angelegt. Für jedes Fallenende steht ein eigenes Gleichspannungsgerät zur Verfügung und ermöglicht eine unabhängige Variation der Potentialhöhen an den Elektroden jeder Fallenseite.

5.5 Die Lasersysteme

Da die für das Experiment relevanten Energieniveaus beim Ca^+ -Ion ein geschlossenes Λ -System bilden, sind zur Anregung, Kühlung und Detektion der Ionen mindestens zwei Laserwellenlängen - bei 397 nm und 866 nm - notwendig. Zur Präparation der Ionen in den $3\text{D}_{5/2}$ -Zustand ist ein weiterer Laser bei 850 nm erforderlich. Das bisherige Lasersystem bestand aus einem Titan-Saphir-Laser zur Erzeugung der Kühlwellenlänge bei 397 nm und zwei gitterrückgekoppelten Diodenlasern für die Übergänge bei 866 nm und 850 nm. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die vorhandenen Diodenlasersysteme um eine Driftstabilisierung auf einen Referenzlaser ergänzt und ein drittes, ebenfalls stabilisiertes, Diodensystem bei 397 nm aufgebaut.

5.5.1 Titan-Saphir Laser

Zur Erzeugung der Kühlwellenlänge bei 397 nm wurde zunächst ein kommerzieller frequenzverdoppelter Titan-Saphir Ringlaser (Modell CR-899) der Firma COHERENT mit einer intra-cavity Frequenzverdopplung betrieben. Zum Pumpen des Ti:Sa-Lasers wird - ebenfalls von COHERENT - ein Argon-Ionen Laser des Typs Innova 200 bei einer derzeitigen (altersbedingten) Pumpleistung von 10 W im MLVS Betrieb (**multiline visible**) eingesetzt. Die Verwendung eines Ringresonators liegt im breiten Verstärkungsprofil des Ti:Sa (700 nm - 1,1 μm) begründet. Während sich in einem linearen Resonator stehende Wellen ausbilden kann es zum sogenannten "spatial hole burning" kommen, bei dem benachbarte Moden durch Ausnutzung der nicht gesättigten Stellen im aktiven Medium verstärkt werden. Bei einem Ringresonator dagegen entsteht eine fortlaufende Welle, die bei ihren Umläufen (sukzessive) das gesamte Medium ausnutzt, womit sich eine beträchtliche Erhöhung der Monomodendleistung erreichen lässt. Zur schmalbandigen Einmodenoszillation werden im Wesentlichen drei optische Elemente verwendet (dünnes Etalon, dickes Etalon, und Birefringent-Filter). Eine optische Diode dient zur Erzwingung einer Umlaufrich-

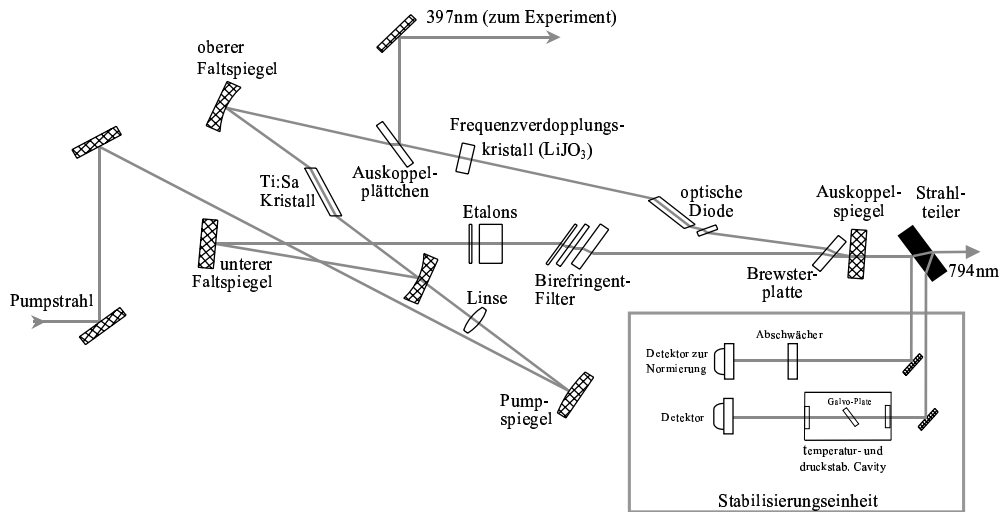


Abbildung 5.5: Schematischer Aufbau des Titan-Saphir-Lasers mit seiner Flankenstabilisierung

tung im Resonator. Der Ringresonator wird durch eine Flankenstabilisierung auf eine thermisch und druckstabilisierte Referenzkavitat geregelt. Die Verstimmung der Laserfrequenz erfolgt durch Variation der optischen Weglange im Referenzresonator mittels einer Galvo-Platte. Die Regelelektronik zieht den Laser dann wieder in

Resonanz mit der Cavity. Laut Herstellerspezifikation beträgt die Frequenzstabilität des Ti:Sa bei der Grundwelle 500 kHz.

Die Frequenzverdopplung zur Erzeugung des Lichtfeldes bei 397 nm erfolgt mit einem LiJO_3 Kristall der Firma Döhler innerhalb des Ringresonators, da die Leistung der zweiten Harmonischen quadratisch von der Leistung der Fundamentalwelle am Ort der Verdopplung abhängt. Um die umlaufende Leistung im Resonator zu erhöhen, ist der ursprüngliche Auskoppelspiegel ($R \simeq 95\%$) durch einen hochreflektierenden Spiegel ($R \geq 99,8\%$) ausgetauscht. Die UV Strahlung wird über ein dichroitisches bei 794 nm kaum reflektierendes Glasplättchen aus dem Resonator gekoppelt, so daß annähernd die gesamte Leistung der Grundwelle im Resonator verbleibt. Die so erhaltene Ausgangsleistung bei 397 nm betrug zur Zeit der hier durchgeführten Experimente maximal 1 mW.

5.5.2 Die Diodenlaser

Bei allen in diesem Experiment verwendeten Diodenlasern handelt es sich um sogenannte "extended cavity diode laser" in einer Littrow-Anordnung (Abb.5.6), bei der eine passive Frequenzstabilisierung des Lasers durch optische Rückkopplung der ersten Ordnung eines Reflexionsgitters erfolgt. Der verlängerte Resonator wird durch die Austrittsfacette der Laserdiode und das Gitter gebildet. Die aus der Diode stark divergent austretende Strahlung wird zunächst durch eine kurzbrennweitige Linse hoher numerischer Apertur kollimiert. Der so geformte Laserstrahl trifft anschließend auf das Reflexionsgitter. Da der Winkel der rückreflektierten 1. Ordnung von

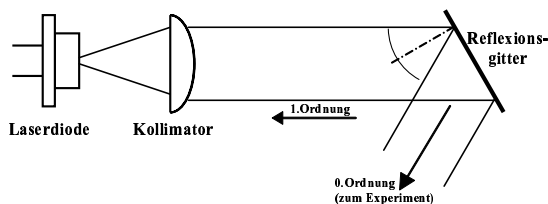


Abbildung 5.6: Der Littrowaufbau

der Frequenz abhängt, ist die Rückkopplung frequenzselektiv. Dadurch kann man die Wellenlänge des Lasers durch Verstellen des Gitterwinkels über einen großen Bereich ($\Delta\lambda \simeq \pm 10$ nm) durchstimmen. Die nullte Ordnung wird aus dem Resonator reflektiert und steht dem Experiment zur Verfügung.

Der in unserem Labor verwendete Aufbau (Abb.5.7) ist möglichst flach und kompakt und damit auf größtmögliche Stabilität ausgelegt. Alle mechanischen Teile sind aus Aluminium gefertigt. Auf einer thermisch stabilisierten Grundplatte sind die Diode, die Kollimationslinse und das Gitter montiert. Eine sehr dünne Schicht aus

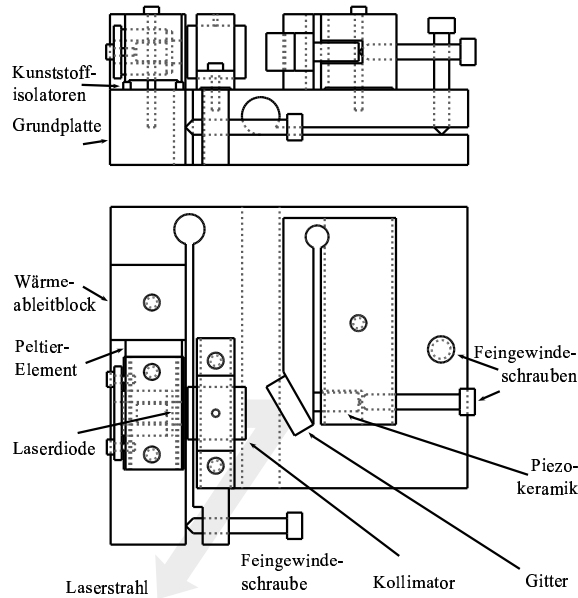


Abbildung 5.7: *Diodenlaser Vereinfachter Aufbau*

Wärmeleitpaste zwischen der Grundplatte und einer weiteren Bodenplatte dämpft Schwingungen, die von aussen an das System gelangen. Die Laserdioden sitzen in einem Diodenhalter, der durch Kunststoffisolatoren thermisch von der Grundplatte entkoppelt ist und bei Bedarf unabhängig davon geregelt werden kann. Die Kollimationslinsen sind in Kunststoffhülsen gefasst und in Aluminiumhalter eingesetzt, so daß sie in alle Raumrichtungen justiert werden können. Mittels Feingewindeschrauben lassen sich über Festkörpergelenke der Abstand des Kollimators zur Diode, sowie horizontaler und vertikaler Gitterwinkel zur Optimierung des optischen Feedbacks einstellen. Eine Piezokeramik im Gitterhalter dient zur Feinabstimmung der Wellenlänge. Der gesamte Aufbau ist zur Unterdrückung vor direkten akustischen Störungen, Luftströmungen und rapiden Temperaturänderungen in einem mit Styropor verkleideten Aluminiumgehäuse untergebracht.

Um Wellenlängenänderungen, die durch Temperaturschwankungen der Laserdiode selbst und durch temperaturbedingte Längenvariation des externen Resonators verursacht werden zu vermeiden, wird eine digitale Regelung eingesetzt [67]. Über einen programmierbaren CCONTROL-Chip wird die Solltemperatur eingestellt und die Regelung den jeweiligen Anforderungen angepasst. Die Temperatur der Grundplatte bzw. des Diodenhalters wird mit einem Temperatursensor (AD590) gemessen und innerhalb des Diodenlasergehäuses digitalisiert. Damit ist gewährleistet, daß keine äußeren Störungen das Temperatursignal vor der Umwandlung verfälschen. Die damit erreichte Temperaturstabilität beträgt ± 1 mK.

Die blaue Laserdiode bei 397 nm

Im Rahmen dieser Arbeit wurde an diesem Experiment ein driftstabilisiertes Diodenlasersystem im nahen ultraviolett zur Erzeugung des Laserfeldes für den $4S_{1/2}$ - $4P_{1/2}$ Übergang bei 397 nm aufgebaut. Die zum Einsatz gekommene UV-Laserdiode

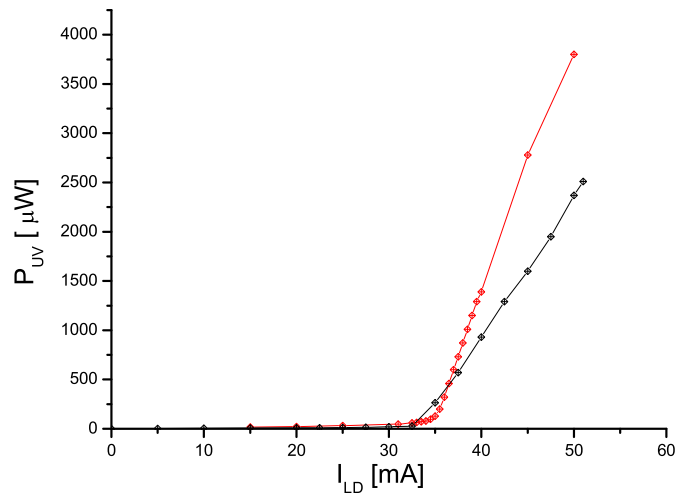


Abbildung 5.8: UV-Laserdiodenkennlinie schwarz: mit opt. Feedback $I_{thr}=32,00\text{mA}$, $\frac{\Delta P}{\Delta I}=136(3)\frac{\mu\text{W}}{\text{mA}}$, rot: ohne opt. Feedback, $I_{thr}=35,02\text{mA}$, $\frac{\Delta P}{\Delta I}=253(4)\frac{\mu\text{W}}{\text{mA}}$.

(NICHIA NHLV-500(A)) hat freilaufend eine Laserschwelle bei 35,02 mA. Durch die optische Rückkopplung mit einem Reflexionsgitter als externen dispersiven Resonator, werden für eine bestimmte Wellenlänge die Verluste reduziert. Als Folge schwingt diese Wellenlänge leichter an. Dieses ist in einer Reduktion der Schwellstromstärke auf 32,00 mA beobachtbar (Abb. 5.8). Die Wellenlänge hängt zum einen vom Verstärkungsprofil der Laserdiode, zum anderen vom Modenabstand der Resonatoren ab. Eine Veränderung der Betriebsparameter, wie Temperatur oder Strom führt daher nur in einem begrenzten Bereich zu einer kontinuierlichen Wellenlängenverstimmung. Beim Wechsel von einem Bereich zum nächsten, springt die Laserfrequenz in die Mode mit der größten Verstärkung. Die linke Graphik in Abb. 5.9 stellt das Verhalten der blauen Laserdiode bei konstantem Gitterwinkel und variierter Stromstärke dar.

Im Falle der optischen Rückkopplung dominieren die Moden der externen Cavity. Auf diese Weise ist ein single-mode Betrieb bei gleichzeitiger Kontrolle der Wellenlänge möglich. Die Laserfrequenz wird dabei durch den Gitterwinkel bestimmt. Die Emission der Laserdiode folgt solange der Resonanzfrequenz der externen Ka-

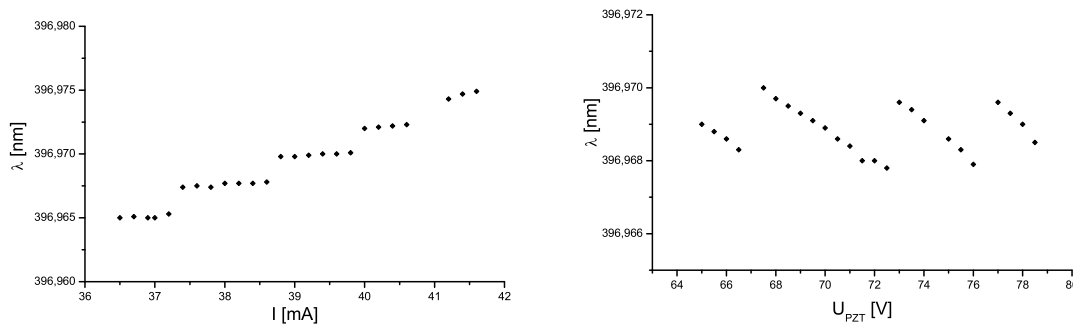


Abbildung 5.9: links: Wellenlängen-Strom-Kennlinie bei einer Piezospannung von 70,00 V. In den kontinuierlichen Bereichen gilt $3,6(8) \cdot 10^{-4} \text{ nm/mA}$, rechts: Wellenlängen-Piezospannungs-Kennlinie bei einem Diodenstrom von 38,96 mA. In den kontinuierlichen Bereichen gilt $-5,3(9) \cdot 10^{-4} \text{ nm/V}$.

vität, bis sie durch einen Sprung in die nächste benachbarte Modenordnung gelangt. Man erhält dadurch eine annähernd periodische zwischen den Modensprüngen kontinuierliche Wellenlängenabhängigkeit vom Gitterwinkel. In Abb. 5.9 (rechts) ist dieser Zusammenhang als Funktion der Gitterpiezospannung aufgetragen.

Bei der Aufnahme der Abhängigkeit der Wellenlänge vom Diodenstrom bei einer festen Piezospannung des Gitters bzw. der Abhängigkeit von der Piezospannung bei festem Diodenstrom zeigten sich in den kontinuierlichen Bereichen zwischen den Modensprüngen leicht unterschiedliche Steigungen, daher wurde für eine Angabe dieser Abhängigkeiten eine Mittelung über die größten modensprungfreien Bereiche durchgeführt. Die daraus resultierenden Werte betragen:

- Stromabhängigkeit der Wellenlänge bei $U_{PZT}=70,00 \text{ V}$: $3,6(8) \cdot 10^{-4} \text{ nm/mA}$, dies entspricht einer Frequenzänderung von 685 MHz/mA
- Spannungsabhängigkeit der Wellenlänge bei $I_{LD}=38,96 \text{ mA}$: $-5,3(9) \cdot 10^{-4} \text{ nm/V}$, entsprechend einer Frequenzänderung von 1 GHz/V

Darüberhinaus ergab eine Bestimmung der Abhängigkeit der Wellenlänge von der Temperatur einen Wert von $\frac{\Delta\lambda}{\Delta T} = 0,015 \frac{\text{nm}}{\text{K}}$. Der maximale Bereich, der mittels Piezospannung modensprungfrei durchfahren werden konnte betrug ca. 1,3 GHz und ist für die experimentellen Erfordernisse vollkommen ausreichend.

Die Eignung der blauen Laserdiode für Experimente an lasergekühlten Ionen wurde unmittelbar zu Beginn ihres Einsatzes im Labor (zu diesem Zeitpunkt noch ohne Driftstabilisierung) getestet (vgl. Kap. 6). Leider zeigten beide Laserdioden die verwendet wurden schnelle Alterungserscheinungen, so daß sie nach einiger Zeit

aufgrund immer häufiger auftretenden Multimodebetriebs wieder aus dem Experiment herausgenommen wurden. Ein deutlicher Effekt dieser Alterung ist durch die beobachtete Verschiebung der Laserschwelle zu größeren Diodenströmen hin erkennbar (Abb. 5.10). Dennoch kann man davon ausgehen, daß mit einer verbesserten

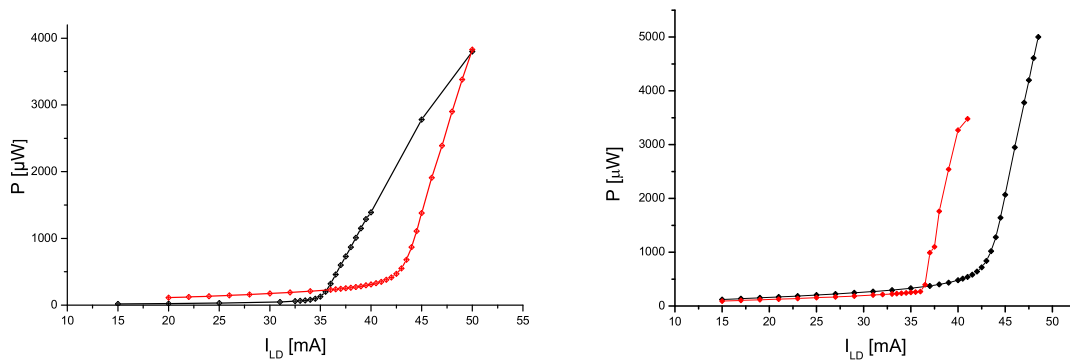


Abbildung 5.10: Links: Vergleich der Kennlinien der UV-Laserdiode ohne optischer Rückkopplung zum Zeitpunkt des Einsatzes (schwarz) und im gealterten Zustand (rot), rechts: gealterte Diode mit (rot) und ohne (schwarz) optischer Rückkopplung

Entwicklung der blauen Laserdioden ihre Lebensdauer deutlich verlängert wird und sie in Präzisionsexperimenten über lange Zeiträume erfolgreich eingesetzt werden können.

Die IR-Diodenlaser

Der funktionale Zusammenhang zwischen Wellenlänge und den Betriebsparametern der infraroten Diodenlaser wurde bereits in anderen Arbeiten bestimmt. Die Temperaturabhängigkeit der modensprungfreien Wellenlängenänderung für die hier verwendeten IR-Laserdioden beträgt $0,063(2)$ nm/K [42]. Die Abhängigkeiten von Diodenstrom bzw. Piezospaltung wurden in der Diplomarbeit von M. Söllner [98] bestimmt und wie folgt angegeben:

$$\frac{d\nu}{dI_{LD}} = 160(30) \frac{MHz}{mA}, \quad \frac{d\nu}{dU_{PZT}} = 600(100) \frac{MHz}{V}$$

Abschließend sind in Tabelle 5.1 die Daten der einzelnen Laserdioden und der verwendeten Optiken aufgelistet:

Wellenlänge	Laserdiode	Ausgangsleistung	Kollimator	Gitter
397	Nichia NHLV-500A	5mW	Edmund Opt.	3600
850/866	SDL5410-C	10mW	Edmund Opt.	1200
866	SDL5411-G1	100mW	Zeiss	1200

Tabelle 5.1: Daten zu den verwendeten Laserdioden. Die Zahlenangaben in der Spalte Gitter geben die Striche pro Millimeter an.

5.6 Driftstabilisierung der Diodenlaser

Die verbleibenden zeitlichen Frequenzschwankungen der Diodenlaser nach Temperaturstabilisierung und optischer Rückkopplung durch ein Gitter betragen immer noch einige 100 MHz auf einer Minutenskala. Um die Diodenlaser gegen diese Driften zu stabilisieren, werden sie an einen kommerziellen, modenstabilisierten single-mode Helium-Neon-Laser (HeNe) angebunden. Die Spezifikationen dieses Lasers sind in Tabelle 5.2 zusammengestellt. Die Ankopplung der Diodenlaser an diese Referenz erfolgt über konfokale Resonatoren, durch die beide Laser parallel durchgefädelt werden. Die an diesem Experiment aufgebaute Driftstabilisierung basiert auf einem

Lasertyp	COHERENT HeNe Model 200
Wellenlänge	632,8nm
Leistung	0,8mW
Modenstruktur	TEM ₀₀ ; single mode
Polarisation	500:1
max. Drift über 5 min	±1MHz
Langzeitdrift	±2MHz/h
temperaturbedingte Drift	5MHz/K

Tabelle 5.2: Spezifikationen des Referenzlasers

Vergleich der relativen Lage der von der Kavität transmittierten Lasersignale, wenn sie in Resonanz mit dieser sind. Dazu ist es erforderlich, zunächst beide Laser gleichzeitig in Resonanz zu bringen. Dazu wird ein Seitenband des HeNe verwendet, dessen Frequenz so variiert werden kann, daß man einmal den freien Spektralbereich des Resonators durchfahren kann. Dieses Seitenband wird mit einem akusto-optischen Modulator im *double pass* Aufbau erzeugt.

Der mechanische und optische Aufbau sollte möglichst kompakt und stabil gehalten werden und für die Spektroskopie eine präzise Verstimmung der Diodenlaser in einem Bereich von ca. 1 GHz möglich sein. Dazu wäre ein Scanbereich der AOM-Frequenz von 500 MHz notwendig. Dieses ist technisch nur unter größtem

Aufwand realisierbar. Die zu vernünftigen Preisen auf dem Markt erhältlichen Modulatoren incl. Frequenztreiber besitzen maximal einen Scanbereich von ± 50 MHz um die Zentralfrequenz des AOM. Für diesen Aufbau wurde ein AOM mit einem Modulationsbereich von 150 bis 250 MHz gewählt. Daher mussten die Resonatoren auf diese limitierenden Bedingungen ausgelegt werden. Entsprechend ist für jeden Dioden-Laser eine konfokale Cavity mit einem freien Spektralbereich von ca. 200 MHz aufgebaut, was in einem relativ großen Spiegelabstand von ca. 800 mm resultiert. Um thermische Einflüsse der Umgebung möglichst klein zu halten, sind die

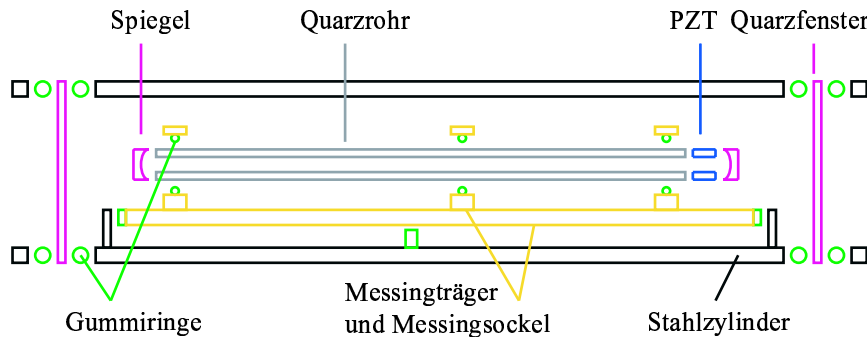


Abbildung 5.11: *Aufbau der Resonatoren zur Driftstabilisierung in expandierter und stark schematisierter Darstellung. Eine detaillierte Beschreibung findet sich im Text.*

Cavity-Spiegel auf Abstandshalter aus Quarzrohren montiert, an deren einem Ende zusätzlich eine Ringpiezokeramik zur Ausregelung der verbleibenden Längenänderung angebracht ist. Die Quarzrohre sind mittels Gummiringen in Messingsockel gefasst und diese Sockel auf einem Messingträger montiert. Diese Konstruktion befindet sich in einem Stahlzylinder, wobei Messingträger und äußerer Zylinder wiederum durch die Verwendung von Kunststoffteilen keine direkte Wärmebrücke besitzen. Das Stahlrohr selbst ist auf beiden Seiten durch Quarzfenster, zur Verbesserung der Stabilität gegenüber Witterungseinflüssen, wie z.B. Luftdruck und Humidität abgeschlossen. Zusätzlich ist es möglich, den Innenraum des Stahlrohres zu evakuieren.

Zur Regelung wird ein Ableitungssignal verwendet (vgl. Kap. 4.3.3) und die Stabilisierung der Diodenlaser erfolgt in zwei Schritten.

Zunächst wird die Cavity auf die HeNe-Referenz stabilisiert. Dazu wird der vertikal polarisierte HeNe auf einen polarisationsabhängigen Strahlteiler geschickt und in den AOM-Zweig des Aufbaus gelenkt. Nach zweimaligem Durchlauf durch den AOM und einem in diesem Zweig befindlichen $\lambda/4$ -Plättchen passiert das nun horizontal polarisierte und um die doppelte AOM-Frequenz verschobene Seitenband ungehin-

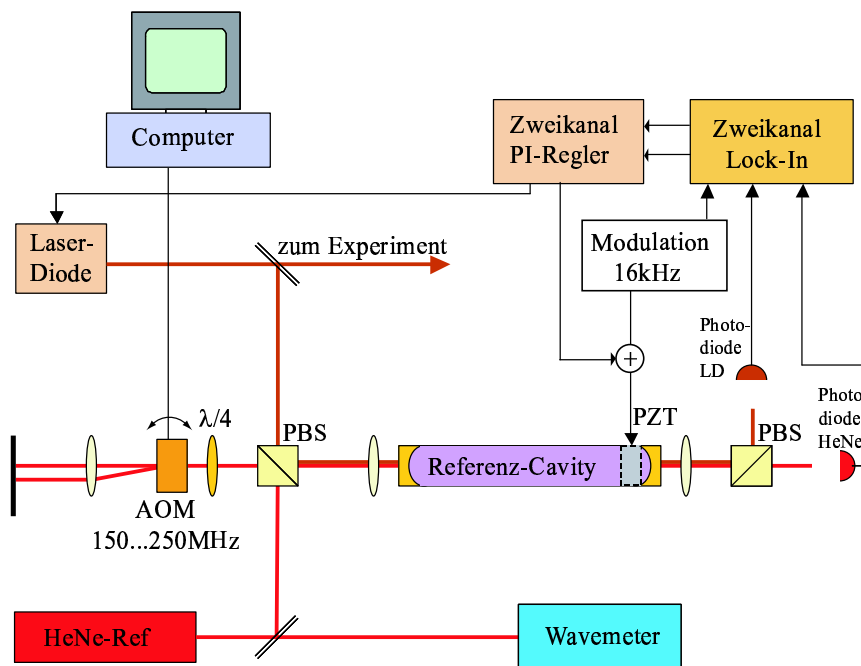


Abbildung 5.12: Schematisierte Darstellung des Driftstabilisierungssystems. Ein optischer Resonator dient als Transfermedium der Referenzstabilität. Die Stabilisierung erfolgt in zwei Schritten: Zunächst wird die Kavität auf den Referenzlaser stabilisiert und anschließend der Diodenlaser auf den Resonator.

dert den Strahlteiler und wird in den Resonator eingekoppelt. Eine achromatische Linse vor diesem dient der einfachen Modenanpassung. Die Resonanzfrequenz der Cavity wird über eine periodische Längenänderung mit einem 16 kHz Sinussignal moduliert. Das auf diese Weise amplitudenmodulierte Transmissionssignal wird mit einer Photodiode aufgenommen, mittels Lock-In nachgewiesen und in ein Fehlersignal umgewandelt welches dem PI-Regler zugeführt wird. Dessen resultierendes Regelsignal wird auf die Modulation addiert und über einen Piezospansungsverstärker wieder an den PZT der Kavität gegeben.

Im zweiten Schritt wird der Diodenlaser auf den Resonator geregelt. Der Diodenstrahl wird mit vertikaler Polarisierung von der gegenüberliegenden Seite auf den Strahlteiler geschickt und direkt - dem HeNe Strahl überlagert- in den Resonator gelenkt. Durch die unterschiedliche Polarisationsrichtung des Diodentransmissionssignals kann dieses am Ausgang der Cavity wieder vom HeNe-Signal getrennt und mit einer zweiten Photodiode detektiert werden. Lock-In-Nachweis und Regelsignalerzeugung erfolgen auf die gleiche Weise wie oben. Nur wird dieses Regelsignal - jetzt ohne Modulation - auf den Gitterpiezo des Diodenlasers geleitet.

Experimentelle Charakterisierung der Resonatoren

Eine Kenntnis der tatsächlichen Breite der Cavitytransmissionen ist von enormer Wichtigkeit für den Regelbereich und die Regelgüte und damit schließlich für die Einstellung der Regelparameter. Die aus den Herstellerangaben ermittelten Werte für die Finesse (vgl. Tab. 5.3) liefern nur Richtwerte; deshalb wurden der freie

Resonator	λ/nm	Reflektivität	Finesse	λ/nm	Reflektivität	Finesse
infrarot	633	>0,994	522	866/850	>0,994	522
blau	633	>0,990	312	397	>0,977	135

Tabelle 5.3: Herstellerangaben der Resonatorspiegel und daraus berechnete Finesse.

Spektralbereich und die Transmissionsbreiten experimentell bestimmt. Ausgenutzt wurde hierbei die bekannte Frequenzdifferenz zwischen nullter und erster Ordnung des AOM. Diese ist nach dem double-pass auf 20kHz genau bekannt und der Abstand der Durchlaßpeaks kann somit als Frequenzmarker verwendet werden.

In Abbildung 5.13 ist das HeNe-Transmissionsspektrum eines gerampten Resonators zusammen mit der Spannungsrampe dargestellt. Links im Bild wurde der Resonator über einen vollen longitudinalen freien Spektralbereich durchfahren. Man erkennt zwischen den beiden Fundamentalmoden eine transversale Mode mit kleinerer Amplitude. Diese darf bei der Bestimmung des reinen longitudinalen FSR nicht in Betracht gezogen werden. Im rechten Bild sind die nullte und die erste Ordnung des AOM in die Cavity eingekoppelt. Aufgrund des bekannten Frequenzabstandes

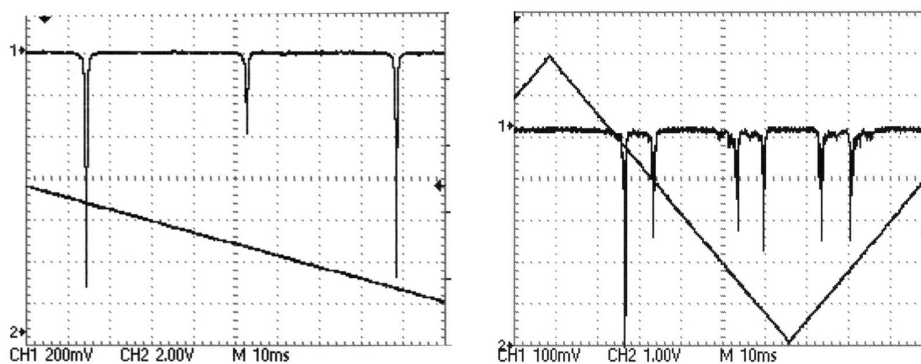


Abbildung 5.13: *Transmissionsspektrum eines gerampten Resonators der IR-Diodenstabilisierung. Die Transmission ist als negative Spannung aufgetragen. Rechts ist zusätzlich zur ersten auch die 0. Ordnung des AOM-Strahls durch die Cavity gefädelt.*

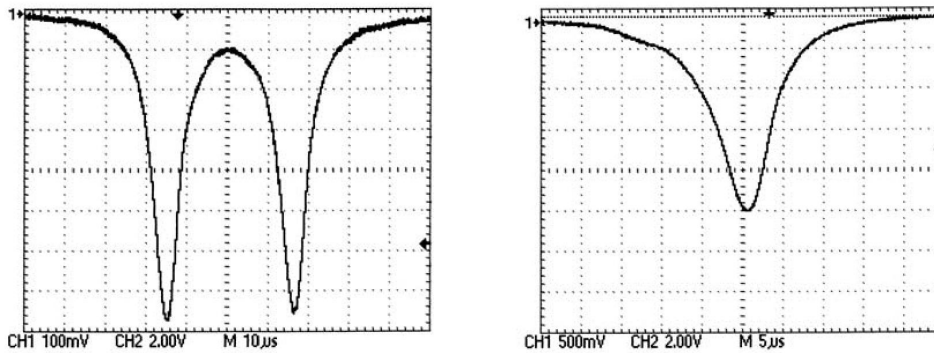


Abbildung 5.14: HeNe-Transmissionspeaks zweier AOM-Ordnungen eines Resonators der IR-Diodenstabilisierung. Links sind die Peaks um $2\Delta\nu_{FSR} + 1,5 \text{ MHz}$ getrennt, rechts um exakt zwei Spektralbereiche. Hieraus lassen sich Transmissionsbreite und FSR der Cavity bestimmen.

der Peaks lässt sich daraus die Transmissionsbreite ermitteln (Abb. 5.14, links). Durch Verschieben der beiden Ordnungen, bis sie sich exakt überlappen (Abb. 5.14, rechts), kann aus der eingestellten AOM-Frequenz der freie Spektralbereich des Resonators bestimmt werden; er beträgt

$$\Delta\nu_{FSR} = 186,9(1) \text{ MHz}$$

Mit diesem Wert und den gemessenen Transmissionsbreiten wurden die Finessen der Kavitäten für alle Wellenlängenbereiche aus Gleichung (4.15) errechnet. Sie sind in Tabelle 5.4 zusammengestellt. Da die Peaks nicht die intrinsische Breite der Resonatoren widerspiegeln, sondern eine Faltung dieser Breite und der Laserbreiten darstellen, kann darüber nur eine untere Grenze der Finesse angegeben werden.

Resonator	Peakbreite HeNe	Finesse	Peakbreite Diode	Finesse
infrarot	0,38 MHz	≥ 490	0,6MHz	≥ 310
ultraviolett	1,10MHz	≥ 170	6,0MHz	≥ 31

Tabelle 5.4: Experimentell bestimmte Werte der Resonatorkenngrößen

Aufgrund der schmalen Linienbreiten der Transmissionsspektren wird der Eingangsbereich der Regelung sehr klein, daher wurde die Amplitude der Modulation vergrößert. In der Diplomarbeit von M. Söllner [98] finden sich detaillierte Untersuchungen zum Verhalten des Fehlersignals eines Resonators bei großer parametrischer Modulation. Es zeigt sich, daß bei Modulationshuben, die *deutlich über* der Halbwertsbreite der Cavityresonanzen liegen, die Signalhöhe zwar abnimmt, die Breite

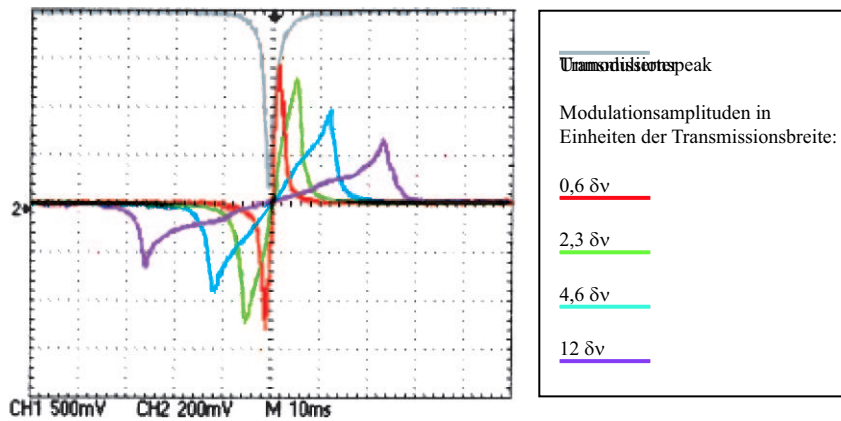


Abbildung 5.15: *Fehlersignal des HeNe-Zweiges für verschiedene Modulationsamplituden. Grau dargestellt ist zusätzlich der unmodulierte Transmissionspeak. Aufgrund des hinreichend linearen Bereichs um den Nulldurchgang ist das Fehlersignal auch bei großen Modulationen noch für eine Regelung geeignet.*

des Signals aber proportional mit der Modulation anwächst. Entscheidendes Kriterium für die Verwendung eines so generierten Fehlersignals ist dabei die Existenz eines großen linearen Bereiches um den Nulldurchgang (Abb. 5.15).

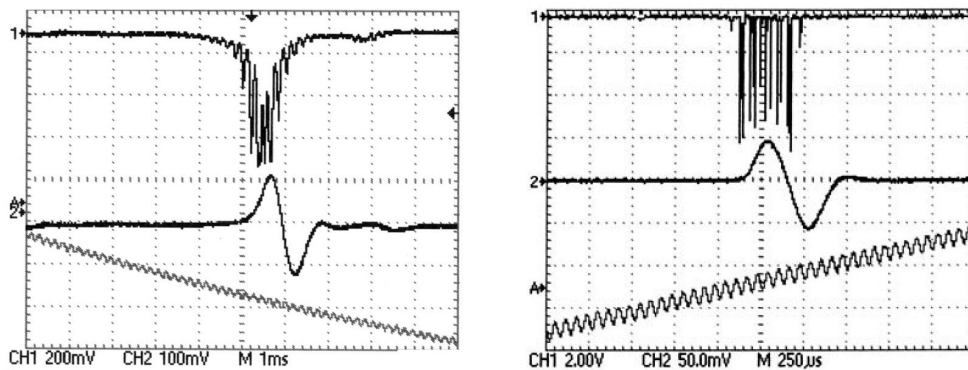


Abbildung 5.16: *Vergleich der modulierten Transmissionen (oben) und der Ausgangssignale des Lock-In (mitte) im HeNe Zweig bei verschiedenen Modulationsamplituden. Unten im Bild ist die Rampe mit Modulation zu sehen. Links wurde über die halbe Transmissionsbreite, rechts über 12 Breiten moduliert. In beiden Fällen erhält man ein für die Regelung geeignetes Fehlersignal, dessen Breite von der Modulationsamplitude abhängt.*

Eine exemplarische Gegenüberstellung der Signalformen bei Modulationen im Bereich der halben Linienbreite (links) und bei ca. 12-facher Linienbreite (rechts) ist in Abb.5.16 zu sehen. Die Breite des dispersiven Regelsignals ist dabei nicht zu vergleichen, da der Resonator zur Aufnahme mit unterschiedlichen Rampengeschwindigkeiten durchfahren wurde. Man erkennt jedoch deutlich, daß auch bei einer sehr großen Modulationsamplitude am Ausgang des Lock-In Verstärkers ein zur Regelung geeignetes Fehlersignal anliegt. Damit ist es möglich den Einfangbereich der Regelung um etwa eine Größenordnung zu erweitern.

Ergebnisse der Driftstabilisierung

Um quantitative Aussagen über das Driftverhalten der Diodenlaser und damit über die Güte der Regelung zu erhalten, wurden Beatmessungen zwischen den Lasern durchgeführt. Dazu wurden zwei Laser des gleichen spektralen Bereichs mit einer Differenz von einigen 10 MHz auf die gleiche Wellenlänge gestimmt. Die Strahlen dieser Laser wurden kollinear überlagert und ihr Schwebungssignal mit einer schnellen Photodiode (ALPHALAS, UPD 200 SP; $t_{Anstieg} = 200$ ps) aufgenommen. Die Messung der Schwebungsfrequenz erfolgte mit einem Spektrumanalysator (ADVANTEST R 3131). Für die Aufnahme eines einzelnen Frequenzspektrums wird eine Zeit von 50 ms benötigt. In aufeinanderfolgenden Spektren dieser Zeitspanne zeigen alle Laserdioden schmale, fluktuierende Peaks, die das Kurzzeitverhalten der Diodenlaser widerspiegeln. Deshalb wurden die Beatsignale über mehrere sol-

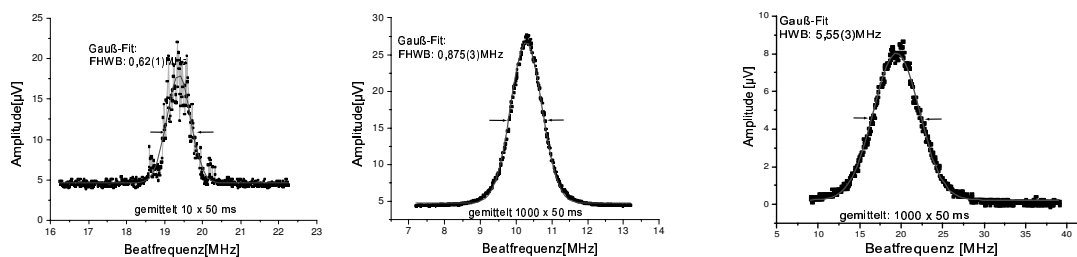


Abbildung 5.17: *Beatsignale.* Die beiden linken Aufnahmen zeigen das Schwebungssignal zweier stabilisierter IR-Laser bei 866 nm bei zwei verschiedenen Mittelungszeiten. Das rechte Bild stellt das Schwebungssignal der blauen Diode mit dem frequenzverdoppelten Ti:Sa-Laser dar.

che Einzelspektren gemittelt. Aufgrund der schnellen Peakfluktuation erwartet man nach einer längeren Mittelung ein Gaußprofil. Dieses zeichnet sich bereits bei einer 10-fachen Mittelung (Abb.5.17 links) des Beatsignals ab. Bei einer Mittelung über 1000 Einzelspektren ist die Übereinstimmung des gemessenen Signals mit einer

Gaußkurve sehr gut (Abb.5.17 mitte). Auf der rechten Seite dieser Abbildung ist darüberhinaus auch das 1000-fach gemittelte Beatsignal zwischen blauem Diodenlaser und frequenzverdoppeltem Ti:Sa Laser dargestellt. Das Schwebungssignal ist erheblich breiter als bei den IR-Dioden und auf die bereits geschilderten Alterungserscheinungen der Laserdiode zurückzuführen.

In mehreren durchgeführten Beatmessungen zeigen die mit diesem System stabilisierten IR-Laser eine gemittelte Breite des Schwebungssignals von 700 kHz. Für einen einzelnen IR-Diodenlaser lässt sich die Breite damit zu 300 kHz angeben. Entscheidend für die Durchführung zeitintensiver Experimente ist jedoch das Langzeitverhalten der driftstabilisierten Laser. Dazu wurde das Beatsignal zweier IR-Diodenlaser über einen Zeitraum von zwei Stunden in Intervallen von fünf Sekunden aufgenommen (Abb. 5.18). Im linken Teil der Abbildung ist das Beatsignal einer ungestabilisierten gegen eine stabilisierte IR-Diode dargestellt. Man erkennt auf einer Minutenskala Frequenzschwankungen von etwa 100 MHz und eine "kontinuierliche Drift", die über eine Regressionsgerade zu 30 MHz/h angegeben werden kann. Im rechten Bild ist das Schwebungssignal zweier stabilisierter IR-Diodenlaser

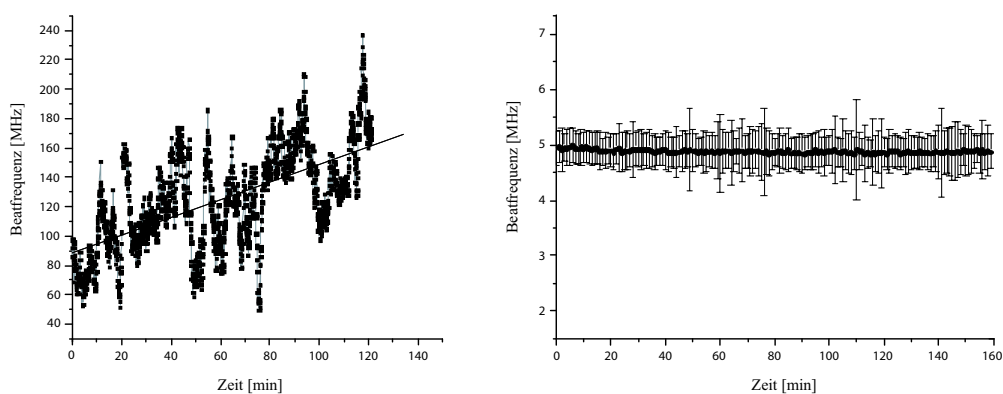


Abbildung 5.18: *Langzeitverhalten der IR-Diodenlaser; links: Beatsignal eines geklockten gegen einen ungestockten IR-Diodenlaser, rechts: Beatsignal zweier geklockter IR-Dioden*

dargestellt. Die Fehlerbalken stellen in diesem Bild nicht die Unsicherheit der Frequenzmessung dar, sondern die Gaußbreite der einzelnen Beatsignale. Daraus wird deutlich, daß alle verbleibenden Frequenzschwankungen der Laser gegeneinander, während sie driftstabilisiert sind, innerhalb der eigenen Linienbreite liegen und nicht mehr von Bedeutung sind. Eine (gemeinsame) Drift ist durch den Referenzlaser vorgegeben und stellt den limitierenden Faktor für die absolute Frequenzstabilität dar. Diese muß aufgrund der Herstellerangaben mit 2 MHz/h und 5 MHz/K abgeschätzt werden.

Frequenzverstimmung der stabilisierten Laser

Ein weiteres Feature der im Rahmen dieser Arbeit aufgebauten Driftstabilisierung ist die Möglichkeit, die Frequenz der Diodenlaser auch nach dem Locken auf die Referenz in definierten Schritten um maximal ± 100 MHz verstimmen zu können. Die Schrittweite der Verstimmung beträgt minimal 20 kHz¹ und ist durch die Frequenzgeneratoren der akusto-optischen Modulatoren vorgegeben. Da bei der Stabilisierung auf das Ableitungssignal phasensensitiv nachgewiesen wird, spielen die Singalstärken der Transmissionspeaks eine untergeordnete Rolle, solange sie nachgewiesen werden können. Die Effizienz eines AOM ist vom Einfallswinkel der Strah-

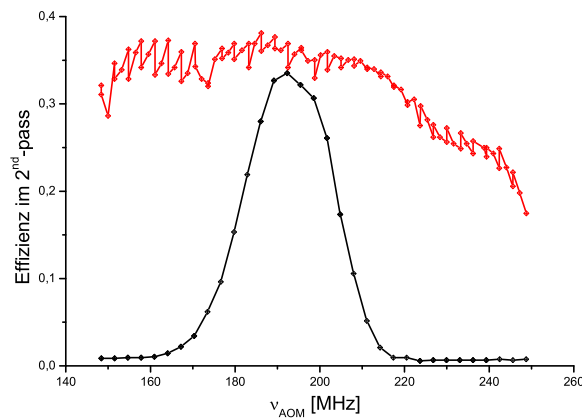


Abbildung 5.19: Effizienzsteigerung des double-pass AOM-Aufbaus durch Einsatz eines Stepmotors zur Winkel Anpassung zwischen HeNe-Strahl und AOM, bei einer Frequenzverstimmung; schwarz: ohne Stepmotor; rot: mit Stepmotor; die Stufen entstehen durch die schrittweise Rotation des AOM nach einem bestimmten Frequenzintervall.

len abhängig (Bragg-Bedingung), daher ist es erforderlich, diesen Winkel bei einer Frequenzvariation am AOM einzuhalten. Dieses ist an diesem Aufbau durch einen Schrittmotor gewährleistet, der bei einer Frequenzverstimmung den Winkel zwischen AOM und Laser synchronisiert. Die erhaltene Effizienzsteigerung ist in Abb. 5.19 dargestellt und reicht zur Verstimmung der gelockten Laser aus. Damit kann die stabilisierte Laserfrequenz innerhalb eines beschränkten Bereichs variiert und damit das Fluoreszenzsignal der Ionen optimiert werden.

¹Damit liegt sie deutlich innerhalb der Laserbreiten, so daß die Regelung keine Probleme hat der Verstimmung zu folgen

5.7 Die Wellenlängen Bestimmung

Die Messung der Wellenlängen der verschiedenen, im Experiment benötigten Laser erfolgt durch ein Wellenlängen-Meßgerät (Lambda Meter LM 10), welches vom National Institute of Standards and Technology (NIST) als Bausatz kommerziell angeboten wurde. Es handelt sich dabei im Wesentlichen um ein Michelson-Interferometer mit zwei variablen Armen, in dem die zu messende Wellenlänge mit einer bekannten Referenz verglichen wird. Dazu werden ein frequenzstabilisierter HeNe-Laser und der Laser unbekannter Wellenlänge parallel in das Interferometer eingekoppelt und durch einen Strahlteiler auf die beiden Arme des Interferometers geschickt. Die gemeinsame Längenänderung der Arme ist durch zwei Retroreflektoren, in einem Reiter, der auf einer Luftkissenbahn gleitet, realisiert. Anschließend werden die Teilstrahlen der beiden Laser wieder auf dem Strahlteiler überlagert, so daß sie miteinander interferieren und anschließend auf jeweils eine Photodiode geleitet.

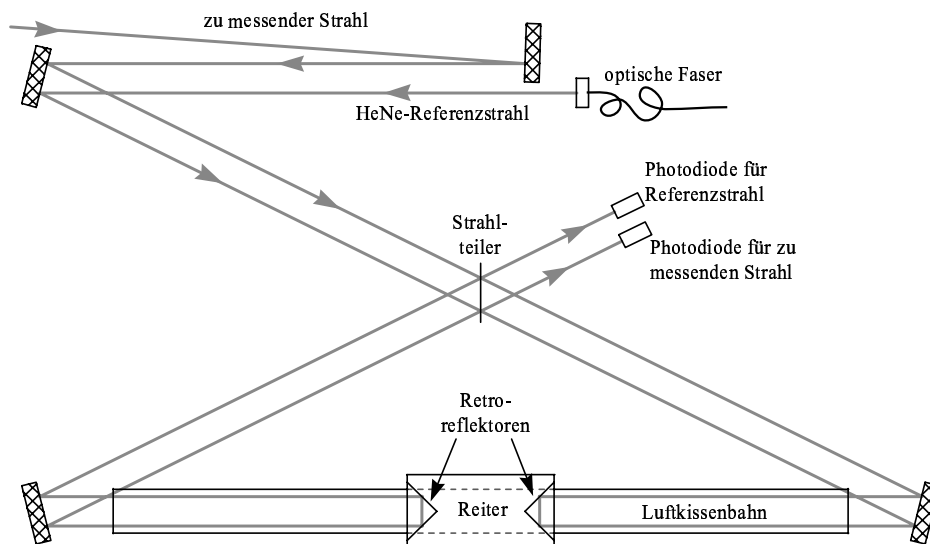


Abbildung 5.20: *Wavemeter*

Das an den Photodioden aufgenommene sinusförmige Intensitätsprofil wird bei jedem Nulldurchgang positiver Steigung digitalisiert und als TTL-Puls an einen Zweikanalfrequenzzähler weitergegeben. Anschließend wird per Software das Verhältnis der beiden Zählraten gebildet und so mit Hilfe der bekannten Referenz die unbekannte Wellenlänge ermittelt. Die so erreichte Genauigkeit - im Sinne einer täglichen Reproduzierbarkeit liegt bei etwa 10^{-6} , was bei einer möglichen Frequenzverstim-

mung der benötigten Laser von ca. 1 GHz ausreicht, um die Ca^+ -Resonanz zu finden. Eine absolute Wellenlängenbestimmung mit diesem Gerät ist nicht möglich, da die Messung in Luft geschieht und sowohl die Wellenlängenabhängigkeit, als auch die witterungsbedingte Änderung des Luftbrechungsindex nicht berücksichtigt sind.

5.8 Die optischen Nachweissysteme

Das von den Ionen emittierte Fluoreszenzlicht kann je nach Zweck der Messung durch einen Photomultiplier im Einzelphotonennachweis Betrieb erfasst, beziehungsweise durch eine intensivierete CCD-Kamera orts aufgelöst und in Echtzeit beobachtet werden. Dazu wird das von den Ionen senkrecht zur Laserrichtung emittierte Licht bei 397 nm durch einen sich im Vakuum befindenden kurzbrennweitigen Quarzkolimator (Zeiss 467275, Brennweite $f=18,9$ mm, Numerische Apertur $N.A.=0,25$), welcher im Abstand von 20(2) mm über der Fallachse angebracht ist, gesammelt (Abb. 5.21). Durch die kleine Brennweite und die große Apertur kann ein relativ großer Raumwinkel erfasst werden. Das Fluoreszenzlicht wird auf Atmosphärenseite etwa 2 cm über dem Beobachtungsviewport mit einer Vergrößerung von ca. 5,6 reell abgebildet. An dieser Stelle befindet sich ein variabler Raumfilter um unerwünschtes Streulicht auszublenden. Dieses Zwischenbild wird durch eine zweite Linse - einem Mikroskopobjektiv (Melles Griot 6.3/0.20, Brennweite $f=22,5$ mm $N.A.=0,20$) - nochmals vergrößert und auf die Stelle, an der sich der Detektor befindet abgebildet. Diese zweite Linse befindet sich an einer Hebebühne, die mittels einer Gewindestange in der Höhe variiert werden kann. Damit kann man die Ionen auf das Nachweisgerät scharf abbilden.

Zur Aufnahme der Fluoreszenzlichthöhe oder bei zeitlich hoch aufgelösten Messungen wird ein Photomultiplier von Hamamatsu vom Typ R 464 im single photon counting Modus eingesetzt. Die spektrale Empfindlichkeit seiner photosensitiven Schicht liegt im Bereich von 300-650 nm und hat ein Maximum bei 420 nm. Mit einer maximalen Quanteneffizienz von ca. 50% und einem Dunkelrauschen von maximal 15 Hz ist dieser Multiplier auch ohne Kühlung für Experimente mit einzelnen Ionen geeignet. Die vom Multiplier erzeugten Pulse werden durch ein Photocountingsystem von Princeton Applied Research (Diskriminator und Verstärker Model 1121) in TTL-Pulse umgewandelt und dann im Computer mit einer Multichannel-Karte aufgenommen.

Eine CCD-Kamera ermöglicht die orts aufgelöste Abbildung der Ionen. Hierbei handelt es sich um eine Li- μ Cam von Lambert Instruments, die einen CCD-Chip mit 752×580 Pixel auf einer Fläche von $6,4 \times 4,8$ mm² besitzt. Die maximale spektrale Sensitivität ist bei 420 nm. Aus der Gesamtvergrößerung erhält man damit einen theoretischen Abbildungsmaßstab von 402 nm/Pixel. Eine Framegrabberkarte von Miro (PC-TV) im Messcomputer digitalisiert die aufgenommenen Bilder und stellt

sie auf dem Monitor des Computers dar. Die Zeitauflösung der CCD-Kamera beträgt 20 ms und ist für Messungen mit hoher zeitlicher Auflösung von Nachteil.

Licht anderer Quellen wird in beiden Nachweismethoden durch Interferenzfilter, die sich unmittelbar vor den Detektoren befinden, unterdrückt. Die maximale Transmission der Filter liegt bei 397 nm und hat eine Breite von ± 5 nm. Alle anderen Wellenlängen werden mit 40dB abgeschwächt.

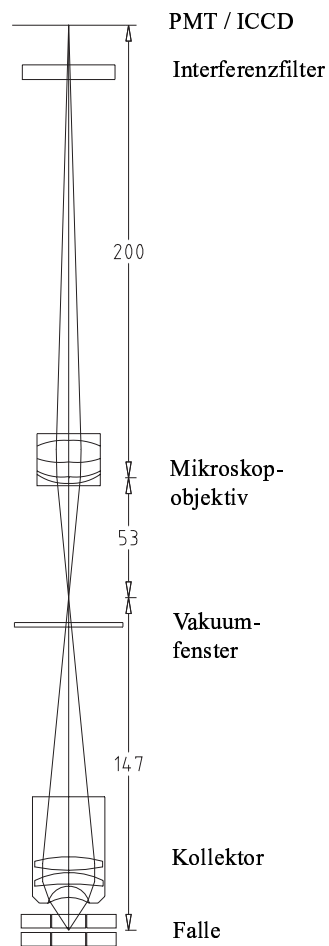


Abbildung 5.21: *Optischer Nachweis*

Kapitel 6

Die blaue Laserdiode im Experiment

Im Abschnitt über die blaue Laserdiode in Kapitel 5 wurde der schnelle Alterungsprozeß der eingesetzten UV-Dioden besprochen. Dieser Alterungsprozeß führte dazu, daß ernsthafte Messungen mit diesen Dioden nicht möglich waren. Allerdings wurde in der Anfangszeit, nachdem die optische Rückkopplung mit einem Gitter gelang, die prinzipielle Eignung der Diode im Experiment getestet. Die wenigen, aber grundsätzlich wichtigen Erkenntnisse aus dieser Testphase sollen hier in knapper Form zusammengefasst werden.

6.1 Kühlung und Kristallisation der Ionen

Kühlt man gespeicherte Ionenwolken auf Temperaturen von einigen Millikelvin ab, so gelangt man in einen Bereich, indem die kinetische Energie der Ionen kleiner ist als deren Wechselwirkungsenergie aufgrund von Coulombkräften. Wird in diesem Temperaturbereich die Coulombabstoßung durch die auf das Fallenzentrum rücktreibende Kraft des Speicherpotentials neutralisiert, so kann ein Phasenübergang eintreten. Die ungeordnete Bewegung einer Teilchenwolke im Fallenpotential geht dabei über in eine wohlgeordnete Anordnung der Teilchen auf einer Art Gitterplätzen; man spricht von einer Kristallisation der Ionenwolke. Der sogenannte Plasmaparameter

$$\Gamma = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r_w} \frac{1}{kT} \quad (6.1)$$

gibt das Verhältnis aus Coulombenergie und kinetischer Energie der Teilchen wieder. Dabei ist q die elektrische Ladung der Teilchen, ϵ_0 die Dielektrizitätskonstante, k die Boltzmannkonstante, T die Temperatur der Ionen und r_w der sogenannte Wigner Radius. Für einen theoretischen Wert von $\Gamma=172$ erwartet man den oben beschriebenen Übergang in einen kristallinen Zustand.

Als Test des aufgebauten Diodenlasers zum Treiben des $4S_{1/2}$ - $4P_{1/2}$ Dipolübergangs bei 397 nm wurde eine kleine Anzahl an Ionen gespeichert und deren Fluoreszenz mit einem Photomultiplier beobachtet. Der IR-Diodenlaser bei 866 nm wurde resonant auf den $4P_{1/2}$ - $3D_{3/2}$ gestellt, um optisches Pumpen in das metastabile $3D_{3/2}$ -Niveau zu vermeiden. Der blaue Laser wurde daraufhin über den Dipolübergang verstimmt. Die aufgenommene Fluoreszenz ist für zwei verschiedene Fallenparameter in Abb. 6.1 dargestellt. Man erkennt in beiden Bildern die typisch asymmetrische Form einer

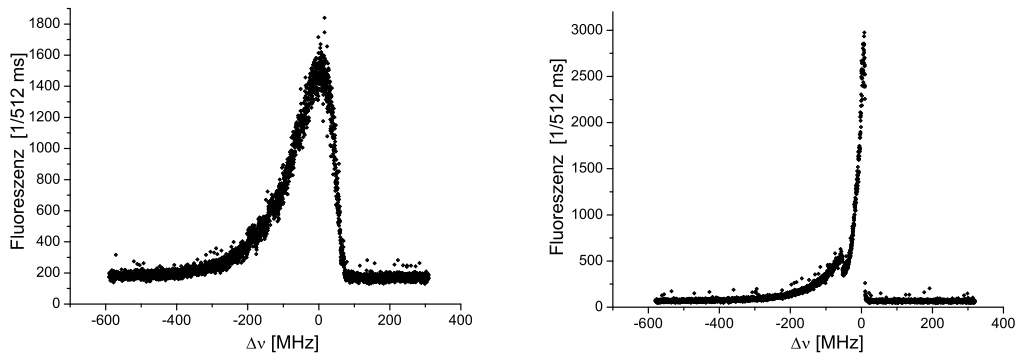


Abbildung 6.1: *Linienform der Resonanzkurven bei Verstimmung der blauen Laserdiode von der rotverstimmten Seite über die Resonanz hinweg. Der IR-Laser steht dabei resonant auf den $4P_{1/2}$ - $3D_{3/2}$ Übergang um optisches Pumpen zu vermeiden. Im rechten Bild kristallisieren die Ionen bei einer Verstimmung von etwa etwa -50MHz, dieses ist am Einbruch der Fluoreszenz an dieser Stelle zu erkennen.*

Kühlkurve mit dem starken Abfall der Photonenrate auf der höherfrequenten Seite der Resonanz. Durch den Vorzeichenwechsel der Frequenzverstimmung geht an dieser Stelle der Kühlprozess in Heizen über und die Dopplerverschiebung gegenüber dem Laserfeld wird so groß, daß keine Photonen mehr absorbiert werden. Im rechten Bild ist eine Kühlkurve dargestellt, bei der die Ionen in den kristallinen Zustand übergehen. Dieses ist anhand des charakteristischen Einbruchs der Fluoreszenz bei einer Laserverstimmung gegenüber der Resonanzmitte von etwa -50 MHz zu erkennen. An dieser Stelle tritt der Phasenübergang auf und durch die diskrete Reduktion der Bewegungsamplitude verschiebt sich die Geschwindigkeitsverteilung der Ionen zu kleineren Werten hin. Die kleiner gewordene Dopplerverschiebung führt deshalb zu einer Reduktion der absorbierten Photonen. Die Fluoreszenzrate im Maximum ist höher als die der Wolke, da die Breite der Geschwindigkeitsverteilung durch das Verstimmen des UV-Lasers über die Resonanz ebenfalls abgenommen hat. Es treten also alle Ionen gleichzeitig in Resonanz mit dem eingestrahlt Lichtfeld.

6.2 Ortsaufgelöste Beobachtung der Kristalle

Mit Hilfe einer intensivierten CCD-Kamera ist es möglich, die Ionen ortsaufgelöst zu beobachten und damit zwischen Ionenwolken und Ionenkristallen zu unterscheiden. Abbildung 6.2 zeigt im oberen Teil eine kleine lasergekühlte Ionenwolke, die durch ein diffuses Erscheinungsbild mit unscharfen Rändern charakterisiert ist. Im unteren Teil sind die Laserverstimmung und die Fallenparameter so eingestellt, daß die Ionen kristallisieren und eine lineare Kette entlang der Fallennachse formen. Da sich die Ionen quasi in Ruhe befinden, läßt sich ihre Position durch örtlich scharf eingegrenzte Regionen der Fluoreszenz erkennen. Aus dem Abbildungsmaßstab von 402 nm/Pixel, der aus dem optischen Nachweissystem und dem Format des CCD-Chips bestimmt wurde (vgl. Kap. 5.8), ergibt sich beispielsweise für die beiden mittleren Ionen der Kette ein Abstand zueinander von etwa 15 μm . Dieses Ergebnis deckt sich sehr gut mit der Abstandsbestimmung vorhergehender Messungen bei ähnlichen Speicherparametern, wobei jedoch CCD-Chips anderer Formate verwendet wurden.



Abbildung 6.2: Gegenüberstellung der ortsaufgelösten Fluoreszenz einer kleinen Ionenwolke aus vier Ionen und der gleichen Ionen nach der Kristallisation zu einer linearen Kette.

Die Anordnung der Ionen in Kristallen erfolgt immer so, daß die Energie der Kristallkonfiguration im Speicherpotential minimiert wird und hängt von der Ionendichte in dem eingenommenen Volumen ab. Bei kleinen Dichten, ordnen sich die Ionen auf der feldfreien Fallennachse an und bilden eine lineare Kette. Mit zunehmender Dichte geht die Kette zunächst in eine zweidimensionale Zick-Zack Struktur und schließlich in eine dreidimensionale Helix über. Bei noch höheren Dichten und größeren Ionenzahlen formen sich Kristalle, die eine Schalenstruktur aufweisen.

Für Kristalle mit kleinen Ionenanzahlen wurden von Dubin [37] analytische Berechnungen zur Anordnung in dreidimensionalen Potentials durchgeführt. Unter der Annahme eines rotationssymmetrischen radialen Speicherpotentials lässt sich die Struktur des Kristalls nur aus der Ionenzahl N und dem Verhältnis des axialen zum radialen Potentials $\alpha = \omega_z^2/\omega_r^2$ vorhersagen.

$$\alpha_i(N) = \left(\frac{8}{3x_i N} \right)^2 \left[\ln \left(\frac{3x_i N}{2^{3/2}} \right) - 1 \right] \quad i = 1, 2 \quad (6.2)$$

mit $x_1 = 2,05$ und $x_2 = 1,29$

Für $i=1$ erfolgt der Übergang von einer Kette zu einer Zick-Zack Struktur und für $i=2$ weiter zu einer Helix. Eine graphische Darstellung der Grenzen für die Ionenkonfiguration im Kristall ist in Abb. 6.3 gegeben.

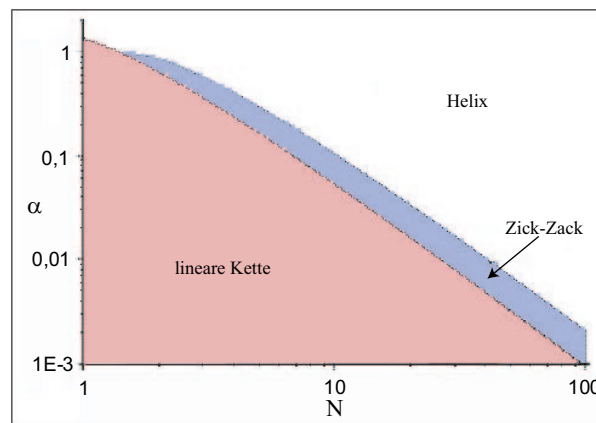


Abbildung 6.3: Berechnete Übergänge [37] der Ionenanordnung in einem Kristall als Funktion der Ionenanzahl und des Verhältnisses der Speicherpotentiale $\alpha = \frac{\omega_z^2}{\omega_r^2}$. Im rötlichen Bereich ordnen sich die Ionen in einer linearen Kette an, innerhalb des blau dargestellten Bereichs formen die Kristalle eine zweidimensionale Zick-Zack Struktur und im übrigen Bereich eine dreidimensionale Helix

Eine ausgezeichnete Achse in Richtung des rotationssymmetrischen Radialpotentials existiert nicht. Daher ist der Winkel der planaren und dreidimensionalen Strukturen rein zufällig. Unter experimentellen Bedingungen ist eine Rotationssymmetrie nicht exakt einstellbar; daher ordnen sich die Strukturen in einer Vorzugsrichtung an. In Abb. 6.4 ist beispielsweise eine planare Zick-Zack Struktur dargestellt, die in Richtung der Beobachtung orientiert ist. Die Ausdehnung des Kristalls in der Beobachtungsrichtung ist nur durch den unterschiedlichen Abstand der Ionen zur Kollimatorlinse zu erkennen, welcher dazu führt, daß die Ionen mit verschiedener

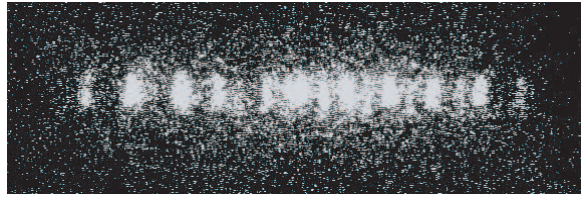


Abbildung 6.4: *Zweidimensionale Zick-Zack Struktur. Die Ausdehnung der Struktur liegt in der Beobachtungsrichtung und kann nur deshalb erkannt werden, weil die Ionen verschieden scharf abgebildet werden. Im linken Teils des Kristalls sind fremde Ionen sympathetisch mitgekühlt. Man erkennt sie an den dunklen Stellen im Kristall.*

Schärfe abgebildet werden. In der linken Hälfte dieses Kristalls sind Ionen einer anderen Sorte bzw. eines anderen Ca-Isotops sympathetisch mitgekühlt und in den Kristall eingebaut worden. Diese sind aufgrund der regelmäßigen Ionenabstände als Lücken an den erwarteten Positionen zu beobachten. Die Kühllaser werden von links eingestrahlt, so daß der Lichtdruck die fluoreszierenden Ionen nach rechts drückt. Die Möglichkeit, Ionen, die kein geeignetes Termschema zum Laserkühlen besitzen, sympathetisch zu kühlen eröffnet in der Präzisionsspektroskopie neue Perspektiven.

Auch größere Ionenketten und Kristalle konnten mit der blauen Laserdiode erzeugt werden. In Abb. 6.5 ist links beispielsweise eine Kette mit 14 Ionen und rechts ein Kristall mit etwa 30-40 Ionen dargestellt. Solche Kristalle könnten in Zukunft auch Untersuchungsgegenstand in der Festkörperphysik sein, da sie im Grunde kondensierte Materie mit einer der geringsten Dichten darstellen [37]. Bei Ionenketten, die sich auf der feldfreien Fallachse befinden, verschwindet auch der Dopplereffekt zweiter Ordnung; daher eignen sie sich für einen optischen Frequenzstandard.

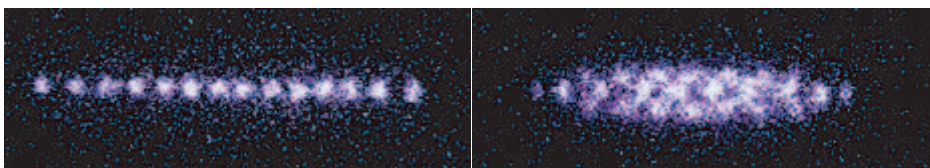


Abbildung 6.5: *Zwei kristalline Strukturen. Links eine Ionenkette wie sie für einen optischen Frequenzstandard verwendet werden kann, rechts ein Kristall aus etwa 30-40 Ionen, wie er für die Forschung in der Festkörperphysik von Interesse sein könnte.*

Leider konnte - anders als erwartet - keine der beiden eingesetzten UV-Laserdioden über längere Zeit an dem Experiment betrieben werden, obwohl sie Anfangs ausge-

sprochen zuverlässig funktionierten. Die hier dargestellten Bilder stellen demnach keine systematischen Untersuchungen zu kristallinen Strukturen dar. Sie dienen in erster Linie dazu, die Eignung blauer Laserdioden für die optische Spektroskopie zu demonstrieren, solange diese auf einer einzelnen Frequenzmode arbeiten. Quantitative Untersuchungen zur Anordnung von Ionen in Kristallen als Funktion der Potentialverhältnisse finden sich in [12].

Kapitel 7

Bewegungsmoden und nichtlineare Resonanzen

Lineare Paulfallen haben sich in den vergangenen 15 Jahren sowohl in der Laserspektroskopie als auch in der Quantenoptik als Standardwerkzeuge etabliert. Ihr Vorteil gegenüber hyperbolischen Fallen, deren Speicherfeld nur in einem Punkt verschwindet, liegt insbesondere in der Möglichkeit, auf der feldfreien Achse eine große Anzahl von Teilchen durch Kühlen quasi in Ruhe speichern zu können, wodurch der Dopplereffekt zweiter Ordnung minimiert wird [26, 85]. Der offene Aufbau der linearen Fallen ermöglicht zusätzlich einen leichten Zugang von Laserfeldern zum Ort der gespeicherten Ionen und eine effiziente optische Detektion. In der Massenspektrometrie gewinnt der Einsatz linearer Paulfallen in jüngster Zeit zunehmend an Interesse [34]. Dies begründet sich vor allem in der größeren Einschußeffizienz, die durch den offenen Aufbau bedingt ist, sowie in der höheren Speicherkapazität der Falle.

Anharmonizitäten in den Speicherpotentialen führen bei bestimmten Arbeitsparametern (q , a) (vgl. Kapitel 3.2) zu einer Aufheizung der Ionen durch nichtlineare Resonanzen. Je nach Stärke dieser Resonanzen führt dieses zu einer Verminderung der Speichereffizienz oder sogar zu einem vollständigen Ionenverlust und bei Kühlung der Ionen zu einer höheren Endtemperatur. Die Auswirkungen nichtlinearer Feldanteile auf das Speicherverhalten und die Ionenbewegung in klassischen Paulfallen sind in einer großen Zahl experimenteller und theoretischer Arbeiten [24, 38, 43, 2, 104, 105, 94, 95] ausführlich behandelt worden. Für lineare Fallen hingegen sind keine detaillierten Untersuchungen bekannt. Hier wird in der Regel auf die Analogie zum Massenfilter verwiesen und im Hinblick auf nichtlineare Resonanzen eine frühe Arbeit von F. v. Busch [17] zitiert. Einflüsse des axialen Speicherpotentials bleiben dabei unberücksichtigt.

Motiviert durch die verstärkte Anwendung der linearer Paulfallen, liefert diese Arbeit erste experimentelle Ergebnisse zu nichtlinearen Resonanzen in einer solchen

Falle. Zunächst erfolgt durch die Untersuchung der Ionenbewegung im Speicherpotential eine Charakterisierung der Falle, wobei Auswirkungen des axialen Feldes miteinbezogen werden. Mit den so gewonnenen Informationen werden die in der systematischen Vermessung des ersten Stabilitätsbereiches beobachteten Resonanzen quantitativ erfasst und den erzeugenden höheren Potentialtermen zugeordnet.

Alle Messungen zur Ionenbewegung und zu den nichtlinearen Resonanzen werden an kleinen lasergekühlten Ionenwolken von etwa 5 bis 50 Ionen durchgeführt. Die Temperatur der Ionen beträgt etwa 30 K und wurde durch die orts aufgelöste Beobachtung der räumlichen Verteilung der Ionenwolke bei einer Hochfrequenzamplitude von $U_{AC}=101$ V bestimmt. Dieser Wert variiert je nach Hochfrequenzamplitude und Laserverstimmung und stellt somit nur eine Abschätzung dar.

7.1 Ionenbewegung in der linearen Falle

Durch Messen der Bewegungsfrequenzen gespeicherter Ionen lassen sich die Speicherparameter der Falle gewinnen. Andererseits sind die Bewegungsfrequenzen für ein gegebenes Parameterpaar (q, a) massenabhängig¹. Letzteres wird sowohl in der Laserspektroskopie als auch in der Quadrupol-Massenspektrometrie verwendet, um durch Einstrahlen dieser Frequenzen bestimmte Massen aus der Falle zu entfernen.

7.1.1 Anregung und Detektion der Bewegungsmoden

Die Frequenzen der freien Schwingungen (Säkularfrequenzen) im Potential der Falle lassen sich ermitteln, indem durch das Einstrahlen zusätzlicher Hochfrequenzfelder in radialer bzw. axialer Richtung die Bewegung der Ionen angeregt wird. Zur Beobachtung der Reaktion auf das anregende Feld werden die Ionen auf dem $4S_{1/2}-4P_{1/2}$ Übergang bei 397 nm mit einem UV-Laser angeregt und die gestreuten Photonen detektiert. Der UV-Laser ist dabei zur Signaloptimierung gegenüber der Resonanzfrequenz der Ionen rotverstimmt. Um optisches Pumpen in den metastabilen $3D_{3/2}$ -Zustand und damit einen Signalverlust zu vermeiden, wird ein zweiter Laser auf diesem Zerfallskanal bei 866 nm resonant abgestimmt.

Das HF-Dipol- (bzw. Quadrupol-) Feld für die Radialanregung wird über eine (bzw. zwei sich gegenüberliegende) Mittelelektroden der Falle in diese eingekoppelt und mit einer definierten Schrittweite variiert. Tritt das angelegte Feld in Resonanz mit der Bewegungsfrequenz der Ionen, so nehmen diese Energie aus dem Zusatzfeld auf, erweitern ihre Bahnen und der räumliche und spektrale Überlapp mit den Laserfeldern nimmt ab. Die Resonanzfrequenz lässt sich daher durch eine Reduktion der Fluoreszenzlichtrate detektieren. Bei einer radialen Anregung beobachtet man

¹Streng genommen hängt die Frequenz vom Ladungs-zu-Masse Verhältnis ab. Besitzen alle Ionen den gleichen Ladungszustand, so verbleibt eine reine Massenabhängigkeit

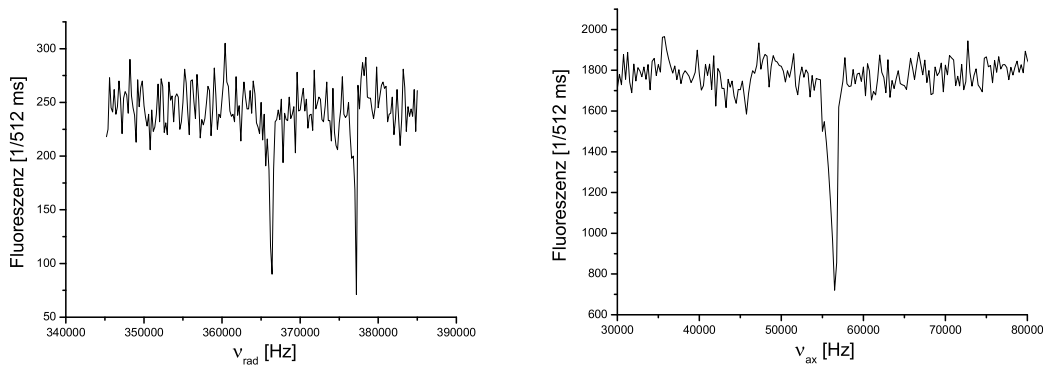


Abbildung 7.1: *Anregung der Ionenbewegung (links: radial, rechts: axial): Fluoreszenzlichtrate als Funktion der Frequenz des eingestrahlten Wechselfeldes. Im Resonanzfall vergrößert sich die Amplitude der Ionenbewegung und das Fluoreszenzsignal nimmt ab. Das Auftreten zweier Resonanzen im Falle der radialen Anregung ist durch unterschiedliche Potentialtopftiefen in x - und y - Richtung bedingt.*

im allgemeinen zwei Resonanzen, wie sie im linken Teil der Abb. 7.1 dargestellt sind. Dieses ist in unterschiedlich tiefen Potentialtöpfen ($a \neq 0$) und den damit verschiedenen Säkularfrequenzen in den beiden radialen Raumrichtungen begründet. Aus diesen Resonanzfrequenzen lassen sich die Arbeitsparameter q und a ermitteln (vgl. Kap. 7.1.3).

Die Bestimmung der Axialfrequenzen erfolgt ganz analog durch Einkoppeln eines HF-Dipolfeldes entlang der Fallachse. Dazu wird die Hochfrequenzamplitude über einen Kondensator ($C=0,1\mu\text{F}$) an einer Fallenseite auf die Endelektroden geschaltet. Im Resonanzfall beobachtet man in dieser Raumrichtung nach dem oben beschriebenen Prinzip ebenfalls eine Abnahme der Fluoreszenzintensität.

7.1.2 Linienform der Bewegungsresonanzen

Die beobachteten Resonanzen besitzen eine asymmetrische Form, wie sie für eine erzwungene nichtlineare Schwingung typisch ist (vgl. Kap. 4). Diese resultiert aus der Anharmonizität des Speicherfeldes, die durch Potentialbeiträge höherer Ordnungen verursacht wird. Infolgedessen ist die Resonanzfrequenz eine Funktion der Bewegungsamplitude selbst. Eine weitere Erscheinung der nichtlinearen Schwingung im anharmonischen Potential ist die unstetige Änderung der Bewegungsamplitude auf der überhängenden Seite der Resonanzkurve. Diese ist durch plötzliche Sprünge in der Fluoreszenz beobachtbar (Abb. 7.2). Insbesondere hängt die Position des Sprungs bei gleicher Anregungsamplitude von der Richtung der Frequenzänderung

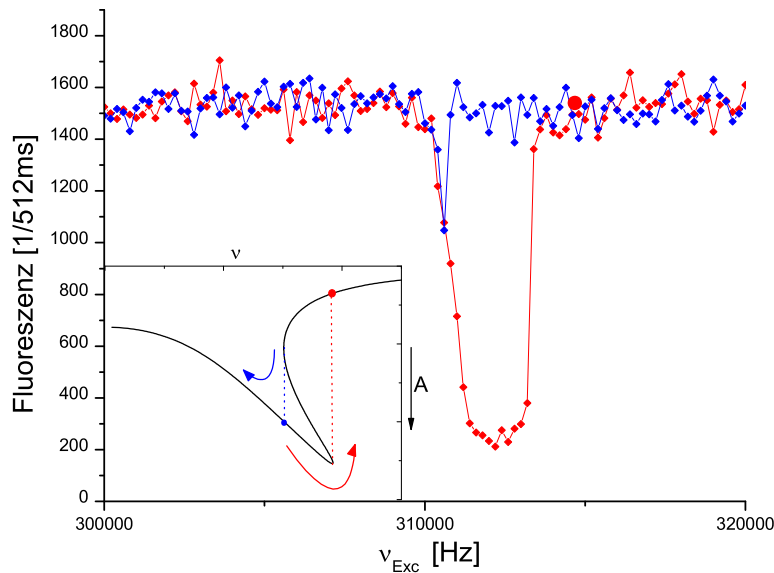


Abbildung 7.2: *Hystereseverhalten der erzwungenen Radialschwingung im anharmonischen Fall als Folge einer unterschiedlichen Verstimmungsrichtung der Anregungsfrequenz über die Bewegungsresonanz. Das Inset verdeutlicht das Verhalten anhand einer theoretischen Resonanzkurve. Die Farben der experimentell aufgetragenen Resonanzen korrespondieren dabei mit den Scanrichtungen im Inset.*

ab. Das Inset in Abb. 7.2 illustriert den Mechanismus, der zu den gemachten Beobachtungen führt. Auf der Ordinatenachse ist die *Bewegungsamplitude* als Funktion der Anregungsfrequenz in negativer Achsenrichtung aufgetragen. Die Schräge der Resonanz führt bei genügend großer Anharmonizität und Anregung dazu, daß ein Frequenzbereich existiert (zwischen blauer und roter Linie) in dem die Schwingung drei verschiedene Amplituden annehmen kann. Stabile Schwingung ist nur auf den beiden äußeren Ästen der Resonanz möglich. Folgt die Frequenzänderung der Neigung der Resonanz (roter Verlauf, von niedrigen zu hohen Frequenzen), so vergrößert sich die Bewegungsamplitude bis zu der Frequenz, an welcher die Tangente an die Resonanzkurve eine Vertikale ist (rote Linie). Ein Überschreiten dieser Frequenz führt zu einer sprunghaften Reduktion der Amplitude und die maximale Auslenkung der Ionen nimmt den Wert des oberen Astes an. Durchläuft die Anregungsfrequenz die Resonanz in umgekehrter Richtung (blauer Verlauf) so tritt diesselbe Kippscheinung an der blau gekennzeichneten Tangente der Resonanz auf. Die Amplitude wächst sprunghaft an und folgt im weiteren stetig dem Verlauf der Kurve.

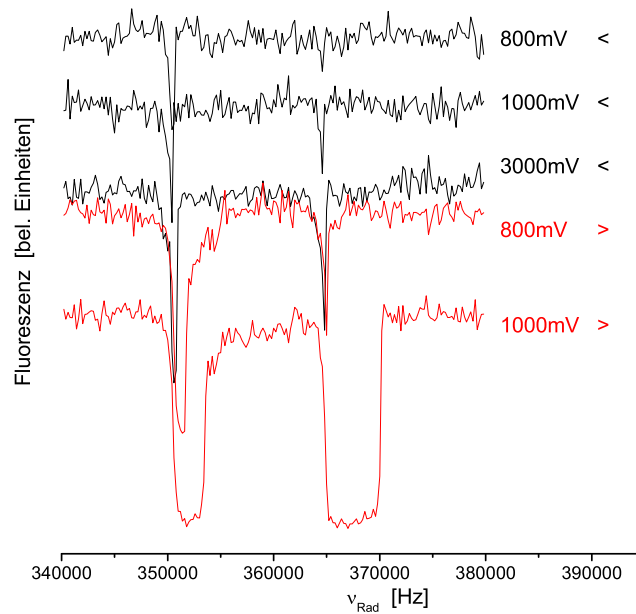


Abbildung 7.3: Richtungs- und Amplitudenabhängigkeit der Linienform bei Anregung der Ionenbewegung. Schwarz sind die Resonanzen bei Abwärts-, rot bei Aufwärtsverstimnungen der Anregungsfrequenz dargestellt. Die Breiten der Resonanzen hängen bei gleicher Anregungsamplitude empfindlich von der Durchstimmrichtung der Frequenz ab. Die niederfrequente Flanke ist von beiden Parametern weitestgehend unabhängig und behält ihre Position bei.

Mit dem Ziel die in Kap. 7.2 untersuchten nichtlinearen Resonanzen eindeutig identifizieren zu können, ist die möglichst präzise Bestimmung der Speicherparameter durch eine Anregung der Ionenbewegung verbunden. Um eine optimale Bestimmungsmethode zu erhalten, wird die Linienform der von den Ionen emittierten Fluoreszenz unter verschiedenen Anregungsamplituden und den beiden Variationsrichtungen der Anregungsfrequenz betrachtet. Das Ergebnis ist in Abb. 7.3 festgehalten. In schwarz ist die Fluoreszenzlichtrate bei einer Dipolanregung der Ionen mit verschiedenen Amplituden aufgetragen, wobei die Frequenz von höheren Werten beginnend über die Resonanz verstimmt wird. Rot dargestellt sind die beobachteten Resonanzen bei zwei der Anregungsamplituden; hierbei wurde die Frequenz in umgekehrter Richtung variiert. Die Skala der Fluoreszenzlichtrate ist in allen Fällen gleich, da diese Messungen an denselben Ionen durchgeführt wurden. Auffallend

sind die sehr unterschiedlichen Breiten der Resonanzen bei entgegengesetzten Frequenzverstimmungen, aber gleichen Anregungsamplituden.

Die Verbreiterung der Linien ist asymmetrisch und hängt bei gleicher Anregungsamplitude von der Durchstimmrichtung der Anregungsfrequenz ab. Beispielsweise beträgt die Breite der linken Resonanz, gemessen bei einer absteigenden Frequenzverstimmung und einer Anregungsamplitude von $U_{exc} = 800$ mV, etwa $\Delta\nu = 470$ Hz. Sie wächst auf 560 Hz an, wenn die Bewegung mit einer Amplitude von 3000 mV angeregt wird. Für eine Frequenzvariation zu höheren Werten hin, beträgt ihre Breite $\Delta\nu = 1260$ Hz wenn mit $U_{exc} = 800$ mV angeregt wird und nimmt für eine Anregungsamplitude von 1000 mV einen Wert von etwa 3000 Hz an.

Auffallend ist die annähernd konstante Position der niederfrequenten Flanke für beide Variationsrichtungen der Frequenz und alle Anregungsamplituden. Die Verbreiterung der Resonanzkurven ist in erster Linie durch die höherfrequente Flanke bestimmt. Diese Erscheinung ist charakteristisch für anharmonische Schwingungen und lässt sich analog zu den oben gemachten Betrachtungen dieses Kapitels erklären.

Insbesondere lässt der Vergleich der im Bild rechten Resonanzen bei den verschiedenen Amplituden den Schluß zu, daß eine Extrapolation auf $U_{exc} = 0$ V zu einer Frequenz der freien Schwingung führt, die nahe der niederfrequenten Flanken liegt. Zur genauen Bestimmung der Speicherparameter sollte, nach den gemachten Beobachtungen, die Frequenz von hohen zu niedrigen Werten über die Resonanzen gestimmt werden.

Die beobachtete Breite und Tiefe der Resonanzen in der gemessenen Fluoreszenzlichtrate ist nicht direkt proportional zur maximalen Amplitude der Ionen, sondern ein Maß für die Verweilzeit der Ionen im Laserstrahl. Wird die Auslenkung der Ionen sehr groß, verschiebt sich auch ihre Resonanzfrequenz gegenüber der Laserfrequenz so stark, daß sie aufgrund der Dopplerverschiebung keine Photonen mehr aus den Laserfeldern streuen und man beobachtet ein Absinken der Photonenzählrate bis auf den Untergrund.

7.1.3 Bestimmung der realen Speicherparameter

Eine Angabe der absoluten Speicherparameter aus den an der Falle angelegten Wechsel- und Gleichspannungen ist natürlicherweise fehlerbehaftet. Dieses liegt an Unsicherheiten in der Messung der Spannungen (insbesondere der Hochfrequenzamplitude ca. $\pm 5\%$) und in der Angabe der Fallenmaße. Letztere können nur mit einer Genauigkeit von etwa $\pm 0,1$ mm angegeben werden.

Eine wesentlich präzisere Angabe ist durch die Messung der Bewegungsfrequenzen der Ionen in den Speicherpotentialen möglich. Dazu wird eine kleine Anzahl Ionen bei verschiedenen Speicherspannungen in der Falle eingeschlossen und deren Schwingungsfrequenzen durch definiertes Verstimmen zusätzlicher hochfrequenten

ter Dipolfelder von hohen Frequenzen beginnend angeregt. Die Detektion der Bewegungsfrequenzen erfolgt wieder durch optische Anregung der Ionen bei 397nm (866nm) und Messung der laserinduzierten Fluoreszenz.

Bestimmung des q-Parameters

Die Radialfrequenzen wurden auf diese Weise, mehrmals im Verlauf des Experimentes, als Funktion der eingestellten Hochfrequenzamplitude U_{AC} bei einer Gleichspannung von $U_{DC}=0 \text{ V}$ ² und jeweils der selben Endkappenspannung $U_{END} = 31\text{V}$ gemessen. Die in verschiedenen Meßserien, bei gleichen Hochfrequenzamplituden ermittelten Radialfrequenzen zeigen dabei eine Reproduzierbarkeit von besser als zwei Prozent. Trägt man die so ermittelten Radialfrequenzen zusammen mit dem

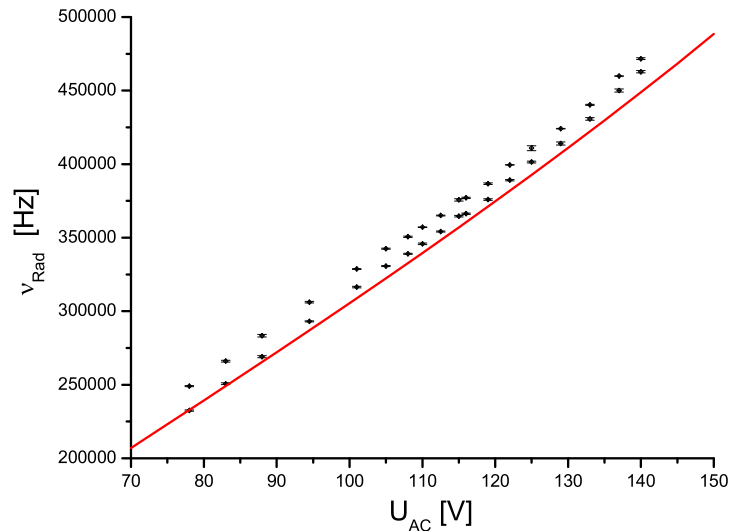


Abbildung 7.4: Dargestellt ist eine Meßserie der aus der Anregung der Ionenbewegung erhaltenen Resonanzen zu verschiedenen Speicherspannungen. Rot ist zusätzlich die erwartete Frequenz bei $a=0$ eingetragen. Zu erkennen ist eine systematische Verschiebung aller Frequenzen zu höheren Werten hin.

theoretisch erwarteten Verlauf gegen die Speicherspannung auf (in Abb. 7.4 ist die erwartete Frequenz (rot) zur besseren Übersichtlichkeit für $a=0$ eingezeichnet; die gemessenen Frequenzen sollten also beiderseits dieser Kurve liegen), so zeigt sich eine systematische Verschiebung aller Frequenzen zu höheren Werten hin. Ein

²Damit wird $a=0$ angenommen

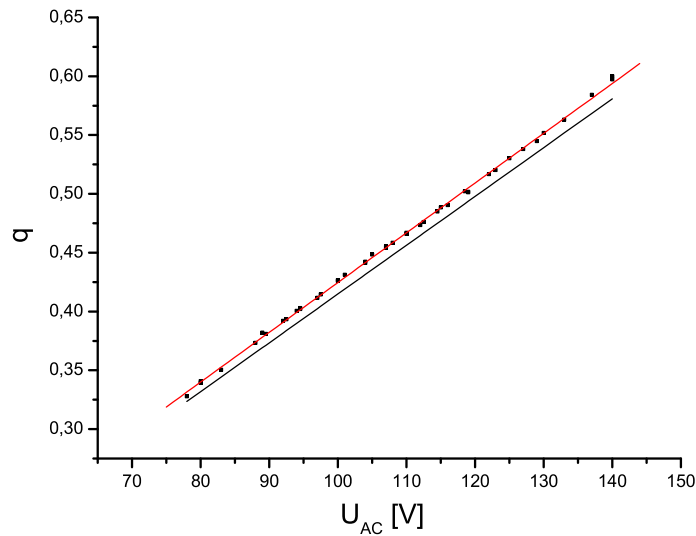


Abbildung 7.5: *Eichung des Speicherparameters q . Zu sehen sind die aus den Radialanregungen ermittelten q -Werte. Rot ist der korrigierte, schwarz der theoretisch erwartete Verlauf des Speicherparameters eingezeichnet.*

Grund dafür kann in einem systematischen Fehler in der Spannungsmessung liegen. Eine zweite Ursache ist eine mögliche Frequenzverschiebung der Säkularbewegung durch höhere Potentialanteile. Sevugarajan und Menon zeigen in [94] für eine klassische Paulfalle eine auftretende Frequenzverschiebung der Axialbewegung durch das Vorhandensein der Multipolterme $N=3$ und $N=4$. Die darüberhinaus beobachtete Aufspaltung der Frequenzen ist auf einen statischen Potentialanteil zurückzuführen, wie er beispielsweise durch Kontaktpotentiale hervorgerufen werden kann³.

Aus allen radialen Frequenzpaaren werden auf numerischem Wege mittels der Kettenbruchgleichung Speicherparameterpaare $(q, \pm a)$ ermittelt. Für a ergibt sich aus der Aufspaltung für jede einzelne Meßserie ein konsistenter Wert über alle Frequenzen. Diese für a ermittelten Werte liegen für alle Meßserien typischerweise in einem Bereich von $|a| \leq 0,0045$

Aus den experimentell ermittelten q -Werten zur eingestellten Hochfrequenzamplitude lässt sich eine Korrekturfunktion erstellen, welche die gemessenen q -Parameter zur eingestellten HF-Speicherspannung in Bezug setzt. Der Verlauf der korrigierten q -Werte ist in Abb. 7.5 dargestellt. In dem betrachteten Speicherbereich skalieren die aus der Hochfrequenzamplitude erhaltenen q -Werte in erster Linie mit einem Faktor 1,025.

³Solche Potentiale können durch Kalziumablagerungen auf den Elektroden entstehen.

Diese Korrektur wird im folgenden immer zur Angabe des Speicherparameters q aufgrund der eingestellten Hochfrequenzamplitude verwendet.

Bestimmung des geometrischen Faktors

Das axiale Potential der linearen Falle kann in der Fallenmitte näherungsweise als harmonisch angenommen werden, skaliert aber insbesondere infolge der ausgedehnten Geometrie in Richtung der Fallennachse mit dem sogenannten geometrischen Faktor κ (vgl. Gl. (3.28)). Zur Charakterisierung des axialen Speicherfeldes in der Nähe des Fallenzentrums werden die Axialfrequenzen systematisch als Funktion der angelegten Endkappenspannung gemessen und in einem Diagramm aufgetragen. Durch Anpassen einer Wurzelfunktion an die erhaltenen Daten lässt sich mit

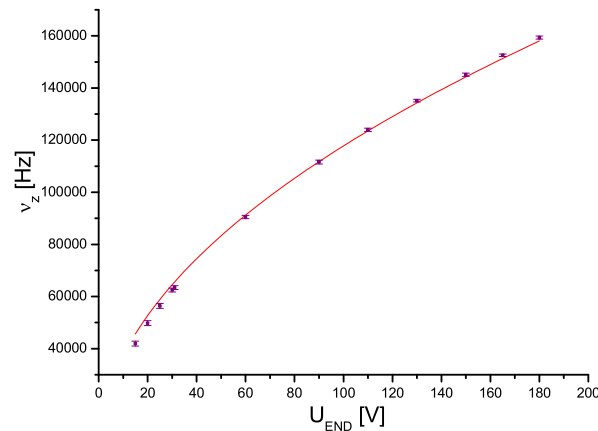


Abbildung 7.6: Dargestellt sind die Axialfrequenzen in Abhängigkeit der angelegten Endkappenspannungen zum axialen Einschluss der Ionen. Ein Anpassen einer Wurzelfunktion ermöglicht die Bestimmung des geometrischen Faktors κ .

Gleichung (3.28) der geometrische Faktor der Falle extrahieren. Für die gegebene Elektrodenkonfiguration dieser Falle beträgt er

$$\kappa = 0,064$$

Der Fehler in der Bestimmung von κ liegt in der Größenordnung von 10^{-6} und wird deshalb nicht weiter berücksichtigt. Mit diesem Wert ist es nun möglich, über Frequenzunterschiede in durchgeführten Messungen den Einfluß des Axialpotentials anzugeben.

7.1.4 Einfluß des axialen Speicherpotentials

Das zur axialen Speicherung über die Endkappen der Falle angelegte Potential erzeugt in der Fallmitte in erster Näherung ein harmonisches Potential entlang der Fallachse, welches mit dem in Kap 7.1.3 gemessenen geometrischen Faktor κ skaliert. Gleichzeitig wirkt dieses Potential in radialer Richtung defokussierend (vgl. Kap. 3.1.2).

Zur Untersuchung dieses Effektes werden Ionen bei einer festen Hochfrequenzamplitude von $U_{AC}=101V$ und verschiedenen, aber konstanten Gleichspannungsanteilen in der Falle gespeichert und deren radiale Bewegungsfrequenzen als Funktion der Endkappenspannung gemessen. Abb. 7.7 stellt den Verlauf der gemessenen

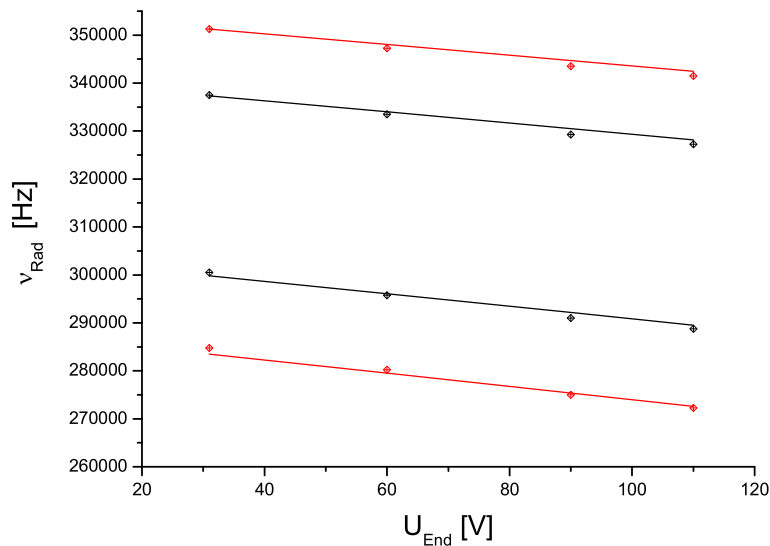


Abbildung 7.7: Defokussierungseffekt des Axialpotentials auf die radiale Speicherung. Gleichfarbige Punkte bzw. Linien gehören jeweils zu einer an den Mittelelektroden angelegten Gleichspannung um die Potentialsymmetrie aufzuheben. Schwarz: $U_{DC} = -1V$, rot: $U_{DC} = -2V$. Die Linien stellen den erwarteten Verlauf dar.

Radialfrequenzen zusammen mit dem theoretisch berechneten Verlauf als Funktion der angelegten Endkappenspannung dar. Schwarz ist die Frequenzverschiebung für eine Gleichspannung an den Mittelelektroden von $U_{DC} = -1 V$, rot für eine von $U_{DC} = -2 V$ zu sehen. Man beobachtet eine gleichmäßige parallele Absenkung der zueinander gehörenden Frequenzpaare. Eine Bestimmung der Speicherparameter q und a aus den Frequenzen zu jeder eingestellten Endkappenspannung führt zu dem

Ergebnis, daß das axiale Potential im Rahmen der Meßgenauigkeit keine Auswirkung auf den Gleichspannungsanteil hat, sondern ausschließlich zu einer effektiven Reduktion des vom Hochfrequenzfeld erzeugten Potentials führt.

7.1.5 Säkularfrequenzen bei Variation der Potentialtopftiefen

Ein zusätzlicher Gleichspannungsanteil im angelegten Speicherfeld führt zur Aufhebung der Symmetrie im radialen Potential. Auf diese Weise lassen sich die Potentialtopftiefen in x- und y-Richtung definiert verändern. Eine Absenkung des Potentials in der einen Richtung führt dabei nach Gln. (3.25) (3.26) in der dazu senkrechten Richtung zu einer Anhebung der Potentialtiefe um den gleichen Betrag. Daher spalten die Bewegungsfrequenzen auf und man beobachtet in der Anregung der Ionschwingung zwei Resonanzen.

Zur Überprüfung dieser Aufspaltungscharakteristik in der hier verwendeten Falle werden Ionen durch Variation des an den Mittelelektroden angelegten radialen Gleichspannungsanteils U_{DC} in unterschiedlichen Potentialtopfverhältnissen gespeichert und deren Bewegungsfrequenzen durch eine Dipolanregung gemessen. Die Hochfrequenzamplitude U_{AC} und die Axialspannungen U_{END} werden dabei konstant gehalten ($U_{AC}=107$ V, $U_{END}=31$ V). Trägt man die so ermittelten Frequenzen gegen die Gleichspannung auf (Abb. 7.8, links), so erkennt man eine qualitativ gute Übereinstimmung mit der, durch schwarze Linien dargestellten theoretischen Vorhersage. Das erwartete Zusammenfallen der Bewegungsfrequenzen bei einer verschwindenden Gleichspannung ist nicht zu beobachten, vielmehr verbleibt eine Aufspaltung von 14,3 kHz. Das Zusammenfallen der Frequenzen wird entsprechend erst bei einer leicht von Null verschiedenen Spannung erwartet. Diese Aufspaltung ist darüberhinaus nicht symmetrisch um die erwartete Frequenz, sondern zeigt eine Verschiebung zu höheren Frequenzen. Damit kann ein statisches Quadrupolfeld ausgeschlossen werden, denn dieses würde eine symmetrische Aufspaltung zeigen. Es muß sich daher um ein Kontaktpotential handeln, das z.B. nur an einer der Mittelelektroden vorhanden ist und die Potentialtiefen in x- und y-Richtung in unterschiedlichem Maße beeinflusst

Berechnet man aus den gemessenen Bewegungsfrequenzen den Speicherparameter a und trägt man diesen gegen die angelegte Gleichspannung wie in Abbildung 7.8 (rechts) dargestellt auf, so zeigt sich konsequenterweise auch hier ein Verlauf, der sich im wesentlichen mit der Theorie deckt. Die bei $U_{DC}=0$ V durch das Kontaktpotential verbleibende Abweichung beträgt $\Delta a = 0,0043$ was einer Gleichspannung von 0,5 V entspricht. Dieses Ergebnis bestätigt die in Kapitel 7.1.3 gemachte Beobachtung.

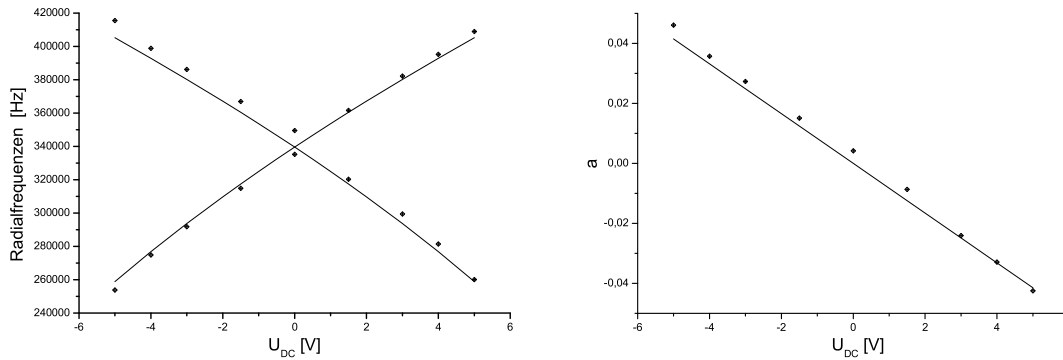


Abbildung 7.8: Links im Bild ist die Aufspaltung der Radialfrequenzen als Funktion der an zwei gegenüberliegenden Mittelelektroden anliegenden Gleichspannung zu sehen. Sie wird durch die Aufhebung der Potentialsymmetrie verursacht. Auffällig ist eine verbleibende asymmetrische Aufspaltung bei $U_{DC} = 0V$. Sie wird durch ein Kontaktpotential an einer der Elektroden verursacht. Rechts sind die zu den Frequenzpaaren korrespondierenden a -Werte aufgetragen. Für $U_{DC} = 0V$ verbleibt ein Offset von $\Delta a = 0,0043$. Die dargestellte Messung erfolgte für $q = 0,456$. Zusätzlich eingezeichnet sind die berechneten Verläufe.

7.1.6 Anregungsspektrum der Ionenbewegung

Die Anregung der Bewegungsfrequenzen erfolgt direkt durch Einstrahlung eines hochfrequenten Wechselfeldes, welches über eine der Endelektroden kapazitiv eingekoppelt wird. Auf diese Weise besitzt das Anregungsfeld Amplitudenkomponenten in alle Raumrichtungen und es lassen sich sowohl die Axial- als auch die Radialfrequenzen in einem durchgehenden Frequenzscan an den selben Ionen messen. Zur Beobachtung werden die von den Ionen gestreuten Photonen mit einem Multiplier aufgenommen. Im Falle einer direkten Dipolanregung werden die einfachen Bewegungsfrequenzen am stärksten angeregt. Eine Quadrupolanregung stellt eine parametrische Anregung dar, und damit ist die doppelte Bewegungsfrequenz die intensivste beobachtbare Linie. Die in einer Falle vorhandenen Potentialstörungen höherer Ordnung führen weiterhin zu zusätzlichen Frequenzen im Anregungsspektrum, die durch

$$\omega = k_x \omega_x + k_y \omega_y + l \Omega$$

dargestellt sind. Zwei Aufnahmen des Anregungsspektrums der in dieser Arbeit verwendeten Falle sind in Abb. 7.9 zu sehen. Man erkennt deutlich die einfachen und doppelten Frequenzen zur Axial- bzw. Radialbewegung. Darüber hinaus ist die Bewegungsresonanz bei $\Omega - 2\omega_r$ zu erkennen. Das Fehlen von Frequenzen anderer

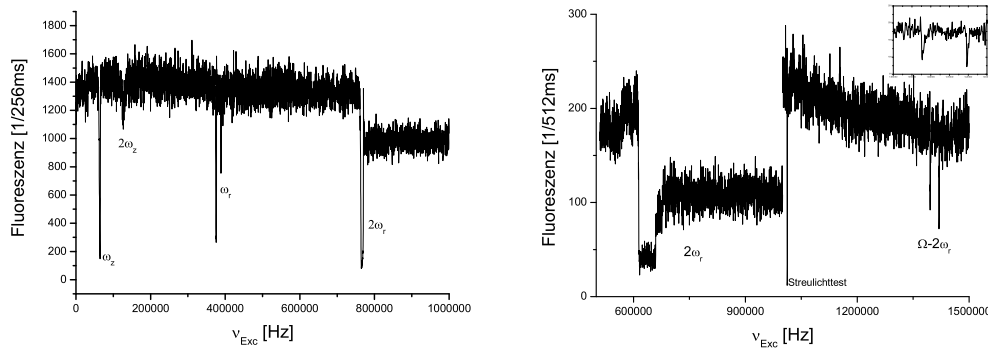


Abbildung 7.9: Anregungsspektrum der Ionenbewegung. Im linken Bild ($q=0,503$) sind sowohl die einfachen, als auch die doppelten Frequenzen zur Axial- und der Radialbewegung als Resonanzen zu erkennen. Im rechten Bild ($q=0,419$) wurde ein höherer Frequenzbereich durchfahren und man erkennt zusätzlich ein Resonanzpaar bei der Frequenz $\Omega - 2\omega_r$. Trotz hoher Anregungsamplituden (vgl. Text) sind keine weiteren Frequenzkombinationen erkennbar, was prinzipiell auf schwache Potentialstörungen hinweist. Bei der Frequenz von $2\omega_r$ ist die Anregung dagegen schon zu stark und ein Teil der Ionen geht verloren.

Kombinationen trotz einer Anregungsamplitude von 1000 mV im linken Teilbild und 2000mV im rechten Teilbild deutet auf nur schwache Potentialstörungen hin. Dieses steht allerdings im Widerspruch zu den anschließend dargestellten Untersuchungen.

7.2 Nichtlineare Resonanzen in einer linearen Paulfalle

Bereits kurz nach der Einführung des Quadrupol-Massenfilters [79, 80] wurde durch Busch et al. von einer Abnahme des Ionenstromes bei bestimmten Betriebsparametern β_x und β_y berichtet [17]. Diese Beobachtung wurde mit einer Störung des reinen Quadrupolpotentials, verursacht durch Potentialanteile höherer Ordnung, erklärt. Durch Kopplung der Radialbewegungen mit dem Führungsfeld wird den Ionen Energie aus diesem zugeführt. Die Ionenbahnen weiten sich auf, was schließlich zu einem Ionenverlust führen kann. Diese sogenannten nichtlinearen Resonanzen beobachtete Dawson [24] einige Zeit später auch in der hyperbolischen Paulfalle und stellte die Resonanzbedingung für diese Geometrie auf. Eine erste teilweise Ausmessung des Stabilitätsdiagrammes wurde durch Eades et al. [38] durchgeführt und mehrere Resonanzlinien charakterisiert. Alheit et al. [2] führten kurze Zeit

später systematische, hochaufgelöste Scans des ersten stabilen Bereiches zweier unterschiedlicher Paulfallen durch und untersuchten zusätzlich weitere Einflüsse, wie z.B. Raumladung und periodische Modulation des Speicherfeldes, auf die nichtlinearen Resonanzen. Gudjons et al. [43] beobachteten nichtlineare Resonanzen an lasergekühlten Ca^+ - Ionen mittels Fluoreszenzspektroskopie in einer hyperbolischen Paulfalle.

In linearen Paulfallen sind diese Resonanzeffekte ebenfalls vorhanden, insbesondere da diese in der Praxis nicht durch hyperbolische, sondern durch einfachere Elektrodengeometrien realisiert werden. Ferner ist ein Einfluß des zusätzlichen statischen axialen Potentials auf das Resonanzverhalten zu erwarten. Systematische Untersuchungen zu nichtlinearen Resonanzeffekten in linearen Paulfallen sind bisher nicht bekannt. Diese Arbeit liefert erste Ergebnisse zu dieser Thematik.

7.2.1 Das Meßprinzip

Für die Untersuchung nichtlinearer Resonanzen werden kleine Ca^+ - Ionenwolken mit ca. 5-50 Teilchen in der linearen Paulfalle gespeichert. Die Ionen werden auf dem $4\text{S}_{1/2}$ - $4\text{P}_{1/2}$ Übergang bei 397 nm mit einem UV-Laser angeregt und der anschließende Zerfall in den Grundzustand optisch detektiert; um maximale Fluoreszenz zu erhalten ist der Laser gegenüber der Übergangsfrequenz rotverstimmt. Zur Vermeidung optischen Pumpens in den metastabilen $3\text{D}_{3/2}$ -Zustand ist ein zweiter Laser bei 866 nm resonant auf dem $4\text{P}_{1/2}$ - $3\text{D}_{3/2}$ Übergang abgestimmt. Alle Experimente erfolgen unter UHV-Bedingungen ($p = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ mbar}$), so daß Wechselwirkungen mit dem Restgas und insbesondere eine dadurch verursachte isotrope Dämpfung der Ionenbewegung vernachlässigt werden kann.

Die Messungen zur Abtastung der experimentell zugänglichen Teile des ersten Stabilitätsbereiches werden in zwei verschiedenen Varianten durchgeführt. Bei fester Speicherfeldfrequenz und einem festgehaltenen Speicherparameter a (Gleichspannungsanteil) oder q (Hochfrequenzanteil), wird der jeweils andere Parameter in kleinen Schritten definiert durchfahren und die laserinduzierte Fluoreszenz der Ionen aufgenommen.

Die Scans im unteren q -Parameterbereich ($0,2 \leq q \leq 0,4$) erfolgen mit einer Auflösung von $\Delta q = 0,0001$ ($\Delta U_{AC} = 24 \text{ mV}$). Im oberen Speicherbereich ($0,4 \leq q \leq 0,7$) beträgt die Schrittweite der Abtastung $\Delta q = 0,0002$ ($\Delta U_{AC} = 48 \text{ mV}$), da zur Erzeugung der hohen Speicherspannungen zusätzlich der hierfür aufgebaute MOSFET-Verstärker eingesetzt wurde (vgl. Kap. 5). Da die (minimale) Spannungsschrittweite bereits von einer programmierbaren AD/DA-Wandlerkarte vorgegeben ist, wird diese mitverstärkt. Für q -Werte kleiner 0,2 wird die Speicherung einer Wolke zunehmend schwieriger und es sind keine reproduzierbaren Messungen mehr möglich. Die obere Grenze des Scanbereichs ist durch die maximal erreichbare Speicherspannung gegeben und liegt bei $q \approx 0,72$ ($U_{AC} \approx 170 \text{ V}$). Entlang der a -Achse wird der Stabilitätsbereich generell in Schritten von $\Delta a = 4 \cdot 10^{-5}$ ($\Delta U_{DC} = 4,8 \text{ mV}$) ausgemessen.

Beobachtung nichtlinearer Resonanzen

In Abbildung 7.10 ist der Speicherbereich bei einem festen Parameter $q=0,424$ parallel zur a -Achse abgetastet worden. Das von den Ionen emittierte Fluoreszenzlicht zeigt eine Einhüllende, deren Intensität vom Speicherparameter a abhängt. Durch die stärker werdende Asymmetrisierung der Radialpotentiale bei betragsmäßig wachsendem Parameter a , ändern sich Ausdehnung, Dichte und Geschwindigkeitsverteilung der Ionenwolke in den beiden radialen Richtungen und die Wechselwirkung mit dem eingestrahlten Laserfeld nimmt ab. Dieser Einhüllenden sind meh-

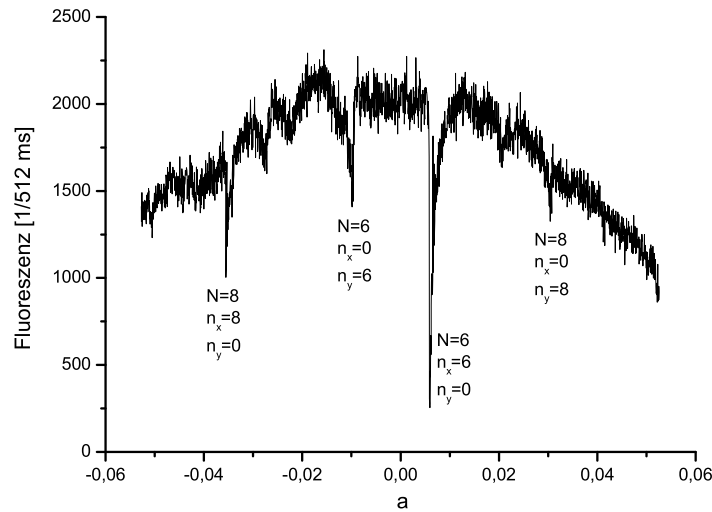


Abbildung 7.10: Dargestellt ist ein Schnitt des 1. Stabilitätsbereiches entlang a bei einem Speicherparameter $q=0,424$ ($U_{AC}=100V$). Die Abtastung erfolgt mit einer Schrittweite von $\Delta a = 4 \cdot 10^{-5}$ und es wird von großen zu kleinen a Werten gescannt. Die Endkappenspannung beträgt $U_{END}=31V$. Insgesamt sind sieben Resonanzen als Einbrüche des von den Ionen emittierten Fluoreszenzlichtes auf der Einhüllenden zu sehen. Die Resonanzen, die eindeutig zugeordnet werden konnten sind benannt.

rere scharfe Einbrüche in der Fluoreszenz überlagert. Bei diesen (q, a) - Paaren erfüllen die Bewegungsfrequenzen der Ionen die Bedingung für nichtlineare Resonanz $n_x \omega_x + n_y \omega_y = \Omega$, $n_x + n_y = N$, $n_{x,y} \in \mathbb{Z}$ und die Bewegungsbahnen werden instabil. Durch Kopplung der Säkularfrequenzen mit der Hochfrequenz entnehmen die Ionen Energie aus dem Speicherfeld und weiten ihre Bewegungsbahnen auf. Dadurch wird der räumliche und spektrale Überlapp mit den Laserfeldern kleiner und man beobachtet die Abnahme des Fluoreszenzsignals. Die Tiefe der auftretenden

Resonanzen ist ein Maß für die Stärke der im Speicherpotential vorkommenden Störterme höherer Ordnung. Die stärkeren Resonanzen in Abb. 7.10 lassen sich mit den Systematiken aus Kap. 7.1 zuordnen und sind im Bild gekennzeichnet.

7.2.2 Linienform der nichtlinearen Resonanzen

Die hohe Auflösung der Abtastung ermöglicht eine genauere Betrachtung der Linienform der beobachteten Resonanzen. Zur Aufnahme der in Abb. 7.11 dargestellten Resonanz bei $q=0,469$ wurde der Speicherparameter a sowohl in auf- (rot) als auch in absteigender (schwarz) Richtung linear über die Resonanz gefahren. In beiden Scanrichtungen lässt sich eine Asymmetrie in der Fluoreszenz feststellen. Auffällig

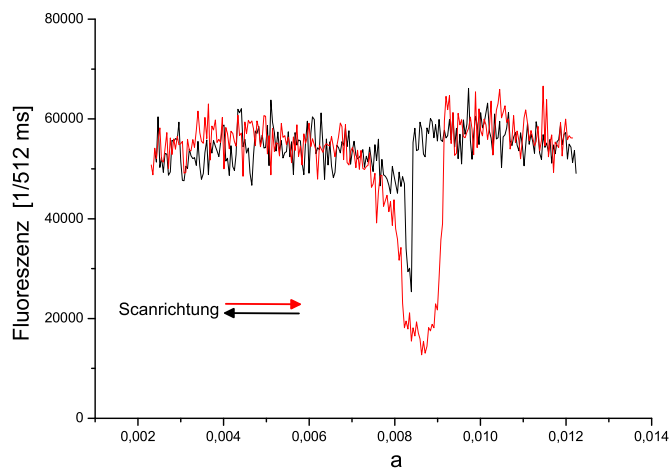


Abbildung 7.11: *Fluoreszenzrate der nichtlinearen Resonanz $N=6$, $n_x=0$, $n_y=6$ bei $q=0,469$. Die Resonanz besitzt eine asymmetrische Form und einen Sprung, der bei entgegengesetzter Variation des Speicherparameters a an einer anderen Stelle auftritt. Beides sind typische Erscheinungen für anharmonische Schwingungen.*

ist auch der Sprung in der Fluoreszenzlichtintensität auf der rechten Seite der Resonanz, der für die verschiedenen Scanrichtungen bei unterschiedlichen Werten von a auftritt. Beides sind charakteristische Merkmale eines nichtlinearen Schwingers, bei dem die Oszillationsfrequenz eine Funktion der Schwingungsamplitude selbst ist und spiegeln die Anharmonizität des Fallenpotentials wider.

Im Resonanzfall kann die Anregung der Schwingung durch Kopplung an das Speicherfeld verglichen werden mit der Anregung der Säkularbewegung durch ein externes Hochfrequenzfeld (vgl. Kap. 4.2, Kap. 7.1.2). Dieses wird besonders anschaulich, wenn man nichtgekoppelte Resonanzen mit der Bedingung $n_r \omega_r = \Omega$, $r = x, y$

betrachtet: Stimmt man den Speicherparameter a in Abb. 7.11 und damit nach Gleichungen (3.12) und (3.13) die Bewegungsfrequenz der Ionen in der Nähe der Resonanz von der überhängenden Seite (schwarz) über diese hinweg, so folgt die Bewegungamplitude der Resonanz, bis die Kurve auf der Parameterachse ihre Richtung umkehrt. An dieser Stelle springt die Amplitude und fährt die Resonanz weiter in Richtung der Parameterverstimmung ab. Wird der Speicherparameter entgegengesetzt über die Resonanz verstimmt (rot), so wächst die Amplitude der Bewegung bis zum Maximum der Kurve an. Dort kehrt die Resonanz ihre Richtung um; daher erfolgt an dieser Stelle der Sprung und die Bewegung läuft auf dem Ast der Resonanz weiter, der sich in Richtung der Parameteränderung fortsetzt. Im Gegensatz zur erzwungenen Schwingung wird hier nicht die Frequenz der äußeren periodischen Kraft durchgestimmt, sondern durch die Speicherparameter a bzw. q die Frequenz des schwingenden Systems selbst.

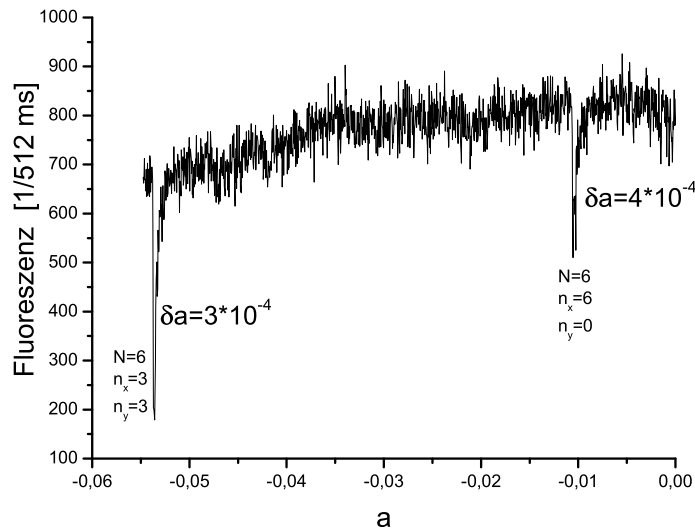


Abbildung 7.12: Die Linienbreiten der nichtlinearen Resonanzen liegen in der Größenordnung 10^{-3} bis 10^{-4} . Die dargestellten Resonanzen wurden bei $q=0,4677$ aufgenommen und gehören beide der Ordnung $N=6$ an. Mit dem Speicherparameter a ergeben sich Massenauflösungen von $\delta m/m=0,006$ für die linke, bzw. $0,038$ für die rechte Resonanz.

Die Halbwertsbreiten der nichtlinearen Resonanzen sind sehr klein und liegen typischerweise im Bereich von 10^{-3} für Schnitte parallel zur q -Achse und 10^{-4} für solche

parallel zur a-Achse. Aus Gl. (3.8) folgt

$$\frac{\delta a}{a} = \frac{\delta m}{m}, \text{ bzw. } \frac{\delta q}{q} = \frac{\delta m}{m}. \quad (7.1)$$

Bei geeigneter Wahl der Arbeitsparameter, also wenn a bzw. q groß genug gewählt werden, konnten Verhältnisse bis zu $\frac{\delta m}{m} \leq 0,0025$ beobachtet werden. Damit ist die Massenauflösung gut genug, um Isotope die sich um eine atomare Masseneinheit voneinander unterscheiden zu trennen. Alheit [4] und Gudjons [42] haben z.B. die Verwendung nichtlinearer Resonanzen zur Isotopentrennung in einer hyperbolischen Falle gezeigt.

7.2.3 Resonanzen und Ionenzahl

Die theoretische Beschreibung der Speicherung in Kapitel 3 gilt für ein einzelnes Teilchen der Ladung e und der Masse m. Befindet sich eine größere Anzahl von Ionen im Speicherpotential, so dehnt sich die räumliche Verteilung der Ionenwolke aus. Da die Nichtharmonizität des Speicherpotentials mit zunehmendem Abstand von der Fallachse an Einfluß gewinnt, lassen sich einige, besonders schwächere, Resonanzen erst ab einer hinreichenden Ionenzahl beobachten. Wird die Anzahl der Ionen in der Falle groß ($n > 300$), so treten zusätzliche beobachtbare Raumladungseffekte in verstärktem Maße auf [3]. Die Ladungsdichteverteilung der Ionen selbst führt dann zu einer Anharmonizität des effektiv von den Ionen wahrgenommenen Speicherfeldes und aufgrund von Abschirmeffekten erfahren die Ionen eine im Mittel geringere rücktreibende Kraft in Richtung Fallachse.

Die drei Fluoreszenzkurven in Abb. 7.13 entlang der q-Achse des Stabilitätsdiagrammes bei $a=0$ wurden unter gleichen Bedingungen, aber mit verschiedenen Ionenanzahlen aufgenommen. Im Falle größerer Ionenzahlen (mittlere und obere Kurve) ist die Resonanzstruktur bei $U_{AC} \approx 102$ V stark genug ausgeprägt, so daß es sogar zu einem teilweisen Ionenverlust kommt. Im Falle sehr weniger Ionen (untere schwarze Kurve) fehlt sie dagegen vollständig. Ursache ist eine Potentialverzerrung und eine größere Wolkenausdehnung durch mehrere Ionen.

Zusätzlich (grau unterlegt) ist in der Abbildung die Zählrate, nachdem der Rückpumpplaser bei 866 nm geblockt wurde. Durch optisches Pumpen in den $3D_{3/2}$ -Zustand verschwindet das Ionensignal und übrig bleibt das vom UV-Laser verursachte Streulicht. Betrachtet man nun die Abstände der von den Ionen stammenden Fluoreszenz, so erkennt man ein stufenweises Absinken des Ionensignals, wobei die Differenzen der Fluoreszenzstärken etwa ganzzahlige Vielfache mit $n=1$ und $n=2$ zueinander darstellen. Zu Beginn befinden sich demnach acht Ionen in der Falle. Während für zwei Ionen noch keine nichtlinearen Resonanzeffekte beobachtbar sind, sind sie für fünf Ionen bereits ausgeprägt genug, um einen Ionenverlust her-

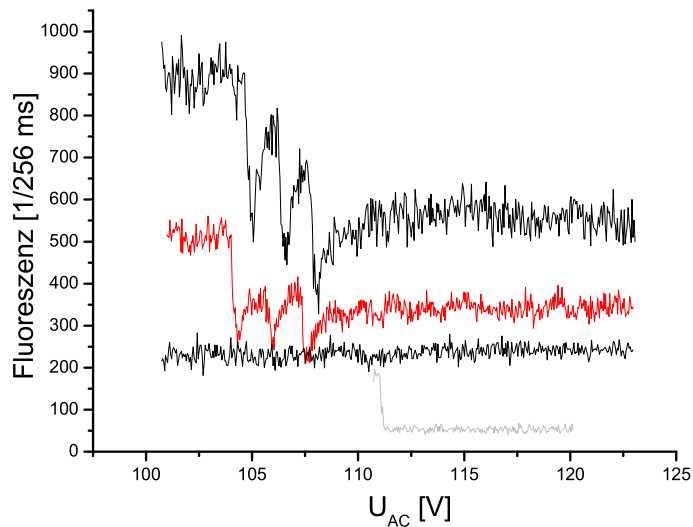


Abbildung 7.13: Fluoreszenzkurven um eine nichtlineare Resonanz bei drei verschiedenen Ionenzahlen als Funktion der Hochfrequenzamplitude. Bei größeren Ionenzahlen wird das Fallenpotential durch Raumladungseffekte gestört und die Stärke der Resonanz nimmt zu. Grau unterlegt ist die Untergrundszählrate. Das in diskreten Abständen sinkende Signal bei einem Ionenverlust läßt sich auf eine Speicherung einiger weniger Ionen zurückführen.

beizuführen. Dieser starke Einfluß einzelner Ionen auf das Auftreten nichtlinearer Resonanzen in Paulfallen ist bislang noch nicht beobachtet worden.

7.2.4 Einfluß des Axialpotentials auf nichtlineare Resonanzen

Die vorangegangenen Betrachtungen zur Ionenbewegung im Fallenpotential zeigten eine Absenkung der radialen Bewegungsfrequenzen durch das axiale Potential und damit eine effektive Verschiebung des Stabilitätsbereiches zu höheren q -Werten hin. An dieser Stelle soll untersucht werden, welche Auswirkungen das Axialpotential auf nichtlineare Resonanzen zur Folge hat. Dazu wird eine kleine Ionenwolke bei einer fest eingestellten Gleichspannung von $U_{DC}=0$ gespeichert und der 1. Stabilitätsbereich für verschiedene Axialpotentiale entlang des Speicherparameters q im Intervall $0,4 \leq q \leq 0,65$ bei kleinen Werten beginnend abgetastet. Die spezielle Wahl von $U_{DC}=0$ liegt darin begründet, daß sich alle Resonanzen einer gegebenen Ord-

nung jeweils in einem Punkt auf der q -Achse schneiden (vgl. Kap. 3.1) und damit die Anzahl der auftretenden Resonanzen reduziert ist. Dieses und die Abwesenheit etwaiger Gleichspannungsanteile im Speicherfeld ermöglicht eine eindeutige Charakterisierung von Effekten, die durch das Axialpotential verursacht werden.

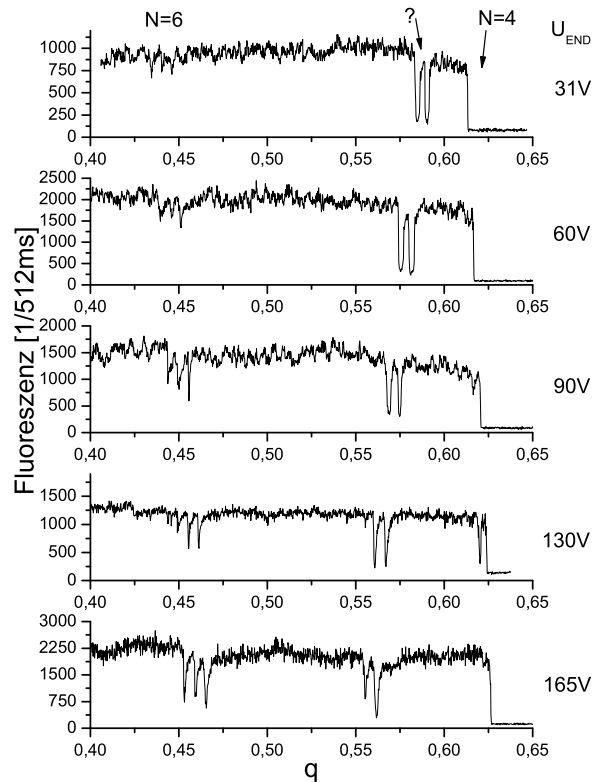


Abbildung 7.14: Dargestellt ist eine Serie von Fluoreszenzaufnahmen als Funktion des Speicherparameters q , der von kleinen Werten ausgehend erhöht wurde. Sukzessive wurde die Axialspannung für jeden Durchlauf erhöht. Zu sehen sind drei Gruppen nichtlinearer Resonanzen, wobei die Ionen am Ende jedes Scans, durch die Stärke der Resonanz an dieser Stelle die Falle verlassen. Die Resonanzen am linken ($N=6$) und rechten ($N=4$) Rand, weisen mit zunehmender Axialspannung eine Verschiebung zu höheren q -Werten auf. Die mittlere Gruppe dagegen verschiebt sich in die umgekehrte Richtung.

Im untersuchten Bereich (Abb. 7.14) sind mehrere nichtlineare Resonanzen deutlich zu erkennen. Die Resonanz am rechten Bildrand ($q \geq 0,62$) ist dabei so stark, daß die Ionen die Falle verlassen und der Scan beendet wird; für jeden neuen Durchlauf

müssen daher neue Ionen erzeugt werden. Da die Breiten der Resonanzen typischerweise in der Größenordnung von 10^{-3} und besser liegen, werden die Speicherparameter dieser Resonanz näherungsweise durch die Position des Fluoreszenzabfalls angegeben. Diese Bestimmung ist hinreichend genug und die Resonanz kann der Ordnung $N=4$ zugewiesen werden. Die Aufspaltung der Resonanzen bei $q \approx 0,45$ in eine Dreierstruktur und in eine Doppelstruktur im Bereich $0,55 \leq q \leq 0,60$ ist nach Kap. 7.1.5 durch den verbleibenden Offset in a bedingt und wird durch Kontaktpotentiale verursacht. Die Resonanzen der Dreierstruktur gehören der Resonanzordnung $N=6$ an. Eine Zuordnung der Doppelstruktur ist nicht ohne weiteres möglich.

Wird die axiale Speicherspannung erhöht, so verschieben sich die Resonanzen der Ordnungen $N=4$ und $N=6$ zu höheren q -Werten. Dieses ist eine Folge des defokussierenden Effektes, den das Axialpotential auf die radiale Speicherung ausübt. Das radiale Potential wird durch höhere Endkappenspannungen stärker abgeschwächt; entsprechend werden die Bewegungsfrequenzen der Ionen kleiner und erfüllen gegenüber den vorherigen Potentialeinstellungen nicht mehr die Resonanzbedingung. Eine resonante Ankopplung der Ionenbewegung an die Speicherfeldfrequenz wird erreicht, indem die Schwingungsfrequenz der Ionen durch vergrößern der Hochfrequenzamplitude erhöht wird. Die Resonanzgruppe mit der Doppelstruktur zeigt eine wesentlich stärkere Verschiebung in die entgegengesetzte Richtung.

Trägt man die q -Werte, an denen die Resonanzen auftreten, wie in Abb. 7.15 dargestellt, gegen die angelegte Axialspannung auf, so lässt sich dieses Verhalten verstehen. Die theoretisch erwarteten Knoten (für ein Massenfilter) der Resonanzordnungen $N=4, 5, 6$ sind durch horizontale grüne Linien markiert. Die q -Werte, die eindeutig mit den Resonanzordnungen $N=4$ und $N=6$ identifiziert werden können, zeigen die bereits erläuterte Verschiebung. Die q -Parameter der zusätzlich beobachteten Resonanzen entfernen sich bei zunehmender Axialspannung mit einem wurzelfunktionsartigen Verlauf vom theoretisch berechneten q -Wert. Für eine Endkappenspannung von $U_{END}=0$ V ("offene" Falle $\hat{=}$ Massenfilter) fallen sie mit den Resonanzen der Ordnung $N=4$ zusammen.

Da die Messungen für $a=0$ durchgeführt wurden, besitzen beide Radialbewegungen die gleiche Frequenz und die Resonanzbedingung kann vereinfachend als

$$N\omega = \Omega, \quad N = 4, 6 \quad (7.2)$$

geschrieben werden. Für die aufsteigenden Äste ist diese Resonanzbedingung für alle gemessenen q -Werte erfüllt, daher muß die Bewegungsfrequenz auf jeweils einem Zweig den gleichen Wert besitzen. Berechnet man die Säkularfrequenzen aus den ermittelten q -Daten und berücksichtigt man nach Gl.(3.44) deren Absenkung durch das Axialpotential, so erhält man genau dieses Ergebnis. Bei der Bestimmung der

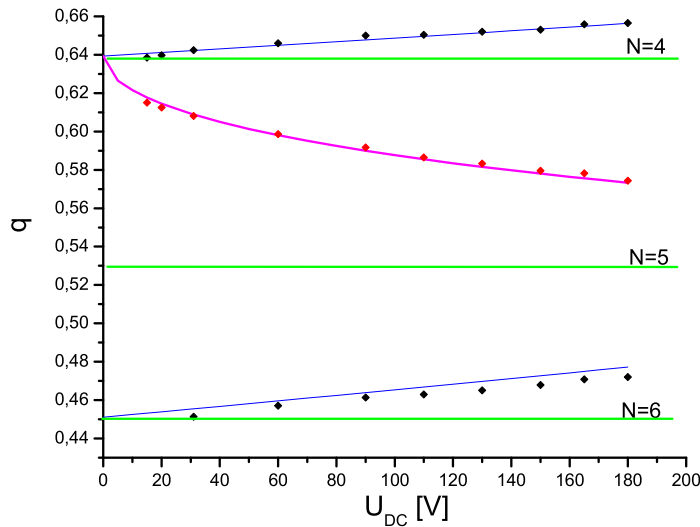


Abbildung 7.15: Verschiebung der beobachteten nichtlinearen Resonanzen als Funktion der angelegten Endkappenspannungen zur axialen Speicherung. Anhand dieses Diagrammes läßt sich das Verhalten der in Abb. 7.14 mit “?” gekennzeichneten Resonanz verstehen. Grün dargestellt sind die erwarteten Resonanzpositionen der Ordnung N in einem Massenfilter. Schwarz ist die Verschiebung der Resonanzen durch die radiale Potentialabschwächung, die das Axialpotential verursacht abgebildet. Rot die Aufspaltung und Verschiebung der zusätzlich beobachteten Resonanz. Eine detaillierte Erläuterung findet sich im Text.

Frequenzen des absteigenden Astes muß die Herabsetzung ebenfalls miteinbezogen werden. Weist man diesen Zweig auch der Ordnung $N=4$ zu und bildet nach der vereinfachten Resonanzbedingung 7.2 die Differenz $\Omega - 4\omega$, so verschwindet diese nicht, sondern man erhält

$$\Omega - 4\omega = 2\omega_z, \quad \text{bzw.} \quad 4\omega + 2\omega_z = \Omega$$

Das heißt, Anharmonizitäten im statischen Axialpotential führen durch dessen Radialkomponenten zu einer zusätzlichen Kopplung der radialen und der axialen Bewegung und die Linien spalten im beobachteten Fall mit einem von der Axialspannung bestimmten Frequenzabstand von $2\omega_z$ auf.

Die Trennung von Isotopen unter Verwendung nichtlinearer Resonanzen in einer hyperbolischen Paulfalle erfolgte durch Variation des Arbeitspunktes [42]. Nach

den hier erhaltenen Ergebnissen, sollte es in linearen Fällen möglich sein durch eine relativ einfache Variation der Axialspannungen bestimmte q -Werte im Speicherbereich anzufahren und Isotope gegebener Massen gezielt zu destabilisieren. Dieses kann beispielsweise zur Unterdrückung bestimmter Isotope bei der Spektroskopie in Fallen verwendet werden, um auf diese Weise optische Spektren zu vereinfachen.

7.2.5 Systematische Abtastung des Stabilitätsbereiches

Die systematische Untersuchung des Stabilitätsbereiches erfolgt mit dem in Kapitel 7.2.1 beschriebenen Meßverfahren. Die Endkappenspannung zum axialen Einschluß der Ionen beträgt für alle Messungen $U_{END} = 31V$. Die Ausmessung des experimentell zugänglichen Bereiches wird sowohl mit Schnitten parallel zur q - als auch mit Schnitten parallel zur a -Achse durchgeführt. Insbesondere erfolgt die Abtastung entlang der a -Achse immer symmetrisch, d.h. Anfangs- und Endpunkt sind betragsmäßig gleich. Dieses ermöglicht die Korrektur eventuell auftretender Offsets. Wie schon anhand der Abb. 7.10 erläutert, ist das Durchstimmen des Parameters a beidseitig der q -Achse nur in einem eingeschränkten Bereich sinnvoll, da die Signalstärke durch die geänderten Eigenschaften der Ionenwolke (z. B. Form und Geschwindigkeitsverteilung) bei extremen a -Werten auch ohne Ionenverlust auf den Untergrund absinkt. Im allgemeinen variieren die Bedingungen unter denen vergleichbare Einzelmessungen stattfinden geringfügig zueinander, beispielsweise in der Laserfrequenz und der Ionenanzahl. Daraus können Abweichungen in Stärke und Position der Resonanzen resultieren (vgl. Kap. 7.2.3).

Nichtlineare Resonanzen treten nur an solchen Arbeitspunkten (q, a) auf, an denen die Resonanzbedingung (Gl. (3.55)) erfüllt ist. Resonanzen gleicher Ordnung in N, n_x, n_y , liegen im Parameterraum (q, a) auf Linien, deren Verlauf durch die Lösung der Resonanzbedingung bestimmt wird (vgl. Kap.3.2, Abb. 3.5). Zur Charakterisierung des Linienverlaufs, werden aus den einzelnen Messungen die Speicherparameter (q, a) jeweils der Resonanzen bestimmt, die für mindestens fünf Einzelmessungen beobachtet werden konnten und für die sich ein Verlauf aus diesen Messungen erkennen ließ. Die so ermittelten Speicherparameter werden in einem q - a -Diagramm aufgetragen und sind in Abb. 7.16 für den Bereich $0,35 \leq q \leq 0,7$ dargestellt. Für $q \geq 0,55$ ist eine klare Struktur der Punktanordnung zu sehen, deren linienhafter Verlauf gut nachvollziehbar ist. Deutlich zu erkennen ist auch die Gruppierung der Linien nach Resonanzordnungen und ein Zusammenlaufen mit gemeinsamen Schnittpunkten auf der q -Achse. Entlang jeder dieser Linien wird die Resonanzbedingung Gl. (3.55) für eine bestimmte Kombination der Größen N, n_x und n_y erfüllt. Unterhalb von $q=0,55$ sind diese Linienstrukturen nicht mehr eindeutig zu erkennen. Für $q < 0,35$ ist ein reproduzierbarer Nachweis von nichtlinearen Resonanzen nicht möglich.

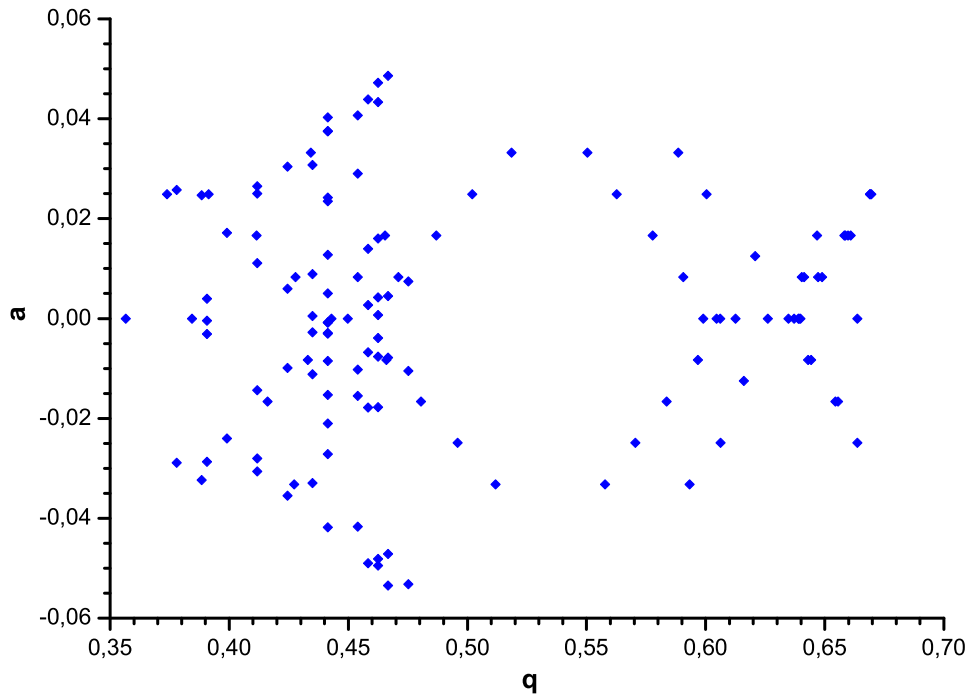


Abbildung 7.16: Lage der nichtlinearen Resonanzen, wie sie aus den einzelnen q bzw. a - Schnitten ermittelt wurden. Man erkennt linienhafte Strukturen entlang denen die Resonanzbeziehung erfüllt wird.

Zur genaueren Analyse der Resonanzlinien werden sie mit dem theoretischen Verlauf der Linien verglichen. Dazu werden sie gemeinsam mit dem errechneten Verlauf (vgl. Abb. 3.5) in einem Diagramm eingetragen. Zugunsten einer übersichtlichen Darstellung wurde in Abb. 7.17 nur der theoretische Verlauf der Linien eingezeichnet, der mit den gemessenen Punkten korrespondiert. Die Bezeichnung der Linien erfolgt gemäß: $N/n_x/n_y$. Schwarz dargestellt sind Resonanzlinien der Ordnungen $N=4$, $N=6$ und $N=8$, die aus einer rein radialen Bewegungskopplung resultieren. Zusätzlich rötlich sind Resonanzlinien eingezeichnet, die eine Kopplung mit der Axialschwingung der Ionen berücksichtigen, wie sie im vorangegangenen Kapitel untersucht wurde. Magentafarben ist die Kopplung mit $2\omega_z$ eingezeichnet, rot die Kopplung mit der einfachen Axialfrequenz. Die scheinbar breitere Verteilung der gemessenen Punkte für die Resonanzordnung $N=6$ erklärt sich somit ebenfalls durch eine Kopplung mit der Axialbewegung.

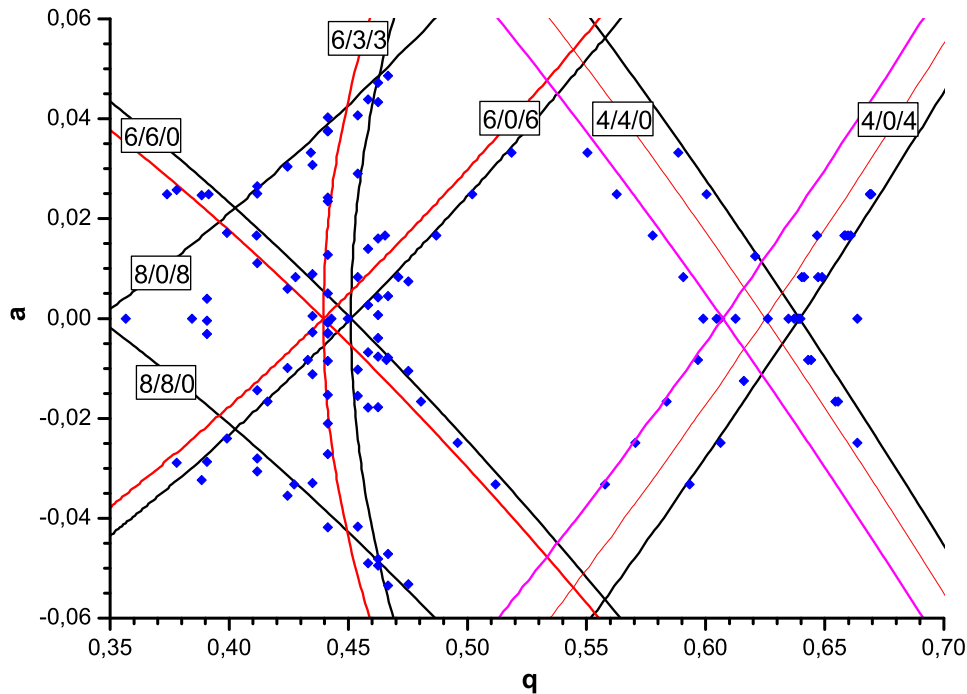


Abbildung 7.17: Vergleich der gemessenen nichtlinearen Resonanzen mit den Berechneten Verläufen. Dargestellt sind zur besseren Übersichtlichkeit nur die Linien, die mit den Meßpunkten identifiziert werden. Die BEzeichnung der Linien erfolgt mit $(N/n_x/n_y)$

Man erkennt eine gute Übereinstimmung des experimentell beobachteten Verlaufs mit dem theoretisch erwarteten. Auffallend ist das Auftreten nur ausgezeichneter Resonanzkombinationen (n_x, n_y) . Es handelt sich hierbei um nichtgekoppelte Resonanzen, bei denen einer der Werte n_x, n_y verschwindet und im Falle der Ordnung $N=6$, zusätzlich um eine gekoppelte Resonanz mit der Kombination $n_x = n_y = 3$. Darüber hinaus zeigen sich für $q \geq 0,35$ Linien der nichtgekoppelten Resonanzen für $N=8$. Diese verschwinden jedoch, nachdem sie den Linienvverlauf der Dodekapol-Resonanzen ($N=6$) bei $q \approx 0,4$ schneiden. Darüberhinaus ist die Beobachtung von Resonanzen im Knotenpunkt für $N=7$ in das Diagramm aufgenommen, deren Ursache jedoch nicht geklärt werden konnte.

Nach Denison [28] und Douglas [33] stellt für einen ideal justierten linearen Quadrupol mit zylindrischen Elektroden das Verhältnis aus Elektrodenradius zu

Fallenradius von etwa $r/r_0=1,13$ die beste Näherung zur Erzeugung eines idealen Quadrupolpotentials dar. Aufgrund der Periodizität der Elektrodenanordnung treten nur Potentialterme mit $N=2, 6, 10, \dots$ auf. Diese Falle besitzt in etwa das angegebene Verhältnis. Somit steht die hier gemachte Beobachtung der Terme $N=4$ und $N=8$ im Widerspruch zu diesen Modellen. Jedoch kann davon ausgegangen werden, daß die Justierung der Fallenelektroden in der Praxis nicht ideal ist und damit Terme anderer Ordnungen auftreten. Ferner wird in diesen Modellen eine Massenfilter-Konfiguration angenommen und damit der Einfluß der Endkappen nicht berücksichtigt.

Um ein Maß für die auftretenden Resonanzen zu erhalten ist eine Bestimmung der Koeffizienten c_n aus der Potentialentwicklung Gl.(3.47) hilfreich. Aufgrund des Fehlens ausgezeichneter Symmetrien in der linearen Falle ist eine Berechnung der realen Potentiale allerdings sehr schwierig. Deshalb wurde zur Verifizierung der Ergebnisse eine Simulation der Ionenbahnen in Simion durchgeführt. Die Bewegungsamplitude eines Ions bei verschiedenen kinetischen Energien diente dabei zur Abtastung des Säkularpotentials der Falle. Die Speicherspannungen wurden entsprechend der im Experiment verwendeten gewählt. An die so erhaltenen Potentialwerte als Funktion des Abstands von der Fallennachse wurde eine Potentialentwicklung bis zur neunten Ordnung angepasst. Alle ungeraden Ordnungen der Entwicklung verschwinden; Für die relativen Stärken der geraden Beiträge bezüglich c_2 erhält man:

$$\frac{c_4}{c_2} = +0,061, \quad \frac{c_6}{c_2} = -0,022, \quad \frac{c_8}{c_2} = +0,003$$

Dieses Resultat bestätigt die Beobachtung der Resonanzterme $N=4$ und $N=8$ für die Ionenbewegung im anharmonischen Fallenpotential, wobei auch die Stärken den beobachteten Resonanztiefen entsprechen.

Der ausgemessene Stabilitätsbereich dieser linearen Falle zeigt Bereiche, die zu anharmonischen Potentialbeiträgen der Ordnungen $N=4, 6$ und 8 gehören. Es treten außerdem weitere Resonanzlinien auf, deren Ursache in der Anharmonizität des Axialpotentials liegt. Sie führen zu einer Aufspaltung der beobachteten radialen nichtlinearen Resonanzen, wobei der Abstand zwischen beiden Resonanzen durch die Axialfrequenz bestimmt wird. Damit läßt sich eine erweiterte Resonanzbedingung angeben:

$$\begin{aligned} n_x \omega_x + n_y \omega_y &= \Omega - k \omega_z \\ n_x + n_y &= N \quad n_x, n_y \in \mathbb{Z} \quad k = 0, 1, 2 \end{aligned}$$

Die Resonanzordnung N wird nach wie vor von der Radialbewegung bestimmt und die Axialfrequenz ω_z wirkt sich für $k \neq 0$ in einer zusätzlichen und verschobenen Resonanzlinie der selben Ordnung aus. Eine Allgemeingültigkeit dieser Resonanzbedingung muß noch gezeigt werden.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit unterteilt sich in zwei Schwerpunkte. Im Mittelpunkt des ersten steht die Verbesserung der bestehenden Infrarot-Diodenlasersysteme durch eine Stabilisierung gegen Langzeitdriften und der Aufbau eines ebenfalls driftstabilisierten Diodenlasersystems im nahen Ultraviolett. Auf diese Weise sollen in Zukunft alle für das Kühlen und die Spektroskopie an gespeicherten Ca^+ -Ionen benötigten Wellenlängen bei 397 nm, 866 nm und 850 nm durch ein reines und gegen Frequenzdriften stabilisiertes All-Diode-Laser-System direkt erzeugt werden können.

Ausgangspunkt ist eine passive Stabilisierung der Diodenlaser durch optische Rückkopplung mit einem Reflexionsgitter im klassischen Littrow-Aufbau. Eine programmierbare digitale Temperaturstabilisierung sorgt für eine konstante Temperatur des optischen Laseraufbaus mit einer gemessenen Toleranz von ± 1 mK. Die damit noch verbliebenen Frequenzschwankungen von etwa 100 MHz pro Minute wurden durch die im Rahmen dieser Arbeit aufgebauten Driftstabilisierung eliminiert.

Zentrales Element des Stabilisierungsaufbaus ist ein optischer Resonator mit einem freien Spektralbereich von etwa 200 MHz und einer Finesse von etwa $F=300$. Dieser Resonator dient zum Transfer der Stabilität des Referenzlasers auf einen Diodenlaser. Als Referenzlaser kommt derzeit ein kommerzieller, modenstabilisierter HeNe zum Einsatz. Die Detektion erfolgt mittels Lock-In Technik, so daß auf das Maximum der Transmission geregelt wird.

Die Frequenzdrift zweier so stabilisierter IR-Diodenlaser bei der gleichen Wellenlänge liegt innerhalb deren eigenen Linienbreite, die durch die Stabilisierung auf nur noch 300 kHz reduziert wurde. Die Limitierung stellt jetzt der Referenzlaser dar, der laut Herstellerangaben 2MHz/h und 5MHz/K driften kann.

Ein Diodenlasersystem bei 397 nm zum Treiben des $4\text{S}_{1/2}$ - $4\text{P}_{1/2}$ -Übergangs wurde aufgebaut und spezifiziert. Aufgrund schneller Alterungserscheinungen, die experimentell festgehalten wurden, war es leider nicht möglich diese Diode für Experimente in den Laboralltag einzubinden. Dennoch ist es gelungen, die prinzipiellen Kapazitäten, die eine solche Diode mit sich bringt, zu demonstrieren.

Im zweiten Schwerpunkt wird der Fokus auf das Auftreten nichtlinearer Resonanzen in der verwendeten linearen Falle gerichtet. Diese werden durch Potentialbeimischungen höherer Ordnung verursacht und stellen einen Heizmechanismus dar, der zu einer Linienverbreiterung und zu einer Reduktion der Speichereffizienz bis hin zum Teilchenverlust führen kann. Ein Teil der experimentellen Untersuchungen wird erst durch die über mehrere Stunden arbeitende Driftstabilisierung der IR-Laser möglich, da einige Messungen sehr zeitintensiv sind (bis zu 35 Minuten pro Einzelsweep).

In der theoretischen Betrachtung der Falle wurde gezeigt, daß sich der Stabilitätsbereich gegenüber dem eines linearen Hochfrequenz-Quadrupol-Massenfilters durch die Axialpotentiale verschiebt und zusätzlich eine Stauchung erfährt. Darüberhinaus wurde ein Stabilitätsdiagramm mit dem Resonanzlinienverlauf aller möglichen Kombinationen der Bewegungsfrequenzen errechnet. Mit der Zielsetzung, die experimentell auftretenden nichtlinearen Resonanzen eindeutig zu identifizieren, wurde zunächst die Ionenbewegung, unter Berücksichtigung aller zur Speicherung angelegten Felder, in der verwendeten Falle ausgiebig untersucht. Systematische Abweichungen vom theoretisch erwarteten Verhalten wurden quantifiziert und flossen in die Identifizierung der Resonanzen ein.

Die Systematische Abtastung des ersten Stabilitätsbereiches und die Klassifizierung der Resonanzen zeigte in der experimentell zugänglichen Region nur wenige Resonanzlinien. Sie konnten den Ordnungen $N=4$ (Oktupol), $N=6$ (Dodekapol) und $N=8$ (Dekahexapol) zugeordnet werden. Insbesondere zeigte sich, daß in erster Linie nichtgekoppelte Resonanzen, also solche, bei denen nur eine Radialkomponente der Bewegung mit dem Speicherfeld koppelt, auftreten.

Die Untersuchung der nichtlinearen Resonanzen unter dem Einfluß des Axialpotentials ergab neben der erwarteten Verschiebung eine Aufspaltung der Resonanzlinien. Durch die anharmonischen Radialanteile des statischen axialen Potentials erfolgt eine zusätzliche Kopplung der radialen und axialen Ionenbewegung. Der Abstand zwischen den rein radial und den radial-axial koppelnden Resonanzen ist dabei durch die Axialfrequenz bestimmt. Damit ist die bisherige Betrachtung, bei der lineare Fallen wie Hochfrequenz-Massenspektrometer behandelt wurden, nicht gerechtfertigt. Der Einfluß des Axialpotentials ist bei bestimmten Speicherparametern nicht mehr vernachlässigbar, wie das Auftreten der zusätzlichen und relativ starken Resonanzen zeigt und führt zu einer erweiterten Resonanzbedingung.

Aufgrund ihrer schmalen Halbwertsbreiten von etwa 10^{-3} bis 10^{-4} lassen sich bei geeigneter Wahl der Speicherparameter Massenauflösungen von $\Delta m/m \leq 0,0025$ erzielen. Damit können nichtlineare Resonanzen prinzipiell dazu verwendet werden, die Speicherung unerwünschter Isotope zu erschweren. Während in einer klassischen Paulfalle die Bedingung für nichtlineare Resonanz durch Variation der Speicherparameter q und a auf eine Masse abgestimmt und damit deren Bewegung instabili-

sirt wurde, bieten sich in einer linearen Falle hierfür die radial-axial gekoppelten Resonanzen an. Durch Variation der Axialspannungen könnten diese Resonanzen auf die unerwünschte Masse abgestimmt und deren Speicherung unterdrückt werden. Der Vorteil hierbei würde in der einfacheren und präziseren Kontrolle kleiner Gleichspannungen gegenüber großer Hochfrequenzamplituden liegen. Eine Mögliche Anwendung wäre z.B. die isotoopenreine Herstellung von Proben für die optische Spektroskopie in Fallen. Auf diese Weise könnten die Spektren vereinfacht werden, da Linien anderer Isotope wegfallen würden.

Für zukünftige Experimente, die eine noch bessere Stabilisierung benötigen, insbesondere auf kurzen Zeitspannen, stehen bereits im optischen Aufbau implementierte, Prototypen für eine Flankenstabilisierung bereit. Die gegenwärtige Stabilität des Lasersystems ist durch den Referenzlaser bestimmt. Für eine verbesserte Driftstabilisierung bietet sich der zusätzliche Aufbau einer Sättigungsspektroskopie an, so daß ein entsprechender Referenzlaser an eine atomare Linie gekoppelt wird. Durch die optischen Resonatoren würden auch die Diodenlaser indirekt an die atomare Referenz gekoppelt. Gerade hier liegt ein entscheidender Vorzug dieses Aufbaus: Durch geeignete Wahl der Resonatorspiegel ist es möglich, eine beliebige Wellenlänge an eine atomare Referenz zu koppeln.

Sollte es möglich sein, nochmal eine blaue Laserdiode in das Experiment einbauen zu können, so bieten sich für die Zukunft interessante Möglichkeiten. Man hätte z.B. die Option zusammen mit dem Ti:Sa, zwei Sätze an Lasern bei 397 nm und 866 nm zu betreiben und optische Spektroskopie an kalten $^{43}\text{Ca}^+$ -Ionen durchzuführen und die Hyperfeinaufspaltung der metastabilen Zustände zu messen. Ein Lasersatz wäre zum optischen Kühlen von $^{40}\text{Ca}^+$, wodurch $^{43}\text{Ca}^+$ sympathetisch mitgekühlt würde. Der zweite Lasersatz würde dann zur Spektroskopie an letzteren Ionen dienen. Dieser ist notwendig, da die Isotopieverschiebungen zwischen $^{43}\text{Ca}^+$ und $^{40}\text{Ca}^+$ mit etwa 700 MHz auf den S-P-Übergängen und etwa -3400 MHz auf den P-D-Übergängen sehr groß sind. Eine durchstimmbare Erzeugung der benötigten Wellenlängen durch Seitenbänderzeugung aus einem einzelnen Satz an Lasern ist deshalb nicht möglich.

Durch einen Umbau des Ti:Sa könnte auch das Laserfeld für die 4S-4P Übergänge erzeugt werden und so die erreichbare Kühltemperatur in dieser Falle direkt gemessen werden.

Eine erneute Lebensdaueremessung des $3\text{D}_{5/2}$ -Zustands zur Verifizierung der beobachteten koinzidenten Quantensprünge in einer linearen Ionenkette [11] erscheint nach den Untersuchungen von Donald [32] nicht mehr notwendig, da dort keine physikalischen Korrelationen nachgewiesen werden konnten, die solche simultanen Sprünge zur Folge hätten. Eine wiederholte Beobachtung dieser Koinzidenzen an diesem Experiment könnte jedoch zur Beseitigung bzw. Charakterisierung der Störquellen dienen.

Nichtlineare Resonanzen stellen eine Möglichkeit dar, Heizmechanismen in Ionenfallen zu studieren. Sie können an lasergekühlten Ionen oder kristallinen Strukturen sehr gut untersucht werden, da durch die Kühlleistung der Laser die Gleichgewichtslage sehr empfindlich verschoben werden kann. Das Speichern einzelner Ionen bietet in diesem Zusammenhang die Möglichkeit Raumladungseffekte detailliert zu betrachten. Zunächst aber wäre eine hochaufgelöste Vermessung des ersten Speicherbereiches wünschenswert und damit die Erfassung aller auftretenden Resonanzen. Insbesondere durch längere Integrationszeiten sollte es möglich sein auch schwache Resonanzen zu detektieren. Auf diese Weise könnte eine Allgemeingültigkeit der aufgestellten, erweiterten nichtlinearen Resonanzbedingung überprüft werden.

Da lineare Fallen in jüngster Zeit in das Blickfeld der Massenspektrometrie rücken, ist es von hohem Interesse, experimentell zu überprüfen, ob eine Trennung von Isotopen unter Ausnutzung der radial-axial koppelnden nichtlinearen Resonanzen möglich ist. Hierbei würde die schmale Linienbreite der Resonanzen zusammen mit der Möglichkeit die Resonanzen durch Variation der Axialspannungen über Speicherbereiche verschiedener Massen durchzustimmen ausgenützt. Der Vorteil liegt in der einfachen und präzisen Kontrolle der relativ kleinen Gleichspannungen, gegenüber der Variation einer großen Hochfrequenzamplitude.

Literaturverzeichnis

- [1] Alheit, R., Dissertation, Mainz (1997)
- [2] Alheit, R., Hennig, C., Morgenstern, R., Vedel, F., Werth, G., Appl. Phys. B **61**, 277 (1995)
- [3] Alheit, R., Kleinedam, S., Vedel, F., Vedel, M., Werth, G., Int J. Mass Spectr. Ion Proc **154**, 155 (1996)
- [4] Alheit, R., Enders, K., Werth, G., Appl. Phys. B **62**, 511 (1996)
- [5] Alt, W., Block, M., Schmidt, T., Nakamura, T., Seibert, P., Chu, X., Werth, G., J. Phys. B **30**, L677 (1997)
- [6] Alt, W., Diplomarbeit, Mainz (1998)
- [7] Arbes, F., Benzing, M., Gudjons, T., Kurth, F., Werth, G., Z. Phys. D **31**, 27 (1994)
- [8] Barger, R.L., Soren, M.S., Hall, J.L., Appl. Phys. Lett. **22**, 573 (1973)
- [9] Barton, P.A., Donald, C.J.S., Lucas, D.M., Stevens, D.A., Steane, A.M., Stacey, D.N., Phys. Rev. A **62**, 032503 (2000)
- [10] Block, M., Dissertation, Mainz (2002)
- [11] Block, M., Rehm, O., Seibert, P., Werth, G., Eur. Phys. J. D **7**, 461 (1999)
- [12] Block, M., Drakoudis, A., Leuthner, H., Seibert, P., Werth, G., J. Phys. B **33**, L375 (2000)
- [13] Blümel, R., Kappler, C., Quint, W., Walther, H., Phys. Rev. A **40**, 808 (1989)
- [14] Bransden and Joachain, Physics of atoms and molecules, Longman Scientific & Technical (1983)
- [15] Brown, L.S., Gabrielse, G., Rev. Mod. Phys. **58**, 233 (1986)

- [16] v. Busch, F., Paul, W., Z. Phys. **164**, 581 (1961)
- [17] v. Busch, F., Paul, W., Z. Phys. **164**, 588 (1961)
- [18] Cirac, J.I. and Zoller, P., Phys. Rev. Lett. **74**, 4091 (1995)
- [19] Chu, S., Hollberg, L., Bjorkholm, J.E., Cable, A., Ashkin, A., Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985)
- [20] Collings, B.A., Douglas, D.J., J. Am. Soc. Mass Spectr. **11**, 1016 (2000)
- [21] Collings, B.A., Sudakov, M., Londry, F.A., J. Am. Soc. Mass Spectr. **13**, 577 (2002)
- [22] Dahmani, B., Hollberg, L., Drullinger, R., Optics Letters **12**, 876 (1987)
- [23] Dawson, P.H., Quadrupole Mass Spectrometry and its applications, Elsevier Scientific Publishing Company (1976)
- [24] Dawson, P.H., Whetten, N.R., J. Mass Spectr. Ion Phys. **2**, 45 (1969)
- [25] Dehmelt, H.G., Advan. At. Mol. Phys. **3**, 53 (1967)
- [26] Dehmelt, H.G., in Frequency Standards and Metrology, Proceedings of the Fourth Symposium, Ancona, Italien 1988, Hrsg: A. DeMarchi (Springer Verlag, Berlin, 1989)
- [27] Demtröder, Laserspektroskopie, 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin (1991)
- [28] Denison, D.R., J. Vac Sci Tec. **8**, 266 (1971)
- [29] Dicke, R.H., Phys. Rev. **89**, 472 (1953)
- [30] Diedrich, F., Peik, E., Chen, J.M., Quint, W., Walther, H., Phys. Rev. Lett. **59**, 2931 (1987)
- [31] Diedrich, F., Bergquist, J.C., Itano, W.M., Wineland, D.J., Phys. Rev. Lett. **62**, 403 (1989)
- [32] Donald, C.J.S., Lucas, D.M., Barton, P.A., McDonnell, M.J., Stacey, J.P., Stevens, D.A., Stacey, D.N., Steane, A.M., Europhys. Lett. **51**, 388 (2000)
- [33] Douglas, D.J., Kononkov, N.V., Rapid Comm. Mass Spectr. **16**, 1425 (2002)
- [34] Douglas, D.J., Frank, A.J., Mao, D., Mass Spectr. Rev. **24**, 1 (2005)

- [35] Drever, R.W.P., Hall, J.L., Kowalski, F.V., Hough, J., Ford, G.M., Munley, A.J., Ward, H., Appl. Phys. B **31**, 97 (1983)
- [36] Drewsen, M. et al. Phys. Rev. A **62**, 045401 (2000)
- [37] Dubin, D.H.E., Phys. Rev. Lett. **71**, 2753 (1993)
- [38] Eades, D.M., Johnson, J.V., Yost, R.A., J. Am. Soc. Mass Spectr. **4**, 917 (1993)
- [39] Fischer, E., Z. Phys. **156**, 1 (1959)
- [40] Garcia, Prima H., Diplomarbeit, Mainz (2002)
- [41] Gosh, Pradip K., Ion Traps, Oxford (1995)
- [42] Gudjons, T.E., Dissertation, Mainz (1996)
- [43] Gudjons, T.E., Seibert, P., Werth, G., Appl. Phys. B **65**, 57 (1997)
- [44] Gulde, S., Barton, P., Schmidt-Kaler, F., Blatt, R., Appl. Phys. B **73**, 861 (2001)
- [45] Guthörlein, G.R., Keller, M., Hayasaka, K., Lange, W., Walther, H., Nature **414**, 49 (2001)
- [46] Hänsch, T., Schawlow, A., Opt. Comm. **13**, 68 (1975)
- [47] Hänsch, T.W., Couillaud, B., Opt. Comm. **35**, 441 (1980)
- [48] Hagedorn, R., Cern **57-1** (1957)
- [49] Hasegawa, T., Shimizu, T., Appl. Phys. B **70**, 867 (2000)
- [50] Hayasaka, K., Urabe, S., Watanabe, M., Jpn. J. Appl. Phys. **39**, 687 (2000)
- [51] Hennrich, M., Legero, T., Kuhn, A., Rempe, G., Phys. Rev. Lett. **85**, 4872 (2000)
- [52] Hodgson, N., Weber, H., Optische Resonatoren, Springer-Verlag, (1992)
- [53] Hornekaer, L., Dissertation, Aarhus (2000)
- [54] Horowitz, Hill, The Art of Electronics, 2nd Edition, Cambridge (1989)
- [55] Jackson, Klassische Elektrodynamik, 2. Auflage, Walter de Gruyter, Berlin (1982)

- [56] Janik, G.R., Prestage, J.D., Maleki, L., J. Appl. Phys. **67**, 6050 (1990)
- [57] Kjaergaard, N., Hornekaer, L., Thommesen, A.M., Videsen, Z., Drewsen, M., Appl. Phys. B **71**, 207 (2000)
- [58] Kneubühl/ Sigrist, Laser, 4. Auflage, Teubner (1995)
- [59] Konenkov, N.V., Cousins, L.M., Baranov, V.I., Sudakov, M.Y, Int. J. Mass. Spectr. **208**, 17 (2001)
- [60] Kotowski, G., Z. Angew. Math. Mech. **23**, 213 (1943)
- [61] Kuhn, A., Hennrich, M., Rempe, G., Phys. Rev. Lett. **89**, 199 (2002)
- [62] Kurth, F., Dissertation, Mainz (1995)
- [63] Kurth, F., Gudjons, T., Hilbert, B., Reisinger, T., Werth, G., Mårtensson-Pendrill, A.-M., Z. Phys. D **34**, 227 (1995)
- [64] Kuypers, F., Klassische Mechanik, 2. Aufl., VCH, (1989)
- [65] Landau, L.D., Lifschitz, E.M., Lehrbuch der theoret. Physik, Bd. 1, 12. Aufl., Akademie Verlag Berlin (1987)
- [66] Leinen, H., Gläßner, D., Metcalf, H., Wynands, R., Haubrich, D., Meschede, D., Appl. Phys. B **70**, 567 (2000)
- [67] Leuthner, H., Diplomarbeit, Mainz (2001)
- [68] Mårtensson-Pendrill, A.-M., Ynnerman, A., Warston, H., et al. Phys. Rev. A **45**, 4675 (1992)
- [69] Major, F.G., Dehmelt, H.G., Phys. Rev, **170**, 91 (1968)
- [70] Majumder, S., Gopakumar, G., Merlitz, H., Das, B.P., J. Phys. B. **34**, 4821 (2001)
- [71] March, R.E., Todd, J.F.J., Practical Aspects of Ion Trap Mass Spectrometry Vol.1, CRC Press (1995)
- [72] March, R.E., Advances in quadrupole ion trap mass spectrometry: Instrumentation development and applications. In: Advances in Mass Spectrometry, Vol. 14; Elsevier: Amsterdam (1998)
- [73] Mayer-Kuckuk, Atomphysik, 3. Auflage, Teubner (1985)

- [74] Mundt, A.B., Kreuter, A., Becher, C., Leibfried, D., Eschner, J., Schmidt-Kaler, F., Blatt, R., Phys. Rev. Lett. **89**, 103001 (2002)
- [75] Nakamura, S., Fasol, G., 'The blue laserdiode"', Springer-Verlag, Heidelberg, 1997, 1. Edition
- [76] Neuhauser, W., Hohenstatt, M., Toschek, P., Dehmelt, H.G., Phys. Rev. Lett. **41**, 233 (1978)
- [77] Nörtershäuser, W. Blaum, K., Icker, K., Müller, P., Schmitt, A., Wendt, K., Wiche, B., Eur. Phys. J. D **2**, 33 (1998)
- [78] Okamoto, H., Wada, Y., Takai, R., Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A **485**, 244 (2002)
- [79] Paul, W., Steinwedel, H., Z. Naturforschg. **8a**, 448 (1953)
- [80] Paul, W., Reinhard, H.P., v. Zahn, U., Z. Phys. **152**, 143 (1958)
- [81] Paul, W., Raether, M., Z. Phys. **140**, 262 (1955)
- [82] Paul, W., Osberghaus, O., Fischer, E., Forschungsbericht Wirtschaftsministerium Nordrhein-Westfalen **415**, 1 (1958)
- [83] Pierce, J.R., Theory and Design of Electron Beams, D. van Nostrand, New York (1949)
- [84] Powell, H.F., Segal, D.M., Thompson, R.C., Phys. Rev. Lett. **89**, 93003 (2002)
- [85] Prestage, J.D., Dick, G.J., Maleki, L., J. Appl. Phys. **66**, 1013 (1989)
- [86] Razvi, M.A.N., Chu, X.Z., Alheit, R., Werth, G., Blümel, R., Phys. Rev. A **58**, R34 (1998)
- [87] Rehm, O. A., Diplomarbeit, Mainz (1998)
- [88] Ritter, G., Eichmann, U., J. Phys. B **30**, 141 (1997)
- [89] Roos, C.F., Leibfried, D., Mundt, A., Schmidt-Kaler, F., Eschner, J., Blatt, R., Phys. Rev. Lett. **85**, 5547 (2000)
- [90] Roos, C.F., Riebe, M., Häffner, H., Hänsel, W., Benhelm, J., Lancaster, G.P.T., Becher, C., Schmidt-Kaler, F., Blatt, R., Science **304**, 01478 (2004)
- [91] Schmidt-Kaler, F., Häffner, H., Riebe, M., Gulde, S., Lancaster, G.P.T., Deuschle, T., Becher, C., Roos, C.F., Eschner, J., Blatt, R., Nature **422**, 408 (2003)

- [92] Schubert, M., Siemers, I., Blatt, R., Phys. Rev. A **39**, 5098 (1989)
- [93] Seibert, P., Dissertation, Mainz (2000)
- [94] Sevugarajan, S., Menon, A.G., Int. J. Mass Spectr. **189**, 53 (1999)
- [95] Sevugarajan, S., Menon, A.G., Int. J. Mass Spectr. **197**, 263 (2000)
- [96] Sevugarajan, S., Menon, A.G., Int. J. Mass Spectr. **209**, 209 (2001)
- [97] Silverans, E., Vermeeren, L., Neugart, R., Lievens, P. and the ISOLDE Collaboration, Z. Phys. D **18**, 351 (1991)
- [98] Söllner, M., Diplomarbeit, Mainz (2003)
- [99] Sudakov, M., Konenkov, N., Douglas, D.J., Glebova, T., J. Am. Soc. Mass Spectr. **11**, 10 (2000)
- [100] Toyoda, K., Kataoka, H., Kai, Y., Miura, A., Watanabe, M., Urabe, S., Appl. Phys. B **72**, 327 (2001)
- [101] Vedel, M., Rocher, J., Knoop, M., Vedel, F., Appl. Phys. B **66**, 191 (1998)
- [102] Wallard, A.J., J. Phys. E **5**, 926 (1972)
- [103] Walther, H. et al. Phys. Rev. A **63**, 013816 (2000)
- [104] Wang, Y., Franzen, J., Int. J. Mass Spectr. Ion Proc. **112**, 167 (1992)
- [105] Wang, Y., Franzen, J., Wanczek, K.P., Int. J. Mass Spectr. Ion Proc. **124**, 125 (1993)
- [106] Wang, Y., Franzen, J., Int. J. Mass Spectr. Ion Proc. **132**, 155 (1994)
- [107] Wang, Y., Rap. Comm. Mass Spectr. **7**, 920 (1993)
- [108] White, A.D., IEEE J. Quantum Electronics **QE-1**, 349 (1965)
- [109] Wieman, C.E., Hollberg, L., Rev. Sci. Instrum. **62**, 1 (1991)
- [110] Wineland, D.J., Dehmelt, H.G., Bull. Am. Phys. Soc. **20**, 637 (1975)
- [111] Wineland, D.J., Drullinger, R.E., Walls, F.L., Phys. Rev. Lett. **40**, 1639 (1978)
- [112] Young, B.C., Cruz, F.C., Itano, W.M., Bergquist, J.C., Phys. Rev. Lett. **82**, 3799 (1999)
- [113] Zhao, X., Ryjkov, V.L., Schuessler, H.A., Phys. Rev. A **66**, 063414 (2002)

