

**Kohärente Photoproduktion von η -Mesonen am Deuteron
im Bereich der $S_{11}(1535)$ -Resonanz**

Dissertation
zur Erlangung des Grades
„Doktor der Naturwissenschaften“
am Institut für Kernphysik,
Fachbereich Physik
der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz

Frank Ritz
geboren in Mainz

Mainz 2000

1. Berichterstatter: – gelöscht –
2. Berichterstatter: – gelöscht –

Datum der mündlichen Prüfung: im Jahr 2000

Zusammenfassung

Die kohärente Photo- η -Produktion am Deuteron stellt einen doppelten Isospin-Filter dar, da sowohl das Meson als auch das Target isoskalare Teilchen sind. Somit läßt sich über diese Reaktion Aufschluß über die isoskalare e.m. Anregungsstärke A_s der $S_{11}(1535)$ -Resonanz, und damit Information über die elementare η -Produktion am Neutron, gewinnen. Eine einfache Extraktion von A_s ist allerdings nur dann möglich, falls Zweiteilcheneffekte bei dem Prozeß klein sind. Solche Effekte sind bislang nur sehr approximativ bzw. unvollständig betrachtet worden.

In der vorliegenden Arbeit wurde die Bedeutung von Zweiteilcheneffekten für die kohärente Photoproduktion von η -Mesonen am Deuteron im Bereich der $S_{11}(1535)$ -Resonanz untersucht. Hierzu wurde auf hadronischer Seite eine gekoppelte Kanal-Rechnung für die Nukleon-Nukleon- und Nukleon-Resonanz-Wechselwirkung unter Berücksichtigung der $P_{11}(1440)$ -, $D_{13}(1520)$ und $S_{11}(1535)$ -Resonanzen durchgeführt, die auf dem Bonner OBEPQ-Potential (Version A,B,C) aufbaut. Auf elektromagnetischer Seite wurden neben den Einteilchen-Strömen die zum OBEPQ-Potential gehörigen isoskalaren π - und η -Meson-Austausch-Ströme betrachtet. Wir haben die hadronischen Rückstreumechanismen sowohl statisch als auch retardiert behandelt. Dabei ergab die retardierte Rückstreuung deutlich kleinere Effekte als die statische und führt in unserer Modellrechnung zu einer leichten Erhöhung des differentiellen Wirkungsquerschnitts von 5 %. Die $NS_{11}(1535) \leftrightarrow NN$ - und $NS_{11}(1535) \leftrightarrow NS_{11}(1535)$ -Potentiale dominieren dabei die hadronische Rückstreuung. Insgesamt gesehen haben sich Zweiteilcheneffekte als kleine Beiträge zur kohärenten Reaktion herausgestellt.

Somit ist das Hauptergebnis dieser Arbeit, daß die Extraktion der skalaren Anregungsstärke $|A_s|$ der $S_{11}(1535)$ aus der kohärenten Reaktion unproblematisch ist. Unsere Analysen ergeben für die Proton-Anregungsstärke $|A_p|$ den Wert $138 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$ und $|A_s/A_p| \approx 0.25$ am Resonanzpunkt. In dem von uns verwendeten Modell ergibt sich für das Verhältnis der totalen resonanten Wirkungsquerschnitte von Neutron und Proton $\sigma_n/\sigma_p \approx 0.68$, was im Einklang mit anderen Untersuchungen ist. Die Quelle der in experimentellen Analysen gefundenen Diskrepanz zwischen kohärenter und inkohärenter Reaktion kann nur beim inkohärenten Prozeß liegen, womöglich in der Vernachlässigung von Interferenzeffekten. Dies muß in der Zukunft Gegenstand weiterer Untersuchungen sein.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Elementare Prozesse	6
2.1 Separables Modell der hadronischen Wechselwirkung	6
2.1.1 Bemerkung zur Unitarität	16
2.2 Elektromagnetische Wechselwirkung	18
2.2.1 Elementarer elektromagnetischer Untergrund	19
2.2.2 Elementare Resonanzströme	26
2.2.3 Effektive Kopplungen versus mikroskopisches, meson-theoretisches Bild	28
2.2.4 Bemerkung zur Eichinvarianz	31
2.2.5 CGLN-Amplituden und Observablen	32
2.3 Ergebnisse	33
2.3.1 Effektive komplexe elektromagnetische Resonanzkopplungen	34
2.3.2 Differentielle und totale Wirkungsquerschnitte der elementaren Reaktion	40
2.3.3 Die $E_{0+}(\gamma N \rightarrow \eta N)$ -Multipole	42
3. Kohärenter Prozeß am Deuteron	44
3.1 Modell der hadronischen Wechselwirkung	49
3.1.1 Dynamische Gleichungen	52
3.1.2 Wechselwirkungs-Potentiale	54
3.1.3 Meson-Retardierung in den NN - und NR -Potentialen	58
3.1.4 Nukleon-Nukleon-Streuung	62
3.2 Einführung der elektromagnetischen Wechselwirkung	66
3.2.1 Zerlegung der t -Matrix nach Multipolen	67
3.2.2 Borngraphen	72
3.2.3 Resonanzbeiträge und Subenergie-Approximation	74
3.2.4 Elektromagnetische Zweiteilchen-Beiträge	75
3.2.5 Eichinvarianz und Unitarität	78
3.3 Definition der Observablen	80
3.4 Ergebnisse	84
3.4.1 Differentielle Wirkungsquerschnitte	84
3.4.2 Totaler Wirkungsquerschnitt	97
3.4.3 Differentielle Strahlasymmetrie	98
4. Zusammenfassung und Ausblick	103
A. Technische Formelsammlung	109
A.1 Kinematik	109
A.2 Antisymmetrisierung von Zuständen	110
A.3 Multipolatorformel	112

A.4	Wahl der Quantisierungsachsen	113
A.5	Zerlegung der t -Matrix nach Multipolen	114
A.6	Mathematische Hilfsformeln	115
B.	Die elementare Reaktion	117
B.1	CGLN-Amplituden	117
B.2	Multipole und Observable	117
B.3	Isospin-Konventionen	119
C.	Die K-Matrix-Approximation	122
D.	Freie zweitquantisierte Felder	123
E.	Allgemeine Vertexfunktion	127
E.1	Definition der Vertexfunktion	127
E.2	Äquivalenz-Theorem und elementare Photopionproduktion	128
F.	Allgemeines Winkelmatrixelement	131
G.	Die numerische Realisierung der Photo-Mesonproduktion am Deuteron	133
G.1	FORTTRAN versus C++	133
G.2	Die Programm-Logik	134

Kapitel 1

Einleitung

Nach heutigem Kenntnisstand wird nicht bezweifelt, daß die Quantenchromodynamik (QCD) die korrekte Theorie der stark wechselwirkenden Systeme darstellt. Hingegen darf bezweifelt werden, daß diese Theorie in absehbarer Zeit in exakter Weise gelöst wird. Der Grund hierfür ist die Stärke der Wechselwirkung, die eine perturbative Lösung, zumindest im nieder- und mittlereenergetischen Bereich, von vornherein ausschließt, sowie die Tatsache, daß die starke Wechselwirkung im Rahmen der QCD als eine nicht-abelsche Eichtheorie formuliert wird, was eine Selbstkopplung der Gluon-Felder impliziert. Diese prinzipiellen und technischen Hindernisse werden wohl kaum in absehbarer Zeit überwunden werden.

Es ist daher davon auszugehen, daß QCD-Rechnungen am Nukleon und an Kernen, d.h. an N -Quark-Systemen, durch die Komplexität der Vielteilchen-Dynamik so überschattet werden, daß sie selbst auf einfache Fragestellungen keine befriedigenden Antworten geben können. Somit ist die konventionelle, meson-theoretische Beschreibung der starken Wechselwirkung, die von Yukawa vor etwa 60 Jahren ins Leben gerufen wurde, auch heutzutage noch von großer Bedeutung und wird es wohl noch eine absehbare Zeitspanne lang sein. Der Erfolg dieser Theorie liegt u.a. darin begründet, daß man als effektive Freiheitsgrade tatsächliche physikalisch realisierte Zustände benutzt (oder zumindest auf einfache Weise die Verbindung zu diesen herstellen kann), etwa Nukleonen, Nukleonresonanzen, Pionen, η -Mesonen, Λ -Hyperonen, Kaonen etc., wohingegen in einer Theorie mit Quarks und Gluonen als Freiheitsgrade dieser Zusammenhang nicht so offensichtlich ist.

Da also die Teilchen, die letztlich in einem Detektor ein elektronisches Signal auslösen, die Ingredienzien der Theorie ausmachen, kann man innerhalb dieser effektiven Theorie mehr oder weniger direkt etwas über die Eigenschaften dieser Objekte lernen, vorausgesetzt natürlich, es gelingt, ein konsistentes, meson-theoretisches Bild aufzubauen.

Die meson-theoretische Beschreibung muß im Hinblick auf die volle Dynamik der starken Wechselwirkung, d.h. auf alle Energieregionen und sämtliche Observablen der Reaktionen an einem bestimmten, stark wechselwirkenden System, prinzipiell scheitern, denn sie ist nicht äquivalent zu einer fundamentaleren Theorie mit mikroskopischen Freiheitsgraden, also Quarks und Gluonen. Somit ist die Forderung nach einer vollständigen, d.h. konsistenten Beschreibung sehr wichtig, damit die Ergebnisse der Mesontheorie vertrauenswürdig sind und keine reinen Parametrisierungen von experimentellen Ergebnissen darstellen. Ein Zusammen-

bruch der meson-theoretischen Beschreibung könnte dann als eine Manifestierung von Quark-Gluon-Freiheitsgraden interpretiert werden. Ein Ziel dieser Arbeit ist es, eine möglichst konsistente meson-theoretische Rechnung für den Prozeß der kohärenten η -Produktion am Deuteron vorzustellen, d.h. möglichst sämtliche Beiträge in das Modell zu integrieren, die von dem meson-theoretischen Ansatz diktiert werden.

Das Deuteron, als einfachster Kern überhaupt, bietet sich dabei als ideales Objekt an, um meson-theoretische Modelle zu testen, entweder direkt in rein hadronischen Prozessen oder in elektromagnetischen bzw. schwachen Reaktionen. Als nukleares Zweiteilchensystem ist das Deuteron – zumindest unterhalb der Pionschwelle* – bei vorgegebenem Potential exakt lösbar.

Es ist speziell interessant, η -Produktionsprozesse zu betrachten, da dieses Meson den Isospin $I = 0$ besitzt. Als ein isoskalares Meson wirkt es als hadronischer Isospin-Filter, d.h. es können nur Isospin $I = 1/2$ Nukleon-Resonanzen (N^*) an den ηN -Kanal koppeln. Bei pionischen Reaktionen am Nukleon überschattet die Δ -Resonanz ($I = 3/2$), auch bei Energien relativ weit entfernt von ihrer Resonanzposition, den gesamten Prozeß. Die η -mesonischen Reaktionen liefern folglich eine Möglichkeit, ungestört die N^* -Resonanzen untersuchen zu können. Im besonderen koppelt die sogenannte $S_{11}(1535)$ sehr stark an den ηN -Kanal. Die Particle Data Group [C⁺98] schätzt die partiellen Zerfallsbreiten dieser Resonanz auf $\Gamma_{S_{11}(1535)}^{\pi N} = 35\text{--}55\%$, $\Gamma_{S_{11}(1535)}^{\eta N} = 30\text{--}55\%$, d.h. die Kopplungen der Resonanz an den pionischen und η -mesonischen Kanal sind in etwa gleich groß. Dieses Faktum, wie auch die Merkwürdigkeit, daß keine andere Resonanz in diesem Energiegebiet nennenswert an den η -Kanal ankoppelt, ist im Rahmen der effektiven Quark-Modelle noch unverstanden. Diese Anomalie der $S_{11}(1535)$ ist auch deswegen so unerklärlich, weil in ihrer Nähe eine weitere Resonanz, die $S_{11}(1650)$, mit denselben Quantenzahlen existiert, welche dominant pionisch zerfällt. Dieses anomale Verhalten ist nicht Gegenstand dieser Dissertation, es wird im Rahmen dieser Arbeit als experimentelles Ergebnis akzeptiert. Daß Quark-Modelle diese Eigenschaften der $S_{11}(1535)$ nicht erklären können, bedeutet nicht, daß es kein konsistentes meson-theoretisches Bild gibt, welches diese Eigenschaften effektiv berücksichtigt.

Somit stellt die elementare Reaktion der η -Photoproduktion am Nukleon bereits ein sehr interessantes Forschungsgebiet dar, das sich aber – verglichen mit den Arbeiten zur Pionproduktion – immer noch in den Anfängen befindet. Dies wirft die berechnete Frage auf, weswegen der Schwerpunkt dieser Arbeit auf der Reaktion am Zweinukleonen-System liegt. Hierzu ist zu bemerken, daß das Neutron frei instabil ist. Um Information über die Neutron-Reaktion zu erhalten ist man

*Oberhalb der Pionschwelle ist bei Reaktionen am Zweinukleonensystem aufgrund der Ankopplung an den πNN -Kanal die Zahl der asymptotisch freien Hadronen hingegen nicht mehr konstant.

gezwungen, ein gebundenes nukleares System zu betrachten. Die inkohärente Reaktion am Deuteron bietet sich an, d.h. $\gamma d \rightarrow \eta NN$, da zum einen das Zweinukleonensystem im Rahmen einer effektiven Theorie prinzipiell exakt behandelt werden kann, zum anderen da man kinematische Bedingungen finden kann, für die Zweiteilchen-Effekte klein und die experimentellen Ergebnisse in einem gewissen Maße direkt interpretierbar sind. Allerdings können zum inkohärenten Prozeß am Deuteron $N\Delta$ -Komponenten beitragen, die möglicherweise bei den Rückstreuprozessen für diese Reaktion bedeutsam sein können.

Andererseits ist die kohärente Reaktion am Deuteron betrachtenswert, da sie zusätzlich einen elektromagnetischen Isospin-Filter darstellt, d.h. es können Resonanzen nur durch eine isoskalare e.m. Anregung erzeugt werden. Da die Anregung der $S_{11}(1535)$ ganz klar isovektoriell dominiert ist, und somit die isoskalare Anregungsstärke sehr klein ist, stellt die kohärente Reaktion somit eine besonders geeignete Möglichkeit dar, auf unabhängige Weise die e.m. isoskalaren Eigenschaften dieser N^* -Resonanz zu studieren. Die Δ -Resonanz kann in die kohärente Reaktion nur in Form von $\Delta\Delta$ -Komponenten eingehen.

So wurden von Hoffmann-Rothe *et al.* [HR⁺97a] folgende Verhältnisse A_s/A_p der e.m. Anregungsstärken aus der inkohärenten und kohärenten Reaktion unter Verwendung der Impuls-Approximation und Vernachlässigung von Interferenzeffekten extrahiert:

$$\begin{aligned} (A_s/A_p)_{\text{inkohärent}} &= 0.09 \pm 0.02, \\ (A_s/A_p)_{\text{kohärent}} &= 0.20 \pm 0.02. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Die Anregungsstärken A_n und A_p sind dabei proportional zu den elektromagnetischen Kopplungskonstanten $k_{n/p}$ der S_{11} -Resonanz [DMW91]:

$$A_{n/p} = \sqrt{\frac{m_{S_{11}} - m_N}{2m_N(m_{S_{11}} + m_N)}} e k_{n/p}. \quad (1.2)$$

Der Zusammenhang zwischen Proton- und Neutron-Amplitude $A_{p/n}$ und isoskalarer und isovektorieller Amplitude $A_{s/v}$ wird hierbei wie üblich definiert:

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{1}{2}(A_p + A_n), \\ A_v &= \frac{1}{2}(A_p - A_n). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Die Diskrepanz um einen Faktor größer als 2 in Gl. (1.1) ist frappierend. Dies bedeutet etwa einen Faktor 4 in einer Impuls-Approximations-Rechnung für die kohärente Reaktion im differentiellen und totalen Wirkungsquerschnitt, was natürlich eine untragbare Unstimmigkeit darstellt. Ein weiteres Ziel dieser Arbeit ist also eine Analyse dieser Abweichung seitens der Theorie. Es soll aufgezeigt

werden, inwieweit man hoffen darf, auf einfache Art und Weise Informationen über die höheren Nukleon-Resonanzen, insbesondere über die $S_{11}(1535)$, aus der kohärenten Reaktion am Deuteron zu extrahieren.

Es existieren dabei wenigstens 3 Szenarien:

1. Die Extraktion der e.m. Kopplungen aus dem inkohärenten Prozeß über eine reine Impuls-Approximationsrechnung (IA) – wie von Hoffmann-Rothe *et al.* [HR⁺97a] angewendet – ist im wesentlichen korrekt, da bei diesem Prozeß in den experimentell gewählten kinematischen Bereichen Zweiteilcheneffekte klein sind und die IA eine gute Näherung für die inkohärente Reaktion darstellt. Die oben genannte Diskrepanz ist dann ein Artefakt der IA bei Rechnungen für die kohärente Reaktion am Deuteron und kann deswegen durch Zweiteilchen-Effekte, d.h. Rückstreuung und Meson-Austausch-Ströme (*engl.*: meson exchange current = MEC), aufgehoben werden.
2. Zweiteilchen-Effekte sind beim kohärenten Prozeß klein und damit wäre die Extraktion der Kopplung aus dieser Reaktion unproblematisch. Aber die Methode, mit der Informationen aus dem inkohärenten Prozeß extrahiert wurden, ist zu naiv. Das heißt es werden in [HR⁺97a] von Hoffmann-Rothe implizit oder direkt Annahmen gemacht, welche physikalisch nicht haltbar sind. Beispielsweise erhält man folgende von [K⁺95a, HR⁺97a] angegebene Formel für das Verhältnis A_s/A_p nur bei Vernachlässigung der Interferenz zwischen Proton- und Neutronamplitude:

$$A_s/A_p = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_n}{\sigma_p}} \right).$$

Die Größen σ_p und σ_n sind die totalen Wirkungsquerschnitte am Proton und Neutron. Die Bedeutung solcher Interferenzeffekte für den inkohärenten Prozeß ist von dem betrachteten Modell abhängig. Das Vorzeichen – in obiger Gleichung gilt im übrigen nur dann, falls A_n und A_p entgegengesetzte Vorzeichen besitzen, d.h. die e.m. Anregung isovektoriell dominiert ist, was aber als experimentell gesichert angesehen werden darf [HR⁺97a, K⁺95a].

Allerdings unterscheidet sich die inkohärente Reaktion durch den 3-Teilchen-Endzustand essentiell von der kohärenten Reaktion. Deswegen wird in dieser Arbeit eine Analyse dieser Effekte nicht durchgeführt werden, wir werden uns auf eine Betrachtung der Zweiteilchen-Graphen innerhalb des kohärenten Prozesses konzentrieren.

3. Es trifft nichts von dem in Punkt 1. und 2. aufgeführten zu, sondern das meson-theoretische Bild bricht prinzipiell für die η -mesonischen Reaktionen zusammen.

Demzufolge gliedert sich diese Dissertation wie folgt: Kapitel 2 befaßt sich mit dem elementaren Prozeß am Nukleon. Vornehmlich sollen dabei alle freien Para-

meter des elementaren Modells festgelegt werden, sodaß man für die Reaktion am Deuteron eine verlässliche Rechnung vorstellen kann. Wir werden auf der hadronischen Seite ein bereits bestehendes Resonanzmodell verwenden, nämlich das Modell von Bannhild und Tanabe [BT91], welches simultan die Prozesse $\pi N \rightarrow \pi N$, $\pi N \rightarrow \eta N$ und $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ beschreibt. Die elektromagnetische Struktur der N^* -Resonanzen soll anhand der Photopionproduktion untersucht werden. Es ist allerdings von vornherein abzusehen, daß diese Vorgehensweise nicht unproblematisch ist. So ist zu erwarten, daß die bestimmten Modellparameter mit großen Unsicherheiten behaftet sind, vor allem aufgrund der noch immer relativ spärlich vorliegenden experimentellen Daten. Zudem existiert eine prinzipielle theoretische Unsicherheit bei der Extraktion von Resonanzparametern durch effektive Modelle, siehe Wilbois, Wilhelm und Arenhövel [WWA96, WWA98].

Auf den elementaren Prozeß aufbauend wird dann in Kapitel 3 die Deuteronreaktion beschrieben. Die elementaren Operatoren werden dabei möglichst ohne Approximationen in das Zweinukleonensystem eingebaut. Den Schwerpunkt dieser Arbeit bilden die Zweiteilcheneffekte, und zwar sowohl die rein hadronischen Rückstreuereffekte, bei denen die beiden intermediären Fermionen durch Mesonaustauschprozesse wechselwirken können, als auch die elektromagnetischen Zweiteilchengraphen, d.h. die Mesonaustausch-Ströme (MEC). Eine zentrale Fragestellung dieser Arbeit ist, ob bei der kohärenten η -Produktion Zweiteilcheneffekte groß genug sind, um die Diskrepanz zwischen kohärentem und inkohärentem Prozeß aufzulösen. Beide Prozesse würden dann mit einer schwachen isoskalaren e.m. Anregung der S_{11} -Resonanz beschrieben werden können.

Abschließend wird in Kapitel 4 eine kurze Diskussion und Zusammenfassung der Ergebnisse sowie ein Ausblick gegeben. Im Anhang dieser Arbeit betrachten wir einige technische Details.

Kapitel 2

Elementare Prozesse

Zu Beginn betrachten wir die beiden elementaren Prozesse der Photo-Pion- und -Eta-Produktion. Dies geschieht in erster Hinsicht mit der Zielsetzung, alle Parameter der Einteilchen-Beiträge an den elementaren Reaktionen festzulegen. Wir wollen in diesem Kapitel eine realistische Beschreibung der elementaren Prozesse $\pi N \rightarrow \pi N$, $\pi N \rightarrow \eta N$, $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, $\gamma N \rightarrow \pi N$ und $\gamma N \rightarrow \eta N$ anstreben, da diese als Ausgangspunkt für die theoretische Beschreibung der η -Produktion am Deuteron dienen. Sobald alle Einteilchen-Parameter festliegen, können wir für die Deuteronreaktion, auf der der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt (siehe Kap. 3), eine zuverlässige Vorhersage machen.

Diese Vorgehensweise unterscheidet sich von derjenigen in [Bre95, BA97], in der die Neutron-Amplitude A_n bzw. die skalare Amplitude A_s der elektromagnetischen (e.m.) S_{11} -Anregung an die Deuteronreaktion angepaßt wurde. Dies ist natürlich nur dann überhaupt sinnvoll, falls Zweiteilchen-Prozesse jeglicher Art klein sind. In der Literatur existieren hierbei in verwirrender Weise sowohl Arbeiten, die sehr große Zweiteilchen-Effekte vorhersagen [HHK79], als auch sehr kleine [HR89, KTB97]. Keine dieser Arbeiten behandelt dabei die Zweiteilchen-Graphen exakt bzw. vollständig. So wird von Hoshi *et al.* [HHK79] und Halderson und Rosenthal [HR89] nur ein ausgesuchter Graph perturbativ bzgl. der hadronischen Kopplungen betrachtet, von Kamalov *et al.* [KTB97] wird nur die η -mesonische Rückstreuung berücksichtigt. Es ist also zu untersuchen, inwiefern Zweiteilchen-Effekte die Extraktion der Amplitude A_s aus der Deuteronreaktion beeinträchtigen.

2.1 Separables Modell der hadronischen Wechselwirkung

Zunächst stellen wir das Modell für die zugrundeliegenden hadronischen Prozesse, das sind die Prozesse der Pion-Nukleon-Streuung $\pi N \rightarrow \pi N$, die Pion-induzierte Zwei-Pion-Produktion $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ und die Pion-induzierte η -Meson-Produktion $\pi N \rightarrow \eta N$ dar, das wir aus der Arbeit von Bannholz und Tanabe [BT91] übernehmen. Wir werden dabei im folgenden diese Arbeit auch kurz mit „BT-Modell“ bezeichnen. In dieses Modell soll dann in Abschnitt 2.2 die elektromagnetische Wechselwirkung durch minimale Kopplung eingebaut werden.

Der Zustandsraum für die elementaren hadronischen Prozesse wird gemäß [BT91] wie folgt angesetzt:

$$\mathcal{H}_{elem} = \mathcal{H}_N \oplus \left[\bigoplus_{R \in \{S_{11}, P_{11}, D_{13}\}} \mathcal{H}_R \right] \oplus \left[\bigoplus_{B \in \{\pi, \eta\}} \mathcal{H}_{BN} \right]. \quad (2.1)$$

Hierbei bezeichnet \mathcal{H}_N den Raum der Ein-Nukleonen-Zustände, \mathcal{H}_R den Raum der Ein-Resonanz-Zustände und \mathcal{H}_{BN} kennzeichnet die Zustände, bei denen ein Nukleon und genau ein Boson B gleichzeitig existieren. Als Bosonen werden hier das Pion und Eta-Meson berücksichtigt, da wir die Ankopplung der Resonanzen an die πN - und ηN -Zerfallskanäle beschreiben wollen. Die Resonanzen sind dabei zunächst als „nackte“ Hadronen anzusehen, die durch Meson-Schleifen renormiert werden, während die Nukleonen als physikalische Zustände angesehen werden. Die hier betrachteten Resonanzen $P_{11}(1440)$, $D_{13}(1520)$ und $S_{11}(1535)$ sind die bis zur η -Mesonproduktionschwelle auftretenden Isospin-1/2-Anregungszustände des Nukleons und sind deswegen diejenigen Resonanzen, die sowohl den elementaren Prozeß als auch die Reaktion am Deuteron am ehesten beeinflussen werden. Falls man den Schwellenbereich verläßt, ist es natürlich nicht auszuschließen, daß auch höhere Nukleonresonanzen an Bedeutung gewinnen können.

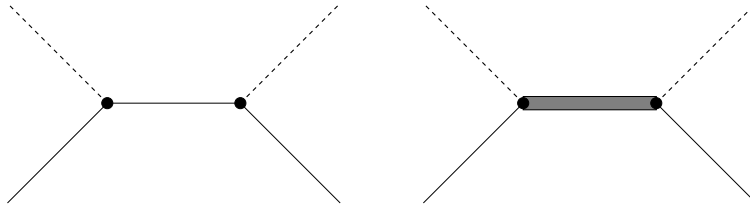


Abb. 2.1: Direkter nukleonischer und resonanter Graph in der Meson-Nukleon-Streuung.

Prinzipiell läßt dieses Modell also – streng genommen – nur den direkten nukleonischen Graph als Background zu, der nur zu dem P_{11} -Kanal beiträgt, und erlaubt auch nur direkte Resonanzgraphen, siehe Abb. 2.1. Nichtsdestotrotz ließen sich weitere hadronische Backgroundmechanismen (wie der gekreuzte nukleonische Graph (Chew-Low-Term), Meson-Austausch-Graphen oder gekreuzte Resonanz-Graphen) als effektive $\pi N \rightarrow \pi N$ Potentiale einführen. Sofern die betrachteten Terme keine Imaginärteile besitzen, können beliebige Graphen mit womöglich sehr vielen intermediären Teilchen als Background zu diesem Modell hinzugekommen werden. Falls solche Graphen imaginär werden können, d.h. intermediär an andere Kanäle koppeln, so induzieren sie Doppelzählungen innerhalb des dynamischen Modells. So werden wir bei der Diskussion der e.m. Wechselwirkung auch Graphen mit intermediären Anti-Nukleonen und Vektormesonen betrachten. Da solche Beiträge zudem von uns nur perturbativ betrachtet werden und

somit nicht eigentlicher Bestandteil der Dynamik sind, stellen sie keine Verletzung des betrachteten Hilbertraums dar.

Für eine kompakte Darstellung der formalen Streugleichungen für die Amplitude $T_{\pi N \rightarrow \pi N}$ der Pion-Nukleon-Streuung verweisen wir hier auf die Arbeit von Wilbois [Wil96]. Dort werden insbesondere auch die analytischen Lösungen im Fall eines separablen hadronischen Backgrounds angegeben, den wir hier nicht berücksichtigen. Die hadronischen Backgroundmechanismen werden innerhalb des Bannhold-Tanabeschen Ansatzes [BT91] – wie weiter unten erläutert wird – nicht explizit, sondern nur implizit in den hadronischen Resonanzkopplungen mitgenommen, weswegen wir nicht auf die Ergebnisse von [Wil96] zurückgreifen werden.

Eine weitere Bemerkung ist für die Zwei-Pion-Produktion angebracht: Innerhalb des hier umrissenen Modells ist die Produktion von mehr als einem Meson von vornherein ausgeschlossen. Es wird im folgenden also angenommen, daß dieser Prozess nur auf effektive Art und Weise berücksichtigt wird. Sowohl die hadronische Reaktion $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ als auch deren e.m. Analogon $\gamma N \rightarrow \pi\pi N$ sind aufgrund der Dreiteilchendynamik sehr komplexe Reaktionen [Sch00], die wir nur effektiv in unserem Modell behandeln, da der Schwerpunkt unserer Untersuchungen auf der Beschreibung der Photo- η -Produktion am Deuteron liegt.

Wir wollen in dieser Arbeit nicht den anspruchsvollen gekoppelten-Kanal-Ansatz für die elementare Reaktion wählen, was den Rahmen dieser Dissertation sicher sprengen würde, sondern ziehen uns auf das separable Resonanzmodell von Bannhold und Tanabe [BT91] zurück. Diese Arbeit unterscheidet sich von anderen Ansätzen dadurch, daß die Autoren bemüht waren, sämtliche Parameter ihres Modells a priori an den hadronischen Reaktionen $\pi N \rightarrow \pi N$, $\pi N \rightarrow \eta N$ und $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ sowie den Photo-Pionproduktionsdaten festzulegen und nicht einen direkten Fit der freien Parameter an die eigentlich interessierende Reaktion $\gamma N \rightarrow \eta N$ durchzuführen. Zudem ist der Ansatz von Bannhold und Tanabe ein dynamisches Modell, d.h. die hadronischen Eigenschaften der Resonanzen – ausgenommen die Zweipionbreiten – werden durch dynamische Gleichungen generiert. Es werden dabei nur direkte Resonanzbeiträge betrachtet, sämtlicher hadronischer Background wird vernachlässigt, d.h. innerhalb dieses Modells existieren nur physikalische Nukleonen und die gesamte Dynamik wird durch das Renormieren der Resonanzen mit πN - und ηN -Schleifen erzeugt, siehe Abb. 2.2. Die Tatsache, daß das BT-Modell die hadronischen Eigenschaften der Resonanzen dynamisch erzeugt ist auch für die Deuteronreaktion bedeutsam, da die elementaren Graphen ein eindeutiges off-shell-Verhalten besitzen, wohingegen z.B. die K -Matrix-Methode nur on-shell-Matrixelemente liefert.

Wir spezifizieren nun den resonanten Sektor des hadronischen Modells, also die Anregung des Nukleons zu einem resonanten Zustand durch Mesonabsorption bzw. die Abregung der Resonanz durch Mesonemission. Zur Vereinheitlichung der Darstellung wird im folgenden der Isospin-Operator Ω_B eingeführt, der die

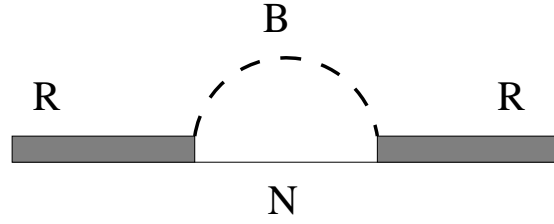


Abb. 2.2: Die Dynamik wird im Bannhold-Tanabeschen Ansatz durch das Renormieren der Resonanzzustände durch Meson-Nukleon-Schleifen generiert. Hierbei steht N für das Nukleon, R für eine der betrachteten Nukleonresonanzen, B für eines der Bosonen π oder η .

Emission eines isovektoriellen bzw. isoskalaren Mesons beschreibt:

$$\Omega_B = \begin{cases} \tau_\mu^\dagger & \text{für das Pion,} \\ \mathbb{1} & \text{für das } \eta\text{-Meson.} \end{cases} \quad (2.2)$$

Die Isospin-Operatoren $\vec{\tau}$ sind dabei mit den Paulischen σ -Matrizen zu identifizieren, wir verwenden also folgende Definition für das reduzierte Matrixelement der Spin- und Isospin-Operatoren:

$$\left\langle \frac{1}{2} \parallel \tau \parallel \frac{1}{2} \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2} \parallel \sigma \parallel \frac{1}{2} \right\rangle = \sqrt{6}. \quad (2.3)$$

Die Matrizen τ_μ , $\mu = 0, \pm 1$, sind die Darstellung der Isospin-Operatoren in der üblichen sphärischen Basis.

Die Meson-Emission bzw. -Absorption wird für die S_{11} -Resonanz durch folgende Lagrangedichte beschrieben, siehe z.B. [BMZ95]:

$$\mathcal{L}_{BNS_{11}} = -ig_{BNS_{11}} \bar{\Psi} \Phi \Psi_{S_{11}} + h.c. \quad (2.4)$$

Daraus ergeben sich diese nicht-relativistischen Vertexstrukturen für die Absorption und Emission eines pseudoskalaren Mesons, die zur Anregung bzw. Abregung des Nukleons zur S_{11} -Resonanz führen:

$$\Rightarrow v_{BNS_{11}}^\dagger = ig_{BNS_{11}} \Omega_B, \quad v_{BNS_{11}} = (v_{BNS_{11}}^\dagger)^\dagger. \quad (2.5)$$

Hierbei bezeichnet Ψ das Nukleonenfeld, Ψ_R das Spin-1/2-Resonanz-Feld. Φ ist das Mesonfeld, im Falle des isovektoriellen Pions ist $\Phi = \vec{\tau} \cdot \vec{\Phi}_\pi$. Die Vertices definieren wir durch die Gleichung:

$$v := -\langle 0 | a_{f_1} a_{f_2} \dots : \int d^3x \mathcal{L}(x) \Big|_{x_0=0} : a_{i_1}^\dagger a_{i_2}^\dagger \dots | 0 \rangle, \quad (2.6)$$

wobei die Operatoren $a_{i_k}^{(\dagger)}$ und $a_{f_k}^{(\dagger)}$ die Vernichter (Erzeuger) der Teilchen im Anfangs- und Endzustand sind. Wir bezeichnen dabei Vertices, bei denen ein

Meson oder Photon emittiert wird mit v^\dagger , die Absorptionsvertices sind dann das hermitesch konjugierte $v = (v^\dagger)^\dagger$. Bei den hadronischen und e.m. Vertices in dieser Arbeit verwenden dabei die führenden nicht-relativistischen Terme. Relativistische Korrekturen würden vor allem Terme höherer Ordnung in p/m_N generieren, wobei p der Nukleonenrelativimpuls ist. Aber die kohärente Reaktion am Deuteron stellt aufgrund der Dominanz kleiner Relativimpulse, bedingt durch die Deuteronwellenfunktion, einen nicht-relativistischen Prozeß dar.

Die Roper-Resonanz $P_{11}(1440)$ trägt dieselben Quantenzahlen wie das Nukleon. Demzufolge sind die Lagrangedichten und Vertices den analogen nukleonischen Ausdrücken sehr ähnlich, siehe Abschnitt 3.2.2. Die hadronischen Vertices haben eine analoge Form wie die πN -Vertices:

$$\mathcal{L}_{BNP_{11}} = -ig_{BNP_{11}} \bar{\Psi} \gamma_5 \Phi \Psi_{P_{11}} + h.c. \quad (2.7)$$

$$\Rightarrow v_{BNP_{11}}^\dagger = i \frac{g_{BNP_{11}}}{2m_{P_{11}}^0} \Omega_B \vec{\sigma} \cdot \vec{k}, \quad v_{BNP_{11}} = (v_{BNP_{11}}^\dagger)^\dagger, \quad (2.8)$$

wobei \vec{k} der Impuls des emittierten bzw. absorbierten Mesons ist.

Die $D_{13}(1520)$ ist eine Spin-3/2-Resonanz und besitzt demzufolge relativ komplexe Vertexfunktionen. Für die hadronische Anregung der D_{13} -Resonanz verwenden wir folgende Lagrangedichte:

$$\mathcal{L}_{BND_{13}} = \frac{g_{BND_{13}}}{m_\pi} \bar{\Psi}_{D_{13},\nu} \gamma_5 \partial^\nu \Phi \Psi + h.c. \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow v_{BND_{13}}^\dagger &= i \alpha_{D_{13}} \frac{g_{BND_{13}}}{m_\pi} \Omega_B \vec{\sigma}_{NN} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_{ND_{13}} \cdot \vec{k} \\ v_{BND_{13}} &= (v_{BND_{13}}^\dagger)^\dagger, \end{aligned} \quad (2.10)$$

wobei $\Psi_{D_{13},\nu}$ der Rarita-Schwinger-Spinor ist, $\vec{\sigma}_{D_{13}N}$ bzw. $\vec{\sigma}_{ND_{13}}$ sind die Spin-3/2-1/2-Übergangsoperatoren, siehe auch Anhang D. Zudem wurde folgende reduzierte inverse Masse $\alpha_{D_{13}}$ eingeführt:

$$\alpha_{D_{13}} := \frac{1}{4} \left(\frac{1}{m_{D_{13}}^0} + \frac{1}{m_N} \right) \approx (16.9 m_\pi)^{-1}. \quad (2.11)$$

In den D_{13} -Vertices tauchen noch weitere Terme $\propto \beta_{D_{13}} := \frac{1}{4} \left(\frac{1}{m_N} - \frac{1}{m_{D_{13}}^0} \right)$ auf, die wir an dieser Stelle analog zu der Arbeit von Schwamb [Sch93] vernachlässigen wollen, da $\alpha_{D_{13}}/\beta_{D_{13}} \approx 4$. Mit m_R^0 wird im folgenden immer die nackte Masse der Resonanz R bezeichnet, mit m_R^{phys} hingegen die physikalische Resonanzmasse, die in Gl. (2.23) definiert werden wird.

Für die Selbstenergie $\Sigma_B^R(W)$ der Resonanz R , gegeben durch die Auswertung eines B - N -Loops, siehe Abb. 2.2, erhält man in der zeitgeordneten Störungstheorie:

$$\Sigma_B^R(W) = \langle R | v_{BNR} g_{BN}^0(W) v_{BNR}^\dagger | R \rangle$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^\infty \frac{dq q^2}{(2\pi)^3} \frac{m_N}{2\omega_B(q)e_N(q)} \left(\frac{q}{m_B}\right)^{2L} g_{BNR}^{[BT]2} f_{BNR}^{[BT]2}(q) \\
&\quad \times \frac{1}{W - \omega_B(q) - e_N(q) + i\epsilon}, \quad B \in \{\pi, \eta\}, \tag{2.12}
\end{aligned}$$

wobei

$$f_{BNR}^{[BT]}(q) = \left[1 + \left(\frac{q}{\Lambda_{BNR}}\right)^2\right]^{-(1+L/2)}, \tag{2.13}$$

$$\omega_B(q) = \sqrt{m_B^2 + q^2}, \quad e_N(q) = \sqrt{m_N^2 + q^2}. \tag{2.14}$$

W bezeichnet die invariante Masse des Systems, B steht für das Boson, also π oder η , q ist der Mesonimpuls innerhalb der Schleife, m_N bezeichnet die (physikalische) Nukleonenmasse, m_B die Mesonmasse. Die on-shell Energien des Mesons bzw. des Nukleons werden mit $\omega_B(q)$ bzw. $e_N(q)$ bezeichnet. Die Funktion $f_{BNR}(q)$ ist der hadronische Formfaktor, Λ_{BNR} der zugehörige Cutoff-Parameter und L der interne Drehimpuls der Resonanz, z.B. gilt $L = 0$ für die S_{11} -Resonanz. Der hadronische Formfaktor soll der ausgedehnten Struktur des Nukleons und der Resonanzen Rechnung tragen. Der Exponent des Cutoff-Faktors wurde dabei so gewählt, daß die Konvergenz des Schleifenintegrals garantiert ist. Wir möchten dabei bemerken, daß man den Ansatz für die Selbstenergie in Gl. (2.12) machen kann, ohne die Vertexstrukturen zu kennen. Aufgrund der internen Drehimpulse der Resonanzen läßt sich direkt die Abhängigkeit $\propto q^{2L}$ ablesen. In der Arbeit von Bennhold und Tanabe [BT91] wurde daher keine mesentheoretische Herleitung der Vertices durchgeführt, sondern die Form der Selbstenergie aufgrund der Quantenzahlen der Resonanz ad hoc angesetzt. Die Kopplungskonstanten $g_{BNR}^{[BT]}$ an den BNR -Vertices enthalten deswegen einen Faktor 4π aus der Winkelintegration über $d\Omega_q$, sowie Spin- und Isospin-Faktoren. In dieser Arbeit möchten wir aber diese Faktoren mitführen, da wir die Vertices explizit konstruieren, siehe Gl. (2.6) oder Anhang E, um die Stromoperatoren für die Reaktion am Deuteron berechnen zu können, siehe auch Abschnitt 2.2.1. Die Kopplungen aus [BT91] müssen also umgerechnet werden, um mit den in dieser Arbeit verwendeten Lagrangedichten konsistent zu sein, siehe Gleichungen (2.4), (2.7) und (2.9). Die Umrechnungsfaktoren sind in Tabelle 2.1 zusammengefaßt.

Die gesamte Selbstenergie einer Resonanz ist eine kohärente Summe aus den pionischen und η -mesonischen Schleifengraphen:

$$\Sigma_R(W) = \Sigma_\pi^R(W) + \Sigma_\eta^R(W). \tag{2.15}$$

Mit Hilfe der allgemein gültigen Operator-Identität:

$$\dot{g} := g_0 + g_0 \Sigma g_0 + g_0 \Sigma g_0 \Sigma g_0 + \dots = [g_0^{-1} - \Sigma]^{-1} \tag{2.16}$$

$R =$	S_{11}	P_{11}	D_{13}
$g_{\pi NR} = g_{\pi NR}^{[BT]} \times$	$\frac{1}{\sqrt{12\pi}}$	$\frac{2m_N}{m_\pi \sqrt{12\pi}}$	$\alpha_{D_{13}}^{-1} \frac{1}{m_\pi \sqrt{4\pi}}$
$g_{\eta NR} = g_{\eta NR}^{[BT]} \times$	$\frac{1}{\sqrt{4\pi}}$	$\frac{2m_N}{m_\eta \sqrt{4\pi}}$	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}} \alpha_{D_{13}}^{-1} \frac{m_\pi}{m_\eta^2}$

Tab. 2.1: Zusammenhang zwischen den Kopplungskonstanten im BT-Modell $g_X^{[BT]}$ und den Kopplungen der in dieser Arbeit verwendeten Lagrangedichten g_X .

lassen sich unendlich viele dieser Meson-Nukleon-Schleifen in exakter Weise aufsummieren und man erhält den sogenannten renormierten Resonanzpropagator, siehe Abb. 2.3:

$$\bullet g_{R=} = [g_{0;R}^{-1} - \Sigma]^{-1} = \frac{1}{W - m_R^0 - \Sigma_R(W) + i\epsilon}. \quad (2.17)$$

Die Größe $g_{0;R}$ ist dabei der freie Resonanzpropagator, d.h. der Propagator der nackten Resonanz:

$$g_{0;R} = \frac{1}{W - m_R^0 + i\epsilon}. \quad (2.18)$$

Analog zu der Arbeit von Wilhelm [Wil92] kennzeichnen wir durch das Symbol \bullet renormierte Größen. So gekennzeichnete Größen enthalten also implizit eine Summe über unendlich viele Meson-Nukleon-Schleifen. Diese Selbstenergie-

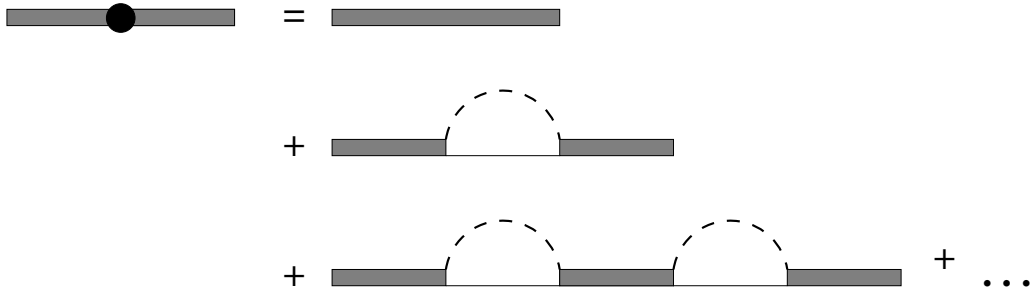


Abb. 2.3: Der renormierte Resonanzpropagator enthält die Beiträge unendlich vieler Meson-Nukleon-Schleifen.

Beiträge besitzen einen energieabhängigen Realteil und oberhalb der Pion- bzw. Eta-Produktionsschwelle auch einen Imaginärteil. Dieser ist auf die dann auftretende Zweiteilchen-Singularität in den BN -Schleifen zurückzuführen, welche sich mit Hilfe der Formel von Sochotzky:

$$\frac{1}{z - z_0 + i\epsilon} = \frac{\mathcal{P}}{z - z_0} - i\pi\delta(z - z_0) \quad (2.19)$$

Resonanz	m_R^0 [MeV]	$g_{\pi NR}^{[BT]}$	Λ_π [MeV]	$g_{\eta NR}^{[BT]}$	Λ_η [MeV]
$S_{11}(1535)$	1555.6	9.621	379.2	5.087	654.3
$D_{13}(1520)$	1543.7	1.264	525.3	5.513	110.7
$P_{11}(1440)$	1672.0	3.917	875.6	1.525	342.8

Tab. 2.2: Fitparameter des BT-Modells.

exakt ausintegrieren läßt. Das Auftreten von Singularitäten in Mehrteilchen-Propagatoren ist charakteristisch für das Ankoppeln an andere Kanäle. Der Realteil wird als Beitrag zur dynamischen Masse $m_R(W)$ interpretiert und der Imaginärteil erzeugt die Breite der Resonanz $\Gamma_R(W)$, siehe Gl. (2.17):

$$\dot{g}_R(W) = \frac{1}{W - m_R(W) + \frac{i}{2}\Gamma_R(W)}, \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} m_R(W) &= m_R^0 + \Re \Sigma_R(W) \\ &= m_R^0 + \sum_{B \in \{\pi, \eta\}} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{dq q^2}{(2\pi)^3} \frac{m_N}{2\omega_B(q) e_N(q)} \left(\frac{q}{m_B}\right)^{2L} \\ &\quad \times \frac{1}{W - \omega_B(q) - e_N(q)} g_{B NR}^{[BT] 2} f_{B NR}^{[BT] 2}(q), \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_R(W) &= -2\Im \Sigma_R(W) \\ &= \sum_{B \in \{\pi, \eta\}} \frac{1}{8\pi^2} \frac{m_N}{W} q_0 \left(\frac{q_0}{m_B}\right)^{2L} g_{B NR}^{[BT] 2} f_{B NR}^{[BT] 2}(q_0), \end{aligned} \quad (2.22)$$

q_0 ist dabei der Polimpuls des Pions bzw. des η -Mesons. Der Meson-Nukleon-Propagator wird genau dann singularär, falls das Meson reell werden kann, d.h. falls der Mesonimpuls in der Schleife gleich dem Impuls des asymptotisch freien Mesons ist. In dieser Arbeit werden wir deswegen den Begriff Polimpuls synonym zum Impuls des auslaufenden Mesons verwenden.

Innerhalb dieses Modells ist der Zusammenhang zwischen nackter Resonanzmasse m_R^0 und physikalischer Masse m_R^{phys} durch folgende Gleichung gegeben:

$$m_R^{phys} \equiv m_R(m_R^{phys}) = m_R^0 + \Re \Sigma_R(m_R^{phys}). \quad (2.23)$$

Die von Bennhold und Tanabe gefundenen Werte für die hadronischen Kopplungen und Cutoff-Parameter, die an die hadronischen Reaktionen $\pi N \rightarrow \pi N$, $\pi N \rightarrow \eta N$ und $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ angepaßt wurden, sind in Tabelle 2.2 dargestellt. Die Spin- und Isospinfaktoren, die beim Kontrahieren der entsprechenden Operatoren auftreten würden, sind in Tabelle 2.3 zusammengefaßt.

Mit Hilfe der vollen, renormierten Resonanzpropagatoren findet man für die T -Matrizen der Reaktionen (siehe auch Abschnitt 2.1.1) $\pi N \rightarrow \pi N$, $\pi N \rightarrow \eta N$,

$2t + 1 / 2s + 1$	Spinfaktor	Isospinfaktor (π -/ η -Schleife)
33	$\frac{1}{3}$	1/0
11	1	3/1
13	$\frac{1}{3}$	3/1

Tab. 2.3: Spin- und Isospinfaktoren der verschiedenen Resonanzen in den Selbstenergie-Graphen.

Resonanz	$S_{11}(1535)$	$D_{13}(1520)$	$P_{11}(1440)$
$\gamma_R^{\pi\pi}$ [MeV]	4.3	24.2	80.3

Tab. 2.4: Parameter der Zweipionbreiten.

$\eta N \rightarrow \pi N$ und $\eta N \rightarrow \eta N$ demzufolge einfach:

$$\begin{aligned}
T_{\pi N \rightarrow \pi N} &= \sum_R v_{\pi NR}^\dagger \dot{g}_R v_{\pi NR}, & T_{\eta N \rightarrow \pi N} &= \sum_R v_{\pi NR}^\dagger \dot{g}_R v_{\eta NR}, \\
T_{\pi N \rightarrow \eta N} &= \sum_R v_{\eta NR}^\dagger \dot{g}_R v_{\pi NR}, & T_{\eta N \rightarrow \eta N} &= \sum_R v_{\eta NR}^\dagger \dot{g}_R v_{\eta NR}.
\end{aligned} \quad (2.24)$$

Hierbei bezeichnet v_{BNR}^\dagger den Produktionsvertex des Mesons B und v_{BNR} den zugehörigen Absorptionsvertex.

Da das Modell nur aus direkten Resonanzgraphen besteht, beeinflusst eine Resonanz R tatsächlich auch nur eine πN -Partialwelle, nämlich diejenige, in der sie experimentell als Struktur in den Streuphasen zutage tritt. Läßt man auch die gekreuzten, sog. u -Kanal Resonanz-Graphen zu, so beeinflusst eine Resonanz in der Regel auch alle anderen Partialwellen. Solche u -Kanalbeiträge sollten deswegen sinnvollerweise zum Background gerechnet werden. Man kann die u -Kanalbeiträge auf konsistente Weise dadurch eliminieren, daß man die Resonanzen als gebundene πN -Zustände auffaßt. Dann verletzen die gekreuzten Resonanzgraphen die Beschränkung des Hilbertraums innerhalb des Modells.

Es fehlt noch die Behandlung der pioninduzierten Zweipionproduktion $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, die in [BT91, TBK94] durch einen einfachen Fit der partiellen Zerfallsbreiten der Resonanzen berücksichtigt wird. Näherungsweise wird die Zerfallsbreite von diesen Autoren als linear in der invarianten Masse angesetzt:

$$\Gamma_R^{\pi\pi}(W) = \gamma_R^{\pi\pi} \frac{W - m_N - 2m_\pi}{m_\pi} \theta\left(\frac{W - m_N - 2m_\pi}{m_\pi}\right), \quad (2.25)$$

wobei $\theta(x)$ die Heavisidesche Sprungfunktion ist. Die Konstanten $\gamma_R^{\pi\pi}$ übernehmen wir dabei aus [TBK94], siehe Tabelle 2.4. Damit ergibt sich also für die

Resonanz	$\Gamma_R(m_R)$ [MeV]	$\Gamma_\pi^R(m_R)$ [MeV]	$\Gamma_\eta^R(m_R)$ [MeV]	$\Gamma_{\pi\pi}^R$ [MeV]
$S_{11}(1535)$	94.9	52.8	32.0	10
$D_{13}(1520)$	125.4	71.8	0	53.6
$P_{11}(1440)$	369.4	238.0	0	131.3

Tab. 2.5: Resonanzbreiten der $S_{11}(1535)$, $D_{13}(1520)$ und $P_{11}(1440)$ in dem BT-Modell an den Resonanzpunkten.

gesamte Zerfallsbreite der Resonanz R :

$$\Gamma_R(W) = \Gamma_\pi^R(W) + \Gamma_\eta^R(W) + \Gamma_{\pi\pi}^R(W). \quad (2.26)$$

In Tabelle 2.5 sind die Resonanzbreiten des BT-Modells am Resonanzpunkt zusammengefasst.

Die in diesem Abschnitt vorgestellte Vorgehensweise unterscheidet sich prinzipiell von anderen Zugängen, siehe z.B. [HR89, KDT95, BA97], bei denen für die hadronischen Resonanzeigenschaften ad hoc eine Parametrisierung angesetzt wird. Dies ist insofern problematisch, da die Selbstenergie der Resonanz durch das Einführen der Meson-Nukleon-Resonanz-Vertices festgelegt wird. Insbesondere besitzen die Nukleonresonanzen in diesem meson-theoretischen Bild sowohl eine dynamische Masse als auch eine Breite, die beide von der Energie abhängig sind. Erstere wird in der Regel vernachlässigt, siehe z.B. [BA97, KDT95].

Hingegen liegen in dem Ansatz von Bennhold und Tanabe [BT91] sowohl die Breite als auch die dynamische Masse der Resonanzen in Abhängigkeit der invarianten Masse des Systems fest. Insbesondere für die kohärente Reaktion am Deuteron ist dieser Punkt von großer Bedeutung, denn ohne die komplexen Selbstenergiebeiträge hätten die direkten Resonanzgraphen einen Zweiteilchen-Pol. Die Resonanzselbstenergie ist, wie sich bei unseren numerischen Analysen gezeigt hat, eine kritische Größe bei der Betrachtung der Deuteronreaktion. In Abb. 2.4 – der Diskussion der Ergebnisse vorweggreifend – ist der Effekt unterschiedlicher Parametrisierungen der Resonanzselbstenergie für die kohärente Reaktion dargestellt. Wir bevorzugen aus eben genannten Gründen die dynamische Methode von Bennhold und Tanabe gegenüber der Alternative, ad hoc die dynamische Masse auf einen konstanten Wert zu setzen und eine funktionale Form für die Breite einzuführen, etwa über die unzulänglich bekannten Zerfallsbreiten der S_{11} -Resonanz, obwohl natürlich auch die Berechnung der Breite über Meson-Nukleon-Schleifen keine modellunabhängige Aussage über die hadronischen Eigenschaften der Resonanzen ermöglicht.

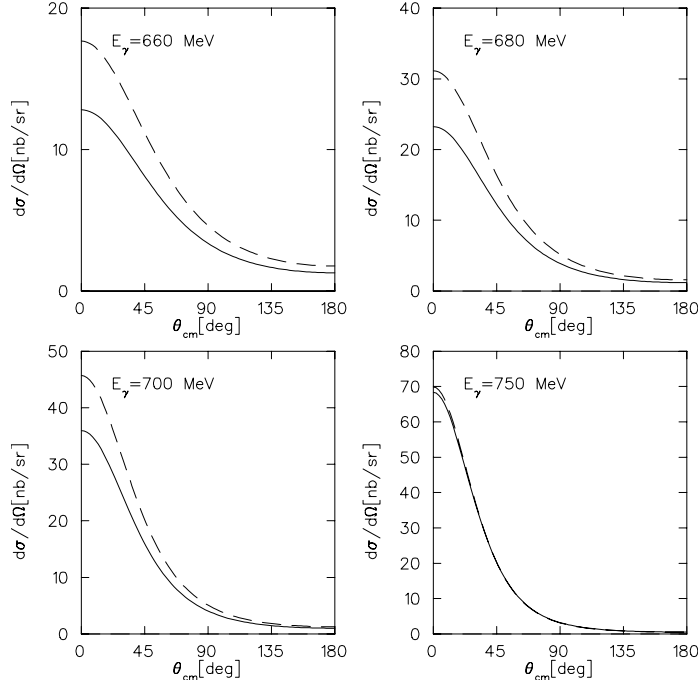


Abb. 2.4: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Deuteronreaktion für verschiedene Labor-Photonenergien. Gezeigt ist hier nur der Beitrag der $S_{11}(1535)$. Notation der Kurven: volle Kurven: dynamische Selbstenergie, gestrichelte Kurven: dieselbe Resonanzbreite wie bei den vollen Kurven, aber konstante Resonanzmasse $m_R(W) = m_R^{phys} = 1535$ MeV. Diese Selbstenergieparametrisierung entspricht in etwa der in [Bre95, KDT95, BA97] gewählten Form und auch dem Ergebnis einer K-Matrix-Rechnung, die nur die dynamische Breite erzeugen kann.

2.1.1 Bemerkung zur Unitarität

Das einfache hadronische Modell von Bennhold und Tanabe ist unitär, sofern die Zweipionbreiten auf Null gesetzt werden $\Gamma_{\pi\pi} \rightarrow 0$, d.h. es gilt dann:

$$T - T^\dagger = 2i\alpha T^\dagger T, \quad (2.27)$$

wobei die Diagonalmatrix α durch die energieerhaltende δ -Funktion ins Spiel kommt und kinematische Faktoren enthält:

$$\alpha = -\frac{\pi}{W} \begin{pmatrix} \frac{1}{p_\pi^0} e_N(p_\pi^0) \omega_\pi(p_\pi^0) & 0 \\ 0 & \frac{1}{p_\eta^0} e_N(p_\eta^0) \omega_\eta(p_\eta^0) \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

Die Impulse p_B^0 sind die Impulse der asymptotisch freien Mesonen im CM-System. In diesem Sinne koppelt das Modell korrekt an den πN - und ηN -Kanal, es besitzt per Konstruktion die Eigenschaft der Zweiteilchen-Unitarität. Dies kann mittels

der dynamischen Gleichung für die T -Matrizen dieser Prozesse explizit nachgerechnet werden:

$$T = V + V G_0 T, \quad (2.29)$$

$$v_R := \begin{pmatrix} v_{\pi NR} \\ v_{\eta NR} \end{pmatrix}, \quad V = \sum_R v_R^\dagger g_{0;R} v_R, \quad (2.30)$$

$$G_0 := \begin{pmatrix} g_0^{\pi N} & 0 \\ 0 & g_0^{\eta N} \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

Hierbei ist g_0^{BN} der freie Propagator des Meson-Nukleon-Systems. Die exakten Lösungen des Gleichungssystems (2.29) sind durch Gl. (2.24) gegeben. Rücksubstituieren der Lösung in das Gleichungssystem liefert folgende Gleichung für den renormierten Resonanzpropagator:

$$\dot{g}_R = g_{0;R} + g_{0;R} v_R G_0 v_R^\dagger \dot{g}_R \quad (2.32)$$

$$\Rightarrow \dot{g}_R = \frac{1}{g_{0;R}^{-1} - \langle R | v_R G_0 v_R^\dagger | R \rangle}. \quad (2.33)$$

Der Term $\langle R | v_R G_0 v_R^\dagger | R \rangle$ entspricht genau der Definition der Selbstenergie Σ_R in Gl. (2.12). Es sei erwähnt, daß man das gleiche Ergebnis wie in Gl. (2.33) natürlich auch aus der Formel für die T -Matrix zu einem separablen Potential erhält:

$$V = |g\rangle \lambda \langle g| \quad \Rightarrow \quad T = \frac{|g\rangle \langle g|}{\lambda^{-1} - \langle g | G_0 | g \rangle}, \quad (2.34)$$

mit $|g\rangle = v_R^\dagger |R\rangle$ und $\lambda = g_{0;R}$.

Da also T die Lippmann-Schwinger-Gleichung in Gl. (2.29) erfüllt, findet man sofort:

$$T - T^\dagger = T^\dagger \{G_0 - G_0^\dagger\} T. \quad (2.35)$$

Mit der Zerlegung des Propagators in Hauptwert- und Polanteil ergibt sich damit direkt die Unitaritätsrelation:

$$G_0 = \mathcal{P} \frac{1}{W - H_0} - i\pi \begin{pmatrix} f_\pi(p_\pi^0) \delta(p_\pi - p_\pi^0) & 0 \\ 0 & f_\eta(p_\eta^0) \delta(p_\eta - p_\eta^0) \end{pmatrix}, \quad (2.36)$$

mit

$$f_B(p_B^0) = \frac{1}{p_B^0 W} e_N(p_B^0) \omega_B(p_B^0), \quad (2.37)$$

wobei p_B^0 den Polimpuls des Mesons B bezeichnet.

Man kann, wie eben hier gezeigt, dieses Resonanzmodell als die Lösung einer gekoppelten-Kanal-Gleichung mit separablen Wechselwirkungen ansehen. Im Vergleich zu eigentlichen gekoppelten-Kanal-Modellen, d.h. Modellen, die sich nicht

auf rein separable Potentiale zurückziehen, ist der numerische Aufwand bei der Lösung der Streugleichung allerdings verschwindend gering, da nur ein eindimensionales Integral berechnet werden muß.

Das Bannhold-Tanabesche Modell verletzt jedoch die Unitarität im Hinblick auf die Ankopplung an den $\pi\pi N$ -Kanal, die nur effektiv in den Resonanzbreiten mitgenommen wird. Dieses einfache Modell erzeugt keine Dreiteilchen-Unitarität, denn es ist unmöglich, Dreiteilchen-Unitarität durch einführen einer einfachen Fitfunktion für die Resonanzbreite zu erreichen. Dies liegt unter anderem daran, daß es im Gegensatz zur Zweiteilchen-Unitarität keine einfache Methode gibt, die korrekten Polbeiträge der Dreiteilchen-Amplituden abzuleiten, selbst wenn man sämtliche eingehenden Zweiteilchen-Amplituden gegeben hat, siehe hierzu z.B. [GM90] und die darin enthaltenen Referenzen. Unitarität oberhalb der Zweipionschwelle läßt sich nur durch Lösung dynamischer Dreiteilchen-Gleichungen, d.h. der Faddeev- bzw. der AGS-Gleichungen, erreichen, wie dies für die Zweipionproduktion am Nukleon von Schmidt angestrebt wird [Sch00].

In diesem Zusammenhang möchten wir noch auf die K -Matrix-Approximation näher eingehen. Der K -Matrix-Ansatz, siehe hierzu z.B. die Arbeit von Sauer mann [Sau96], liefert – wie auch jedes andere Unitarisierungsschema – oberhalb der Zwei-Pion-Schwelle keine unitäre S -Matrix. Dies hat denselben Grund, daß die K -Matrix-Methode nur korrekt die Zwei-Teilchen-Polbeiträge zu erfassen vermag, d.h. dieselbe Resonanzbreite wie das volle dynamische Modell liefert. Die Zwei-Pion-Breiten der Resonanzen müssen auf eine effektive Weise behandelt werden, d.h. durch einen Fit mit einer ad hoc angesetzten funktionalen Form, wohingegen eine dynamische Behandlung für diese Größen eine echte Vorhersage machen würde.

2.2 Elektromagnetische Wechselwirkung

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die hadronischen Parameter für den Ein teilchen-Sektor festgelegt. Nun soll in dieses Modell die elektromagnetische Wechselwirkung eingeführt werden. Dazu koppeln wir minimal in den Lagrangedichten des Modells, unter Beachtung der ausgedehnten Struktur der beteiligten Hadronen.

Im Bannhold-Tanabeschen Ansatz werden jegliche hadronischen Untergrundmechanismen vernachlässigt, da auch ohne diese die hadronischen Eigenschaften der einzelnen Partialwellen der Pion-Nukleon-Streuung und die totalen Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ und $\pi N \rightarrow \eta N$ befriedigend beschrieben werden können. Dies bedeutet, daß im BT-Modell die hadronischen Eigenschaften der Resonanzen durchaus realistisch parametrisiert werden, aber die Kopplungskonstanten auch Untergrundmechanismen beinhalten. Bei der Betrachtung der e.m. Wechselwirkung würden wir gerne die e.m. Kopplungen der Resonanzen

direkt mit physikalischen Mechanismen in Verbindung bringen, auch wenn dies nicht unproblematisch ist, siehe Abschnitt 2.2.3. Insbesondere wollen wir die isoskalare e.m. Anregungsstärke A_s der S_{11} -Resonanz aus den Daten extrahieren, wozu eine Separation in Background- und Resonanzbeiträge notwendig ist. Es ist also an dieser Stelle nicht mehr möglich, Backgroundmechanismen zu ignorieren. Deswegen werden wir zunächst die zum Background gehörigen Graphen diskutieren und dann die resonanten Einteilchengraphen betrachten.

2.2.1 Elementarerer elektromagnetischer Untergrund

Als e.m. Background verstehen wir hier alle Graphen, bei denen intermediär keine Resonanz direkt angeregt wird, siehe Abbildung 2.5. Die in 1. Ordnung der e.m. und der hadronischen Kopplungskonstante beitragenden zeitgeordneten Graphen sind: der Nukleon-Pol-Term (NP), der gekreuzte nukleonische Graph (NC), die Pion-Pol-Graphen (PP), der Kroll-Ruderman-Term (KR), die Z-Graphen (Z) und die Vektormeson-Graphen (VM). Die Meson-Pol-Terme tauchen natürlich nur für ein Isovektor-Meson auf, der KR-Term nur für ein Isovektor-Meson mit pseudovektorieller Kopplung an das Nukleon. Der e.m. Background der η -Mesonproduktion besitzt keine PP- oder KR-artigen Graphen.

Zusätzlich betrachten wir noch solche Graphen, die durch die minimale Ankopplung des Photons an die Impulsabhängigkeit der hadronischen πN -Formfaktoren entstehen, siehe beispielsweise [Sch86, Wil92, Wil96], sogenannte Vertex-Ströme (VC). Diese berücksichtigen somit die innere e.m. Struktur des Nukleons. Es ist aber offensichtlich, daß diese Ströme nicht eindeutig sein können, da die innere Struktur des Nukleons erst a posteriori über Formfaktoren eingeführt wird und zudem die funktionale Form dieser Faktoren nicht mikroskopisch motiviert ist. Die VC-Terme, die wir hier benutzen, sind den PP-Graphen ähnlich und ändern, wie sich gezeigt hat, siehe Wilbois [Wil96], die Pion-Photoproduktions-Multipole kaum ab, d.h. die Verletzung der Eichinvarianz auf dem Baum-Graphen-Niveau durch Einführen von Teilchen mit einer hadronischen Struktur scheint für die hier betrachteten Reaktionen unbedeutend zu sein.

Im folgenden werden alle Background-Ströme aufgelistet, einschließlich den zugehörigen Wechselwirkungs-Lagrangedichten und den daraus abgeleiteten Vertices. Damit wird an dieser Stelle das Modell der e.m. und starken Wechselwirkung sowohl für den elementaren Prozess als auch für den Prozeß am Zweinukleonensystem spezifiziert. Die Vertices geben wir in möglichst allgemeiner Form an, d.h. ohne Festlegung eines bestimmten Bezugssystems, die Strom-Operatoren des elementaren Prozesses allerdings werden wir wie üblich explizit im CM-System konstruieren. Beim Übergang zum Zweinukleonensystem ist es also nicht notwendig, die elementaren Amplituden anzuboosten, was prinzipiell schwierig ist, da sich die off-shell-Matrixelemente der Stromoperatoren nicht aus den CM-

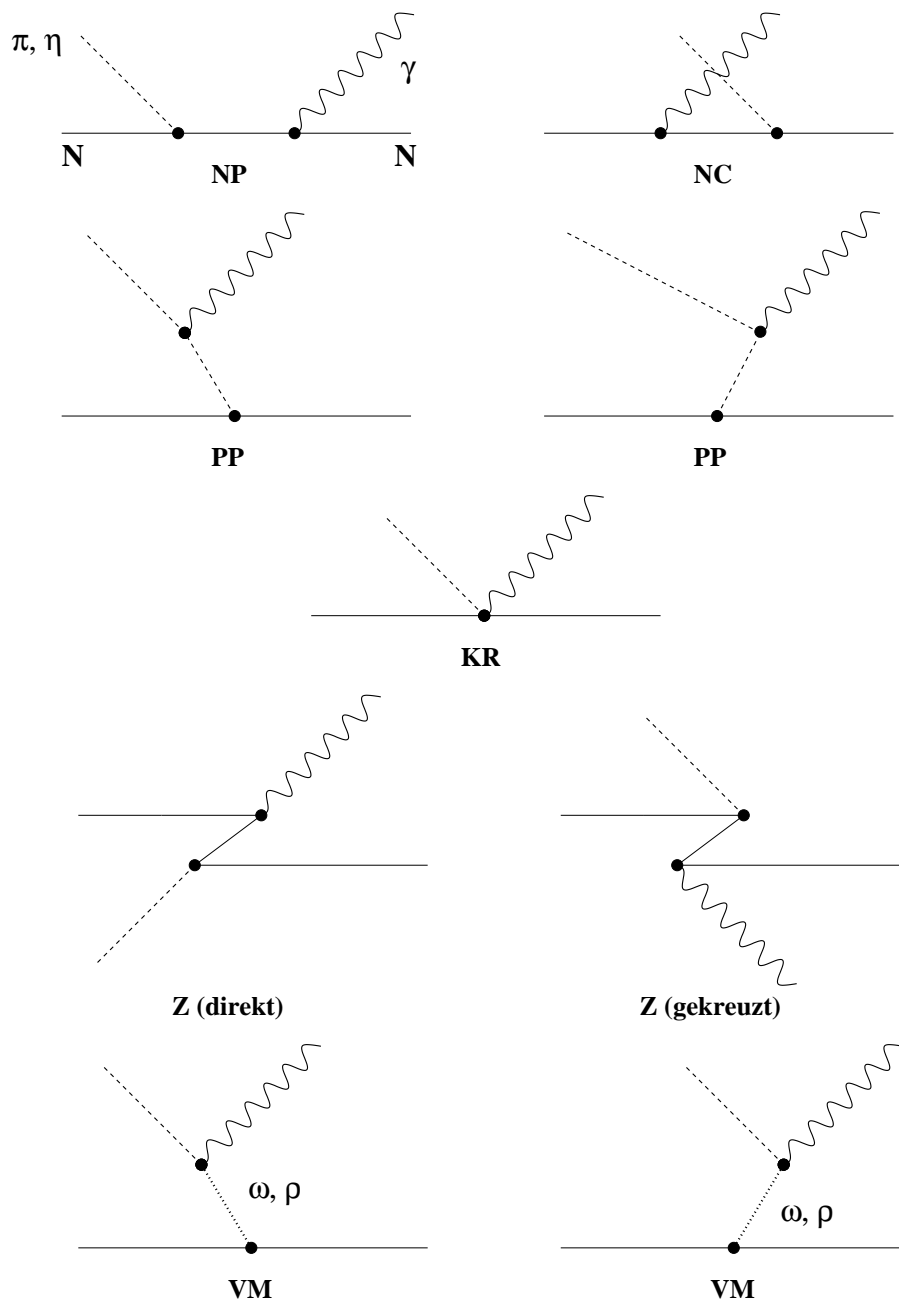


Abb. 2.5: Elektromagnetische Born-Beiträge zur Photo-Pion-Produktion bzw. -Eta-Produktion: NP: Nukleon-Pol-Graph, NC: gekreuzter nukleonischer Graph, PP: Pion-Pol-Graphen, KR: Kroll-Ruderman-Term, Z: Z-Graphen, VM: Vektormeson-Graphen.

Matrizelementen rekonstruieren lassen. Stattdessen verwenden wir im Fall des Zweinukleonensystems die Stromoperatoren in einem beliebigen Bezugssystem und beachten somit die von den Lagrangedichten festgelegten off-shell-Effekte

exakt.

Zunächst betrachten wir die rein nukleonischen Graphen. Dazu muß die Wechselwirkung des Photons und des Pions bzw. η -Mesons mit dem Nukleon spezifiziert werden. Die Wechselwirkung eines Photons mit einem Nukleon wird durch folgende Lagrangedichte beschrieben:

$$\mathcal{L}_{\gamma NN} = -\hat{e}\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi A^\mu - \frac{\hat{\kappa}}{4m_N}\bar{\Psi}\sigma_{\mu\nu}\Psi F^{\mu\nu}, \quad (2.38)$$

wobei \hat{e} die Ladung des Nukleons, $\hat{\kappa}$ das anomale magnetische Moment, $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ den Feldstärketensor bezeichnet. Damit ergeben sich folgende Vertices, wobei wir auch die relativistischen Beiträge des Darwin-Foldy- und Spin-Orbit-Stroms mitführen:

$$\begin{aligned} v_{N\leftarrow\gamma N} &= v_{N\leftarrow\gamma N}^{[N0]} + v_{N\leftarrow\gamma N}^{[DF+SO]}, \\ v_{N\leftarrow\gamma N}^{[N0]} &= \frac{1}{2m_N}\left(\hat{e}(\vec{p}' + \vec{p}) + i(\hat{e} + \hat{\kappa})\vec{\sigma} \times \vec{q}\right), \\ v_{N\leftarrow\gamma N}^{[DF+SO]} &= -\frac{\omega_\gamma(q)}{8m_N^2}(\hat{e} + 2\hat{\kappa})(\vec{q} + i\vec{\sigma} \times (\vec{p}' + \vec{p})), \\ v_{N\bar{N}\leftarrow\gamma} &= \left(\hat{e} + \frac{\hat{\kappa}}{2m_N}\omega_\gamma(q)\right)\vec{\sigma}, \\ v_{vacuum\leftarrow N\bar{N}\gamma} &= \left(\hat{e} - \frac{\hat{\kappa}}{2m_N}\omega_\gamma(q)\right)\vec{\sigma}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Dabei bezeichnet \vec{p}' den Impuls des auslaufenden Nukleons, \vec{p} den Impuls des einfallenden Nukleons. \vec{q} ist der Photonimpuls.

Die Lagrangedichten für die Wechselwirkung eines pseudoskalaren Mesons mit dem Nukleon lauten in pseudoskalarer und pseudovektorieller Kopplung:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{BNN}^{\text{ps}} &= -ig_{BNN}\bar{\Psi}\gamma_5\Phi\Psi, \\ \mathcal{L}_{BNN}^{\text{pv}} &= -\frac{g_{BNN}}{2m_N}\bar{\Psi}\gamma_5\gamma_\mu(\partial^\mu\Phi)\Psi. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Die daraus resultierenden nicht-relativistischen Vertices lauten:

$$\begin{aligned} v_{B\leftarrow N}^{\text{ps/pv}\dagger} &= ig_{BNN}\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{k}}{2m_N}, & v_{N\leftarrow B}^{\text{ps/pv}} &= -ig_{BNN}\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{k}}{2m_N}, \\ v_{B\leftarrow N\bar{N}}^{\text{ps}\dagger} &= -ig_{BNN}, & v_{B\bar{N}\leftarrow vacuum}^{\text{ps}} &= ig_{BNN}, \\ v_{B\leftarrow N\bar{N}}^{\text{pv}\dagger} &= -i\frac{g_{BNN}}{2m_N}\omega_k, & v_{B\bar{N}\leftarrow vacuum}^{\text{pv}} &= -i\frac{g_{BNN}}{2m_N}\omega_k, \end{aligned} \quad (2.41)$$

wobei \vec{k} den Impuls des produzierten Mesons bezeichnet und ω_k die zugehörige on-shell-Energie. Für das Pion und für das η -Meson werden wir in dieser Arbeit immer die pseudoskalare Kopplung verwenden. Ebenso lassen wir die Vektormeson-Beiträge für die Pion-Produktion außen vor. Dies entspricht im wesentlichen der

Wahl eines sehr schwachen e.m. Untergrunds im pionischen $E_{0+}(1/2)$ -Multipol im Bereich der Eta-Schwelle, und somit einer sehr starken e.m. Anregung der S_{11} . Für die Kopplungsstärken übernehmen wir folgende Werte [BA97, KDT95]:

$$\frac{g_{\pi NN}^2}{4\pi} = 14.4, \quad \frac{g_{\eta NN}^2}{4\pi} = 0.4. \quad (2.42)$$

Diese Wahl für $g_{\eta NN}$ entspricht einer schwachen ηN -Kopplung, wie sie auch in [TBK94, KDT95, KT96] verwendet wird.

Nun können aus den Vertices die nukleonischen Born-Graphen konstruiert werden. Zuerst betrachten wir den direkten nukleonischen Beitrag, den sogenannten Nukleon-Pol-Graphen, im CM-System:

$$\vec{j}_{NP} = i \frac{g_{BNN}}{2m_N} F_{BNN}(k) \Omega_B \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \frac{1}{W - m + i\epsilon} \frac{1}{2m_N} i(\hat{e} + \hat{k}) \vec{\sigma} \times \vec{q}. \quad (2.43)$$

Die Funktion $F_{BNN}(k)$ ist der hadronische Formfaktor des BNN -Vertex, der wiederum die ausgedehnte Struktur des Nukleons und des Mesons berücksichtigen soll. Wir verwenden für F_{BNN} eine nicht-polnormierte Dipolform:

$$F_{BNN}(k) = \left[1 + \left(\frac{k}{\Lambda_{BNN}} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (2.44)$$

mit folgender Wahl des pionischen Cutoff-Parameters, den wir in Anlehnung an [BT91] ansetzen:

$$\Lambda_{\pi NN} = 600 \text{ MeV}. \quad (2.45)$$

Für den η -mesonischen Background wählen wir denselben Formfaktor:

$$\Lambda_{\eta NN} = 600 \text{ MeV}. \quad (2.46)$$

Der gekreuzte nukleonische Graph setzt sich aus einem Spin- und Konvektions-Anteil zusammen:

$$\vec{j}_{NC} = \vec{j}_{NC;spin} + \vec{j}_{NC;conv}. \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} \vec{j}_{NC;spin} &= \frac{1}{2m_N} i(\hat{e} + \hat{k}) \vec{\sigma} \times \vec{q} \\ &\times \frac{1}{W - \omega_\gamma(q) - \omega_k - e_N(\vec{q} + \vec{k}) + i\epsilon} i \frac{g_{BNN}}{2m_N} F_{BNN}(k) \Omega_B \vec{\sigma} \cdot \vec{k}, \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} \vec{j}_{NC;conv} &= \frac{1}{2m_N} \hat{e}(-2\vec{k}) \\ &\times \frac{1}{W - \omega_\gamma(q) - \omega_k - e_N(\vec{q} + \vec{k}) + i\epsilon} i \frac{g_{BNN}}{2m_N} F_{BNN}(k) \Omega_B \vec{\sigma} \cdot \vec{k}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Zu den nukleonischen Borngraphen gehören auch Beiträge, die intermediäre Anti-Nukleonen beinhalten, die sogenannten Z-Graphen. Zu diesen tragen ebenfalls zwei Zeitordnungen bei, die wir als direkt und gekreuzt bezeichnen möchten:

$$\vec{J}_Z = \vec{J}_{Z;direkt} + \vec{J}_{Z;gekreuzt}. \quad (2.50)$$

Die Z-Ströme geben wir hier in pv- und ps-Kopplung an:

$$\begin{aligned} \vec{J}_{Z;direkt}^{pv} &= i \frac{g_{\pi NN}}{2m_N} F_{BNN}(k) \omega_B(k) \hat{e} \Omega_B \\ &\quad \times \frac{1}{W - e_N(k) - e_N(q) - e_N(\vec{q} + \vec{k}) + i\epsilon} \vec{\sigma}, \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_{Z;gekreuzt}^{pv} &= \vec{\sigma} \frac{1}{W - e_N(k) - e_N(q) - m_N - \omega_k - \omega_\gamma(q) + i\epsilon} \\ &\quad \times i \frac{g_{\pi NN}}{2m_N} F_{BNN}(k) \omega_B(k) \Omega_B \hat{e}, \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_{Z;direkt}^{ps} &= i g_{\pi NN} F_{BNN}(k) \left(\hat{e} + \frac{\hat{k}}{2m_N} \omega_\gamma(q) \right) \Omega_B \\ &\quad \times \frac{1}{W - e_N(k) - e_N(q) - e_N(\vec{q} + \vec{k}) + i\epsilon} \vec{\sigma}, \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_{Z;gekreuzt}^{ps} &= -i g_{BNN} F_{BNN}(k) \Omega_B \left(\hat{e} - \frac{\hat{k}}{2m_N} \omega_\gamma(q) \right) \vec{\sigma} \\ &\quad \times \frac{1}{W - e_N(k) - e_N(q) - m_N - \omega_k - \omega_\gamma(q) + i\epsilon}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Dabei sind die Z-Graphen in pv-Kopplung stark unterdrückt, wohingegen sie in der ps-Kopplung die Rolle des wichtigen Kroll-Ruderman-Beitrags der pv-Kopplung übernehmen.

Durch die Ableitungskopplung in der pv-Lagrangedichte entsteht durch minimale Substitution ein kontaktartiger Strombeitrag. Dieser sogenannte Kroll-Ruderman-Term hat folgende einfache Gestalt:

$$\vec{J}_{KR} = -i [\hat{e}, \tau_\mu^\dagger] \frac{g_{\pi NN}}{2m_N} F_{\pi NN}(k) \vec{\sigma}. \quad (2.55)$$

Der KR-Term und die Z-Graphen sind die einzigen Beiträge, in denen sich ps- und pv-Kopplung in der hier betrachteten nicht-relativistischen Ordnung in p/m_N unterscheiden. Ihre Summe ist bis auf Terme proportional zum anomalen magnetischen Moment des Nukleons aufgrund des Äquivalenztheorems gleich, siehe Anhang E.2.

Für die Pion-Pol-Graphen muß noch die Wechselwirkung des Photons mit dem Pion spezifiziert werden. Nach minimaler Kopplung im freien Lagrangian des Pionfelds findet man für den Pion-Pol-Strom folgende Ausdrücke:

$$\vec{J}_{PP} = \vec{J}_{PP;\pi\pi\leftarrow\gamma} + \vec{J}_{PP;\pi\leftarrow\pi\gamma}. \quad (2.56)$$

$$\vec{J}_{PP;\pi\pi\leftarrow\gamma} = i\frac{g_{\pi NN}}{2m_N}F_{\pi NN}(|\vec{k}-\vec{q}|)\tau_\mu^\dagger\vec{\sigma}\cdot(\vec{k}-\vec{q})$$

$$\times\frac{1}{W-e_N(q)-\omega_\pi(\vec{k}-\vec{q})-\omega_\pi(k)+i\epsilon}\mu\frac{1}{2\omega_\pi(\vec{k}-\vec{q})}2\vec{k}, \quad (2.57)$$

$$\vec{J}_{PP;\pi\leftarrow\gamma\pi} = \mu\frac{1}{2\omega_\pi(\vec{k}-\vec{q})}2\vec{k}\frac{1}{W-e_N(q)-\omega_\pi(\vec{k}-\vec{q})-\omega_\gamma(q)+i\epsilon}$$

$$\times i\frac{g_{\pi NN}}{2m_N}F_{\pi NN}(|\vec{k}-\vec{q}|)\tau_\mu^\dagger\vec{\sigma}\cdot(\vec{k}-\vec{q}). \quad (2.58)$$

Die in dieser Arbeit verwendeten Vertexströme lauten:

$$\vec{J}_{VC} = -i\frac{g_{\pi NN}}{m_N}[\hat{e}, \tau_\mu^\dagger]\vec{k}\vec{\sigma}\cdot(\vec{k}-\vec{q})\frac{F_{\pi NN}(k)-F_{\pi NN}(|\vec{k}-\vec{q}|)}{k^2-(\vec{k}-\vec{q})^2}. \quad (2.59)$$

Diese sind von der Operatorstruktur den Pion-Pol-Graphen ähnlich und tauchen nur für die Produktion eines isovektoriellen Mesons auf. Der Strombeitrag \vec{J}_{VC} ist, wie bereits erwähnt, allerdings nicht eindeutig festgelegt, siehe [Sch86, Gö191].

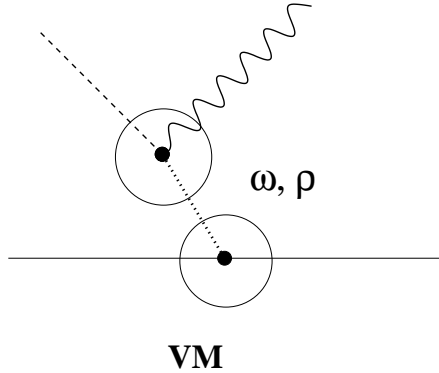


Abb. 2.6: Der Vektormeson-Beitrag.

Ein weiterer Untergrundbeitrag sind die Vektormeson-Ströme (VM). Bei diesen wird ein Vektormeson durch Absorption eines Photons in ein pseudoskalar-Meson umgewandelt. Um solche Graphen einzuführen, müssen wir sowohl die Wechselwirkung des Vektormesons mit dem Nucleon als auch den e.m. Produktionsvertex spezifizieren, siehe Abbildung 2.6. Zunächst betrachten wir die Wechselwirkungslagrangedichte für den rein hadronischen Anteil des Graphen, siehe z.B. [Mac89]:

$$\mathcal{L}_{VNN} = -g_V\bar{\Psi}\gamma_\mu V^\mu\Psi - \frac{f_V}{4m_N}\bar{\Psi}\sigma_{\mu\nu}V^{\mu\nu}\Psi, \quad (2.60)$$

wobei g_V die sogenannte Vektorkopplung und f_V die Tensorkopplung ist. $V^{\mu\nu}$ ist das hadronische Analogon zum e.m. Feldstärketensor $V^{\mu\nu} = \partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu$.

Für das ω -Meson findet man folgende Vertexfunktionen für das nicht-kovariant normierte Vektormesonfeld:

$$\begin{aligned} v_{N \leftarrow NV} &= v_{NV \leftarrow N}^\dagger \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega_0^V(k)}} g_V \sum_{\xi} \left(\epsilon_0^{[\xi]}(k) + \vec{\epsilon}^{[\xi]}(k) \cdot \frac{1}{2m_N} \left((\vec{p} + \vec{p}') + i\vec{\sigma} \times \vec{k} \right) \right), \end{aligned} \quad (2.61)$$

wobei $\epsilon^{\mu[\xi]}$, $\xi = 1, 2, 3$, die Spinfunktion des Vektormesons, siehe Anhang B, und $\omega_0^V(k)$ die on-shell-Energie des intermediären Vektormesons ist. Für das ω -Meson finden sich in der Literatur [Mac89, BMZ95] nur verschwindende bzw. sehr kleine Tensorkopplungen, weswegen wir hier $f_v = 0$ gesetzt haben.

Für den e.m. Dissoziationsvertex wird folgende Lagrangedichte angesetzt, siehe z.B. [DMW91]:

$$\mathcal{L}_{BV\gamma} = \frac{e\lambda_{BV\gamma}}{4m_B} \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} F^{\mu\nu} V^{\lambda\sigma} \Phi, \quad B \in \{\pi, \eta\}, \quad V \in \{\rho, \omega\}. \quad (2.62)$$

Damit lautet der Dissoziationsvertex bei nicht-kovarianter Normierung des Mesonfelds:

$$v_{BV\gamma}^\dagger = -\frac{e\lambda_{BV\gamma}}{m_B} \frac{(2\pi)^{3/2}}{\sqrt{2\omega_0^V(k)}} \sum_{\xi} \left(\vec{k} \times \vec{q} \epsilon_0^{[\xi]}(k) - \omega_\gamma(q) \vec{k} \times \vec{\epsilon}^{[\xi]}(k) \right). \quad (2.63)$$

Für den Vektormesonstrom findet sich also:

$$\begin{aligned} \vec{j}_{BV\gamma} &= -\Omega_{BV\gamma} \frac{e\lambda_{BV\gamma}}{m_B} g_V \frac{G^V(W)}{2\omega_0^V(k)} \left\{ \frac{\vec{k}_V^2}{m_V^2} \vec{k}_V \times \vec{q} - \frac{\omega_0^V(k_V)}{m_V^2} \frac{1}{2m_N} (\vec{p} + \vec{p}') \cdot \vec{k}_V \vec{k}_V \times \vec{q} \right. \\ &\quad \left. + \omega_\gamma(q) \vec{k}_V \times \frac{1}{2m_N} \left((\vec{p} + \vec{p}') + i\vec{\sigma} \times \vec{k}_V \right) \right\}, \end{aligned} \quad (2.64)$$

wobei $\vec{k}_V := \vec{q} - \vec{k}$ der Impuls des intermediären Mesons und $G^V(W)$ der zugehörige Propagator ist. Letzterer setzt sich aus zwei verschiedenen Zeitordnungen zusammen:

$$\begin{aligned} G^V(W) &= \frac{1}{W - e_N(p) - \omega_0^V(\vec{q} - \vec{k}) - \omega_k + i\epsilon} \\ &\quad + \frac{1}{W - e_N(p') - \omega_0^V(\vec{q} - \vec{k}) - \omega_\gamma(q) + i\epsilon}. \end{aligned} \quad (2.65)$$

$\Omega_{BV\gamma}$ ist der Isospinanteil des Stromoperators. Es gilt:

$$\begin{aligned} \Omega_{\eta\omega\gamma} &= \mathbb{1}, & \Omega_{\pi\omega\gamma} &= \delta_{\mu,0}, \\ \Omega_{\eta\rho\gamma} &= \tau_0, & \Omega_{\pi\rho\gamma} &= \tau_\mu^\dagger. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Die Terme $\propto \frac{1}{m_V^2}$ in $\vec{j}_{BV\gamma}$ sind gegenüber den Termen $\propto 1$ stark unterdrückt, sodaß der Vektormesonstrom sich ähnlich dem Nukleonenstrom aus einem Konvektions-Anteil $\propto \vec{p} + \vec{p}'$ und Spin-Anteil $\propto i\vec{\sigma} \times \vec{k}_V$ zusammensetzt.

Die Dissoziations-Ströme $\vec{j}_{BV\gamma}$ sind im übrigen für sich genommen eichinvariant, da sie von den rein mesonisch-nukleonischen Borngraphen vollkommen unabhängig sind, d.h. da sie nicht durch minimale Kopplung aus den mesonisch-nukleonischen Lagrangedichten generiert werden können. Aus diesem Grunde ist der sogenannte $\gamma\pi\rho$ -Strom im Zweinukleonensystem – z.B. bei der Deuteronphotospaltung – in führender relativistischer Ordnung rein transversal, da es kein zugehöriges hadronisches NN -Potential gibt.

Die Kopplungen der Vektormesonen übernehmen wir aus [TBK94, KDT95]:

$$\frac{g_{\omega NN}^2}{4\pi} = 23, \quad \frac{g_{\rho NN}^2}{4\pi} = 0.5, \quad (2.67)$$

wobei $g_{\rho NN}$ die Vektorkopplung des ρ -Mesons ist. Die Tensorkopplung ist beim ρ -Meson dominant mit einem Verhältnis von Tensor- zu Vektorkopplung von $\kappa_V = f_{\rho NN}/g_{\rho NN} = 6.1$. Für die elektromagnetischen Kopplungen verwenden wir folgende Zahlenwerte aus [DMW91, KDT95]:

$$\lambda_{\eta\omega\gamma} = 0.192, \quad \lambda_{\eta\rho\gamma} = 0.89, \quad (2.68)$$

Diese Kopplungen wurden an die Pionproduktionsdaten bzw. an die Zerfallsbreiten der Mesonen angepaßt. Wir möchten in Kapitel 3 die Bedeutung des ω -Mesonbeitrags mit diesen Werten für die Kopplungen $g_{\omega NN}$ und $\lambda_{\eta\omega\gamma}$ für die kohärente Deuteronreaktion untersuchen.

2.2.2 Elementare Resonanzströme

In diesem Abschnitt spezifizieren wir den resonanten Sektor unseres Modells, also die elektromagnetischen Ströme, die intermediär die Anregung einer Nukleonresonanz beinhalten. In Abschnitt 2.1 wurde bereits der hadronische Sektor des Modells diskutiert.

Die Anregung einer S_{11} -Resonanz durch ein Photon wird gemäß [BMZ95] durch folgende Lagrangedichte beschrieben:

$$\mathcal{L}_{\gamma NS_{11}} = \frac{\hat{k}_{S_{11}}}{2(m_N + m_{S_{11}}^0)} \bar{\Psi}_{S_{11}} \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} \Psi F^{\mu\nu} + h.c. \quad (2.69)$$

Damit erhält man für den nicht-relativistischen elektromagnetischen S_{11} -Vertex:

$$v_{S_{11} \leftarrow \gamma N} = -\frac{\hat{k}_{S_{11}}}{m_N + m_{S_{11}}^0} \omega_\gamma(q) \vec{\sigma}, \quad (2.70)$$

wobei \hat{k}_R die e.m. Kopplung der Resonanz bezeichnet:

$$\hat{k}_R := e(k_s \mathbb{1} + k_v \tau_0), \quad (2.71)$$

die sich aus einem isoskalaren und isovektoriellen Anteil k_s bzw. k_v zusammensetzt.

Die Roper-Resonanz $P_{11}(1440)$ trägt dieselben Quantenzahlen wie das Nukleon. Demzufolge sind die Lagrangedichten und Vertices den analogen nukleonischen Ausdrücken sehr ähnlich:

$$\mathcal{L}_{\gamma N P_{11}} = -\frac{\hat{k}_{P_{11}}}{2m_{P_{11}}^0} \bar{\Psi}_{P_{11}} \sigma_{\mu\nu} \Psi F^{\mu\nu} + h.c. \quad (2.72)$$

Der nicht-relativistische $\gamma P_{11} N$ -Vertex hat die Form des nukleonischen Spin-Stroms:

$$v_{P_{11} \leftarrow \gamma N} = \frac{1}{2m_{P_{11}}^0} \hat{k}_{P_{11}} i \vec{\sigma} \times \vec{k}. \quad (2.73)$$

Für den nicht-relativistischen e.m. Anregungsververtex der D_{13} findet man:

$$\mathcal{L}_{\gamma N D_{13}} = \frac{i \hat{k}_{D_{13}}}{2m_N} \bar{\Psi}_{D_{13},\nu} \gamma_\lambda \Psi F^{\lambda\nu} + h.c. \quad (2.74)$$

$$v_{D_{13} \leftarrow \gamma N} = \frac{\hat{k}_{D_{13}}}{2m_N} \omega_\gamma(q) \vec{\sigma}_{D_{13}N} \cdot \vec{q}, \quad (2.75)$$

wobei $\Psi_{D_{13},\nu}$ das Rarita-Schwinger-Feld ist, $\vec{\sigma}_{D_{13}N}$ bzw. $\vec{\sigma}_{ND_{13}}$ sind die Spin-3/2-1/2-Übergangsoperatoren, siehe Anhang D.

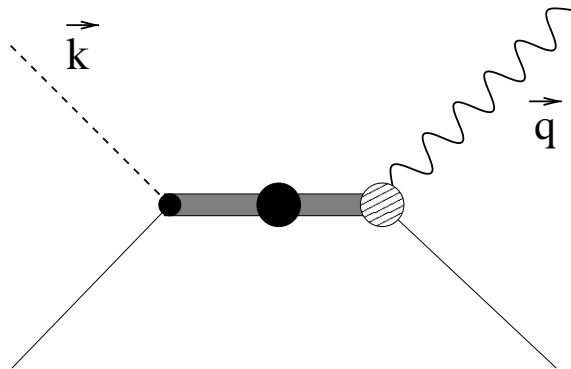


Abb. 2.7: Direkter Resonanzgraph mit energieabhängigem Propagator. Die Schraffur des e.m. Vertices soll dessen ausgedehnte Struktur andeuten, siehe Abschnitt 2.2.3.

Damit sehen die resonanten Ströme unseres Modells für die Pion- und Eta-Produktion folgenderweise aus, siehe auch Abb. 2.7:

$$\vec{J}_{S_{11}} = ig_{BNS_{11}} \Omega_B \frac{e\hat{k}_{S_{11}}}{m_N + m_{S_{11}}^0} \omega_\gamma(q) \vec{\sigma} \dot{g}_{S_{11}}(W) f_{BNS_{11}}(k), \quad (2.76)$$

$$\vec{J}_{P_{11}} = ig_{BNP_{11}} \Omega_B \frac{1}{2m_{P_{11}}} \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \frac{e\hat{k}_{P_{11}}}{2m_{P_{11}}^0} i\vec{\sigma} \times \vec{q} \dot{g}_{P_{11}}(W) f_{BNP_{11}}(k), \quad (2.77)$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_{D_{13}} &= i \frac{g_{BND_{13}}}{m_\pi} \Omega_B \frac{e\hat{k}_{D_{13}}}{2m_N} \alpha_{D_{13}} \omega_\gamma(q) \vec{\sigma}_{NN} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_{ND_{13}} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_{D_{13}N} \dot{g}_{D_{13}}(W) f_{BND_{13}}(k), \\ &\text{mit } \vec{\sigma}_{NN} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_{ND_{13}} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_{D_{13}N} = (\vec{\sigma}_{NN} \cdot \vec{k}) \vec{k} - \frac{1}{3} k^2 \vec{\sigma}_{NN}, \\ &B \in \{\pi, \eta\}, \end{aligned} \quad (2.78)$$

wobei \dot{g}_R den renormierten Resonanzpropagator bezeichnet, $f_{BNR}(k)$ sind die hadronischen Formfaktoren, siehe Gl. (2.13).

In den obigen Formeln bezeichnen die e.m. Kopplungen zunächst konstante, reelle Größen. Es ist aber von vornherein einsichtig, daß eine Rechnung mit solchen Stromoperatoren nicht realistisch sein kann, wie im folgenden Kapitel 2.2.3 näher ausgeführt wird.

2.2.3 Effektive Kopplungen versus mikroskopisches, meson-theoretisches Bild

Bevor diskutiert werden soll, ob für die Resonanzkopplungen effektive Fits verwendet werden sollen, oder ob es sinnvoller ist tatsächlich Rückstreudiagramme auszuwerten, muß klargestellt werden, daß es auf keinen Fall wünschenswert ist mit reellen, energieunabhängigen e.m. Kopplungen eine Rechnung am Nukleon oder Deuteron durchzuführen, ohne weitere Rückstreumechanismen zu betrachten. Diese „nackten“ Resonanz-Kopplungen, bei einer Rechnung am Nukleon für die Photopionproduktion verwendet, sind für sich alleine betrachtet unrealistisch. Sie können niemals das Watson-Theorem erfüllen, siehe z.B. [GW64]. Bei einem rein resonanten hadronischen Modell, also ohne hadronischen Background, wird das Watson-Theorem durch die e.m. Born-Terme zerstört. Der Grund hierfür ist, daß durch die Hinzunahme des e.m. Backgrounds Rückstreuterme induziert werden – siehe Abb. 2.8, welche berücksichtigt werden müssen, um Unitarität zu gewährleisten, siehe z.B. [TO85, Wil92, Wil96].

Natürlich werden in der Praxis für die elementare Photopionproduktion solche unrealistischen Rechnungen mit nackten Kopplungen nicht durchgeführt, sondern es wird in der Regel ein Unitarisierungsverfahren angewendet, z.B. die K -Matrix-Approximation, siehe [Sau96] oder auch Anhang C. Für die Reaktion am Deuteron lassen sich die Born-Graphen aber nicht im nachhinein „unitarisieren“, da

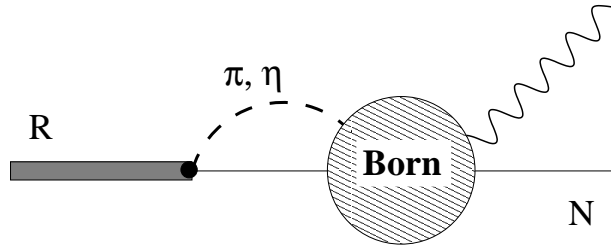


Abb. 2.8: Durch die e.m. Bornterme induzierte Rückstreumechanismen.

sämtliche Unitarisierungsverfahren nur die on-shell-Matrixelemente der betrachteten Reaktion liefern. Letztendlich bedeutet dies also, daß eine Rechnung mit nackten, d.h. energieunabhängigen und reellen e.m. Kopplungen am Deuteron einer unrealistischen und unphysikalischen Situation bei der analogen Reaktion am Nukleon entspricht.

Wir möchten in diesem Zusammenhang auf einen prinzipiellen Unterschied zwischen dynamischen Rechnungen und der K -Matrixmethode eingehen. Innerhalb eines dynamischen Modells werden die Background- und Resonanz-Graphen durch Rückstreuereffekte modifiziert, wobei auch off-shell-Beiträge der Meson-Nukleon-Propagatoren eingehen. Das heißt im übrigen auch, daß Born- und Resonanzbeiträge durch Rückstreugraphen unterschiedlich beeinflusst werden. Bei der K -Matrix-Approximation hingegen gehen nur on-shell-Matrixelemente ein. Dies bedeutet, daß man die Parameter einer K -Matrix-Rechnung und einer dynamischen Behandlung auf gar keinen Fall miteinander vergleichen darf.

Um ein realistisches Modell der Photo-Pion-Produktion zu erhalten, müssen die durch die e.m. Bornterme induzierten Rückstreumechanismen unbedingt berücksichtigt werden. Dies kann dadurch geschehen, daß man explizite Schleifendiagramme auswertet, wie in der Arbeit von Ohta und Tanabe [TO85]. Dabei stellt sich im Fall der Δ -Resonanz heraus, daß dies nicht ohne die Einführung weiterer Parameter möglich ist, um eine gute Beschreibung der experimentellen Multipoldaten zu erreichen. Ein freier Parameter ist dabei der πNN -Cutoff innerhalb der Klasse dieser Graphen, ein weiterer Parameter ist ein phänomenologischer Faktor f , der sich durch Austausch schwererer Mesonen erklären ließe. Letztendlich ergibt sich aber ein effektives meson-theoretische Bild der e.m. Anregung der Δ -Resonanz, welches vor allem auch off-shell eindeutig definiert ist.

Für die S_{11} -Resonanz stellt sich uns in dieser Arbeit die Frage, ob in analoger Weise die e.m. Anregung meson-theoretisch aufgelöst werden sollte. Es ist dabei sehr wahrscheinlich, daß dies ebenfalls nicht ohne das Einführen neuer Parameter möglich sein wird, zum anderen ist nicht klar, ob dieses mikroskopische Bild auch erfolgreich ist, d.h. ob die experimentellen E_{0+} -Multipole damit hinreichend genau beschrieben werden können. Wir haben in dieser Arbeit den Ansatz gewählt, die e.m. Kopplungen durch einfache Fitfunktionen zu parametrisieren, um später

von einem realistischen elementaren Modell startend die Reaktion am Deuteron zu untersuchen. Diese effektiven $\gamma N \rightarrow N^*$ -Kopplungen sollen also die ausge dehnte innere e.m. Struktur der Resonanzen erfassen. Wir möchten an dieser Stelle die Ergebnisse aus [BT91] nicht unreflektiert übernehmen, sondern die Fit-prozedur wiederholen, da wir im Gegensatz zu [BT91] auch bei der η -Produktion einen e.m. Background zulassen möchten.

Die effektiven e.m. Resonanzkopplungen $g_{\gamma NR}^{(I)}$ werden dabei für jeden experimen-tellen Wert der invarianten Masse W auf folgende Weise konstruiert:

$$g_{\gamma NR}^{(I)}(W) = \frac{X_{Exp}^{(I)}(W) - X_{Born}^{(I)}(W)}{X_R^{(I)}(W) \big|_{g_{\gamma NR}^{(I)}=1}}, \quad (2.79)$$

wobei $X^{(I)}$ den $\gamma N \rightarrow \pi N$ -Multipol darstellt, zu dem die Resonanz R beiträgt. $I = 0, 1$ ist die Isospinquantenzahl, $I = 0$ entspricht der e.m. isoskalaren An-regung der $X^{(0)}$ -Multipole, und $I = 1$ der isovektoriellen Anregung der $X^{(1/2)}$ -Multipole, $X_{Exp}^{(I)}$ ist der experimentelle Wert des betrachteten Multipols, $X_{Born}^{(I)}$ ist der Born-Untergrund zu diesem Multipol und $X_R^{(I)}$ der resonante Beitrag in-nerhalb unseres Modells. Bei letzterem wird in Gl. (2.79) der Wert der e.m. Resonanzkopplung identisch $g_{\gamma NR}^{(I)} = 1$ gesetzt. Für die Zweiteilchen-Unitarität unterhalb der Zweipion-Schwelle reicht aus, daß für die on-shell-Elemente der T -Matrizen gilt:

$$T_{\gamma N \rightarrow \pi N}(W) = f_{\gamma\pi}(W) T_{\pi N \rightarrow \pi N}(W), \quad f_{\gamma\pi}(W) \in \mathbb{R}. \quad (2.80)$$

Das BT-Modell ist unterhalb der Zweipionschwelle in diesem Sinne approximativ unitär, wie auch jedes andere effektive Modell, da es in dem Maße das Watson-Theorem erfüllt, wie es die experimentellen Daten beschreiben kann. Formal ist die Unitaritätsrelation allerdings verletzt, da nicht gesichert ist, daß die komple-ken Kopplungen konsistent zu der intermediären Ankopplung an den πN - bzw. ηN -Kanal sind.

Durch die Gl. (2.79) erhalten wir an jedem Datenpunkt einen Wert für die effek-tive komplexe Kopplung, in unseren Rechnungen benötigen wir allerdings diese als kontinuierliche Funktion der invarianten Masse W . Daher haben wir die Kopp-lungen in Anlehnung an Bannhild und Tanabe [BT91] mit Hilfe von Fitfunk-tionen, siehe Gl. (2.81), angepaßt. Es ist dabei nicht möglich, wie beim Meson-Nukleon-Resonanz-Vertex die funktionale Form a priori festzulegen. Diese Fit-funktionen sind so gewählt, daß sie die „resonante Struktur“ in den pionischen Multipolen und im totalen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow \eta p$ reprodu-zieren können.

Es ist offensichtlich, daß mit den in Gl. (2.79) definierten Kopplungen die Pion-Produktion auf jeden Fall befriedigend beschrieben wird, vollkommen unabhängig

von dem gewählten e.m. Background. Die Reaktion $\gamma N \rightarrow \eta N$ läßt sich aber nicht für jede Wahl des e.m. Backgrounds der Pion-Produktion gut beschreiben, siehe auch Abschnitt 2.3.2. Diese wechselseitige Abhängigkeit der Pion- und η -Meson-Produktion ist innerhalb eines dynamischen Modells gut zu verstehen, denn dort sind beide Reaktionen nicht vollkommen unabhängig. Die konsistente Einführung der e.m. Wechselwirkung in ein dynamisches Modell der elementaren hadronischen Reaktionen $\pi N \rightarrow \pi N$, $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ und $\pi N \rightarrow \eta N$ würde sowohl die Beschreibung des pionischen als auch η -mesonischen Photo-Produktionsprozesses liefern.

2.2.4 Bemerkung zur Eichinvarianz

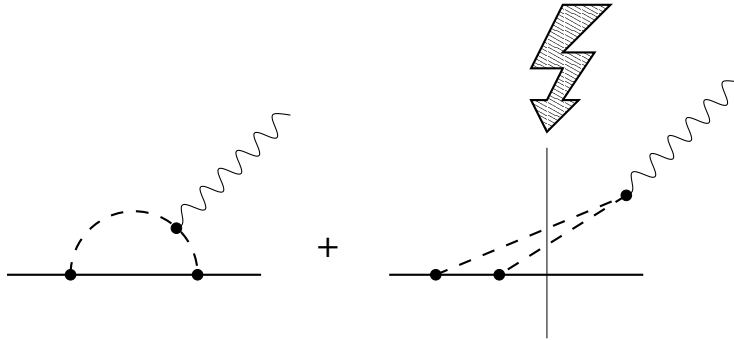


Abb. 2.9: Beide Graphen tragen zur Eichinvarianz-Bedingung für Graphen in 2. Ordnung der πN -Kopplungskonstante bei, obwohl der rechte Graph die Beschränkung des Hilbertraums verletzt.

Wir möchten noch anmerken, daß es extrem schwierig ist, in ein dynamisches hadronisches Modell die e.m. Wechselwirkung im Hinblick auf die Eichinvarianz in konsistenter Art und Weise einzuführen, siehe z.B. Haberzettl [Hab97]. Der Grund für diese Schwierigkeit, eine Rechnung zu realisieren, welche sowohl Unitarität also auch Eichinvarianz vereint, liegt darin begründet, daß das Einführen der e.m. Wechselwirkung in eine konsistente hadronische Rechnung immer Graphen impliziert, welche hadronische Zwischenzustände beinhalten, die die technisch notwendige Beschränkung des verwendeten Hilbertraums verletzen, siehe Abbildung 2.9. Eichinvarianz ist in der Praxis nur durch künstliche Näherungen zu erreichen. So ist etwa das dynamische Modell von Nozawa, Blankleider und Lee [NBL90] nur durch eine Faktorisierung in die on-shell-Matrixelemente des e.m. Stromoperators und der hadronischen Rückstreugraphen eichinvariant. Da der dort verwandte e.m. Stromoperator auf Baum-Graphen-Ebene bereits eichin-

variant ist, ergibt sich in dieser Faktorisierungsnäherung die Eichinvarianz auf triviale Weise.

Um die Eichinvarianz der Borngraphen des elementaren Prozesse auf Baum-Graphen-Niveau zu gewährleisten, haben wir – wie zuvor schon diskutiert – sogenannte Vertex-Ströme eingeführt, die aufgrund der hadronischen Formfaktoren, d.h. der ausgedehnten Struktur der beteiligten Hadronen, berücksichtigt werden müssen. Wegen der separablen Struktur des hier betrachteten BT-Modells sind die resonanten Ströme für sich genommen eichinvariant, sodaß die Vertex-Ströme die Eichinvarianz der gesamten Amplitude sichern.

Die Einführung der Vertex-Ströme ist allerdings nicht unproblematisch. So sind diese Beiträge insbesondere bei vorgegebenen hadronischen Formfaktoren nicht eindeutig festgelegt, siehe [Sch86, Göl91]. Auch ist unklar, wie diese mit einem mikroskopischen Modell in Verbindung gebracht werden können, welches dann auch das off-shell-Verhalten der hadronischen Formfaktoren und der Vertex-Ströme vorhersagen können sollte. In der Praxis stellt sich heraus, daß diese Vertexströme nur sehr kleine Beiträge zu den Reaktionen $\gamma d \rightarrow \pi d$ und $\gamma d \rightarrow NN$ liefern, siehe [Göl91, Wil96, Sch99], sodaß diese Unsicherheit ohne numerische Bedeutung für die e.m. Reaktionen am Deuteron ist.

2.2.5 CGLN-Amplituden und Observablen

Die CGLN-Amplituden [CGLN57, BDW67, DT92] sind ein praktikables Hilfsmittel, um aus den quantenmechanischen Operatoren, welche zu einem bestimmten Modell für die elektromagnetische Produktion pseudoskalarer Mesonen gehören, auf einfache Weise Observablen zu generieren. Insbesondere die Verbindung der CGLN-Amplituden zu den experimentell extrahierbaren elektromagnetischen Multipolen ist relativ einfach.

Beschränkt sich das Modell auf die Baum-Graphen-Ebene, so lassen sich die CGLN-Amplituden aus den analytischen Ausdrücken ablesen. Handelt es sich um ein dynamisches Modell, so ist dies in der Regel nicht mehr auf einfache Weise möglich, da man dann die Potentialterme direkt mit den zugehörigen T -Matrixelementen in Verbindung bringen muß. Dieser Zusammenhang ist aber höchstgradig nicht-linear, das Ableiten solcher Projektionsformeln ist mühevoll. Sinnvoller ist es dann, die CGLN-Amplituden numerisch aus der T -Matrix zu extrahieren, diskret auf einem Winkelgitter. Bei dem einfachen Bennhold-Tanabeschen Ansatz werden nur die resonanten Graphen durch komplexe Faktoren modifiziert, sodaß man sich praktisch noch auf der Baum-Graphen-Ebene befindet, siehe Gl. (2.76)–(2.78). Die CGLN-Amplituden und die zugehörige Darstellung der Mesonproduktions-Observablen sind also auch auf das Bennhold-Tanabesche Modell in einfacher Weise anwendbar. In Anhang B geben wir der Vollständigkeit halber die Definition der CGLN-Amplituden F_1 , F_2 , F_3 und F_4 und die

Resonanz	innere Parität	Multipol	e.m. Anregung
S_{11}	–	E_{0+}	$E1$
P_{11}	+	M_{1-}	$M1$
D_{13}	–	E_{2-}	$E1$
		M_{2-}	$M2$

Tab. 2.6: Multipole (mit e.m. Anregungstypen), zu denen die Resonanzen S_{11} , P_{11} und D_{13} durch die direkten Resonanzgraphen beitragen.

Verknüpfung dieser Funktionen mit den Observablen der Photomesonproduktion an.

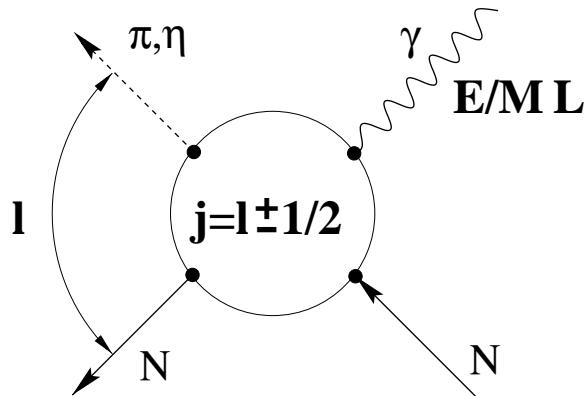


Abb. 2.10: Nomenklatur der elektromagnetischen Mesonproduktions-Multipole.

Wir diskutieren in den folgenden Abschnitten auch die Multipole der Reaktionen $\gamma N \rightarrow \pi N$ und $\gamma N \rightarrow \eta N$, deswegen soll kurz die Nomenklatur der Multipole $E_{\ell \pm}$ bzw. $M_{\ell \pm}$ erläutert werden. E bzw. M kennzeichnen den e.m. Anregungstyp des Multipols, also elektrisch bzw. magnetisch. Die Größe ℓ ist der Drehimpuls des auslaufenden Mesons. Das Vorzeichen $+$ oder $-$ zeigt an, ob sich der Gesamtdrehimpuls gemäß $j = \ell + s_N$ oder $j = \ell - s_N$ zusammensetzt, wobei $s_N = 1/2$ der Nukleonenspin ist, siehe Abbildung 2.10. In Tabelle 2.6 sind zur Übersicht die möglichen Multipole mit den zugehörigen e.m. Anregungstypen EL bzw. ML aufgelistet, zu welchen die hier diskutierten Nukleonresonanzen direkt beitragen können. Die Größe L ist dabei die Multipolarität der absorbierten e.m. Strahlung.

2.3 Ergebnisse

In diesem Kapitel diskutieren wir die Ergebnisse der elementaren Reaktionen, wobei wir nicht näher auf die hadronischen Eigenschaften der Resonanzen eingehen

wollen, da wir die Beschreibung der Resonanzen direkt aus [BT91] übernommen haben. Vielmehr möchten wir hier die Qualität des Modells der elementaren elektromagnetischen Reaktionen testen.

2.3.1 Effektive komplexe elektromagnetische Resonanzkopplungen

Wir zeigen zuerst die Ergebnisse für die effektiven, komplexen Resonanzkopplungen. Wir definieren hierzu in Anlehnung an [BT91] folgende einfache Fitfunktionen:

$$|g_{\gamma NR}^{(I)}(W)| = a^{(I)} + b^{(I)} z + c^{(I)} z^2 + d^{(I)} z^3 + e^{(I)} z^4, \quad (2.81)$$

$$\Phi_{\gamma NR}^{(I)}(W) = z \left(f^{(I)} + g^{(I)} z + h^{(I)} z^2 \right), \quad (2.82)$$

$$g_{\gamma NR}^{(I)}(W) = |g_{\gamma NR}^{(I)}(W)| \exp(i\Phi_{\gamma NR}^{(I)}(W)) \quad (2.83)$$

mit

$$z := \frac{k_\pi(W)}{m_\pi}. \quad (2.84)$$

Die anzupassenden Größen sind dabei die Isospin (0) und (1/2) E_{0+-} , M_{1--} und E_{2--} -Multipole der Photopionproduktion $\gamma N \rightarrow \pi N$, sowie der totale Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow \eta p$. Die Ergebnisse der Fitprozedur sind in Tabelle 2.7 zusammengefasst.

	S_{11}	P_{11}	D_{13}		S_{11}	P_{11}	D_{13}
$a^{(0)}$	0.31756	3.13423	-1.93755	$a^{(1)}$	7.00662	4.20669	4.14694
$b^{(0)}$	-0.00289	-0.1103	2.25	$b^{(1)}$	0.009	-0.2762	-0.4408
$c^{(0)}$	-0.00550	-0.21185	-0.379	$c^{(1)}$	-0.6776	-0.114	-0.26151
$d^{(0)}$	-0.0007	-0.0406	-0.1368	$d^{(1)}$	-0.00155	-0.0328	-0.0383
$e^{(0)}$	0.0007	0.0165	0.029	$e^{(1)}$	0.01446	0.00556	0.02565
$f^{(0)}$ [rad]	-0.0830104	-4.01565	0.825	$f^{(1)}$ [rad]	0.2389	-1.36305	0.01385
$g^{(0)}$ [rad]	-0.02697	2.661	-0.8955	$g^{(1)}$ [rad]	-0.0357	1.0541	0.009118
$h^{(0)}$ [rad]	-0.02280	-0.4728	0.1962	$h^{(1)}$ [rad]	-0.01728	-0.1931	0.004659

Tab. 2.7: Parameter der effektiven e.m. Kopplungen der P_{11-} , D_{13-} , und S_{11} -Resonanz.

In Abb. 2.11 sind die effektiven e.m. Kopplungen der S_{11} -Resonanz dargestellt. Die Kopplungen sind für kleine Energien mit sehr großen Fehlern behaftet, wohingegen die Fehlerbalken im Bereich oberhalb der η -Schwelle relativ klein sind. Dies trifft auch auf die Kopplungen der D_{13} und P_{11} in den Abb. 2.12 und 2.13 zu. Allerdings besitzen die Kopplungen gerade in diesem Energiebereich eine ausgeprägte Struktur, die unsere Fitfunktionen nicht exakt beschreiben können. Da-

her bleibt unsere Beschreibung des E_{0+} -Multipols der Pionproduktion verbesserungswürdig, siehe Abb. 2.15.

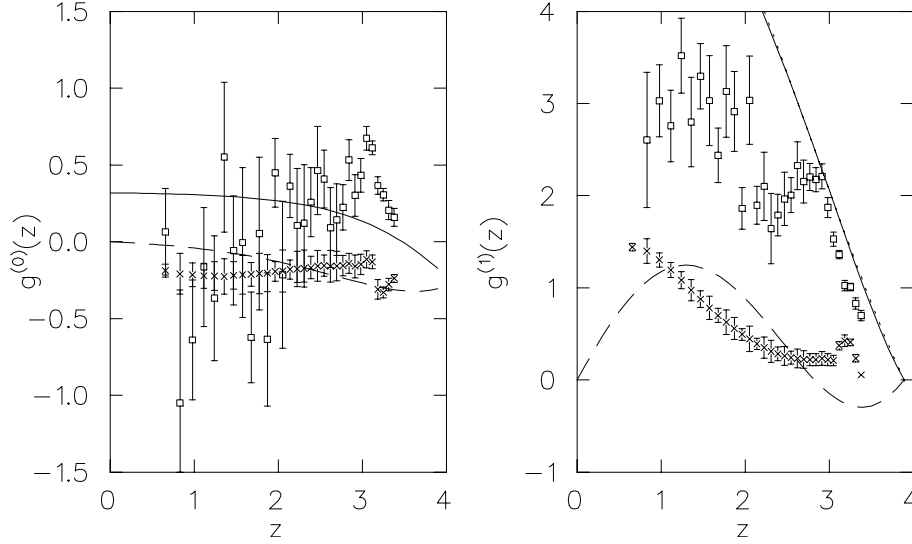


Abb. 2.11: Effektive e.m. Kopplungen der S_{11} -Resonanz. Notation der Kurven und Datenpunkte: Kästchen: Realteil der aus den experimentellen Multipoldaten [A⁺97] extrahierten effektiven Kopplungen, Kreuze: Imaginärteil der effektiven Kopplung, volle Kurven: Fit des Realteils, gestrichelte Kurven: Fit des Imaginärteils. Als dimensionslose Variable wurde $z = k_\pi/m_\pi$ eingeführt.

In Abbildung 2.14 sind die gemäß Gl. (1.2) definierten Anregungsstärken in den üblichen Einheiten von $10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$ dargestellt. Auffällig ist hierbei die relativ starke Energieabhängigkeit und der vergleichsweise große Imaginärteil der Proton-Kopplung. Dies steht im Kontrast zur Anregung der Δ -Resonanz, die recht gut mit einer nahezu energieunabhängigen Kopplung beschrieben werden kann, siehe [Wil92]. Dies liegt vor allem daran, daß in dem wichtigen $M_{1+}^{(3/2)}$ -Multipol der Photopionproduktion im Energieregime der Δ -Resonanz keine starken e.m. Untergrundmechanismen existieren und die $P_{33}(1232)$ die gesamte Reaktion dominiert, sodaß Rückstreueffekte klein sind und die $\gamma N \Delta$ -Kopplung in guter Näherung als konstant betrachtet werden kann. Für die $S_{11}(1535)$ trifft dies offensichtlich nicht zu und eine Betrachtung der mesonischen Struktur dieser Resonanz scheint bei der e.m. Anregung unabdingbar zu sein. Gemäß Abb. 2.14 besitzt die $S_{11}(1535)$ eine recht starke isoskalare Anregung mit $|A_s/A_p| \approx 0.25$ für $W = 1535 \text{ MeV}$ und $|A_p| \approx 138 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$ am Resonanzpunkt. Diese Werte liegen durchaus in den innerhalb anderer Zugänge gefundenen Wertebereichen für die e.m. Anregungsstärke der $S_{11}(1535)$ -Resonanz, siehe [BA97] oder [K⁺95b] und die darin enthaltenen Referenzen.

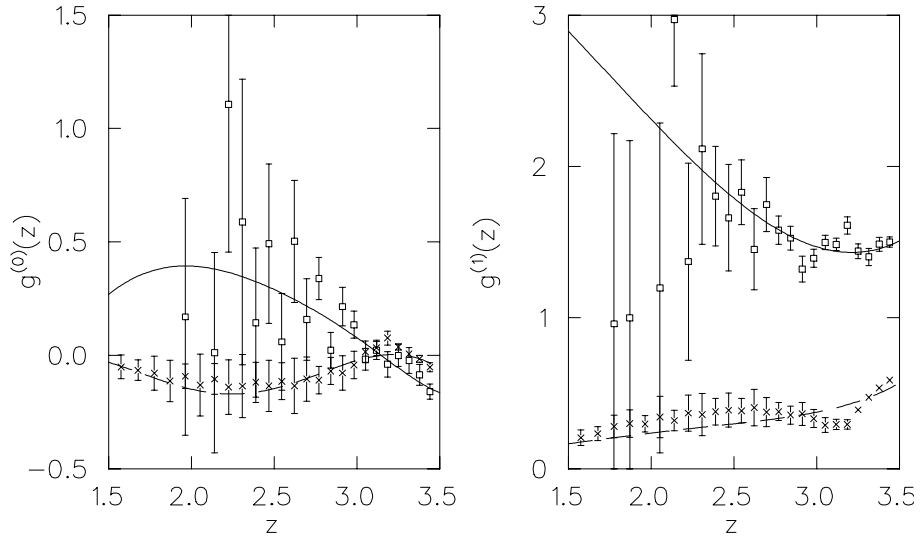


Abb. 2.12: Effektive e.m. Kopplungen der D_{13} -Resonanz. Notation der Kurven und Datenpunkte wie in Abb. 2.11.

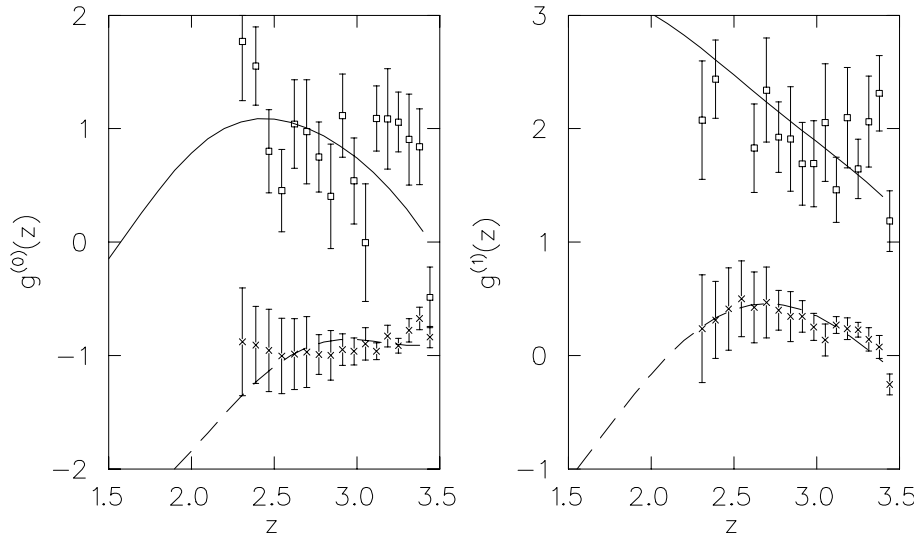


Abb. 2.13: Effektive e.m. Kopplungen der P_{11} -Resonanz. Notation der Kurven und Datenpunkte wie in Abb. 2.11.

Die in Abbildung 2.14 dargestellten Kopplungen besitzen eine recht starke Energieabhängigkeit. Damit ist klar, daß das Verhältnis $|A_s/A_p|$ und das Verhältnis der totalen Neutron- und Proton-Wirkungsquerschnitte am Resonanzpunkt σ_n/σ_p ganz extrem modellabhängig sind. Wir erhalten für dieses Verhältnis den Wert 0.68, was aber durchaus im Einklang mit anderen Analysen ist, siehe [HR⁺97a, K⁺95a, MZB95].

Die $E_{0+}(0)$ - und $E_{0+}(1/2)$ -Multipole der Photopionproduktion sind in Abb. 2.15 gezeigt, die M_{1-} - und E_{2-} -Multipole sind in den Abb. 2.16 und 2.17 dargestellt.

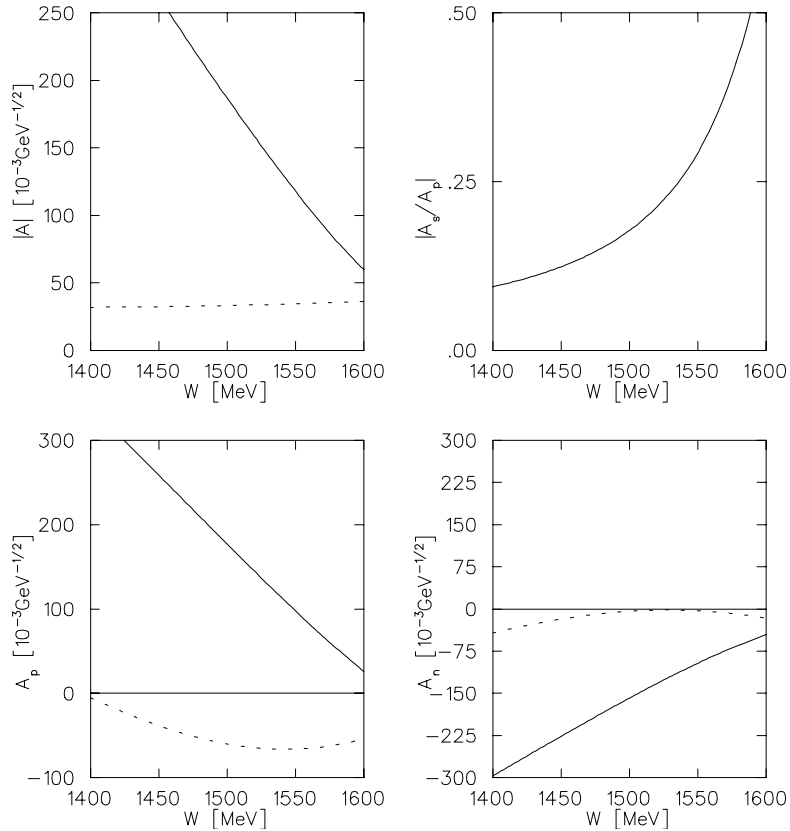


Abb. 2.14: Die e.m. Anregungsstärken A_s und A_p der S_{11} -Resonanz. Notation der Kurven des linken oberen Bilds: gepunktete Kurve: $|A_s|$, volle Kurve: $|A_p|$. Im rechten oberen Bild ist das Verhältnis der Beträge $|A_s/A_p|$ dargestellt. Notation der Kurven in den beiden unteren Bildern: gepunktete Kurve: Imaginärteil von A , volle Kurve: Realteil von A .

Unser Modell überschätzt den Realteil des $E_{0+}(1/2)$ deutlich, was für kleinere Energien, da unser Interesse der η -Produktion gilt, unbedeutend ist. Doch auch die Beschreibung der E_{0+} -Multipole im Bereich der $S_{11}(1535)$ -Resonanz ist verbesserungswürdig, insbesondere da die experimentellen Fehler der Multipole in diesem Bereich recht klein sind. Die S_{11} ist selbst bei der Wahl eines sehr kleinen pionischen e.m. Backgrounds zu stark für den $E_{0+}(1/2)$ -Multipol, sofern man gleichzeitig die η -mesonische Reaktion gut beschreiben möchte, da letztere nur recht schwache Background-Beiträge besitzt.

Augenfällig ist, daß das Modell den scharfen „Knick“ im Realteil des $E_{0+}(1/2)$ -Multipols an der Eta-Schwelle bei ≈ 707 MeV nicht befriedigend beschreiben kann. Ebenso wird die Struktur des $E_{0+}(0)$ nicht perfekt beschrieben, allerdings sind dessen experimentelle Fehler um etliches größer als die des isovektoriellen Multipols. Dennoch darf man die Qualität der theoretischen Kurven in Bezug auf Größenordnung und Energieabhängigkeit als befriedigend bezeichnen.

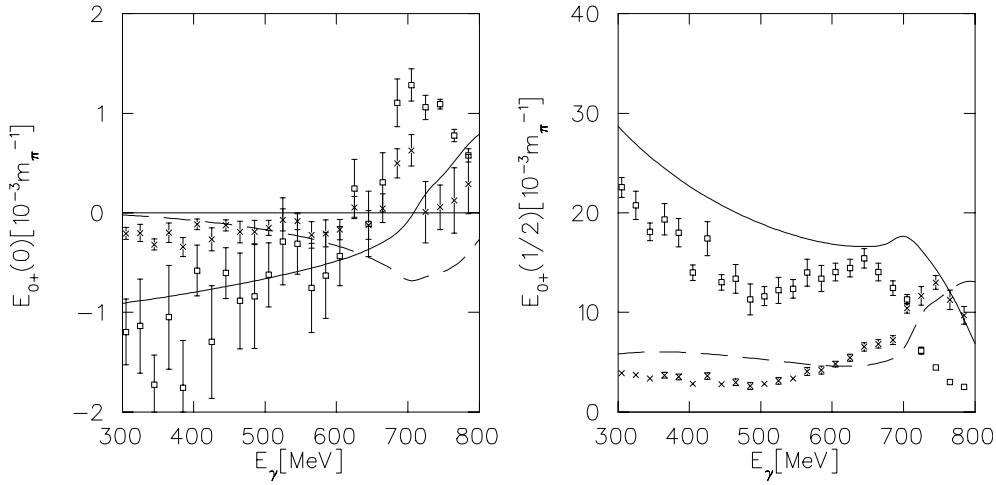


Abb. 2.15: Die $E_{0+}(0)$ - und $E_{0+}(1/2)$ -Multipole der elementaren Photopionproduktion. Notation der Kurven und Datenpunkte: Kästchen: Realteil des experimentellen Multipols [A⁺97], Kreuze: Imaginärteil des experimentellen Multipols, volle Kurven: Realteil des theoretischen Multipols, gestrichelte Kurven: Imaginärteil des theoretischen Multipols.

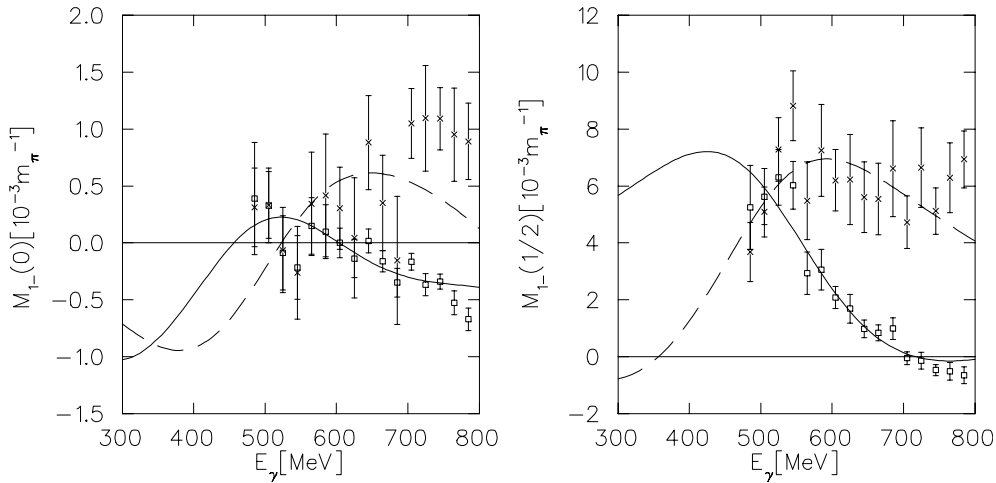


Abb. 2.16: Die $M_{1-}(0)$ - und $M_{1-}(1/2)$ -Multipole der elementaren Photopionproduktion. Notation der Kurven und Datenpunkte wie in Abb. 2.15.

Die Beschreibung der M_{1-} -Multipole und des $E_{2-}(0)$ ist in Anbetracht der großen experimentellen Fehler ebenfalls gut. Die ausgeprägte Struktur, welche der isovektorielles $E_{2-}(1/2)$ -Multipol aufweist, wird ebenso geradezu perfekt beschrieben.

Allerdings ist die extrahierte e.m. Struktur der Resonanzen von der Wahl des pionischen und η -mesonischen e.m. Backgrounds abhängig. Das hier vorgestellte Modell macht also keine strenge Vorhersage der elementaren η -Photoproduktion, ebensowenig wie das originale BT-Modell, sondern ist eigentlich ein simultaner

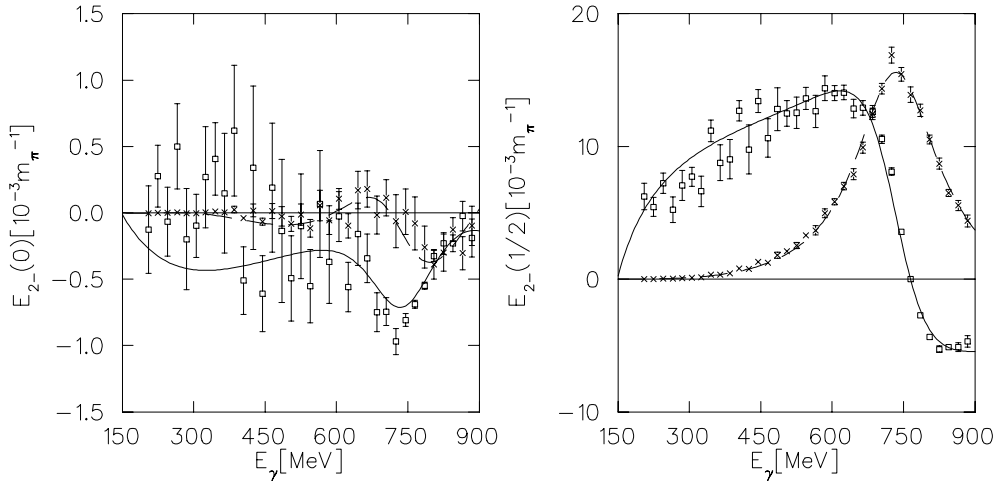


Abb. 2.17: Die $E_{2-}(0)$ - und $E_{2-}(1/2)$ -Multipole der elementaren Photopionproduktion. Notation der Kurven und Datenpunkte wie in Abb. 2.15.

Fit der pionischen und η -mesonischen Kanäle. Nichtsdestotrotz halten wir damit ein eichinvariantes, unterhalb der Zweipionschwelle approximativ unitäres und vor allem realistisches Modell der hadronischen und elektromagnetischen Resonanzeigenschaften in Händen, das auf einfache Weise in das Deuteron eingebaut werden kann.

Es muß an dieser Stelle betont werden, daß die e.m. Kopplungen bzw. Anregungsstärken der Resonanzen keine Observablen darstellen. Um diese aus z.B. Multipoldaten zu extrahieren, muß immer ein konkretes Modell spezifiziert werden, sodaß diese Zahlen letztendlich Parameter dieses Modells sind. In einem meson-theoretischen Zugang ist dies besonders drastisch zu sehen, da bis zu einem gewissen Grade Resonanzbeiträge und Bornbeiträge ineinander transformiert werden können [WWA96]. Der Grund für diese Problematik liegt darin, daß die Mesontheorie das Anregungsspektrum des Nukleons nicht zu erklären vermag, sodaß die nukleonischen und Resonanz-Parameter innerhalb des Modells voneinander unabhängig sind. In einer fundamentalen Theorie würden diese Schwierigkeiten nicht auftreten, da diese die Resonanzen als Anregungszustände des Nukleons vorhersagen können sollte.

Man muß akzeptieren, daß selbst bei Vorhandensein einer experimentell hochwertigen Datenbasis – wovon wir zur Zeit noch sehr weit entfernt sind – es unmöglich ist, die Resonanzeigenschaften im Rahmen eines vorliegenden meson-theoretischen Modells mit beliebiger Genauigkeit zu extrahieren. Diese Größen sind innerhalb einer effektiven Theorie immer mit einer theoretischen Ungenauigkeit behaftet, da eine unitäre Freiheit bei der Zerlegung der Amplituden in Born- und Resonanz-Anteile besteht, siehe Wilbois, Wilhelm und Arenhövel [WWA96]. Die Observablen sind von dieser unitären Freiheit natürlich nicht betroffen.

2.3.2 Differentielle und totale Wirkungsquerschnitte der elementaren Reaktion

Um die Qualität des elementaren Modells beurteilen zu können, betrachten wir die differentiellen Wirkungsquerschnitte für vier schwelennahe Kinematiken $E_\gamma^{lab} = 723, 747, 756, 788$ MeV, wobei die Labor-Schwellenenergie des elementaren Prozesses bei $E_\gamma^{thr.} \approx 707$ MeV liegt.

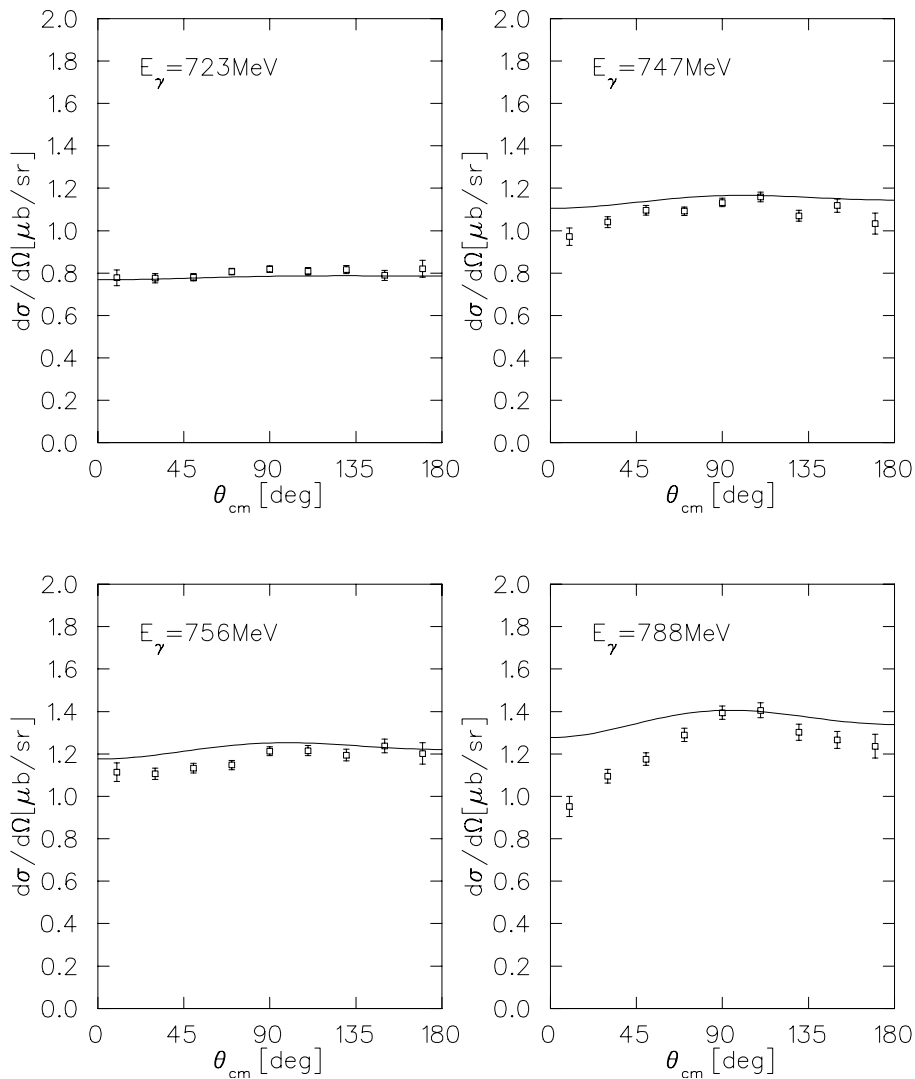


Abb. 2.18: Differentielle Wirkungsquerschnitte im CM-System der elementaren Reaktion am Proton für verschiedene Labor-Photonenergien. Die Datenpunkte stammen aus [K⁺95b].

Die Größe des differentiellen Wirkungsquerschnitts und auch die Energieabhängig-

keit wird sehr gut beschrieben, siehe Abb. 2.18. Da der Prozeß durch die Anregung der $S_{11}(1535)$ dominiert ist und wir die Stärke der S_{11} -Kopplung an dem elementaren Prozeß festgelegt haben, war dies auch zu erwarten gewesen. Der rein resonante, durch die S_{11} generierte Wirkungsquerschnitt ist winkelunabhängig, d.h. die recht schwache Winkelabhängigkeit wird durch die Bornterme und zu geringem Anteil auch durch die anderen Resonanzen generiert. Diese Winkelverteilung der Daten wird schon für kleine Energien nicht gut beschrieben, besonders aufgrund der kleinen experimentellen Fehler muß man die Beschreibung als noch verbesserungswürdig bezeichnen. Angesichts der Einfachheit des BT-Resonanzmodells ist dies aber durchaus akzeptabel.

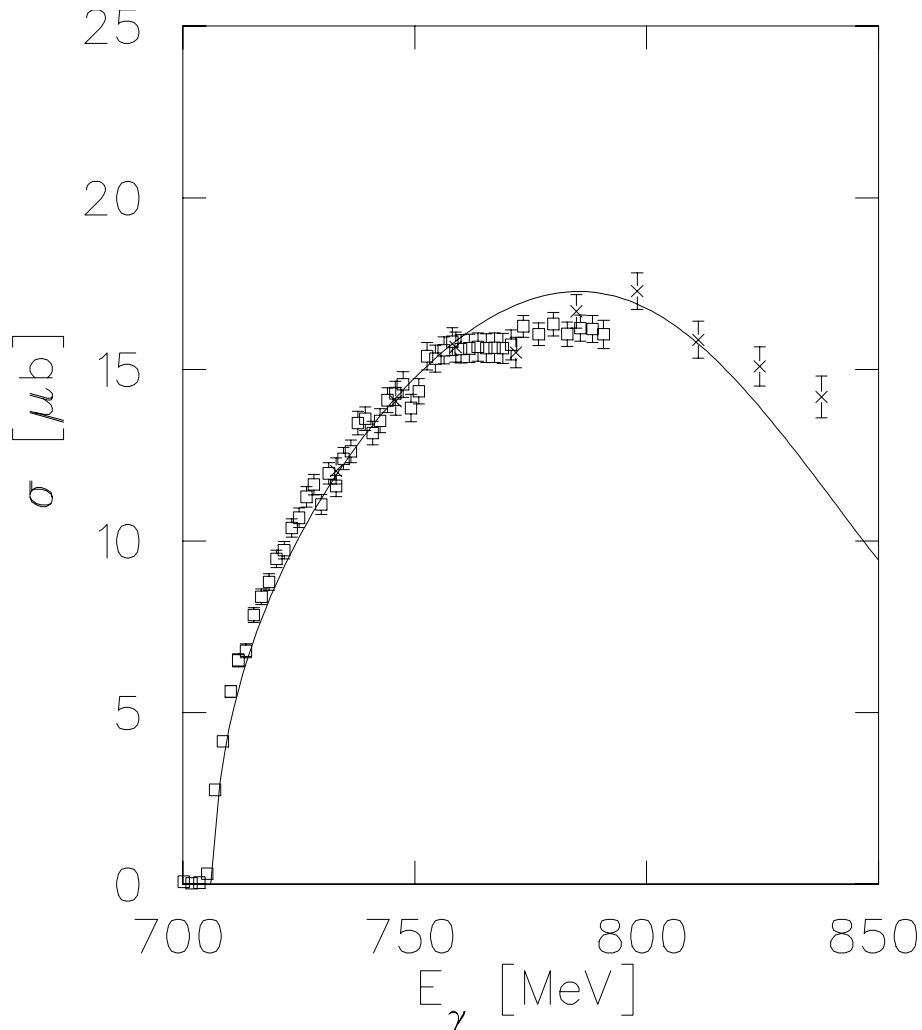


Abb. 2.19: Totaler Wirkungsquerschnitt der elementaren Eta-Produktion am Proton. Notation der Datenpunkte: Quadrate: Krusche [K⁺95b], Kreuze: Wilhelm [Wil93].

In Abbildung 2.19 ist der totale Wirkungsquerschnitt der Reaktion gezeigt. Die Beschreibung der Energieabhängigkeit kann man als sehr gut bezeichnen, obwohl wir das Maximum um einige Prozent überschätzen. Dieses führen wir wiederum auf die Einfachheit des benutzten Resonanz-Modells zurück.

2.3.3 Die $E_{0+}(\gamma N \rightarrow \eta N)$ -Multipole

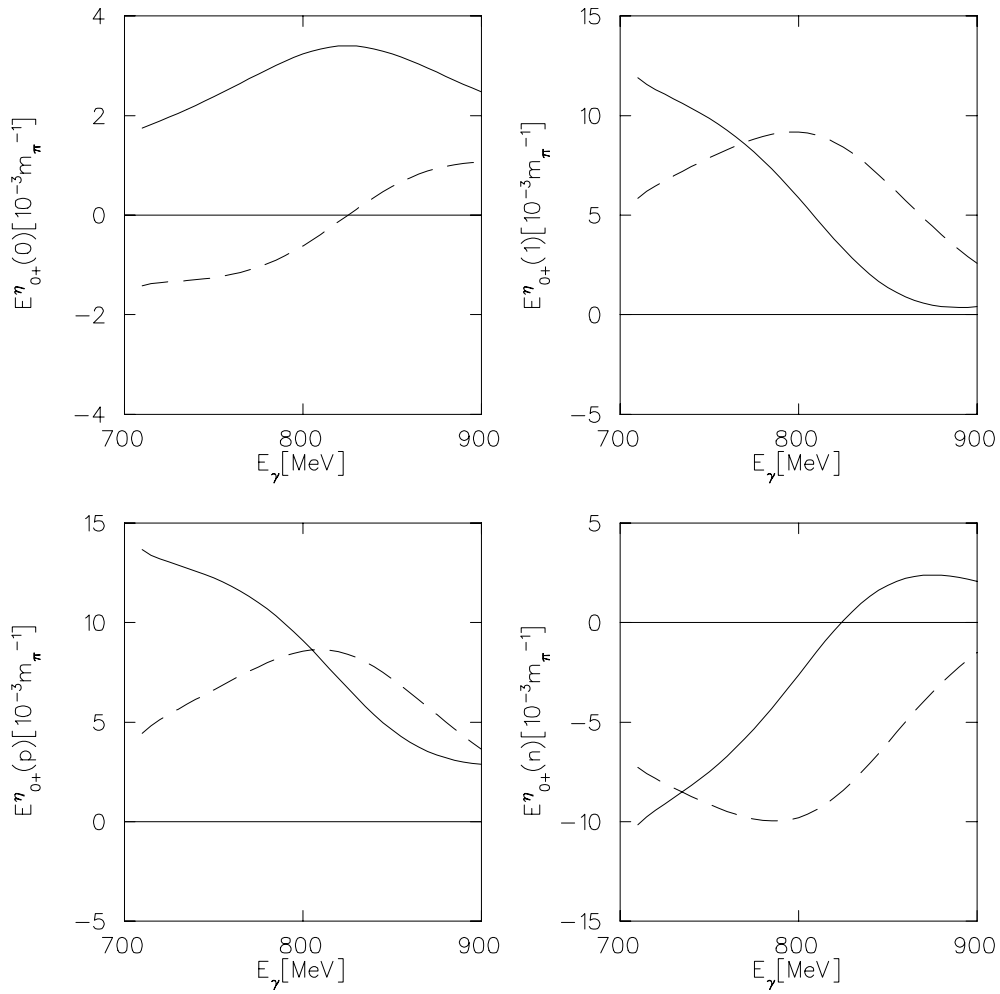


Abb. 2.20: Die E_{0+} -Multipole der η -Produktion. $E_{0+}(p)$ und $E_{0+}(n)$ sind die Multipole der physikalischen Kanäle, $E_{0+}(0/1)$ ist der isoskalare bzw. isovektorielle Multipol. Notation der Kurven: volle Kurven: Realteil des Multipols, gestrichelte Kurven: Imaginärteil des Multipols.

In Abb. 2.20 zeigen wir der Vollständigkeit wegen die Multipole des elementaren Prozesses $\gamma N \rightarrow \eta N$. Wir verwenden an dieser Stelle dieselben analytischen

Ausdrücke wie für den pionischen Produktionsprozeß $\gamma N \rightarrow \pi N$, wo wir die der pionischen Multipole per definitionem an der π -Schwelle auf Null setzen. Die Multipole des η -mesonischen Prozesses sind aber in derselben Konvention an der η -Schwelle nicht reell, da bereits der πN - und $\pi\pi N$ -Kanal offen sind. Für eine experimentelle Analyse ist dies natürlich ohne Belang.

Der $E_{0+}(p)$ -Multipol unserer Rechnung hat betragsmäßig in etwa dieselbe Größe wie der von Breitmoser [Bre95] berechnete Multipol, aber der Verlauf von Real- und Imaginärteil sind sehr verschieden: Während in [Bre95] der Realteil betragsmäßig sehr stark mit wachsender Photonenergie abfällt, ändert sich dieser in unserem Modell viel schwächer mit der Energie. Diese „Phasenverschiebung“ wird durch die Berücksichtigung der e.m. Struktur der Resonanzen erzeugt, da in [Bre95] mit einer reellen und energieunabhängigen Kopplung gearbeitet wurde. Ebenso besitzt die S_{11} in der Breitmoserschen Arbeit aufgrund des dort benutzten effektiven Zugangs auch eine andere hadronische Struktur, so besitzt die Resonanzselbstenergie als Funktion der invarianten Masse eine andere funktionale Form.

Kapitel 3

Kohärenter Prozeß am Deuteron

Nachdem nun – durch die Betrachtungen in Kapitel 2 – alle elementaren Parameter festliegen, kann die Reaktion am Zwei-Nukleonen-System untersucht werden. Sämtliche Parameter der Einteilchengraphen sind bestimmt worden, höchstens Zweiteilchenprozesse können noch von weiteren Modellparametern abhängen. So ist zu erwarten, daß die hadronischen Cutoffs der Nukleon-Nukleon- bzw. Nukleon-Resonanz-Potentiale modifiziert werden müssen. Denn die bei der NN -Wechselwirkung eingehenden Impulse des Austauschmesons sind wesentlich kleiner als der Polimpuls des Mesons bei dem elementaren Produktionsprozeß. Bei diesen beiden Reaktionen werden also unterschiedliche Bereiche des πN -Formfaktors abgetastet, wobei bei Verwendung eines Dipol-Formfaktors bei kleinen Mesonimpulsen ein großer Cutoff-Parameter, bei hohen Impulsen allerdings ein kleiner Cutoff-Parameter benötigt wird. Dieses Verhalten ist innerhalb von Skymion-Modellen erfolgreich modelliert worden, siehe Holzwarth und Machleidt [HM97]. In dieser Arbeit werden wir aber der Praktikabilität halber einfach für die beiden Prozesse unterschiedliche Cutoff-Parameter verwenden. Neben diesen Parametern der hadronischen Zweiteilchengraphen sind natürlich auch noch elektromagnetische Zweiteilchen-Beiträge denkbar, die weitere Parameter in das Modell tragen. Dies wird in Abschnitt 3.2.4 diskutiert.

An dieser Stelle wird in Abb. 3.1 eine kurze diagrammatische Übersicht der zeitgeordneten Graphen gegeben, aus der sich das Modell der kohärenten Reaktion am Deuteron zusammensetzt. Wir möchten anmerken, daß diese Graphen, sofern man die Nukleon-Resonanz-Wellenfunktionskomponenten im Deuteron und V_{QQ} -Beiträge vernachlässigt, siehe Abb. 3.4 und Erläuterungen hierzu, sämtliche möglichen zur Photo- η -Produktion beitragenden Mechanismen sind. Daß die präformierten $S_{11}(1535)$ -, $D_{13}(1520)$ - und $P_{11}(1440)$ -Resonanzen für das Deuteron von untergeordneter Bedeutung sind, wurde von Schwamb [Sch93] innerhalb einer Impuls-Approximations-Rechnung gezeigt.

Ein Bestandteil des Modells stellen die Borngraphen dar, bei denen keine Anregung von Nukleonresonanzen auftreten. Diese Graphen erhält man durch Einfügen der elementaren Borngraphen in das Zweinukleonensystem, was ohne große Schwierigkeiten exakt möglich ist. Allerdings existieren auch bei den Borngraphen Zweiteilchenbeiträge ohne Analogon zum elementaren Prozeß, die sogenannten unverbundenen Graphen, siehe Abschnitt 3.2.2. Bei der Reaktion am Deuteron wollen wir zudem alle eigentlichen Zweiteilchengraphen, d.h. Graphen mit Mesonaustauschprozessen, nicht zu den Borntermen zählen.

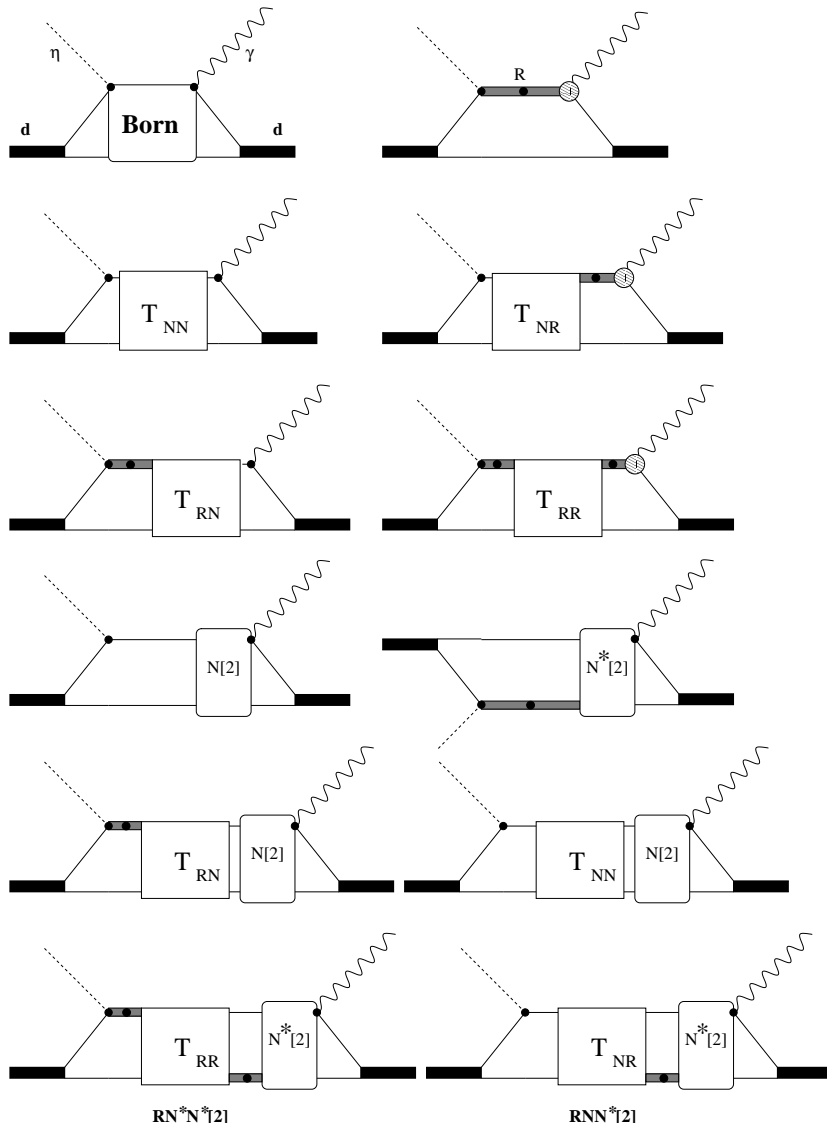


Abb. 3.1: Übersicht über das Modell der kohärenten η -Photoproduktion am Deuteron.

Des weiteren besteht das Modell aus dem direkten Resonanzgraphen und den hadronischen und elektromagnetischen Zweiteilchenprozessen. Dabei bestehen die hadronischen Zweiteilchengraphen aus Mesonaustauschprozessen zwischen den beiden Baryonen, wobei es möglich ist, das Nukleon zu Resonanzen anzuregen. Es existieren gemäß Abb. 3.1 vier Rückstreugraphen, die den möglichen Anfangs- und Endzuständen der Leitergraphen entsprechen: $NN \rightarrow NN$, $NN \rightarrow NR$, $NR \rightarrow NN$ und $NR \rightarrow NR$.

Zu den e.m. Zweiteilchenprozessen zählen vor allem die sogenannten Mesonaustauschströme, wobei wir in dieser Arbeit die rein nukleonischen π - und η -MECs berücksichtigt haben. Zu den Zweiteilchenbeiträgen zählen auch die resonanten MECs, d.h. solche Beiträge, bei denen das Meson, welches mit dem Photon wech-

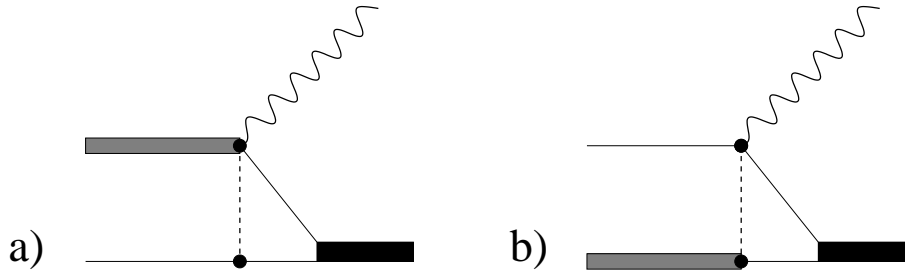


Abb. 3.2: a) Direkte und b) indirekte resonante MECs.

selwirkt, auch zur Anregung bzw. Abregung der Nukleonresonanz führt. Solche Beiträge sind entweder flugstrom-artig und somit rein isovektoriell und tragen zur kohärenten Reaktion nicht bei, oder aber sie sind kontaktartig. Für direkte kontaktartige resonante MECs, siehe Abb. 3.2, müsste die Lagrangedichte der Meson-Nukleon-Resonanz-Wechselwirkung eine Ableitungskopplung enthalten. Die wichtigste der hier betrachteten Resonanzen, die $S_{11}(1535)$ weist in unserem Modell keine solche Ableitungskopplungen auf und somit existiert kein direkter resonanter S_{11} -MEC.

Prinzipiell existieren indirekte resonante MECs, d.h. solche Strombeiträge, bei denen die Resonanz am zweiten Nukleon durch den nukleonischen Kontakt-MEC angeregt wird, siehe Abb. 3.2. Solche isoskalaren Kontakt-Beiträge, ob nukleonisch oder resonant, sind von relativistischer Ordnung, siehe die Arbeit von Göller [Göl91]. In unserem hadronischen Modell betrachten wir nur die führenden nicht-relativistischen Terme des $NN \leftrightarrow NS_{11}(1535)$ -Potentials, d.h. es tauchen in unserem Modell aufgrund der Eichinvarianz keine resonanten MECs für die S_{11} auf.

Neben den eigentlichen MEC-Beiträgen haben wir auch Graphen mit zusätzlichen hadronischen Rückstreumechanismen berücksichtigt. Es zeigt sich, daß letztere nicht weniger bedeutsam als die „direkten“ Austauschströme sind. Die Resonanzen enthalten dabei Selbstenergiebeiträge, was in Abb. 3.1 durch die „gepunkteten“ Propagatoren angedeutet wird. Desweiteren enthält die elektromagnetische Anregung der Resonanz Rückstreubeiträge, welche durch die e.m. Borngraphen induziert werden, d.h. ein beispielsweise über den gekreuzten Graphen produziertes Pion kann vom Nukleon absorbiert werden und eine S_{11} -Resonanz anregen. Diese e.m. Rückstreubeiträge, in Abb. 3.1 durch einen schraffierten Kreis angedeutet, wurden allerdings nicht explizit als zeitgeordnete Graphen, sondern in effektiver Weise als energieabhängige $\gamma N \rightarrow N^*$ -Kopplungen berücksichtigt. Dies wurde bereits ausführlich in Abschnitt 2.2.3 diskutiert.

Eine Methode, den hadronischen Anteil des Modells der kohärenten Reaktion festzulegen, wäre diejenige in der Arbeit von Wilhelm [Wil92], welcher von den mit Hilfe des Sauerischen Projektorformalismus [PSZ87] modifizierten Alt-Grassmann-Sandhas-Gleichungen (AGS) aus startet, siehe Alt *et al.* [AGS67]. Diese sind im wesentlichen eine Reformulierung der Faddeev-Gleichungen und

stellen die korrekten quantenmechanischen, dynamischen Gleichungen dreier wechselwirkender Teilchen dar, vorausgesetzt die Wechselwirkung wird durch Zweiteilchen-Potentiale vermittelt. Die AGS-Gleichungen sind also sicherlich die adäquaten Gleichungen, um die Dynamik des πNN - bzw. ηNN -Systems zu formulieren. Allerdings ist die Umsetzung der Lösung einer Dreiteilchengleichung für das Meson- NN -System mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden.

Die η -Mesonproduktionsschwelle liegt weit oberhalb der Zweipionproduktionsschwelle und die Ankopplung an den 2π -Kanal ist nicht vernachlässigbar. Die η -Mesonproduktion ist aber am Deuteron nur dann modelltheoretisch ein Dreiteilchen-Prozeß, falls 2- und Mehr-Pion-Zustände ignoriert werden. Ansonsten hätte man bereits wenigstens ein 4-Teilchen-System zu betrachten. Wir haben diesem Punkt in der vorliegenden Arbeit aus praktischen Gründen insofern Rechnung getragen, als daß wir die 2π -Beiträge zu den Resonanzbreiten lediglich effektiv berücksichtigt haben, siehe Gl. (2.25).

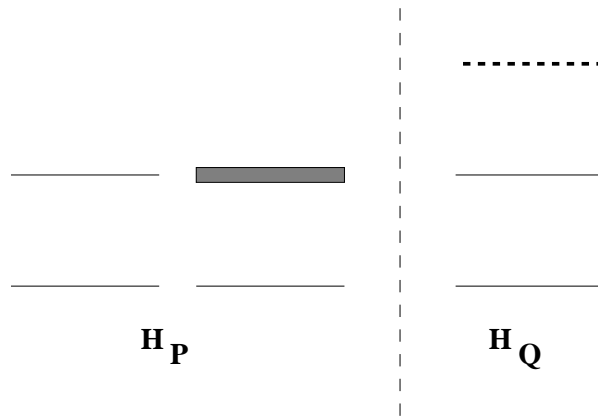


Abb. 3.3: Zerlegung des Hilbertraums in P - und Q -Komponenten.

Die Anwendung der formalen AGS-Methode führt zudem bei einer nicht-verschwindenden Wechselwirkung der Nukleonen V_{QQ} bei zuschauendem Meson zu prinzipiellen Problemen. Wir möchten in diesem Zusammenhang kurz die verwendete Nomenklatur erläutern. Zweckmäßigerweise führt man eine Zerlegung des Hilbertraums im Falle des Zweinukleonensystems in sogenannte P - und Q -Komponenten durch $\mathcal{H} = \mathcal{H}_P \oplus \mathcal{H}_Q$. Hierbei ist \mathcal{H}_P der rein baryonische Raum, in dem es nur Nukleonen und Nukleonresonanzen, aber keine Mesonen gibt, und \mathcal{H}_Q ist der Rest des Hilbertraums, in dem gleichzeitig zwei Nukleonen und genau ein Meson existieren, siehe auch Abschnitt 3.1. V_{QQ} ist ein Dreiteilchen-Potentialbeitrag, bei dem entweder ein Meson mit einem der beiden Nukleonen wechselwirkt ohne vernichtet zu werden – solche Prozesse tauchen in dem von uns verwendeten elementaren Modell nicht auf –, oder aber die beiden Nukleonen

wechselwirken ohne Beteiligung des Mesons, welches bei der Wechselwirkung nur Zuschauer ist. Die Schwierigkeiten bei einer mikroskopisch meson-theoretischen Betrachtung von V_{QQ} liegen darin begründet, daß das zuschauende Meson auch gleichzeitig als Vermittler der Wechselwirkung zwischen den Hadronen dient. Die damit bedingte Verletzung der Beschränkung des Hilbertraums stellt dabei ein eher geringes Problem dar.

Bei der Untersuchung der NN -Wechselwirkung stellt man vielmehr fest, daß die Einführung einer Wechselwirkung $V_{QQ} \neq 0$ zu Selbstkonsistenz-Problemen führt, siehe Abbildung 3.4. Dieser Term stellt nämlich einen Beitrag zum NN -Potential dar, allerdings geht in diesen (durch Iteration von V_{QQ}) die volle Nukleon-Nukleon- T -Matrix ein. Unterhalb der Pion- bzw. Eta-Schwelle könnte man sich solche vertexkorrektur-artige Graphen in den hadronischen Formfaktoren subsumiert denken, oberhalb der Schwellen ist dies aber aufgrund der Ankopplung an den πNN - und ηNN -Kanal nicht mehr möglich. Somit könnte diese Wechselwirkung höchstens approximativ realisiert werden, wobei dann eine konsistente meson-theoretische Behandlung aufgegeben werden würde. Eine vernünftige Approximation wäre es, nur isoskalare Beiträge zur Wechselwirkung der beiden Nukleonen bei zuschauendem Pion zuzulassen, z.B. den πd -Kanal, wie dies in den Arbeiten [TO87, Sch99] durchgeführt wurde. Dann liefert V_{QQ} nur Beiträge zu den isovektoriellen NN -Kanälen und somit existiert kein Selbstkonsistenzproblem mehr.

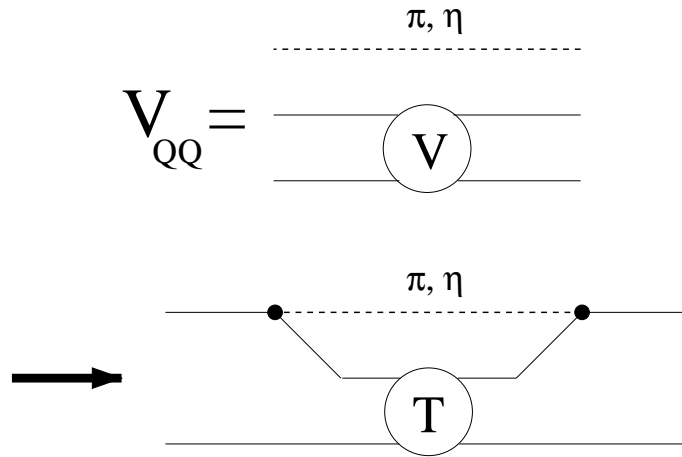


Abb. 3.4: Graphische Darstellung eines Beitrages zu V_{QQ} und der dadurch induzierte Beitrag zu V_{NN} . T ist hierbei die volle T -Matrix der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung, zu der dieser Graph allerdings selbst schon einen Potentialbeitrag darstellt.

Bei der η -Mesonproduktion ist dies so nicht möglich, da der ηd -Kanal die isoskalaren NN -Streuwellen beeinflusst. Der isovektorielle πd -Graph taucht bei der

kohärenten η -Mesonproduktion natürlich nicht auf. Man könnte den ηd -Kanal, d.h. also den ηd -Rückstreuungsbeitrag, in die Rechnung als expliziten Graph mit aufnehmen und als NN -Potential in den dynamischen Gleichungen mitführen. Die analoge Vorgehensweise zur Behandlung des πd -Kanals die Betrachtung einer isovektoriellen NN -Partialwelle bei zuschauendem Pion, etwa der $\pi^{-1}S_0$ -Kanal, da der ηd -Graph aufgrund der großen Masse des η -Mesons gegenüber den analogen pionischen Graphen vermutlich vernachlässigbar ist. In beiden Fällen bliebe die Frage bestehen, wie man das zuvor bereits bei kleinen Energien realistische NN -Modell zu renormieren hat, in welche diese Graphentypen „rückkoppeln“. Wegen dieser Schwierigkeiten wird im weiteren konsequent $V_{QQ} \equiv 0$ gesetzt. Dies hat vor allem zur Folge, daß die Berücksichtigung des ηd -Kanals, den uns interessierenden Endzustand, nicht voll dynamisch, sondern nur perturbativ geschieht, was von einer puristischen Warte aus betrachtet sicherlich nicht befriedigend ist.

Verbietet man nun die Wechselwirkung der Baryonen bei Anwesenheit eines Mesons ($V_{QQ} \equiv 0$), so wird die Reaktion im wesentlichen zu einer Zweiteilchenreaktion und die AGS-Gleichungen reduzieren sich auf einen Satz von gekoppelten Lippmann-Schwinger-Gleichungen. An dieser Stelle möchten wir deswegen die von uns verwendeten Streugleichungen nicht aus den AGS-Gleichungen ableiten, sondern die dynamischen Gleichungen vielmehr anschaulich motivieren. Hierzu müssen einfach die beteiligten hadronischen Zweiteilchen-Potentiale, welche in das System von Lippmann-Schwinger-Gleichungen eingehen, spezifiziert werden.

3.1 Modell der hadronischen Wechselwirkung

Zunächst legen wir wieder den Hilbertraum des Modells fest. Die Wahl des Hilbertraums bestimmt sozusagen die möglichen Klassen von beitragenden zeitgeordneten Diagrammen. Die expliziten Vertexstrukturen werden wir im wesentlichen aus dem elementaren Modell übernehmen. Der Zustandsraum des hier betrachteten hadronischen Modells wird folgendermaßen angesetzt:

$$\mathcal{H} = \underbrace{\mathcal{H}_{NN} \oplus \left[\bigoplus_{R \in \{S_{11}, P_{11}, D_{13}\}} \mathcal{H}_{NR} \right]}_{\mathcal{H}_P} \oplus \underbrace{\left[\bigoplus_{B \in \{\pi, \eta\}} \mathcal{H}_{BNN} \right]}_{\mathcal{H}_Q}. \quad (3.1)$$

Mögliche Graphen sind also Einmesonaustausch-Potentiale, wobei die Anregung von Nukleon-Resonanz-Zuständen berücksichtigt wird. Die Resonanzen sind wiederum a priori als nackte Teilchen aufzufassen, die mit πN - und ηN -Schleifen renormiert werden. Die Nukleonen werden wie beim elementaren Prozeß als physikalische Teilchen interpretiert.

Multiresonanz-Zustände, etwa intermediäre $S_{11}S_{11}$ -Zustände, werden ausgeschlossen. Dies bedeutet auch, daß keine $\Delta\Delta$ -Wellenfunktionskomponenten zugelassen

werden, die zwar von den Isospin-Quantenzahlen her durchaus möglich, aber wahrscheinlich nicht von großer numerischer Bedeutung für die kohärente η -Produktion sind, insbesondere da aufgrund der Isospinquantenzahlen kein $\eta N\Delta$ -Vertex existiert. Es ist außerdem nicht klar, wie eine konsistente theoretische Behandlung dieser Multiresonanz-Beiträge bei so hohen Energien auszusehen hat. Insbesondere das simultane Renormieren zweier Fermionen ist höchstgradig nicht-trivial, siehe [KB93a, KB93b]. Wir möchten deswegen an dieser Stelle nicht die Vorgehensweise von Wilbois [Wil96] bei der Konstruktion einer $\Delta\Delta$ -Box übernehmen.

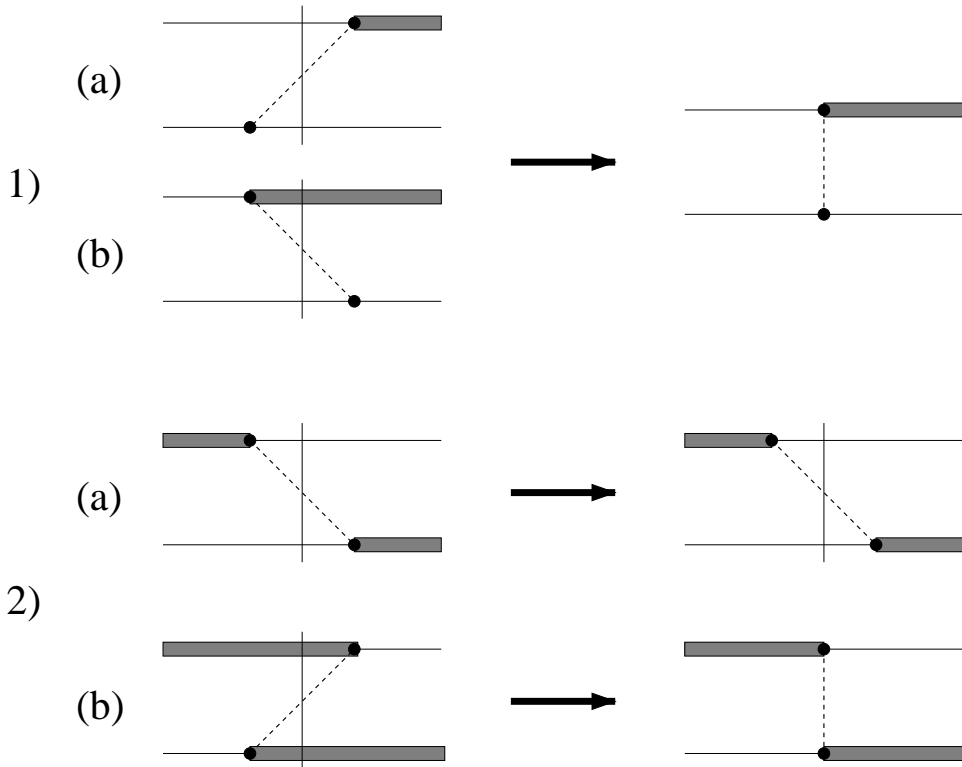


Abb. 3.5: Behandlung der unterschiedlichen Zeitordnungen der hadronischen Potentialtypen. Typ 1) sind die $NN \leftrightarrow NR$ -Übergangspotentiale, Typ 2) die teilchencharaktertauschenden $NR \leftrightarrow NR$ -Potentiale. Die Graphen vom Typ (1a) und (2a) besitzen einen intermediären Meson-Nukleon-Nukleon-Propagator, die Zeitordnungen vom Typ (2b) enthalten Multiresonanzbeiträge.

Die $NR_1 \leftrightarrow NR_2$ -Potentiale, die den Teilchencharakter der Baryonen austauschen, müssen bezüglich der Multiresonanzkomponenten genauer untersucht werden. Denn bei der Zeitordnung (2b), die zu diesem Potentialtyp beiträgt, siehe Abb. 3.5, treten Multiresonanzbeiträge auf, welche streng genommen den Hilbert-

raum des hadronischen Modells verletzen. Diese Zeitordnung wird deswegen im statischen Limes behandelt, da bei dem instantanen Mesonaustausch beide Zeitordnungstypen (a) und (b) zu demselben Propagator $\propto \omega_B^{-1}$ reduziert werden. An dem retardierten Graph (2a) ist aber deutlich zu erkennen, daß der Beitrag (2b) gegenüber der „direkten“ Meson- NN -Propagation unterdrückt sein sollte. Deswegen berücksichtigen wir an dieser Stelle die Differenz zwischen der Nukleonmasse und der betreffenden nackten Resonanzmasse bei der Propagation. Diesen Beitrag des Potentials könnte man auch, um Multiresonanzgraphen zu umgehen, als ein rein phänomenologisches Potential ansetzen. Den πNN - und ηNN -Propagator in Diagramm (2a), siehe Abb. 3.5, werden wir sowohl innerhalb des statischen Limes als auch – zumindest näherungsweise – retardiert behandeln.

Die $NR \leftrightarrow NN$ -Potentiale, bei denen der Nukleon-Nukleon-Zustand in einen Nukleon-Resonanz-Zustand übergeht bzw. umgekehrt, siehe Abb. 3.5, müssen aus einem anderen Grund diskutiert werden. Eine voll retardierte Behandlung ist innerhalb des hier vorgestellten Modells nicht möglich, denn die Einführung eines hierzu benötigten expliziten πN -Vertex hat weitreichende Folgen. So muß das Nukleon zum einen als nacktes Teilchen interpretiert werden, wodurch sich die Rechnungen im elementaren und Zweiteilchenbereich komplexer gestalten. In dieser Arbeit wird der πN - und ηN -Vertex nur perturbativ in 1. Ordnung Störungstheorie behandelt, sozusagen als „Endstufe“ des Produktionsprozesses. Ohne korrektes Renormieren ergeben sich beispielsweise unphysikalische Inelastizitäten bei der NN -Streuung [EFH⁺88, Sch99]. Zum anderen bedingt dies die Einführung eines hadronischen Backgrounds bereits für die elementare Reaktion der πN -Streuung bzw. der pionisch induzierten η -Produktion, von dem wir innerhalb des verwendeten einfachen Resonanzmodells absehen möchten. Aus diesen Gründen verwenden wir an dieser Stelle ein statisches NN -Potential, nämlich das OBEPQ-Potential der Bonner Gruppe [MHE87, Mac89], und statische $NR \leftrightarrow NN$ -Potentiale.

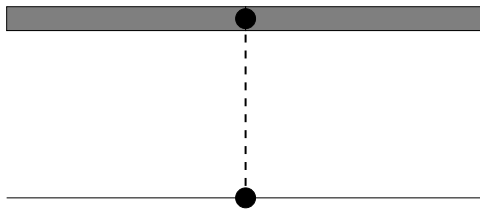


Abb. 3.6: Direkte Nukleon-Resonanz-Wechselwirkung.

Durch die elementaren Vertices werden nur solche Übergang-Potentiale $NR_1 \leftrightarrow NR_2$ generiert, die den Teilchentyp von Teilchen 1 und 2 austauschen. Denkbar wären auch weitere, direkte Nukleon-Resonanz-Wechselwirkungen, siehe Abb. 3.6, welche den Teilchencharakter der Hadronen nicht austauschen. Diese Beiträge

werden von uns allerdings in Anlehnung an die Konstruktion des “full” Bonn-Potentials [Mac89] nicht berücksichtigt.

3.1.1 Dynamische Gleichungen

Die NN - und NR -Wechselwirkungen werden durch meson-theoretisch motivierte Potentiale beschrieben. Die dynamischen Gleichungen für die volle NN - NR - T -Matrix stellen für den Fall $V_{QQ} \equiv 0$ ein System aus gekoppelten Lippmann-Schwinger-Gleichungen dar, d.h.:

$$T = V + V G_0 T = V + V G_0 V + V G_0 V G_0 V + \dots, \quad (3.2)$$

wobei die T -Matrix, das Potential V und der freie Propagator G_0 hier Mehrkanal-Operatoren sind, d.h. sie setzen sich aus den Operatoren der einzelnen Kanäle und aus den Übergangsoperatoren zwischen diesen Kanälen zusammen, siehe Gl. (3.3). Diese Gleichung ist eine Selbstkonsistenzgleichung für T , wie dies in Abb. 3.7 graphisch veranschaulicht ist.

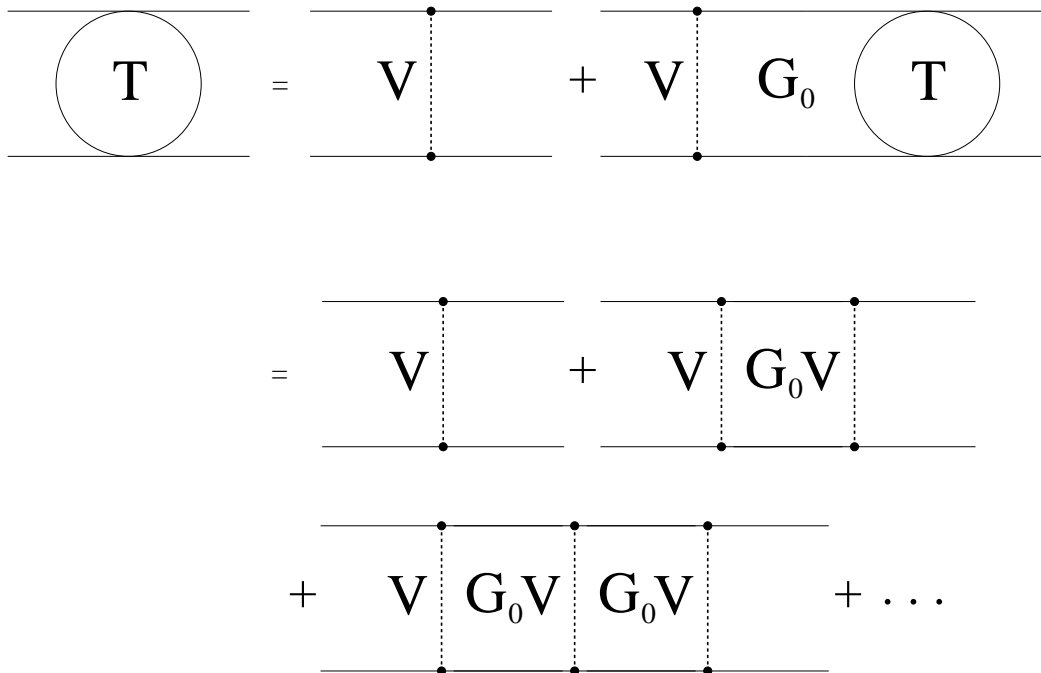


Abb. 3.7: Graphische Veranschaulichung der Lippmann-Schwinger-Gleichung.

Durch Lösen dieses Systems gekoppelter Lippmann-Schwinger-Gleichungen summiert man anschaulich – falls das Potential V aus Ein-Meson-Austausch-Graphen besteht – alle leiterartigen Graphen auf.

Der T -Operator, das Potential V und der freie Propagator G_0 sind dabei Matrizen, die sich – wie bereits erwähnt – aus den verschiedenen Untermatrizen der einzelnen Kanäle zusammensetzen:

$$T = \begin{pmatrix} T_{NN \leftarrow NN} & T_{NN \leftarrow NR_1} & \dots & T_{NN \leftarrow NR_n} \\ T_{NR_1 \leftarrow NN} & T_{NR_1 \leftarrow NR_1} & \dots & T_{NR_1 \leftarrow NR_n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ T_{NR_n \leftarrow NN} & T_{NR_n \leftarrow NR_1} & \dots & T_{NR_n \leftarrow NR_n} \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

$$V = \begin{pmatrix} V_{NN \leftarrow NN} & V_{NN \leftarrow NR_1} & \dots & V_{NN \leftarrow NR_n} \\ V_{NR_1 \leftarrow NN} & V_{NR_1 \leftarrow NR_1} & \dots & V_{NR_1 \leftarrow NR_n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ V_{NR_n \leftarrow NN} & V_{NR_n \leftarrow NR_1} & \dots & V_{NR_n \leftarrow NR_n} \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

$$G_0 = \begin{pmatrix} G_{0;NN} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dot{G}_{0;NR_1} & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dot{G}_{0;NR_n} \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

wobei $\dot{G}_{0;NR}$ den Nukleon-Resonanz-Propagator mit gedresster Resonanz im CM-System bezeichnet:

$$\dot{G}_{0;NR}(\vec{p}, W) = \frac{1}{W - m_N - \frac{\vec{p}^2}{2m_N} - m_R^0 - \frac{\vec{p}^2}{2m_R^0} - \Sigma_R(W_{sub}) + i\epsilon}. \quad (3.6)$$

Hier ist \vec{p} der Nukleonenrelativimpuls. Die Selbstenergie $\Sigma_R(W_{sub})$ enthält auch die effektiven Zweipionbreiten. In Abschnitt 3.2.3 wird die – nicht unproblematische – Definition der Energie W_{sub} der Resonanz bzw. des γN -Systems diskutiert.

Die Propagatoren $\dot{G}_{0;NR}$ entwickeln keinen Zweiteilchen-Pol, die Breite der Resonanz bewahrt sozusagen den Term vor der Singularität. Man beachte auch, daß in dieser Arbeit nur physikalische Nukleonen auftauchen, d.h. es kommt in Gl. (3.5) nicht $\dot{G}_{0;NN}$ vor, sondern der freie Propagator der physikalischen Nukleonen $G_{0;NN}$. Dieser enthält im Gegensatz zu den Nukleon-Resonanz-Propagatoren keine energieabhängigen und komplexen Selbstenergie-Terme, entwickelt aber bei der Integration über den Nukleonrelativimpuls einen Zweiteilchenpol.

Der freie NN -Propagator wird folgenderweise angesetzt, wobei wir die modifizierte Energiezuordnung von Wilhelm übernehmen [Wil92]:

$$G_{0;NN}(\vec{p}, W) = \frac{1}{W^*(W) - 2m_N - \frac{\vec{p}^2}{m_N} + i\epsilon}, \quad (3.7)$$

mit

$$W^*(W) := m_N + \frac{W^2}{4m_N}. \quad (3.8)$$

Damit wird gewährleistet, daß der Pol des nicht-relativistischen NN -Propagators bei der durch die relativistische Kinematik gegebenen Position liegt. Man darf allerdings für den kohärenten Mesonproduktionsprozeß, bei dem NN -Zustände nur intermediär auftauchen, erwarten, daß diese Modifikation keine große Bedeutung besitzt.

3.1.2 Wechselwirkungs-Potentiale

In diesem Abschnitt geben wir die explizite Form der verwendeten OBE-Potentiale an, die sich aus den elementaren Vertices aus Kapitel 2 ergeben.

Falls man n Kanäle bzw. Wellenfunktionskomponenten betrachtet, so entstehen insgesamt n Wechselwirkungs-Potentiale, die innerhalb der einzelnen Kanäle wirken, und $N = \frac{1}{2}n(n - 1)$ eigentliche Übergangs-Potentiale, die einen Übergang zwischen zwei Kanälen induzieren. Die gesamte, aus n^2 Untermatrizen bestehende, Potentialmatrix gewinnt man durch Symmetrisierung. Innerhalb des zeitgeordneten Formalismus ist das Potential V symmetrisch, aber nicht hermitesch, sofern man sich nicht auf die statische Approximation zurückzieht.

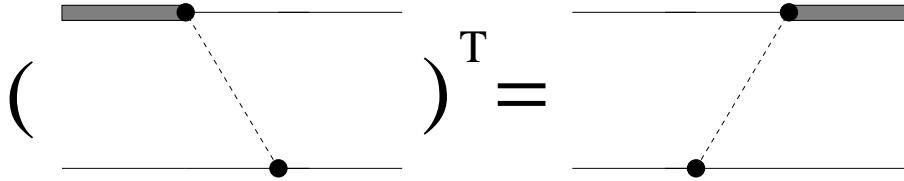


Abb. 3.8: Oberhalb der Produktionsschwelle des Austauschmesons sind OBE-Potentiale nicht-hermitesche Operatoren.

Wie man in Abb. 3.8 angedeutet sieht, sind beispielsweise die Matrixelemente der Übergangs-Potentiale $V_{NR \leftarrow NN}$ und $V_{NN \leftarrow NR}$ durch die Beziehung

$$(V_{NR \leftarrow NN})^T = V_{NN \leftarrow NR} \quad (3.9)$$

verknüpft. Dies liegt vor allem daran, daß sowohl in $V_{NR \leftarrow NN}$ also auch in $V_{NN \leftarrow NR}$ der kausale Propagator

$$G_0(z) = \frac{1}{z - H_0 + i\epsilon} \quad (3.10)$$

auftaucht. Ähnliche Überlegungen sind natürlich auch für das Nukleon-Nukleon-Potential V_{NN} und andere Potentialtypen gültig. Das Potential kann nur dann hermitesch sein, falls akausale Propagatoren ins Spiel kommen, was natürlich vollkommen unphysikalisch ist. Man darf die retardierten OBE-Potentiale oberhalb der Mesonproduktions-Schwellen nicht als Potentiale im Sinne Schrödingers

auffassen, denn die retardierten Potentiale berücksichtigen die intermediäre Ankopplung an den Meson- NN -Kanal oberhalb der Produktionsschwelle und sind deswegen nicht-hermitesche Operatoren. In der Literatur spricht man deswegen auch häufig von „driving terms“ der Lippmann-Schwinger-Gleichung anstatt von Potentialen.

Für den Fall, daß man die Anregung des Nukleons zu den Resonanzen $S_{11}(1535)$, $D_{13}(1520)$ und $P_{11}(1440)$ zuläßt, muß man also 4 Potential- und 6 Übergangs-Potentialmatrizen betrachten. Die expliziten Potentialoperatoren der „Diagonalen Potentiale“ bestehen aus den rein nukleonischen Potentialen und den zu den 3 Resonanzen gehörigen, teilchencharaktertauschenden Potentialen:

$$V_{NN} = \sum_{B \in \{\pi, \eta, \delta, \sigma, \rho, \omega\}} V_B^{\text{OBEPQ-A,B,C}}, \quad (3.11)$$

$$V_{NS_{11} \leftarrow NS_{11}} = \bar{\Omega}_B \frac{g_{BNS_{11}}^2}{(2\pi)^3 2\omega_k} \left(G_0^{BNN}(W) + G_0^{BS_{11}S_{11}}(W) \right) + (1 \leftrightarrow 2), \quad (3.12)$$

$$V_{ND_{13} \leftarrow ND_{13}} = \bar{\Omega}_B \left(\frac{g_{BND_{13}} \alpha_{D_{13}}}{m_\pi} \right)^2 \frac{1}{(2\pi)^3 2\omega_k} \vec{\sigma}_{RN}^{(2)} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_{NN}^{(2)} \cdot \vec{k} \\ \times \vec{\sigma}_{NN}^{(1)} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_{NR}^{(1)} \cdot \vec{k} \left(G_0^{BNN}(W) + G_0^{BD_{13}D_{13}}(W) \right) + (1 \leftrightarrow 2), \quad (3.13)$$

$$V_{NP_{11} \leftarrow NP_{11}} = \bar{\Omega}_B \left(\frac{g_{BNP_{11}}}{2m_{P_{11}}^0} \right)^2 \frac{1}{(2\pi)^3 2\omega_k} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{k} \left(G_0^{BNN}(W) + G_0^{BP_{11}P_{11}}(W) \right) \\ + (1 \leftrightarrow 2). \quad (3.14)$$

Die Potentiale $V_B^{\text{OBEPQ-A,B,C}}$ bezeichnen dabei den zum Austauschmeson B gehörigen Anteil des Bonner OBEPQ-Potentials in der Version A, B oder C, siehe [MHE87, Mac89]. Neben diesen Arbeiten der Bonner Gruppe existieren noch weitere Ansätze für die meson-theoretische Beschreibung der NN -Wechselwirkung, beispielsweise das CD-Potential [MSS96], die Argonne-Potentiale [WSA95] oder die Nijmegen-Potentiale [SKTds94], wobei die Argonne-Potentiale große rein phänomenologische Anteile besitzen. Letztere Potentiale werden als „high-quality potentials“ bezeichnet, d.h. sie liefern einen reduzierten χ^2 -Wert nahe 1 bei der Anpassung der NN -Streudaten, wozu aber gesagt werden muß, daß diese auch wesentlich mehr freie Parameter besitzen als die Bonner OBEPQ-A,B,C-Potentiale. Zudem werden diese Potentiale [MSS96, WSA84, SKTds94] an Niederenergie-Daten angepaßt, sodaß sie letztlich in dem uns interessierenden Energiebereich von derselben Qualität wie die OBEPQ-A,B,C-Potentiale sind.

Für die Übergangs-Potentiale zwischen NN - und NR -Zuständen bzw. unterschiedlichen Nukleon-Resonanz-Konfigurationen ergibt sich:

$$V_{NS_{11} \leftarrow ND_{13}} = \bar{\Omega}_B \frac{g_{BNS_{11}} g_{BND_{13}} \alpha_{D_{13}}}{(2\pi)^3 2\omega_k m_\pi} \vec{\sigma}_{NN}^{(1)} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_{NR}^{(1)} \cdot \vec{k} \\ \times \left(G_0^{BNN}(W) + G_0^{BS_{11}D_{13}}(W) \right) + (1 \leftrightarrow 2), \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned}
V_{NS_{11} \leftarrow NP_{11}} &= -\bar{\Omega}_B \frac{g_{BNS_{11}} g_{BNP_{11}}}{(2\pi)^3 2\omega_k} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{k}}{2m_{P_{11}}^0} \left(G_0^{BNN}(W) + G_0^{BP_{11}S_{11}}(W) \right) \\
&+ (1 \leftrightarrow 2), \tag{3.16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{ND_{13} \leftarrow NP_{11}} &= -\bar{\Omega}_B \frac{g_{BND_{13}} g_{BNP_{11}}}{(2\pi)^3 2\omega_k} \frac{\alpha_{D_{13}}}{m_\pi} \vec{\sigma}_{RN}^{(2)} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_{NN}^{(2)} \cdot \vec{k} \frac{\vec{\sigma}_{NN}^{(1)} \cdot \vec{k}}{2m_{P_{11}}^0} \\
&\times \left(G_0^{BNN}(W) + G_0^{BP_{11}D_{13}}(W) \right) + (1 \leftrightarrow 2), \tag{3.17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{NS_{11} \leftarrow NN} &= \bar{\Omega}_B \frac{g_{BNS_{11}} g_{BNN}}{(2\pi)^3 2\omega_k} \frac{\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{k}}{2m_N} \left(G_0^{BNN}(W) + G_0^{BNS_{11}}(W) \right) \\
&+ (1 \leftrightarrow 2), \tag{3.18}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{ND_{13} \leftarrow NN} &= \bar{\Omega}_B \frac{g_{BND_{13}} g_{BNN}}{(2\pi)^3 2\omega_k} \frac{\alpha_{D_{13}}}{m_\pi} \vec{\sigma}_{RN}^{(2)} \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_{NN}^{(2)} \cdot \vec{k} \frac{\vec{\sigma}_{NN}^{(1)} \cdot \vec{k}}{2m_N} \\
&\times \left(G_0^{BNN}(W) + G_0^{BND_{13}}(W) \right) + (1 \leftrightarrow 2), \tag{3.19}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{NP_{11} \leftarrow NN} &= \bar{\Omega}_B \frac{g_{BNP_{11}} g_{BNN}}{4m_{P_{11}}^0 m_N} \frac{1}{(2\pi)^3 2\omega_k} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{k} \left(G_0^{BNN}(W) + G_0^{BNP_{11}}(W) \right) \\
&+ (1 \leftrightarrow 2). \tag{3.20}
\end{aligned}$$

Die Größen G_0^{BXY} sind die freien Propagatoren des Mesons B und der Fermionen X und Y . Die Faktoren g_{BNN} und g_{BNR} sind dieselben hadronischen Kopplungen welche in den elementaren Graphen verwendet wurden, der Impuls \vec{k} ist der Impuls des ausgetauschten Mesons, $\bar{\Omega}_B$ ist der Isospin-Anteil der Potentialoperatoren:

$$\begin{aligned}
\bar{\Omega}_B &= \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \text{ f\"ur } \pi\text{-Austausch,} \\
\bar{\Omega}_B &= \mathbb{1} \text{ f\"ur } \eta\text{-Austausch.} \tag{3.21}
\end{aligned}$$

F\"ur Potentiale des Typs $NR \leftrightarrow NN$ verwenden wir, wie bereits erl\"autert, rein statische Propagatoren:

$$G_0^{BNN}(W) + G_0^{BNR}(W) \rightarrow -\frac{1}{\omega_k} + \frac{1}{\Delta m_R - \omega_k}, \tag{3.22}$$

mit

$$\Delta m_R := m_N - m_R^0. \tag{3.23}$$

Bei Potentialen des Typs $NR_1 \leftrightarrow NR_2$ lassen wir prinzipiell retardierte πNN - und ηNN -Propagatoren zu und behandeln die auftretenden Multiresonanzkomponenten auf eine effektive Weise:

$$G_0^{BNN}(W) + G_0^{BR_1R_2}(W) \rightarrow G_0^{BNN}(W) + \frac{1}{\Delta m_{R_1R_2} - \omega_k}, \tag{3.24}$$

mit

$$\Delta m_{R_1R_2} := 2m_N - m_{R_1}^0 - m_{R_2}^0. \tag{3.25}$$

Mit $m_{R_i}^0 > m_N$ ist gewährleistet, daß die zweite Zeitordnung bei den beiden Übergangs-Potentialtypen keinen Pol entwickelt, da immer gilt $\Delta m_R < 0$ und $\Delta m_{R_1 R_2} < 0$.

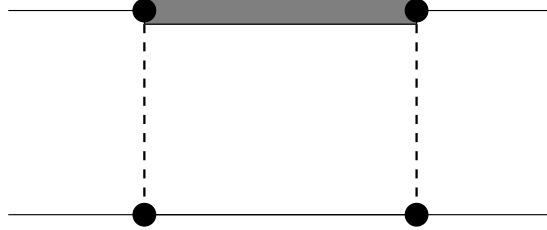


Abb. 3.9: Statische NR -Box.

Da wir auf ein bereits bestehendes, realistisches Potentialmodell aufbauen wollen, müssen wir zudem den Einfluß der Übergangs-Potentiale aus den NN -Potentialen „herausrenormieren“. Wir folgen dem von Green und Sainio [GS82] und Sauer [PSZ87] vorgeschlagenen Rezept der Renormierung durch Subtraktion einer statischen Nukleon-Resonanz-Box bei der invarianten Masse $W = 2m_N$, siehe Abb. 3.9:

$$V_{NN}(W) \longrightarrow V_{NN}(W) - \sum_R V_{NR}^{box}(2m_N). \quad (3.26)$$

Die Box-Renormierung, die z.B. in den Arbeiten von Wilhelm und Schwamb [Wil92, Sch99] Anwendung fand, ist eine einfache Vorgehensweise, die es uns erlaubt, bestehende, realistische NN -Potentiale, wie etwa die Bonn-Potentiale [MHE87, Mac89], in den Energiebereich der S_{11} -Resonanz fortzusetzen, ohne die Niederenergieeigenschaften des betreffenden Nukleon-Nukleon-Potentials zu zerstören. Allerdings ist die Box-Renormierung keine unproblematische Vorgehensweise, da nur bestimmte Klassen von Graphen aus dem Modell wegrenormiert werden und andere unangetastet bleiben. Dies kann man nur dadurch umgehen, daß man die gesamte Nukleon-Resonanz-Wechselwirkung wegrenormiert und mit dem ursprünglichen NN -Modell verbleibt. Man muß zu dem Schluß kommen, daß die Green-Sainiosche Methode nicht äquivalent zu einem konsistenten Modell der Nukleon-Resonanz-Wechselwirkung sein kann, welches a priori alle interessierenden Nukleonresonanzen enthält. Ein solches konsistentes hadronisches Modell zu erstellen würde den Rahmen dieser Arbeit, deren Schwerpunkt auf der Bedeutung der Zweiteilchengraphen bei der kohärenten Photo- η -Produktion am Deuteron liegt, bei weitem sprengen.

In Abb. 3.10 ist – der Diskussion der Ergebnisse vorweggreifend – die technische Notwendigkeit der Renormierung anhand der 1P_1 -Streuphase illustriert. Obwohl die S_{11} -Resonanz recht schwer ist, beeinflusst sie die Streuphase bei relativ kleinen Energien $W \ll m_N + m_{S_{11}} \approx 2500$ MeV. Da wir von einem NN -Modell ausgehen,

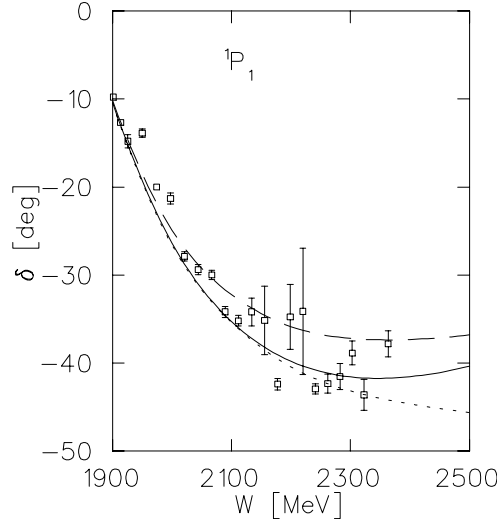


Abb. 3.10: Die isoskalare 1P_1 -Streuphase. Notation der Kurven: volle Kurve: NN -Potential (OBEPQ-B) + statische $NS_{11} \leftrightarrow NN$ - und $NS_{11} \leftrightarrow NS_{11}$ -Rückstreuung, inklusive Box-Renormierung, lang-gestrichelte Kurve: NN -Potential (OBEPQ-B) + statische $NS_{11} \leftrightarrow NN$ - und $NS_{11} \leftrightarrow NS_{11}$ -Rückstreuung, ohne Box-Renormierung, punktierte Kurve: reines OBEPQ-B-Potential. Die Daten stammen aus [A⁺97].

dessen Parameter für kleine Energien angepaßt wurden, müssen diese Effekte wieder von den Rückstreumechanismen subtrahiert werden.

3.1.3 Meson-Retardierung in den NN - und NR -Potentialen

Der statische Limes besteht darin, die Baryonenmassen gegenüber den Mesonmassen beim Mesonaustausch als unendlich schwer anzunehmen. Üblicherweise wird der Grenzübergang dabei so vorgenommen, daß die Energien dieser Teilchen gegen ihre Massen streben und die invariante Masse gegen die Summe der Massen der beteiligten Baryonen, d.h. im Falle der NN -Streuung:

$$e_N(\vec{p}) \rightarrow m_N \rightarrow \infty, \quad W \rightarrow 2m_N \rightarrow \infty, \quad (3.27)$$

bzw.

$$W - e_N(\vec{p}') - e_N(\vec{p}) \rightarrow 0. \quad (3.28)$$

Beim Einmeson-Austausch wird so der Energieübertrag vernachlässigt, nicht aber der Impulsübertrag:

$$\frac{1}{W - e_N(\vec{p}') - e_N(\vec{p}) - \omega_B(\vec{p}' - \vec{p}) + i\epsilon} \xrightarrow{\text{stat. Lim.}} -\frac{1}{\omega_B(\vec{p}' - \vec{p})}. \quad (3.29)$$

Betrachtet man den πNN -Propagator in dem Energiebereich um $W \approx m_N + m_{S_{11}}$, so stellt man für kleine Nukleonrelativimpulse eine große Diskrepanz zwischen

dem statischen Limes und dem exakten Dreiteilchen-Propagator fest. Da bei der kohärenten Reaktion aufgrund der Deuteron-Wellenfunktion kleine Nukleonrelativimpulse dominieren, kann man schließen, daß der statische Limes, abgesehen von der Vernachlässigung der Ankopplung an den πNN - bzw. ηNN -Kanal, in dem Energiebereich der S_{11} -Resonanz eine schlechte Approximation ist. Wir werden deswegen in dieser Arbeit auch die Mesonretardierung genauer untersuchen müssen.

Prinzipiell ist es möglich, in dem hier vorgestellten Modell retardierte NN -Potentiale und NR -Übergangspotentiale zu betrachten. Wie in [EFH⁺88, Sch99] gezeigt wurde, ist dabei das Renormieren der Nukleonen durch πN -Schleifen essentiell, insbesondere um Unitarität zu gewährleisten. Anschaulich bedeutet dies, daß einem intermediären Nukleon, steht ihm nur genügend Energie zur Verfügung, nicht verboten werden kann, ein reelles Pion abzustrahlen. Technisch stellt das Renormieren in den hadronischen Potentialen keinen allzu großen Aufwand dar, da es lediglich zu relativ einfachen Renormierungsfaktoren führt [EFH⁺88]. Hier arbeiten wir dennoch mit physikalischen Nukleonen, da ein Dressing der Nukleonen auch die Berücksichtigung von hadronischem Background zur πN -Streuung impliziert.

Die numerische Behandlung retardierter Potentiale selbst ist allerdings nicht-trivial. Das in dieser Arbeit vorgestellte Schema zur numerischen Behandlung statischer Potentiale, d.h. die „Multipolierung“ dieser Potentiale, läßt sich – ohne große Modifikation – auf retardierte Potentiale übertragen, wie im folgenden gezeigt wird. Beim Extrahieren der Multipolinformation aus dem Potential, siehe Gl. (3.32) weiter unten, tritt bei der Winkelintegration ein Pol auf, der z.B. mit der Formel von Sochotzky behandelt werden kann:

$$\frac{1}{z - z_0 + i\epsilon} = \frac{\mathcal{P}}{z - z_0} - i\pi\delta(z - z_0). \quad (3.30)$$

Die Multipole retardierter Potentiale sind also in der Regel komplexe Größen. Es treten dabei im Integralkern der Lippmann-Schwinger-Gleichung immer noch logarithmische, sog. Dreiteilchen-Singularitäten auf, siehe Gl. (3.37) weiter unten. Wilhelm hat in [Wil92] ein Schema zur Glättung dieser Singularitäten vorgeschlagen: durch Iteration der Lippmann-Schwinger-Gleichung erhält man eine Gleichung mit glattem Kern für die Größe $\mathfrak{T} = T - V$, da über die Singularitäten bereits integriert wurde:

$$\mathfrak{T} = VG_0V + VG_0VG_0V + VG_0VG_0\mathfrak{T}. \quad (3.31)$$

Der Rechenaufwand, insbesondere bei Berücksichtigung von Nukleon-Resonanz-Wellenfunktionskomponenten, ist aber bei dieser Methode erheblich, da z.B. die Gitter für das Ausintegrieren der Singularitäten mehrfach unterteilt werden müssen. Die einzelnen Gitterabschnitte müssen natürlich mit hinreichend vielen Stütz-

punkten ausgestattet werden, und zudem führt diese Methode zu einem notwendigerweise bezüglich der Behandlung der Gitter-Indizes unsymmetrischen Integrationsalgorithmus. Selbst wenn man die glatte Lösung \mathfrak{T} bestimmt hat, bedeutet dies immer noch, daß die für die Mesonproduktion benötigte full-off-shell- T -Matrix $T = \mathfrak{T} + V$ logarithmische Singularitäten aufweist, im Gegensatz zur NN -Streuung, wo man nur die full-on-shell- T -Matrix benötigt. Ob diese Singularitäten der T -Matrix innerhalb der betrachteten Reaktion ignoriert werden können, z.B. durch die Wahl eines einfachen Integrationsgitters, muß immer noch untersucht werden, d.h. eine Anpassung des p -Gitters bei der Integration über den Nukleonenrelativimpuls ist möglicherweise selbst dann noch notwendig. Erwähnen möchten wir noch, daß von Wilhelm [Wil98] gezeigt wurde, daß diese aufwendige Behandlung nur bei Mesonproduktions-Prozessen wichtig ist, wohingegen bei der Berechnung von NN -Streuobservablen die 3-Teilchen-Singularitäten durch die Wahl eines geeigneten Integrationsgitters behandelt werden können, ohne eine Glättung des Integralkerns vornehmen zu müssen.

Es soll im folgenden die Behandlung retardierter Zweiteilchen-Potentiale skizziert werden, wobei wir nur den Fall der intermediären BNN -Propagation betrachten. In eine numerische Rechnung geht die Multipolinformation der Potentiale ein. Diese hadronischen Multipole definieren wir folgenderweise:

$$V_\Lambda := \frac{2\Lambda + 1}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{dz}{2\omega_B(k)} \frac{f^2(p, p', z) P_\Lambda(z)}{W - e_N(p) - e_N(p') - \omega_B(k) + i\epsilon} \quad (3.32)$$

$$= \frac{2\Lambda + 1}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{dz}{2\omega_B(k)} f^2(p, p', z) P_\Lambda(z) \frac{W - e_N(p) - e_N(p') + \omega_B(k)}{2pp'} \\ \times \frac{1}{z - z_0 + i\epsilon} \quad (3.33)$$

mit

$$k(z) = |\vec{p}' - \vec{p}| = \sqrt{p^2 + p'^2 - 2pp'z}, \quad (3.34)$$

wobei $P_\Lambda(z)$ die Legendre-Polynome bezeichnet, mit $f^2(p, p', z)$ ist die Vertexstruktur des Potentials angedeutet, die von den Beträgen der Relativimpulse, dem Richtungskosinus z des Winkels zwischen \vec{p} und \vec{p}' sowie etwaigen weiteren Quantenzahlen abhängt. Wie man sieht, unterscheidet sich die auftretende Singularität von der eines Zweiteilchenpropagators, bei dem der Pol in der Impulsintegration auftritt, wohingegen hier ein „Winkel-Pol“ vorliegt. Die Größe z_0 ist der zugehörige Pol-Richtungskosinus, der folgenderweise definiert ist:

$$z_0 := \frac{m_B^2 + p'^2 + p^2 - (W - e_N(p) - e_N(p'))^2}{2pp'}. \quad (3.35)$$

Ein Winkel-Pol existiert bei gegebenem p und p' genau dann, wenn gilt:

$$\begin{aligned} W_- &\leq W \leq W_+, \\ W_{\pm} &:= e_N(p) + e_N(p') + \sqrt{m_B^2 + p'^2 + p^2 \pm 2pp'}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Nach Anwendung der Formel von Sochotzky erhält man:

$$\begin{aligned} V_{\Lambda} &= \int_{-1}^{+1} dz \frac{g(p, p', z) - g(p, p', z_0)}{z - z_0} + g(p, p', z_0) \left(\ln \frac{1 - z_0}{1 + z_0} - i\pi \right), \\ g(p, p', z) &:= \frac{2\Lambda + 1}{2} \frac{P_{\Lambda}(z) f^2(p, p', z)}{2\omega_B(k)} \frac{W - e_N(p) - e_N(p') + \omega_B(k)}{2pp'}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Das heißt also, daß die Multipolinformation retardierter Potentiale genauso einfach zugänglich ist wie die statischer Potentiale, aber mit 3-Teilchen-Singularitäten $\propto \ln \frac{1-z_0}{1+z_0}$ behaftet ist. Dies bedeutet, daß die Iteration bzw. die Lösung dynamischer Gleichungen für retardierte Potentiale wesentlich komplexer ist als dies für statische Operatoren der Fall ist.

Wir haben in dieser Arbeit einen Kompromiß zwischen numerischer Genauigkeit und Rechenaufwand gewählt. Wir benutzen das von Wilhelm vorgeschlagene 3-geteilte, energieabhängige Impuls-Gitter. Dies stellt sicher, daß die Streuphasen der NN -Streuung zufriedenstellend numerisch stabil sind, d.h. maximal $\pm 1^\circ$ Ungenauigkeit in den Streuphasen und Inelastizitäten:

$$I = I_1 \cup I_2 \cup I_3, \quad (3.38)$$

$$I_1 = [0, p_0[, \quad I_2 = [p_0, 2p_0[, \quad I_3 = [2p_0, +\infty[, \quad (3.39)$$

$$p_0 = \sqrt{2m_N \left(W - m_N - \sqrt{m_{\pi}^2 + m_N^2 + 2m_N(W - 2m_N)} \right)}. \quad (3.40)$$

Für die Mesonproduktion gilt dies leider nicht, man erreicht ein Stabilitätsniveau von etwa 3–5 % bzgl. des differentiellen Wirkungsquerschnitts. Für eine numerische Kalkulation ist dies im Grunde nicht tragbar, da man in der Regel eine numerische Güte auf dem Promille-Niveau erreichen kann. Hier begnügen wir uns aber mit dieser approximativen Numerik, weil die Behandlung der hadronischen Rückstreuung in dieser Arbeit mit generellen Schwierigkeiten behaftet ist und nur zu einer Abschätzung von Rückstreueffekten führt, siehe die Diskussion in Abschnitt 3.1.4, d.h. es ist nicht möglich, die Parameter der Übergangs-Potentiale an den NN -Streudaten festzumachen. Die Berechnung der Rückstreuung durch die retardierten Potentiale in dieser Arbeit liefert somit nur eine Abschätzung dieser Effekte. Diese halten wir im Rahmen einer Genauigkeit von ± 5 % für verlässlich, d.h. durch eine realistische Modifikation der Modellparameter kann man den Einfluß der Rückstreuung nicht drastisch vergrößern. Falls man die Rückstreueffekte mit einer höheren numerischen Genauigkeit berechnen möchte, muß man zu den

oben beschriebenen Glättungsalgorithmen greifen, die vor allem erheblichen Rechenzeitaufwand bedeuten.

Es sei noch bemerkt, daß es nicht möglich ist, bei Verwendung von starren Integrationsgittern die Güte der Rechnung durch ein Erhöhen der Stützpunktzahl zu verbessern. Die zusätzlichen Stützpunkte siedeln sich nämlich dichter und dichter an den Singularitäten an – was prinzipiell unvermeidbar ist, da man ja die Struktur des Integranden besser erfassen möchte – und zerstören gerade dadurch die Genauigkeit der numerischen Integration.

3.1.4 Nukleon-Nukleon-Streuung

In diesem Kapitel sollen die NN -Streuobservablen untersucht werden, welche sich aus dem dargestellten Wechselwirkungsmodell ergeben. Dies geschieht an dieser Stelle wiederum nicht aus der Motivation heraus, die Nukleon-Nukleon-Streudaten in diesem Energiebereich perfekt beschreiben zu wollen. Vielmehr soll primär das Modell getestet werden, d.h. es soll gezeigt werden, daß die zuvor eingeführten Potentialmatrizen ein vernünftiges Verhalten zeigen, also im Idealfalle die Beschreibung der Streuphasen und Inelastizitäten deutlich verbessern.

Prinzipiell könnte man also die NN -Streuung dazu benutzen, die Parameter der Zweiteilchengraphen festzulegen, d.h. die noch freien Cutoffs der Übergangspotentiale. Letztendlich hat sich allerdings gezeigt, daß die Streuphasen nicht sehr sensitiv auf diese Potentiale sind.

Die on-shell T -Matrixelemente der NN -Streuung ergeben sich sozusagen als Nebenprodukt der dynamischen Rechnung, nämlich gerade als Matrixelemente an den Polstellen des NN -Propagators. Hierbei ist die T -Matrix des Prozesses, im folgenden mit \tilde{T} bezeichnet, mit der Lösung der Lippmann-Schwinger-Gleichung $T_{NN \leftarrow NN}^{jt}$ wie folgt verknüpft, siehe z.B. [Mac89]:

$$\tilde{T}_{\ell' s' \ell s}^{jt}(W) := -\frac{\pi}{2} p f(W) T_{NN \leftarrow NN}^{jt}(p \ell' s', p \ell s), \quad (3.41)$$

$$f(W) = m_N \text{ bzw. } f(W) = \frac{W}{2}. \quad (3.42)$$

Hierbei ist p der Betrag des durch

$$W = 2\sqrt{\vec{p}^2 + m_N^2} \quad (3.43)$$

bestimmten Nukleon-Polimpulses. Für die Funktion $f(W)$ muß bei der Wahl eines nicht-relativistischen NN -Propagators die konstante Nukleonmasse m_N gewählt werden, bei einem relativistischen Propagator ist $f(W) = \frac{W}{2}$ zu setzen. Dies liegt daran, daß mit dem Propagator die funktionale Form der kinetischen Energie und damit auch letztendlich der kinematische Faktor zwischen der Lösung der

Streugleichung und der eigentlichen T -Matrix verknüpft ist. In den Bonn-Potentialen wird der nicht-relativistische NN -Propagator mit modifizierter Energiezuordnung verwendet, siehe Gl. (3.8). Damit muß $f(W) = m_N$ gewählt werden.

Die Observablen der NN -Streuung können durch die zugehörigen K -Matrixelemente ausgedrückt werden. Es sind zwei Fälle zu unterscheiden: der ungekoppelte und der gekoppelte Fall. Zu gegebenen Quantenzahlen des Gesamtdrehimpulses j , der Parität π und des Isospins t existieren entweder nur eine oder zwei beteiligte NN -Partialwellen. Im ersteren Fall ist die K -Matrix einfach eine Zahl, im letzteren eine 2×2 -Matrix:

$$K := (1 + i\tilde{T})^{-1}\tilde{T}, \quad (3.44)$$

$$K_{\pm} := K(\ell' = j \pm 1, \ell = j \pm 1), \quad (3.45)$$

$$K_0 := K(\ell' = j + 1, \ell = j - 1) \equiv K(\ell' = j - 1, \ell = j + 1). \quad (3.46)$$

Für die letzte Gleichung, die Symmetrie der K -Matrix, ist im übrigen die Symmetrie der T -Matrix und der zugrundeliegenden Wechselwirkungs-Potentiale wesentlich.

Für die Definition der Streuphasen, Inelastizitäten und Mischungswinkel verwenden wir die Konventionen von Arndt *et al.* [ARB⁺83]. Für den ungekoppelten Fall ergibt sich für die Streuphase δ und die Inelastizität ρ :

$$\begin{aligned} K &= \tan \delta + i \tan^2 \rho, \\ \Rightarrow \tan \delta &= \Re K, \quad \tan \rho = \sqrt{\Im K}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Im Fall der gekoppelten Kanäle sieht die Parametrisierung der K -Matrix folgenderweise aus:

$$\Re K_{\pm} = \frac{\sin(\delta_+ + \delta_-) \pm \cos(2\epsilon) \sin(\delta_+ - \delta_-)}{\cos(\delta_+ + \delta_-) + \cos(2\epsilon) \cos(\delta_+ - \delta_-)}, \quad (3.48)$$

$$\Re K_0 = \frac{\sin(2\epsilon)}{\cos(\delta_+ + \delta_-) + \cos(2\epsilon) \cos(\delta_+ - \delta_-)}, \quad (3.49)$$

$$\Im K_{\pm} = \tan^2(\rho_{\pm}), \quad (3.50)$$

$$\Im K_0 = \tan(\rho_+) \tan(\rho_-) \cos(\phi). \quad (3.51)$$

Man erhält damit für die Streuphasen δ_{\pm} , die Inelastizitäten ρ_{\pm} und die Mischungswinkel ϵ und ϕ folgende Ausdrücke:

$$\sin(2\epsilon) = \sqrt{\frac{(2\Re K_0)^2}{(1 + (\Re K_0)^2 - \Re K_+ \Re K_-)^2 + (\Re K_+ + \Re K_-)^2}}, \quad (3.52)$$

$$2\delta_{\pm} = \arcsin\left(\frac{\Re K_+ + \Re K_-}{2\Re K_0} \sin(2\epsilon)\right)$$

$$\pm \arcsin \left(\frac{\Re K_+ - \Re K_-}{2\Re K_0} \tan(2\epsilon) \right), \quad (3.53)$$

$$\tan \rho_{\pm} = \sqrt{\Im K_{\pm}}, \quad (3.54)$$

$$\cos \phi = \frac{\Im K_0}{\tan \rho_+ \tan \rho_-}. \quad (3.55)$$

Es ist dabei essentiell, daß T tatsächlich Lösung einer dynamischen Gleichung ist bzw. die korrekte Polstruktur aufweist. Bei einer ad hoc Parametrisierung oder einer falschen Behandlung der Polbeiträge ergeben sich leicht unphysikalische Werte, etwa $|\cos \phi| > 1$ oder ähnliche Pathologien.

In den Abbildungen 3.11 bis 3.13 sind die Ergebnisse für die Streuphasen der isoskalaren Partialwellen 1P_1 und 3S_1 - 3D_1 und der isovektoriellen Partialwellen 3P_1 , 1S_0 und 3P_0 gezeigt. In diese gehen die NR -Zustände als s -Wellen ein. Bei den Meson-Nukleon-Resonanz-Vertices wurde dabei ein Cutoff-Parameter von $\Lambda = 1$ GeV verwendet, als NN -Potential wurde das OBEPQ-B-Potential benutzt, modifiziert durch die Renormierung über eine statische Nukleon-Resonanz-Box. Der Effekt der Rückstreuung in den 1P_1 - und 3S_1 -Streuphasen ist recht moderat. Zudem ist die experimentelle Situation in der 1P_1 -Partialwelle recht indifferent, sodaß keine der Kurven verworfen oder bevorzugt werden kann. Zumindest läßt sich sagen, daß die von uns eingeführten Potentiale sinnvolle Beiträge in dem Sinne liefern, als daß die relativ gute Beschreibung der isovektoriellen NN -Streuphasen nicht zerstört wird. Bei der isoskalaren 3D_1 -Partialwelle sieht die Situation etwas anders aus. Diese wird vor allem durch die NP_{11} -Rückstreuung modifiziert und zwar wird die leidliche Beschreibung durch das OBEPQ-B-Potential drastisch verschlechtert. Wir modifizieren an dieser Stelle nicht diese sehr starken Rückstreu-Mechanismen der P_{11} -Resonanz, da – wie sich zeigen wird – diese Resonanz bei der η -Produktion unbedeutend ist.

Somit erhalten wir zwar ein Modell der Nukleon-Nukleon- und Nukleon-Resonanz-Wechselwirkung, welches durch die Box-Renormierung unterhalb der Pionschwelle eine sehr gute Beschreibung der Daten liefert, aber in dem von uns betrachteten Energie-Bereich verbesserungswürdig ist. Man könnte eine Verbesserung des hadronischen Modells dadurch erreichen, daß man weitere Potential-Terme einführt, etwa direkte Nukleon-Resonanz-Wechselwirkungen, die allerdings durch den elementaren Prozeß in keiner Weise festgelegt werden. Eine sinnvolle Vorgehensweise wäre es, ein Modell der elementaren Reaktionen und der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung aufzustellen, welches sämtliche Resonanzen a priori enthält, und anschließend ohne Box-Renormierung alle Parameter an die experimentellen Daten anzupassen. Dieses Unterfangen ist aber keineswegs trivial, selbst wenn man sämtliche beitragenden Potentiale numerisch bereits realisiert hat. Dies liegt vor allem daran, daß der Rechenaufwand überproportional mit der Zahl der Reso-

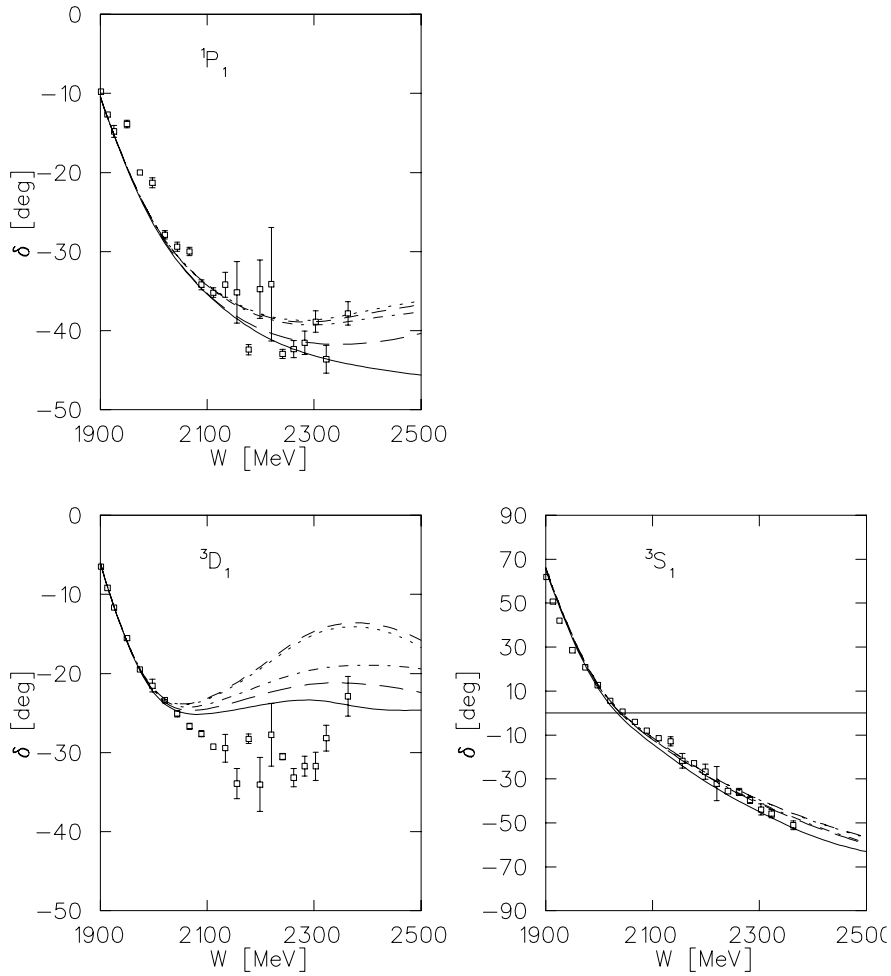


Abb. 3.11: Die isoskalaren Streuphasen 1P_1 , und 3S_1 - 3D_1 . Notation der Kurven: volle Kurven: reines NN -Potential (OBEPQ-B), lang-gestrichelte Kurven: + Effekt der statischen $NS_{11} \leftrightarrow N$ - und $NS_{11} \rightarrow NS_{11}$ -Rückstreuung, strich-punktiierte Kurven: + Effekt der statischen $ND_{13} \leftrightarrow N$ - und $ND_{13} \rightarrow ND_{13}$ -Rückstreuung, kurz-gestrichelte Kurven: + Effekt der statischen $NP_{11} \leftrightarrow N$ - und $NP_{11} \rightarrow NP_{11}$ -Rückstreuung, punktierte Kurven: + Effekt sämtlicher statischer Rückstreu-Kanäle. Die Daten stammen aus [A⁺97].

nanzen anwächst und sich somit eine einfache χ^2 -Minimierung sehr problematisch darstellt.

In Abb. 3.12 sind die Effekte der Retardierung dargestellt. Diese sind sehr klein, d.h. die Retardierung in diesem Sektor ist für die NN -Wechselwirkung ohne Belang. Für die Photo-Mesonproduktion ist sie dies – wie sich zeigen wird – allerdings nicht.

Der Einfluß der Resonanzen auf die isovektoriellen Streuphasen, siehe Abb. 3.13,

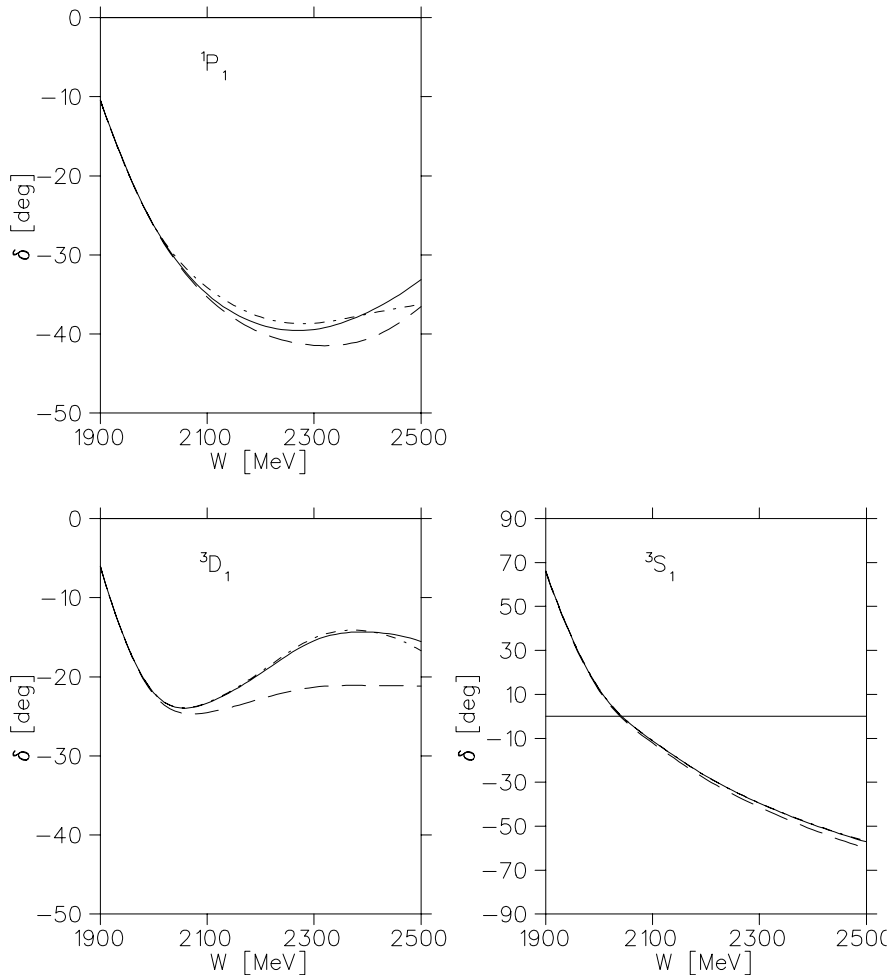


Abb. 3.12: Effekt der Retardierung in den isoskalaren Streuphasen 1P_1 , und 3S_1 – 3D_1 . Notation der Kurven: strich-punktierte Kurven: sämtliche statischen Rückstreumechanismen, gestrichelte Kurven: retardierte Rückstreuung über NS_{11} -Zwischenzustände, volle Kurven: sämtliche retardierten Rückstreumechanismen.

ist generell sehr gering. Es ist nicht möglich, die Parameter der Potentiale durch einen Fit an die isovektoriellen Streuphasen festzulegen und dann eine Vorhersage der isoskalaren NN -Observablen zu machen.

3.2 Einführung der elektromagnetischen Wechselwirkung

Die elektromagnetische Wechselwirkung wird in das Zweinukleonen-System auf ähnliche Weise eingeführt wie beim elementaren Prozeß. Durch minimale Kopplung in den zugrundeliegenden Lagrangedichten werden die Wechselwirkungsterme

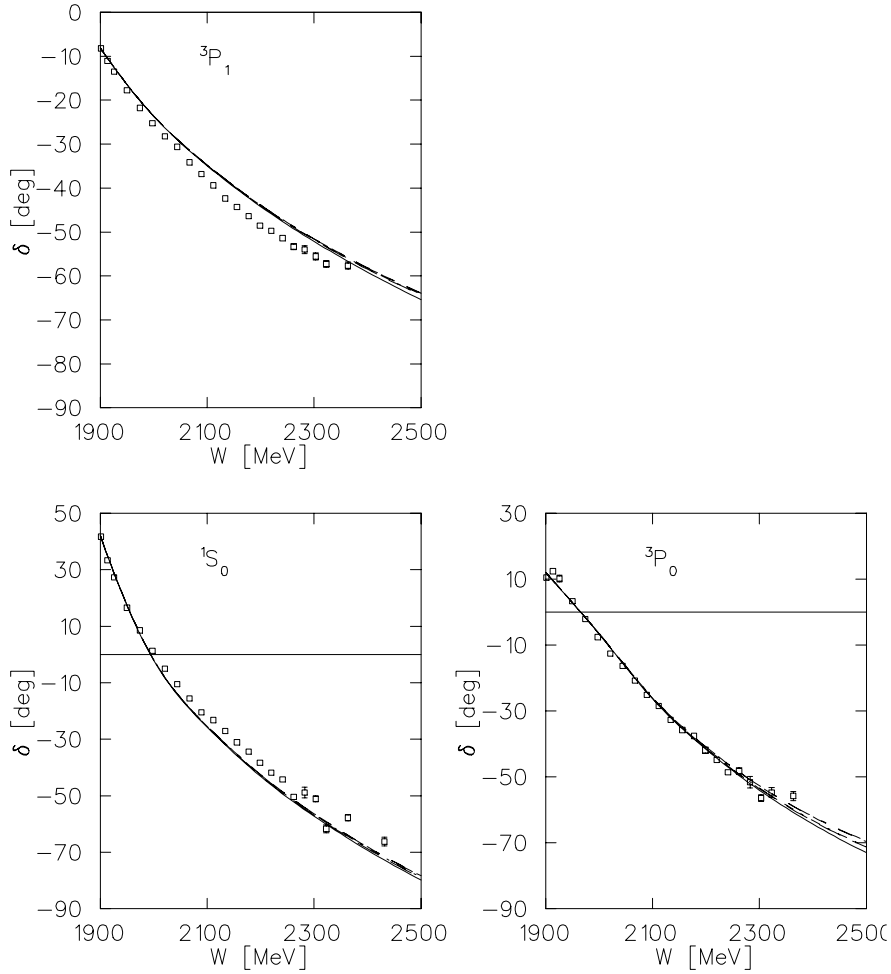


Abb. 3.13: Die isovektoriellen Streuphasen 3P_1 , 1S_0 und 3P_0 . Notation der Kurven wie in Abb. 3.11.

mit dem Photonfeld konstruiert, mit Berücksichtigung der anomalen magnetischen Momente der Nukleonen. Die dadurch entstehenden Graphen wurden bereits zu Beginn des Kapitels 3 kurz diskutiert.

3.2.1 Zerlegung der t -Matrix nach Multipolen

In diesem Unterkapitel soll die Zerlegung der t -Matrix nach Multipolen dargestellt werden. Die t -Matrix führen wir analog zu Wilhelm [Wil92] durch Abspalten der ϕ -Abhängigkeit von der T -Matrix des Prozesses ein:

$$T_{m'_d \mu m_d}(\theta, \phi) = e^{i(\mu+m_d)\phi} t_{m'_d \mu m_d}(\theta), \quad (3.56)$$

wobei m_d und m'_d die Projektionen des Deuterongesamt Drehimpulses im Anfangs- und Endzustand sind. μ ist der sphärische Index des Mesonproduktionsstroms.

Die z -Achse legen wir dabei in Richtung des Photonimpulses. θ und ϕ sind die Polarwinkel des Mesonimpulses bzgl. dieser Koordinatenachsen im CM-System. Diese Multiplizierung soll in erster Linie nicht dazu dienen, einzelne Beiträge nach ihrem Multipolcharakter zu identifizieren. Auch soll dieses Kapitel nicht die Mittel für eine experimentelle Multipolanalyse der Deuteronreaktion vorstellen. Die Multiplizierung oder Partialwellenzerlegung ist die Grundlage für eine Umsetzung des Modells auf einem Computer. Es existieren zwar Arbeiten, die dynamische Rechnungen ohne eine Multipolzerlegung durchführen, hier sehen wir aber für deren Anwendbarkeit große Schwierigkeiten. So muß z.B. bei der Linearisierung eines 3-dim. kartesischen Integrationsgitters gesichert werden, daß alle Beiträge gut von diesem Gitter erfaßt werden. Falls aber die Stützstellenzahl zu groß wird, wird der Rechenaufwand der Matrixinversion unvertretbar groß und die Vorteile des einfachen Linearisierungsalgorithmus gehen verloren. Auch die Behandlung von retardierten Mesonpropagatoren ist mit dieser Methode unserer Meinung nach extrem problematisch.

Weil die Multiplizierung essentiell für diese Arbeit ist, soll sie im folgenden kurz skizziert werden. Es hat sich dabei herausgestellt, daß für Zweistufigraphen und gekreuzte Graphen unterschiedliche Zerlegungen vorteilhaft sind. Als Zweistufigraphen wollen wir hier alle Beiträge verstehen, welche nur Zweiteilchenzustände als Zwischenzustände besitzen. So sind z.B. bei den Z-Graphen die Mesonemissions- und Photoabsorptions-Vertices klar getrennt, dennoch zählen wir sie aufgrund der auftauchenden Vielteilchenpropagatoren nicht zu den Zweistufigraphen. Die Zweistufigraphen zeichnen sich vor allem dadurch aus, daß das Matrixelement bzgl. des Zwischenzustands ganz besonders einfach ist. Im übrigen kann man durch das Verwenden von antisymmetrisierten NN - und NR -Zuständen den direkten unverbundenen Graphen automatisch berücksichtigen, siehe Anhang A.2.

Direkte Beiträge

Falls sich der Prozeß in einen Photoabsorptions- und Mesonemissions-Vertex aufspalten läßt, so findet man für die t -Matrix folgende Multipolzerlegung:

$$\begin{aligned}
t_{m'\mu m}(\theta) &= \sum_{L_\gamma, \ell_\gamma^0, L_\eta} \beta_\mu^1(L_\gamma, \ell_\gamma^0) \beta^0(L_\eta) \sum_j \mathcal{M}(L_\gamma, \ell_\gamma^0, L_\eta, j) \\
&\times \frac{1}{2j+1} \langle j_d m, L \mu \mid j(m+\mu) \rangle \langle j_d m', L_\eta 0 \mid j m' \rangle \\
&\times d_{m+\mu, m'}^{[j]}(\theta), \tag{3.57}
\end{aligned}$$

mit den Funktionen β_μ^1 und β^0 :

$$\beta_\mu^1(L, \ell_0) = \frac{\hat{\ell}_0}{\sqrt{4\pi}} \langle \ell_0 0 \ 1 \mu \mid L \mu \rangle, \quad \beta^0(L) = \frac{\hat{L}}{\sqrt{4\pi}}, \tag{3.58}$$

siehe Anhang A.3. L_γ ist die Multipolarität des absorbierten Photons, ℓ_γ^0 ist der Bahndrehimpuls des Photons, $j_d = 1$ der Gesamtdrehimpuls des Deuterons, m ist die Projektion von j_d im Anfangszustand, μ ist der sphärische Index des e.m. Stromoperators, m' ist die Projektion im Endzustand, j der Gesamtdrehimpuls des intermediären Zustands und L_η ist der Bahndrehimpuls des auslaufenden Mesons.

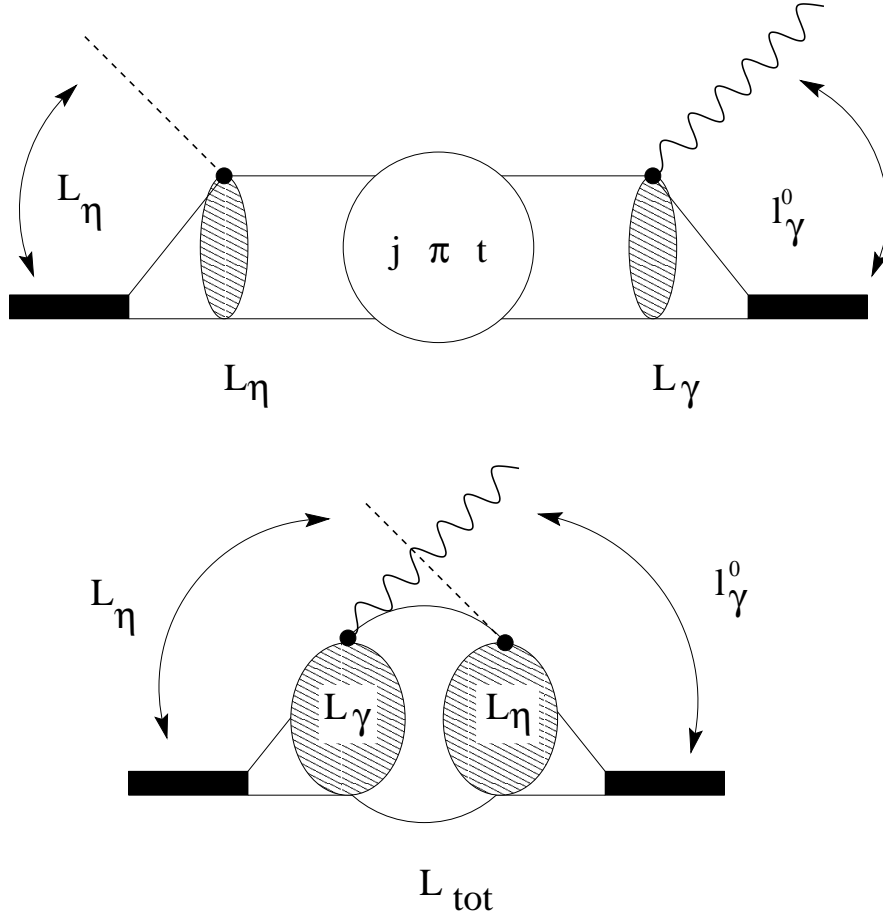


Abb. 3.14: Graphische Veranschaulichung der beiden Multipolierungsschemata.

Die Multipole \mathcal{M} der Zweistufenprozesse haben folgende Struktur:

$$\mathcal{M}(L_\gamma, \ell_\gamma^0, L_\eta, j) = \sum_{s\ell} \int_0^\infty dp p^2 \mathcal{V}_{nd \leftarrow NX}^{L_\eta}(p) G_{NX}(p) \mathcal{V}_{NX \leftarrow \gamma d}^{L_\gamma, \ell_\gamma^0}(p), \quad (3.59)$$

wobei p der Nukleonenrelativimpuls ist. s und ℓ sind der Gesamtspin und -bahndrehimpuls des Zwischenzustands. Die Größen \mathcal{V}^L sind die zur Multipolarität L beitragenden Vertexstrukturen und $G_{NX}(p)$ bezeichnet den (u.U. gedrehten) Propagator des Zwischenzustands. Die Multipolzerlegung des e.m. Vertex $\mathcal{V}_{NX \leftarrow \gamma d}^{L_\gamma, \ell_\gamma^0}(p)$

ist folgenderweise definiert:

$$\mathcal{V}_{NX \leftarrow \gamma d}^{L_\gamma, \ell_\gamma^0}(p) := \langle NX(p); (\ell s)j, \pi; t 0 \mid \Theta^{L_\gamma, \ell_\gamma^0}(q) \mid d(\vec{p} - \frac{1}{2}\vec{q}, -\vec{q}); j_d \rangle. \quad (3.60)$$

Die Größe $\Theta^{L_\gamma, \ell_\gamma^0}(q)$ hängt mit dem e.m. Stromoperator $\vec{j}^{[1]}$ folgenderweise zusammen:

$$\Theta^{L_\gamma, \ell_\gamma^0}(q) := \left[Y_{\ell_\gamma^0}(\hat{q}) \times \vec{j}^{[1]}(\vec{q}) \right]^{L_\gamma}. \quad (3.61)$$

Die Größe $\Theta^{L_\gamma, \ell_\gamma^0}(q)$ ist sozusagen die Projektion von $\vec{j}^{[1]}$ auf Operatorstrukturen definierter Multipolarität.

Für den hadronischen Emissionsvertex findet man auf vollkommen analoge Weise:

$$\mathcal{V}_{\eta d \leftarrow NX}^{L_\eta}(p) := \langle d(\vec{p} - \frac{1}{2}\vec{k}, -\vec{k}); j_d \mid \Theta^{L_\eta}(k) \mid NX(p); (\ell s)j, \pi; t 0 \rangle, \quad (3.62)$$

wobei für $\Theta^{L_\eta}(k)$ gilt:

$$\Theta^{L_\eta}(k) := \left[Y_{L_\eta}(\hat{k}) \times \rho^{[0]}(\vec{k}) \right]^{L_\eta}. \quad (3.63)$$

Der Operator $\rho^{[0]}(\vec{k})$ ist die Vertexstruktur des Emissionsprozesses und ist bei der Produktion skalarer bzw. pseudoskalarer Mesonen ein Tensor der Stufe 0 und besitzt somit hinsichtlich der numerischen Umsetzung die Struktur einer e.m. Ladungsdichte.

Bei der Multipolzerlegung taucht als technisches Hindernis die Deuteronwellenfunktion zu einem verschobenen Impulsargument auf. Hierfür benötigt man die Kugelflächenfunktionen zu einem verschobenen Argument, siehe Anhang A.6. Für den multipolierten e.m. Vertex erhält man:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{NX \leftarrow \gamma d}^{L_\gamma, \ell_\gamma^0}(p) &= \sum_{\ell_d A \Lambda \tilde{\ell}_p \tilde{\ell}_q} \omega_{\ell_d \Lambda}^{A; -}(p, \frac{q}{2}) \Omega_{A \Lambda}^{\tilde{\ell}_p \tilde{\ell}_q \ell_d} \\ &\times \langle p; (\ell s)j \mid \left[Y_{\ell_\gamma^0}(\hat{q}) \times \vec{j}^{[1]}(\vec{q}) \right]^{L_\gamma} \mid \left[[\sigma_1 \sigma_2]^{s_d} \times [\tilde{\ell}_p \tilde{\ell}_q]^{\ell_d} \right]^{j_d} \rangle, \end{aligned} \quad (3.64)$$

wobei q der Betrag des Photonimpulses ist. Für MECs sieht die Multipolzerlegung etwas komplizierter aus, gestaltet sich aber vollkommen analog.

Es ergibt sich für die hadronischen Vertices:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{\eta d \leftarrow NX}^{L_\eta}(p) &= \sum_{\ell_d A \Lambda \tilde{\ell}_p \tilde{\ell}_k} \omega_{\ell_d \Lambda}^{A; -}(p, \frac{k}{2}) \Omega_{A \Lambda}^{\tilde{\ell}_p \tilde{\ell}_k \ell_d} \\ &\times \langle \left[[\sigma_1 \sigma_2]^{s_d} \times [\tilde{\ell}_p \tilde{\ell}_k]^{\ell_d} \right]^{j_d} \mid \left[Y_{L_\eta}(\hat{k}) \times \rho^{[0]}(\vec{k}) \right]^{L_\eta} \mid p; (\ell s)j \rangle. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Die Größen $\omega_{\ell_d \Lambda}^{A; \pm}(p, q)$ sind die wie folgt definierten Multipole der Deuteronwellenfunktion:

$$\omega_{\ell_d \Lambda}^{A; \pm}(p, q) := \begin{cases} 1 & \text{für das Vz. +} \\ (-)^A & \text{für das Vz. -} \end{cases} \frac{2\Lambda + 1}{2} \int_{-1}^{+1} dx \frac{p^{\ell_d - A} q^A}{Q^{\ell_d}} u_{\ell_d}(Q) P_{\Lambda}(x) \quad (3.66)$$

mit $\vec{Q} := \vec{p} \pm \vec{q}$, $Q := |\vec{Q}|$.

Der Geometrikoeffizient $\Omega_{A\Lambda}^{\tilde{\ell}_p \tilde{\ell}_q \ell_d}$ ergibt sich dabei durch Drehimpulsalgebra zu:

$$\Omega_{A\Lambda}^{\tilde{\ell}_p \tilde{\ell}_q \ell_d} := (-)^{\tilde{\ell}_p + A} \frac{\hat{\ell}_d}{\sqrt{4\pi}} (2\tilde{\ell}_p + 1)(2\tilde{\ell}_q + 1) \sqrt{\frac{(2\ell_d)!}{(2A)!(2(\ell_d - A))!}} \times \begin{Bmatrix} \tilde{\ell}_q & \tilde{\ell}_p & \ell_d \\ \ell_d - A & A & \Lambda \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda & \ell_d - A & \tilde{\ell}_p \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda & A & \tilde{\ell}_q \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.67)$$

Die oben definierten Multipole \mathcal{M} lassen sich leicht nach elektrischen und magnetischen Beiträgen klassifizieren. Die e.m. Multipolstrahlung überträgt die Parität

$$\pi_{\gamma} = (-)^{\ell_{\gamma}^0 + 1} \quad (3.68)$$

auf das Deuteron. Hierbei gilt für elektrische bzw. magnetische Multipole folgende Auswahlregel:

$$\pi_{\gamma} = \begin{cases} (-)^{L_{\gamma}} & \Leftrightarrow L_{\gamma} = \ell_{\gamma}^0 \pm 1 \text{ für elektrische Übergänge,} \\ (-)^{L_{\gamma} + 1} & \Leftrightarrow L_{\gamma} = \ell_{\gamma}^0 \text{ für magnetische Übergänge.} \end{cases} \quad (3.69)$$

Zu vorgegebenen Quantenzahlen ℓ_{γ}^0 und L_{γ} läßt sich also der elektromagnetische Charakter – elektrisch oder magnetisch – des Multipols festlegen.

Die Parität π des Zwischenzustands bei einem Zweistufenprozeß ist gegeben durch:

$$\pi = \pi_{\ell} \pi_1 \pi_2 = (-)^{\ell} \pi_1 \pi_2, \quad (3.70)$$

wobei π_1 und π_2 die inneren Paritäten der beiden Teilchen im Zwischenzustand sind und ℓ der Gesamtbahndrehimpuls des Zwischenzustands. Es ergeben sich somit folgende Paritätsauswahlregeln:

$$\begin{aligned} \pi_d \pi_{\gamma} \pi &= 1 \Rightarrow (-)^{\ell + \ell_{\gamma}^0} = -\pi_1 \pi_2, \\ \pi(\pi_{L_{\eta}} \pi_{\eta}) \pi_d &= 1 \Rightarrow (-)^{\ell + L_{\eta}} = -\pi_1 \pi_2. \end{aligned} \quad (3.71)$$

Gekreuzte Beiträge

Falls sich der betrachtete Graph nicht in einen Zweistufenprozeß zerlegen läßt, so ist die oben vorgestellte Multipolentwicklung nicht mehr anwendbar. Vielmehr

findet man folgende Zerlegung nach Multipolen, siehe Anhang A.5:

$$\begin{aligned}
t_{m'\mu m}(\theta) &= \sum_{L_\gamma, \ell_\gamma^0} \beta_\mu(L_\gamma, \ell_\gamma^0) \sum_{L_\eta, m_\eta, L_{tot}} \frac{\hat{L}_\eta}{\sqrt{4\pi}} \delta_\mu(L_\gamma, L_\eta, L_{tot}) \mathcal{M}(L_\gamma, \ell_\gamma^0, L_\eta, L_{tot}) \\
&\times \frac{1}{\hat{j}_d} \langle j_d m, L_{tot}(\mu + m_\eta) \mid j_d(m + \mu + m_\eta) \rangle \\
&\times \langle L_\gamma \mu, L_\eta m_\eta \mid L_{tot}(\mu + m_\eta) \rangle d_{m_\eta, 0}^{[L_\eta]}(\theta) d_{m+\mu+m_\eta, m'}^{[j_d]}(\theta), \quad (3.72)
\end{aligned}$$

wobei die Funktion δ_μ folgenderweise definiert ist:

$$\delta_\mu(L_\gamma, L_\eta, L_{tot}) = \frac{\hat{L}_\eta}{\sqrt{4\pi}} \langle L_\gamma \mu L_\eta 0 \mid L_{tot} \mu \rangle. \quad (3.73)$$

L_{tot} ist die Tensorstufe des gekoppelten Operators, m_η die Projektion des Mesonemissionsoperators der Stufe L_η . Letztere wird sozusagen durch die Wignerfunktion $d_{m_\eta, 0}^{[L_\eta]}(\theta)$ auf den physikalischen Wert 0 gedreht.

Diese Zerlegung in Gl. (3.72) ist wesentlich komplizierter als die des Zweistufenprozesses in Gl. (3.57). Dies liegt unter anderem daran, daß die Multipolzerlegungen der Deuteronwellenfunktion im Anfangs- und Endzustand sich nicht mehr separieren lassen. Die Einstufengraphen, also z.B. der Vektormeson-Graph (VM) oder die Z-Graphen, sind also bereits schon zu komplex, um durch Rückstreuungseffekte modifiziert werden zu können. Rückstreumechanismen lassen sich nur in die Zweistufengraphen auf einfache Weise einbauen. Dies ist bedingt durch den einfachen Zweiteilchen-Zwischenzustand, da es beispielsweise gleichgültig ist, ob die Nukleonen, bevor sie die Rückstreumechanismen durchlaufen, zu einem komplizierten MEC-Graphen gehören oder nur zum einfachen Einteilchen-Strom.

3.2.2 Borngraphen

In Abbildung 3.15 wird eine Übersicht über alle beteiligten Born-Graphen gegeben. Diese entsprechen den in das Zweiteilchensystem eingesetzten elementaren Borngraphen, bis auf die sogenannten unverbundenen Graphen, den unverbundenen Nukleon-Pol-Graphen (NP(u)) und gekreuzten Graphen (NC(u)). Diese beiden Graphen sind streng genommen Zweiteilchen-Graphen, da sie von den Freiheitsgraden beider Nukleonen abhängen. Wir rechnen sie hier aber dennoch nicht zu den Zweiteilchenoperatoren, da sie keine Mesonaustauschmechanismen beinhalten und somit ihre numerische Umsetzung vollkommen analog zu den Einteilchenoperatoren verläuft.

In dieser Arbeit führen wir eine exakte Behandlung der Integration über den Nukleonen-Relativimpuls aus. Hierzu benötigen wir die in den Abschnitten 2.1 und 2.2 in einem allgemeinen Bezugssystem konstruierten elementaren Operatoren

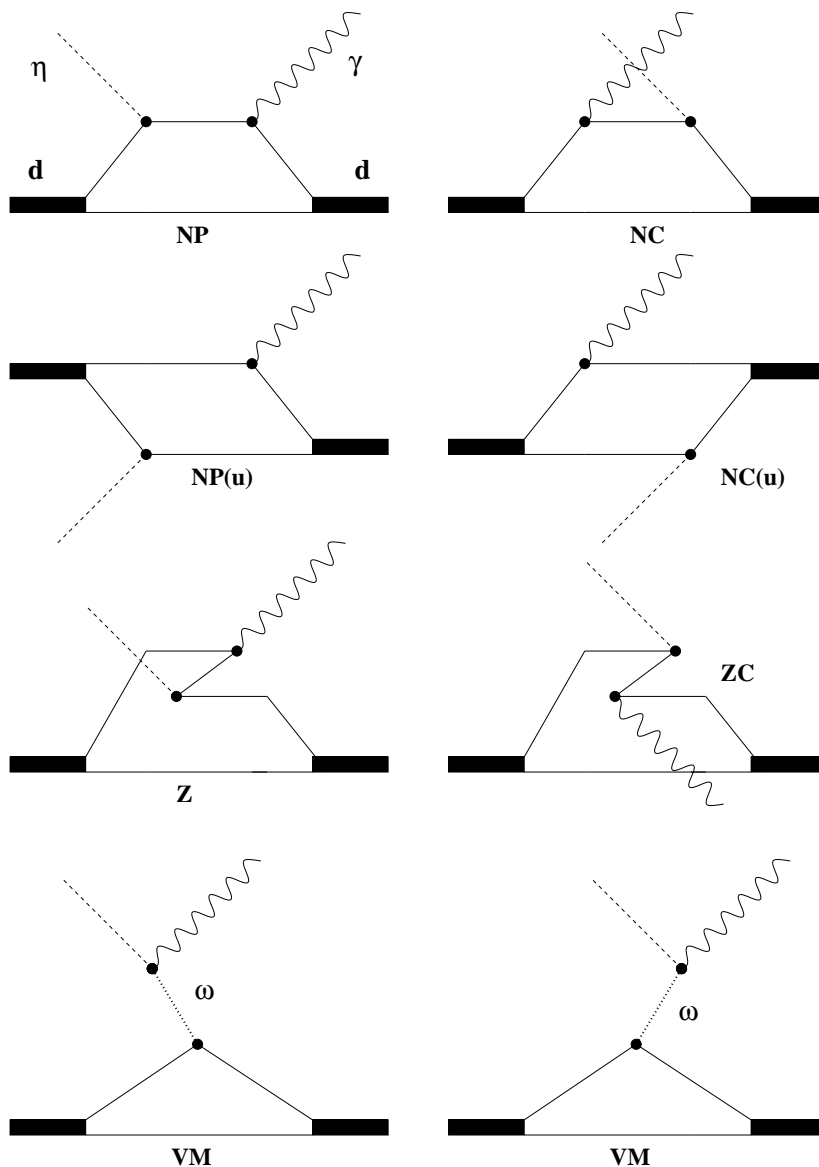


Abb. 3.15: Übersicht über die Borngraphen der kohärenten η -Photoproduktion am Deuteron.

bzw. die zugehörigen Vertices, um die Borngraphen in das Zweinukleonensystem einzubetten. Auch die bei den komplexeren Graphen auftretenden Mehrteilchenpropagatoren, bei dem gekreuzten Z-Graphen beispielsweise sind intermediär 6 Teilchen anzutreffen, stellen keinerlei Schwierigkeiten dar. So muß bei keinem der Graphen eine Approximation vorgenommen werden, um ihn in das Deuteron einzubauen. Einzige technische Komplikation ist, daß bei diesen für den elementaren Prozeß so einfachen Termen hier bereits Graphen auftauchen, die sich nicht in Zweistufenprozesse gliedern lassen, siehe Abschnitt 3.2.1. So stellen sich die Z-Graphen und die Vektormeson-Graphen als sehr rechenintensiv dar.

3.2.3 Resonanzbeiträge und Subenergie-Approximation

Unter der Subenergie-Approximation versteht man die Zuordnung einer Energie W_{sub} zu einem Subsystem des betrachteten, gebundenen nuklearen Systems. Sowohl bei dem gedressten Nukleon-Resonanz-Propagator als auch bei den effektiven e.m. Resonanzkopplungen wurde bei der Deuteronreaktion aus Gründen der Praktikabilität die Subenergie-Approximation verwendet, um die Energie der Resonanz bzw. des γN -Subsystems festzulegen.

Die Energie eines Subsystems innerhalb einer nicht-relativistischen Theorie ist aber gar nicht definiert. Dieses Problem tritt schon in der klassischen Physik auf, wenn man z.B. die Hamiltonfunktion für zwei wechselwirkende Teilchen betrachtet:

$$H(\vec{q}_1, \vec{p}_1, \vec{q}_2, \vec{p}_2) = \frac{\vec{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\vec{p}_2^2}{2m_2} + V(\vec{q}_1, \vec{q}_2) \neq H(\vec{q}_1, \vec{p}_1) + H(\vec{q}_2, \vec{p}_2). \quad (3.74)$$

Die Hamiltonfunktion läßt sich bei einer nicht-trivialen Wechselwirkung nicht separieren, sodaß es keinen Sinn macht, von der Energie des Teilchens No. 1 oder 2 zu sprechen, da man dann eine willkürliche Aufteilung der potentiellen Energie $V(\vec{q}_1, \vec{q}_2)$ vornehmen müsste.

Jede Funktion $W_{sub}(\vec{p}, W)$, für die der Propagator des γN -Subsystems bzw. der Nukleon-Resonanz im Limes $|\vec{p}| \rightarrow 0$ gegen den korrekten Vielteilchenpropagator konvergiert, kommt als mögliche Wahl für die Subenergie bei der hier betrachteten Reaktion in Frage, da die kohärente η -Produktion von kleinen Nukleonrelativimpulsen dominiert wird:

$$\begin{aligned} G_0^{NR}(\vec{p}, W) &= \frac{1}{W - m_N - \frac{\vec{p}^2}{2m_N} - m_R^0 - \frac{\vec{p}^2}{2m_R^0} + i\epsilon} \\ &\stackrel{!}{=} G_0^R(W_{sub}) = \frac{1}{W_{sub} - m_R^0 + i\epsilon}. \end{aligned} \quad (3.75)$$

Wir verwenden in dieser Arbeit folgende einfache, nicht-relativistische Form für $W_{sub}(\vec{p}, W)$ bei Anregung der Resonanz R :

$$W_{sub}(\vec{p}, W) = W - m_N - \left(\frac{1}{2m_N} + \frac{1}{2m_R^0} \right) \vec{p}^2. \quad (3.76)$$

Diese Wahl der Subenergie wird als spectator-on-shell-Wahl bezeichnet, da das zuschauende Nukleon auf seine Massenschale gesetzt wird. Falls für hohe Nukleonrelativimpulse $W_{sub} < m_N + m_\pi$ wird, setzen wir $W_{sub} \equiv m_R^{phys}$. Dies stellt einen typischen Mittelwert für W_{sub} dar, ist aber eine unstetige Subenergiefunktion. Alternativ könnte man auch W_{sub} stetig (aber nicht differenzierbar) fortsetzen mit $W_{sub} = m_N + m_\pi$, unabhängig von der Resonanz. In beiden Fällen setzt man

aber die Energie des γN -Subsystems in unphysikalische Bereiche fort, d.h. der elementare Prozess, an dem die Modell-Parameter festgelegt wurden, ist für die invarianten Massen $W_{sub} < m_N + m_\pi$ gar nicht mehr möglich. Bei Prozessen, für die große Relativimpulse wichtig sind, muß die Subenergie-Approximation aufgegeben werden.

Für eine Diskussion anderer Subenergie-Funktionen verweisen wir auf die Arbeit von E. Breitmoser [Bre95, BA97]. Dort wird auch die Abhängigkeit der Observablen von der Wahl der Subenergie diskutiert.

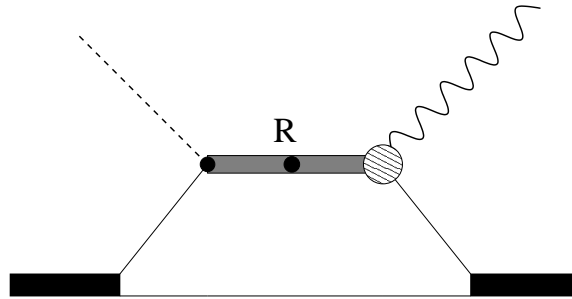


Abb. 3.16: Direkter Resonanzgraph mit energieabhängigem Propagator und energieabhängiger e.m. Kopplung.

Mit Hilfe dieser Festsetzung der Resonanzenergie lassen sich die Resonanzeigenschaften aus dem Modell von Bannhild und Tanabe [BT91] direkt in das Zweinukleonensystem einbauen, und zwar sowohl die hadronischen als auch elektromagnetischen Eigenschaften, siehe Abb. 3.16.

3.2.4 Elektromagnetische Zweiteilchen-Beiträge

Neben den oben eingeführten e.m. Strömen existieren aber auch Beiträge, die nicht durch den Einbau von Einteilchen-Graphen in das Deuteron generiert werden können. Solche weiteren Beiträge müssen existieren, da dies die formale Eichinvarianzbedingung verlangt, die man in Einteilchen- ([1]) und Zweiteilchenbeiträge ([2]) zerlegen kann:

$$\begin{aligned}
 [T + V^{[2]}, \rho] &= \vec{q} \cdot \vec{j}, \\
 \Rightarrow [T, \rho^{[1]}] &= \vec{q} \cdot \vec{j}^{[1]}, \\
 \Rightarrow [T, \rho^{[2]}] + [V^{[2]}, \rho^{[1]}] &= \vec{q} \cdot \vec{j}^{[2]}.
 \end{aligned} \tag{3.77}$$

Falls also ein Modell eine hadronische Zweiteilchen-Wechselwirkung $V^{[2]}$ enthält, welche nicht mit $\rho^{[1]}$ kommutiert, dann müssen auch e.m. Zweiteilchenströme $\vec{j}^{[2]}$

existieren, um die Eichinvarianz zu gewährleisten. In unserem Modell berücksichtigen wir die statischen Pion- und Eta-Austauschströme, siehe z.B. [Göl91]:

$$\begin{aligned} \vec{j}_B^{stat. MEC} = & -\frac{1}{4m_N} \left(\frac{g_{BNN}}{2m_N} \right)^2 \omega_\gamma(\vec{q}) \frac{1}{(2\pi)^3 \omega_B^2} \left((1 - \tilde{\mu}) \{ \vec{\Omega}_B, \hat{e}_1 \} \right. \\ & \left. + 2(1 - \gamma) \{ \vec{\Omega}_B, \hat{\kappa}_1 \} \right) \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \cdot \left(\vec{k} - \frac{1}{2} \vec{q} \right) + (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \quad (3.78)$$

wobei \vec{q} den Photonimpuls darstellt und \vec{k} an dieser Stelle den durch den Mesonaustausch bedingten Impulsübertrag auf die Relativbewegung bezeichnet, für den Mesonimpuls gilt $\vec{k}_{mes} = \vec{k} - \frac{1}{2} \vec{q}$. Zur ausführlichen Erklärung der unitären Parameter $\tilde{\mu}$ und γ siehe [GA92, RGWA98]. Wir möchten die MECs konsistent zu den Bonn-Potentialen wählen. Um in führender Ordnung mit den OBEPQ-A,B,C-Potentialen konsistent zu sein, müssen wir $\tilde{\mu} = -1$ und $\gamma = 1$ setzen, wie von H. Göller explizit nachgeprüft wurde [Göl91, GA92]. Diese Wahl der Parameter entspricht einer modifizierten ps-Kopplung, da in der Arbeit von R. Machleidt [Mac89] ein pseudoskalarer Ansatz für die Pion-Nukleon-Wechselwirkung gemacht und ein voll-relativistischer Ausdruck für das zugehörige Wechselwirkungs-Potential abgeleitet wird, jedoch für die kinetische Energie aufgrund der Blankenbecker-Sugar-Reduktion der Bethe-Salpeter-Gleichung die nichtrelativistische Form verwendet wird.

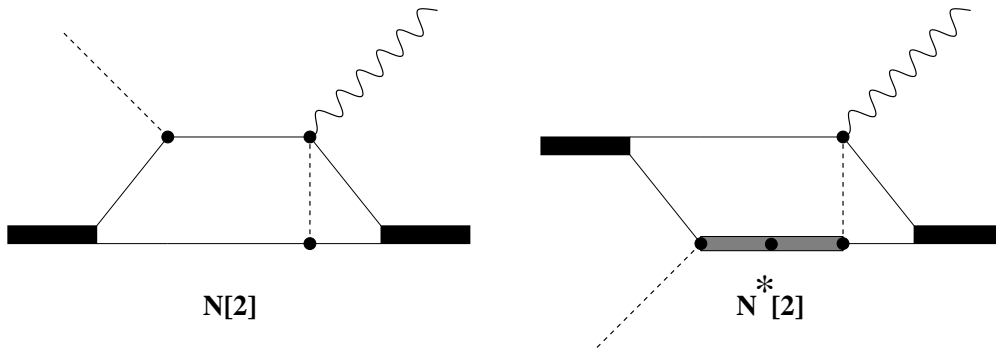


Abb. 3.17: Nukleonischer ($N[2]$) und resonanter ($N^*[2]$) Kontakt-MEC-Graph. Letzterer taucht in unserem Modell nicht auf.

Diese Mesonaustauschströme müssen Kontaktgraphen sein, siehe Abbildung 3.17, da die Flugströme rein isovektoriell sind. Die führenden Terme des pionischen Austauschstroms sind isovektoriell, diese Terme wurden in Gl. (3.78) weggelassen, somit sind die hier betrachteten MECs in einer formalen p/m_N -Entwicklung bereits von relativistischer Ordnung. Der resonante S_{11} -MEC taucht in unserem rein nicht-relativistischen Ansatz für die Nukleon- S_{11} -Wechselwirkung nicht auf, siehe auch Abschnitt 3.1.2.

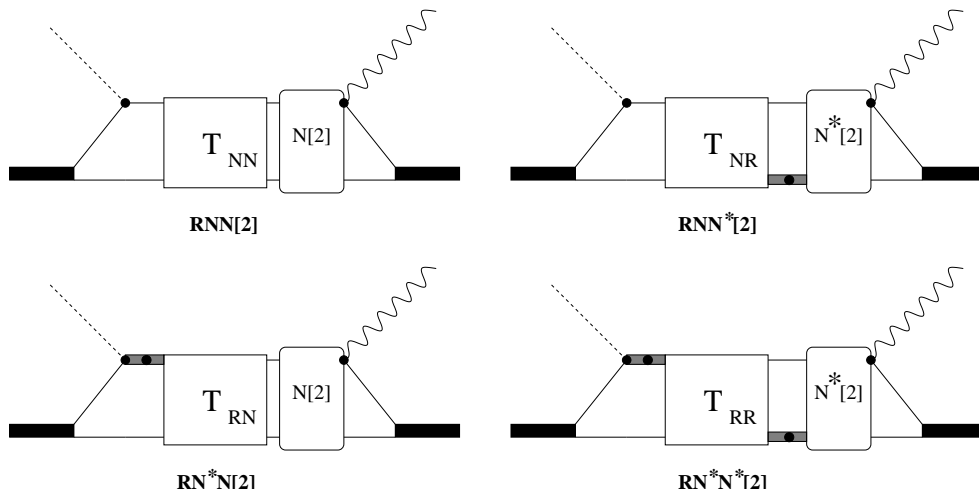


Abb. 3.18: „Verzahnung“ der MEC- und der hadronischen Zweiteilchengraphen: Nukleonischer und resonanter MEC-Graph mit hadronischen Rückstreumechanismen.

Die e.m. Austauschströme sind natürlich von den hadronischen Rückstreumechanismen vollständig entkoppelt. Deswegen müssen bei den nukleonischen und resonanten MECs, die in einem NN - bzw. NR -Zwischenzustand enden, auch die hadronischen Rückstreumechanismen hinzuaddiert werden, siehe Abbildung 3.18. Dieses bereitet keinerlei technische Schwierigkeiten.

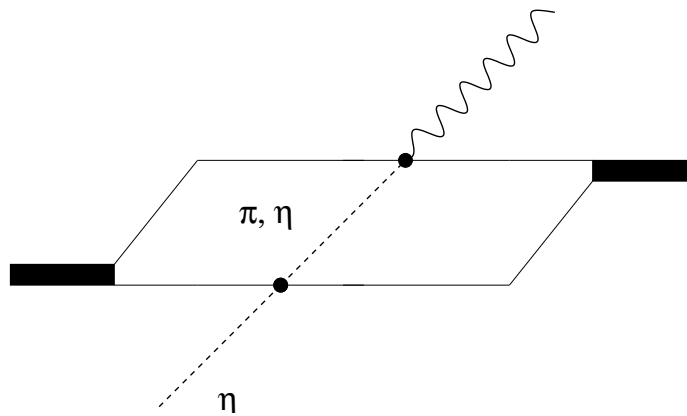


Abb. 3.19: Rückstreuung am Zuschauernukleon.

Ein weiterer Zweiteilchenbeitrag wäre denkbar, bei dem durch das Photon direkt ein Meson am ersten Nukleon (π oder η) erzeugt wird, welches dann am zweiten Nukleon das η -Meson „herausschlägt“, siehe Abb. 3.19. Wir möchten diesen Graph als Rückstreuung am Zuschauernukleon bezeichnen, obwohl natürlich auch jeder andere Mesonaustauschmechanismus beide Nukleonen involviert. Um die-

sen Graph zu berechnen müsste die $\pi\eta NN$ - und $\eta\eta NN$ -Kontakt-Wechselwirkung durch die Lagrangedichte $\mathcal{L}_{NNB_1B_2}$ spezifiziert werden. Der einfachste Ansatz hierfür wäre sicher:

$$\mathcal{L}_{NNB_1B_2} = \lambda \bar{\Psi}_N \phi_{B_1} \phi_{B_2} \Psi_N, \quad B_1, B_2 \in \{\pi, \eta\}. \quad (3.79)$$

Die Rückstreuung am Zuschauernukleon unterscheidet sich vor allem durch die Propagatorstruktur von den übrigen betrachteten nukleonischen MEC-Graphen. Allerdings ist es extrem unwahrscheinlich, daß dieser Graph wesentlich größer ist als die übrigen Zweiteilchengraphen, denn diese werden durch das Produkt der impuls-verschobenen Deuteronwellenfunktionen im Anfangs- und End-Zustand unterdrückt. Wir gehen deswegen davon aus, daß dieser Graph von ähnlicher Bedeutung wie die nukleonischen Mesonaustausch-Ströme sind, welche sich als sehr kleine Beiträge erweisen werden, siehe Abschnitt 3.4.1. Deswegen berücksichtigen wir die oben aufgeführte Kontakt-Wechselwirkung nicht in unserem Modell.

Falls man von einem nicht rein-resonanten hadronischen Modell startet, hätte dieser Graph genau dann eine „Lebensberechtigung“, wenn man zur Beschreibung der pion-induzierten η -Mesonproduktion solche kontaktartigen $\pi N \rightarrow \eta N$ -Backgroundterme benötigt.

3.2.5 Eichinvarianz und Unitarität

Generell ist es aufwendig, bei Rechnungen an Mehrteilchensystemen die Eichinvarianzbedingung oder die Unitarität zu überprüfen. Eine vollkommen konsistente Lösung einer dynamischen Gleichung erfüllt per se die Unitaritätsrelation, allerdings ist die tatsächliche Lösung einer solchen Gleichung praktisch sehr schwierig. Somit ist man zu Abstrichen bei der konkreten Realisierung gezwungen. In dem hier vorgestellten Modell für das Zweinukleonensystem existiert nur eine perturbative Ankopplung an den ηd -Kanal. Um eine dynamische Ankopplung an diesen Kanal zu erreichen muß $V_{QQ} \neq 0$ gesetzt werden, was aber zu Selbstkonsistenzproblemen führt, siehe Beginn des Kapitels 3. Ein weiteres Problem stellt der Zweipion-Kanal dar, den wir nur näherungsweise über die Zweipionbreiten der Resonanzen berücksichtigen, da eine dynamische Behandlung der Reaktionen $\gamma N \rightarrow \pi\pi N$ bzw. $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ außerordentlich schwierig ist, siehe z.B. [Sch00].

Man könnte die Unitarität auch numerisch überprüfen. Hierzu benötigt man die on-shell-Matrixelemente der gesamten T -Matrix, d.h. die T -Matrizen T_{if} aller möglichen Reaktionen $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ mit allen Zuständen $|i\rangle, |f\rangle$, an welche das betrachtete dynamische Modell koppelt. Es reicht nicht aus, nur die T -Matrix der eigentlich betrachteten Reaktion zu untersuchen, denn diese erfüllt i.a. keine Unitaritätsrelation. Obwohl diese Rechnung natürlich prinzipiell möglich ist, stellt dies doch einen in der Praxis unvermeidbaren Mehraufwand dar.

Die Eichinvarianz ist mit ähnlichen Schwierigkeiten behaftet. Diese ließe sich dadurch erreichen, daß man bei allen auftauchenden Graphentypen das Photon minimal ankoppelt. Dies ist in der Praxis nur bei Baum-Graphen auf einfache Weise möglich, bei dynamischen Modellen, bei denen Graphen in beliebiger Ordnung der hadronischen Kopplungen beitragen, ist dies i.a. nicht möglich, siehe z.B. [Hab97]. Man ist dann gezwungen, nur ausgesuchte Klassen von elektromagnetischen Graphen mitzuführen, welche dann in der Regel nicht eichinvariant sind.

Man beachte jedoch in diesem Zusammenhang, daß das Resonanzmodell von Bannhild und Tanabe [BT91] für den elementaren Prozeß aufgrund seiner separablen Struktur bereits eichinvariant ist. Bei der Einbettung der elementaren Operatoren in das Zweinukleonensystem geht die Eichinvarianz verloren, da in dem nuklearen System die off-shell-Matrixelemente der elementaren Graphen eingehen. Die Eichinvarianz im Zweinukleonensystem wird durch Zweiteilchenströme gewährleistet, die wir, bis auf die zu den schweren Mesonen der Bonn-Potentiale gehörigen Ströme, konsistent zu den hadronischen Potentialen konstruiert haben. Die zu den schweren Mesonen gehörigen MECs haben sich in früheren Analysen als vernachlässigbar kleine Beiträge erwiesen, siehe [RGWA98]. Allerdings reichen diese Zweiteilchengraphen – im Gegensatz zur Deuteronphotospaltung – nicht aus, um die Kontinuitätsgleichung für die Mesonproduktionsreaktion $\gamma d \rightarrow \eta d$ zu sichern. Man benötigt zur Erfüllung der Eichinvarianz unbedingt eine Wechselwirkung vom Typ V_{QQ} , da man dann erst durch minimale Ankopplung des Photons sicherstellen kann, daß die e.m. Ladungsdichte- und Stromoperatoren konsistent zu den hadronischen Anfangs- und End-Zuständen sind. Bei einer perturbativen Behandlung des $|\eta d\rangle$ -Zustands, wozu wir hier gezwungen sind, ist dies nicht der Fall.

Betrachtet man zur Illustration ein vereinfachtes hadronisches Modell, in welchem nur ein Potential V_{QQ} existiert, so wäre der Eta-Deuteron-Streuzustand Lösung folgender dynamischer Gleichung

$$(H_0 + V_{QQ}) |\eta d; +\rangle = W |\eta d; +\rangle. \quad (3.80)$$

Das Potential V_{QQ} könnte z.B. rein phänomenologisch als Projektor auf den physikalischen Deuteronzustand angesetzt werden. In Abb. 3.20 wird dieses eichinvariante Modell der kohärenten π^0 - bzw. η -Produktion gezeigt. Es ist offensichtlich, daß die Existenz von V_{QQ} MEC-Operatoren bedingt, welche in Abb. 3.20 exemplarisch dargestellt sind. Man benötigt einen dynamischen $|\eta d\rangle$ -Zustand im übrigen auch, um sicherzustellen, daß man den Kommutator mit dem Hamiltonoperator in der Eichinvarianzbedingung durch den über die Kinematik gegebenen Energieübertrag ersetzen darf. Diese Beiträge sind von uns – ebenso wie in anderen Rechnungen – aufgrund der mit der Einführung von V_{QQ} bedingten Selbstkonsistenzprobleme vernachlässigt worden.

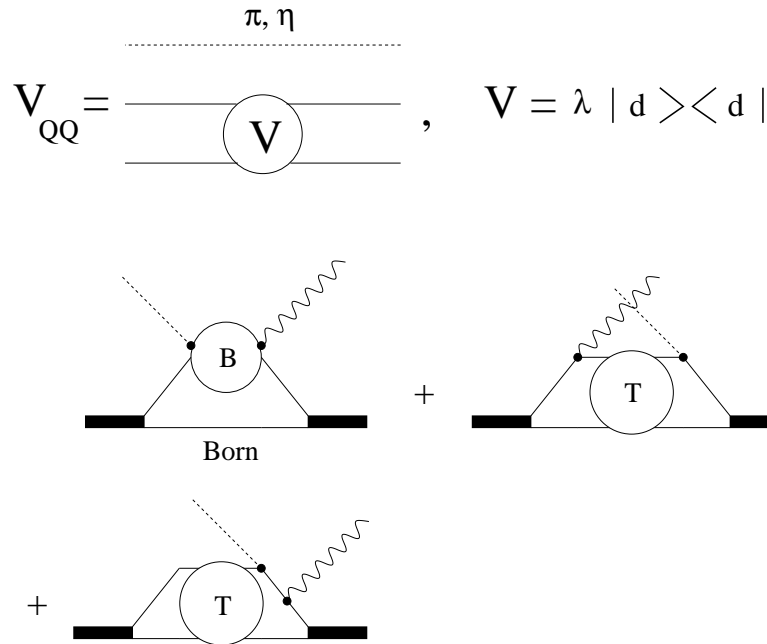


Abb. 3.20: Einfaches eichinvariantes Modell der kohärenten π^0 - bzw. η -Mesonproduktion am Deuteron.

Wir möchten betonen, daß wir in unser Modell des Zweinukleonensystems sämtliche hadronischen Beiträge aufgenommen haben, die von dem gewählten elementaren Operatoren generiert werden. Auf der elektromagnetischen Seite wurden von uns alle e.m. Graphen in der Ein-Photon-Näherung und der führenden Ordnung der hadronischen Kopplungen mitgeführt, welche durch minimale Kopplung in das hadronische Modell entstehen. Somit sind die elementaren Operatoren eichinvariant und die von uns betrachteten Meson-Austausch-Ströme sind konsistent zu den hadronischen Potentialen. Es ist davon auszugehen, daß damit die bedeutsamsten hadronischen und e.m. Mechanismen erfasst werden und somit die formale Verletzung der Eichinvarianz und der Unitaritätsrelation im Zweinukleonensystem zu keinerlei großen Auswirkungen auf die Observablen der Eta-Produktion führt.

3.3 Definition der Observablen

Wir möchten in diesem Abschnitt die Definition der einfachsten Observablen der kohärenten Photo- η -Mesonproduktion am Deuteron angeben. Diese sind von der Struktur her identisch mit denen der Pion-Photoproduktion am Deuteron, siehe z.B. [WA95]. Wir geben die expliziten Formeln an dieser Stelle der Vollständigkeit halber an. Interessanterweise läßt sich das Observablenkonzept der kohärenten η -Mesonproduktion quasi ohne Modifikation aus demjenigen der Photospaltung [Are88] gewinnen. Die Photospaltung als „reiner“ Zweiteilchenprozeß ist der

kohärenten Produktion sehr viel ähnlicher als der inkohärente Prozeß – die Reaktion mit Deuteronauflbruch, die durch den Dreiteilchen-Endzustand eine ganz andere Struktur besitzt.

Wir wählen unser Bezugssystem so, daß der Photonimpuls in Richtung der z -Achse liegt. Diese Achse wird im folgenden als Quantisierungsachse verwendet. Die Richtung der x -Achse wird mit Hilfe der Photon-Polarisation festgesetzt. Für die Dichtematrix des reellen Photons gilt:

$$\rho_{\lambda\lambda'}^\gamma = \frac{1}{2} \left(\delta_{\lambda\lambda'} + \vec{P}^\gamma \cdot \vec{\sigma}_{\lambda\lambda'} \right), \quad (3.81)$$

wobei \vec{P}^γ die Polarisation des Photons ist. $P_c^\gamma := P_z^\gamma$ ist dabei ein Maß für die zirkulare Polarisation des Lichts, $P_\ell^\gamma := \sqrt{(P_x^\gamma)^2 + (P_y^\gamma)^2}$ ist der lineare Polarisationsgrad der einfallenden Photonen. Wir wählen die x -Achse so, daß die Polarisation in Richtung dieser Achse maximal ist, d.h. $P_x^\gamma = -P_\ell^\gamma$.

Für die Dichtematrix des Targets, also des i.a. polarisierten Deuterons, setzen wir folgendes an:

$$\begin{aligned} \rho_{m'm}^d &= \langle 1 m' | \rho^d | 1 m \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} (-)^{1-m'} \sum_{I=0}^2 \sum_{M=-I}^I \hat{I} \begin{pmatrix} 1 & 1 & I \\ m & -m' & M \end{pmatrix} P_{IM}^d, \end{aligned} \quad (3.82)$$

wobei die acht Orientierungsparameter P_{IM}^d eingeführt wurden ($P_{00}^d := 1$). Bisher können nur Experimente realisiert werden, bei denen das Deuteron entlang einer Achse \vec{d} polarisiert wird. Dann existieren nur zwei unabhängige Polarisationsparameter P_1^d und P_2^d . Seien p_1 und p_{-1} die Wahrscheinlichkeiten, die Projektionen $m_d = \pm 1$ bzgl. der Achse \vec{d} vorzufinden, so gilt:

$$P_1^d = P_{10}^d = \sqrt{\frac{3}{2}} (p_1 - p_{-1}), \quad (3.83)$$

$$P_2^d = P_{20}^d = \frac{1}{\sqrt{2}} (3(p_1 + p_{-1}) - 2). \quad (3.84)$$

Diese Parameter müssen noch auf die Bezugsachse „gedreht“ werden:

$$P_{IM}^d = P_I^d e^{iM\phi_d} d_{M0}^{[I]}(\theta_d), \quad (3.85)$$

wobei ϕ_d und θ_d die Polarwinkel der \vec{d} -Achse sind, siehe Abb. 3.21.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt läßt sich in folgende Strukturfunktionen zerlegen, welche nur noch vom CM-Streuwinkel θ abhängen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \left[1 + P_\ell^\gamma \Sigma(\theta) \cos(2\phi) + \sum_{I=1,2} P_I^d \left(\sum_{M \geq 0} \left\{ T_{IM}(\theta) \cos(M(\phi_d - \phi)) - \delta_{I,1} \frac{\pi}{2} \right\} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
& + P_c^\gamma T_{IM}^c(\theta) \sin\left(M(\phi_d - \phi) + \delta_{I,1} \frac{\pi}{2}\right) \left. \vphantom{P_c^\gamma} \right\} d_{M,0}^{[I]}(\theta_d) \\
& + P_\ell^\gamma \sum_{M=-I}^I T_{IM}^\ell(\theta) \cos\left(\psi_M - \delta_{I,1} \frac{\pi}{2}\right) d_{M,0}^{[I]}(\theta_d) \left. \vphantom{P_\ell^\gamma} \right] , \tag{3.86}
\end{aligned}$$

mit $\psi_M := M(\phi_d - \phi) + 2\phi$. ϕ und θ sind die Orientierungswinkel der Reaktionsebene. Hierbei bezeichnet $\frac{d\sigma_\Omega}{d\Omega}$ den unpolarisierten Wirkungsquerschnitt, Σ ist die Strahlasymmetrie für linear polarisierte Photonen, die Funktionen T_{IM} sind die Target-Asymmetrien und $T_{IM}^{\ell/c}$ bezeichnen die Strahl-Target-Asymmetrien für linear und zirkular polarisierte Photonen.

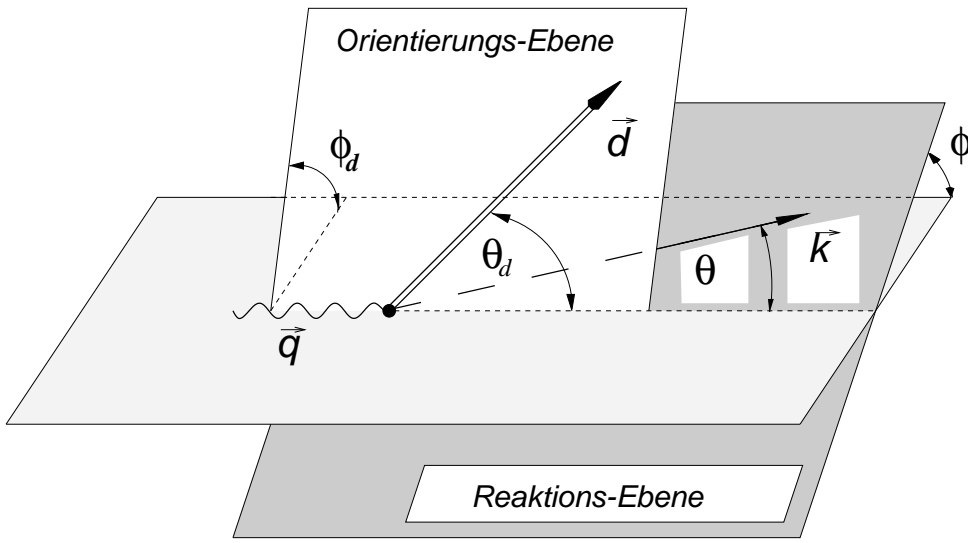


Abb. 3.21: Kinematische Variablen des Mesonproduktionsprozesses.

Die t -Matrix, aus der wir alle Observablen generieren wollen, gewinnt man, wie bereits erwähnt, durch Abseparieren der ϕ -Abhängigkeit der eigentlichen T -Matrix:

$$T_{m'\mu m}(\theta, \phi) = e^{i(\mu+m)\phi} t_{m'\mu m}(\theta). \tag{3.87}$$

Diese t -Matrix besitzt folgende Symmetrie-Eigenschaft:

$$t_{-m'-\mu-m}(\theta) = (-)^{1+m'+\mu+m} t_{m'\mu m}(\theta). \tag{3.88}$$

Um aus t die Strukturfunktionen zu berechnen, konstruieren wir zunächst zwei Hilfsfelder V und W

$$\begin{aligned}
V_{IM} &= \frac{c}{\sqrt{3}} \hat{I} \sum_{m'/m\tilde{m}} (-)^{1+m} \begin{pmatrix} 1 & 1 & I \\ \tilde{m} & -m & M \end{pmatrix} t_{m'1\tilde{m}}^* t_{m'1m}, \\
W_{IM} &= \frac{c}{\sqrt{3}} \hat{I} \sum_{m'/m\tilde{m}} (-)^{1+m'} \begin{pmatrix} 1 & 1 & I \\ \tilde{m} & -m & M \end{pmatrix} t_{m'1\tilde{m}}^* t_{-m'1-m}, \tag{3.89}
\end{aligned}$$

wobei c der kinematische Faktor zwischen Strommatrixelement und T -Matrix ist:

$$c = \frac{1}{16\pi^2} \frac{k}{q} \frac{\sqrt{m_d^2 + q^2} \sqrt{m_d^2 + k^2}}{W^2}. \quad (3.90)$$

Man findet damit für den unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitt und die verschiedenen Strukturfunktionen des differentiellen Wirkungsquerschnitts folgende Ausdrücke:

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = V_{00}, \quad (3.91)$$

$$\Sigma \frac{d\sigma_0}{d\Omega} = -W_{00}, \quad (3.92)$$

$$T_{11} \frac{d\sigma_0}{d\Omega} = 2\mathfrak{I}m V_{11}, \quad (3.93)$$

$$T_{2M} \frac{d\sigma_0}{d\Omega} = (2 - \delta_{M,0}) \mathfrak{R}e V_{2M}, \quad M \in \{0, 1, 2\}, \quad (3.94)$$

$$T_{1M}^c \frac{d\sigma_0}{d\Omega} = (2 - \delta_{M,0}) \mathfrak{R}e V_{1M}, \quad M \in \{0, 1\}, \quad (3.95)$$

$$T_{2M}^c \frac{d\sigma_0}{d\Omega} = 2\mathfrak{I}m V_{2M}, \quad M \in \{1, 2\}, \quad (3.96)$$

$$T_{1M}^\ell \frac{d\sigma_0}{d\Omega} = iW_{1M}, \quad M \in \{0, \pm 1\}, \quad (3.97)$$

$$T_{2M}^\ell \frac{d\sigma_0}{d\Omega} = -W_{2M}, \quad M \in \{0, \pm 1, \pm 2\}. \quad (3.98)$$

3.4 Ergebnisse

In diesem Kapitel stellen wir die numerischen Ergebnisse der Rechnung am Deuteron vor. Dabei diskutieren wir zunächst die Einflüsse der verschiedenen Ingredienzen unseres Modells auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt für vier schwelennahe Photonenergien $E_\gamma^{lab} = 660, 680, 700, 750$ MeV, die Labor-Schwellenenergie der Deuteronreaktion liegt bei 629 MeV. Unser Hauptaugenmerk liegt dabei auf der Bedeutung der Zweiteilchengraphen. Wir verwenden dabei im folgenden für die NN -Wechselwirkung – falls nicht weiter spezifiziert – die OBEPQ-B-Version der Bonn-Potentiale [Mac89]. Die Cutoff-Parameter der Meson-Nukleon-Resonanz-Vertices in den hadronischen Übergang-Potentialen setzen wir einheitlich auf $\Lambda = 1$ GeV. Wir werden im Rahmen unserer Untersuchungen auch die Rückstreuungseffekte für einen Cutoff von $\Lambda = 500$ MeV betrachten, was deutlich schwächeren Übergangspotentialen entspricht. Die NN - und NR -Streuwellen bei der Rückstreuung wurden bis zu einem Gesamtdrehimpuls von $j_{max} = 3$ berücksichtigt.

Wir werden kurz den totalen Wirkungsquerschnitt betrachten. Dabei kann man einen „Lupenmechanismus“ beobachten: Da der differentielle Wirkungsquerschnitt eine sehr ausgeprägte Asymmetrie zwischen Vorwärts- und Rückwärtswinkeln aufweist, haben Effekte, die deswegen im differentiellen Wirkungsquerschnitt scheinbar untergehen, im totalen Wirkungsquerschnitt durchaus sichtbare Auswirkungen. Üblicherweise beobachtet man genau den gegenteiligen Effekt, da in der Regel ausgeprägte Strukturen im differentiellen Wirkungsquerschnitt durch die Integration zum totalen Wirkungsquerschnitt verloren gehen.

Als letztes untersuchen wir eine ausgewählte Polarisationsobservable, nämlich die Strahlasymmetrie Σ , da diese nach dem differentiellen Wirkungsquerschnitt wohl die vermutlich am experimentell zugänglichste Observable ist. Wir wollen dabei wiederum in der Hauptsache die Sensitivität der theoretischen Vorhersagen von Σ auf Zweiteilcheneffekte studieren.

3.4.1 Differentielle Wirkungsquerschnitte

Wir möchten die Diskussion mit den direkten Resonanzbeiträgen beginnen. Der wichtigste resonante Beitrag ist derjenige der S_{11} -Resonanz. Die direkten D_{13} - und P_{11} -Resonanzgraphen erzeugen extrem kleine Effekte und können mit gutem Gewissen vernachlässigt werden, wie in Abb. 3.22 und 3.23 deutlich zu erkennen ist. Dies steht im Einklang mit den Ergebnissen von Knöchlein *et al.* [KDT95]. Dabei ist der Beitrag der Roper-Resonanz ganz besonders klein, was vermutlich mehrere Gründe hat. Zum einen ist bei der P_{11} in unserem Modell die Breite mit mehr als 350 MeV am grössten, auch wegen der starken Ankopplung an den Zweipion-Kanal, siehe Tabelle 2.5, zum anderen sind sowohl die hadronischen als

auch die e.m. Kopplungen der P_{11} kleiner als die des Nukleons, welches dieselben Quantenzahlen trägt. Somit kommt der P_{11} nur eine untergeordnete Rolle zu.

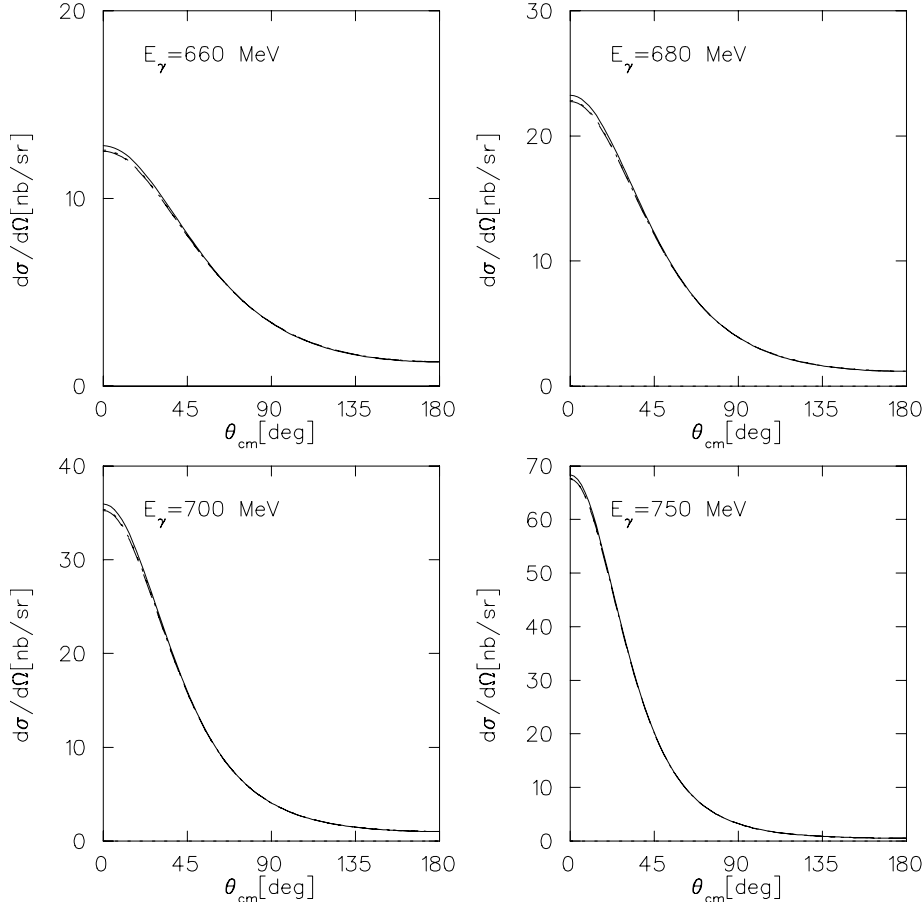


Abb. 3.22: Differentieller Wirkungsquerschnitt der direkten Resonanzbeiträge. Die Beiträge der $P_{11}(1440)$ und der $D_{13}(1520)$ sind vernachlässigbar klein. (Notation der Kurven: strich-punktierter Kurven: $S_{11}(1535)$, gestrichelte Kurven: $S_{11}(1535) + D_{13}(1520)$, volle Kurven: $S_{11}(1535) + D_{13}(1520) + P_{11}(1440)$.)

In Abbildung 3.23 ist der Quotient der differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d\sigma_{S_{11}(1535)}$ dargestellt. Die D_{13} führt zu einer geringfügigen Erhöhung des Wirkungsquerschnitts unter Rückwärtswinkeln und zu einer Absenkung unter Vorwärtswinkeln. Die P_{11} erzeugt im Vergleich zur D_{13} sehr kleine Effekte. Mit wachsender invarianter Masse werden die Effekte der Resonanzen wie zu erwarten kleiner, wie man bereits beim Vergleich der Kinematiken von $E_{\gamma}^{lab} = 660$ MeV bis 750 MeV feststellen kann.

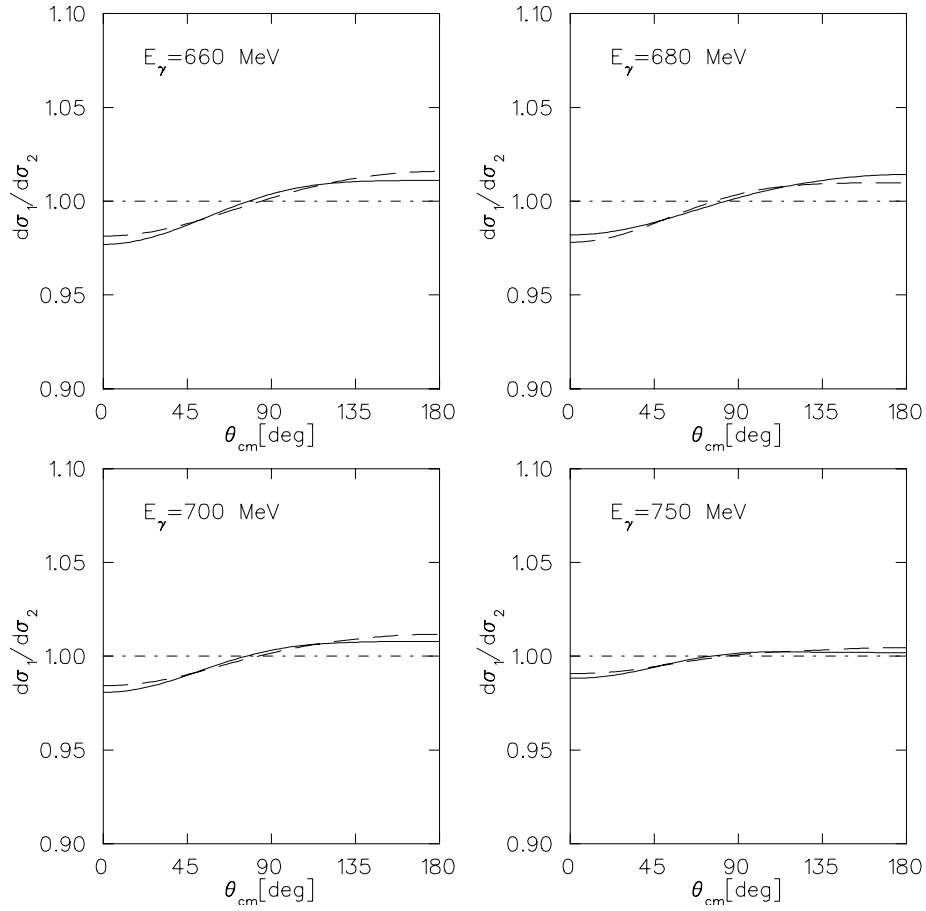


Abb. 3.23: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Resonanzbeiträge relativ zum reinen $S_{11}(1535)$ -Graph. Notation der Kurven: strich-punktierte Kurven: $S_{11}(1535)$ (=1), gestrichelte Kurven: $S_{11}(1535) + D_{13}(1520)$, volle Kurven: $S_{11}(1535) + D_{13}(1520) + P_{11}(1440)$.

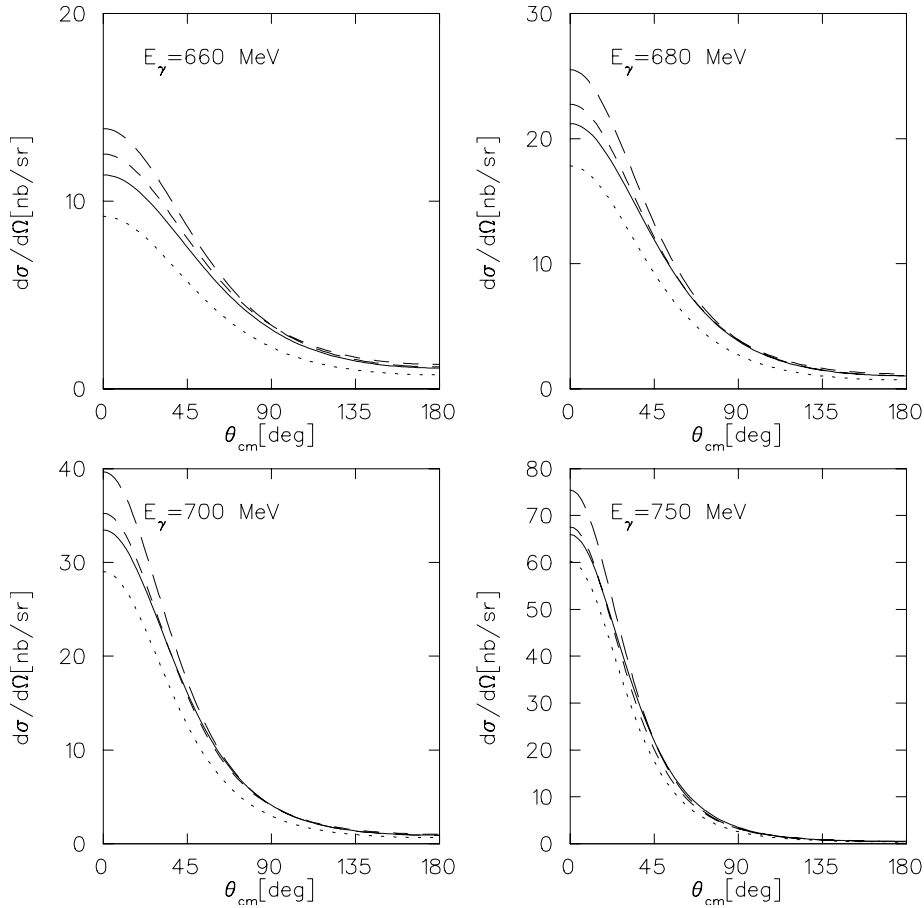


Abb. 3.24: Beiträge der Borngraphen zum differentiellen Wirkungsquerschnitt. Notation der Kurven: kurz-gestrichelte Kurven: direkter Beitrag der $S_{11}(1535)$ + $D_{13}(1520)$ + $P_{11}(1440)$, lang-gestrichelte Kurven: + Beitrag der direkten und gekreuzten nukleonischen Graphen, inklusive der unverbundenen Graphen, gepunktete Kurven: + Beitrag der Z-Graphen, volle Kurven: + Beitrag der ω -Mesongraphen.

In Abbildung 3.24 werden die Beiträge der einzelnen Bornsterme gezeigt. Die Bornsterme des elementaren Modells bestehen aus den direkten und gekreuzten nukleonischen Graphen, sowie den unverbundenen nukleonischen Graphen, den Z- und ω -Meson-Graphen. Wir können an dieser Stelle nicht die Effekte der einzelnen unverbundenen Graphen zeigen, da in unserer Rechnung der Nukleonpolgraph per Antisymmetrisierung auch den unverbundenen Graphen enthält. In der Summe tendieren beide unverbundenen Graphen dazu, sich gegenseitig wegzuheben. Bemerkenswert ist hier die starke destruktive Interferenz zwischen den einzelnen Beiträgen, vor allem zwischen den Z- und Vektormeson-Beiträgen. Dies führt dazu, daß die vollen Kurven in Abb. 3.24 in der Nähe der rein-resonanten Beiträgen (kurz-gestrichelte Kurven) liegen. In einem Modell ohne ω -Meson-Beitrag würden

die Z-Graphen zu einer sichtbaren Reduktion des Wirkungsquerschnitts führen. Insgesamt erzeugen die Bornsterme nur eine leichte Absenkung des Wirkungsquerschnitts unter Vorwärtswinkeln.

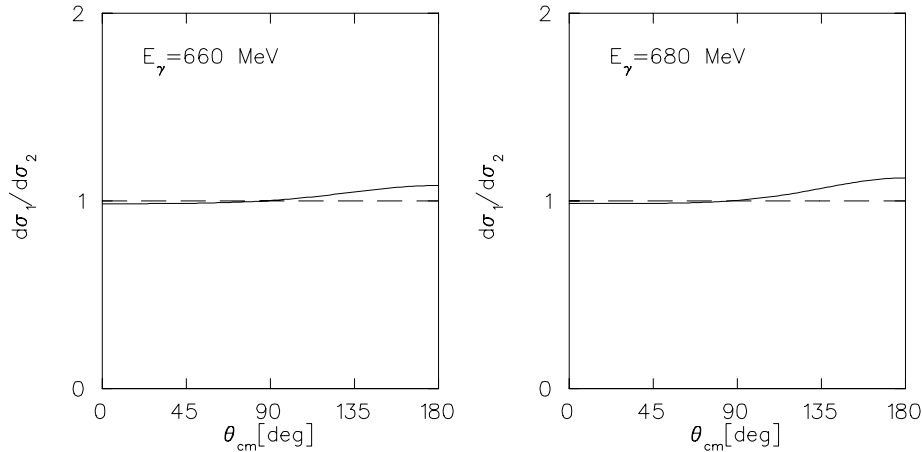


Abb. 3.25: Die Beiträge des pionischen und η -mesonischen Kontakt-MEC sind vernachlässigbar. Notation der Kurven: gestrichelte Kurven: direkte Resonanzbeiträge + Bornsterme (=1), volle Kurven: + statischer nukleonischer π - und η -MEC.

In Abbildung 3.25 sind die Effekte des pionischen und η -mesonischen Kontakt-MEC gezeigt. Beide liefern einen relativ geringen Beitrag zum differentiellen Wirkungsquerschnitt. Dieser kleine Effekt wird dabei nahezu gänzlich durch den π -MEC erzeugt, der η -mesonische Austauschstrom ist extrem klein.

Es hat sich außerdem gezeigt, daß der η -Meson-Austausch prinzipiell – also in allen betrachteten Zweiteilchen-Graphen – gegenüber dem Pionenaustausch unterdrückt ist. Dies würde man auch rein anschaulich wegen der wesentlich grösseren η -Masse erwarten. Das η -Meson als intermediäres Teilchen bei Mesonaustauschprozessen hat als Konkurrent immer das viel leichtere Pion, da hier keinerlei isospinselektierende Mechanismen ins Spiel kommen. Sämtliche Zweiteilchen-Effekte sind also massivst durch den Pionenaustausch dominiert. Die Ergebnisse von Hoshi *et al.* [HHK79], die eine Dominanz des Etas über das Pion bei Austauschprozessen vorhersagen, sind ganz offensichtlich Artefakte der dort gemachten Approximationen. Zu wesentlich kleineren Rückstreuereffekten kamen auch Halderson und Rosenthal [HR89] innerhalb einer perturbativen Behandlung der Rückstreuung.

Abb. 3.26 zeigt die hadronischen Rückstreuereffekte der statischen NS_{11} -Übergang-Potentiale an. Es ergibt sich dabei eine recht drastische Reduktion des Wirkungsquerschnitts von etwa 30–40 % unter Vorwärtswinkeln, unter Rückwärtswinkeln ist die Reduktion extrem ausgeprägt. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist unter Rückwärtswinkeln generell sehr klein und somit sensitiv auf

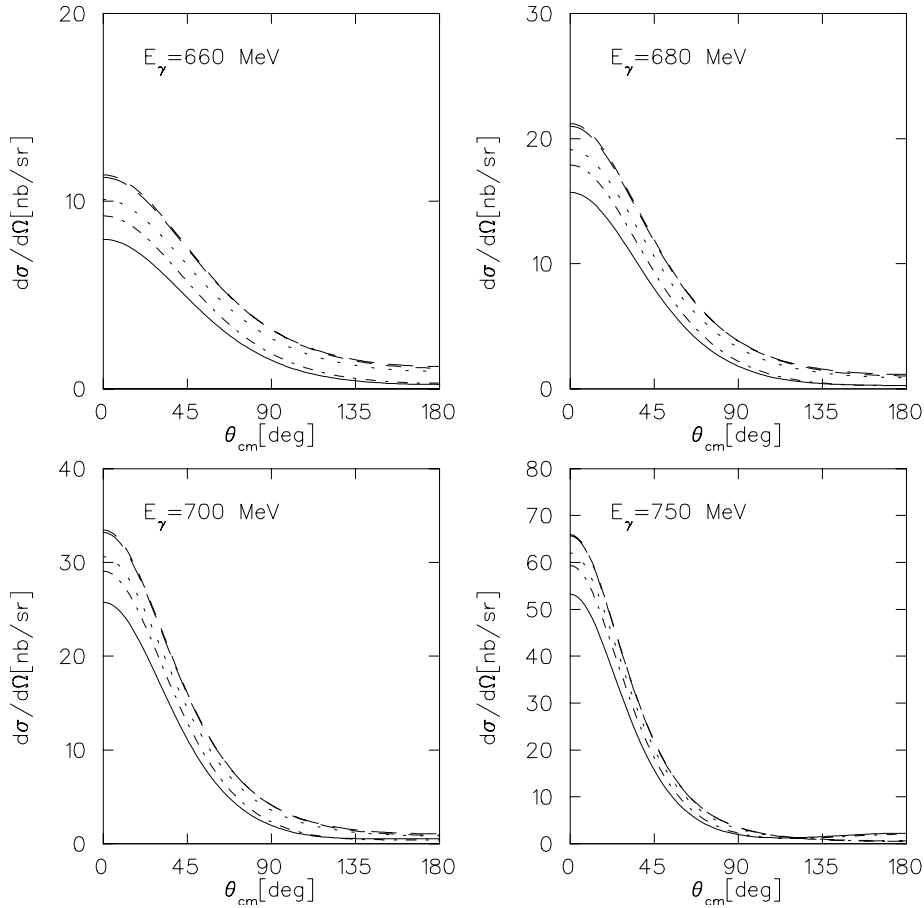


Abb. 3.26: Darstellung der statischen hadronischen Rückstreu-Beiträge der S_{11} -Resonanz. Notation der Kurven: kurz-gestrichelte Kurven: alle direkten Resonanzbeiträge + Bornterme inklusive der statischen MEC, lang-gestrichelte Kurven: wie bei den kurzgestrichelten Kurven + Effekt der rein nukleonischen Rückstreuung $NN \leftrightarrow NN$, strich-punktierte Kurven: wie bei den kurzgestrichelten Kurven + Effekt der reinen $NS_{11} \leftrightarrow NS_{11}$ -Rückstreuung, gepunktete Kurven: wie bei den kurzgestrichelten Kurven + Effekt der reinen $NN \leftrightarrow NS_{11}$ -Rückstreuung, volle Kurven: wie bei den kurzgestrichelten Kurven + Effekt der vollen Rückstreuung über NN - und NS_{11} -Zwischenzustände.

Effekte, die über die einfache Impuls-Approximation hinaus gehen.

Augenfällig an dieser Stelle ist der verschwindend kleine Beitrag der reinen nukleonischen Rückstreuung, in Abb. 3.26 liegen die kurz-gestrichelten und die lang-gestrichelten Kurven fast deckungsgleich übereinander. Die rein-nukleonischen Graphen modifizieren nur die nukleonischen Born-Terme, welche in ihrer Summe recht kleine Beiträge liefern, aber nicht den dominanten direkten S_{11} -Graph. Deswegen ist die rein nukleonische Rückstreuung vernachlässigbar. Somit darf man schon deswegen vermuten, daß für die η -Produktion am Deuteron die Un-

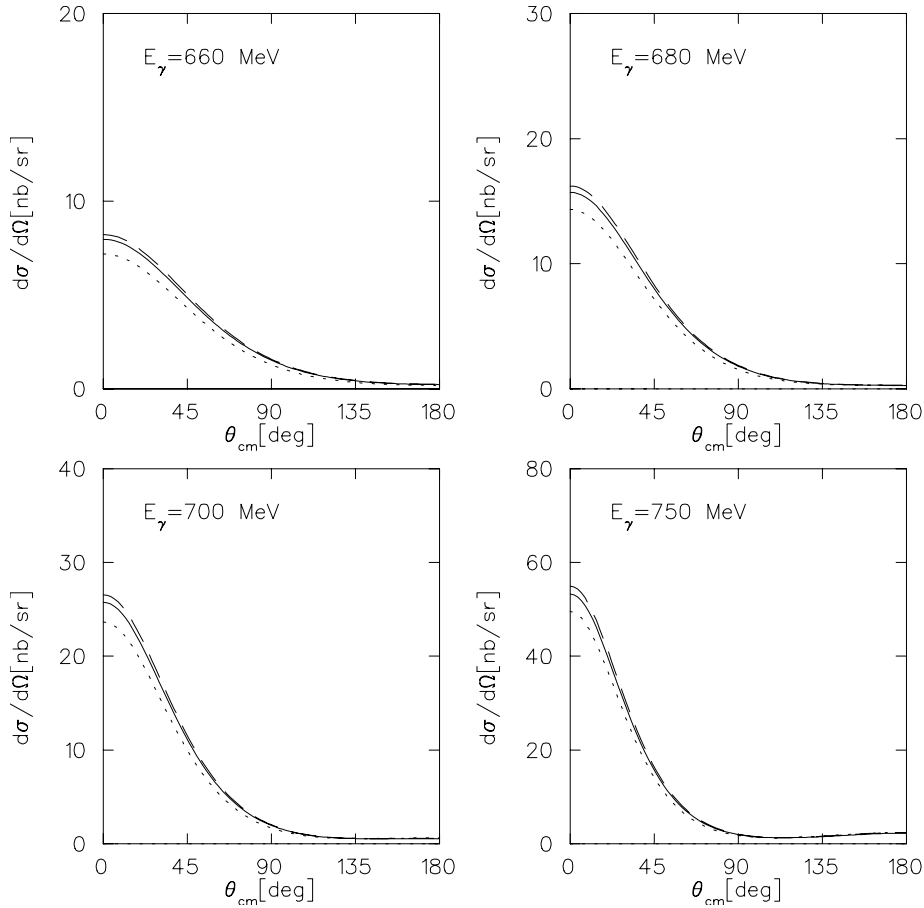


Abb. 3.27: Unterschiede im differentiellen Wirkungsquerschnitt der Resonanzbeiträge + Bornsterme + MEC + statische NS_{11} -Rückstreuung für die OBEPQ-A,B,C-Potentiale. Notation der Kurven: gestrichelte Kurven: OBEPQ-A, punktierte Kurven: OBEPQ-C, volle Kurven: OBEPQ-B.

terschiede der einzelnen NN -Potential-Modelle klein sind, wichtig sind nur die Übergangs-Potentiale. Die explizite Abhängigkeit unserer Rechnungen von der Wahl des NN -Modells ist in Abb. 3.27 für die drei Versionen A, B und C des relativistischen OBEPQ-Potentials dargestellt. Wie man erkennt, sind die Unterschiede tatsächlich moderat. Die NN -Potentiale liefern bei der Rückstreuung allerdings nur dann einen nahezu verschwindenden Beitrag, falls keine Übergangs-Potentiale von den NN - zu den NS_{11} -Kanälen existieren. Die drei statischen Rückstreuungstypen $NN \leftrightarrow NN$, $NN \leftrightarrow NS_{11}$ und $NS_{11} \leftrightarrow NS_{11}$ interferieren konstruktiv und sind letztendlich von gleicher Bedeutung.

In Abbildung 3.28 werden die Rückstreu-Effekte der $P_{11}(1440)$ und der $D_{13}(1520)$ relativ zum Beitrag der S_{11} dargestellt. Diese sind um etliches gegenüber den Effekten der S_{11} reduziert, was nicht erstaunlich ist, da schon die direkten Graphen sehr klein sind. Die relativen Rückstreuereffekte sind dabei unter Rückwärtswinkeln

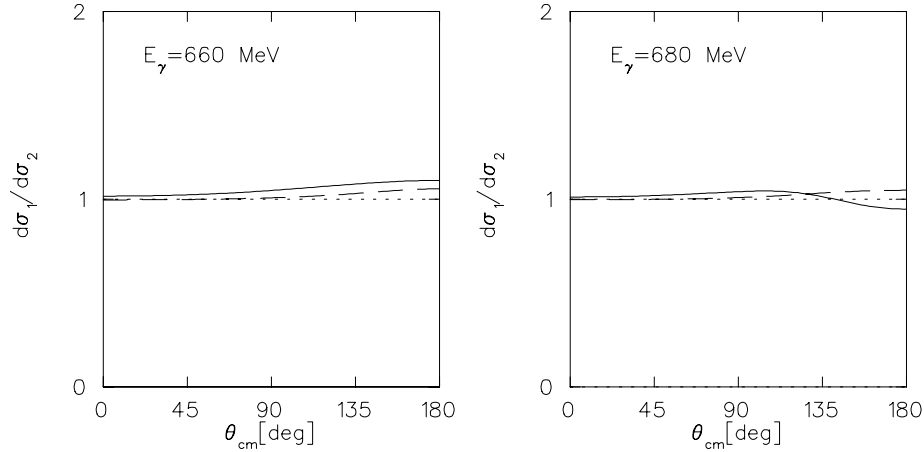


Abb. 3.28: Die relativen hadronischen Rückstreubeiträge der P_{11} - und der D_{13} -Resonanz. Notation der Kurven: punktierte Kurven: Beitrag der statischen $NN \leftrightarrow NS_{11-}$ und $NS_{11} \rightarrow NS_{11-}$ -Rückstreuung ($=1$), gestrichelte Kurven: + Beitrag der statischen $NN \leftrightarrow NP_{11-}$, $NP_{11} \rightarrow NP_{11-}$, $NN \leftrightarrow ND_{13-}$ und $ND_{13} \rightarrow ND_{13-}$ -Rückstreuung, volle Kurven: Beitrag sämtlicher statischer Rückstreumechanismen.

am größten.

Die Übergang-Potentiale von NP_{11-} und ND_{13} -Zuständen zu NN - und NS_{11} -Zuständen liefern keine großen Beiträge. Sowohl die $P_{11}(1440)$ - als auch die $D_{13}(1520)$ -Resonanz besitzen Vertexstrukturen, die proportional zu p bzw. p^2 sind (p ist der Nukleonenrelativ-Impuls), wohingegen die $S_{11}(1535)$ eine extrem einfache Vertexfunktion $\propto 1$ besitzt. Daraus darf man schlußfolgern, daß die $S_{11}(1535)$ die Rückstreuung dominiert, sofern die Unterdrückung aufgrund des Deuteronformfaktors nicht durch Zweiteilcheneffekte aufgehoben wird. Die $NS_{11} \leftrightarrow NN$ - und die $NS_{11} \leftrightarrow NP_{11-}$ -Potentiale besitzen analoge Vertexstrukturen, aber in unserem Modell ist die πN -Kopplung mit $g_{\pi NN}^2/4\pi \approx 14$ deutlich stärker als die πNP_{11-} -Kopplung mit $g_{\pi NP_{11-}}^2/4\pi \approx 6$, sodaß die P_{11} auch hier keine große Rolle spielt.

In Abb. 3.29 sind die Rückstreueffekte der retardierten Potentiale dargestellt. Wie bereits diskutiert wurde, haben wir die Retardierung nur numerisch approximativ realisiert. Man muß sich also ein 3–5% Fehlerband um die theoretischen Kurven für Rechnungen mit retardierten Potentialen gelegt denken. Durch die Retardierung der Rückstreuung über die Nukleon- $S_{11}(1535)$ -Zwischenzustände wird die Absenkung des differentiellen Wirkungsquerschnitts ins Gegenteil verkehrt, nämlich in eine sichtbare Erhöhung. Die Mesonretardierung erzeugt also einen relativen Effekt von mehr als 100% bezogen auf die statische Rückstreuung. Diese Erhöhung wird durch die übrigen retardierten Potentiale, das sind die $NS_{11} \leftrightarrow ND_{13-}$, $NS_{11} \leftrightarrow NP_{11-}$ und $ND_{13} \leftrightarrow NP_{11-}$ -Potentiale, etwas gedämpft, sodaß die volle Rechnung nur leicht größere differentielle Wirkungsquerschnitte

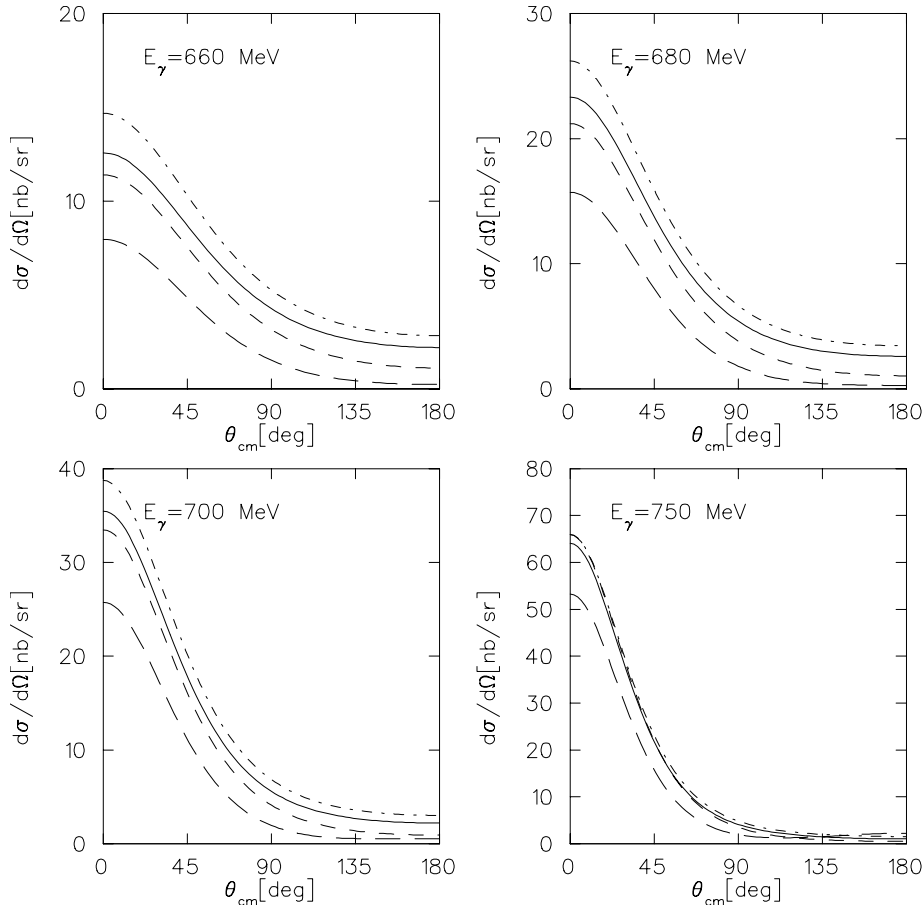


Abb. 3.29: Die hadronischen Rückstreubeiträge der retardierten Potentiale. Notation der Kurven: kurz-gestrichelte Kurven: direkte resonante Graphen + Bornsterme + statische MECs, lang-gestrichelte Kurven: wie die kurz-gestrichelten Kurven + statische NS_{11} -Rückstreuung, strich-punktierte Kurven: wie die kurz-gestrichelten Kurven + retardierte NS_{11} -Rückstreuung, volle Kurven: wie die kurz-gestrichelten Kurven + Beitrag sämtlicher retardierter Potentiale.

liefert als die Rechnung gänzlich ohne Rückstreumechanismen. Die Rückstreuung über diese „exotischen“ Übergang-Potentiale ist also im retardierten Falle deutlich stärker. Mit zunehmender Photonenergie nimmt die Erhöhung durch die Rückstreueffekte allerdings schnell ab.

Somit können wir hier eine verlässliche Abschätzung der Größe der Rückstreuung in der kohärenten η -Produktion am Deuteron geben. Diese erzeugt eine leichte Erhöhung des Wirkungsquerschnitts in der Schwellenregion von maximal 5–10 %. Die Größe der Rückstreuungs-Graphen ist natürlich modellabhängig, doch um drastisch größere Effekte zu generieren, müsste ein Ansatz für die hadronische Nukleon-Resonanz-Wechselwirkung gänzlich andere Eigenschaften vor allem der $S_{11}(1535)$ -Resonanz postulieren, was sehr unwahrscheinlich ist.

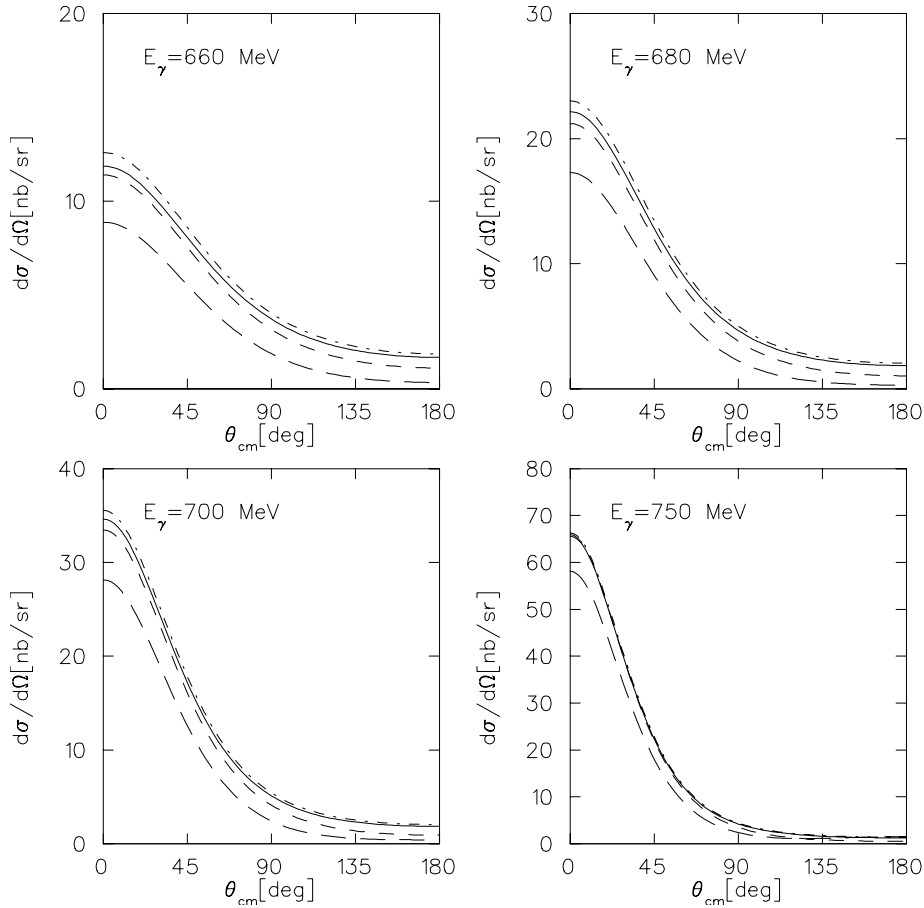


Abb. 3.30: Die hadronischen Rückstreubeiträge der abgeschwächten, retardierten Potentiale. Notation der Kurven wie in Abb. 3.29.

In Abb. 3.30 sind die Rückstreueffekte der retardierten Potentiale mit hadronischen Cutoffs von jeweils $\Lambda = 500$ MeV gezeigt. Diese Potentiale sind also wesentlich schwächer als die in Abb. 3.29 diskutierten retardierten Potentiale mit Cutoffs von jeweils $\Lambda = 1$ GeV. Wie man aber deutlich sieht, ändert sich an der relativen Bedeutung der einzelnen Terme nichts, d.h. die qualitativen Effekte der retardierten Rückstreugraphen können wir korrekt erfassen.

Ein weiterer Zweiteilchenmechanismus ist die „Verzahnung“ des e.m. Mesonaustausch-Stroms mit den hadronischen Rückstreugraphen, die wir mit $RNN[2]$ und $RN^*N[2]$ bezeichnet hatten, siehe Abb. 3.18 in Abschnitt 3.2.4. Wie in Abbildung 3.31 zu erkennen ist, sind diese Mechanismen von derselben Größenordnung wie die einfachen statischen MEC, d.h. vernachlässigbar klein.

Falls man den statischen MEC mit den retardierten Rückstreumechanismen kombiniert, so ergibt sich ein etwas anderes Bild, siehe Abb. 3.32. Die Retardierung scheint die MEC-Rückstreuungs-Kombination zu verstärken, sodaß die $RXN[2]$ -Terme, $X \in \{N, S_{11}(1535)\}$, zu einer moderaten Absenkung des Wirkungsquer-

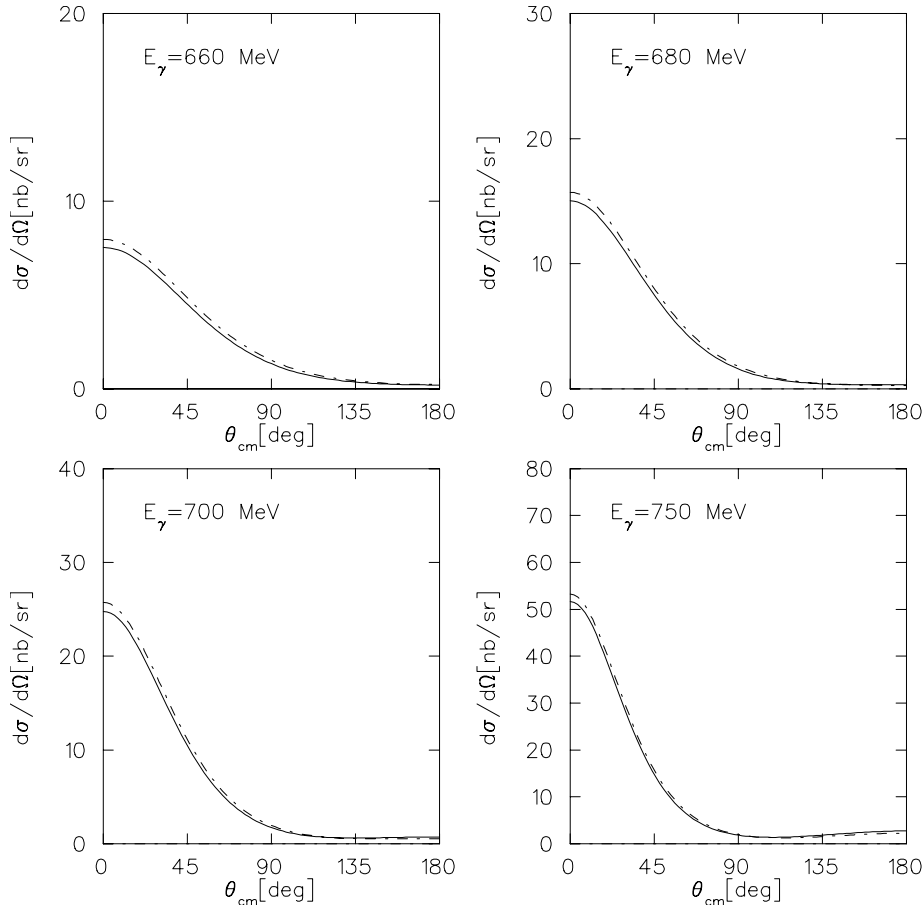


Abb. 3.31: Die Beiträge der „Verzahnung“ der e.m. MEC und der statischen hadronischen Rückstreu-Graphen. Notation der Kurven: strich-punktierte Kurven: direkte Resonanzbeiträge + Bornterme + statische MECs + Effekt der NN - und NS_{11} -Rückstreuung, volle Kurven: wie die strich-punktierten Kurven, inklusive der $RNN[2]$ - und $RS_{11}N[2]$ -Terme.

schnitts führt. Diese Terme vermindern also wiederum den Gesamtbeitrag der Zweiteilchenoperatoren. Somit bleibt „netto“ nur ein sehr kleiner Zweiteilchen-Effekt für die kohärente η -Produktion übrig.

Letztendlich erhalten wir als Ergebnis, daß die Impuls-Approximation für den differentiellen Wirkungsquerschnitt der kohärenten Reaktion, d.h. eine Rechnung nur aus dem direkten $S_{11}(1535)$ -Graph bestehend, eine sehr gute Näherung darstellt. Wir möchten dabei darauf hinweisen, daß dieses Ergebnis durchaus nicht-trivial ist, da eine Betrachtung der Meson-Retardierung für dieses Ergebnis notwendig ist und die statische Näherung viel zu große Rückstreu-Effekte liefert. Ein Hauptergebnis unserer Arbeit ist also, daß alle hier betrachteten Zweiteilchengraphen – ob MEC oder hadronischer Rückstreuungs-Graph – die Dämpfung durch den Deuteronformfaktor bei einer realistischen Wahl der Modellparame-

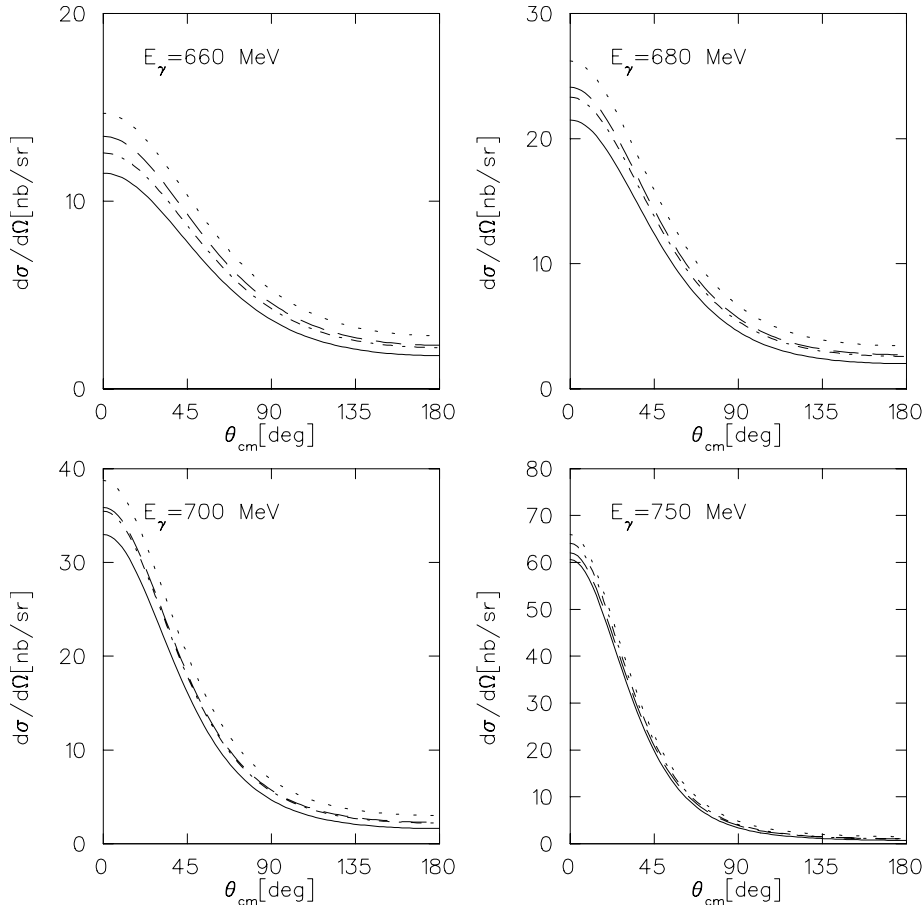


Abb. 3.32: Die Beiträge der „Verzahnung“ der e.m. MEC und der retardierten hadronischen Rückstreu-Graphen. Notation der Kurven: gepunktete Kurven: direkte Resonanzgraphen + Bornsterme + statische MECs + retardierte NN - und NS_{11} -Rückstreuung, gestrichelte Kurven: wie die gepunktete Kurve, inklusive der $RNN[2]$ - und $RS_{11}N[2]$ -Terme, strich-punktierter Kurven: sämtliche retardierte Rückstreu-Beiträge, volle Kurven: wie die strich-punktierter Kurven, inklusive der $RNN[2]$ - und $RS_{11}N[2]$ -Terme.

ter nicht überwinden können, d.h. sie werden durch die Deuteronwellenfunktion im Anfangs- und Endzustand stark unterdrückt. Das Ergebnis, daß der direkte S_{11} -Graph der bedeutsamste Beitrag für die kohärente Photo- η -Produktion am Deuteron ist, kommt zudem durch eine Vielzahl destruktiver Interferenzzustände und ist keine einfache Summe über viele sehr kleine Beiträge.

In Abb. 3.33 sind zum Abschluß der Betrachtung des differentiellen Wirkungsquerschnitts die wichtigsten Effekte nochmals dargestellt und werden mit den experimentellen Daten aus [HR⁺97a] verglichen. Die Datenpunkte des Experiments werden sowohl von der Winkelabhängigkeit als auch von der absoluten Größe her gesehen gut beschrieben. Wir möchten an dieser Stelle nochmals betonen, daß wir die isoskalare Anregung der S_{11} -Resonanz nicht an die kohärente Reaktion

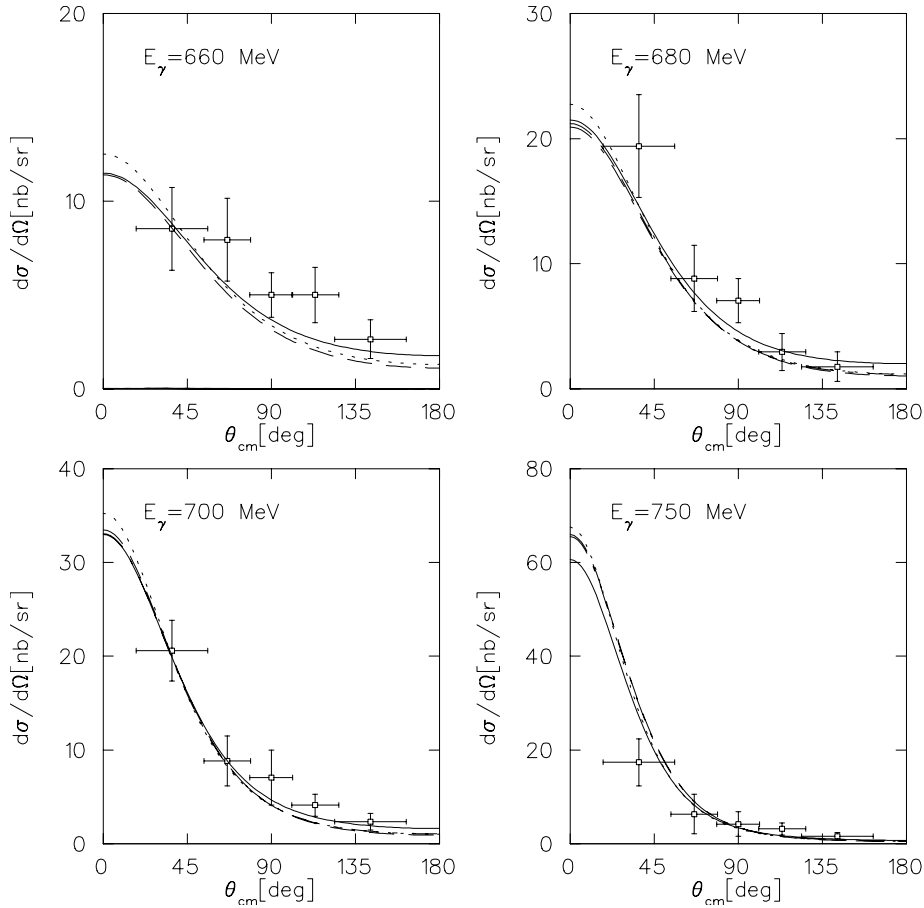


Abb. 3.33: Zusammenfassung der Beiträge: alle Operatoren über den einfachen S_{11} -Graph zeigen numerisch kleine Effekte. Die Datenpunkte stammen aus [HR⁺97a]. Notation der Kurven: gepunktete Kurven: Beitrag der $S_{11}(1535)$ + $D_{13}(1520)$ + $P_{11}(1440)$, gestrichelte Kurven: + Bornterme, strichpunktete Kurven: + statischer nukleonischer MEC, volle Kurven: + retardierte Rückstreumechanismen, inklusive der Verzahnung aus MEC und Rückstreuung.

angepaßt haben, sondern daß die hier vorgestellten Ergebnisse echte Vorhersagen für die Deuteron-Reaktion sind. Für Energien $E_{\gamma}^{lab} < 700$ MeV scheinen die Daten durch die theoretischen Kurven leicht unterschätzt zu werden, für größere Energien hingegen liegen die theoretischen Ergebnisse etwas oberhalb der experimentellen Datenpunkte. Allerdings sind die experimentellen Fehler extrem groß, um einen schlüssigen Vergleich mit dem Experiment durchzuführen benötigen wir unbedingt genauere Daten für die kohärente Reaktion am Deuteron.

3.4.2 Totaler Wirkungsquerschnitt

In diesem Abschnitt stellen wir die Ergebnisse unserer Rechnung für den totalen Wirkungsquerschnitt dar. In Abb. 3.34 diskutieren wir die markanten Effekte des differentiellen Wirkungsquerschnitt analog zu Abb. 3.33.

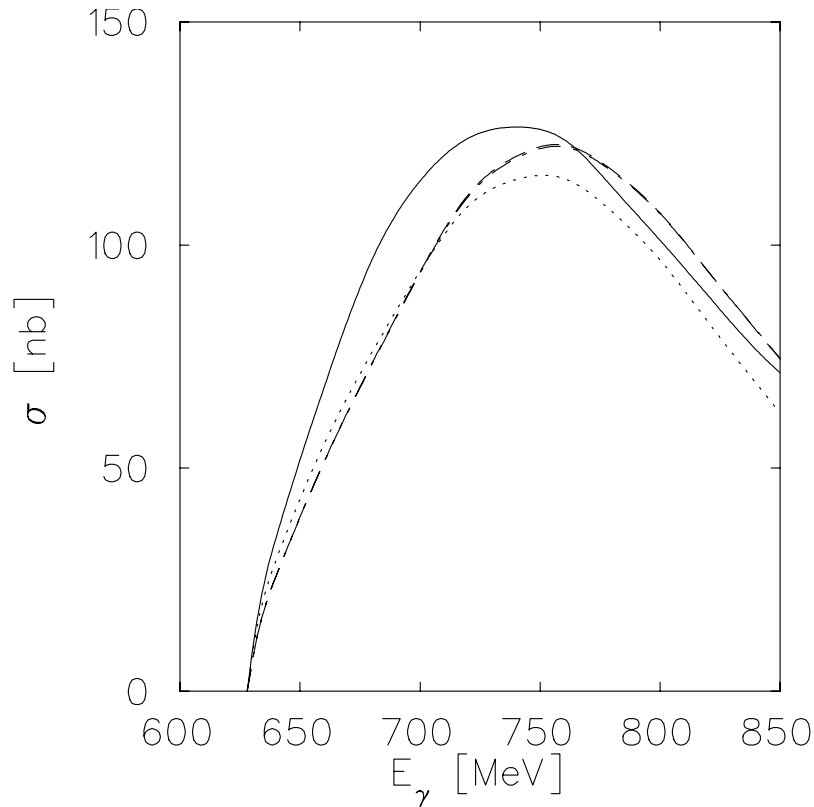


Abb. 3.34: Der totale Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma d \rightarrow \eta d$ für Energien bis zu $E_\gamma^{lab} = 850$ MeV. Notation der Kurven wie in Abb. 3.33.

Die Bornsterme erzeugen eine leichte Erhöhung des Maximums des totalen Wirkungsquerschnitts um wenige Nanobarn und verschieben es leicht zu höheren Energien. Die Effekte der statischen nukleonischen MECs sind im totalen Wirkungsquerschnitt sehr klein, die gestrichelte und strich-punktierte Kurve liegen ebenso wie in Abb. 3.33 fast genau übereinander. Die Rückstreuungseffekte der retardierten Potentiale erhöhen das Maximum ebenfalls um wenige Prozent, verschieben es aber zu niedrigeren Energien. Letztendlich wird also das Maximum im Vergleich zur reinen S_{11} -Impuls-Approximation um etwa 10 % erhöht und von $E_\gamma^{lab} = 750$ MeV nach 735 MeV verschoben.

3.4.3 Differentielle Strahlasymmetrie

Im folgenden betrachten wir die differentielle lineare Strahlasymmetrie Σ . Mit Gl. (3.86) haben wir dabei folgende Definition von Σ verwendet:

$$\Sigma(\theta) = \frac{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi = 0^\circ) - \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi = 90^\circ)}{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi = 0^\circ) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi = 90^\circ)}. \quad (3.99)$$

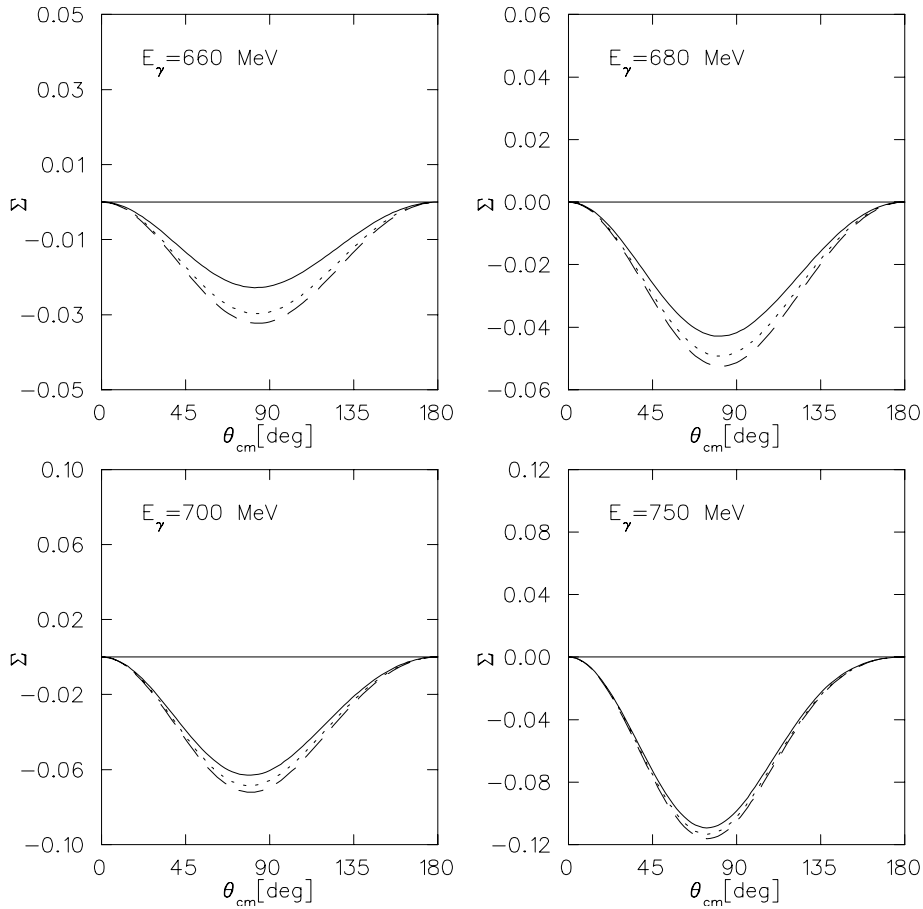


Abb. 3.35: Strahlasymmetrie der direkten Resonanzgraphen. Notation der Kurven: gestrichelte Kurven: direkter Beitrag der $S_{11}(1535)$, punktierte Kurven: + Beitrag der $P_{11}(1440)$, volle Kurven: + Beitrag der $D_{13}(1520)$.

In Abb. 3.35 sind die Beiträge der direkten Resonanzgraphen zur Σ -Asymmetrie abgebildet. Wie man sieht, ist diese Observable bei kleinen Energien geringfügig sensitiver auf die Beiträge der einzelnen Resonanzen als dies der differentielle Wirkungsquerschnitt ist, siehe Abb. 3.22 und 3.23. Insbesondere ist der Einfluß der $D_{13}(1520)$ zu erkennen. Die Bedeutung der leichteren Resonanzen nimmt aber

ähnlich wie im differentiellen Wirkungsquerschnitt gegenüber der $S_{11}(1535)$ mit wachsender Photonergie schnell ab.

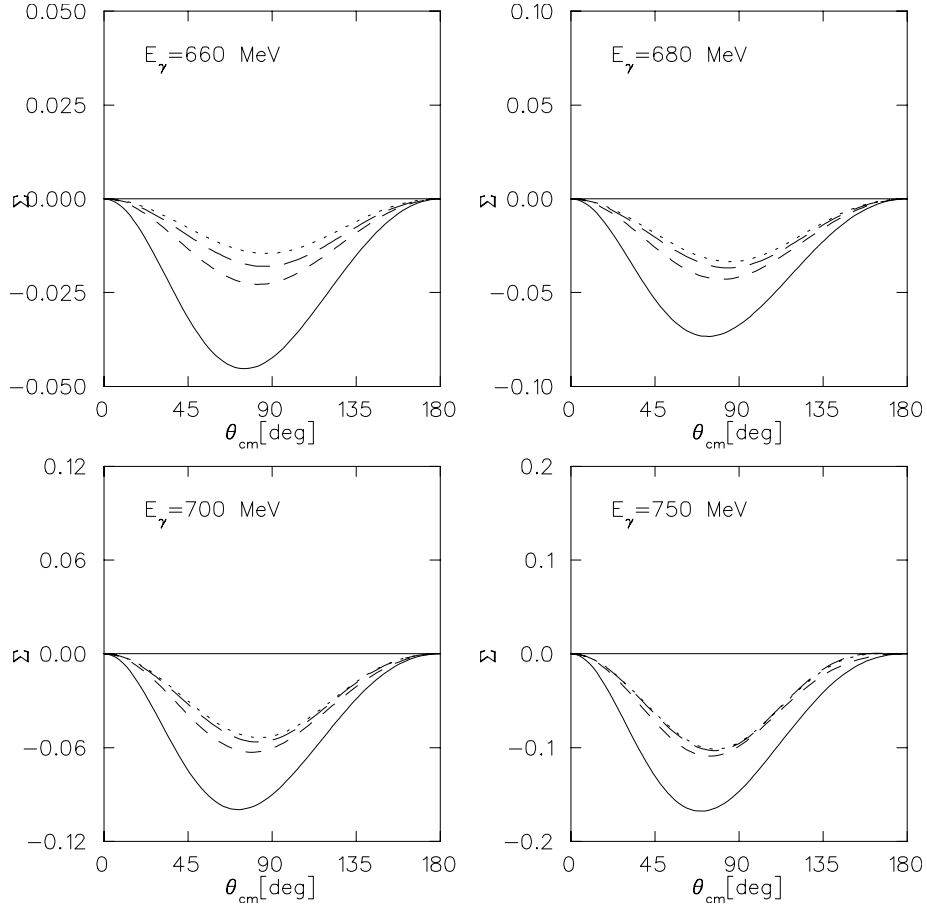


Abb. 3.36: Beitrag der e.m. Bornsterme zur Strahlasymmetrie. Notation der Kurven: kurz-gestrichelte Kurven: direkte Resonanzgraphen $S_{11}(1535) + P_{11}(1440) + D_{13}(1520)$, lang-gestrichelte Kurven: + direkte und gekreuzte nukleonische Borngraphen, punktierte Kurven: + Z-Graphen, volle Kurven: + ω -Graph.

Die Borngraphen – bis auf den ω -Meson-Graph – haben ähnliche Bedeutung wie beim unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitt, sie haben nur relativ geringen numerischen Einfluß, siehe Abb. 3.36. Der ω -Meson-Graph allerdings sticht unter den Borntermen heraus und bewirkt eine drastische betragsmäßige Erhöhung um fast einen Faktor 2.

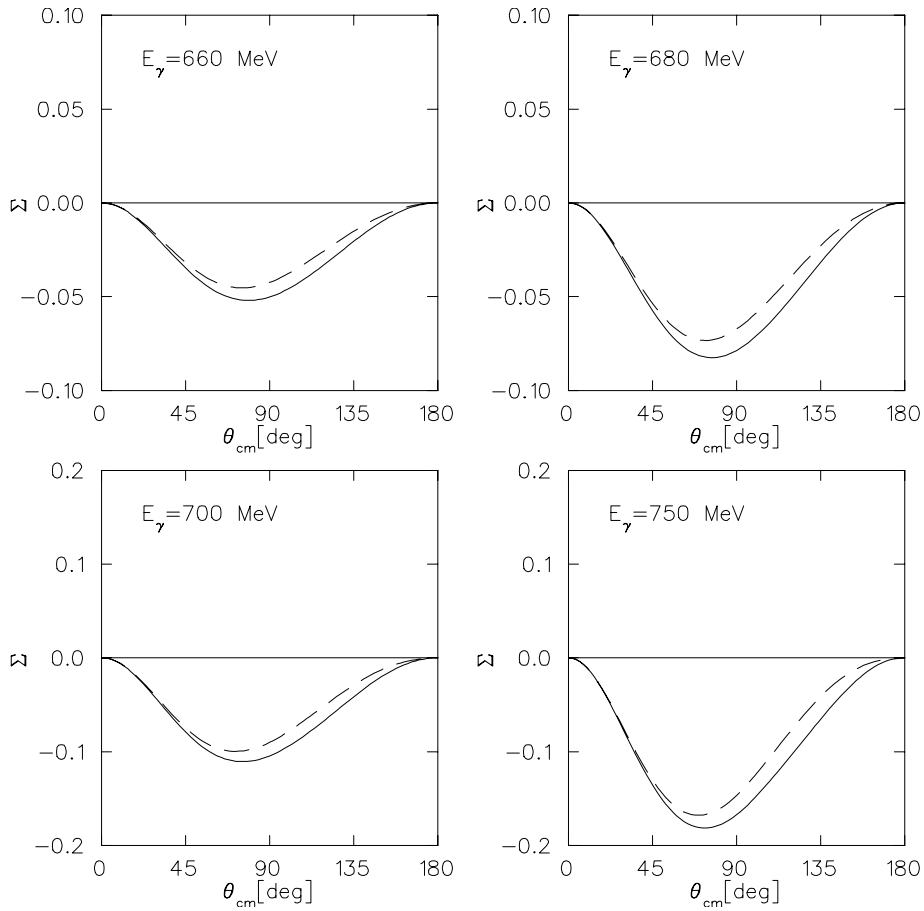


Abb. 3.37: Beitrag der MECs zur linearen Strahlasymmetrie. Notation der Kurven: gestrichelte Kurven: direkte Resonanzgraphen + Bornterme, volle Kurven: + statischer nukleonischer π - und η -MEC.

Die Einflüsse der MEC-Graphen (siehe Abb. 3.37) sind zwar etwas größer als beim differentiellen Wirkungsquerschnitt, aber die Effekte kann man nicht als drastisch bezeichnen. Sie führen zu einer moderaten betragsmäßigen Vergrößerung der Asymmetrie.

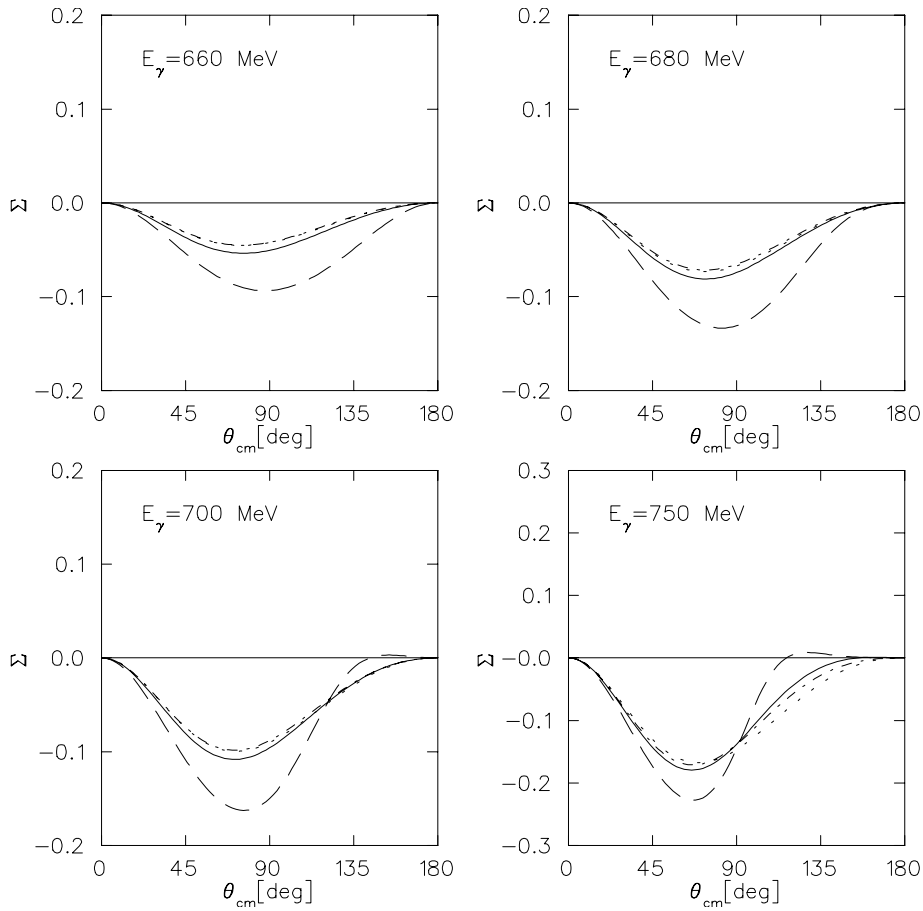


Abb. 3.38: Einfluß der Retardierung auf die Σ -Asymmetrie. Notation der Kurven: punktierte Kurven: direkte Resonanzgraphen + Bornterme, gestrichelte Kurven: + MECs + statische $NN \leftrightarrow NS_{11}$ - und $NS_{11} \leftrightarrow NS_{11}$ -Rückstreuung, strich-punktierte Kurven: wie die gestrichelte Kurve, allerdings mit retardierter Rückstreuung, volle Kurven: + retardierte Rückstreuung der übrigen Übergangs-Potentiale.

In Abb. 3.38 werden die Rückstreueffekte diskutiert. Diese sind, bei Verwendung retardierter $NR_1 \leftrightarrow NR_2$ -Potentiale, viel kleiner als beim unpolarisierten Querschnitt und somit ebenfalls vernachlässigbar. Auffällig ist auch hier der extrem große Einfluß der rein statischen Rückstreugraphen.

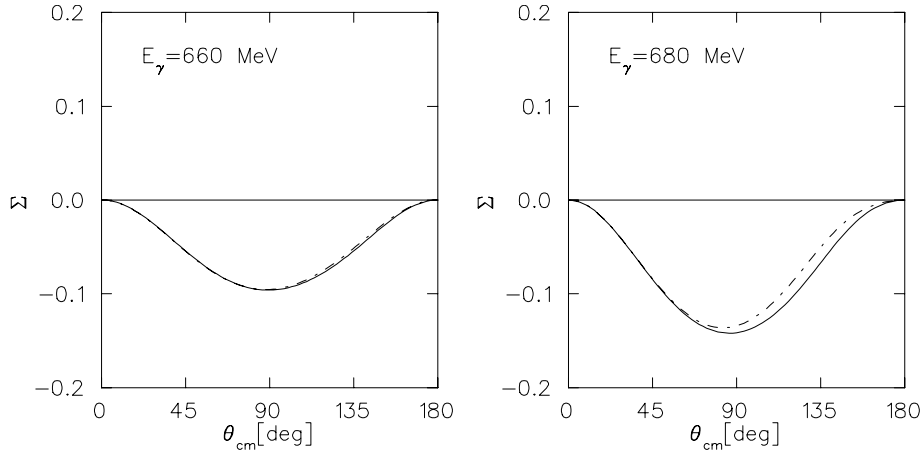


Abb. 3.39: Effekte der $NS_{11} \leftrightarrow ND_{13}$ -, $NS_{11} \leftrightarrow NP_{11}$ - und $ND_{13} \leftrightarrow NP_{11}$ -Potentiale auf die Strahlasymmetrie. Notation der Kurven: strich-punktierte Kurven: direkte Resonanzgraphen + Bornsterme + MECs + Rückstreuung durch die $NN \leftrightarrow NR$ - und $NR \leftrightarrow NR$ -Potentiale, $R \in \{S_{11}, P_{11}, D_{13}\}$, volle Kurven: + Effekte der statischen $NS_{11} \leftrightarrow ND_{13}$ -, $NS_{11} \leftrightarrow NP_{11}$ - und $ND_{13} \leftrightarrow NP_{11}$ -Potentiale.

In Abb. 3.39 ist für den statischen Fall der Einfluß der $NS_{11} \leftrightarrow ND_{13}$ -, $NS_{11} \leftrightarrow NP_{11}$ - und $ND_{13} \leftrightarrow NP_{11}$ -Potentiale dargestellt. Dieser ist, wie auch schon im Falle der retardierten Potentiale, siehe Abb. 3.38, sehr gering. Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Σ -Asymmetrie in unserem Modell neben dem direkten Beitrag der S_{11} nur noch auf Teile der Borngraphen, nämlich die Vektormesongraphen, sensitiv ist.

Kapitel 4

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit haben wir, von einem separablen Resonanzmodell für die elementaren hadronischen Reaktionen ausgehend [BT91], die Bedeutung der Zweiteilchen-Graphen für die kohärente Photoproduktion von η -Mesonen am Deuteron untersucht. Diese Zweiteilcheneffekte bestehen aus den e.m. Mesonaustauschströmen und den hadronischen Rückstreuungseffekten. Letztere wurden erstmalig innerhalb einer gekoppelten-Kanal-Rechnung unter Berücksichtigung der wichtigsten Nukleon-Resonanzen in diesem Energiebereich für diesen Prozeß realisiert. Dabei wurden die Übergangspotentiale zwischen den Kanälen $NX_1 \leftrightarrow NX_2$, $X_1, X_2 \in \{N, S_{11}(1535), D_{13}(1520), P_{11}(1440)\}$ konstruiert. Wir möchten hierzu anmerken, daß vor allem die Vielzahl der gekoppelten Kanäle die numerische Analyse erschwert hat, im Gegensatz zu der Rechnung von P. Wilhelm für die Reaktion $\gamma d \rightarrow \pi^0 d$ im Bereich der Δ -Resonanz [Wil92, WA96], bei der „nur“ $N\Delta$ -Komponenten neben den rein nukleonischen Beiträgen zu betrachten sind.

Die primäre Fragestellung dieser Dissertation war, ob es möglich ist, die von Hoffmann-Rothe *et al.* [HR⁺97a] gefundenen Diskrepanzen zwischen kohärenter und inkohärenter Reaktion durch Zweiteilchen-Effekte (Rückstreuung, MECs) aufzuheben, sodaß man beide Prozesse mit einer schwachen isoskalaren e.m. S_{11} -Anregung beschreiben kann. Hierzu müssten Zweiteilchen-Effekte bei der kohärenten Reaktion sehr groß sein. Das Ergebnis dieser Arbeit im Hinblick auf diese Hypothese ist negativ, d.h. es existiert kein sinnvolles Szenario, in welchem Zweiteilchen-Effekte von solch großer numerischer Bedeutung sind. Es ist viel mehr so, daß der Einfluß des Deuteronformfaktors bei allen betrachteten Zweiteilchen-Graphen dominant ist, d.h. diese stark dämpft. Zudem zeigen viele Beiträge, die über die reine S_{11} -Impuls-Approximation hinausgehen, starke destruktive Interferenzen. In unserem Modell tendieren die Z - und ω -Borngraphen dazu, sich gegenseitig wegzuheben. Somit ergibt sich ein relativ kleiner Bornbeitrag im differentiellen Wirkungsquerschnitt. Die Beiträge über den direkten S_{11} -Graphen hinaus sind also keine einfache Summe über sehr viele kleine Beiträge. Da also Zweiteilcheneffekte und Bornterme in unserem Modell sehr klein sind, benutzen wir in unseren Rechnungen eine sehr starke isoskalare Anregung der Resonanz mit $|A_s/A_p| \approx 0.25$, $|A_p| \approx 138 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2} \Leftrightarrow |A_s| \approx 34 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1/2}$ am Resonanzpunkt. Diese Werte liegen durchaus innerhalb der in der Literatur zu findenden Wertebereiche, siehe z.B. [BA97] oder [K⁺95b] und die darin enthaltenen Referenzen. In dem von uns benutzten Modell der S_{11} -Anregung gilt für das Verhältnis der elementaren totalen Neutron- und Protonwirkungsquer-

schnitte am Resonanzpunkt $\sigma_n/\sigma_p \approx 0.68$, im Einklang mit den Ergebnissen in [HR⁺97a, K⁺95a, MZB95].

Die statischen nukleonischen Mesonaustausch-Ströme haben sich als unbedeutend herausgestellt, und zwar sowohl die pionischen als auch η -mesonischen Austauschströme sind vernachlässigbar klein. Die Rückstreuung am Zuschauernukleon, siehe Abb. 3.19 in Abschnitt 3.2.4, darf sicherlich analog zu den nukleonischen MECs vernachlässigt werden. Dies legt die Vermutung nahe, daß es keine MEC-artigen Beiträge gibt, die bei der kohärenten η -Produktion von großer Bedeutung sein können. Die Σ -Asymmetrie zeigt eine leicht größere Sensitivität auf die Meson-Austausch-Ströme, doch sind diese Effekte immer noch moderat. Die nukleonischen MEC-Operatoren wurden in dieser Dissertation approximativ im statischen Limes ausgewertet, da die Berechnung retardierter MECs extrem aufwendig ist, siehe Schwamb [Sch99]. Der statische nukleonische MEC ist bei der hier untersuchten Reaktion sehr klein. Es ist nicht zu erwarten, daß sich an diesem Sachverhalt bei der Berücksichtigung der Retardierung in den MECs etwas ändert, folglich können wir von der Retardierung der Austauschströme absehen, d.h. die statische Näherung liefert diesbezüglich eine verlässliche Abschätzung.

Ein weiterer Zweiteilcheneffekt, der in dieser Arbeit untersucht wurde, waren die Rückstreuungsgraphen. Es hat sich hierbei gezeigt, daß diese relativ klein sind und in unserer Rechnung zu einer Erhöhung des differentiellen Wirkungsquerschnitts um etwa 5 % führen. Dieses Ergebnis ist natürlich modellabhängig. Es ist dabei nicht auszuschließen, daß ein anderes hadronisches Modell der Nukleon-Nukleon- bzw. Nukleon-Resonanz-Wechselwirkung größere Rückstreueffekte vorhersagt, es ist allerdings unwahrscheinlich, daß diese signifikant größer als etwa 5–10 % sind. Essentiell bei der Auswertung der Rückstreugraphen ist die Mesonretardierung, also die korrekte Behandlung der intermediären Meson-Propagation bei den hadronischen Übergangspotentialen. Die rein statischen Potentiale führen zu einer drastischen Reduktion des Wirkungsquerschnitts, nämlich bis zu etwa 50 %, siehe [RA99]. Die Kombination aus e.m. MEC und hadronischer Rückstreuung – wir hatten diese Graphen mit $RNN[2]$ - und $RS_{11}N[2]$ bezeichnet, siehe auch Abb. 3.18 in Abschnitt 3.2.4 – hat sich im Fall der retardierten Potentiale als etwas bedeutsamer als die nukleonischen Austauschströme ohne Rückstreumechanismen herausgestellt. Diese „Verzahnung“ von e.m. MEC und hadronischer Rückstreuung führt zu einer moderaten Reduktion des Wirkungsquerschnitts.

Von den untersuchten Resonanzen ist in unserem Modell nur die $S_{11}(1535)$ von Bedeutung, die Rückstreueffekte der anderen betrachteten Resonanzen, nämlich der $P_{11}(1440)$ und $D_{13}(1520)$, sind klein. Insbesondere die $P_{11}(1440)$ führt zu sehr kleinen Rückstreueffekten. Dies steht im Widerspruch zu der Vermutung von Hoffmann-Rothe [HR⁺97b], welche sehr große Effekte der Roper-Resonanz postulierte.

Ebenso hat es sich gezeigt, daß nur das Pion als Austauschmeson von Bedeutung

ist. Der konkurrierende η -Austausch ist immer massiv unterdrückt, was ganz einfach der viel größeren Masse des η -Mesons zuzuschreiben ist. Die Arbeit von Hoshi [HHK79] sagt genau das Gegenteil vorher, doch die Ergebnisse dieser Arbeit scheinen Artefakte der verwendeten Approximationen zu sein. So fanden Halder-son und Rosenthal [HR89] ebenfalls innerhalb eines einfachen Modells sehr kleine η -mesonische Rückstreubeiträge und auch insgesamt eher moderate Rückstreueffekte. Von Kamalov *et al.* [KTB97] wurde ebenfalls ein nahezu verschwindender Effekt der η -Rückstreuung innerhalb des KMT-Formalismus gefunden. Leider läßt sich im KMT-Formalismus die pionische Rückstreuung nicht auf einfache Weise mitberücksichtigen.

Die hadronischen Parameter der Resonanzen innerhalb der Nukleon-Nukleon- und Nukleon-Resonanz-Potentiale konnten in dieser Arbeit nicht eindeutig festgelegt werden. Dies liegt daran, daß die Resonanzen in ein bereits bestehendes, realistisches Mesonaustausch-Modell, den Bonn-Potentialen [MHE87, Mac89], aufgenommen wurden. Mit der Wahl eines realistischen NN -Modells und der Box-Renormierungsmethode von Green und Sainio [GS82] ist garantiert, daß die Observablen der Nukleon-Nukleon-Streuung – zumindest bei kleinen Energien – korrekt beschrieben werden. Es hat sich dabei gezeigt, daß der Effekt der betrachteten N^* -Resonanzen ($S_{11}(1535)$, $D_{13}(1520)$, $P_{11}(1440)$) in den NN -Streuphasen eher moderat ist. Die Beschreibung der Inelastizitäten bleibt verbesserungswürdig. Somit konnten die Parameter der Nukleon-Resonanz-Potentiale nicht über die NN -Streubobservablen bestimmt werden. Wir haben für die Potentiale die Kopplungskonstanten des elementaren Modells übernommen und für die Cutoffs einen Wert von $\Lambda = 1$ GeV angenommen. Ein wesentlich anspruchsvoller, aber natürlich auch wesentlich aufwendigerer Ansatz wäre es, ein Modell der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung zu erstellen, welches alle interessierenden Resonanzen von vornherein berücksichtigt, und dessen sämtliche Parameter an die experimentellen Daten der NN -Streuung angepaßt werden. Letztlich sind wir an dieser Stelle gezwungen, mit einem NN -Modell zu arbeiten, daß zwar unterhalb der Pionschwelle sehr gut ist, aber in dem betrachteten Energiebereich noch verbessert werden müsste. Somit können wir hier nur eine Abschätzung der Rückstreueffekte durchführen.

Die analogen, rein hadronischen Reaktionen zur Photo- η -Produktion wären die Reaktionen $NN \rightarrow \eta d$ bzw. $NN \rightarrow \eta NN$. Diese sind – im Vergleich zur Reaktion $NN \rightarrow NN$ – womöglich besser geeignet, die hadronischen Parameter der S_{11} -Resonanz im Zwei-Nukleonen-System festzulegen. Zum einen geht die Kopplungskonstante $g_{\pi NS_{11}}$ durch das $NN \leftrightarrow NS_{11}$ -Potential bereits in 1. Ordnung in diese Reaktion ein, zum anderen ist sie durch die Produktion des η -Mesons wesentlich sensitiver auf die Eigenschaften der Resonanz als dies die reine NN -Streuung ist. Die Reaktion $NN \rightarrow \eta d$ wurde experimentell von Calén *et al.* [Cal98] mit Hilfe eines Deuteriumtargets realisiert und stellt daher in der experimentellen Realisierung keinen reinen Zweiteilchenprozeß dar. Beide Reaktionen, sowohl $NN \rightarrow \eta d$

als auch $NN \rightarrow \eta NN$, bedingen bei der Analyse der experimentelle Daten die Behandlung von 3-Teilchen-Prozessen, was natürlich die Interpretation solcher Experimente sehr erschweren wird. Aus diesen Gründen wurde eine Diskussion dieser Reaktionen innerhalb dieser Arbeit nicht durchgeführt.

In Bezug auf die Diskrepanz zwischen kohärentem und inkohärentem Prozeß muß festgehalten werden, daß es seitens der kohärenten η -Produktion keinerlei Hinweise auf ein prinzipielles Zusammenbrechen des meson-theoretischen Bilds gibt. Sowohl Zweiteilchen- als auch Born-Beiträge sind klein, d.h. der Prozeß wird ganz klar von dem direkten S_{11} -Graphen dominiert. Zu diesem Ergebnis kamen auch andere Arbeiten [HR89, KTB97, BA97], doch wurde in dieser Dissertation erstmalig eine verlässliche Analyse von Zweiteilcheneffekten durchgeführt. Zudem ergeben die aus dem elementaren Prozeß extrahierten hadronischen und elektromagnetischen Resonanzeigenschaften ad hoc ein zwar nicht perfektes, so doch plausibles Bild der elementaren Reaktionen und der kohärenten Deuteronreaktion. Die differentiellen Wirkungsquerschnitte liegen in einer sinnvollen Größenordnung, d.h. die experimentellen Daten werden weder um Faktoren über- noch unterschätzt.

Falls die experimentelle Diskrepanz zwischen der kohärenten und der inkohärenten Reaktion bestehen bleibt – weitere und genauere experimentelle Analysen könnten die Kluft zwischen den beiden Prozessen womöglich verkleinern – so kann die Quelle nur in der Interpretation des inkohärenten Prozesses liegen. Ein möglicher Fehler in der Analyse des inkohärenten Produktionsprozesses am Deuteron könnte in der Vernachlässigung von Interferenzeffekten zwischen der Proton- und Neutron-Amplitude liegen. Bei den Analysen des inkohärenten Prozesses sind die ausgedehnte e.m. Struktur der S_{11} -Resonanz weder effektiv noch explizit, d.h. innerhalb eines meson-theoretischen Ansatzes als Schleifendiagramme, berücksichtigt worden, siehe z.B. [ZH92, FA97]. Viel weniger wahrscheinlich ist die Möglichkeit, daß die Endzustandswechselwirkung (*engl.*: final state interaction = FSI) des Dreiteilchen-Endzustands bei einer quasi-freien Produktionskinematik von großer Bedeutung ist.

Wir möchten abschließend einige Punkte aufzählen, welche in der Zukunft auf dieser Dissertation aufbauend näher untersucht werden könnten.

Die Behandlung der elementaren hadronischen Reaktion durch ein separables Resonanzmodell in dieser Arbeit ist sehr einfach. Die Motivation, gerade ein solches Modell zu verwenden, ist natürlich technischer Art. Das Modell für die elementare Reaktion darf nicht zu kompliziert sein, um die dazugehörigen Amplituden in das Zweinukleonensystem einbauen zu können. Man könnte dieses Modell durch eine separable Parametrisierung des Backgrounds, wie etwa in [Wil96], erweitern. Hierzu müssten die dominanten Background-Mechanismen identifiziert werden.

Man könnte das elementare Modell auch durch eine voll dynamische Rechnung ersetzen. Prinzipiell unterscheiden sich die dynamischen Behandlungen von Zwei-

teilchen-Prozessen kaum, d.h. die numerische Umsetzung der zugehörigen dynamischen Gleichungen ist quasi identisch. Ob man Nukleon-Nukleon- oder Pion-Nukleon-Streuung untersucht, ist für eine numerische Umsetzung daher unerheblich. Es könnte versucht werden, die elementare Reaktion mit einem eigentlichen dynamischen, gekoppelten-Kanal-Modell zu behandeln, d.h. ohne sich auf separable Potentiale zurückzuziehen, wie beispielsweise in der Arbeit von Schütz *et al.* [SHSD98]. Dabei bleibt zu klären, wie die gewonnenen Amplituden in das Deuteron eingebaut werden können.

Es wäre interessant, die effektiven e.m. Resonanzkopplungen dieser Arbeit durch ein mikroskopisches, meson-theoretisches Bild zu ersetzen. Es ist sehr wahrscheinlich, daß eine solche Vorgehensweise nicht ohne die Einführung weiterer Parameter eine realistische Beschreibung der e.m. Anregung der Resonanz liefern kann. Trotzdem wäre eine solche Untersuchung lohnenswert, da die so gewonnene e.m. Struktur der Resonanz auch off-shell eindeutig festgelegt ist.

Die in dieser Arbeit vorgestellten statischen Potentiale sind sehr einfach. Sie zu verwenden hatte ebenfalls hauptsächlich technische Gründe. Es hat sich allerdings herausgestellt, daß der statische Limes bei den Übergangspotentialen eine sehr schlechte Näherung darstellt. Deswegen wurde die Mesonretardierung innerhalb einer approximativen Numerik mitgenommen. Die Behandlung der hadronischen Wechselwirkung im Zweiteilchensektor könnte erweitert werden: Statt von vornherein mit physikalischen Nukleonen zu arbeiten, könnte man mit nackten Nukleonen arbeiten [EFH⁺88, Sch99]. Der Effekt des korrekten Dressings der Nukleonen bei den hadronischen Potentialen kann in der Ein-Meson-Näherung sicher auf einfache Weise mitgenommen werden, siehe z.B. Elster [EFH⁺88], d.h. das zweite Nukleon bleibt „nackt“ bzw. wird als physikalisches Teilchen interpretiert. Allerdings erzwingt dies die Einführung eines hadronischen Backgrounds bei der elementaren Reaktion, da man durch das Renormieren des Nukleons mit πN -Schleifen und die damit verbundene Ankopplung an den πN -Kanal nicht-resonante Mechanismen in die Pion-Nukleon-Streuung eingeführt hat.

Die Mesonretardierung wurde nur durch eine approximative Numerik realisiert. Man könnte dieses Verfahren durch die von Wilhelm [Wil92] vorgeschlagene Glättungsmethode durch Iteration ersetzen. Die Lippmann-Schwinger-Gleichung zu iterieren stellt hauptsächlich ein technisches Problem dar. Zum einen ist die dazugehörige Programm-Logik komplexer, zum anderen nimmt natürlich der Rechenaufwand beträchtlich zu. Angesichts der recht kleinen Rückstreuungseffekte scheint dieser Aufwand aber für die kohärente η -Produktion am Deuteron unge rechtfertigt.

Die in dieser Dissertation untersuchten e.m. Eigenschaften der höheren Nukleonresonanzen wurden nicht mit anderen Arbeiten verglichen, da es zur Zeit keinerlei Rechnungen gibt, bei denen dies sinnvoll erscheint. Zum einen existieren andere meson-theoretische Ansätze, diese basieren aber meistens auf dem sog. Effective

Lagrangian Approach (ELA) und arbeiten auf der Baum-Graphen-Ebene, in der Regel mit Verwendung eines a posteriori Unitarisierungsverfahrens, siehe z.B. die Arbeit von Benmerrouche, Mukhopadhyay und Zhang [BMZ95]. Hierbei werden für die e.m. Eigenschaften der Resonanzen energie-unabhängige, reelle Kopplungen angesetzt, die man vernünftigerweise als „nackte“ Kopplungen verstehen sollte. Wie diese mit anderen Ansätzen, insbesondere dynamischen Rechnungen, verglichen werden können bedarf weitergehender Untersuchungen. Zum anderen existieren Rechnungen innerhalb von Quark-Modellen, welche natürlich ebenfalls nicht ohne weiteres mit den ELA-Ergebnissen in Beziehung gesetzt werden dürfen. Es existiert beispielsweise die Arbeit von Meyer *et al.* [MBF97], welche innerhalb ihres effektiven Quark-Modells die Wichtigkeit von π -MECs zwischen den Quarks betonen. Leider wird in diesen Rechnungen die Energieabhängigkeit der γNS_{11} -Kopplung und auch deren Imaginärteil ignoriert. Dieses liegt vor allem an der Verwendung des statischen Limes bei den Pion-Propagatoren. Es wäre interessant, innerhalb dieses Modells mit retardiertem Pion austausch zu arbeiten, und zu vergleichen, ob dieses ebenfalls solch stark energieabhängige Kopplungen vorhersagt.

Anhang A

Technische Formelsammlung

A.1 Kinematik

Wir geben in diesem Abschnitt kurz die wichtigsten kinematischen Relationen an, die für die Mesonproduktions-Reaktion benötigt werden.

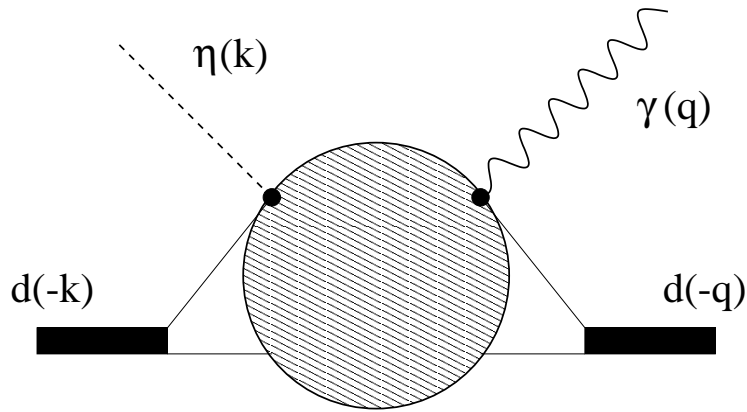


Abb. A.1: Schematische Darstellung der beteiligten kinematischen Variablen bei der Photo-Mesonproduktion (im CM-System).

Für die Produktionsschwelle ergibt sich im Laborsystem:

$$E_{\gamma}^{lab, thr.} = m_B \left(1 + \frac{m_B}{2M_d} \right). \quad (\text{A.1})$$

Für die invariante Masse des Systems als Funktion der Labor-Photonenergie erhält man:

$$W = \sqrt{(2q_{lab} + M_d)M_d}. \quad (\text{A.2})$$

Der Betrag des CM-Photonimpulses ergibt sich zu:

$$q = |\vec{q}_{CM}| = \frac{W^2 - M_d^2}{2W}. \quad (\text{A.3})$$

Analog erhält man für den Betrag des CM-Mesonimpulses:

$$k = |\vec{k}_{CM}| = \frac{\sqrt{W^2 - (M_d - m_B)^2} \sqrt{W^2 - (M_d + m_B)^2}}{2W}. \quad (\text{A.4})$$

Für den Flußfaktor im differentiellen Wirkungsquerschnitt ergibt sich, siehe z.B. Ryder [Ryd92]:

$$\frac{1}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} \rightarrow \frac{E_\gamma^{CM} E_d^{CM}}{q_{CM} W}. \quad (\text{A.5})$$

Zwischen T -Matrix und Kernstrom gilt demzufolge folgende Relation:

$$T_{m'_d \mu m_d} := \pm \sqrt{\kappa} \langle \eta(\vec{k}) d_{m'_d}(-\vec{k}) | j_\mu | \gamma(\vec{q}) d_{m_d}(-\vec{q}) \rangle, \quad (\text{A.6})$$

$$\kappa := \frac{1}{16\pi^2} \frac{k \sqrt{M_d^2 + \vec{q}^2} \sqrt{M_d^2 + \vec{k}^2}}{q W^2}. \quad (\text{A.7})$$

Die Phase der T -Matrix kann natürlich beliebig festgelegt werden.

A.2 Antisymmetrisierung von Zuständen

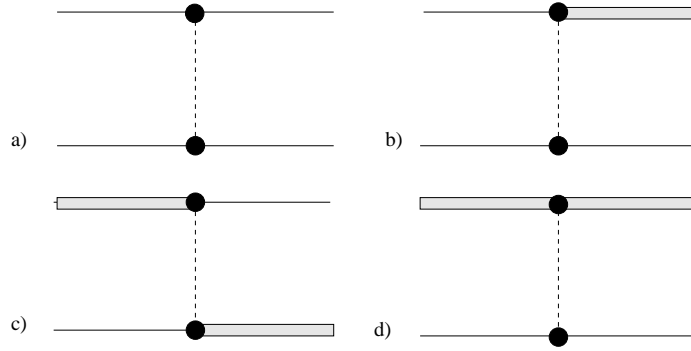


Abb. A.2: Die auftretenden Potential-Typen: Typ (a) sind die reinen Nukleon-Nukleon-Potentiale, Typ (b) die $NR \leftrightarrow NN$ - Übergang-Potentiale, Typ (c) die teilchencharaktertauschenden Nukleon-Resonanz-Potentiale und Typ (d) die direkten NR -Potentiale.

Innerhalb dieser Arbeit wurde implizit immer mit antisymmetrisierten NN -Zuständen und Nukleon-Resonanz-Zuständen gerechnet. Symmetrische NR -Zustände

sind auf dem Quark-Niveau ebenfalls Pauli-verbotten*. Die Vertauschung von Teilchen 1 mit Teilchen 2 liefert für diese antisymmetrischen NR -Zustände Faktoren in den unsymmetrisierten Übergangspotentialen, welche wir hier herleiten werden.

Im folgenden werden die antisymmetrischen Nukleon-Nukleon-Zustände mit $|NN\rangle$ und die nicht-symmetrisierten Nukleon-Resonanz-Zustände mit $|N_1N_2\rangle$ bezeichnet. Aufgrund der Isospinsymmetrie ist ein beliebiger Operator Ω symmetrisch bzgl. der Vertauschung von Teilchen 1 und 2, d.h.

$$\Omega = \Omega(1,2) + (1 \leftrightarrow 2). \quad (\text{A.8})$$

$\Omega(1,2)$ steht also für einen nicht-symmetrischen Operator, z.B. den Nukleon-Pol-Graphen, bei dem die Absorption des Photons und Emission des Mesons an Teilchen No. 1 stattfindet.

Im Falle der $NR \leftrightarrow NN$ -Potentiale ergibt sich ein konstanter Faktor $f = \sqrt{2}$:

$$\begin{aligned} & \langle NN | \Omega \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - P_{12}) | N_1 N_2 \rangle \\ &= \sqrt{2} \langle NN | \Omega(1,2) | N_1 N_2 \rangle, \\ & \quad N_1 \neq N_2 \in \{N, S_{11}, D_{13}, P_{11}\}. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Im Falle der NR -Wechselwirkungspotentiale muß man die direkte und die teilchencharaktertauschende Wechselwirkung unterscheiden:

$$\begin{aligned} & \langle N_1 N_2 | \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - P_{12}) \Omega \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - P_{12}) | N_1 N_2 \rangle \\ &= \langle N_1 N_2 | \Omega(1,2) | N_1 N_2 \rangle - (-)^{\ell'+s'+t'} \langle N_2 N_1 | \Omega(1,2) | N_1 N_2 \rangle, \\ & \quad N_1 \neq N_2 \in \{N, S_{11}, D_{13}, P_{11}\}, \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

wobei ℓ' , s' und t' den Bahndrehimpuls, den Spin und Isospin im Endzustand des Matrixelements bezeichnen. Wir nehmen also an dieser Stelle an, daß eine Partialwellenzerlegung durchgeführt wurde. Somit besitzt beispielsweise das $NP_{11} \rightarrow NP_{11}$ -Potential eine andere Struktur als das analoge $NN \rightarrow NN$ -Potential, obwohl die Vertices identisch sind. In dieser Arbeit wurden keine direkten Nukleon-Resonanz-Potentiale betrachtet, aber wie in Gl. (A.10) deutlich wird, ließen sich solche Wechselwirkungen ohne Schwierigkeiten einführen.

Bei den reinen NN -Zuständen führt das Vertauschen von Teilchen 1 mit 2 in der Regel zu einem einfachen Faktor 2.

*Auch wenn man das Nukleon und die Resonanzen als fundamentale und punktförmige Fermionen auffaßt, werden symmetrische NR -Zustände durch die per Isospinsymmetrie symmetrischen Wechselwirkungen niemals generiert.

A.3 Multipolatorformel

Die in dieser Arbeit verwendete Multipolzerlegung basiert auf einer Entwicklung der Stromoperatoren nach sphärischen Tensoren. Die Grundlage für diese Entwicklung soll hier dargestellt werden.

Gegeben sei ein kartesischer Tensor der Stufe $\bar{L} \in \{0, 1\}$, d.h. entweder ein skalarer Operator ($\bar{L} = 0$) oder ein Vektoroperator ($\bar{L} = 1$), welcher von einem 3er-Vektor \vec{q} abhängt. Im Falle $\bar{L} = 0$ ist dieser auch automatisch ein sphärischer Tensor der Stufe 0, im Falle des Vektoroperators $\bar{L} = 1$ gewinnt man diesen durch Übergang zur sphärischen Basis $\vec{j} \rightarrow j_\mu^{[1]}$. Für die numerische Umsetzung ist nun eine Zerlegung des Operators nach sphärischen Tensoren bzgl. sämtlicher Subräume gesucht, d.h. bzgl. aller Freiheitsgrade, von denen der Tensor abhängt. Die hier betrachteten Operatoren hängen vom Impuls des einlaufenden Photons und auslaufenden Mesons ab, welche durch die Kinematik festgelegt sind. Es wird also zunächst eine Entwicklung nach Beiträgen mit definiertem Photon- bzw. Meson-Bahndrehimpuls benötigt. Hierfür setzen wir folgende Zerlegung nach Kugelflächenfunktionen $Y_{m_0}^{\ell_0*}(\hat{q})$ an, wobei q entweder der Photon- oder Mesonimpuls sei. Man könnte auch nach $Y_{m_0}^{\ell_0}(\hat{q})$ entwickeln, das entspräche einer anderen Phasenkonvention:

$$\begin{aligned}
\Omega_\mu^{[\bar{L}]}(\vec{q}) &= \sum_{\ell_0 m_0} c_{\ell_0 m_0} Y_{m_0}^{\ell_0*}(\hat{q}) \\
&= \sum_{\ell_0 m_0} \left(\int d\Omega_{q'} Y_{m_0}^{\ell_0}(\hat{q}') \Omega_\mu^{[\bar{L}]}(q\hat{q}') \right) Y_{m_0}^{\ell_0*}(\hat{q}) \\
&= \sum_{LM\ell_0 m_0} \langle \ell_0 m_0 \bar{L} \mu | L M \rangle \int d\Omega_{q'} \left[Y^{\ell_0}(\hat{q}') \Omega^{[\bar{L}]}(q\hat{q}') \right]_M^L Y_{m_0}^{\ell_0*}(\hat{q}) \\
&\stackrel{\hat{q} \parallel \hat{z}}{=} \sum_{L\ell_0} \frac{\hat{\ell}_0}{\sqrt{4\pi}} \langle \ell_0 0 \bar{L} \mu | L \mu \rangle \int d\Omega_{q'} \left[Y^{\ell_0}(\hat{q}') \Omega^{[\bar{L}]}(q\hat{q}') \right]_\mu^L \\
&= \sum_{L\ell_0} \beta_\mu^{\bar{L}}(L, \ell_0) \int d\Omega_{q'} \left[Y^{\ell_0}(\hat{q}') \Omega^{[\bar{L}]}(q\hat{q}') \right]_\mu^L, \tag{A.11}
\end{aligned}$$

wobei als Abkürzung der Koeffizient β_μ eingeführt wurde:

$$\beta_\mu^{\bar{L}}(L, \ell_0) = \frac{\hat{\ell}_0}{\sqrt{4\pi}} \langle \ell_0 0 \bar{L} \mu | L \mu \rangle. \tag{A.12}$$

Im Falle der transversalen e.m. Stromoperatoren gilt $\bar{L} = 1$, $\mu = \pm 1$, $\ell_0 = L - 1, L, L + 1$. Im Falle einer e.m. Ladungsdichte bzw. für die hadronischen Mesonproduktionsvertices gilt $\bar{L} = 0$, $\mu = 0$, $\ell_0 = L$, damit vereinfacht sich Gl. (A.12) zu

$$\beta^0(L) = \frac{\hat{L}}{\sqrt{4\pi}}. \tag{A.13}$$

Die Gl. (A.11) bezeichnen wir als „Multipolatorformel“. Sie stellt die Grundlage für die numerische Auswertung auf dem Rechner dar, insbesondere führt sie eine Integration über den Photon-Raumwinkel (und Meson-Raumwinkel) ein. Somit müssen äußere und innere Impulse nicht mehr unterschieden werden und die Anwendung des Wigner-Eckart-Theorems wird möglich.

Falls der Tensor zusätzlich von einem zweiten 3er-Vektor \vec{K}_m abhängt, z.B. im Fall der gekreuzten nukleonischen Graphen, läßt sich die Multipolatorformel erweitern zu:

$$\Omega_\mu^{[\bar{L}]}(\vec{K}_m, \vec{q}) = \sum_{L_\gamma \ell'_0} \beta_\mu^{\bar{L}}(L_\gamma, \ell'_0) \sum_{L_{tot}, L_{mes}} \delta_\mu(L_\gamma, L_{mes}, L_{tot}) \times \int d\Omega_{q'} \int d\Omega_{K'_m} \left[Y^{\ell'_0}(\hat{q}') \Omega^{[\bar{L}]}(K_m \hat{K}'_m, q \hat{q}') \right]^{L_\gamma} Y^{L_{mes}}(\hat{K}'_m) \Big]_\mu^{L_{tot}}, \quad (\text{A.14})$$

wobei der Koeffizient δ_μ gemäß

$$\delta_\mu(L_\gamma, L_{mes}, L_{tot}) = \frac{\hat{L}_{mes}}{\sqrt{4\pi}} \langle L_\gamma \mu \ L_{mes} 0 \mid L_{tot} \mu \rangle \quad (\text{A.15})$$

definiert ist. Die Gesamtstufenzahl L_{tot} kann im übrigen bei einem Übergang vom Deuteron im Anfangszustand zum Deuteron im Endzustand ($j_d = 1 \rightarrow j_d = 1$) nur die Werte $L_{tot} = 0, 1, 2$ annehmen. Es ist ersichtlich, daß dieses Multipolierungsschema nur bei relativ einfachen Graphen praktikabel ist.

A.4 Wahl der Quantisierungsachsen

Bei der Berechnung von Matrixelementen von sphärischen Tensoren, z.B. Spinoperatoren, wird implizit davon ausgegangen, daß man für Anfangs- und Endzustände dieselbe Quantisierungsachse gewählt hat. In der Regel muß man also den Anfangs- oder Endzustand von der Quantisierungsachse aus in die Richtung der Impulse der produzierten Teilchen drehen. In dieser Arbeit wird als Quantisierungsachse der Photonimpuls benutzt, die Endzustände müssen dann in Richtung η -Impuls gedreht werden (ω bezeichne im folgenden eine beliebige Quantisierungsrichtung):

$$T_{(\omega, \omega)} = \omega \langle F m_F \mid \hat{T} \mid I m_I \rangle_\omega \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow T_{(k, q)} &= \sum_{m'_F m'_I} D_{m'_F m'_F}^{[F]}(\omega \leftarrow k) D_{m'_I m'_I}^{[I]}(q \leftarrow \omega) \omega \langle F m'_F \mid \hat{T} \mid I m'_I \rangle_\omega \\ &\stackrel{\omega \leftarrow q}{=} \sum_{m'_F} D_{m'_F m'_F}^{[F]}(q \leftarrow k)_q \langle F m'_F \mid \hat{T} \mid I m_I \rangle_q \\ &= \sum_{m'_F} D_{m'_F m'_F}^{[F]*}(k \leftarrow q)_q \langle F m'_F \mid \hat{T} \mid I m_I \rangle_q. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Wir benutzen an dieser Stelle die Konventionen von Messiah [Mes79] für die Drehoperatoren, wie sie u.a. auch von Sakurai [Sak94] verwendet werden. Die Bezeichnung $x \leftarrow y$ steht dabei für die Drehung der y - auf die x -Achse. Die zur Drehung $k \leftarrow q$ gehörigen Eulerwinkel bezeichnen wir mit ϕ und θ :

$$k \leftarrow q = (\phi, \theta, 0). \quad (\text{A.18})$$

Im allgemeinsten Fall sind die Drehoperatoren Tensorprodukte der Drehoperatoren aller Teilchen im Endzustand, d.h. F , m_F , I und m_I sind Multiindizes. Die ϕ -Abhängigkeit läßt sich abseparieren:

$$\Rightarrow T_{(k,q)} = \sum_{m'_F} e^{i \sum_j m'_F(j) \phi} d_{m'_F m_F}^{[F]}(\theta) \langle F m'_F | \hat{T} | I m_I \rangle, \quad (\text{A.19})$$

wobei der Hochindex (j) die Zugehörigkeit zum j -ten Unterraum kennzeichnet. Ist im besonderen T ein sphärischer Tensor, so bricht die Summe über die Projektionsquantenzahlen m'_F zusammen:

$$T_{\mu(k,q)}^{[L]} = e^{i \sum_j (m_I^{(j)} + \mu^{(j)}) \phi} d_{(m_I + \mu) m_F}^{[F]}(\theta) \langle F (m_I + \mu) | \hat{T}_{\mu}^{[L]} | I m_I \rangle. \quad (\text{A.20})$$

A.5 Zerlegung der t -Matrix nach Multipolen

Die Zerlegung der t -Matrix geschieht in dieser Arbeit auf indirekte Weise, d.h. die Zerlegung der Stromoperatoren nach sphärischen Tensoren liefert als Nebenprodukt die Entwicklung der t -Matrix nach Multipolbeiträgen. Im folgenden wird angenommen, daß die ϕ -Abhängigkeit bereits absepariert ist, und daß sich der Produktionsprozeß in einen Photon-Absorbtions-Operator $\Omega_{\mu_1}^{[L_1]}$ und Meson-Emissions-Operator $\Omega_{\mu_2}^{[L_2]\dagger}$ zerlegen läßt:

$$\begin{aligned} \omega &:= k(\langle j_2 m_2 | \Omega_{\mu_2}^{[L_2]\dagger} \rangle (\Omega_{\mu_1}^{[L_1]} | j_1 m_1 \rangle)_q) \\ &= \sum_{jm} \sum_{\bar{\mu}_2 \bar{m}_2} \langle j_2 \bar{m}_2 | \Omega_{\bar{\mu}_2}^{[L_2]\dagger} | jm \rangle \langle jm | \Omega_{\mu_1}^{[L_1]} | j_1 m_1 \rangle d_{\bar{\mu}_2 \mu_2}^{[L_2]}(\theta) d_{\bar{m}_2 m_2}^{[j_2]}(\theta) \\ &= \sum_{jm} \sum_{\bar{\mu}_2 \bar{m}_2} \sum_{J \bar{M} M} \langle j || \Omega_2^{[L_2]} || j_2 \rangle^* \langle j || \Omega_1^{[L_1]} || j_1 \rangle \\ &\quad \times \frac{1}{\bar{j}^2} \langle j_2 \bar{m}_2 L_2 \bar{\mu}_2 | jm \rangle \langle j_1 m_1 L_1 \mu_1 | jm \rangle \langle j_2 \bar{m}_2 L_2 \bar{\mu}_2 | J \bar{M} \rangle \\ &\quad \times \langle j_2 m_2 L_2 \mu_2 | JM \rangle d_{\bar{M} M}^{[J]}(\theta) \\ &= \sum_j \langle j || \Omega_2^{[L_2]} || j_2 \rangle^* \langle j || \Omega_1^{[L_1]} || j_1 \rangle \\ &\quad \times \frac{1}{\bar{j}^2} \langle j_1 m_1 L_1 \mu_1 | jm \rangle \langle j_2 m_2 L_2 \mu_2 | JM \rangle d_{m M}^{[j]}(\theta), \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

$$\text{mit} \quad \begin{aligned} m &= m_1 + \mu_1 \\ M &= m_2 + \mu_2. \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Die komplexe Konjugation an dem Ω_2 -Matrizelement soll nur die Emission des Mesons andeuten. In den konkreten Rechnungen wird dort das Matrizelement des Produktionsvertex eingesetzt.

Falls sich der Prozeß nicht in zwei Reaktionsstufen zerlegen läßt, so findet man:

$$\begin{aligned} \omega &:= {}_k \langle j_2 m_2 | \Omega_\mu^{[L_\gamma]}(\vec{q}) \Omega_0^{[L_{mes}]}(\vec{k}) | j_1 m_1 \rangle_q \\ &= \sum_{L_{tot}, m_{mes}} \langle j_2 || [\Omega^{[L_\gamma]} \Omega^{[L_{mes}]}]^{L_{tot}} || j_1 \rangle \\ &\quad \times \frac{1}{\hat{j}_2} \langle j_1 m_1 L_{tot} (\mu + m_{mes}) | j_2 (m_1 + \mu + m_{mes}) \rangle \\ &\quad \times \langle L_\gamma \mu L_{mes} m_{mes} | L_{tot} (\mu + m_{mes}) \rangle \\ &\quad \times d_{m_{mes} 0}^{[L_{mes}]}(\theta) d_{(m_1 + \mu + m_{mes}) m_2}^{[j_2]}(\theta). \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Der Unterschied dieses Schemas zu Gl. (A.21) liegt darin, daß hier der Photoabsorptions- und Mesonproduktionsoperator zu einem „Compound“ der Gesamt-Tensorstufe L_{tot} zusammengefasst wurden. Die Multipolzerlegung in Gl. (A.23) ließe sich durch Zusammenkoppeln der Drehfunktionen auf die Form von Gl. (A.21) bringen, aber die Drehimpulssummen brechen aufgrund der komplexeren Operatorstrukturen i.a. nicht zusammen. Natürlich ist der umgekehrte Weg trivial, d.h. das Schema in Gl. (A.21) läßt sich auf die Form von Gl. (A.23) bringen. Diese Tatsache wurde zum Testen der Numerik benutzt.

Man erhält also aus beiden Schemata eine Entwicklung der t -Amplitude nach den Wigner-Funktionen $d_{mM}^{[j]}(\theta)$. Die Entwicklungskoeffizienten dieser Zerlegung können auf einfache Weise mittels der Parität als elektrische oder magnetische Beiträge identifiziert werden, siehe Gl. (3.69).

A.6 Mathematische Hilfsformeln

D-Matrizen

Die Beziehung zwischen den Drehungen um raum- (R_z, \dots) und körperfeste ($R_{z'}, \dots$) Drehachsen lautet:

$$R = R_{z'}(\alpha) R_{y'}(\beta) R_{z'}(\gamma) = R_z(\gamma) R_y(\beta) R_z(\alpha). \quad (\text{A.24})$$

Die Drehmatrizen D definieren Drehungen um raumfeste Drehachsen:

$$\hat{D}(\alpha, \beta, \gamma) = e^{-i\alpha \hat{J}_z} e^{-i\beta \hat{J}_y} e^{-i\gamma \hat{J}_z}, \quad (\text{A.25})$$

$$\Rightarrow D_{m'm}^{[j]}(\alpha, \beta, \gamma) = e^{-i(m'\alpha + m\gamma)} d_{m'm}^{[j]}(\beta). \quad (\text{A.26})$$

Für die Wigner-Funktionen $d_{m'm}^{[j]}(\beta)$ existiert eine geschlossene Formel, die sich auf einfache Weise numerisch umsetzen läßt, siehe z.B. Sakurai [Sak94].

Es gelten folgende Orthogonalitätsrelationen für die D -Matrizen:

$$\int dR D_{mk}^{*[j]}(R) D_{m'k'}^{[j']}(R) = \frac{8\pi^2}{2j+1} \delta_{j'j} \delta_{m'm} \delta_{k'k},$$

mit $\int dR = \int_0^\pi d\beta \sin\beta \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{2\pi} d\gamma,$ (A.27)

$$\Rightarrow \int_0^\pi d\beta \sin\beta d_{mk}^{[j]}(\beta) d_{m'k'}^{[j']}(\beta) = \frac{2}{2j+1} \delta_{j'j}. \quad (\text{A.28})$$

Kugelflächenfunktionen

Es ist bei gewissen Anwendungen, z.B. dem Berechnen von Matrixelementen, günstig, die Kugelflächenfunktionen umzunormieren:

$$C_M^L(\hat{q}) = \frac{\sqrt{4\pi}}{\hat{L}} Y_M^L(\hat{q}). \quad (\text{A.29})$$

Für die Deuteronwellenfunktion benötigt man die Kugelflächenfunktionen bzw. C_M^L -Funktionen an einem verschobenen Argument. Hierfür existiert eine geschlossene Formel, siehe z.B. [Göl91, Wil92]:

$$\vec{Q} := \vec{p} + \vec{q},$$

$$Q^l C_l(\hat{Q}) = \sum_a p^{l-a} q^a \sqrt{\frac{(2l)!}{(2a)!(2(l-a))!}} [C_{l-a}(\hat{p}) C_a(\hat{q})]^l. \quad (\text{A.30})$$

Anhang B

Die elementare Reaktion

B.1 CGLN-Amplituden

Wir geben hier kurz die Definition der CGLN-Amplituden F_1, F_2, F_3 und F_4 an, siehe auch [CGLN57, BDW67, DT92]. Die Zerlegung des Photopionproduktionsstroms läßt sich folgendermaßen motivieren: der Strom \vec{j} muß aufgrund des produzierten pseudoskalaren Mesons ein Pseudovektor sein; aus den zur Verfügung stehenden 3er-Vektoren $(\vec{q}, \vec{k}, \vec{\sigma})$ läßt sich folgender allgemeiner Pseudovektorstrom konstruieren, der keine rein-longitudinalen Beiträge enthält:

$$\vec{j} = \frac{4\pi W}{M} \left(F_1 i\vec{\sigma} + F_2 \vec{\sigma} \cdot \hat{k} \vec{\sigma} \times \hat{q} + F_3 i\vec{\sigma} \cdot \hat{q} \hat{k} + F_4 i\vec{\sigma} \cdot \hat{k} \hat{k} \right). \quad (\text{B.1})$$

Äquivalent ließe sich der Stromoperator auch vollständig im Spinraum ausreduzieren:

$$\vec{j} = \frac{4\pi W}{M} \left(\tilde{F}_1 i\vec{\sigma} + \tilde{F}_2 \hat{k} \times \hat{q} + \tilde{F}_3 i\vec{\sigma} \cdot \hat{q} \hat{k} + \tilde{F}_4 i\vec{\sigma} \cdot \hat{k} \hat{k} \right), \quad (\text{B.2})$$

wobei die Amplituden $\{F_i\}$ und $\{\tilde{F}_i\}$ folgendermaßen miteinander zusammenhängen:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1 &= F_1 - F_2 \hat{k} \cdot \hat{q}, \\ \tilde{F}_2 &= F_2, \\ \tilde{F}_3 &= F_2 + F_3, \\ \tilde{F}_4 &= F_4. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

B.2 Multipole und Observable

Der Vollständigkeit wegen wird an dieser Stelle der Zusammenhang zwischen den Multipolen, den CGLN-Amplituden und den einfachsten Observablen der elementaren Meson-Produktion angegeben. Die e.m. Multipole lassen sich durch eine einfache (numerische) Integration über den Streuwinkel berechnen, siehe z.B. [BDW67, KDT95]:

$$\begin{aligned} E_{\ell+} &= \frac{1}{2\ell+2} \int_{-1}^{+1} dx \left[P_\ell F_1 - P_{\ell+1} F_2 + \frac{\ell}{2\ell+1} (P_{\ell-1} - P_{\ell+1}) F_3 \right. \\ &\quad \left. + \frac{\ell+1}{2\ell+3} (P_\ell - P_{\ell+2}) F_4 \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{\ell-} &= \frac{1}{2\ell} \int_{-1}^{+1} dx \left[P_{\ell} F_1 - P_{\ell-1} F_2 + \frac{\ell+1}{2\ell+1} (P_{\ell+1} - P_{\ell-1}) F_3 \right. \\
&\quad \left. + \frac{\ell}{2\ell-1} (P_{\ell} - P_{\ell-2}) F_4 \right], \\
M_{\ell+} &= \frac{1}{2\ell+2} \int_{-1}^{+1} dx \left[P_{\ell} F_1 - P_{\ell+1} F_2 + \frac{1}{2\ell+1} (P_{\ell+1} - P_{\ell-1}) F_3 \right], \\
M_{\ell-} &= \frac{1}{2\ell} \int_{-1}^{+1} dx \left[-P_{\ell} F_1 + P_{\ell-1} F_2 + \frac{1}{2\ell+1} (P_{\ell-1} - P_{\ell+1}) F_3 \right]. \quad (\text{B.4})
\end{aligned}$$

Die experimentell am einfachsten zugänglichen Observablen der elementaren Reaktion sind sicherlich der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, die Strahlasymmetrie Σ , die Targetasymmetrie T und die Polarisierung P des Rückstoßnukleons. Deswegen geben wir an dieser Stelle die Darstellung dieser Observablen durch Strukturfunktionen gemäß [DT92, KDT95] an:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{k}{q} R_T^{00}, \\
\Sigma &= -\frac{{}^c R_{TT}^{00}}{R_T^{00}}, \quad T = \frac{R_T^{0y}}{R_T^{00}}, \quad P = \frac{R_T^{y'0}}{R_T^{00}}. \quad (\text{B.5})
\end{aligned}$$

Die Strukturfunktionen sind dabei wie folgt mit den CGLN-Amplituden F_i verknüpft:

$$\begin{aligned}
R_T^{00} &= |F_1|^2 + |F_2|^2 + \frac{\sin^2 \theta}{2} (|F_3|^2 + |F_4|^2) \\
&\quad + \Re \left[\sin^2 \theta (F_1^* F_3 + F_1^* F_4 + \cos \theta F_3^* F_4) - 2 \cos \theta F_1^* F_2 \right], \quad (\text{B.6})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_T^{0y} &= \Im \left[\sin \theta (F_1^* F_3 - F_2^* F_4 + \cos \theta (F_1^* F_4 - F_2^* F_3)) \right. \\
&\quad \left. - \sin^2 \theta F_3^* F_4 \right], \quad (\text{B.7})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_T^{y'0} &= \Im \left[\sin \theta (-2F_1^* F_2 - F_1^* F_3 + F_2^* F_4 + \cos \theta (F_2^* F_3 - F_1^* F_4)) \right. \\
&\quad \left. + \sin^2 \theta F_3^* F_4 \right], \quad (\text{B.8})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^c R_{TT}^{00} &= \sin^2 \theta \left[\frac{1}{2} (|F_3|^2 + |F_4|^2) \right. \\
&\quad \left. + \Re (F_2^* F_3 + F_1^* F_4 + \cos \theta F_3^* F_4) \right]. \quad (\text{B.9})
\end{aligned}$$

Man kann die Observablen auch über die sogenannten Helizitätsamplituden H_1 , H_2 , H_3 und H_4 darstellen, siehe z.B. [BMZ95]. Die Darstellungen über Struktur-

funktionen und Helizitätsamplituden sind natürlich äquivalent.

$$H_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} (F_1 + F_4), \quad (\text{B.10})$$

$$H_2 = \sqrt{2} \cos \frac{\theta}{2} [(F_2 - F_1) + \sin^2 \frac{\theta}{2} (F_3 - F_4)], \quad (\text{B.11})$$

$$H_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2} (F_3 - F_4), \quad (\text{B.12})$$

$$H_4 = \sqrt{2} \sin \frac{\theta}{2} [(F_2 + F_1) + \cos^2 \frac{\theta}{2} (F_3 + F_4)]. \quad (\text{B.13})$$

Die Formel für den unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitt ist sehr einfach:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k}{2q} \sum_{i=1}^{i=4} |H_i|^2. \quad (\text{B.14})$$

Die Observablen Σ , T und P stellen sich über die Amplituden H_i folgenderweise dar:

$$\Sigma = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{-1} \frac{k}{q} \Re \mathfrak{e} [H_1 H_4^* - H_2 H_3^*], \quad (\text{B.15})$$

$$T = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{-1} \frac{k}{q} \Im \mathfrak{m} [H_1 H_2^* + H_3 H_4^*], \quad (\text{B.16})$$

$$P = - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{-1} \frac{k}{q} \Im \mathfrak{m} [H_1 H_3^* + H_2 H_4^*]. \quad (\text{B.17})$$

B.3 Isospin-Konventionen

Wir stellen im folgenden Abschnitt kurz die Isospin-Konventionen vor, die in der Physik der Pion-Photoproduktion gebräuchlich sind. Aufgrund der Isospin-symmetrie hat die Pionproduktions-Amplitude A bei einer e.m. isoskalaren bzw. isovektoriellen Anregung folgende allgemeine Isospinstruktur:

$$\begin{aligned} A &= A^{(-)} \frac{1}{2} [\tau_\mu^\dagger, \tau_0] + A^{(+)} \frac{1}{2} \{\tau_\mu^\dagger, \tau_0\} + A^{(0)} \tau_\mu^\dagger \\ &= A^{(-)} \mu \tau_\mu^\dagger + A^{(+)} \delta_{\mu,0} + A^{(0)} \tau_\mu^\dagger. \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Bei der Produktion von Isektor-Mesonen existiert prinzipiell auch eine isotensorielle e.m. Anregung, welche dann zum Isospin- $t = 3/2$ -Kanal im Endzustand beitragen würde. Diese weitere Isospin-Amplitude wird hier vernachlässigt.

Die physikalischen Multipole/Amplituden der Pionproduktion hängen in folgender Weise mit den in Gl. (B.18) definierten (0), (+) und (-) Amplituden zusammen:

$$\begin{aligned}
A(n\pi^+ \leftarrow \gamma p) &= -\sqrt{2}(A^{(0)} + A^{(-)}), \\
A(p\pi^- \leftarrow \gamma n) &= \sqrt{2}(A^{(0)} - A^{(-)}), \\
A(p\pi^0 \leftarrow \gamma p) &= A^{(+)} + A^{(0)}, \\
A(n\pi^0 \leftarrow \gamma n) &= A^{(+)} - A^{(0)}.
\end{aligned} \tag{B.19}$$

Es muß angemerkt werden, daß dieser Zusammenhang natürlich nicht eindeutig ist, da man zu jeder der physikalischen Amplituden einen Phasenfaktor hinzumultiplizieren kann, ohne die Observablen abzuändern.

Es werden in der Literatur, siehe beispielsweise [AWLR90, DT92], aus den (+)-, (-)- und (0)-Amplituden Isospin-(3/2)- und -(1/2)-Amplituden definiert:

$$A^{(3/2)} := A^{(+)} - A^{(-)}, \quad A^{(1/2)} := A^{(+)} + 2A^{(-)}. \tag{B.20}$$

Diese entsprechen der e.m. isovektoriellen Anregung zum Isospin $t = 3/2$ - bzw. $t = 1/2$ -Kanal im Endzustand. Die (0)-Amplituden entsprechen natürlich der e.m. isoskalaren Anregung zum Isospin $t = 1/2$ -Kanal.

Von Arndt *et al.* [AWLR90] werden sogenannte Proton- und Neutron-Isospin-Amplituden eingeführt:

$$\begin{aligned}
A^{(p)} &:= A^{(0)} + \frac{1}{3}A^{(1/2)}, \\
A^{(n)} &:= A^{(0)} - \frac{1}{3}A^{(1/2)}.
\end{aligned} \tag{B.21}$$

Mit diesen Definitionen schreiben sich die physikalischen Amplituden – ausgedrückt durch die Amplituden $A^{(p)}$, $A^{(n)}$ und $A^{(3/2)}$ – folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
A(n\pi^+ \leftarrow \gamma p) &= \frac{\sqrt{2}}{3}A^{(3/2)} - \sqrt{2}A^{(p)}, \\
A(p\pi^- \leftarrow \gamma n) &= \frac{\sqrt{2}}{3}A^{(3/2)} + \sqrt{2}A^{(n)}, \\
A(p\pi^0 \leftarrow \gamma p) &= \frac{2}{3}A^{(3/2)} + A^{(p)}, \\
A(n\pi^0 \leftarrow \gamma n) &= \frac{2}{3}A^{(3/2)} - A^{(n)}.
\end{aligned} \tag{B.22}$$

Für die η -Mesonproduktion ist die Isospinzerlegung natürlich trivial. Es existieren nur zwei unabhängige Isospin-Amplituden, nämlich die zur e.m. isoskalaren und isovektoriellen Anregung gehörigen Amplituden:

$$A = A^{(0)} + A^{(1)}\tau_0. \tag{B.23}$$

Aus den Isospin-Amplituden gewinnt man auf folgende Weise die Amplituden der physikalischen Kanäle:

$$\begin{aligned} A(\eta p \leftarrow \gamma p) &\equiv A^{(p)} = A^{(0)} + A^{(1)}, \\ A(\eta n \leftarrow \gamma n) &\equiv A^{(n)} = A^{(0)} - A^{(1)}. \end{aligned} \tag{B.24}$$

Anhang C

Die K -Matrix-Approximation

An dieser Stelle soll der Vollständigkeit wegen kurz die Grundidee der sogenannten K -Matrix-Approximation vorgestellt werden, angewandt auf die zeitgeordnete Störungsrechnung. Gegeben sei also ein Potential V , welches n physikalische Zweiteilchen-Kanäle miteinander kopple, z.B. den πN - und ηN -Kanal. Die zugehörige Lippmann-Schwinger-Gleichung lautet:

$$T = V + VG_0T. \quad (\text{C.1})$$

Diese Gleichung ist im Impulsraum eine Integralgleichung, deren Lösung i.a. nicht-trivial ist. Die Unitaritätsrelation lautet dann:

$$S = \mathbb{1} + 2i\alpha T, \quad S^\dagger S = \mathbb{1} \Rightarrow T - T^\dagger = 2i\alpha T^\dagger T, \quad (\text{C.2})$$

wobei α eine Diagonalmatrix ist, die kinematische Faktoren enthält. Für das Erfüllen von Gl. (C.2) ist allerdings nur der Polbeitrag des Propagators von Bedeutung, da er die einzige Quelle für den Imaginärteil von T liefert:

$$G_0 = \mathcal{P} \frac{1}{W - H_0(p)} - i\pi F(p_0)\delta(p - p_0), \quad (\text{C.3})$$

wobei $p_0 = (p_0^1, \dots, p_0^n)$ die Polimpulse der Kanäle bezeichne und die Diagonalmatrix $F(p_0)$ durch das Umschreiben des Propagators bei Anwendung der Formel von Sochotzky ins Spiel kommt.

Idee der K -Matrix-Methode ist es, nur den Polbeitrag zu berücksichtigen und den Hauptwertbeitrag zu vernachlässigen:

$$T_{(K)} = V - i\pi V F(p_0)\delta(p - p_0)T_{(K)}, \quad (\text{C.4})$$

$$\Rightarrow T_{(K)} = (\mathbb{1} + i\pi F(p_0)\delta(p - p_0)V)^{-1} V. \quad (\text{C.5})$$

Die δ -Funktion soll dabei andeuten, daß das Relativimpuls-Integral zusammenbricht und alle Operatoren durch ihre on-shell-Matrixelemente ersetzt werden. Obige Gl. (C.4) ist also keine Integralgleichung, sondern eine einfache Matrixgleichung mit komplexen $n \times n$ -Matrizen.

In der Arbeit von Sauermaun [Sau96] wird als Ausgangspunkt die 4-dimensionale Bethe-Salpeter-Gleichung verwendet. Die dynamische Gleichung für $T_{(K)}$ besitzt nach Vernachlässigen der off-shell-Propagationen dieselbe Form wie in Gl. (C.4), allerdings werden dabei noch Drehimpuls-Kanäle gekoppelt, was an der Struktur des Bethe-Salpeter-Propagators liegt.

Anhang D

Freie zweitquantisierte Felder

Die Erzeugungs- und Vernichtungs-Operatoren für nicht-kovariant normierte Fermion- bzw. Boson-Felder erfüllen folgende Antikommutator- bzw. Kommutator-Relation:

$$\begin{aligned} a_Q a_{Q'}^\dagger \pm a_{Q'}^\dagger a_Q &= \delta(Q, Q'), \\ a_Q a_{Q'} \pm a_{Q'} a_Q &= 0, \\ a_Q^\dagger a_{Q'}^\dagger \pm a_{Q'}^\dagger a_Q^\dagger &= 0, \end{aligned} \tag{D.1}$$

wobei Q ein Multi-Index ist, der alle diskreten und kontinuierlichen Quantenzahlen umfasst.

Dirac-Feld

Das zweitquantisierte Spin-1/2-Feld in nicht-kovarianter Normierung lautet:

$$\Psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ a(p)u(p)e^{-ipx} + b^\dagger(p)v(p)e^{ipx} \right\}, \tag{D.2}$$

$$\bar{\Psi}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ a^\dagger(p)\bar{u}(p)e^{ipx} + b(p)\bar{v}(p)e^{-ipx} \right\}. \tag{D.3}$$

Die Spinoren sind folgenderweise definiert:

$$u^\dagger(p)u(p) = v^\dagger(p)v(p) \stackrel{!}{=} 1, \tag{D.4}$$

$$u(p) = \mathcal{N}(p) \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E_p + m} \end{pmatrix} \chi, \tag{D.5}$$

$$v(p) = \mathcal{N}(p) \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E_p + m} \\ 1 \end{pmatrix} \eta, \tag{D.6}$$

wobei χ den Pauli-Spinor und $\eta := -i\sigma_2\chi$ den Antiteilchen-Pauli-Spinor bezeichnet, siehe [BD90]. Die Spinor-Normierung ist gegeben durch:

$$\mathcal{N}(p) = \sqrt{\frac{E_p + m}{2m}}. \tag{D.7}$$

Elektromagnetisches Feld

Das zweitquantisierte elektromagnetische Feld in Coulomb-Eichung und kovarianter Normierung lautet folgenderweise:

$$\vec{A}(x) = \sum_{\lambda} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3 2q_0} \vec{\varepsilon}_{\lambda}(\vec{q}) \left\{ c_{\lambda}(\vec{q}) e^{-iqx} + c_{\lambda}^{\dagger}(\vec{q}) e^{iqx} \right\}, \quad (\text{D.8})$$

$$\vec{A}(x) = \vec{A}^{\dagger}(x). \quad (\text{D.9})$$

Es ist praktischer, das e.m. Feld in der Ein-Photon-Näherung als äußeres klassisches Feld $A^{\mu} = (A_0(\vec{x}, t), \vec{A}(\vec{x}, t))$ zu betrachten und die Strom- bzw. Ladungsdichte-Operatoren per Funktionalableitung „abzulesen“:

$$\begin{aligned} H(t) &= \int d^3x \left(\rho(\vec{x}, t) A_0(\vec{x}, t) - \vec{j}(\vec{x}, t) \cdot \vec{A}(\vec{x}, t) \right) \\ \Rightarrow \rho(\vec{x}, t) &= \frac{\delta H(t)}{\delta A_0(\vec{x}, t)}, \quad \vec{j}(\vec{x}, t) = -\frac{\delta H(t)}{\delta \vec{A}(\vec{x}, t)}. \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

Dies hat den Vorteil, daß auch virtuelle Photonen mit demselben Formalismus behandelt werden können.

Skalares Meson-Feld

Das skalare (bzw. pseudoskalare) Feld sieht in nicht-kovarianter Normierung folgenderweise aus:

$$\phi(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega_k}} \left\{ a(k) e^{-ikx} + a^{\dagger}(k) e^{ikx} \right\}, \quad (\text{D.11})$$

$$\phi(x) = \phi^{\dagger}(x). \quad (\text{D.12})$$

Vektor-Meson-Feld

Das Feld eines massiven Spin-1-Teilchens wird analog zum e.m. Feld (hier in nicht-kovarianter Normierung) konstruiert:

$$\Psi^{\mu}(x) = \sum_k \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2E_p}} \varepsilon^{k\mu}(p) \left\{ a_k(p) e^{-ipx} + a_k^{\dagger}(p) e^{ipx} \right\}, \quad (\text{D.13})$$

$$\Psi^{\mu}(x) = \Psi^{\mu\dagger}(x). \quad (\text{D.14})$$

In der Literatur, siehe z.B. [Ryd92], wird bei der Betrachtung des massiven Spin-1-Felds häufig die Notwendigkeit diskutiert, die Zeitkomponente zu eliminieren und die Hamiltondichte durch den konjugierten Impuls $\vec{\Pi}$ und den 3er-Anteil des

Felds $\vec{\Psi}$ auszudrücken. Dieses Argument ist aber rein formal, beim Berechnen von Vertices ist es geschickter, die Zeitkomponente mitzuführen und zu beachten, daß die Komponenten der Spinfunktion des Spin-1-Felds nicht unabhängig sind.

Der Polarisationsvektor $\varepsilon_\mu^k(p)$, $k = 1, 2, 3$, tritt dabei für das Vektormeson als intermediäres Teilchen niemals nach außen hin auf, vielmehr benötigt man lediglich folgende Rechenregel für die Kontraktion zweier Polarisationsvektoren:

$$\sum_k \varepsilon^{k\mu}(p) \varepsilon^{k\nu}(p) = -g^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{m_V^2}. \quad (\text{D.15})$$

Spin-3/2-Feld

Die Behandlung von Spin-3/2-Resonanzen ist immer noch Gegenstand der Diskussion, siehe z.B. Benmerrouche *et al.* [BDM89]. So treten beispielsweise unphysikalische Spin-1/2-Anteile beim off-shell-Verhalten des freien Propagators des Spin-3/2-Felds auf. An dieser Stelle soll aber darauf nicht eingegangen werden. In dieser Arbeit wird das Spin-3/2-Teilchen auf die übliche Weise behandelt, d.h. durch Konstruktion der Vertices über das Rarita-Schwinger-Feld und durch Verwendung eines nicht-relativistischen und damit spin-unabhängigen freien Propagators. Die Spinabhängigkeit des relativistischen Rarita-Schwinger-Propagators wird in dieser Arbeit nicht diskutiert.

Der Rarita-Schwinger-Spinor wird im Ruhesystem des Teilchens als Kopplung eines (Spin-1) Polarisationsvektors und eines Spin-1/2-Spinors gebildet:

$$U(m) = \sum_{m^1 m^{1/2}} \langle 1 m^1 \frac{1}{2} m^{1/2} | \frac{3}{2} m \rangle \varepsilon_{m^1} \otimes u_{m^{1/2}}(0). \quad (\text{D.16})$$

Dieser trägt per Konstruktion die gewünschten Spin-Quantenzahlen:

$$\vec{\mathcal{J}} = \vec{s} \otimes 1 + \frac{1}{2} 1 \otimes \vec{\Sigma} \quad (\text{D.17})$$

$$\Rightarrow \vec{\mathcal{J}}^2 U(m) = \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2} + 1 \right) U(m), \quad \mathcal{S}_z U(m) = m U(m). \quad (\text{D.18})$$

Dabei ist \vec{s} der Spin-Operator (für ein Spin-1-Teilchen), $\vec{\Sigma} := \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}$, und $\vec{\mathcal{J}}$ ist der Gesamtspin-Operator des so zusammengesetzten Systems.

Der geboostete Spinor lautet demzufolge:

$$\begin{aligned} S(p)U(m) &= \sum_{m^1 m^{1/2}} \langle 1 m^1 \frac{1}{2} m^{1/2} | \frac{3}{2} m \rangle S^1(p) \varepsilon_{m^1} \otimes S^{1/2}(p) u_{m^{1/2}}(0), \\ &= \sum_{m^1 m^{1/2}} \langle 1 m^1 \frac{1}{2} m^{1/2} | \frac{3}{2} m \rangle \varepsilon_{m^1}(p) \otimes u_{m^{1/2}}(p), \end{aligned} \quad (\text{D.19})$$

wobei $S^1(p)$ der gewöhnliche Lorentzboost ist:

$$S^1(p)^i_j = \frac{1}{m} \left(\begin{array}{c|c} E & -p_j \\ \hline p^i & m\delta^i_j - \frac{p^i p_j}{E+m} \end{array} \right). \quad (\text{D.20})$$

Damit lautet der Rarita-Schwingersche Spinor:

$$U^\mu(p) = \mathcal{N}(p) S^1(p)^\mu_\nu \left(\begin{array}{c} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E_p+m} \end{array} \right) (S_{NR})^\nu \Psi^{(3/2)}, \quad (\text{D.21})$$

mit $(S_{NR})^\nu := (0, \vec{\sigma}_{NR})$. $\Psi^{(3/2)}$ ist der analog zum Pauli-Spinor definierte Spin-3/2-Spinor.

Der positive Energie-Anteil des zweitquantisierten Spin-3/2-Feld sieht also folgenderweise aus:

$$\Psi^\mu(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} a(p) U^\mu(p) e^{-ipx}. \quad (\text{D.22})$$

Für die reduzierten Matrixelemente der Spin-1/2-Spin-3/2-Übergangsmatrizen $\vec{\sigma}_{NR}$ gilt:

$$\left\langle \frac{3}{2} \parallel \sigma_{RN} \parallel \frac{1}{2} \right\rangle = - \left\langle \frac{1}{2} \parallel \sigma_{NR} \parallel \frac{3}{2} \right\rangle = 2. \quad (\text{D.23})$$

Die explizite Matrix-Darstellung der Spin-Matrizen wird bei Verwendung des Wigner-Eckart-Theorems an keiner Stelle benötigt.

Anhang E

Allgemeine Vertexfunktion

E.1 Definition der Vertexfunktion

An dieser Stelle geben wir die allgemeine Vorschrift zur Konstruktion der Vertices \mathfrak{V} aus der Lagrangedichte $\mathcal{L}(x)$ an, wie sie in ähnlicher Weise auch in [Els86] verwendet wurde:

$$L := \int d^3x \mathcal{L}(x) \Big|_{x_0=0}, \quad (\text{E.1})$$

$$\mathfrak{V} := -\langle 0 | a_{f_1} a_{f_2} \dots :L: a_{i_1}^\dagger a_{i_2}^\dagger \dots | 0 \rangle. \quad (\text{E.2})$$

Hierbei sind die Operatoren $a_i^{(\dagger)}$ bzw. $a_f^{(\dagger)}$ die Vernichter (Erzeuger) der Teilchen im Anfangs- bzw. Endzustand.

Das Vorzeichen in Gl. (E.2) ist Konvention und wurde von uns so gewählt, daß

$$\mathfrak{V} = \langle 0 | \dots :H: \dots | 0 \rangle \quad (\text{E.3})$$

im Falle einer ableitungsfreien Lagrangedichte gilt:

$$\mathcal{H} := \sum_{\alpha} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}_{\alpha}} \dot{\phi}_{\alpha} - \mathcal{L}, \quad (\text{E.4})$$

$$H := \int d^3x \mathcal{H}(x) \Big|_{x_0=0}. \quad (\text{E.5})$$

In der Literatur findet man auch folgende Vorschrift zur Konstruktion der Vertices, z.B. in Machleidt [Mac89]:

$$\mathfrak{W} := \langle 0 | a_{f_1} a_{f_2} \dots :H: a_{i_1}^\dagger a_{i_2}^\dagger \dots | 0 \rangle, \quad (\text{E.6})$$

diese Definition ist aber für den konkreten Fall der pseudovektoriellen πN -Wechselwirkung falsch. In S. Weinbergs Buch [Wei95, Kapitel 7 (“The Canonical Formalism”)] wird beispielsweise betont, daß bei der Definition des Wechselwirkungs-Hamiltonians darauf zu achten ist, daß man implizit das Wechselwirkungs-Bild benutzt. Für die in dieser Arbeit behandelten Lagrangedichten lautet die korrekte Definition des Wechselwirkungs-Hamiltonoperators:

$$H_{WW} := - \int d^3x \mathcal{L}_{WW}(x) \Big|_{x_0=0}. \quad (\text{E.7})$$

Im folgenden werden wir allerdings die Vertices explizit nachrechnen und zeigen, daß Gl. (E.6) im Widerspruch zum sog. Äquivalenztheorem steht.

E.2 Äquivalenz-Theorem und elementare Photo-pionproduktion

Für die Pion-Nukleon-Wechselwirkungs-Lagrangedichte lauten die zwei einfachsten Ansätze, die sog. pseudoskalare (ps) und pseudovektorielle (pv) Kopplung, wie folgt:

$$\mathcal{L}_{\pi N}^{\text{PS}} = -ig\bar{\Psi}\gamma_5\phi\Psi, \quad (\text{E.8})$$

$$\mathcal{L}_{\pi N}^{\text{PV}} = -\frac{f}{m_\pi}\bar{\Psi}\gamma_5\gamma_\mu(\partial^\mu\phi)\Psi. \quad (\text{E.9})$$

Dyson konnte bereits 1948 (siehe für eine kompakte Darstellung hierzu [Göl91, GA92]) zeigen, daß diese beiden einfachsten Ansätze für die πN -Wechselwirkung unitär äquivalent sind bis auf Terme quadratisch in der πN -Kopplung:

$$(\mathcal{H}_{\pi N}^{\text{PV}})' := U(\mathcal{H}_{\pi N}^{\text{PV}} - i\partial_t)U^\dagger = \mathcal{H}_{\pi N}^{\text{PS}} + \mathcal{O}(g^2), \quad (\text{E.10})$$

$$U = \exp(-i\frac{g}{2m}\gamma_5\phi), \quad (\text{E.11})$$

sofern die Beziehung $\frac{f}{m_\pi} = \frac{g}{2m}$ zwischen den beiden Kopplungsstärken f und g gilt.

Das Äquivalenztheorem besagt also, daß die pseudoskalare und pseudovektorielle Kopplung bis auf Multi-Pion-Vertices zueinander äquivalent sind. Diese Äquivalenz bleibt auch nach dem Ankoppeln des e.m. Felds per minimaler Substitution erhalten, nur das Berücksichtigen des anomalen magnetischen Moments der Nukleonen verletzt das Theorem.

Dies bedeutet also konkret, daß die Summe der Born-Graphen der elementaren Photo-Pionproduktion für ps- und pv-Kopplung bis auf Terme proportional zum anomalen magnetischen Moment des Nukleons identisch sind. Letztere Aussage wird im folgenden explizit nachgerechnet, wobei wir uns auf die führende nicht-relativistische Ordnung beschränken möchten.

Für den direkten nukleonischen Graph findet man in führender Ordnung:

$$\vec{j}_{\text{NP}}^{\text{ps/pv}} = i\frac{g}{2m}\tau_\mu^\dagger\vec{\sigma}\cdot\vec{k}\frac{1}{W-m+i\epsilon}\frac{i}{2m}(\hat{e}+\hat{\kappa})\vec{\sigma}\times\vec{q}, \quad (\text{E.12})$$

siehe auch Abschnitt 2.2.1, während für den gekreuzten Graphen

$$\begin{aligned} \vec{j}_{\text{NC}}^{\text{ps/pv}} &= \frac{1}{2m}\left(\hat{e}(-2\vec{k})+i(\hat{e}+\hat{\kappa})\vec{\sigma}\times\vec{q}\right) \\ &\times\frac{1}{W-\omega_q-\omega_k-e_N(\vec{q}+\vec{k})+i\epsilon}i\frac{g}{2m}\tau_\mu^\dagger\vec{\sigma}\cdot\vec{k} \end{aligned} \quad (\text{E.13})$$

gilt. Gl. (E.12) und Gl. (E.13) sind unabhängig von dem gewählten Kopplungstyp (ps oder pv), da die Emissions- bzw. Absorptions-Vertices des Pions am Nukleon in beiden Kopplungen identisch sind. Ähnliches gilt für die Pion-Pol-Graphen:

$$\vec{j}_{\text{PP}}^{\text{ps/pv}} = -i[\hat{e}, \tau_\mu^\dagger] 2\vec{k}\vec{\sigma} \cdot (\vec{k} - \vec{q}) \frac{1}{2\omega_\pi(\vec{k} - \vec{q})} \left(\frac{1}{W - e_N(q) - \omega_\pi(\vec{k} - \vec{q}) - \omega_k + i\epsilon} + \frac{1}{W - e_N(k) - \omega_\pi(\vec{k} - \vec{q}) - \omega_q + i\epsilon} \right). \quad (\text{E.14})$$

Es muß also insbesondere in führender relativistischer Ordnung folgende Relation für den Kroll-Ruderman-Term und die Z-Graphen gelten:

$$\vec{j}_{\text{KR}}^{\text{pv}} + \vec{j}_{\text{Z}}^{\text{pv}} \stackrel{!}{=} \vec{j}_{\text{Z}}^{\text{ps}}, \quad (\text{E.15})$$

wobei der KR-Term durch

$$\vec{j}_{\text{KR}}^{\text{pv}} = -i[\hat{e}, \tau_\mu^\dagger] \frac{g}{2m} \vec{\sigma} \quad (\text{E.16})$$

gegeben ist.

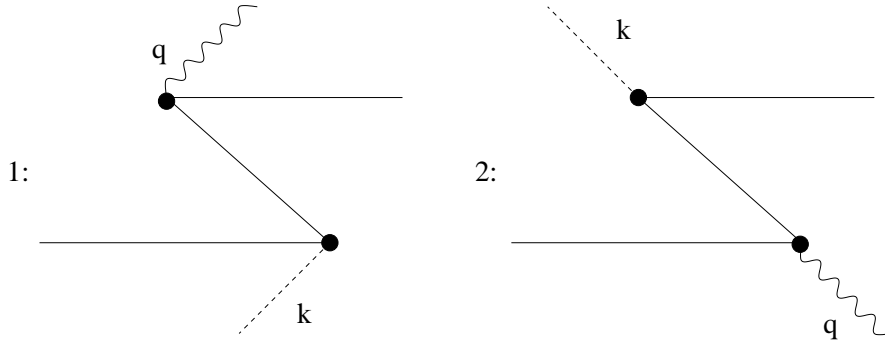


Abb. E.1: Die Z-Graphen.

Im folgenden betrachten wir nur die Schwellen-Kinematik. Nahe der Schwelle gilt folgende Approximation für die Propagatoren der Z-Graphen 1 und 2, siehe Abbildung E.1:

$$G_0^{(1)} \approx -\frac{1}{2m} \left(1 - \frac{\omega_\pi}{2m} \right), \quad (\text{E.17})$$

$$G_0^{(2)} \approx -\frac{1}{2m} \left(1 + \frac{\omega_\pi}{2m} \right). \quad (\text{E.18})$$

In der Schwellenregion gilt also für die Z-Graphen:

$$\begin{aligned} \vec{j}_{\text{Z}}^{\text{ps}} &= \frac{1}{2m} [\tau_\mu^\dagger, \hat{e}] ig\vec{\sigma} - \frac{\omega_\pi}{(2m)^2} ig\vec{\sigma} \{ \tau_\mu^\dagger, \hat{e} \} \\ &\stackrel{!}{=} \vec{j}_{\text{KR}}^{\text{pv}} + \vec{j}_{\text{Z}}^{\text{pv}}, \end{aligned} \quad (\text{E.19})$$

da die NP-, NC- und PP-Beiträge verschwinden.

Dies bedeutet vor allem, daß die Z-Graphen in pv-Kopplung an der Schwelle nicht verschwinden dürfen, insbesondere dürfen sie nicht mit $|\vec{k}|$ skalieren. Dies ist für Gl. (E.2) der Fall, denn dann skalieren die Graphen mit der Pion-Energie ω_π . Für die gemäß Gl. (E.6) konstruierten Vertices aber verschwinden die Z-Graphen an der Schwelle im Widerspruch zum Äquivalenztheorem und somit ist Gl. (E.6) falsch.

Anhang F

Allgemeines Winkelmatrixelement

Die Idee der Multipolzerlegung ist es, ein mehrdimensionales, kartesisches Integral durch Übergang zu einer Partialwellen-Darstellung in ein Produkt von Radialintegralen und Winkelintegralen umzuformen. Diese Winkelintegrale werden im folgenden als Winkelmatrixelemente bezeichnet. Die Winkelmatrixelemente können analytisch berechnet werden, es bleiben nur noch die niedrig-dimensionalen Radialintegrale numerisch auszuwerten [Göl91, GA92, Rit96].

Anstatt für jede Operatorstruktur ein eigenes Winkelmatrixelement zu berechnen, wurde in dieser Arbeit ein einziges, aber möglichst allgemeines, Matrixelement benutzt. Dafür muß natürlich jede Operatorstruktur nach einem festen Schema entwickelt werden. Dies stellt jedoch wesentlich weniger Arbeit dar und ist weniger fehleranfällig als das erstgenannte Verfahren. Zudem ist es gelungen, die Entwicklung eines gegebenen Operators als Funktion von 3er-Vektoren nach einer Tensorbasis allein durch den Computer zu realisieren, was natürlich den Arbeitsaufwand enorm vermindert und eine große Flexibilität schafft, siehe Abschnitt G.2.

Die Zustände, welche in dem allgemeinsten Winkelmatrixelement für Photo- und Elektro-Mesonproduktionsprozesse am Zweinukleonensystem auftauchen können, sind durch die Spins s_1 , s_2 und den Gesamtspin s der beiden Baryonen gekennzeichnet, durch die Multipolstufen in den \hat{p} -, \hat{k} -, \hat{q} - und \hat{K}_m -Räumen (p : Baryonen-Relativimpuls, k : Austauschmeson-Impuls, q : Photon-Impuls, K_m : Impuls des produzierten Mesons). Die allgemeinste Tensoroperatorstruktur setzt sich ähnlich zusammen, hier kommt noch der Drehimpuls l_0^q des einlaufenden Photons und $L_{K_m}^{mes}$ des auslaufenden Mesons hinzu. Ebenso treten noch skalare Faktoren der Form $[\Lambda(\hat{x}) \Lambda(\hat{y})]^0$ auf, welche aus der Multipolzerlegung der Propagatoren oder hadronischen Formfaktoren o.ä. stammen. Dabei wurde folgende Kurzschreibweise eingeführt:

$$[L_1 L_2]^L \equiv [Y_{L_1}(\hat{p}_1) \times Y_{L_2}(\hat{p}_2)]^L .$$

Als allgemeinste Form für das Winkelmatrixelement setzen wir deswegen folgendes an:

$$S := \left\langle \left[\begin{array}{c} [s_1^f \ s_2^f]^{s_f} \\ \left[\left[\begin{array}{c} \ell_p^f \ \ell_k^f \end{array} \right]^{I_f} \ \ell_q^f \end{array} \right]^{J_f} \ \ell_{K_m}^f \end{array} \right]^{K_f} \right]^{J_f} \right\rangle \left\| \right.$$

Anhang G

Die numerische Realisierung der Photo-Mesonproduktion am Deuteron

Die größte Schwierigkeit in dieser Dissertation bestand in dem Erstellen einer „numerischen Maschine“, eines Computer-Programms, welches aus den quantenmechanischen Operatoren Zahlen, d.h. Observablen, erzeugt. Der mit der Few-Body Physik vertraute Leser wird die Schwierigkeit eines solchen Unterfangens nicht unterschätzen, sobald man sich von Näherungen wie der Impuls-Approximation oder Formfaktor-Näherungen entfernt.

G.1 FORTRAN versus C++

Im Gegensatz zu einem rein numerischen Problem, wie etwa der Fragestellung „Wie findet man die Nullstellen einer stark oszillierenden Funktion?“ oder „Wie invertiert man eine (fast) singuläre Matrix?“, sind die Probleme der numerischen Physik – zumindest im Few-Body Sektor – ganz andere. Denn treten tatsächlich schwierige numerische Probleme auf, kann man diese niemals durch (a) Variieren der numerischen Parameter oder (b) z.B. das Verwenden eines „intelligenteren“ Integrationsverfahrens lösen, sondern man muß die numerische Konzeption neu entwerfen, d.h. auf dem Papier formale Vorarbeit leisten.

Die Probleme der numerischen Physik sind vielmehr das Verwalten der extrem zahlreichen Datenmengen und komplexen Datenstrukturen, die beim Lösen von dynamischen Gleichungen auf dem Computer auftreten. Unserer Meinung nach sind objekt-orientierte Sprachen wie C++ oder JAVA für solch komplexe Problemstellungen viel geeigneter als die innerhalb der „numerisch-theoretischen“ Physik am weitesten verbreitete Sprache FORTRAN, welche eine rein prozedural orientierte Programmiersprache ist.

Als „objekt-orientiert“ möchten wir dabei einen Programmier-Stil definieren, der die Datenstrukturen über die Algorithmen, die auf diesen Strukturen arbeiten, stellt. Der interessierte Leser wird hier auf ein- und weiterführende Literatur [Str92, Lip93, Mey98] verwiesen. Diese Einsicht stützt sich auf Erfahrungen beim Wiederverwenden und Umschreiben von altem FORTRAN-Code, insbesondere die

nicht unproblematische Lösung, „Datenstrukturen“ in common-Blöcken zu verwalten.

In dieser Arbeit wurde eine Lösung in C++ gewählt. Im Einzelfall muß man natürlich exakt abwägen, ob sich das Entwickeln eines C++-Programmes lohnt, was unserer Erfahrung nach wesentlich zeitaufwendiger ist als in FORTRAN, dann aber mit einer geringeren Fehlerquote, besserem Lokalisieren von Fehlern und bei sorgfältiger Planung mit wiederverwendbarem und leicht zu modifizierendem Code belohnt wird.

G.2 Die Programm-Logik

Das C++-Programm, das im Rahmen dieser Dissertation verfasst wurde, umfasst in etwa 30.000 Programmzeilen. Dies kann als ein „mittelgroßes“ Projekt angesehen werden, im Gegensatz zu einem „kleinen“ Projekt von ungefähr 1000 Programmzeilen. Rein zeilenmässig liegt es somit in der Größenordnung der Arbeiten von P. Wilhelm (PIRUN) und T. Wilbois (T/TEES) (40.000–50.000 Programmzeilen).

Das gesamte Programm darzustellen würde den Rahmen dieser Arbeit bei weitem sprengen. Deswegen konzentrieren wir uns hier auf zwei – für den Leser hoffentlich – interessante Aspekte.

Verwendung von Datenabstraktion: Der „Multipolator“

Die Mesontheorie liefert quantenmechanische Operatoren als Funktion von 3er-Vektoren – z.B. der Spin-Operatoren $\vec{\sigma}_i$ und des Nukleon-Relativimpulses \vec{p} . Diese Form der Operatoren ist für die in dieser Arbeit gewählte numerische Realisierung (siehe auch Abschnitt F) vollkommen unbrauchbar. Die Operatoren müssen nach sphärischen Tensoroperatoren entwickelt werden. Üblicherweise wird dieses Problem rein formal, d.h. auf dem Papier, unter Anwendung der Rechenregeln der Drehimpulsalgebra gelöst, siehe z.B. Edmonds [Edm64].

Diese Vorgehensweise besitzt aber krasse Nachteile: (i) Diese Methode ist extrem zeitaufwendig. (ii) Da für jeden Operator eine Koeffizientenroutine geschrieben werden muß, ist sie ebenfalls extrem fehleranfällig. (iii) Zudem ist es fast unmöglich, die formalen Ausdrücke, geschweige denn den zugehörigen Computercode, auf Fehler zu überprüfen. (iv) Letztendlich führt dies dazu, daß der Computercode in unerträglicher Weise starr wird, d.h. das Abändern oder Hinzufügen von Operatorstrukturen ist immer mit großem Arbeitsaufwand verbunden.

Innerhalb dieser Dissertation wurde dieses Problem erstmalig rein numerisch gelöst, d.h. es ist möglich, einen Computer die Rechenregeln der Drehimpulsalge-

bra anwenden zu lassen, um die Zerlegung gegebener Operatoren nach einem Tensorschema durchführen zu lassen. Dieser Code ist sehr effizient, das Zerlegen von etwa 100 typischen Operatoren dauert ungefähr 10 Minuten (P200/Linux/GNU C++-Compiler).

Die prinzipiellen Ideen hierzu werden im folgenden kurz erläutert: Ein gekoppeltes Tensorschema ist ideal zum Berechnen von Matrixelementen. Gesucht ist also die Zerlegung eines gegebenen Operators nach dieser Tensorbasis:

$$B = \left\{ T = \left[[\sigma^{r_1} \sigma^{r_2}]^r \left[[p \ k]^I \ q \right]^J K_m \right]^Q \right]^R \right\}. \quad (\text{G.1})$$

Andererseits ist offensichtlich, daß dieses Schema zu kompliziert zur numerischen Auswertung ist. Hierfür wäre sicher die ungekoppelte Tensorbasis

$$b = \left\{ T_0 = C_{m_1}^{[L_1]}(\hat{x}_1) \otimes \dots \otimes C_{m_n}^{[L_n]}(\hat{x}_n) \right\} \quad (\text{G.2})$$

besser geeignet, wobei \hat{x}_n die Zugehörigkeit des Tensors zum n -ten Subraum kennzeichnen soll. Die ungekoppelten Basistensoren bilden mit folgendem Skalarprodukt eine Orthonormalbasis des betrachteten Tensor-Vektorraums:

$$\langle T'_0 | T_0 \rangle := \delta_{L'_1, L_1} \delta_{m'_1, m_1} \dots \delta_{L'_N, L_N} \delta_{m'_N, m_N}. \quad (\text{G.3})$$

Um aus elementaren Tensoren, wie z.B. $C^{[1]}(\hat{p})$, höhere Tensoren aufzubauen, benötigt man nur folgende Rechenregel:

$$C_{m_1}^{[L_1]}(\hat{x}) C_{m_2}^{[L_2]}(\hat{x}) = \sum_{L, m} f_{[L_1]m_1 [L_2]m_2}^{[L]m} C_m^{[L]}(\hat{x}). \quad (\text{G.4})$$

Im übrigen bilden die Spinoperatoren hier einen Ausnahmefall, d.h. alle Operatoren sind im Pauli-Spinor-Raum vollständig auszureduzieren, was aber keinen wesentlichen Mehraufwand darstellt.

Um diese abstrakten Ideen auf dem Rechner umzusetzen, startet man sicher am besten von einer einfachen Klasse, welche die Daten der primitivsten Tensoren verwaltet, also die Tensorstufe L , die Projektion m und den Index des Subraums $index(\hat{x})$:

$$C_m^{[L]}(\hat{x}) \rightarrow (L, m, index(\hat{x})). \quad (\text{G.5})$$

Aus diesen einfachen Tensoren können Tensorprodukte gebildet werden, was sich auf einem Rechner am einfachsten als ein Feld (z.B. als ein `vector` unter Verwendung der STL in C++) von primitiven Objekten realisieren läßt:

$$C_{m_1}^{[L_1]}(\hat{x}_1) \otimes \dots \otimes C_{m_N}^{[L_N]}(\hat{x}_N) \rightarrow \text{vector}(L_i, m_i, index(\hat{x}_i)). \quad (\text{G.6})$$

Mit diesen Tensorprodukten werden Linearkombinationen gebildet, was konkret als eine Assoziation von Tensorprodukten und reellen Zahlen (`double`) programmiert wurde (als eine `map` in C++):

$$\text{map}\{ \begin{array}{l} C_{m_1}^{[L_1^1]}(\hat{x}_1) \otimes \cdots \otimes C_{m_N}^{[L_N^1]}(\hat{x}_N) \rightarrow \alpha_1, \\ \vdots \\ C_{m_1}^{[L_1^n]}(\hat{x}_1) \otimes \cdots \otimes C_{m_N}^{[L_N^n]}(\hat{x}_N) \rightarrow \alpha_n \end{array} \}. \quad (\text{G.7})$$

Ein Tensor der Stufe L wiederum ist ein $(2L+1)$ -dimensionaler Vektor aus solchen „maps“. Für die Umsetzung der Verknüpfung von Tensoren scheint an dieser Stelle die Möglichkeit des Überladens von Operatoren in C++ geradezu ideal.

Damit ist es also letztlich möglich, beliebige Tensoren (i) aus elementaren Tensoren aufzubauen und (ii) nach einem beliebigen gekoppelten Tensorschema zu entwickeln, ohne formalen Arbeitsaufwand zu investieren.

Man kann also mit einer Sprache, welche Datenabstraktion anbietet – durch z.B. die `structs` in C oder die `records` in PASCAL – von einfachen Strukturen startend schrittweise immer komplexere Objekte aufbauen. Dies hat den immensen Vorteil, daß man auch auf höheren Abstraktionsebenen übersichtlichen Code schreiben kann, was unter anderem daran liegt, daß die Details tiefer liegender Abstraktionslevels nicht sichtbar sind. Zudem führt diese Programmierweise zu lokalisiertem Code, d.h. konkret für C++, daß nur die Methoden der Tensorklassen die (privaten) Datenelemente von Tensoren verändern können. Im weiteren ist es möglich, in einer für das Problem „natürlichen“ Syntax zu arbeiten, wie etwa

```
Tensor=multiply(Tensor1,Tensor2);
```

bzw.

```
Tensor=Tensor1*Tensor2;
```

Man kann die Vorteile einer solch „natürlichen“ Sprechweise gar nicht überbewerten, was sicher jeder nachempfinden kann, der einmal komplexere Ideen in FORTRAN-77-Code hat umsetzen müssen.

Verwendung von Derivation

Eine weitere Möglichkeit der Sprache C++ ist die sogenannte Derivation von Klassen. Dies und die dynamische Bindung sind es, die die eigentliche Objektorientierung der Sprache ausmacht. Derivation bedeutet dabei, daß eine Klasse die Datenelemente und Methoden einer Basisklasse „vererbt“ bekommt, und somit implizit alle Eigenschaften und Fähigkeiten der Basisklasse besitzt. Diese können von der abgeleiteten Klasse dann abgeändert oder angepasst werden.

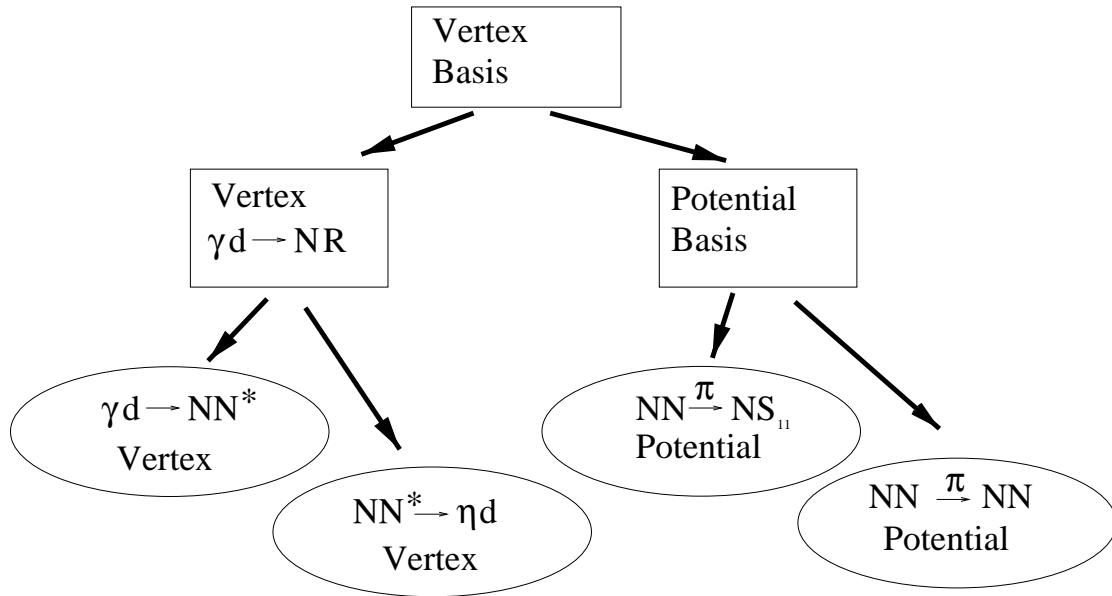


Abb. G.1: (Vereinfachte) Klassen-Struktur der Vertex-Klassen.

Dies soll am Beispiel der Vertex-Klassen in dieser Arbeit näher erläutert werden. Für jemanden, der auf dem Gebiet der Quantenfeldtheorien bewandert ist, ist ein Vertex ein Objekt mit z.B. einer bestimmten Dirac-Matrizen-Struktur, für jemanden, der mit der formalen quantenmechanischen Streutheorie vertraut ist, ist dies ein Operator mit einer gegebenen Impuls- und Spin-Struktur, für jemanden, der an einer numerischen Umsetzung interessiert ist, ist ein Vertex aber nichts anderes als ein assoziativer Container, d.h. eine Verknüpfung von Quantenzahlkombinationen mit komplexen Matrixelementen.

Somit ist ersichtlich, daß alle Vertexklassen eine sehr ähnliche Struktur besitzen, obwohl der physikalische Inhalt der Vertices sehr unterschiedlich sein kann. Tatsächlich ist letzterer aber eher von untergeordneter Bedeutung, d.h. ob es sich um einen Photoabsorptions- oder Mesonemissions-Vertex handelt, ist bei der numerischen Umsetzung vollkommen irrelevant. Die unterschiedlichen Vertexklassen würden also eine große Menge an gemeinsamen Code teilen und im Grunde sehr ähnliche Datenstrukturen und Methoden besitzen. Damit drängt sich an dieser Stelle der Einsatz von Derivation geradezu auf.

Vor allem ist allen Vertices die Verwaltung der Assoziation von Quantenzahlen mit komplexen Matrixelementen gemein. Sinnvollerweise realisiert man diesen Container als Basisklasse aller anderen Vertices, welche dann einfach von dieser Klasse abgeleitet werden und damit alle Methoden zur Verwaltung von Quantenzahlen etc. erben. Zwischen der obersten Basisklasse und den untersten abgeleiteten Klassen liegen mehrere Schichten von spezialisierten Klassen, etwa Klassen zur Berechnung allgemeiner e.m. Nukleon-Resonanz-Vertices und Klassen zur Berechnung allgemeiner hadronischer Nukleon-Resonanz-Übergangspo-

tentiale. Ganz unten im Derivationsbaum liegen natürlich die Klassen, welche das eigentliche Modell realisieren. Es ist an dieser Stelle erwähnenswert, daß diese Objekte tatsächlich nur den Code zur Spezifizierung des Modells in einer sehr lesbaren Form enthalten, und sonst nichts weiter.

Somit kann man das Problem von seiner allgemeinsten Struktur startend angehen, ohne sich allzuvielen Gedanken über die konkrete Realisierung der darunterliegenden Ebenen machen zu müssen. Auch ist das Arbeiten mit einer solchen Klassenstruktur sehr angenehm, so kann man jederzeit z.B. Änderungen in der Basisklasse machen, um etwa das Suchen von Quantenzahlen zu beschleunigen, oder den Code für die Berechnung von e.m. Vertices abändern, ohne daß dieses den Code der übrigen Klassen tangieren würde.

Literaturverzeichnis

- [A⁺97] ARNDT, R., ET AL.: *Programm „SAID“*. <http://said.phys.vt.edu/>, multipole solution „SP97“ (1997).
- [AGS67] ALT, E. O., GRASSBERGER, P., UND SANDHAS, W.: *Reduction of the Three-Particle Collision Problem to Multi-Channel Two-Particle Lippmann-Schwinger Equations*. Nucl. Phys. B **2** (1967), Seite 167 ff.
- [AP69] ANDERSON, R. L., UND PREPOST, R.: *Coherent photoproduction of the η^0 meson from deuterium*. Phys. Rev. Lett. **23** (1969), Seite 46 ff.
- [ARB⁺83] ARNDT, R. A., ROPER, L. D., BRYAN, R. A., CLARK, R. B., VERWEST, B. J., UND SIGNELL, P.: *Nucleon-nucleon partial wave analysis to 1 GeV*. Phys. Rev. D **28** (1983), Seite 97 ff.
- [Are88] ARENHÖVEL, H.: *General Formulae for Polarization Observables in Two-Body Break-Up of Deuteron Photodisintegration*. Few-Body Syst. **4** (1988), Seite 55 ff.
- [AWLR90] ARNDT, R. A., WORKMAN, R. L., LI, Z., UND ROPER, L. D.: *Partial-wave analysis of pion photoproduction*. Phys. Rev. C **42** (1990), Seite 1853 ff.
- [BA97] BREITMOSER, E., UND ARENHÖVEL, H.: *Coherent eta photoproduction on the deuteron in the S_{11} resonance region*. Nucl. Phys. A **612** (1997), Seite 321 ff.
- [BD90] BJORKEN, J. D., UND DRELL, S. D.: *Relativistische Quantenmechanik*, Band 98 der Reihe *B.I.-Hochschultaschenbücher*. B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim; Wien; Zürich, 1990.
- [BDM89] BENMERROUCHE, M., DAVIDSON, R. M., UND MUKHOPADHYAY, N. C.: *Problems of describing spin $\frac{3}{2}$ -baryon resonances in the effective Lagrangian theory*. Phys. Rev. C **39** (1989), Seite 2339 ff.
- [BDW67] BERENDS, F. A., DONNACHIE, A., UND WEAVER, D. L.: *Photoproduction and Electroproduction of Pions: (1) Dispersion Relation Theory*. Nucl. Phys. B **4** (1967), Seite 1 ff.
- [BMZ95] BENMERROUCHE, M., MUKHOPADHYAY, N. C., UND ZHANG, J. F.: *Effective Lagrangian Approach to the Theory of Eta Photoproduction in the $N^*(1535)$ Region*. Phys. Rev. D **51** (1995), Seite 3237 ff.
- [Bre95] BREITMOSER, E.: *Kohärente Photo-Eta-Produktion am Deuteron*. Diplomarbeit, Institut für Kernphysik: Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, 1995.

- [BT91] BENNHOLD, C., UND TANABE, H.: *Coherent and Incoherent η -Photoproduction from Nuclei*. Nucl. Phys. A **530** (1991), Seite 625 ff.
- [C+98] CASO, C., ET AL.: *Review of Particle Physics*. Europ. Journ. Phys. C **3** (1998), Seite 1 ff.
- [Cal98] CALÉN, H.: *Threshold Structure of the Quasifree $p + n \rightarrow d + \eta$ Reaction*. Phys. Rev. Lett. **80** (1998), Seite 2069 ff.
- [CGLN57] CHEW, G. F., GOLDBERGER, M. L., LOW, F. E., UND NAMBU, Y.: *Relativistic Dispersion Relation Approach to Photomeson Production*. Phys. Rev. **106** (1957), Seite 1345 ff.
- [DMW91] DAVIDSON, R. M., MUKHOPADHYAY, N. C., UND WITTMAN, R. S.: *Effective-Lagrangian approach to the theory of pion photoproduction in the $\Delta(1232)$ region*. Phys. Rev. **D43** (1991), Seite 71.
- [DT92] DRECHSEL, D., UND TIATOR, L.: *Threshold pion photoproduction on nucleons*. Journ. Phys. G **18** (1992), Seite 449 ff.
- [Edm64] EDMONDS, A. R.: *Drehimpulse in der Quantenmechanik*. Bibliographisches Institut, Mannheim, 1964.
- [EFH+88] ELSTER, C., FERCHLÄNDER, W., HOLINDE, K., SCHÜTTE, D., UND MACHLEIDT, R.: *Extension of the Bonn meson exchange NN potential above pion production threshold: Nucleon renormalization and unitarity*. Phys. Rev. C **37** (1988), Seite 1647 ff.
- [Els86] ELSTER, C.: *Extension of the Bonn meson exchange NN potential above pion production threshold*. Doktorarbeit, Universität Bonn, 1986.
- [FA97] FIX, A., UND ARENHÖVEL, H.: *Influence of final state interaction on incoherent η -photoproduction on the deuteron near threshold*. Z. Phys. A **359** (1997), Seite 427 ff.
- [GA92] GÖLLER, H., UND ARENHÖVEL, H.: *Consistent Treatment of Relativistic Corrections in Deuteron Photodisintegration in a One-Pion-Exchange Model*. Few-Body Syst. **13** (1992), Seite 117 ff.
- [GM90] GARCILAZO, H., UND MIZUTANI, T.: *πNN Systems*. World Scientific Publishing Co., Singapur, 1990.
- [Göl91] GÖLLER, H.: *Konsistente Beschreibung relativistischer und Retardierungskorrekturen in der Deuteronphotospaltung*. Doktorarbeit, Institut für Kernphysik: Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, 1991.
- [GS82] GREEN, A. M., UND SAINIO, M. E.: *Peripheral inelasticities in $T = 1$ nucleon-nucleon collisions*. Journ. Phys. G **8** (1982), Seite 1337 ff.

- [GW64] GOLDBERGER, M. L., UND WATSON, K. M.: *Collision Theory*. John Wiley & Sons, Inc., New York; London; Sydney, 1964.
- [Hab97] HABERZETTL, H.: *Gauge-invariant theory of pion photoproduction with dressed hadrons*. Phys. Rev. C **56** (1997), Seite 2041 ff.
- [HHK79] HOSHI, N., HYUGA, H., UND KUBODERA, K.: *Coherent Photo- η Production on the Deuteron*. Nucl. Phys. A **324** (1979), Seite 234 ff.
- [HM97] HOLZWARTH, G., UND MACHLEIDT, R.: *Skyrme-model πNN form factor and nucleon-nucleon interaction*. Phys. Rev. C **55** (1997), Seite 1088 ff.
- [HR89] HALDERSON, D., UND ROSENTHAL, A. S.: *Eta Photoproduction on the deuteron*. Nucl. Phys. A **501** (1989), Seite 856 ff.
- [HR90] HALDERSON, D., UND ROSENTHAL, A. S.: *Photoproduction of eta mesons from nuclei*. Phys. Rev. C **42** (1990), Seite 2584 ff.
- [HR96] HOFFMANN-ROTHER, P.: *Photoproduction du méson η sur le deutérium*. Doktorarbeit, l'Université Paris Sud, 1996.
- [HR⁺97a] HOFFMANN-ROTHER, P., ET AL.: *Break-up and Coherent Photoproduction of η Mesons on the Deuteron*. Phys. Rev. Lett. **78** (1997), Seite 4697 ff.
- [HR⁺97b] HOFFMANN-ROTHER, P., ET AL.: *Break-up and Coherent Photoproduction of η Mesons on the Deuteron*. In: *XVth International Conference on Few-Body Problems in Physics, Conference Handbook*, Seite 428 ff. Eds.: Kok, L. P., Bacelar, J. C. S., und Dieperink, A. E. L., 1997.
- [K⁺95a] KRUSCHE, B., ET AL.: *Near-threshold photoproduction of η -mesons from the deuteron*. Phys. Lett. B **358** (1995), Seite 40 ff.
- [K⁺95b] KRUSCHE, B., ET AL.: *Near Threshold Photoproduction of η Mesons off the Proton*. Phys. Rev. Lett. **74** (1995), Seite 3738 ff.
- [KB93a] KVINIKHIDZE, A. N., UND BLANKLEIDER, B.: *Dressing two nucleons at the same time*. Phys. Rev. C **48** (1993), Seite 25 ff.
- [KB93b] KVINIKHIDZE, A. N., UND BLANKLEIDER, B.: *Unitary πNN theory with full dressing*. Phys. Lett. B **307** (1993), Seite 7 ff.
- [KDT95] KNÖCHLEIN, G., DRECHSEL, D., UND TIATOR, L.: *Photo- and Electroproduction of Eta Mesons*. Z. Phys. A **352** (1995), Seite 327 ff.
- [KT96] KIRCHBACH, M., UND TIATOR, L.: *On the coupling of the η meson to the nucleon*. Nucl. Phys. A **604** (1996), Seite 385 ff.

- [KTB97] KAMALOV, S. S., TIATOR, L., UND BENNHOLD, C.: *Coherent π^0 and η Photoproduction on the Deuteron*. Phys. Rev. C **55** (1997), Seite 98 ff.
- [Lip93] LIPPMAN, S. B.: *C++ Primer*. Addison-Wesley, Bonn; München; Paris, 2. Auflage, 1993.
- [Mac89] MACHLEIDT, R.: *Meson Theory*. In: *Advances in Nuclear Physics*, Band 19, Seite 189 ff. Eds.: Negele, J. W., und Vogt, E., 1989.
- [MBF97] MEYER, U., BUCHMANN, A. J., UND FAESSLER, A.: *Exchange Currents in Photoproduction of Baryon Resonances*. Phys. Lett. B **408** (1997), Seite 19 ff.
- [Mes79] MESSIAH, A.: *Quantenmechanik Band 2*. Walter de Gruyter, Berlin, 1979.
- [Mey98] MEYERS, S.: *Effektiv C++ Programmieren*. Addison-Wesley-Longman, Bonn, 3. Auflage, 1998.
- [MHE87] MACHLEIDT, R., HOLINDE, K., UND ELSTER, C.: *The Bonn Meson-Exchange Model for the Nucleon-Nucleon Interaction*. Phys. Rep. **149** (1987), Seite 1 ff.
- [MSS96] MACHLEIDT, R., SAMMARRUCA, F., UND SONG, Y.: *Nonlocal nature of the nuclear force and its impact on nuclear structure*. Phys. Rev. C **53** (1996), Seite R1483 ff.
- [MZB95] MUKHOPADHYAY, N. C., ZHANG, J. F., UND BENMERROUCHE, M.: *Extraction of the ratio of the $N^*(1535)$ electromagnetic helicity amplitude from eta photoproduction off neutrons and protons*. Phys. Lett. B **364** (1995), Seite 1 ff.
- [NBL90] NOZAWA, S., BLANKLEIDER, B., UND LEE, T.-S. H.: *A Dynamical Model of Pion Photoproduction on the Nucleon*. Nucl. Phys. A **513** (1990), Seite 459 ff.
- [PSZ87] PÖPPING, H., SAUER, P. U., UND ZHANG, X.: *The Two-Nucleon System above Pion Threshold - A force model with Δ -isobar and pion degrees of freedom*. Nucl. Phys. A **474** (1987), Seite 557 ff.
- [PSZ92] PÖPPING, H., SAUER, P. U., UND ZHANG, X.: *The Two-Nucleon System above Pion Threshold - A force model with Δ -isobar and pion degrees of freedom - ERRATUM*. Nucl. Phys. A **550** (1992), Seite 563 ff.
- [RA99] RITZ, F., UND ARENHÖVEL, H.: *Rescattering effects in coherent η -photoproduction on the deuteron*. Phys. Lett. B **447** (1999), Seite 15 ff.

- [RGWA98] RITZ, F., GÖLLER, H., WILBOIS, T., UND ARENHÖVEL, H.: *Consistent treatment of relativistic effects in electrodisintegration of the deuteron*. Phys. Rev. C **55** (1998), Seite 2214 ff.
- [Rit96] RITZ, F.: *Konsistente Behandlung relativistischer Effekte in der Elektrosplattung des Deuterons*. Diplomarbeit, Institut für Kernphysik: Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, 1996.
- [Ryd92] RYDER, L. H.: *Quantum Field Theory*. Press Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge, 1992.
- [Sak94] SAKURAI, J. J.: *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, New York; Bonn; Tokyo, 1994.
- [Sau96] SAUERMAN, C.: *Photoproduktion von η -Mesonen an Protonen und Deuteronen*. Doktorarbeit, Technische Hochschule Darmstadt, 1996.
- [SAW96] SCHMIDT, R., ARENÖVEL, H., UND WILHELM, P.: *Quasifree pion photoproduction on the deuteron in the Δ region*. Z. Phys. A **355** (1996), Seite 421 ff.
- [SAWW98] SCHWAMB, M., ARENHÖVEL, H., WILHELM, P., UND WILBOIS, T.: *Meson retardation in deuteron photodisintegration above π -threshold*. Phys. Lett. B **420** (1998), Seite 255 ff.
- [Sch86] SCHMITT, K.-M.: *Retardierungseffekte in der Photosplattung des Deuterons*. Doktorarbeit, Institut für Kernphysik: Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, 1986.
- [Sch93] SCHWAMB, M.: *Einfluß der $N(1520)$ - und $N(1535)$ -Resonanzen auf die Deuteronphotosplattung*. Diplomarbeit, Institut für Kernphysik: Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, 1993.
- [Sch95] SCHMIDT, R.: *Photoproduktion geladener Pionen am Deuteron im Bereich der Deltaresonanz*. Diplomarbeit, Institut für Kernphysik: Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, 1995.
- [Sch99] SCHWAMB, M.: *Retardierungseffekte in der Deuteronphotosplattung im Bereich der Deltaresonanz*. Doktorarbeit, Institut für Kernphysik: Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, 1999.
- [Sch00] SCHMIDT, R.: – *in Vorbereitung* –. Doktorarbeit, Institut für Kernphysik: Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, 2000.
- [SHSD98] SCHÜTZ, C., HAIDENBAUER, J., SPETH, J., UND DURSO, J. W.: *Extended coupled channel model for πN scattering and the structure of $N^*(1440)$ and $N^*(1535)$* . Phys. Rev. C **57** (1998), Seite 1464 ff.

- [SKTdS94] STOKS, V. G. J., KLOMP, R. A. M., TERHEGGEN, C. P. F., UND DE SWART, J. J.: *Construction of High Quality NN Potential Models*. Phys. Rev. C **49** (1994), Seite 2950 ff.
- [Str92] STROUSTRUP, B.: *Die C++ Programmiersprache*. Addison-Wesley, Bonn; München; Paris, 2., überarbeitete Auflage, 1992. Die zur Zeit der Erstellung dieser Arbeit aktuelle Auflage ist die 3.
- [Tay72] TAYLOR, J. R.: *Scattering Theory*. John Wiley & Sons, New York, 1972.
- [TBK94] TIATOR, L., BENNHOLD, C., UND KAMALOV, S. S.: *The ηNN coupling in eta photoproduction*. Nucl. Phys. A **580** (1994), Seite 455 ff.
- [TO85] TANABE, H., UND OHTA, K.: *Dynamical model for pion photoproduction in the Δ region*. Phys. Rev. C **31** (1985), Seite 1876.
- [TO87] TANABE, H., UND OHTA, K.: *$N\Delta - NN$ interaction in the pionic disintegration of the deuteron*. Phys. Rev. C **36** (1987), Seite 2495.
- [WA93] WILHELM, P., UND ARENHÖVEL, H.: *Photodisintegration of the deuteron in the Δ -resonance region*. Phys. Lett. B **318** (1993), Seite 410 ff.
- [WA95] WILHELM, P., UND ARENHÖVEL, H.: *Coherent pion photoproduction on the deuteron in the Δ resonance region*. Nucl. Phys. A **593** (1995), Seite 435 ff.
- [WA96] WILHELM, P., UND ARENHÖVEL, H.: *Rescattering effects in coherent pion photoproduction on the deuteron in the Δ resonance region*. Nucl. Phys. A **609** (1996), Seite 469 ff.
- [Wei95] WEINBERG, S.: *The Quantum Theory of Fields*, Band 1: *Foundations*. Press Syndicate of the University of Cambridge, New York, NY, 1995.
- [Wil92] WILHELM, P.: *Kohärente Photopionproduktion am Deuteron und Deuteronphotospaltung im Bereich der Deltaresonanz*. Doktorarbeit, Institut für Kernphysik: Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, 1992.
- [Wil93] WILHELM, M.: *Electroproduction of eta mesons by protons in the range of the $N(1535)$ resonance*. Doktorarbeit, Universität Bonn, 1993.
- [Wil96] WILBOIS, T.: *Untersuchungen zur Δ -Dynamik in hadronischen und elektromagnetischen Reaktionen am Nukleon und Zweinukleonensystem*. Doktorarbeit, Institut für Kernphysik: Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, 1996.

- [Wil98] WILHELM, P.: *private Mitteilung*, 1998.
- [WSA84] WIRINGA, R. B., SMITH, R. A., UND AINSWORTH, T. L.: *Nucleon-nucleon potentials with and without $\Delta(1232)$ degrees of freedom*. Phys. Rev. C **29** (1984), Seite 1207 ff.
- [WSA95] WIRINGA, R. B., SMITH, R. A., UND AINSWORTH, T. L.: *An Accurate Nucleon-Nucleon Potential with Charge Independence Breaking*. Phys. Rev. C **51** (1995), Seite 38 ff.
- [WWA96] WILHELM, P., WILBOIS, T., UND ARENHÖVEL, H.: *Unitary ambiguity in the extraction of the $E2/M1$ ratio for the $\gamma N \leftrightarrow \Delta$ transition*. Phys. Rev. C **54** (1996), Seite 1423 ff.
- [WWA98] WILBOIS, T., WILHELM, P., UND ARENHÖVEL, H.: *Extraction of electromagnetic properties of the $\Delta(1232)$ excitation from pion photoproduction*. Phys. Rev. C **57** (1998), Seite 295 ff.
- [ZH92] ZHANG, Y., UND HALDERSON, D.: *Eta photoproduction via ${}^2H(\gamma, \eta){}^2H^*$* . Phys. Rev. C **45** (1992), Seite 563 ff.

Danksagung

– gelöscht –

Lebenslauf

– gelöscht –