Untersuchungen zur Speicherung, Laserkühlung und Kristallisation von Ca<sup>+</sup>-Ionen in einer linearen Paulfalle

> Dissertation zur Erlangung des Grades "Doktor der Naturwissenschaften" am Fachbereich Physik der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz

> > Peter Seibert geb. in Mainz Mainz, 1999

Tag der mündlichen Prüfung: 27.01.2000

## Zusammenfassung

### Untersuchungen zur Speicherung, Laserkühlung und Kristallisation von Ca<sup>+</sup>-Ionen in einer linearen Paulfalle

In dieser Arbeit wurden grundlegende Untersuchungen von lasergekühlten Ionen in einer linearen Paulfalle durchgeführt. Diese können in drei Bereiche gegliedert werden:

- Dynamik der Ionen in der linearen Paulfalle. Hierzu wurden Speicherbereich, parametrische Anregungen und Schwingungsfrequenzen der Ionen in der linearen Paulfalle auch hinsichtlich der Unterschiede zur traditionellen dreidimensionalen untersucht. Über die genaue Messung der Schwingungsfrequenzen konnte der Abstand zweier Ionen in einem Kristall bis auf  $10^{-4}$  genau bestimmt werden. Diese Genauigkeit der Abstandsbestimmung ist notwendig, um theoretische Vorhersagen zu kooperativen Effekten überprüfen zu können.
- Laserkühlung an einem 3-Niveau-Systems Hierzu wurden für Bereiche außerhalb des Lamb-Dicke Regimes Simulationen zur Laserkühlung an einem einzelnen Ion durchgeführt und soweit möglich experimentell überprüft. Es wurden Kühlzeiten und Temperaturlimits für verschiedene Verstimmungen der Laser bestimmt. Diese stehen zum Teil im Widerspruch mit den bisherigen Annahmen. Die Kenntnis der Laserverstimmungen für die effektivste Lasekühlung sind notwendig, um bei weiterführenden Kühlmethoden eine hinreichend gute Vorkühlung erreichen zu können.
- Kristallstrukturen in der linearen Paulfalle. Hier wurden verschiedene theoretisch vorhergesagte Kristallstrukturen der Ionen bei abzählbaren Ionenanzahlen für dreidimensionalen und quasi-zweidimensionale Speicherpotentiale mit experimentellen Werten verglichen. Dabei konnten Abweichungen zur Theorie festgestellt werden.

Ferner wurde die durch den Lichtdruck hervorgerufene Trennung von atomaren Zuständen in großen Ionenkristallen beobachtet.

Үавван Давван Доон!

Fred Feuerstein

# Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung	und Motivation	7
	1.1	Die Pa	ulfalle	7
	1.2	Potent	ielle Anwendungen der linearen Paulfalle	8
		1.2.1	Hochpräzisionsspektroskopie	8
		1.2.2	Quantenoptik	9
	1.3	Das K	alzium Ion	9
<b>2</b>	Die	linear	e Paulfalle	11
	2.1	Einleit	ung	11
	2.2	Speich	erung in der linearen Falle	12
		2.2.1	Speicherung in radialer Richtung	13
		2.2.2	Speicherung in axialer Richtung	23
3	Opt	ische I	linienform	31
	3.1	$\operatorname{Beschr}$	eibung mittels Dichtematrixformalismus	31
	3.2	Monte	-Carlo Simulation	33
		3.2.1	Ansatz	33
		3.2.2	Simulationen für ein Ca $^+$ Ion $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	35
4	Las	erkühle	en in der Paulfalle	39
	4.1	Laserk	ühlung an einem Ion	40
		4.1.1	Theorie der Kühlung in einem harmonischen Potential	40
		4.1.2	Simulation von Laserkühlen in einem 3-Niveau-System	43
	4.2	Laserk	ühlen an mehreren Ionen	50
		4.2.1	Kopplung der Bewegungen	50
		4.2.2	Hochfrequenzheizen	51

_	-		
5	lone	enkristalle in der linearen Paulfalle	55
	5.1	Kleine Ionenkristalle	57
		5.1.1 Theorie $\ldots$	57
		5.1.2 Experimente	60
	5.2	Kleine Ionenkristalle in einem quasi-2D Potential	61
		5.2.1 Theorie $\ldots$	62
		5.2.2 Experiment $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	63
		5.2.3 Zusammenfassung	66
	5.3	Große Ionenkristalle - Räumliche Trennung von atomaren Zu-	
		ständen	66
6	$\mathbf{Zus}$	ammenfassung und Ausblick	69
	6.1	Ausblick	70
	6.2	Verbesserungen	70
		0	
Α	$\mathbf{Exp}$	erimenteller Aufbau	71
	A.1	Die Falle	72
		A.1.1 Die Fallenelektroden	72
		A.1.1Die FallenelektrodenA.1.2Die Speicherfelderzeugung	72 73
		A.1.1Die FallenelektrodenA.1.2Die SpeicherfelderzeugungA.1.3Die Ionenerzeugung	72 73 75
		A.1.1Die FallenelektrodenA.1.2Die SpeicherfelderzeugungA.1.3Die IonenerzeugungA.1.4Die UHV-Apparatur	72 73 75 76
	A.2	A.1.1Die Fallenelektroden	72 73 75 76 76
	A.2	A.1.1Die Fallenelektroden	72 73 75 76 76 76 76
	A.2	A.1.1       Die Fallenelektroden	72 73 75 76 76 76 76 77
	A.2 A.3	A.1.1Die FallenelektrodenA.1.2Die SpeicherfelderzeugungA.1.3Die IonenerzeugungA.1.4Die UHV-ApparaturDie LasersystemeA.2.1Lasersystem bei 397 nmA.2.2Die Lasersysteme 866 nm und 850 nmDer optische Nachweis	72 73 75 76 76 76 76 77 78
	A.2 A.3 A.4	A.1.1Die FallenelektrodenA.1.2Die SpeicherfelderzeugungA.1.3Die IonenerzeugungA.1.4Die UHV-ApparaturDie LasersystemeA.2.1Lasersysteme bei 397 nmA.2.2Die Lasersysteme 866 nm und 850 nmDer optische NachweisDie Experimentsteuerung	72 73 75 76 76 76 76 77 78 81
в	A.2 A.3 A.4 Das	A.1.1       Die Fallenelektroden	72 73 75 76 76 76 76 76 77 78 81 83
В	A.2 A.3 A.4 <b>Das</b> B.1	A.1.1Die FallenelektrodenA.1.2Die SpeicherfelderzeugungA.1.3Die IonenerzeugungA.1.4Die UHV-ApparaturDie LasersystemeA.2.1Lasersysteme bei 397 nmA.2.2Die Lasersysteme 866 nm und 850 nmDer optische NachweisDie ExperimentsteuerungMalzium IonTermschema des ${}^{40}$ Ca <sup>+</sup> Ions	72 73 75 76 76 76 76 76 77 78 81 <b>83</b> 83
В	A.2 A.3 A.4 <b>Das</b> B.1	A.1.1       Die Fallenelektroden	72 73 75 76 76 76 76 76 76 76 77 78 81 <b>83</b> 83
В	A.2 A.3 A.4 <b>Das</b> B.1	A.1.1       Die Fallenelektroden	72 73 75 76 76 76 76 76 76 77 78 81 <b>83</b> 83 83 83
В	A.2 A.3 A.4 <b>Das</b> B.1 B 2	A.1.1Die FallenelektrodenA.1.2Die SpeicherfelderzeugungA.1.3Die IonenerzeugungA.1.4Die UHV-ApparaturDie LasersystemeA.2.1Lasersysteme bei 397 nmA.2.2Die Lasersysteme 866 nm und 850 nmDer optische NachweisDie ExperimentsteuerungBie ExperimentsteuerungB.1.1Lebensdauern der angeregten NiveausB.1.2Verzweigungsverhältnisse der angeregten Niveaus	72 73 75 76 76 76 76 76 76 76 76 76 77 8 81 <b>83</b> 83 83 83 85 85

## Kapitel 1

# Einleitung und Motivation

## 1.1 Die Paulfalle

Seit der Einführung der Paulfalle [1] im Jahre 1958 hat sie ihren Wert in der Naturwissenschaft vielfältig unter Beweis gestellt, was 1989 mit dem Nobelpreis in Physik für Wolfgang Paul honoriert wurde.

Der Vorteil der Verwendung einer Paulfalle in der Spektroskopie liegt primär darin, daß Ionen lange Zeit ohne Stöße mit einer Wand auf einem relativ kleinen Raum gespeichert werden können. Dies ermöglicht es, mehrere Messungen an den selben Ionen durchzuführen. Ferner kann eine Verbreiterung der zu messenden Linien durch limitierte Meßzeiten vermieden werden. Die Möglichkeit, die Ionen in einem Raum von wenigen Millimetern Ausdehnung speichern zu können, erlaubt es, das Dicke-Regime [2] für Spektroskopie im Mikrowellenbereich auszunutzen. Hierdurch können in Doppelresonanzexperimenten relative Genauigkeiten von  $10^{-11}$  [3] erreicht werden.

Die Nachteile der Paulfalle liegen zum einen darin, daß in ihr bei der Speicherung mehrere Ionen in der nicht kristallienen Phase durch den Effekt des Hochfrequenzheizens [4] aufgeheizt werden. Zum anderen sind die Ionen außerhalb der Fallenmitte dem Speicherfeld ausgesetzt. Dies führt sowohl zu einer getriebenen Bewegung der Ionen als auch zu spektroskopische Linienverschiebungen durch den Stark-Effekt.

Beide Nachteile lassen sich dadurch vermeiden, daß man nur ein einzelnes Ion speichert und durch Laserkühlung seine Bewegung aus der Mitte der Falle heraus ausfriert. Laserkühlen an gespeicherten Ionen wurde zum ersten Mal 1978 sowohl von Wineland et al. [5] als auch von Toschek und anderen [6] durchgeführt. Zehn Jahre später wurde dann zum ersten Mal in der Gruppe von Wineland ein einziges Ion in den quantenmechanischen Grundzustand seiner Bewegung gekühlt [7]. Der einzige Nachteil für die Spektroskopie liegt hierbei in dem sehr geringen Signal, das man durch ein einzelnes Ion erhält und so in ungünstigen Fällen sehr lange Meßzeiten erforderlich macht. Außerdem lassen sich Fragestellungen, die speziell die Wechselwirkung der Ionen untereinander betreffen, nicht an einzelnen Ionen untersuchen.

Einen Ausweg hieraus bietet die Verwendung einer linearen Paulfalle. Eine lineare Paulfalle ist eine langestreckte zweidimensionale Paulfalle, also praktisch das aus der Massenspektroskopie bekannte Quadropolmassenspektrometer [8], bei der zusätzliche statische Potentiale an den Enden eine Speicherung in der verbeibenden Dimension bewirken. Durch diese abgeänderte Geometrie entsteht eine feldfreie Linie entlang der Fallenachse der linearen Paulfalle, während es bei der "klassischen" Paulfalle nur einen feldfreien Punkt in der Mitte der Falle gibt. Dies ermöglicht es, mehrere Ionen in der Form einer Kette im feldfreien Bereich der Falle zu speichern, was zum ersten Mal 1991 in der Gruppe von Wineland [9] demonstriert wurde.

## 1.2 Potentielle Anwendungen der linearen Paulfalle

Mögliche Anwendungen für die lineare Paulfalle zeigen sich besonders in der Hochpräzisionsspektroskopie sowie in der Quantenoptik.

#### 1.2.1 Hochpräzisionsspektroskopie

Die Verwendung einer linearen Paulfalle ermöglicht es, mehrere tausend Ionen in einem Ionenkristall durch einfaches Doppler-Laserkühlen bis auf Temperaturen von wenigen Millikelvin hinab zu kühlen. Dies ermöglicht Linienbreiten im optischen Regime von wenigen Hertz.

Besonderes Interesse verdient hierbei, daß man durch sympathetisches Kühlen nicht nur die lasergekühlten Ionen, sondern auch Ionen anderer Elemente oder anderer Isotope in den selben Temperaturbereich kühlen kann. Hierdurch können auch Ionen, deren Niveauschemata kein einfaches Laserkühlen erlauben, mit der entsprechenden Präzision vermessen werden.

Eine mögliche technische Anwendung ist hierbei ein auf gespeicherten Ionen basierender Frequenzstandard [10].

#### 1.2.2 Quantenoptik

Spätestens seit dem Vorschlag von Cirac und Zoller, einen Quantencomputer mit gespeicherten Ionen zu realisieren [11], ist die Ionenfalle wieder vermehrt in das Interesse quantenoptischer Untersuchungen gelangt.

Von Interesse ist hierbei die Tatsache, daß es in der Paulfalle möglich ist, die Oszillationen der Ionen mit der Methode der Seitenbandkühlung bis in ihren quantenmechanischen Grundzustand zu kühlen oder gezielt die Quantenzahl der Schwingung einzustellen [7]. Durch die Coulombwechselwirkung zwischen den Ionen ist es so auch möglich, durch die Oszillationen benachbarter Ionen einen verschränkten Quantenzustand zu erzeugen [12].

Aber nicht nur die Oszillationen sind von quantenoptischem Interesse. Die Möglichkeit, den Abstand benachbarter Ionen gezielt einstellen zu können, erlaubt vielfältige Untersuchungen zu optischen Interferenzen der Ionen untereinander. So wurden z.B. Messungen zur Superradianz im engeren Sinne zweier benachbarter Ionen in einer elliptischen Falle durchgeführt [13].

### 1.3 Das Kalzium Ion

Das Kalzium Element wurde im Jahre 1808 von Sir Humphrey Daye entdeckt. Es ist aus verschiedenen Gründen ein geeigneter Kandidat, um in der Paulfalle untersucht zu werden.

Auf der einen Seite sprechen vielfältige experimentelle Gründe für Kalzium:

- Sämtliche relevanten Übergänge ließen sich zu Beginn dieser Arbeit prinzipiell mit Laserdioden erreichen, was einen kostengünstigen, einfachen und kompakten Aufbau und Betrieb der Laser ermöglicht. Prinzipiell meint in diesem Zusammenhang, daß Frequenzverdopplung mit Trapezverstärker-Laserdioden oder Benutzung von Breitstreifen-Laserdioden notwendig waren. Der technische Fortschritt hat diese Lage bis heute dahingehend geändert, daß für alle Wellenlängen Single-Mode-Laserdioden zumindest als Prototyp verfügbar sind.
- Die relativ geringe Masse von Kalzium ermöglicht höhere Frequenzen der Oszillationen bei gleicher Potentialtopftiefe in der Falle und damit geringere Anforderungen an die Linienbreite der Laser bei Messungen zu den Bewegungsseitenbändern der Ionen.
- Das Kalzium-Ion hat ein Λ-förmiges Niveauschema mit metastabilem Niveau, wodurch ein schneller Kühlübergang für Doppler-Laserkühlung,

ein "verbotener" "Uhrenübergang" für Präzisionsspektroskopie und Seitenbandkühlung sowie ein Ramanübergang für Subdoppler-Raman-Kühlschemata [14, 15] zur Verfügung stehen.

• Von Kalzium existieren sowohl stabile Isotope ohne Kernspin für ein einfaches Laserkühlen als auch ein stabiles Isotop mit Kernspin 7/2, das eine Hyperfeinstrukturaufspaltung besitzt.

Auf der anderen Seite ist das Kalzium-Ion auch von atom-, kern- und astrophysikalischem Interesse:

**Atomphysik** Da das Kalzium-Ion nur ein einzelnes Valenzelektron besitzt, ist es ein interessanter Kandidat für verschiedene theoretische Ansätze<sup>1</sup> [16].

Das Hauptproblem in den theoretischen Berechnungen liegt hier in der Berücksichtigung der Polarisation der abgeschlossenen Schalen durch das Valenzelektron.

**Kernphysik** Die Atomphysik ermöglicht es prinzipiell, durch den Einfluß der Kerne auf die Elektronenhülle, Aussagen über die Atomkerne zu treffen. Speziell betrifft dies Messungen der Hyperfeinstruktur sowie der Isotopieverschiebung. Die Besonderheit von Kalzium liegt nun darin, daß zum einen mit <sup>43</sup>Ca ein stabiles Isotop und mit <sup>41</sup>Ca ein Isotop mit langer Lebensdauer, die beide einen Kernspin  $\neq 0$  haben, existieren. Zum anderen besitzt das am häufigsten vorkommende Isotop <sup>40</sup>Ca einen sogenannten "doppelt-magischen" Kern.

Astrophysik Aufgrund seines nachweisbaren Vorkommens in fernen Sternensystemen, z.B. in der Beta Pictoris Scheibe, ist das Ca<sup>+</sup>-Ion auch von astrophysikalischem Interesse [16]. Es wird hierbei benutzt, um aus dem Verhältnis der vorkommenden Linien Abschätzungen über Temperatur und Elektronendichte in den entsprechenden astronomischen Objekten durchzuführen.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Die verwendeten Ansätze sind: HRWE, STFD, MCDF, SST, TEC, MBPT, MCHF, HF-RC, MCHF-CV, MCHF+BP und BA.

## Kapitel 2

## Die lineare Paulfalle

### 2.1 Einleitung

Der Nachteil der traditionellen Paulfalle ist die Tatsache, daß die Ionen außerhalb der Fallenmitte durch das Speicherfeld zu einer Bewegung getrieben werden. Hierbei wäre es vorteilhafter, wenn man eine "größere Fallenmitte" zur Verfügung hätte. Eine Lösung hier wurde schon 1964 von Paul [17] erdacht. In der sogenannten "Rennbahnfalle" wird das Speicherprinzip der klassischen Paulfalle zum Speichern in nur zwei Dimensionen benutzt, also praktisch ein Schnitt durch eine klassische Paulfalle gemacht. Eine Speicherung im eigentlichen Sinn findet in der verbleibenden dritten Dimension nicht statt. Hier wird stattdessen die traditionelle Falle sozusagen in die Länge gezogen und zu einem Speicherring gebogen.

Die Vorteile dieser Speicheranordnung speziell zum Laserkühlen wurde erstmals 1991 von Walther [18] genutzt. Hierbei hat man jetzt allerdings den Nachteil, daß eine Speicherung in der dritten Dimension nicht stattfindet und es so zu Rotationen der Ionen im Speicherring kommen kann.

Als Lösung für dieses Problem schlug Dehmelt 1987 vor, die Speicherung in der dritten Dimension durch zusätzliche statische Potentiale zu realisieren. Dadurch ist auch nicht nötig, die Fallenelektroden zu einem Ring auszubilden, eine lineare Anordnung reicht aus. Somit entspricht eine solche Speicheranordnung dem bekannten Quadrupol-Massenfilter [19] mit einem zusätzlichen statischen Speicherpotential an den Enden.

Ionenspeicherung in einer solchen Speicheranordnung wurde zum ersten Mal 1989 von Maleki et al. [20] realisiert. Das statische Potential an den Enden der Falle wurde hierbei durch jeweils einen Metallstift in der Fallenachse



Abbildung 2.1: Verschiedene in der Forschung benutzte lineare Fallentypen.

an den Enden der Falle erreicht. Seit diesem ersten Einsatz einer linearen Paulfalle wird diese bis heute in einer Vielzahl von abweichenden Designs eingesetzt. Während für die Speicherung in radialer Richtung die langjährige Erfahrung im Bau von Massenfiltern benutzt werden kann, variieren die Methoden zum Anbringen des statischen Endpotentials am Fallenende. Hierbei benutzte Methoden sind neben den oben erwähnten Stiftelektroden hyperbolische Elektroden am Fallenende [21], Segmentiereng der Elektroden für die radiale Speicherung in zwei [9] oder drei [22] Elemente sowie ringförmige Elektroden außerhalb der Elektroden für die radiale Speicherung [23].

## 2.2 Speicherung in der linearen Falle

Zumindest für ein einzelnes Ion existiert in einer idealen linearen Paulfalle kein Kopplungsmechanismus zwischen der Bewegung in axialer und der in radialer Richtung. Somit können als Ansatz die Bewegungen in beiden Bewegungsrichtungen getrennt betrachtet werden.



Abbildung 2.2: Elektrodenaufbau und Wahl des Koordinatensystems

#### 2.2.1 Speicherung in radialer Richtung

Für die Speicherung in radialer Richtung stellt eine lineare Paulfalle nichts anderes als einen Quadrupol-Massenfilter dar. Dieser ist seit über 40 Jahren [24] bekannt und dank seines technischen Einsatzes in der Analytik gut erforscht. Auch die Unterschiede zur klassischen Paulfalle sind eher virtueller Natur, sodaß hier nur eine Zusammenfassung der für Kristallisation, Laserkühlung und Spektroskopie relevanten Ergebnisse gegeben wird. Die Zusammenfassung beruht in wesentlichen Teilen auf [19] für die exakte Lösung und [25] für die adiabatische Näherung, wo sich auch die entsprechenden Herleitungen finden.

#### Theorie

**Exakte Lösung** Die Theorie für ein ideales Massenfilter geht davon aus, daß ein Ion einem elektrischen Potential der Form

$$\Phi = (U + V \cdot \cos \Omega t) \, \frac{x^2 - y^2}{2r_0^2} \tag{2.1}$$

ausgesetzt ist. Dieses wird durch hyperbolische Elektroden mit Abstand  $2r_0$  (siehe Abbildung 2.2) erzeugt, an denen zwischen beiden gegenüberliegenden Elektrodenpaaren die Spannung  $U + V \cdot \cos \Omega t$  anliegt.

Dies führt für das Ion zu folgenden Bewegungsgleichungen:

$$m\ddot{x} + 2e\left(U + V \cdot \cos\Omega t\right) \cdot \frac{x}{2r_0^2} = 0$$
(2.2)

$$m\ddot{y} - 2e\left(U + V \cdot \cos\Omega t\right) \cdot \frac{y}{2r_0^2} = 0$$
(2.3)

 $m\ddot{z} = 0 \tag{2.4}$ 

Hieraus ist ersichtlich, daß die Bewegungen in den drei Raumrichtungen vollständig entkoppelt sind. Ferner folgt aus Gleichung (2.4), daß die Bewegung entlang der Fallenachse nicht vom Quadrupol-Speicherfeld beeinflußt wird. Gleichungen (2.2) und (2.3) sind dagegen vom Typ der Mathieuschen Differentialgleichungen und werden üblicherweise durch die Einführung der dimensionslosen Variablen

$$\tau = \Omega t/2, \qquad a = \frac{4eU}{mr_0^2 \Omega^2}, \qquad q = \frac{2eV}{mr_0^2 \Omega^2}$$
(2.5)

vereinfacht zu

$$x'' + (a + 2q \cdot \cos 2\tau) \cdot x = 0$$
 (2.6)

$$y'' - (a + 2q \cdot \cos 2\tau) \cdot y = 0.$$
 (2.7)

Die analytische Lösung für die Mathieusche Differentialgleichung existiert in Form einer unendlichen Reihe

$$x = \alpha' \cdot e^{i\beta\tau} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_{2k} e^{2ik\tau} + \alpha'' \cdot e^{-i\beta\tau} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_{2k} e^{-2ik\tau}, \qquad (2.8)$$

wobei der sogenannte "charakteristische Exponent"  $\beta$  nur von a und q abhängt. Eine stabile Lösung existiert hier nur für ein reelles, nicht ganzzahliges  $\beta$ . Für eine stabile Speicherung müssen sowohl die Bewegung in x- als auch die in y-Richtung stabil sein. Daraus folgt die in Abbildung 2.2.1 dargestellte Grenze für die Parameter a und q, bei denen noch eine stabile Speicherung möglich ist.

Adiabatische Näherung Eine eher anschauliche Herleitung der Ionenspeicherung liefert die adiabatische Näherung. Ihr Ansatz besteht darin, die Bewegung r(t) des Ions in eine langsame gemittelte Bewegung  $\bar{r}(t)$  und eine schnelle, der Frequenz des Speicherfeldes folgende Bewegung  $\rho(t)$  zu zerlegen:

$$r(t) = \bar{r}(t) + \rho(t) \tag{2.9}$$



Abbildung 2.3: Speicherbereich

Benutzt man diesen Ansatz, erhält man als Lösung für die schnelle Bewegung

$$\rho(t) = -\rho_0 \cos \Omega t, \qquad (2.10)$$

wobe<br/>i $\rho_0$ nur von dem elektrischen Feld am Ort des Ions abhängt. Für die langs<br/>ame Bewegung erhält man

$$\bar{r}(t) = \bar{r}_0 \cos(\omega t + \gamma). \tag{2.11}$$

Dabei hängen die Phase  $\gamma$  und die Maximalamplitude  $\bar{r}_0$  von den Anfangsbedingungen ab, während die Kreisfrequenz der Bewegung von den Speicherparametern abhängt. Den Zusammenhang kann man durch Vergleich mit der exakten Lösung für  $|a| \ll 1$  und  $q \ll 1$  nähern zu

$$\omega = \frac{1}{2}\sqrt{a + \frac{q^2}{2}}\Omega.$$
 (2.12)

Setzt man die Gleichungen (2.12) und (2.11) für beide Bewegungen ineinander ein, erhält man als Gesamtlösung:

$$r(t) = \left(1 + \sqrt{2\frac{\omega}{\Omega}}\cos\Omega t\right)\bar{r}_0\cos(\omega t + \gamma)$$
(2.13)



Abbildung 2.4: Bewegung eines Ions nach adiabatischer Näherung (durchgezogene Linie). Bei einem zusätzlichen statischen Dipolpotential findet eine Auslenkung des Ions von der Mitte und eine Steigerung der Mikrobewegung statt (gestrichelte Linie).

Diese Bewegung wird im sogenannten *Pseudopotentialmodell* interpretiert als eine harmonische *Makrobewegung* mit Kreisfrequenz  $\omega$  in einem *Pseudopotential*  $D = 1/e \cdot mr_0^2 \omega^2/2$  und eine durch das Speicherfeld erzwungene *Mikrobewegung* mit Kreisfrequenz  $\Omega$ , die von der Auslenkung des Ions von der Fallenmitte abhängt.

**Die reale Falle** Die reale Falle unterscheidet sich von der idealen Falle für ein einzelnes Ion bei der Speicherung in radialer Richtung durch Abweichungen vom idealen Potentialverlauf (2.1). Diese entstehen in der Praxis durch Abweichungen von der idealen hyperbolischen Form der Elektroden. Diese sind i.d.R. nicht durch Unfähigkeit des Monteurs bedingt, sondern entstehen aus der Notwendigkeit, auf die Ionen optisch zugreifen zu können. Auch würde eine wirklich ideale Elektrode unendliche Ausmaße einnehmen müssen.

Schon 1961 berichteten v. Busch und Paul von Resonanzstörungen durch zusätzliche Quadrupolfelder [27]. Bei diesen enthält der charakteristische Exponent einen zusätzlichen Imaginärteil und die Bewegung wird instabil. Die Bedingung dafür ist, daß die Frequenz des Speicherfeldes harmonischen Kombinationen der Makrofrequenzen  $\Omega = n_x \omega_x + n_y \omega_y$  entspricht. Dehmelt wies 1967 [25] darauf hin, daß solche parametrischen Anregungen durch anhar-

monische Anteile des Speicherfeldes verursacht werden. Entwickelt man das Speicherfeld nach Multipolen, entspricht die Summe  $N = n_x + n_y$  dabei der Ordnung des Multipolfeldes, welches für die parametrische Anregung verantwortlich ist. Dehmelt empfiehlt hierzu in [25], Speicherparameter entsprechend der Bedingung  $\Omega/\omega_r \geq 10$  zu wählen, um entsprechende parametrische Anregungen vernachlässigen zu können. Untersuchungen der parametrischen Anregungen bei lasergekühlten Ionen [28] in einer klassischen Paulfalle konnte den Wert 10 als größte beobachtete Anregung bestätigen, bei Untersuchungen an ungekühlten N<sub>2</sub><sup>+</sup> - Ionen [29] konnten Anregungen bis zur 11. Ordnung beobachtet werden.

Neuere Untersuchungen zu parametrischen Anregungen [30] zeigen, daß auch Anregungen bei Frequenzen  $\omega = 2\omega_r/n$  auftreten können. Aus dieser Bedingung folgt allerdings, daß diese Anregungen mit gebrochenen Frequenzen nicht durch höhere Ordnungen des Speicherfeldes hervorgerufen werden können. Sie müssen durch ein zusätzliches anliegendes Feld verursacht werden, was in der Praxis z.B. bei zusätzlichen Störspannungen des Speicherfeldes geschehen kann.

Eine weitere mögliche Störung sind zusätzliche statische Dipolfelder. Diese kommen in der Praxis sehr häufig vor und werden i.d.R. durch Kontaktpotentiale auf den Fallenelektroden hervorgerufen. Ihre Wirkung läßt sich gut am Pseudopotentialmodell ablesen. Der Mittelpunkt der Oszillation des Ions im Pseudopotential wird durch die zusätzliche statische Kraft um  $r_1$  verschoben. Man erhält für die Bewegung des Ions:

$$r = \left(1 + \sqrt{2\frac{\omega}{\Omega}}\cos\Omega t\right) \cdot \left(\bar{r}_0\cos(\omega t + \gamma) + r_1\right).$$
(2.14)

Da die Mikrobewegung des Ions aber von der Auslenkung vom Fallenmittelpunkt abhängt, wird sie durch die zusätzliche Auslenkung verstärkt. Dies stellt auch speziell ein Problem für ein gekühltes Ion dar. Bei diesem wird durch die Kühlung zwar die Makrobewegung im Pseudopotential ausgefroren, durch die Auslenkung vom Fallenmittelpunkt bleibt jedoch eine Mikrobewegung. In der Praxis ist es daher wichtig, entstehende statische Dipolpotentiale zu kompensieren.

#### Experiment

Experimente zur Bewegung eines Ions in der Paulfalle sind nur schwer durchzuführen, da die Bewegungen i.d.R. in einem Zeitrahmen von weniger als einer Mikrosekunde stattfinden. Für den optischen Nachweis eines einzelnen Ions, was zusätzlich durch seine Bewegung stark dopplerverbreitert ist, stehen nicht genug Photonen zur Verfügung. Auch kann hier eine Störung der Bewegung durch den Lichtdruck erfolgen. Für Messungen zu dieser Thematik empfehlen sich eher makroskopische geladene Partikel, deren Bewegungen einige Größenordnungen langsamer sind [31].

Um ein genügend großes Signal-Rausch Verhältnis zu erhalten, wurden bei den folgenden Messungen lasergekühlte Ionenwolken benutzt. Dabei gibt es im wesentlichen zwei Abweichungen zur Theorie. Zum einen gibt es einen Raumladungseffekt, bei dem die Ionen das Speicherfeld durch die Ladung ihrer benachbarten Ionen abgeschwächt sehen. Zum anderen führt die Laserkühlung zu einer Dämpfung der Bewegung der Ionen.

**Speicherbereich und parametrische Anregungen** Die Kenntnis des Speicherbereichs ist von grundlegender Bedeutung für die Arbeit mit gespeicherten Ionen. Zwar arbeitet man i.d.R. mit immer den selben Speicherparametern, die für den geplanten Einsatz am günstigsten sind, jedoch ist es teilweise unabdingbar, die Speicherparameter während eines Versuches zu verändern. So kann es z.B. vorteilhaft sein, nach dem Erzeugen der Ionen die Speicherparameter an den Rand des Stabilitätsbereichs zu verschieben, um unerwünschte Ionensorten aus der Falle zu entfernen. Auch für die gezielte Speicherung von Ionen unterschiedlicher Masse, z.B. für sympathetisches Kühlen, ist eine Kenntnis des Speicherbereichs, auch zur Vermeidung parametrischer Anregung, notwendig.

Für die Messung des Speicherbereichs wurden Ionen bei Speicherparametern, bei denen eine stabile Speicherung möglich ist, erzeugt. Hierbei wurden etwa 10 - 50 Ionen erzeugt, ein Kompromiß zwischen hinreichend großem Nachweissignal und Störungen durch Raumladungseffekte. Der Nachweis der Ionen erfolgte über optische Anregung und Beobachtung der Fluoreszenz. Zur Verbesserung des spektralen Überlappes mit dem anregenden Laser-Licht und damit zur Verbesserung des optischen Signals wurden die Ionen lasergekühlt. Nach der Erzeugung der Ionen wurden die Speicherparameter geändert, bis ein Ionenverlust eintrat. Die Genauigkeit der Messung der Speicherparameter war hierbei durch den Wechselspannungsanteil limitiert, der mit einem Oszilloskop nur auf etwa 3% genau gemessen werden konnte. Anhand der theoretisch vorhergesagten Symmetrie zu dem Speicherparameter a = 0 wurde der Speicherbereich für a > 0 genauer Vermessen und die theoretisch vorhergesagte Symmetrie für Werte a < 0 nur stichprobenartig überprüft.

In Abbildung 2.5 sind die experimentell bestimmten Speicherparameter, an denen ein Ionenverlust auftrat, aufgetragen. Man erkennt eine leichte Verschiebung der experimentellen Werte gegenüber der Theorie zu kleineren Werten hin für den Parameter q. Diese Verschiebung läßt sich durch Raumladungseffekte erklären. Durch die Ladung der benachbarten Ionen wird das auf das Ion



Abbildung 2.5: Theoretisches Speicherdiagramm und experimentell ermittelte Speicherparameter a und q, bei denen ein Ionenverlust stattfand. Die Wellenform der theoretischen Speichergrenzen ist durch die numerische Methode der Berechnung bestimmt. Die Abweichung der experimentellen Werte von der Theorie ist durch Raumladungseffekte bedingt.

wirkende elektrische Speicherfeld abgeschirmt. Das effektive Speicherpotential wird dadurch verringert, der effektive Speicherparameter dadurch verkleinert. Ferner ist eine deutliche Verschiebung der experimentellen Speichergrenze an der Grenze des Speicherdiagramms für größere q-Werte zu beobachten. Hierbei ist zu vermuten, daß die Speichergrenze durch die sich überlappenden starken parametrischen Anregungen der niedrigsten Ordnungen, also primär durch den Oktopolanteil des Speicherfeldes, verursacht wird.

**Anregung der Makroschwingung** Die Anregung der Makrobewegung des Ions hat verschiedene praktische Einsatzmöglichkeiten:

• Durch eine Beobachtung der aufgehobenen Entartung der Frequenzen der Makrobewegung in x- und y-Richtung läßt sich die Größe eines sta-



Abbildung 2.6: Dipolanregung der Makrobewegung. Man sieht einen deutlichen Einbruch der Fluoreszenz im Resonanzfall durch den geringeren räumlichen und spektralen Überlapp mit dem Laser. Ohne Korrektur der Kontaktpotentiale an den einzelnen Elektroden erkennt man eine deutliche Aufspaltung in x- und y-Bewegung (schwarze Kurve). Nach einer Korrektur zur Verringerung der Mikrobewegung (graue Kurve) ist immer noch ein verbleibendes statisches Quadrupolpotential zu erkennen.

tischen Quadrupolfeldes bestimmen und gegebenenfalls minimieren.

- Die Beobachtung der Frequenz der Makrobewegung erlaubt das Masse-Ladungs-Verhältnis der gespeicherten Ionen zu bestimmen. Dies ist bei der gleichzeitigen Speicherung mehrerer Ionensorten interessant. So lassen sich z.B. unerwünschte gespeicherte Ionensorten identifizieren, um eine Erzeugung in Zukunft zu verhindern.
- Im Vergleich mit den eingestellten Speicherparametern lassen sich Raumladungseffekte abschätzen

In Abbildung 2.6 sind Messungen der Makrobewegung dargestellt, die zur Untersuchung von statischen Störpotentialen auf den Fallenelektroden durchgeführt wurden. Die Anregung der Makrobewegung erfolgte hierbei durch ein zusätzliches Dipolfeld. Hierzu wurde die Dipolkomponente bei dem Anlegen der Anregungsspannung an eine der vier Speicherelektroden genutzt. Der Nachweis einer resonanten Anregung der Ionen erfolgte durch Beobachtung der Fluoreszenz einer lasergekühlten Ionenwolke. Im Falle einer Resonanz nimmt die Ionenwolke Energie auf und weitet sich auf. Dadurch verschlechtert sich sowohl der spektrale als auch der räumliche Überlapp mit dem anregenden Laser. Dies führt zu einer Verringerung der Fluoreszenz.

Im Falle der schwarzen Meßkurve war kein statisches Potential an die Fallen-Elektroden angelegt worden. Die Aufspaltung der Resonanzen wird hierbei durch Kontaktpotentiale auf den Elektroden hervorgerufen. Die Kontaktpotentiale entstehen durch Kalziumablagerungen auf den Kupferelektroden. Die an allen vier Elektroden unterschiedlichen Potentiale resultieren somit in einem Dipolfeld, das zu einer Auslenkung des Bewegungsmittelpunktes der Ionen von dem Fallenmittelpunkt führt, und einem Quadrupolfeld. Dies führt zu einem  $a \neq 0$ , welches in x- und in y-Richtung ein unterschiedliches Vorzeichen hat. Hierdurch spaltet sich die Frequenz der Makrobewegung in x- und in y-Richtung auf.

Im Falle der grauen Meßkurve war versucht worden, die Kontaktpotentiale durch zusätzliche statische Potentiale an zwei benachbarten Elektroden zu kompensieren. Als Kriterium war hierbei die Auslenkung der Ionen vom Fallenmittelpunkt genommen worden. Man erkennt am geringeren Abstand der Resonanzen, daß dadurch auch das statische Quadrupolfeld reduziert, aber noch nicht eliminiert wurde.

Eine Messung der Anregung der Oszillation an einem einzelnen Ion mit nur geringen Anregungsamplituden stellt eine wesentlich genauere Methode zur Bestimmung der Anregungsfrequenz zur Verfügung. Hierfür wird direkt die Ortsamplitude des Ions mit einer ICCD-Kamera beobachtet (siehe Abbildung 2.9). Im Experiment zeigte sich allerdings, daß mit dieser Methode keine stabile Anregung der Makrofrequenz beobachtet werden konnte. Grund hierfür ist die mangelnde Stabilität der Amplitude des Speicherfeldes, die nur etwa  $10^{-2}$  beträgt.

Messung der Mikrobewegung Die Mikrobewegung stellt eine vom Speicherfeld getriebene Bewegung der Ionen dar. Sie läßt sich dadurch im Gegensatz zur Makrobewegung auch nicht durch Kühlung ausfrieren. Sie verschwindet nur auf der Fallenachse, wo auch das Speicherfeld verschwindet. Daher stellt sie für Versuche, wo ein ruhendes Ion benötigt wird, ein Problem dar, falls das Ion durch statische Störpotentiale von der Fallenachse ausgelenkt ist. Gleichzeitig stellt sie dadurch aber auch ein gutes Maß für eine statische Auslenkung von der Fallenachse dar.



Abbildung 2.7: Messung der Mikrobewegung. Aufgetragen sind die Häufigkeiten der Zeiten zwischen dem Start einer Speicherfeldoszillation und dem Eintreffen eines Photons am Detektor. Die Fluoreszenz ist über die Dopplerverschiebung an die Bewegung der Ionen gekoppelt, wodurch eine Oszillation der Fluoreszenz entsprechend der Mikrobewegung beobachtbar ist. In der oberen Messung wurden keine Korrekturspannungen angebracht, in der unteren Messung wurde die Auslenkung der Ionen von der Fallenachse durch zusätzliche statische Potentiale ausgeglichen.

Die Mikrobewegung unterscheidet sich nun von der Makrobewegung dadurch, daß sie eine feste und für jedes Ion gleiche Phasenbeziehung zum Speicherfeld hat. Dies ermöglicht es, bei einem zum Speicherfeld phasenstarren Nachweis mehrere Messungen zu summieren, um ein hinreichendes Signal zu erhalten. In der in Abbildung 2.7 dargestellten Messung wurde phasenstarr zum Speicherfeld die Zeit gemessen, die bis zum Eintreffen eines Photons am Detektor verging. Die Häufigkeiten der gemessenen Zeiten sind in Abbildung 2.7 dargestellt. Man erkennt deutlich eine Oszillation. Die Frequenz der Oszillation entspricht genau der Frequenz des Speicherfeldes.

Dadurch, daß der zur Anregung der Ionen verwendete Laserstrahl nicht genau senkrecht zur radialen Bewegungsrichtung steht, "sieht" das Ion durch

seine radiale Bewegung eine Dopplerverschiebung. Dies führt dazu, daß der spektrale Überlapp und dementsprechend die Absorptionswahrscheinlichkeit für ein Photon zusammen mit der Bewegung des Ions oszilliert.

Bei einem lasergekühlten einzelnen Ion oder einer Ionenkette entsteht die Mikrobewegung nur durch die Auslenkung der Ionen von der Fallenachse durch statische Störpotentiale. Hier konnte auch im Experiment die beobachtete Oszillation durch Korrekturpotentiale zum Verschwinden gebracht werden. Für einen effektiven Einsatz dieser Technik darf der Winkel zwischen anregendem Laserstrahl und Fallenachse nicht zu klein sein, da die Meßzeit pro Korrekturzyklus sonst zu groß wird. Für eine typische wie in Abbildung 2.7 dargestellte Messung betrug die Meßzeit etwa 20 Minuten bei einem typischen Winkel zwischen Laserstrahl und Fallenachse von etwa 5°.

#### 2.2.2 Speicherung in axialer Richtung

Für die Speicherung in axialer Richtung läßt sich nur schwer eine einheitliche Theorie angeben, da sich für eine lineare Falle keine einheitliche Form der Elektroden zum Erzeugen des Speicherfeldes durchgesetzt hat. In der Literatur [20, 23, 32] wird i.d.R. nur die Aussage getroffen, daß sich am Ort der Ionen in guter Näherung in axialer Richtung ein statisches, harmonisches Potential befindet. Mit diesem Ansatz findet sich in [9] die im folgenden dargestellte Beschreibung für die Speicherung mit zusätzlichem statischen Potential.

#### Theorie

Für die Speicherung in axialer Richtung wird an den Enden der Falle ein statisches Potential erzeugt, das in der Falle näherungsweise als harmonisches Potential der Form

$$\Phi = \frac{\kappa U}{z_0^2} \left( z^2 - \frac{1}{2} \left( x^2 + y^2 \right) \right)$$
(2.15)

vorliegt.  $z_0$  ist dabei die halbe Länge der Falle in axialer Richtung,  $\kappa$  ein Faktor, der von der Geometrie der Elektroden abhängt, die das statische Speicherpotential erzeugen, und U die an den Elektroden anliegende Spannung. Dieses Potential führt zu einer harmonischen Schwingung des Ions mit der Kreisfrequenz

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2\kappa q U}{m z_0^2}}.\tag{2.16}$$

Zu beachten ist, daß das statische Speicherpotential auch eine Komponente in radialer Richtung hat, die "anti-speichernd" wirkt. Im Pseudopotentialmodell entsteht dadurch folgendes Speicherpotential in radialer Richtung:

$$\Phi_r = \frac{m}{2q} \left( \omega_r^2 - \frac{1}{2} \omega_z^2 \right) \left( x^2 + y^2 \right)$$
(2.17)

Dadurch wird die in Abschnitt 2.2.1 angegebene Kreisfrequenz der Makrobewegung  $\omega_r$ reduziert zu einem Wert

$$\omega_r' = \sqrt{\omega_r^2 - \frac{1}{2}\omega_z^2}.$$
(2.18)

Anharmonisches Speicherpotential In der oben genannten Theorie wird davon ausgegangen, daß am Ort der Ionen ein hinreichend harmonisches statisches Potential befindet. Die Auswirkungen höherer Ordnungen am Speicherfeld auf die Harmonizität der Bewegung nehmen jedoch zu, je weiter man vom Mittelpunkt der Falle entfernt ist. Für längere Ionenkristalle kann der Abstand der äußeren Ionen vom Fallenmittelpunkt so groß werden , daß die Annahme eines hinreichend harmonischen Potentials nicht mehr zu halten ist. Bei einem anharmonischen Speicherpotential sind folgende Merkmale für die Bewegung der Ionen zu erwarten:

- Es entstehen Seitenbänder mit einem ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz der axialen und radialen Schwingung.
- Die Grundfrequenz der Oszillation verschiebt sich proportional zum Quadrat der Schwingungsamplitude.
- Bei erzwungenen Schwingungen wird die Resonanzform asymmetrisch und ihr Maximum verschiebt sich. Bei starker Anharmonizität kommt es zu Hystereseeffekten.

#### Experiment

Speziell für den geplanten Aufbau eines Quantengatters nach [11] ist die Bewegung der Ionen in axialer Richtung von besonderer Bedeutung. Hier dient die quantisierte Energie der axialen Schwingung der Ionen als Träger der Quanten-Bit Informationen.

Die Kenntnis des axialen Speicherpotentials kann auch zur Bestimmung des Abstandes der Ionen benutzt werden. Eine Kenntnis des Ionenabstandes bis auf Bruchteile der optischen Wellenlängen genau ist für Messungen zu kooperativen Effekten von mehreren Ionen [46] nötig.



Abbildung 2.8: Messung der radialen Schwingungsfrequenz in Abhängigkeit von der axialen Schwingungsfrequenz. Die Frequenzen der Schwingungen in beiden Richtungen wurden durch die Anregungsfrequenzen in einem elektrischen Dipolfeld an einem Ion gemessen. Ein Anpassen von Gleichung (2.18) ergibt ein  $\omega_r = 2\pi \cdot 333$ , 7(2) kHz, die Berechnung von  $\omega_r$  anhand der eingestellten Speicherparameter in adiabatischer Näherung liefert  $\omega_r = 2\pi \cdot 327(2)$ kHz.

Messung des radialen Speicherpotentials Eine experimentelle Überprüfung von Gleichung (2.18) (siehe Abb. 2.8) ergibt im Rahmen der Meßgenauigkeit eine gute Übereinstimmung. Allerdings zeigt sich auch, daß aufgrund des in der Praxis verwendeten Größenverhältnisses von axialer zu radialer Frequenz die Reduktion des radialen Speicherpotentials praktisch vernachlässigbar ist.

Zur Messung der Schwingungsfrequenzen in radialer und in axialer Richtung wurde ein einzelnes Ion lasergekühlt gespeichert und mit einer ICCD-Kamera beobachtet. Zur Anregung der Schwingungen wurde diagonal zur Fallenachse ein elektrisches Dipolfeld angelegt und dessen Frequenz durchgefahren. Eine Anregung der Schwingung des Ions in radialer oder axialer Richtung konnte durch die ICCD-Kamera beobachtet werden. Die Mitte der



Abbildung 2.9: Anregung der Schwingungsfrequenzen eines einzelnen Ions. Die Fallenachse verläuft im Bild horizontal. Das angelegte elektrische Dipolfeld verläuft diagonal zur Fallenachse, um die Schwingungen in beiden Richtungen anregen zu können. Das außerhalb einer Resonanzfrequenz ruhende Ion (Bild Mitte) schwingt beim Erreichen der jeweiligen Resonanzfrequenz axial (Bild links) bzw. radial (Bild rechts) auf.

Anregungsfrequenz der Schwingung des Ions konnte damit auf 1 kHz genau bestimmt werden.

**Präzisionsmessung des axialen Speicherpotentials** Zur präzisen Messung der Anregung der axialen Schwingung wurde die Ortsamplitude eines lasergekühlten einzelnen Ions in Abhängigkeit der Anregungsfrequenz gemessen. Die Anregung des Ions erfolgte durch ein diagonal zur Fallenachse angebrachtes elektrisches Dipolfeld. Dazu wurde eine Hochfrequenz-Spannung an eine der Endelektroden der Falle angebracht. Die Messung der Ortsamplitude erfolgte aus einem 2 s gemittelten Bild der ICCD-Kamera. Als Amplitude wurde die Halbwertsbreite der räumlichen Intensitätsverteilung gewertet.

Für das Ion erwartet man in axialer Richtung eine Bewegung entsprechend einem angeregten, gedämpften harmonischen Oszillators. Die Dämpfung erfolgt hierbei durch die Laserkühlung. Dementsprechend erwartet man für das Quadrat der Ortsamplitude eine Frequenzabhängigkeit entsprechend einer Lorentzkurve. Dies entspricht gut dem experimentellen Ergebnis (siehe Abbildung 2.10). Häufiger beobachtete Abweichungen einiger Meßpunkte in der Resonanz sind vermutlich durch Stöße mit Restgasatomen zu erklären.

Für kleine Anregungsamplituden bis zu 120 mV erbrachte dieses Verfahren Genauigkeiten zur Bestimmung der Anregungsfrequenz von  $10^{-4}$ . Bei größeren Anregungsamplituden ist in der Resonanz die Fluoreszenz pro Bildpunkt zu gering, um eine zuverlässige Bestimmung der Ortsamplitude durchführen



Abbildung 2.10: Anregung der axialen Schwingung eines einzelnen Ions. Die Amplitude des diagonal an die Fallenelektroden angebrachten elektrischen Dipolfeldes betrug 80 mV. Die Anpassung einer Lorentzkurve (schwarze Linie) an das Quadrat der Ortsamplitude (graue Kreise) erbrachte eine Mittenfrequenz der Resonanz von 69496(9) Hz. Die Halbwertsbreite der Resonanz beträgt 676(28) Hz.

zu können. Die dabei gemessenen Halbwertsbreiten der Resonanz waren kleiner als 1 kHz. Eine Messung der Abhängigkeit der Halbwertsbreite von der Laserkühlung war nicht möglich, da auch bei einer Verstimmung des Kühllasers die Fluoreszenz zu gering wurde, um eine zuverlässige Bestimmung der Ortsamplitude durchführen zu können.

Messung des Ionenabstandes Zur Bestimmung des axialen Abstandes zweier Ionen wurden die Anregungsfrequenzen der axialen Schwingung der Ionen bei verschiedenen axialen Potentialtöpfen bestimmt. Die Bestimmung der Resonanzfrequenz erfolgte über die Ortsamplitude analog zu der oben beschriebenen Methode für ein Ion. Die Resonanzfrequenz der Ionen konnte auch für zwei Ionen mit einer Genauigkeit von  $10^{-4}$  bestimmt werden.

Der Abstand d der beiden Ionen mit Masse m und Ladung e ergibt sich



Abbildung 2.11: Vergleich des gemessenen Ionenabstandes mit dem aus der Anregungsfrequenz errechneten Ionenabstand. Da die Abstände der Nachweisoptik nicht genau bekannt sind, wurde die Vergrößerung der Optik als freier Parameter angepaßt. Ein Bildpixel entspricht 613(6) nm.

hierbei aus der Gleichgewichtslage von abstoßender Coulombkraft und rücktreibender Kraft des Speicherpotentials mit Resonanzfrequenz  $\nu$ :

$$\frac{1}{2}m(2\pi\nu)^2 d = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{d^2}$$
(2.19)

$$\Rightarrow \quad d \quad = \quad \sqrt[3]{\frac{e^2}{8\pi^3\epsilon_0 m}} \cdot \nu^{-\frac{2}{3}} \tag{2.20}$$

Eine experimentelle Überprüfung dieses Zusammenhanges stimmt für verschiedene axiale Speicherpotentiale gut überein (siehe Abbildung 2.11). Für typische Speicherpotentiale ergeben sich Abstände der Ionen in der Größenordnung von 30  $\mu$ m. Bei einer Genauigkeit von  $10^{-4}$  entpricht dies einer Genauigkeit von 3 nm. Für eine Messung zu kooperativen Effekten [46] wäre eine Genauigkeit von etwa einem 1/10 der Wellenlänge des Überganges nötig, beim Ca<sup>+</sup>-Ion also 73 nm, sodaß diese Methode sehr gut geeignet ist.



Abbildung 2.12: Anregung der axialen Schwingung mit unterschiedlichen Amplituden. Die Amplituden der angelegten Spannung betrugen 1,25 V (hellgrau), 250 mV (mittelgrau) und 50 mV (schwarz dargestellte Messung). Beim Erreichen der Resonanzfrequenz nimmt die Fluoreszenz durch den geringeren spektralen Überlapp mit dem Laser ab. Bei einem anharmonischen Speicherpotential wäre eine Verschiebung der Resonanzfrequenzen zu erwarten.

Messung der Anharmonizität Aufgrund des i.d.R. stark anharmonischen statischen Potentials zur Speicherung in axialer Richtung ist die Frage, ob das Speicherfeld am Ort der Ionen wirklich "hinreichend harmonisch" ist, von Bedeutung. Für eine Messung hierzu bieten sich Untersuchungen der oben genannten Eigenschaften von anharmonischen Schwingungen an.

Die Messung der Linienform der Anregung für kleine Anregungsamplituden brachte keine Anzeichen für nichtlineare Effekte. Für größere Anregungsfrequenzen war eine quantitative Bestimmung der Schwingungsamplitude der Ionen nicht möglich. Auch durch die Messung der Gesamtfluoreszenz an lasergekühlten Ionen ist die Bestimmung der Linienform nur schwer realisierbar, da hier sowohl die Dämpfung durch die Laserkühlung nicht konstant ist, als auch die Gesamtfluoreszenz nicht linear von der Ortsamplitude abhängt.

Einfacher ist jedoch die Messung der Resonanzfrequenz. Für kleinere An-

regungsamplituden ließ sich im Rahmen der Driftstabilität der Speicherspannungen keine Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Anregungsamplitude nachweisen. Durch Messung der Fluoreszenz läßt sich jedoch sehr einfach das Maximum der Resonanz bei größeren Anregungsamplituden messen. Somit bieten sich zur Messung von anharmonischen Einflüssen die Messungen von der Verschiebung der Resonanz bei verschiedenen Schwingungsamplituden sowie von Seitenbändern an.

Zur Messung der Verschiebung der Resonanzfrequenzen bei verschiedenen Schwingungsamplituden der Ionen wurde die Fluoreszenz von einem lasergekühlten Ionenkristall bei einer Anregung durch ein elektrisches Dipolpotential beobachtet. Verändert man die Anregungsfrequenz, kann man bei Erreichen der Resonanz eine Abnahme der Fluoreszenz beobachten. Diese ist durch einen geringeren spektralen Überlapp der Laserfrequenz mit den Ionen bedingt. Wiederholt man die Messung mit einer höheren Amplitude der Anregung, ist eine Verschiebung der Resonanzfrequenz bei anharmonischem Speicherpotential zu erwarten. Dies konnte im Experiment nicht beobachtet werden (siehe Abbildung 2.12). Dies läßt auf eine hinreichend kleine Anharmonizität des Speicherfeldes schließen. Allerdings ist hierbei die Anregungamplitude für eine solche Messung schnell an ihrem Maximalwert angekommen, an dem die Ionen nicht mehr gespeichert werden können.

## Kapitel 3

# **Optische Linienform**

Die Kenntnis der Linienform ist für die Spektroskopie von essentieller Bedeutung, da hieraus die Lage der Resonanz bestimmt wird. Auch für quantenoptische Untersuchungen können aus der Linienform wichtige Informationen, wie z.B. über die Temperatur der beteiligten Teilchen, gezogen werden.

Die Linienform einer gespeicherten Ionenwolke unterscheidet sich von dem Voigtprofil bei Gasen durch die unterschiedliche Geschwindigkeitsverteilung [35]. Während man bei Gasen von einem Ensemble von Atomen mit konstanten Geschwindigkeiten ausgeht, bei dem die Geschwindigkeiten der Maxwellverteilung gehorchen, besteht eine gespeicherte Ionenwolke aus harmonischen Oszillatoren. Hierbei folgt nur die Maximalgeschwindigkeit der Oszillationen der Maxwellverteilung.

Eine weiterer Unterschied zu einem Voigtprofil entsteht beim Kalzium Ion durch sein A-förmiges 3-Niveau-System. Hierbei kann es je nach Verstimmung der anregenden Laser zu optischem Pumpen bestimmter Geschwindigkeitsklassen kommen. Zusätzlich gibt es noch den Effekt der sogenannten "Dunkelresonanz", nämlich Einbrüche in der Fluoreszenz aufgrund einer kohärenten Überlagerung von Grund- und metastabilem Zustand [36].

## 3.1 Beschreibung mittels Dichtematrixformalismus

Die in [36] aufgestellte Theorie über Dunkelresonanzen für schwache Laserleistung an Atomen mit konstanter Geschwindigkeit wird in [35] für gespeicherte Ionen mit der dort üblichen höheren Laserleistung erweitert:



Abbildung 3.1: Das in der Simulation angenomme 3-Niveau-System. Die Zerfallsraten des Systems durch spontane Emission sind gegeben durch  $\Gamma_{21}$ ,  $\Gamma_{23}$ und  $\Gamma_{31}$ . Die Übergangsraten durch die stimulierte Emission und Absorption sind  $\gamma_{21} = \gamma_{12}$  und  $\gamma_{23} = \gamma_{32}$ . Die Resonanzfrequenzen der Übergänge sind  $\nu_{12}$ und  $\nu_{32}$ . Der Übergang  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  wird durch Laser *a* getrieben, der Übergang  $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$  durch Laser *b*.

Hierbei wird von einem harmonisch oszillierenden Ion mit konstanter Maximalgeschwindigkeit ausgegangen, dessen A-förmiges 3-Niveau-System (siehe Abb. 3.1) durch folgendes Differentialgleichungssystem der Dichtematrix beschreiben wird. Die Diagonalelemente der Matrix  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{22}$  und  $\rho_{33}$  bezeichnen dabei die Besetzung der Zustände  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  und  $|3\rangle$ . Die Zerfallsraten des Systems durch spontane Emission sind gegeben durch  $\Gamma_{21}$ ,  $\Gamma_{23}$  und  $\Gamma_{31}$ . Die Übergangsraten durch die stimulierte Emission und Absorption sind  $\gamma_{21} = \gamma_{12}$ und  $\gamma_{23} = \gamma_{32}$ . Die Resonanzfrequenzen der Übergänge sind  $\nu_{12}$  und  $\nu_{32}$ . Der Übergang  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  wird durch Laser *a* getrieben, der Übergang  $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$ durch Laser *b*.

$$\dot{\rho}_{11} = \gamma_{12} \operatorname{Im} \rho_{12} + \Gamma_{12} (1 - \rho_{11} - \rho_{33}) + 2\gamma_{13} \rho_{33}$$
  
$$\dot{\rho}_{33} = \gamma_{23} \operatorname{Im} \rho_{32} + \Gamma_{32} (1 - \rho_{11} - \rho_{33}) + 2\gamma_{13} \rho_{33}$$
  
$$\operatorname{Im} \dot{\rho}_{12} = -\left(\nu_{12} - \nu_a \frac{v_0}{c} \cos(\omega t)\right) \operatorname{Re} \rho_{12} - \gamma_{12} \operatorname{Im} \rho_{12}$$
  
$$-\gamma_{23} (2\rho_{11} + \rho_{33} - 1)/2 - \gamma_{12} \operatorname{Re} \rho_{13}/2$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\dot{\rho}_{12} &= \left(\nu_{12} - \nu_{a}\frac{v_{0}}{c}\cos(\omega t)\right)\operatorname{Im}\rho_{12} - \gamma_{12}\operatorname{Re}\rho_{12} + \gamma_{23}\operatorname{Im}\rho_{13}/2 \\ \operatorname{Im}\dot{\rho}_{32} &= -\left(\nu_{23} - \nu_{b}\frac{v_{0}}{c}\cos(\omega t)\right)\operatorname{Re}\rho_{32} - \gamma_{23}\operatorname{Im}\rho_{32} \\ &-\gamma_{23}(2\rho_{11} + \rho_{33} - 1)/2 - \gamma_{12}\operatorname{Re}\rho_{13}/2 \\ \operatorname{Re}\dot{\rho}_{32} &= \left(\nu_{23} - \nu_{b}\frac{v_{0}}{c}\cos(\omega t)\right)\operatorname{Im}\rho_{32} - \gamma_{32}\operatorname{Re}\rho_{32} + \gamma_{12}\operatorname{Im}\rho_{13}/2 \\ \operatorname{Im}\dot{\rho}_{13} &= -\left(\nu_{12} - \nu_{23} - (\nu_{a} - \nu_{b})\frac{v_{0}}{c}\cos(\omega t)\right)\operatorname{Re}\rho_{13} - \gamma_{13}\operatorname{Im}\rho_{12} \\ &+\gamma_{12}\operatorname{Re}\rho_{32}/2 - \gamma_{23}\operatorname{Re}\rho_{12}/2 \\ \operatorname{Re}\dot{\rho}_{32} &= \left(\nu_{12} - \nu_{23} - (\nu_{a} - \nu_{b})\frac{v_{0}}{c}\cos(\omega t)\right)\operatorname{Im}\rho_{13} - \gamma_{13}\operatorname{Re}\rho_{12} \\ &+\gamma_{12}\operatorname{Re}\rho_{32}/2 + \gamma_{23}\operatorname{Re}\rho_{12}/2 \\ \dot{\rho}_{22} &= -\dot{\rho}_{11} - \dot{\rho}_{33} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Zur Lösung des Differentialgleichungsystems wurde die  $2\pi/\Omega$ -Periodizität der stationären Lösung ausgenutzt und damit die Fourierkoeffizienten numerisch berechnet. Als Ergebnis wurde hierbei ein starker Einfluß der oszillatorischen Bewegung der Ionen auf die Linienform festgestellt (siehe [35]).

Mit dieser Methode ist es allerdings nicht möglich, *zeitaufgelöste* Aussagen über die stattfindenden optischen Übergänge zu treffen. Daher wurden folgende Simulationen durchgeführt, die durch die Möglichkeit der zeitaufgelösten Beobachtung der Übergänge eine anschaulichere Erklärung der Linienform liefern. Durch die zeitaufgelöste Beobachtung kann dieser Formalismus auch für die Simulation des Impulsübertrages auf das Ion genutzt werden (siehe Kapitel 4).

## 3.2 Monte-Carlo Simulation

Eine Monte-Carlo Simulation für die Linienform eines Ions mit 3-Niveau-System ermöglicht es im Vergleich zum Dichtematrixformalismus, die auftretende Fluoreszenz in Abhängigkeit von aktueller Geschwindigkeit und Ort des Ions zu bestimmen. Dies ermöglicht eine bessere Identifikation der physikalischen Vorgänge, die für das Auftreten der Linienform verantwortlich sind.

#### 3.2.1 Ansatz

Zur Simulation des Verhaltens eines Ions unter Anregung von Lasern wird für Zeitintervalle  $\Delta t$  "gewürfelt", ob ein optischer Übergang stattfindet. Die Zeitintervalle  $\Delta t$  sind dabei kurz gegen die vorkommenden Zeitperioden wie z.B. Lebensdauern oder Schwingungsperioden. Ort und Geschwindigkeit des Ions wird dabei für jedes Zeitintervall neu berechnet.

#### Übergangswahrscheinlichkeiten

Die Wahrscheinlichkeit  $P_{ij}$ , daß bei einem Ion mit Geschwindigkeit v bei einer natürlichen Zerfallsrate  $\Gamma_{ij}$  und Sättigungsparameter  $S_{ij}$  eine stimulierte Absorption oder Emission zwischen Niveau i und j stattfindet, beträgt:

$$P_{ij} = \frac{\left(\sum_{j} \Gamma_{ij}\right)^2}{\left(\nu_{ij} - \left(1 + \frac{v}{c}\right)\nu_{\text{Laser}}\right)^2 + \Gamma_{ij}^2} \cdot \Gamma_{ij} \cdot \Delta t \cdot S_{ij}$$
(3.2)

Die Wahrscheinlichkeit für eine spontane Emission zwischen Niveau i und j beträgt:

$$P_{ij} = \Gamma_{ij} \cdot \Delta t \tag{3.3}$$

**Dunkelresonanzen** Für die Wahrscheinlickeit, daß eine kohärente Überlagerung zwischen Niveau i und k mit Zwischenniveau j eintritt, existiert in der Literatur kein analytischer Ausdruck.

Zwar wird für den Vergleich der Linienstärken verschiedener Dunkelresonanzen die Wahrscheinlichkeit des 2-Photonen Überganges eingesetzt [39], für die bei näherungsweise resonanter Einstrahlung [38] gilt:

$$P_{ik} = \frac{\Gamma_{ik}/2}{4\pi^{2} \left(\nu_{ij} - \left(1 + \frac{v}{c}\right)\nu_{\text{Laser1}} - \nu_{kj} + \left(1 + \frac{v}{c}\right)\nu_{\text{Laser2}}\right)^{2} + (\Gamma_{ik}/2)^{2}} \\ \cdot \Gamma_{ij}\Gamma_{jk} \cdot S_{ij}S_{jk} \cdot \Delta t \\ \cdot \left|\frac{1}{2\pi(\nu_{ij} - \left(1 + \frac{v}{c}\right)\nu_{\text{Laser1}}) + i\Gamma_{ij}} + \frac{1}{2\pi(\nu_{kj} - \left(1 + \frac{v}{c}\right)\nu_{\text{Laser2}}) + i\Gamma_{kj}}\right|^{2}$$
(3.4)

Aber diese Wahrscheinlichkeit ist für kleine Sättigungsparameter immer noch deutlich geringer als die Wahrscheinlichkeit für die erlaubten 1-Photonen Übergänge, so daß hierdurch die aus dem Dichtematrixformalismus vorhergesagten Besetzungswahrscheinlichkeiten nicht erreicht werden können.

Numerisch ist es jedoch möglich, aus dem Dichtematrixformalismus die Übergangswahrscheinlichkeit für eine feste Verstimmung der Laser und eine feste Oszillation des Ions zu berechnen. Für eine Simulation eines Lasergekühlten Ions mit dem daraus entstehenden großen Parameterraum sprengt diese Methode jedoch die zur Verfügung stehende Rechenkapazität. Daher wurde für die folgenden Simulationen das Auftreten der Dunkelresonanz vernachlässigt.

#### Die Bewegung des Ions

Die Bewegung des Ions kann je nach Speicherpotential berechnet werden, z.B. eine harmonische Schwingung für die axiale Bewegung in einer linearen Paulfalle oder eine Bewegung nach Gleichung 2.13.

Zu beachten ist hierbei, daß die benutzten Oszillationsfrequenzen deutlich kleiner als die Übergangsraten sein müssen. Anderenfalls müßte ein Ansatz mit Seitenbändern gewählt werden.

#### Frequenzbreite der Laser

Die im Rahmen dieser Arbeit benutzten Laser haben eine Frequenzbreite von typisch einigen MHz. Diese läßt sich sehr gut in der Monte-Carlo Simulation berücksichtigen. Die Breite der Laser ist zwar im Vergleich mit der in der Dunkelresonanz auftauchenden natürlichen Linienbreite des metastabilen Niveaus viele Ordnungen größer. Sie spielt jedoch für die Simulation der erlaubten Übergänge keine Rolle.

Daher wurde in den folgenden Simulationen zur Einsparung von Rechenzeit die Frequenzbreite der Laser vernachlässigt.

## 3.2.2 Simulationen für ein Ca<sup>+</sup> Ion

In den folgenden Simulationen wurden die Fluoreszenz des  $4P_{1/2}$ - $4S_{1/2}$  Überganges eines einzelnen Ca<sup>+</sup>-Ions in Abhängigkeit der Frequenzverstimmung des Lasers zur Resonanz bestimmt, der diesen Übergang anregt. Dies ist auch die in der Praxis am häufigsten durchgeführte Messung.

Für die Simulation wurde Ca<sup>+</sup> als 3-Niveau System gewählt, um einen Vergleich mit den Meßergebnissen zu ermöglichen. Die Resultate sollten sich jedoch leicht auf jedes beliebige Λ-förmige 3-Niveau System übertragen lassen.

Variiert wurden hierbei Oszillationsamplitude des Ions sowie die Frequenz des den  $3D_{3/2}$ - $4P_{1/2}$  Übergang treibenden Rückpumplasers. Dies sind die Parameter, die im Experiment einfach verändert werden können.

Die Kenntnis der Wirkung dieser Parameter auf die Fluoreszenz ist für die Interpretation experimenteller Ergebnisse von Bedeutung. Im Experiment ist es nicht möglich, die Oszillationsenergie eines Ions während der Spektroskopie konstant zu halten. Hier bewirkt jedes interagierende Photon eine Änderung der Oszillationsenergie des Ions. Es ist somit schwer zu entscheiden, ob eine gemessene Fluoreszenzänderung auf einer Energieänderung des Ions beruht.

#### Linienform für verschiedene Energien

Betrachtet man die Fluoreszenz eines einzelnen oszillierenden Ions für unterschiedliche Energien des Ions (siehe Abbildung 3.2), fallen zwei Eigenschaften auf:

Zum einen ist schon für sehr geringe Bewegungsenergien des Ions eine deutliche Reduktion der Fluoreszenz gegenüber dem ruhenden Ion zu beobachten. Zum anderen stellt man fest, daß für steigende Energie des Ions das Fluoreszenzmaximum bei größeren Laserverstimmungen auftaucht. Dies ist das zu erwartende Verhalten für einen harmonischen Oszillator, da hier größere Geschwindigkeiten dominieren. Für diese Geschwindigkeiten ist die resultierende Dopplerverschiebung bei entsprechender Laserverstimmung kompensiert. Die auftretende Fluoreszenz bei einem Ion mit größerer Energie ist an den Flanken größer als bei einem ruhenden Ion, so daß bei einem realen Laserscan an einem Ion mit steigender Rotverstimmung und damit steigender Temperatur des Ions ein Ansteigen der Fluoreszenz zu erwarten ist.

#### Verstimmung des Rückpumplasers

Betrachtet man die Linienform für unterschiedliche Verstimmung des Rückpumplasers im Vergleich zur Resonanz (siehe Abbildung 3.3), stellt man große Unterschiede im Verhalten eines ruhenden Ions und eines stark oszillierenden Ions fest.

Bei einem ruhenden Ion ist ein fast komplettes Ausbleiben der Fluoreszenz bei einer Verstimmung des Rückpumplasers zu beobachten. Dies läßt sich durch ein größeres optisches Pumpen in das metastabile Niveau erklären, da der Rückpumplaser außer Resonanz ist.

Bei einem stark oszillierenden Ion hingegen ist kein Rückgang der Fluoreszenz im gesamten Bereich zu beobachten. Der Grund hierfür ist, daß die Dopplerverschiebung des Ions während einer Oszillation den gesamten Frequenzbereich überstreicht und somit ein Rückpumpen aus dem metastabilen Niveau unabhängig von der genauen Frequenz des Rückpumplasers erfolgen kann.


Abbildung 3.2: Simulierte Fluoreszenz des  $4P_{1/2}$ - $4S_{1/2}$  Überganges in Abhängigkeit von der Frequenzverstimmung des diesen Übergang anregenden Lasers für ein einzelnes gespeichertes Ca<sup>+</sup>-Ion. Der Rückpumplaser auf dem  $3D_{3/2}$ - $4P_{1/2}$  Übergang ist dabei genau in Resonanz. Beide Laser werden kollinear eingeschossen. Das Ion oszilliert dabei in einem harmonischen Potential mit einer Frequenz von 50 kHz mit verschiedenen Bewegungsenergien (schwarze Kurve:  $0K = v_0 = 0m/s$ , hellgraue Kurve:  $10mK = v_0 = 1, 4m/s$ , graue Kurve:  $100K = v_0 = 144m/s$ ). Beide Laser sind dabei gerade in Sättigung (Sättigungsparameter S = 1). Im oberen Bild ist mit anderer Skalierung ein Vergleich eines ruhenden Ions (schwarze Kurve) mit einem heißen Ion (100K  $\hat{=} v_0 = 144m/s$ , graue Kurve) zu sehen. Die Fluorenzenz des heißen Ions übersteigt dabei bei größeren Laserverstimmungen die des ruhenden Ions.



Abbildung 3.3: Einfluß der Verstimmung des Rückpumplasers. Zu sehen ist die simulierte Fluoreszenz des  $4P_{1/2}$ - $4S_{1/2}$  Überganges in Abhängigkeit von der Frequenzverstimmung von Laser *a* für ein einzelnes gespeichertes Ca<sup>+</sup> Ion. Laser *b* ist dabei einmal genau in Resonanz (schwarze Kurve) und einmal um -100MHz gegen die Resonanz verstimmt (graue Kurve). Beide Laser werden kollinear eingeschossen. Im oberen Bild ruht das Ion, im unteren oszilliert es in einem harmonischen Potential mit einer Frequenz von 50 kHz, die maximale Geschwingkeitsamplitude beträgt  $v_0 = 144$  m/s. Beide Laser sind gerade in Sättigung (Sättigungsparameter S = 1). Während beim ruhenden Ion die Fluoreszenz bei einer Verstimmung des Rückpumplasers praktisch komplett verschwindet, ist bei dem oszillierenden Ion im Rahmen des Rauschens kein Effekt der Verstimmung des Rückpumplasers zu beobachten.

# Kapitel 4

# Laserkühlen in der Paulfalle

Den Stellenwert, den Laserkühlen allgemein in der Physik hat, wurde 1997 mit dem Nobelpreis in Physik für Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji und William D. Phillips "für die Entwicklung von Methoden, um Atome mit Laserlicht zu kühlen und zu speichern" verdeutlicht.

In der Fallenphysik ist Laserkühlen speziell für hochgenaue Spektroskopie im optischen Regime und für quantenoptische Untersuchungen eine unverzichtbare Methode. Hochgenaue Spektroskopie im optischen Regime findet hauptsächlich eine Anwendung für die Entwicklung eines neuen Frequenzstandardes. Um hierbei die nötige Genauigkeit zu erreichen, ist es nötig, das Dicke-Regime für optische Wellenlängen zu erreichen. Die Bewegungsenergie der Ionen muß dafür soweit reduziert werden, daß ihre Bewegungsamplitude kleiner als die zu vermessende Wellenlänge wird. Für optische Frequenzen wird dies erst im Bereich von Millikelvin erreicht. Die Anforderungen an die Laserkühlung sind bei quantenoptischen Untersuchungen noch höher. Hier ist i.d.R. eine Kühlung der Ionen bis zu einer gut aufgelösten Quantisierung ihrer Schwingungen erwünscht, im Extremfall sogar bis zum quantenmechanischen Grundzustand.

Vergleicht man das Laserkühlen in einer Ionenfalle mit dem an Atomen, sind einige Unterschiede zu beachten:

• Die Ionen oder auch ein einzelnes Ion sind auch ohne Laserkühlung gespeichert. Es reicht daher bei mehreren Ionen aus, aus nur einer Richtung zu kühlen, da hier durch die Coulombwechselwirkung die Bewegungen der Ionen untereinander gekoppelt ist. Auch für ein einziges Ion hat sich experimentell gezeigt, daß man mit nur einem Kühllaserstrahl auskommt. Grund hierfür ist vermutlich, daß die leichte Abweichung des Kühllaserstrahls von einer idealen parallelen Wellenfront schon zur Kühlung der anderen Bewegungsrichtungen ausreicht.

- Die Ionen oszillieren in dem Speicherpotential. Dies führt im Ruhesystem der Ionen zu einer Frequenzmodulation des Laserlichtes und dadurch zu Seitenbändern im Frequenzspektrum.
- Die Ionen als geladene Teilchen sind im Vergleich zu neutralen Atomen wesentlich empfindlicher gegenüber äußeren Störungen durch elektromagnetische Felder, die zu Aufheizeffekten führen können. Dies beeinflußt zwar nicht direkt die Laserkühlung, jedoch die Anforderungen an die Kühlung und die letztendlich erreichbaren Temperaturen.

## 4.1 Laserkühlung an einem Ion

Die Kühlung an einem Ion stellt den einfachsten Fall dar, da es bei mehren Ionen zum einen zusätzlich einen Aufheizmechanismus (Hochfrequenzheizen) gibt, zum anderen eine Auslenkung der Ionen vom feldfreien Raum in der Falle durch ihre gegenseitige Coulombabstoßung zu einer erhöhten Mikrobewegung führt.

### 4.1.1 Theorie der Kühlung in einem harmonischen Potential

Für das Laserkühlen mit einem ideal schmalbandigen Laser an einem Teilchen mit 2-Niveau-System, das in einem harmonischen Potential gespeichert ist, existiert eine ausführliche theoretische Beschreibung [33, 34]. Während dieses Modell für eine Beschreibung des Laserkühlens in einer klassischen Paulfalle die Mikrobewegung komplett vernachlässigt, ist diese Annahme für die Kühlung in axialer Richtung in einer linearen Paulfalle zutreffend. Doch auch in einer klassischen Paulfalle stellt diese Theorie noch eine gute Beschreibung für ein Ion dar, da hier mit zunehmender Kühlung die Mikrobewegung vernachlässigbar gering wird.

**Theoretische Beschreibung für ein 2-Niveau-System** Hiernach muß zwischen zwei Fällen unterschieden werden. Entscheidend ist der Vergleich der natürlichen Lebensdauer  $\Gamma^{-1}$  des 2-Niveau-Systems mit der Schwingungsfrequenz  $\nu$  des Teilchens im harmonischen Potential.

Gilt  $\nu \geq \Gamma$ , wird die Laserfrequenz im Ruhesystem des Teilchens frequenzmoduliert. Hierdurch entstehen im Frequenzspektrum Seitenbänder,



Abbildung 4.1: Prinzip des Dopplerkühlens. Immer wenn das Ion in spektralem Überlapp mit dem Kühllaser ist wird sein Impuls erniedrigt.

man spricht daher in diesem Fall von Seitenbandkühlung. Eine genauere Beschreibung dieses Falles soll hier nicht erfolgen, da im Rahmen dieser Arbeit kein Laser mit hinreichend schmaler Bandbreite zur Verfügung stand, um diese Methode anzuwenden. Das theoretisch mit dieser Methode erreichbare Temperaturlimit  $T_{\min}$  liegt bei  $T_{\min} = \hbar\Gamma/k_B$ , was nach der Vorraussetzung  $\nu \geq \Gamma$  kleiner ist als der quantenmechanische Grundzustand der Oszillation. Die minimal erreichbare Energie des Teilchens mit dieser Methode ist demnach sein quantenmechanischer Grundzustand, was 1988 auch experimentell gezeigt wurde [7].

Für den Fall  $\nu < \Gamma$  kann man für die Dauer eines Kühlzyklus eine konstante Geschwindigkeit annehmen. Die genaue Bedingung hierfür ist, daß der durch die Dopplerverschiebung bedingte spektrale Überlapp mit dem Laser länger dauert als die Lebensdauer des Kühlüberganges, also bei einer Maximalgeschwindigkeit  $v_0$  des Ions und einem Wellenvektor k des kühlenden Photons hier im eindimensionalen Fall

$$\nu v_0 k \ll \Gamma^2. \tag{4.1}$$

In diesem Fall entspricht der Kühlmechanismus dem an einem freien Teilchen. Hier ist der Impulsübertrag auf ein Teilchen im Mittel $\hbar k$ . Man definiert die mittlere Kühlkraft Fals mittleren Impulsübertrag pro Zeit. Die Rate der vom freien Teilchen absorbierten Photonen hängt von der Rate der Photonenemissionen  $\Gamma$  und der Wahrscheinlichkeit ab, ein Photon zu absorbieren. Die Wahrscheinlichkeit P für eine Photonenabsorbtion ist proportional zum spektralen Überlapp von Photon und freiem Teilchen, also für eine Verstimmung  $\Delta$  des Kühllasers gegenüber der Resonanz

$$P \sim \frac{\Gamma^2}{\left(\Delta - kv(t)\right)^2 + \Gamma^2}.$$
(4.2)

Für ein oszillierendes Ion muß man gegenüber einem freien Teilchen noch zusätzlich beachten, daß es während einer Oszillation nur zweimal in spektralem Überlapp mit dem Kühllaser kommt, die Rate der Potonenabsorbtionen also noch zusätzlich von der Oszillationfrequenz  $\nu$  abhängt. Die mittlere Kühlkraft ergibt sich somit zu

$$F \sim \nu \cdot \Gamma \cdot \frac{\Gamma^2}{\left(\Delta - kv(t)\right)^2 + \Gamma^2} \tag{4.3}$$

Das in [33] daraus abgeleitete Kühllimit ist mit  $T_{\min} = \hbar \Gamma / k_B$  gleich dem der Seitenbandkühlung, allerdings ist durch die Vorraussetzung  $\nu < \Gamma$  die resultierende Energie des Ions wesentlich größer als die Grundzustandsenergie der Oszillation.

**Theoretische Beschreibung für ein 3-Niveau-System** Für den allgemeinen Fall des Laserkühlens an einem 3-Niveau-System gibt es keine besondere Theorie. Es wird hier von einem "schnellem" Übergang ("Kühlübergang") ausgegangen, an dem das Laserkühlen stattfindet, analog zur Laserkühlung an einem 2-Niveau System. Zusätzlich gibt es noch einen "Rückpumpübergang" mit geringerer Verzweigungsrate, der unabhängig von der Laserkühlung nur dazu dient, ein optisches Pumpen in das metastabile Niveau zu verhindern.

Lindberg und Javanainen haben in [15] eine Erweiterung der Theorie für ein  $\Lambda$ -förmiges 3-Niveau-System für den Grenzfall des Lamb-Dicke-Regimes aufgestellt. Sie stellen hierfür die Dichtematrix des Systems auf und bestimmen die stabilen Endzustände durch Störungstheorie. Sie zeigen hierbei, daß durch 2-Photonen-Übergänge Temperaturen  $\hbar\Gamma/k_B$  erreicht werden müßten, wobei  $\Gamma$  die Zerfallsrate des metastabilen Niveaus darstellt.

In [40] wird speziell das Laserkühlen innerhalb einer stehenden Lichtwelle auch für 3-Niveau Systeme theoretisch untersucht, allerdings auch nur innerhalb des Lamb-Dicke Regimes. Hierbei kann eine Verbesserung des Dopplerlimits um einen Faktor 2 erwartet werden.

Allgemeine Simulationen zum Laserkühlen im Lamb-Dicke Regime wurden in [41] durchgeführt, die die Aussagen der Theorie bestätigen.

#### 4.1.2 Simulation von Laserkühlen in einem 3-Niveau-System

Die vorliegenden theoretischen Beschreibungen des Laserkühlens in einem 3-Niveau-System sind nicht gültig für Dopplerkühlen außerhalb des Lamb-Dicke Regimes. Auch werden keine Aussagen über Kühlzeiten oder die erwartete Fluoreszenz getroffen.

Für Experimente im Bereich der Quantenoptik ist es notwendig, bis zu niedrigen Quantenzahlen der Oszillation des Ions zu kühlen. Dies ist mit Dopplerkühlung außerhalb des Lamb-Dicke Regimes i.d.R. nicht möglich, was das mangelnde theoretische Interesse daran erklärt. Jedoch ist gerade für die Spektroskopie die Dopplerkühlung ausreichend und weniger aufwendig, was eine genauere Untersuchung motiviert.

Kühlzeiten und Fluoreszenz sind experimentell leicht überprüfbare Größen. Sie werden durch eine numerische Monte-Carlo-Simulation außerhalb des Lamb-Dicke Regimes zugänglich. Zusätzlich lassen sich mit einer Simulation aber auch Größen bestimmen, die experimentell nicht zugänglich sind. So ist z.B. bei Laserkühlung die Temperatur des Ions eine der interessantesten Größen, die aber im Rahmen dieser Arbeit experimentell nicht bestimmt werden konnte.

**Ansatz** Zur Simulation eines Ions mit Laserkühlung wird die in Kapitel 3 verwandte Simulation um den Impulsübertrag bei Absorption und Emission eines Photons erweitert.

Bei stimulierter Absorption eines Photons mit Frequen<br/>z $\nu$ ändert sich jetzt die Geschwindigkei<br/>tvdes Ions mit MasseMzu

$$v_{\rm neu} = v_{\rm alt} + \frac{h\nu}{cM},\tag{4.4}$$

analog bei stimulierter Emission zu

$$v_{\rm neu} = v_{\rm alt} - \frac{h\nu}{cM}.$$
(4.5)

Bei spontaner Emission wird der Winkel  $\phi$ , der die Richtung der Emission



Abbildung 4.2: Vergleich von gemessener (Quadrate) und simulierter (Linie) Fluoreszenz eines Ions in Abhängigkeit von der Verstimmung des Kühllasers zur Resonanz. Der Rückpumplaser ist dabei -100 MHz (oben links), -20 MHz (oben rechts), 0 MHz (unten links) und +20 MHz (unten rechts) gegen die Resonanz verstimmt. Angepasst wurden Nachweiseffizienz, Streulichtuntergrund und die Resonanzfrequenz des Ions.

beschreibt, zufälligt bestimmt. Die Geschwindigkeit ändert sich hierbei zu

$$v_{\rm neu} = v_{\rm alt} + \frac{h\nu}{cM} \cdot \sin\phi.$$
(4.6)

#### Vergleich Simulation und Experiment

Zum Testen des Simulationsansatzes wurde die Linienform des Kühlüberganges bei verschiedenen Verstimmungen des Rückpumplasers simuliert. Die Linienform ist zum einen experimentell sehr gut zugänglich, reagiert gleichzeitig aber auch sehr empfindlich auf die simulierten physikalischen Parameter. Somit ist hier durch einen Vergleich von Simulation und Experiment (siehe Abbildung 4.2) ein empfindlicher Test der Simulation möglich. **Experiment** Für die Messung der Linienform eines Ion wurde ein Ion in der linearen Paulfalle gespeichert und kollinear in axialer Richtung der Falle von Kühl- und Rückpumplaser beleuchtet. Die Präparation des Ions wurde über eine ICCD-Kamera überwacht, um sicherzustellen, daß nur ein Ion gespeichert war. Zur Messung der Fluoreszenz wurde die Kamera durch ein zur Photonen-Zählung taugliches Photomultipliersystem ersetzt. Zur Reduktion des Streulichtes wurde ein Raumfiltersystem benutzt, das nur einen Kreis mit Radius 25  $\mu$ m um das Ion herum auf das Nachweissystem abgebildet hat.

Da keine externe atomare Referenz zum Vergleich der Resonanzfrequenz zu Verfügung stand, wurde die Resonanzfrequenz des Rückpumplasers als die zur maximalen Fluoreszenz passende Frequenz angesehen. Durch diese Methodik und die starke Abhängigkeit der Fluoreszenz von der Verstimmung des Kühllasers ist hierbei von einer Ungenauigkeit von etwa  $\pm 20$  MHz auszugehen. Die Ungenauigkeiten der relativen Frequenzverstimmungen des Lasers zur so bestimmten Resonanzfrequenz sind durch Langzeitfrequenzdrifts des verwendeten Lasersystems bestimmt und sind mit  $\pm 5$  MHz abzuschätzen.

Auch ist die Frequenz des Kühllasers relativ zur Resonanzfrequenz des Überganges mangels einer externen Referenz nicht hinreichend bekannt. Die Ungenauigkeiten der relativen Frequenzverstimmungen des Lasers bei den verschiedenen Messungen zur Resonanzfrequenz resultieren auch aus Langzeitfrequenzdrifts dieses verwendeten Lasersystems und sind mit  $\pm 10$  MHz abzuschätzen. Zur Bestimmung der Resonanzfrequenz wurde daher jede Messung an die Simulation angepaßt. Die Drift des Lasers im Zeitraum der Messung einer Linienform ist dagegen hinreichend klein um vernachlässigt zu werden.

Da kein Meßgerät zur Messung des Strahlquerschnittes zu Verfügung stand, konnte die Intensität pro Fläche am Ort der Ionen nicht bestimmt werden, um daraus die Sättigung der Übergänge zu folgern. Die Sättigungsparameter S = 1 für den Kühl- und S = 10 für den Rückpumpübergang wurden aus den Gesamtintensitäten und aus Messungen zur Verkürzung der Lebensdauer geschlossen [45], die an dem selben Versuchsaufbau durchgeführt worden waren.

Vor Beginn des Meßzyklus war die Frequenz des Kühllasers entsprechend maximaler Fluoreszenz eingestellt. Zu Beginn der Messung wurde die Frequenz des Lasers auf die Startfrequenz, die etwa -900MHz zur Resonanz lag, gestellt. Im Meßzyklus wurden dann jeweils 256 ms lang die detektierten Photonen gezählt und anschließend die Frequenz des Kühlasers um 1 MHz erhöht, bis der gesamte Bereich von einem GHz durchgefahren war.

**Simulation** In der Simulation wurde ein eindimensionales mit 50 kHz oszillierendes Ion berechnet, das vom Kühllaser mit Sättigungsparameter 1 und vom Rückpumplaser mit Sättigungsparameter 10 beleuchtet wird. Die Frequenz des Rückpumplasers entspricht dabei den im Experiment angenommen Werten. Die Frequenz des Kühllasers startet mit einer Verstimmung von -100 MHz gegen die Resonanz und wird dann in 1 MHz Schritten bis zu einer Frequenzverstimmung von +20 MHz gegenüber der Resonanzfrequenz erhöht. Zwischen zwei Frequenzänderungen wurde 256 ms gewartet und die gesamten vom Ion auf dem Kühlübergang spontan emittierten Photonen gezählt. Das Ion startete dabei mit einer Oszillationsenergie entsprechend einer Temperatur von 1 K. Zum Anpassen der Fluoreszenz an die Bedingungen des Experimentes wurde die simulierte Gesamtfluoreszenz zur Berücksichtigung der Nachweiseffizienz durch 50000 dividiert und ein Streulichtuntergrund von 100 Ereignissen pro 256 ms dazuaddiert.

**Vergleich von Messung und Simulation** Vergleicht man Simulation und Messung, stellt man mit zwei Ausnahmen eine gute Übereinstimmung zwischen beiden fest. Zum einen fällt ein weitaus größeres Rauschen des gemessenen Signals auf. Dies ist das zu erwartende Schrotrauschen des Nachweises, welches bei Simulation und Anpassung an die Meßdaten nicht berücksichtigt wurde. Zum anderen ist bei den Messungen mit den um -20 MHz und +20 MHz verstimmtem Rückpumplaser dort ein Einbruch in der Fluoreszenz zu beobachten, wo nach der Simulation die maximale Fluoreszenz erwartet wird.

Die Linienform des Kühlüberganges entspricht dabei ansonsten der Erwartung. Bei Frequenzen kleiner als die Resonanzfrequenz wird das Ion gekühlt und die Linienform entspricht praktisch der eines ruhenden Ions (siehe Kapitel 3). Ab dem Erreichen der Resonanz wird das Ion stark geheizt und die Fluoreszenz nimmt entsprechend der Linienform eines heißen Ions so stark ab, daß sie nicht mehr vom Rauschen zu unterscheiden ist.

Die von der Simulation abweichenden Einbrüche in der Fluoreszenz können nicht beide durch Dunkelresonanzen - die in der Simulation nicht berücksichtigt wurden - verursacht worden sein. Da sich bei beiden Messungen die Frequenz des Rückpumplasers deutlich größer als der angenommene Fehler unterscheidet, sollte hier eine Dunkelresonanz an unterschiedlichen Stellen auftauchen. Eine mögliche Erklärung für die Einbrüche in der Fluoreszenz sind Stöße mit Restgasatomen. Die Fluoreszenzeinbrüche traten alle in der Nähe der Resonanz auf, wo nach der Theorie kaum noch eine Kühlwirkung vorhanden ist. Ein Stoß kann so zu einem deutlich sichtbaren Aufheizeffekt führen.

Allgemein bestätigt der Vergleich von Simulation und Messung die in der Simulation gemachten Annahmen, sodaß auch experimentell nicht zugängliche Aussagen der Simulation wie die Temperatur der Ionen als sinnvoll erachtet werden können.

#### Simulationen der Temperatur

Ein wichtiger Parameter beim Laserkühlen ist die erreichte Temperatur. Wird das Dopplerkühlen z.B. als Vorkühlung zum Seitenbandkühlen durchgeführt, bestimmt sie den für das Seitenbandkühlen kritischen Lamb-Dicke Parameter.

Die Temperatur ist allerdings an einem einzelnen Ion im Bereich von mK experimentell nur mit sehr großem Aufwand zu bestimmen. Die gängiste Methode hierfür ist eine Messung der durch die Oszillation des Ions verursachten Seitenbänder. Aus deren Anzahl und relativer Höhe läßt sich der Modulationshub und damit die Amplitude der Oszillation schließen. Eine Grundvorraussetzung für ein solches Experiment ist jedoch eine Strahlungsquelle für einen hinreichend schmalen atomaren Übergang des Ions, die selbst schmalbandig genug ist, um die Seitenbänder aufzulösen. Beim  ${}^{40}Ca^+$  wäre eine geeignete Stahlungsquelle z.B. ein Laser mit einer Wellenlänge von 729 nm, dessen Frequenz auf Schwankungen unter 10 kHz stabilisiert werden mußt. Das ist technisch sehr aufwendig.

Zur Simulation der Temperatur des Ions wurden Simulationen der Linienform des Kühllasers mit den selben Parametern wie beim Vergleich mit der experimentell gemessenen Fluoreszenz durchgeführt. Die Oszillationsenergie des Ions wurde dabei über den Zeitraum von 256 ms, in dem die Fluoreszenz gezählt wurde, gemittelt. Diese eindimensionale gemittelte Energie wurde dann als Temperatur des Ions aufgefaßt.

Die eindimensionale Oszillationsenergie des Ions als Temperatur aufzufassen ist sinnvoll, da die Bewegungen eines einzelnen Ions in den drei durch die Elektroden vorgegebenen Raumrichtungen völlig entkoppelt sind. Auch Messungen der Temperatur z.B. über den oben beschriebenen Mechanismus der Seitenbandmessung bestimmen die Temperatur in den verschiedenen Raumrichtungen unabhängig von einander.

**Ergebnisse** Betrachtet man die simulierte Temperatur (siehe Abbildung 4.3), fällt ein nur sehr geringer Einfluß der Frequenzverstimmung des Rückpumplasers auf. Die Temperaturen unterscheiden sich auch bei einem deutlich verstimmten Rückpumplaser um weniger als eine Größenordnung. Einzig bei einem um 100 MHz (etwa 4 natürliche Linienbreiten) rotverstimmten Rückpumplaser fällt auf, daß die niedrigste Temperatur schon bei einer wesentlich größeren Rotverstimmung des Kühllasers auftritt.

Der Temperaturverlauf in Abhängigkeit von der Verstimmung des Rückpumplasers, und damit mit 256 ms / MHz auch in Abhängigkeit von der Zeit,



Abbildung 4.3: Simulierte eindimensionale Temperatur eines Ions in Abhängigkeit von der Verstimmung des Kühllasers zur Resonanz. Der Rückpumplaser ist dabei -100 MHz (oben links), -20 MHz (oben rechts), 0 MHz (unten links) und +20 MHz (unten rechts) gegen die Resonanz verstimmt. Die Parameter entsprechen den Simulationen aus Abbildung 4.2.

ist durch fünf charakteristische Bereiche gekennzeichnet. Zuerst findet man einen starken Abfall innerhalb einer halben Sekunde von der in der Simulation angenommenen Starttemperatur von 1K auf einen Gleichgewichtswert von etwa 2 - 3 mK. Anschließend fällt die Temperatur nur noch gering ab, um bei einer Verstimmung des Kühllasers von etwa -80 bis -70 MHz ihren Minimalwert um die 1 mK zu erreichen. Dieser Temperaturwert wird bis zu einer Verstimmung von etwa -40 MHz gehalten. Von diesem Wert bis zur Resonanzfrequenz des Kühllasers steigt die Temperatur exponentiell auf einen Wert von 20 mK an. Ab der Resonanzfrequenz bis zum Endwert der Messung 5 s später bei einer Blauverstimmung von 20 MHz des "Kühllasers" steigt die Temperatur in etwa linear auf einen Wert von 1000 K an.

Die dabei erreichte minimale Temperatur von etwa 1 mK entspricht dem theoretischen Dopplerlimit von 1,1 mK. Allerdings ist die bei dieser Temperatur erreichte Frequenzverstimmung des Kühllasers zur Resonanz von mehr



Abbildung 4.4: Simulierter Zeitverlauf der eindimensionalen Temperatur eines Ions bei fester Verstimmung von Kühl- und Rückpumplaser. Der Rückpumplaser ist genau in Resonanz. Der Rückpumplaser ist dabei -100 MHz (Quadrate), -40 MHz (Kreise), -23 MHz (Dreiecke mit Spitze nach unten) und 0 MHz (aufrechte Dreiecke) gegen die Resonanz verstimmt. Die übrigen Parameter entsprechen den Simulationen aus Abbildung 4.2.

als -40 MHz überraschend. Die theoretische Kühlkraft (4.3) für ein 2-Niveau System hat ihr Maximum bei der Halbwertsbreite des Überganges, hier also bei -23 MHz. Diese große Verstimmung des Lasers hat auch den Nachteil, daß hier in einem Experiment im Vergleich zu dem experimentellen Streulichtuntergrund kaum Fluoreszenz nachzuweisen ist. Dies führt dazu, daß Messungen an lasergekühlten Ionen, bei denen das Fluoreszenzlicht als Nachweis dient, schlecht bei den tiefst möglichen Temperaturen durchgeführt werden können.

#### Simulation von Kühlzeiten

Da die Fluoreszenz eines Ions stark sowohl von der Frequenzverstimmung des anregenden Lasers als auch von der Oszillationsenergie abhängig ist, ist auch eine Abhängigkeit der Kühlkraft von der Temperatur des Ions zu erwarten.

Eine Simulation der zeitlichen Entwicklung der Energie eines heißen Ions

für verschiedene Frequenzverstimmungen des Kühllasers bestätigt dies (siehe Abbildung 4.4). Für eine größere Rotverstimmung (-100 MHz)des Kühllasers sinkt die Temperatur wesentlich schneller auf unter 1 K ab als für eine geringere Rotverstimmung (-40 MHz), bei der allerdings die geringste Endtemperatur erreicht wird. Für einen resonanten Kühllaser ist wie zu erwarten keine Kühloder Heizwirkung zu beobachten. Bei einer Verstimmung des Kühllasers um die halbe Linienbreite ist wieder eine vergleichsweise nur schwache Kühlkraft zu beobachten. Hier verläuft sowohl die Temperaturabnahme des Ions sehr langsam, als daß auch die größte Endtemperatur erreicht wird.

Dies empfiehlt beim Kühlen eines heißen Ions, wie z.B. bei dem Erzeugen des Ions oder nach Aufheizeffekten, zuerst mit einer größeren Rotverstimmungverstimmung zu arbeiten. Erst wenn das Ion auf Temperaturen von wenigen Kelvin gekühlt wurde, ist es sinnvoll auf die Verstimmung für die geringste Endtemperatur zu wechseln.

## 4.2 Laserkühlen an mehreren Ionen

Das Laserkühlen per se an mehreren Ionen unterscheidet sich prinzipiell nicht vom dem an einem Ion, solange eine optische Wechselwirkung der Ionen untereinander wie z.B. ein "Lasen" oder Superradianz [43] der Ionen oder eine optische Abschirmung der weiter vom Laser entfernten Ionen vernachlässigt werden kann. Diese Vernachlässigung ist bei in den Ionenfallen typisch verwendeten Ionenzahlen und -abständen zulässig.

Faßt man allerdings den Begriff "Laserkühlen" allgemeiner, indem man hier die Temperaturänderung der Ionen allgemein beschreibt, spielt die Coulombwechselwirkung der Ionen untereinander ein entscheidende Rolle. Sie kann in der Paulfalle zum einen mit dem sogenannten "Hochfrequenzheizen" zu einem zusätzlichen Heizmechanismus führen. Zum anderen koppelt sie bei einer nicht kohärenten Bewegung der Ionen alle drei Raumrichtungen der Bewegung untereinander, sodaß eindimensionales Kühlen sich in allen drei Dimensionen auswirkt.

#### 4.2.1 Kopplung der Bewegungen

Eine Kopplung der unterschiedlichen Bewegungsrichtungen der Ionen und damit eine Kühlwirkung der Laserkühlung in allen Richtungen folgt direkt aus der Coulombkraft  $F_C$ . Nimmt man eine Speicherung in einem harmonischen Potential von z.B. zwei Ionen an, erhält man als Bewegungsgleichung bei Laserkühlung in z-Richtung (Wahl des Koordinatensystems wie in Abbildung 2.2 mit dem Ursprung in der Mitte der Falle, die Laserkühlung wird analog zu [34] als Reibungskraft angenommen):

$$m\left(\begin{array}{c} \ddot{r}_{1/2} \\ \ddot{z}_{1/2} \end{array}\right) = \underbrace{-m\left(\begin{array}{c} \omega_{z}^{2}r_{1/2} \\ \omega_{z}^{2}z_{1/2} \end{array}\right)}_{\text{Potential}} \underbrace{-k\left(\begin{array}{c} 0 \\ \dot{z}_{1/2} \end{array}\right)}_{\text{Laserkühlung}} \\ + \underbrace{\frac{e^{2}}{4\pi\epsilon\left((r_{1}-r_{2})^{2}+(z_{1}-z_{2})^{2}\right)^{3/2}}\left(\begin{array}{c} r_{1}-r_{2} \\ z_{1}-z_{2} \end{array}\right)}_{\text{Coulomb-Kraft}}$$
(4.7)

Solange beide Ionen nicht kohärent schwingen und ihr Abstand damit nicht konstant ist, findet durch den Abstand im Nenner der Coulombkraft eine Kopplung der Bewegungsrichtungen statt. Dies führt effektiv dazu [44], daß senkrecht zur Richtung des Kühllasers nur die Relativbewegung der Ionen, nicht aber ihre Schwerpunktsbewegung gekühlt wird.

#### 4.2.2 Hochfrequenzheizen

Hochfrequenzheizen ist nichts anderes als ein Spezialfall der Temperaturänderung durch Stöße [25]. Stöße der Ionen mit gleichschweren oder schwereren Stoßpartnern führen dazu, daß sich die Phase ihrer Oszillation im Vergleich zum Speicherfeld ändert. Dies führt im Extremfall eines ruhenden unendlich schweren Stoßpartners zu einer Phasenänderung um  $\pi$ , sodaß die Beschleunigung auf das Ion durch das Speicherfeld "antispeichernd" statt speichernd wirkt, das Ion gewinnt an Energie. Handelt es sich beim Stoßpartner hierbei um ein anderes gespeichertes Ion, spricht man vom "Hochfrequenzheizen".<sup>1</sup>

Entsprechend der Kopplung der Bewegungsrichtungen verschwindet auch das Hochfrequenzheizen, wenn sich alle beteiligte Ionen in einer kohärenten Schwingung befinden. In [4] wird das Hochfrequenzheizen je nach Temperatur der Ionen in vier Bereiche eingeteilt:

1. Das Mathieu Regime. In diesem Bereich sind die Ionen so heiß und damit ihr Abstand so groß, daß in praktisch relevanten Zeitspannen (mehrere Stunden) kein Heizen stattfindet. Die Wechselwirkung der Ionen ist praktisch vernachlässigbar, die Bewegung der Ionen entspricht der Mathieuschen Differentialgleichung. Dieses Regime ist der Gleichgewichtszustand für ungekühlte Ionen.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Ist der Stoßpartner viel leichter und ruht, kehrt sich die Geschwindigkeit des Ion nicht um, sondern wird nur reduziert. Dies führt somit zu einer Dämpfung der Bewegung und damit zur Kühlung. Dieser Prozeß wird als "Puffergaskühlen" bezeichnet



Abbildung 4.5: Bild von mehreren Ionen bei unterschiedlich starker Laserkühlung. In Bild A sind die Ionen so heiß, daß die Fluoreszenz der Ionen gerade noch vom Rauschen zu unterscheiden ist. Dieser Bereich entspricht dem Mathieu Regime, die Ionen sind soweit auseinander, daß praktisch keine Ionenstöße und damit kein Hochfrequenzheizen stattfindet. In Bild B sind die Ionen kurz vor der Kristallisation, das Hochfrequenzheizen ist sehr stark, die Temperatur wird durch das Gleichgewicht aus Hochfrequenzheizen und Laserkühlung bestimmt. In Bild C haben die Ionen einen Phasenübergang zu einem Kristall vollzogen. Die Ionen bewegen sich alle mit der gleichen Phase, es findet kein Hochfrequenzheizen mehr statt. Der Zustand ist jedoch metastabil, da jede Störung wie z.B. ein Stoß mit einem Restgasatom ein Ion aus der Phase bringt und damit wieder Heizen einsetzt.

- 2. Das chaotische Regime. Werden die Ionen zusätzlich gekühlt, verringert sich ihr mittlerer Abstand und die Heizrate durch Ionenwechselwirkung steigt. Kann hier die Kühlung der Ionen nicht mehr verstärkt werden, ist ein Gleichgewichtszustand erreicht und man erhält eine lasergekühlte Ionenwolke. Ist allerdings eine stärkere Kühlung möglich, werden die Phasenunterschiede der Bewegung zwischen den einzelnen Ionen geringer und damit auch die Heizrate. Dies führt dazu, daß das Kühlen immer mehr überwiegt und die Ionenwolke in einem selbstverstärkenden Prozess zu einem Ionenkristall kollabiert (siehe Abbildung 4.5). In diesem Regime wird die periodische Bewegung der Ionen so häufig von einem Stoß unterbrochen, daß hier von einer "chaotischen Bewegung" gesprochen wird.
- 3. Das quasiperiodische Regime. Direkt vor der Kristallisation der Ionen gibt es noch einen kleinen Bereich, in dem die Ionen zwar noch keinen Kristall bilden, aber auch kein Heizen zu beobachten ist. Hier ist von einer "quasiperiodischen" Bewegung der Ionen auszugehen.
- 4. **Der Kristall** Nach der Kristallisation schwingen die Ionen alle mit der selben Phase. Es gibt keinerlei Hochfrequenzheizen.

# Kapitel 5

# Ionenkristalle in der linearen Paulfalle

Bei der Arbeit mit gespeicherten Ionen gibt es vier Möglichkeiten für die Zustände der Ionen.

- 1. Als erstes ist das einzelne Ion zu nennen. Dies ist wohl die idealste Lösung für Spektroskopie, da hier die geringsten Störungen auf das Ion wirken. Als einziger Nachteil verbleibt das durch nur ein einzelnes Ion verursachte geringe Signal. Dies kann über das Schrotrauschen eine Limitierung der erreichbaren Linienbreite darstellen.
- 2. Für mehrere Ionen existiert zum einen die heiße Ionenwolke im Mathieu Regime. Dieser Zustand ist am einfachsten zu erreichen und erlaubt die Speicherung von sehr vielen Ionen. Dies erlaubt ein sehr großes Signal für spektroskopische Untersuchungen. Dieser Zustand ist daher ideal, wenn die aus der hohen Temperatur der Ionen resultierende Dopplerverbreiterung vermieden werden kann. Dies ist z.B. bei Doppelresonanzmessungen im Mikrowellen- oder Hochfrequenzgebiet der Fall [49].
- 3. Kühlt man die Ionen ins quasiperiodische Regime, kann die Dopplerverbreiterung reduziert werden. Dieser Zustand ist für Messungen an optischen Übergängen gut geeignet. Nachteilig kann sich aber auswirken, daß dieser Zustand instabil ist. Jeder für die Spektroskopie nötige Eingriff in den Kühlzyklus führt zu einer Aufheizung der Ionen.
- 4. Dieser Nachteil existiert nicht diesem Maße bei einem Ionenkristall. Ein Ionenkristall ist metastabil. Solange keine zusätzliche Störung wie



Abbildung 5.1: ICCD-Bilder von Ionenkristallen bestehend aus einem bis sechs Ionen in einer linearen Kette. Die lineare Kette bietet den Vorteil, daß sich alle Ionen entlang der Fallenachse im Speicherfeld-freien Raum befinden.

z.B. Stöße mit dem Restgas, parametrischer Anregung oder Laserheizen durch Spektroskopie einsetzt, bleibt ein Kristall auch bei abgeschalteter Laserkühlung bestehen. In einer linearen Paulfalle konnten Ionenkristalle bis zu  $10^5$  Ionen beobachtet werden [48], was ein hinreichend großes Signal erlaubt.

Aber auch außerhalb der Spektroskopie bieten Ionenkristalle eine vielfältige Physik. Hier ist zum einen der Bereich Quantenoptik und Quanteninformationstechnologie zu nennen, wo die Wechselwirkungen der Ionen untereinander interessieren. So wurde z.B. mit Ionenkristallen über die Coulombwechselwirkung der Ionen das erste Quanten C-NOT-Gate realisiert [12]. Zum anderen bilden Ionenkristalle aber auch einen interessanten Bereich der Festkörperphysik. So stellt ein Ionenkristall die Form der kondensierten Materie mit der geringsten Dichte dar, die bis jetzt studiert wurde [47].



Abbildung 5.2: Plot zu Gleichung (5.1), der theoretische Vorhersage zu der Anordnung der Ionen in einem Kristall in Abhängigkeit von Ionenanzahl Nund Verhältnis der Potentiale  $\alpha = \omega_z^2 / \omega_r^2$ . Innerhalb des grauen Bereiches ordnen sich die Ionen in einer Kette an, innerhalb des hellgrauen Bereiches in einer Zickzack Struktur, ansonsten in dreidimensionalen Helixstrukturen.

## 5.1 Kleine Ionenkristalle

Für Experimente, bei denen die Wechselwirkung der Ionen untereinander eine Rolle spielt, ist es wichtig die Anordnung der Ionen im Raum zu kennen.

#### 5.1.1 Theorie

Die ersten theoretischen Untersuchungen zu der Anordnung von Ionen in Kristallen wurde für Speicherringe durchgeführt [50]. Hier wurde die Anordnung der Ionen in einem unendlich langen zylindrischen Potential über die Technik der Molekül Dynamik (MD) berechnet. Dabei wird für kleine Zeitschritte bei langsam fallenden Temperaturen die auf die Ionen wirkende Kraft und daraus eine neue Position der Ionen berechnet. Als Ergebnis erhält man in Abhängigkeit der Ionendichte unterschiedliche Anordnungen der Ionen zuerst in eindimensionalen linearen Ketten, bei höherer Dichte dann in zweidimen-

q	$\omega_r  [\mathrm{kHz}]$	$\omega_z \; [\mathrm{kHz}]$	$\omega_r' \; [\mathrm{kHz}]$	$\alpha$	Ν
$0,\!47(2)$	334(17)	29(3)	334(17)	0,007(2)	20
$0,\!38(2)$	274(14)	29(3)	273(14)	0,011(3)	19
$0,\!27(1)$	192(10)	48(5)	189(10)	0,061(15)	18
$0,\!27(1)$	192(10)	56(6)	188(10)	0,084(20)	18
$0,\!27(1)$	192(10)	65(7)	186(10)	0,115(28)	18
$0,\!27(1)$	192(10)	73(7)	185(10)	0,143(35)	18
$0,\!27(1)$	192(10)	79(8)	184(10)	0,169(42)	18
$0,\!27(1)$	192(10)	84(8)	183(10)	$0,\!190(48)$	18
0,27(1)	192(10)	102(10)	178(11)	0,284(77)	18

Tabelle 5.1: Die bei den Aufnahmen von Abb. 5.3 verwendeten experimentellen Parameter. Angegeben sind q, die daraus nach adiabatischer Näherung resultierende Schwingungsfrequenz in radialer Richtung  $\omega_r$ , die axiale Schwingungsfrequenz  $\omega_z$ , die daraus nach Gleichung (2.18) reduzierte Schwingungsfrequenz in radialer Richtung  $\omega'_r$ , das Verhältnis der Speicherpotentiale  $\alpha$  und die Ionenanzahl N. Die Reihenfolge der Werte entspricht der Anordnung der Bilder in Abb. 5.3, was auch dem chronologischen Ablauf der Messungen entspricht.

sionalen Zick-zack Strukturen und bei größerer Dichte in dreidimensionalen Helix Strukturen. Bei noch größeren Dichten ordnen sich die Ionen in Schalen an.

Für kleine Ionenkristalle in dreidimensionalen Potentialen wurden sowohl MD Simulationen [51] als auch analytische Berechnungen durchgeführt [47]. Für das speichernde Potential wird hierbei eine Zylindersymmetrie in radialer Richtung vorausgesetzt. Für die Anordnung der Ionen in der Falle spielen dann nur das Verhältnis der Potentiale in axialer zu radialer Richtung  $\alpha = \omega_z^2 / \omega_r^2$ und die Ionenanzahl N eine Rolle. Auch hier werden die selben Strukturen der Ionenkristalle wie für den Speicherring vorhergesagt. Der Parameter  $\alpha_1(N)$ für den Übergang von der Kette zur Zickzackstruktur und  $\alpha_2(N)$  beträgt dabei (siehe auch Abbildung 5.2):

$$\alpha_i(N) = \left(\frac{8}{3x_i N}\right)^2 \left(\ln(3 \cdot 2^{-3/2} N x_i) - 1\right), \quad i = 1, 2$$
 (5.1)

Die Werte  $x_i$  betragen dabei  $x_1 = 2,05$  und  $x_2 = 1,29$ .



Abbildung 5.3: ICCD-Bilder eines Ionenkristalls für verschiedene Verhältnisse der Speicherpotentiale in axialer zu radialer Richtung. Für die Werte der Potentiale siehe Tabelle 5.1.

#### 5.1.2 Experimente

Zur Beobachtung der Anordnung der Ionen in einem Kristall wurden 20 Ionen gespeichert und die Projektion ihrer räumlichen Anordnung mit einer ICCD-Kamera beobachtet (siehe Abbildung 5.3). Bei dem sehr geringen Speicherpotential in axialer Richtung kam es dabei vermutlich durch Stöße mit Restgas zu je einem Ionenverlust nach der ersten und der zweiten Aufnahme.

**Limitierung von**  $\alpha$  Die Limitierung der Ionenanzahl resultiert hierbei aus der experimentellen Schwierigkeit, einen Ionenkristall bei sehr kleinen Werten für  $\alpha$  zu erreichen. Grund hierfür ist, daß für einen Ionenkristall parametrische Anregungen vermieden werden müssen, da dieser Aufheizeffekt den Ionen zuviel Energie zuführt. Daher kann ein Ionenkristall nur bei kleinen q-Werten erzeugt werden. Nach 2.12 gilt für das Speicherpotential D in diesem Fall:

$$D \sim q^2 \Omega^2 \sim V^2 / \Omega^2 \tag{5.2}$$

Somit ist eine Erhöhung des radialen Speicherpotentials über eine einfache Erhöhung der Speicherspannung V limitiert (siehe Gleichung 2.5), die Frequenz des Speicherfeldes muß auch erhöht oder von vorneherein möglichst groß gewählt werden. Diese Anforderung hohe Spannungen bei hohen Frequenzen anliegend an großen Kapazitäten, die durch große Elektroden für ein möglichst homogenes Feld verursacht werden, stellt eine technische Limitierung dar.

Bestimmung der Speicherpotentiale Die Bestimmung der Speicherpotentiale erfolgte über die angelegten Speicherspannungen. In axialer Richtung wurde die Resonanzfrequenz der Oszillation eines einzelnen Ions über seine maximale Schwingungsamplitude bestimmt. Dies wurde fürr verschiedene Speicherspannungen durchgeführt, um daraus eine Eichung für die Abhängigkeit Speicherspannung zu Potential zu erhalten. Die Genauigkeit dieser Methode ist systematisch durch statische Aufladungen an den Fallenelektroden bestimmt, die Größenordnung dieses Fehlers kann nur grob auf etwa 10% abgeschätzt werden.

In radialer Richtung wurde dabei zuerst das Speicherpotential nach der adiabatischen Näherung aus der Fallengeometrie und der angelegten Speicherspannung errechnet, die Genauigkeit ist hierbei durch die Spannungsmessung limitiert und liegt bei 5%. Daraus und aus dem axialen Potential konnte das Speicherpotential in radialer Richtung nach 2.18 berechnet werden.

Wie oben erwähnt ist das technisch erreichbare Potential in radialer Richtung limitiert, sodaß zum Erreichen kleiner Werte für  $\alpha$  sehr kleine axiale

Speicherpotentiale nötig waren. Eine direkte Bestimmung des Speicherpotentials über eine meßbare Anregung der Oszillation der Ionen war daher ohne Ionenverlust nicht möglich, diese Methode konnte daher nicht angewandt werden.

**Ergebnisse** Der Übergang von einer linearen Kette zu der Zickzackstruktur konnte experimentell bei einem Wert von  $\alpha_1 = 0,011(3)$  für 19 Ionen beobachtet werden, die theoretische Vorhersage liegt bei 0,016. Der Übergang von der Zickzack- zu der Helixstruktur fand bei einem Wert von  $\alpha_2 = 0,084(20)$ für 18 Ionen statt, der Theoriewert liegt hier bei 0,036. Bei zunehmender Verkleinerung von  $\alpha$  ist auch eine Abwechslung von Helixstrukturen mit einer Anordnung der Ionen in verschiedenen Schichten zu beobachten.

Die Theoriewerte liegen hierbei innerhalb des 2  $\sigma$  Fehlers der experimentellen Werte. Hierbei ist auch noch zu berücksichtigen, daß es zum Teil schwer ist, die Übergänge zwischen den einzelnen Strukturen an dem Kamerabild zu beobachten. Da die Abstände in einer linearen Kette nicht gleich sind, findet hier der Übergang zu der Zickzackstruktur durch die leichte Verschiebung des mittleren Ions aus der Fallenachse seinen Ausdruck, was aufgrund der Ausdehnung der Ionen auf dem Kamerabild nicht leicht einzuschätzen ist. Auch der Übergang von der Zickzack- zur Helixstruktur ist durch das zweidimensionale Kamerabild schwer einzuschätzen, da die Projektion der Helixstruktur wie ein Zickzack aussieht, die Einschätzung muß hier durch den unterschiedlichen Abstand der Ionen zur Nachweisoptik und den dadurch verbundenen anderen Abbildungseigenschaften vorgenommen werden.

Sobald die Struktur der Ionen nicht mehr eindimensional ist, ist der Winkel der Ionenstruktur theoretisch rein zufällig. In der Praxis ist jedoch eine Reduktion auf zwei um  $\pi$  verschiedene Winkel zu erwarten, da hier der *a*-Wert des Speicherfeldes nie ganz exakt auf null justiert werden kann, sodaß die Entartung des Speicherfeldes aufgehoben ist. Dies ist auch im Experiment zu beobachten (siehe Abbildung 5.4). Hier können zwei spiegelverkehrte Anordnungen der Ionen in der Zickzackstruktur beobachtet werden, die sich im Abstand von wenige Sekunden abwechseln. Der Übergang von einer Struktur zur anderen dürfte hierbei durch Stöße mit dem Restgas verursacht werden.

# 5.2 Kleine Ionenkristalle in einem quasi-2D Potential

Kleine Ionenkristalle in einem quasi-2D Potential, d.h. dessen Komponente in der 3. Dimension wesentlich stärker als in den beiden anderen Dimensionen ist,



Abbildung 5.4: Spiegelbildlich unterschiedliche Anordnung der Ionen bei gleichen Parametern (Bilder oben und unten). Bei dem Bild in der Mitte wurde die Intergrationszeit der Kamera von 1 s auf 10 s erhöht um beide Konfigurationen gleichzeitig nachzuweisen.

eignen sich gut zu prinzipiellen Untersuchungen der Struktur von Kristallen in solchen Potentialen. Solche Kristalle treten nicht nur in Ionenfallen auf, ein ähnliches Verhalten existiert auch bei Elektronen in Quantum Dots oder in Blasen auf flüssigem Helium [52]. Lasergekühlte Ionen in Fallen haben dabei den Vorteil, daß sie experimentell gut handhabbar sind und aufgrund der vergleichsweise großen Abstände der Ionen die Strukturen der Ionen ohne großen Aufwand gesehen werden können.

#### 5.2.1 Theorie

Auf die Ionen in einem solchen Kristall wirkt zum einem das speichernde Potential, zum anderen die abstoßende Coulombkraft der Ionen untereinander. Die Berechnung der Ionenstrukturen für verschiedene Temperaturen der Ionen erfolgt auch dabei in den entsprechenden theoretischen Arbeiten [52, 53] in Form von MD Simulationen. Im folgenden wird nur auf die Aussagen dieser Arbeiten für kleine Ionenanzahlen (<20) und harmonische Speicherpotentiale eingegangen.

Hieraus folgt eine Anordnung der Ionen in einer Schalenstruktur, die Anzahl der Ionen in einer Schale folgt dabei in Abhängigkeit von der Gesamtzahl einer Art Periodensystem (siehe Tabelle 5.2). So wird die Anzahl der Ionen

•	٠.	t,	ţ1	$\xi_{ij}$	$Q_{2}$
100	10	\$	œ	$\langle 0 \rangle$	$\textcircled{\sc o}$
60	tiji)	(1)			

Abbildung 5.5: ICCD-Bilder von 1 - 18 Ionen in einem quasi-2D Potential. Die Schräglage der Ionenstruktur ist durch die Lage der Ebene zur optischen Achse des Nachweises hervorgerufen. Die Breite eines Bildes beträgt 123  $\mu$ m. Die Kameraparameter sind bei allen Bildern gleich. Die Frequenzverstimmung des Kühllasers variiert von Bild zu Bild für eine möglichst stabile Ionenstruktur bei maximalem Signal.

in der inneren Schale bis 5 aufgefüllt bevor eine neue Schale angefangen wird, die nächst äußere Schale bis zu 10 Ionen bei einer Gesamtionenanzahl < 50. Bei größeren Ionenzahlen wird hier ein Wert von 11 vorhergesagt.

In [52] wurden auch Aussagen über die Dynamik der Ionen in einer solchen Struktur für verschiedene Temperaturen getroffen. Für hohe Temperaturen wird hierbei das Verhalten einer Flüssigkeit vorhergesagt, die Ionen bewegen sich frei innerhalb der Schalen und können auch von Schale zu Schale springen. Verringert man die Temperatur, sind nur noch Bewegungen der Ionen innerhalb einer Schale möglich, ein Sprung der Ionen von einer Schale zur anderen soll nicht stattfinden. Die Temperatur für das Schmelzen einer Schale sei dabei auch für die verschiedenen Schalen unterschiedlich, die äußere Schale soll dabei als letztes schmelzen.

#### 5.2.2 Experiment

#### Versuchsdurchführung

Zur Speicherung der Ionen in einem quasi-2D Potential wurde bei der Speicherung in radialer Richtung durch eine zusätzliche Gleichspannung ein *a*-Wert

Ionen-	experimentelle	${\it theoretische}$	beobachtete Diffusion der
anzahl	$\operatorname{Schalenstruktur}$	$\operatorname{Schalenstruktur}$	äußeren Schale
1	1	1	Nein
2	2	2	Nein
3	3	3	Nein
4	4	4	Nein
5	5	5	Nein
6	6	$1,\!5$	Nein
7	$1,\!6$	$1,\!6$	Nein
8	1,7	1,7	Nein
9	2,7	2,7	Nein
10	$^{2,8}$	$^{2,8}$	Nein
11	2,9	$3,\!8$	Nein
12	3,9	3,9	Ja
13	4,9	4,9	Ja
14	$4,\!10$	$4,\!10$	Nein
15	$5,\!10$	$5,\!10$	Nein
16	$6,\!10$	$1,\!5,\!10$	Nein
17	$6,\!11$	$1,\!6,\!10$	Ja
18	$1,\!6,\!11$	$1,\!6,\!11$	Ja

Tabelle 5.2: Vergleich der experimentell bestimmten Ionenkonfigurationen (siehe Abb. 5.5) mit den theoretischen Vorhersagen [52].

ungleich null so gewählt, daß das kleinere radiale Potential die selbe Tiefe wie das Speicherpotential in axialer Richtung hat. Das größere radiale Potential ist hierbei stärker, sodaß ein quasi-2D Potential entsteht. Das Verhältnis der Potentiale war hierbei 3 zu 2. Für ein größeres Verhältnis bei hinreichend tiefen Potentialen hätte hierbei ein q-Wert gewählt werden müssen, bei dem Aufheizungen durch parametrische Anregungen vorkommen. Alternativ käme eine Speicherung bei einem *a*-Wert von null und einem wesentlich stärkeren Speicherpotential in axialer Richtung als in radialer Richtung für ein quasi-2D Potential [54] in Frage. Der Vorteil liegt hierbei in einer für einige Ionen zwar größeren, dafür radial gleich verteilten Mikrobewegung. Eine Beobachtung und Kühlung der Ionen bei einem solchen Potential war aber aus technischen Gründen nicht durchfürbar.

In dem Potential wurden 1 - 18 Ionen gespeichert, lasergekühlt und ihre Fluoreszenz mit einer ICCD-Kamera beobachtet. Um die Ionenzahl sicher bestimmen zu können, wurden die Ionen nach dem Erzeugen in einer linearen Kette angeordnet und gezählt. Dies ist auch der Grund, warum keine größeren Ionenanzahlen vermessen wurden. Anschließend wurden die Speicherpotentiale auf das quasi-2D Potential verändert. Die Speicherpotentiale wurden dabei durch eine qualitative Beobachtung der Anregung der Oszillationsfrequenz gemessen, was mit dieser Methode auf 2% genau möglich ist. Die Anregungsfrequenzen betrugen dabei 91 kHz für  $\nu_x$  und  $\nu_z$  sowie 113 kHz für  $\nu_y$ .

Durch das Driftverhalten der Frequenz des Kühllasers und das Fehlen einer atomaren Referenz war es nicht möglich, für alle Ionenanzahlen die gleiche Frequenz des Kühllasers zu wählen. Die Verstimmung des Kühllasers wurde so gewählt, daß möglichst keine Diffusion der Ionen zu beobachten war. War dies über einen großen Frequenzbereich des Kühllasers der Fall, wurde eine Frequenz mit möglichst großer Fluoreszenz für ein besseres Signal gewählt.

Die Parameter der ICCD-Kamera wie z.B. Verstärkung und Intergrationszeit des CCD-Chips sowie die Parameter der anschließenden digitalen Bildbearbeitung waren für alle Ionenanzahlen gleich.

#### Ergebnisse

Betrachtet man die experimentell beobachtete Ionenstruktur (siehe Abbildung 5.5), stellt man zuerst eine Abweichung von der erwarteten kreisförmigen Anordnung der Ionen fest. Diese ist durch den Winkel zwischen optischer Achse des Nachweises und der Speicherebene der Ionen hervorgerufen.

Ferner ist eine leicht unterschiedliche Orientierung der Ionenstruktur bei verschiedener Ionenanzahl zu beobachten. Hierbei ist zu beachten, daß die Speicherpotentiale nur auf 6% genau bekannt sind, innerhalb dieses Rahmens sind Abweichungen von einem rotationssymmetrischen Potentialverlauf zu erwarten.

Eine Abweichung der Anordnung der Ionen von der zweidimensionalen Struktur in dem nur näherungsweise zweidimensionalem Speicherfeld ist nicht zu beobachten. Durch den unterschiedlichen Abstand zur Kamera müßten hier die Ionen verschieden scharf abgebildet werden.

Die theoretisch vorhergesagte periodische Schalenstruktur konnte qualitativ bestätigt werden, jedoch ist quantitativ eine Abweichung zu beobachten (vergleiche Tabelle 5.2). Die experimentell beobachteten Maximalzahlen der Schalen betragen 6 und 11 im Vergleich zu 5 und 10 für die theoretische Vorhersage. Allerdings wurde für den Fall von sechs Ionen auch schon maximale Schalengrößen von fünf Ionen beobachtet [54].

Auch das experimentell beobachtete Schmelzen der äußersten Schale steht im Widerspruch zur Theorie. Zum einen wird zuerst ein Schmelzen der inneren Schalen vorhergesagt. Zum anderen wurde in der Theorie keine tiefere Schmelztemperatur für bestimmte Ionenanzahlen vorhergesagt, im Experiment konnte jedoch nur für 11 und für 9 Ionen in der äußeren Schale ein Schmelzen bei maximaler Laserkühlung beobachtet werden.

#### 5.2.3 Zusammenfassung

Die Anordnung der Ionen in Schalenstrukturen konnte bestätigt werden. Eine systematische Abweichung von Theorie und Experiment wurde jedoch bei den Schalengrößen mit 6 experimentell beobachteten gegenüber den vorhergesagten 5 Ionen beobachtet. Auch die Phasenübergänge der Schalen traten zuerst außen anstatt wie vorhergesagt innen auf.

Hier stellt sich die Frage, ob die nicht-ideale Realisierung der theoretischen Vorraussetzungen hierfür verantwortlich sind. Abweichungen sind hierbei das nicht ideale quasi-2D Potential, die Abweichungen vom Kreispotential und die Mikrobewegung der Ionen. Die Anordnung der Ionen in der radialen Ebene der Falle könnten über die andere Mikrobewegung und die Möglichkeit, das Potential senkrecht zur Ionenebene wesentlich zu verstärken, genaueren Aufschluß über die für die Abweichung verantwortlichen Effekte geben.

# 5.3 Große Ionenkristalle - Räumliche Trennung von atomaren Zuständen

#### Experiment

Die in [52] vorhergesagten Diffusionen der Ionen innerhalb einer Schale und für höhere Temperaturen auch zwischen Schalen und damit ein Verhalten, das mehr einer Flüssigkeit als einem Festkörper ähnelt, konnte experimentell für große Ionenkristalle (> 500 Ionen) beobachtet werden, indem Ionen durch einen anderen atomaren Zustand markiert wurden. Bei dieser Kristallgröße war es nicht mehr möglich, die Ionen einzeln aufzulösen und zu zählen. Eine Abschätzung der Ionenanzahl aus der quantitativen Messung der Fluoreszenz des Kristalls und dem Vergleich mit der eines einzelnen Ions [48] war nicht möglich. Die Tiefenschärfe des Abbildungssystems war zu gering, um die Fluoreszenz der Ionen in einem Kristall mit ihrem unterschiedlichen Abstand zur Abbildungsoptik gleichmäßig messen zu können.

Pumpt man einzelne Ionen innerhalb des Ionenkristalls in ein metastabiles atomares Niveau, das nicht am Kühlzyklus und damit an der Fluoreszenz beteiligt ist, kann man sie dadurch innerhalb des Kristalls für die Lebensdauer des metastabilen Niveaus markieren. Die so markierten Ionen erscheinen dabei als dunkle Stellen in der Kristallstruktur. Hier wurde dazu das  $3D_{5/2}$ 



Abbildung 5.6: Räumliche Trennung von atomaren Zuständen in einem großen Ionenkristall. Die Leistung des Pumplasers wurde suzsessive erhöht.

Niveau des Ca<sup>+</sup>-Ions benutzt, das mit einer Lebensdauer von 1100(18) ms [45] lange genug lebt, um eine deutliche Markierung zu ermöglichen. Zum Pumpen wurde dabei ein nicht fokussierter Laser kollinear zu den Kühllaserstrahlen resonant auf dem  $3D_{3/2}$ - $4P_{3/2}$  Übergang benutzt, wobei durch den spontanen Zerfall in das  $3D_{5/2}$  Niveau das optische Pumpen erreicht wird.

#### Diffussion der Ionen

Wendet man diese Methode bei größeren Ionenkristallen an, beobachtet man statt einer homogenen Verteilung der Fehlstellen die Trennung der im metastabilen atomaren Niveau markierten dunklen Ionen von den am Kühlzyklus teilnehmenden Ionen in Richtung des Kühllasers. Hierbei erfahren nur die am Kühlzyklus teilnehmenden Ionen den durch den Kühllaser hervorgerufenen Lichtdruck, die dunklen Ionen werden durch die Coulombabstoßung an das andere Ende des Kristalls gedrückt (siehe Abbildung 5.6). Dies ist allerdings nur bei einer freien Diffusion der Ionen zumindestens innerhalb einer Schale des Kristalls möglich.

Im Experiment betrug dabei die minimale Belichtungszeit des CCD-Chips für ein hinreichendes Fluoreszensignal der Ionen 20 ms. Mit dieser Intergrationszeit konnte die Bewegung der Ionen nicht aufgelöst werden, die Diffusion der Ionen war schneller.

Ob die Ionen nur innerhalb einer Schale oder auch zwischen den Schalen diffundieren, konnte im Experiment nicht bestimmt werden. Ein mögliches Meßprinzip hierbei wäre es, nur den Rand des Kristalls mit dem Laser zu beleuchten, der die Ionen in das metastabile Niveau pumpt und damit markiert. Hierbei müßte sich bei einer reiner Diffusion nur innerhalb der Schalen ein dunkler Rand am Kristall bilden. Dies war aber aufgrund der schlechten Strahlqualität des zum Markieren der Ionen verwendeten Diodenlasers nicht möglich.

#### Sympathetisches Kühlen

Variiert man die Leistung des zum optischen Pumpen verwendeten Lasers, führt dies je nach Sättigung des Pumpüberganges zu einem unterschiedlichen Anteil an Ionen, die nicht am Kühlzyklus teilnehmen. Hierbei kann man gut 3/4 der Ionen des Kristalls in das metastabile Niveau pumpen bevor der Kristall schmilzt.

Dieses Verhalten ist durch sympathetisches Kühlen zu erklären. Hierbei werden auch die nicht lasergekühlten Ionen durch die Coulombwechselwirkung mit den lasergekühlten Ionen mitgekühlt. Dies wurde zuerst 1980 in einer Penningfalle beobachtet [56]. Ist allerdings die Anzahl der über Laserkühlung erreichbaren Ionen zu gering, kann die Aufheizung durch Stöße mit dem Restgas nicht mehr hinreichend kompensiert werden und der Kristall schmilzt. Ähnliche Beobachtungen gibt es auch mit mehreren Ionensorten anstatt den gleichen Ionen in verschiedenen atomaren Zuständen [55].

# Kapitel 6

# Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden grundlegende Untersuchungen von lasergekühlten Ionenkristallen in einer linearen Paulfalle durchgeführt. Diese können in drei Bereiche gegliedert werden:

- **Dynamik der Ionen in der linearen Paulfalle.** Hierzu wurden Speicherbereich, parametrische Anregungen und Schwingungsfrequenzen der Ionen in der linearen Paulfalle untersucht. Über die genaue Messung der Schwingungsfrequenzen konnte der Abstand zweier Ionen in einem Kristall bis auf 10<sup>-4</sup> genau bestimmt werden.
- Laserkühlung an einem 3-Niveau-Systems. Hierzu wurden Simulationen außerhalb des Lamb-Dicke Regimes durchgeführt und experimentell überprüft. Dabei konnten Kühlzeiten und Temperaturlimits für verschiedene Verstimmungen der Laser bestimmt werden.
- Kristallstrukturen in der linearen Paulfalle. Hier konnten verschiedene theoretisch vorhergesagte Kristallstrukturen der Ionen für den dreidimensionalen und quasi-zweidimensionalen Fall mit experimentellen Werten verglichen und Abweichungen zur Theorie festgestellt werden. Ferner wurde die durch den Lichtdruck hervorgerufene Trennung von atomaren Zuständen in großen Ionenkristallen beobachtet.

## 6.1 Ausblick

Die in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse motivieren folgende zukünftige Messungen:

- Durch die Möglichkeit, den Abstand zweier Ionen genau messen zu können, kann die Messung der Lebensdauer des metastabilen  $3D_{5/2}$ -Niveaus mehrerer Ca<sup>+</sup>-Ionen in linearen Ketten in Abhängigkeit des Abstandes zur genaueren Untersuchung von kooperativen Effekten [46, 45] benutzt werden.
- Laserdopplerkühlung an <sup>43</sup>Ca<sup>+</sup>. Wegen der Hyperfeinstrukturaufspaltung sind mehrere oder ein breitbandiger Rückpumplaser notwendig. Bei einer erfolgreichen Kühlung können die Hyperfeinstrukturaufspaltungen der angeregten Niveaus mit Doppelresonanzexperimenten genau vermessen werden. Zusätzlich kann bei erfolgter Doppler-Vorkühlung auf dem Grundzustandshyperfeinstrukturübergang Seitenbandkühlung im Mikrowellenbereich durchgeführt werden. Dadurch ist der quantenmechanische Grundzustand der Oszillation der Ionen erreichbar. Hier können Messungen zur Dekohärenz dieses Zustandes durchgeführt werden.

## 6.2 Verbesserungen

Aufgrund der gewonnenen Erkenntnisse sind folgende Verbesserungen an dem Versuchsaufbau zu empfehlen:

- Verwendung eines stabileren Oszillators bei der Speicherfelderzeugung mit zusätzlicher Stabilisierung der Amplitude,
- Stabilisierung der Lasersysteme auf einen externen Standard und Erzeugung von Frequenzverschiebungen durch optische Modulatoren, um Messungen mit bekannter Frequenzverstimmung durchführen zu können,
- Erweiterung der Falle um acht Segmente, um eine getrennte Erzeugungsund Meßfalle verwenden zu können. Dadurch sollten statische Potentiale durch Kalziumbedampfungen reduziert werden.
- Einbau einer Einkoppelmöglichkeit für Laser in radialer Fallenrichtung.

# Anhang A

# Experimenteller Aufbau

Der experimentelle Aufbau (siehe Abb. A.1) läßt sich in vier Bereiche gliedern. Diese sind die Falle, die Laser, der Fluoreszenznachweis und der Steuerungscomputer.



Abbildung A.1: Übersicht über den experimentellen Aufbau. Die drei verwendeten Lasersysteme werden über dichroitische Spiegel kollinear überlagert und mit einem maximalen Winkel von 2° zur Fallenachse hinter die Falle fokussiert. Der Fluoreszenznachweis findet senkrecht zur Fallenachse zwischen zwei der Fallenelektroden statt.

## A.1 Die Falle

### A.1.1 Die Fallenelektroden



Abbildung A.2: Bild der Falle von vorne durch das Fenster der Vakuumapperatur. Deutlich sind die vorderen Elektroden und ihre die Zuleitungen sowie die über der Falle sitzende Objektivfassung zu erkennen.

Die Ionenfalle, ein Geschenk des Institute for Laser Science, University of Electro-Communications, Chofu, Tokyo, besteht aus 12 Elektroden, an denen jeweils seperat eine Spannung angelegt werden kann. Zur Anordnung der Elektroden siehe Abbildung A.3. Diese Anordnung ermöglicht im Vergleich zu Realisierungen der linearen Paulfallen mit axialen Endkappen (vergl. Abb. 2.1) einen guten Zugang aus der axialen Richtung, allerdings werden dabei größere Abweichungen von einem idealen harmonischen Speicherpotential in Kauf genommen.

Der halbe Abstand  $r_0$  der Elektroden in radialer Richtung (vergl. Gl. 2.1) beträgt 2,67 mm, die Länge des mittleren Segmentes 15 mm (siehe Abbildung A.5). Die Spannungsversorgung der einzelnen Elektroden erfolgt über


Abbildung A.3: Anordnung der 12 Elektroden der Falle.

angeschraubte, außen liegende Kupferdrähte. Um Aufladungen der zwischen den Elektroden liegenden Isolatoren zu verkleinern und daraus resultierende Störfelder abzuschirmen, wurden die in einer Reihe liegenden Elektroden überlappend konstruiert (siehe Abbildung A.6). Dabei sitzen jeweils drei Elektroden auf einer Stahlstange, die vier Stahlstangen sind zwischen zwei Stahlplatten angeschraubt.

### A.1.2 Die Speicherfelderzeugung

Die Speicherspannung an den einzelnen Elektroden besteht aus einem Hochfrequenzanteil für die Speicherung in radialer Richtung und einem Gleichspannungsanteil für Speicherung in axialer Richtung, Korrekturspannungen und der Kontrolle des radialen *a*-Speicherwertes. Beide Spannungsanteile werden dabei über jeweils einen Tiefpaß 1. Ordnung ( $R = 3 \text{ M}\Omega$ , C = 5 nF) zusammengekoppelt.

Die Hochfrequenzspannung wird von einem mit Röhren arbeitendem Frequenzgenerator Rhode & Schwarz Leistungsmesssender TYPE SMLR-BN41001 erzeugt und über einen Ringkerntransformator um einen Faktor 25 hochtransformiert. Der Transformator bildet dabei zusammen mit der Kapazität der Fallenelektroden einen Schwingkreis mit Güte 50, der resonant auf die Frequenz des Speicherfeldes von 2 MHz abgestimmt ist. Hierbei kann eine maximale Spannung von 270 V erzeugt werden.

Die Frequenzstabilität der Hochfrequenzspannung beträgt 10<sup>-5</sup>, die Amplitudenstabilität 10<sup>-3</sup>. Diese Methode der Hochfrequenzspannungserzeugung



Abbildung A.4: Simulierter Potentialverlauf durch die zur Speicherung in axialer Richtung angelegten Spannungen an die äußeren Elektroden. Im oberen Bild ist das Potential eines Schnittes durch die Falle in der Draufsicht (vergl. Abb. A.3) durch die Mitte der Falle zu sehen, eine Potentialline entspricht 1 V. Im unteren Bild ist das Potential entlang der Fallenachse dargestellt. Die Spannungen sind 30 V an dem linken und 10 V an dem rechten Elektrodenquartett. Diese Werte entsprechen typischen experimentellen Werten. Die unterschiedlichen Werte an beiden Steiten sind notwendig, um die Ionen unter die nicht ganz mittig sitzende Nachweisoptik zu positionieren.



Abbildung A.5: Maße und Abstände der Fallenelektroden in Seiten- und Vorderansicht .



Abbildung A.6: Schnitt durch eine Elektrodenreihe.

ist nicht mit einem üblichen modernen Quarz-stabilisiertem Frequenzgenerator durchführbar, da diese nicht genug Leistung liefern können. Hier wäre der Einsatz eines zusätzlichen Hochspannungsverstärkers nötig.

Die Gleichspannungen zur Speicherung in axialer Richtung werden durch Spannungsquellen Oltronix Power Supply B 605 D generiert, ihre Stabilität ist besser als 10 mV. Die Gleichspannungen zur Korrektur von statischen Potentialen und zur Kontrolle des radialen *a*-Speicherwertes werden durch Spannungsquellen Typ Hewlett Packard DC-Power Supply HP 6111A hergestellt, ihre Stabilität ist besser als 1 mV.

Zur Anregung der Oszillation der Ionen kann noch zusätzlich an die üblicherweise geerdeten Elektroden eine Wechselspannung gelegt werden, hierbei wurde ein Frequenzgenerator Hewlett Packard HP 3325B verwendet.

### A.1.3 Die Ionenerzeugung

Die Ionenerzeugung erfolgt durch Abdampfen derAtome aus einem Atomofen und anschließender Ionisierung der Atome durch Elektronenstoß. Die Atomöfen bestehen aus einem Keramikzylinder mit 0,5 cm Durchmesser und drei 1mm Bohrungen. Eine der Bohrungen ist dabei mit metallischen Kalziumbrocken gefüllt und hinten mit einem Stahlpfropf verschlossen. Durch die anderen beiden Bohrungen ist ein Wolframdraht gefädelt, durch den zum Heizen des Ofens ein Strom von 3 A geleitet wird. Die Elektronen zur Ionisierung der Atome in der Falle werden dabei beim Heizen des Ofens vom Wolframdraht emittiert.

Der Ofen ist seitlich an der Fallenhalterung angebracht und zielt zwischen 2 Elektrodenreihen in das Fallenzentrum . Dabei ist zwischen Ofen und Elektroden noch zusätzlich eine Schlitzblende angebracht, um eine Bedampfung der Elektroden mit Kalzium zu reduzieren. Diese Bedampfungen erzeugen durch Kontaktpotentiale Spannungen, die den idealen Spannungsverlauf in der Falle stören. Außerdem reagieren sie bei einem Kontakt mit Luft zu Kalziumoxid und Kalziumkarbonat, die sich als Isolatoren elektrisch aufladen und damit noch größere und zeitlich nicht konstante störende Spannungen erzeugen können.

### A.1.4 Die UHV-Apparatur

Die Falle ist in einer UHV-Apparatur untergebracht, in der bei laufender 801/sIonenzerstäuberpumpe ein Druck von  $1, 1(4) \cdot 10^{-10}$  mbar erreicht wird. Der Druck kann dabei von einem Quadrupolmassenspektrometer VG Arga Plus gemessen werden. Ein planes 47 mm Durchmesser großes Fenster erlaubt die Einkopplung von Laserstrahlen in axialer Richtung der Falle. Diese Strahlen werden durch ein auf einem Glasrüssel sitzendes Fenster im Brewsterwinkel wieder ausgekoppelt. Zur Beobachtung der Falle sind 2 Fenster senkrecht zueinander in radialer Richtung zur Fallenachse angebracht, wobei sich unterhalb eines dieser Fenster eine Kollimatoroptik innerhalb des Vakuums befindet.

# A.2 Die Lasersysteme

### A.2.1 Lasersystem bei 397 nm

Zur Erzeugung der Laserstrahlung bei 397 nm wurde Frequenzverdopplung eines kommerzielles Titan-Saphir Lasersystems Coherent 899-21 benutzt. Dieser wird typischerweise von einem Coherent Innova 200-20 Argon-Ionen Laser mit 15 W multiline gepumpt. Der Auskoppelspiegel des Ringlasers wurde durch einen hochreflektierenden Spiegel ersetzt und in den Ringresonantor ein gekapselter, bei der Grundwelle antireflexbeschichteter LiJO<sub>3</sub> Kristall eingesetzt. Das frequenzverdoppelte Laserlicht wird über einen dichroitischen Spiegel ausgekoppelt. Bei einer Pumpleistung des Titan-Saphir Lasers von 15 W kann somit eine Ausgangsleistung von etwa 5 mW erreicht werden. Die rms-Linienbreite des Titan-Saphir Lasers ist vom Hersteller mit 500 kHz spezifiziert. Dies ergibt eine Linienbreite des frequenzverdoppelten Strahls von 1 MHz.

#### A.2.2 Die Lasersysteme 866 nm und 850 nm



Abbildung A.7: Aufbau des Diodenlasersystems. Das Licht der Laserdiode wird über ein Objektiv auf das Gitter kollimiert. Die erste Beugungsordnung wird in die Diode zurückreflektiert, die nullte Ordnung ausgekoppelt. Gitterwinkel und -abstand sind über eine Feingewindeschraube grob und über einen Piezo fein einstellbar.

Die beiden Diodenlasersysteme zum Anregen der 3D-4P Übergänge des Ca<sup>+</sup> Ions sind identisch aufgebaut. Sie sind im Littrow-Design gitterstabilisiert (siehe Abb. A.7), d.h. es findet eine optische Rückkopplung durch die erste Ordnung eines Gitters (1200 Striche/mm) statt, das mit der Laserdiode eine pseudoexterne Cavity bildet. Die Gitterhalterung wurde so konstruiert, daß Frequenzänderung durch Gitterabstand und Gitterwinkel gleich verlaufen. Es kann über den Gitterwinkel der komplette Bereich der 3D-4P Übergänge zwischen 850 nm und 866 nm erreicht werden.

Der modensprungfreie Scanbereich über den Gitterabstand beträgt 1 GHz. Die Einstellung des Gitterwinkels/-abstandes erfolgt über ein Piezoelement. Für größere Scanbereiche wäre eine Anpassung des durch die Auskoppelfacette und Rückseite des Diodenchips gebildeten Resonators über den Diodenstrom nötig. Zur Stabilisierung des Diodenresonators und des pseudoexternen Resonators sind sowohl die Laserdiode als auch die Grundplatte des Aufbaues temperaturstabilisiert. Bei diesem Aufbau werden etwa bei 100 mW nomineller Ausgangsleistung der Dioden 20 mW Ausgangsleistung des Systems erreicht.

Die Frequenzstabilität beider Lasersysteme wurde über die Messung des Schwebungssignals beider Laserstrahlen gemessen. Dazu wurden beide Strahlen über einen halbdurchlässigen Spiegel auf einer schnellen Photodiode überlagert. Das Frequenzspektrum des Schwebungssignals wurde anschließend über einen Spektrumanalysator aufgelöst. Die Messung der Kurzzeitstabilität (3 s Mittelung) ergab dabei eine Frequenzbreite von 3,7 MHz, die Messung der Langzeitstabilität Drifts der Laserfrequenzen von bis zu 100 MHz pro Stunde (siehe Abb. A.8).

Die Ursache der schlechten Kurzzeitstabilität konnte nicht auf ein einzelnes Element zurückgeführt werden. Mögliche Ursachen sind die mangelnde thermische Stabilität des Diodenchips und unzureichende Stabilität der Piezospannung. Die Langzeitdrifts ließen sich auf eine mangelhafte thermische Stabilisierung der Grundplatte zurückführen. Als Abhilfe hierfür wurde eine stabilere Spannungsversorgung des Piezos und eine digitale Temperaturregelung konstruiert. Die Problematik der alten analogen Temperaturregelung liegt in der Temperaturabhängigkeit der Regelelektronik. Die digitale Temperaturregelung ermöglicht es, das Signal des Temperatursensors innerhalb des thermisch stabilisierten Diodengehäuses zu digitalisieren. Die digitale Regelungselektronik selber ist im Rahmen der Raumtemperatur unabhängig von der Umgebungstemperatur. Zusätzlich sind eine aktive elektronische Stabilisierung der Laserfrequenz auf eine externe Cavität für eine bessere Kurzzeitstabilität und auf einen Referenzlaser für eine bessere Langzeitstabilität geplant.

## A.3 Der optische Nachweis

Um einen möglichst großen Raumwinkel an Fluoreszenz abbilden zu können, sitzt eine kurzbrennweitige Kollimationsoptik möglichst nahe an der Falle (Quarzkollimator Zeiss 467275, Brennweite f = 18,9 mm bei einer Wellen-



Abbildung A.8: Frequenzspektrum des Schwebungssignals beider Diodenlasersysteme (oben). Die Mittelungszeit beträgt 3 s, die Halbwertsbreite 3,7 MHz. Unten ist die Mittenfrequenz des Schwebungssignals in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen.



Abbildung A.9: Optischer Aufbau des Fluoreszenznachweises. Die Abstände der einzelnen optischen Elemente können auf nur etwa 2 mm genau bestimmt werden.

länge von 397 nm, numerische Apertur N.A. = 0,25, Fassung aus VA-Stahl, Abstand zur Fallenachse 20(2) mm) innerhalb des Vakuums. Dies ergibt einen Raumwinkel von 0,5 sr. Durch den Kollimator wird ein reelles Zwischenbild 2,5 cm überhalb des Vakuumfensters erzeugt, wo speziell bei dem Einsatz eines Photomultipliers als Photonendetektor eine räumliche Filterung vorgenommen werden kann. Die Vergrößerung des Zwischenbildes wurde zu 5,6(2) berechnet.

Das Zwischenbild wird dann mit einem Mikroskopobjektiv (Melles Griot Mikroskopobjektiv 6.3/0.20, Brennweite f = 22,5 mm, numerische Apertur N.A. = 0,20) auf den Photonendetektor abgebildet. Je nach Verwendung einer ICCD-Kamera zum ortsaufgelösten oder eines Photomultipliers zum intergrierenden Photonennachweis ist der Abstand der photoempfindlichen Schicht zum Zwischenbild unterschiedlich. Der Abstand des Mikroskopobjetivs zum Zwischenbild wird dabei experimentell nach möglichst guter Bildschärfe bei ortsaufgelöster Photonendetektion und bestem Signal/Untergrund Verhältnis bei integrierender Photonendetektion justiert. Für die Verwendung der Kamera ergibt dies einen theoretischen Abbildungsmaßstab von 750(63) nm/Pixel, eine experimentelle Überprüfung (siehe Abschnitt 2.2.2) ergab 613(6) nm/Pixel.

Vor dem Photonendetektor ist ein Interferenzfilter bei 397 nm mit einer Halbwertsbreite von 5 nm und einer Abschwächung von -40 dB angebracht, um Streulicht zu diskriminieren. Der Nachweis der Fluoreszenz wird damit auf die Fluoreszenz des  $4P_{1/2}$  -  $4S_{1/2}$  Überganges beschränkt.

Die Detektion der Photonen erfolgt entweder integrierend mit einem Photomultiplier (Hamamtsu R464) im Photonenzählbetrieb oder mit einer ICCD-Videokamera (Lambert Li-µ-Cam).

## A.4 Die Experimentsteuerung

Die Steuerung von Versuchsabläufen ist über einen Standard-PC unter Windows 95 möglich. Für die Steuerung, Anzeige und teilweise auch "online" Auswertung der Daten dient ein selbstgeschriebenes parallel arbeitendes Programm.

Folgende Geräte und Funktionen können damit gesteuert werden:

- Die Parameter der ICCD-Kamera und Auslesen der Bilddaten über GPIB-Schnittstelle.
- Anzeigen des Videobildes der ICCD-Karte über Framegrabber Karte Miro PCTV.

- Steuerung des Frequenzgenerators HP3325 B über GPIB-Schnittstelle.
- Steuerung der Frequenz sämtlicher Laser über Spannungsrampe, erzeugt von einer DAC-Karte Meilhaus ME-300.
- Aus- und Einschalten eines Laserstrahls über einen Shutter Newport 846 HP, geschaltet über einen TTL-Puls über Schnittstellenkarte Meilhaus ME-300.
- Zählen der Photonenimpulse des Photomultipliers über Vielkanalanalysatorkarte Fast PC2.
- Auslesen des Speicheroszilloskops Tektronix TDS 210.

# Anhang B

# Das Kalzium Ion

Für diese Arbeit sind prinzipiell nur die Masse des verwendeten Kalzium-Isotopes sowie die Daten über seine angeregten Zustände interessant. Daher soll hier auch nur auf diese Eigenschaften eingegangen werden, mit Ausnahme von zwei chemischen Eigenschaften des Kalziums, die für den verwendeten Versuchsaufbau von Bedeutung sind:

- Kalzium bildet eine leicht schmelzbare Legierung mit Platin, sodaß mit Kalzium gefüllte Platintaschen als Quelle für Kalzium-Atome in der Falle schlecht geeignet sind.
- Kalzium-Ionen reagieren sehr aggressiv mit Glas, sodaß eine Hohlkathodenlampe als Referenz für die Verstimmung der Laser sehr teuer ist.

Weitere chemische und physikalische Eigenschaften des Kalziums lassen sich in der einschlägigen Literatur, z.B. [57], finden.

# B.1 Termschema des <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> Ions

Die Elektronenkonfiguration des  ${}^{40}$ Ca<sup>+</sup> Ions besteht aus der Argon-Edelgaskonfiguration  $1S^22S^22P^63S^23P^6$  plus einem Elektron in der 4S Schale, dessen Anregungszustände in dieser Arbeit eine Rolle spielen (Wellenlängen siehe Abb. B.1).

### B.1.1 Lebensdauern der angeregten Niveaus

Für die Lebensdauern gibt es dabei bis jetzt folgende neuere experimentelle Werte:



Abbildung B.1: Ausschnitt aus dem Niveauschema des  $^{40}\mathrm{Ca^{+}}$  Ions. Der Kühlübergang  $4\mathrm{S}_{1/2}\text{-}4\mathrm{P}_{1/2}$  und der Rückpumpübergang  $3\mathrm{D}_{3/2}\text{-}4\mathrm{P}_{1/2}$  sind dick eingezeichnet. Die Fluoreszenz des  $4\mathrm{P}_{1/2}4\text{-}\mathrm{S}_{1/2}$  Zerfalls wird im Experiment detektiert.

Referenz	$ au(3D_{3/2})$	$ au(3D_{5/2})$	$\tau(4P_{1/2})$	$\tau(4P_{3/2})$
[59]		$1080(220)\mathrm{ms}$		
[60]	1111(46) ms	994(38)ms		
[61]	1113(45) ms	$1054(61)  { m ms}$		
[62]		$1064(17)  { m ms}$		
[63]		$969(21) \mathrm{ms}$		
[66]		1.09(5)s		
[45]		$1100(18)\mathrm{ms}$		
[64]			7,07(7)ns	6,87(6)ns
[65]			$7,098(19){ m ns}$	6,924(19) ns

Somit ergibt sich eine natürliche Linienbreite von 0,15Hz für die 4S - 3D Übergänge sowie von 23MHz für die 4S - 4P Übergänge.

#### B.1.2 Verzweigungsverhältnisse der angeregten Niveaus

Die Verzweigungsverhältnisse der Zerfallskanäle der einzelnen Niveaus sind experimentell schwer zu bestimmen, daher existieren bis jetzt nur theoretische Vorhersagen für diese Werte:

# B.2 Isotope

Das in dieser Arbeit verwendete Kalzium ist zwar ein Gemisch aus sechs verschiedenen Isotopen, jedoch spielen durch den hohen Anteil von 97% <sup>40</sup>Ca im natürlichen Gemisch die anderen Isotope keine Rolle. Von besonderem Interesse ist allerdings <sup>43</sup>Ca mit einem natürlichen Vorkommen von 0,14 %, das wegen seines Kernspins I = 7/2 für Hyperfeinstrukturmessungen von Interesse ist. Auch ist seine Grundzustandshyperfeinstruktur mit 3,2 GHz gut erreichbar für schmalbandige Spektroskopie entweder über direkte Mikrowellenübergänge oder Dunkelresonanzmessungen mit phasengelockten Lasern.

# Literaturverzeichnis

- W. Paul, O. Osberghaus und E. Fischer, Forschungsbericht Wirtschaftministerium Nordrhein-Westfalen 415, 1 (1958)
- [2] R.H. Dicke, Phys. Rev. 89, 472 (1953)
- [3] R. Blatt and G. Werth, Phys. Rev. A 25, 1476 (1982)
- [4] R. Blümel, C. Kappler, W. Quint, and H. Walther, Phys. Rev. A 40, 808 (1989)
- [5] D.J. Wineland, R.E. Drullinger, and F.L. Walls, Phys. Rev. Lett. 41, 1639 (1978)
- [6] W. Neuhauser, M. Hohenstadt, P. Toschek, and H. Dehmelt, Phys. Rev. Lett. 41, 233 (1978)
- [7] F. Diedrich, J.C. Bergquist, W.M. Itano, and D.J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 62, 403 (1989)
- [8] W. Paul, H.P. Reinhard und U. von Zahn, Z. Phys. 152, 143 (1958)
- [9] M.G. Raizen, J.M. Gilligan, J.C. Bergquist, W.M. Itano, and D.J. Wineland, Phys. Rev. A 45, 6493 (1992)
- [10] S.R. Jefferts, C. Monroe, A.S. Barton, and D.J. Wineland, IEEE Trans. Instrum. Meas. 44, 148 (1995)
- [11] J.I. Cirac, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. 74, 4091 (1995)
- [12] C. Monroe, D.M. Meekhof, B.E. King, W.M. Itano, and D.J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 75, 4714 (1995)
- [13] R.G. DeVoe and R.G. Brewer, Phys. Rev. Lett. 76, 2049 (1996)

- [14] H. Gilhaus, Th. Sauter, W. Neuhauser, R. Blatt and P.E. Toschek, Opt. Commun. 69, 25 (1988)
- [15] M. Lindberg and J. Javanainen, J. Opt.Soc. Am. B 3, 1008 (1986)
- [16] E. Biémont, C.J. Zeippen, Comments. At. Mol. Phys. 33, 29 (1996)
- [17] J. Drees and W. Paul, Z. Phys. 180, 340 (1964)
- [18] I. Waki, S. Kassner, G. Birkl, H. Walther, Phys. Rev. Lett. 68, 2007 (1992)
- [19] W. Paul, H.P. Reinhard, and U. von Zahn, Z. Phys. 152, 143 (1958)
- [20] J.D. Prestage, G.J. Dick, and L. Maleki, J. Appl. Phys. 66, 1013 (1989)
- [21] M.E. Poitzsch, J.C. Bergquist, W.M. Itano, and D.J. Wineland, Rev. Sci. Instrum. 67, 129 (1996)
- [22] W. Alt, M. Block, P. Seibert, and G. Werth, Phys. Rev. A 58, R23 (1998)
- [23] H.C. Nägerl, W. Bechter, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler, R. Blatt, Appl. Phys. B 66, 603 (1998)
- [24] W. Paul, u. H. Steinwedel, Z. Naturforsch. 8a, 448 (1953)
- [25] H. Dehmelt, Adv. in atom and mol. Phys. 3, 53 (1967)
- [26] D. Wineland, Adv. in atom and mol. Phys. 19, 135 (1983)
- [27] F. v. Busch und W. Paul, Z. Phys. 164, 581 (1961)
- [28] T. Gudjons, P. Seibert, G. Werth, Appl. Phys. B 65, 57 (1997)
- [29] R. Alheit, S. Kleinadam, F. Vedel, M. Vedel, G. Werth, Int. J. Mass. Spectrom. Ion Processes 154, 155 (1996)
- [30] M.A.N. Razvi, X.Z. Chu, R. Alheit, G. Werth, and R. Blümel, Phys. Rev. A 58, R34 (1998)
- [31] V. Gheorghe, L. Giurgiu, O. Stoican, B. Mihalcea, D. Cacicovschi, S. Comanesca, Acta. Phys. Polon. A 93, 625 (1998)
- [32] P.T.H. Fisk, M.J. Sellars, M.A. Lawn, C. Coles, Appl. Phys. B 60, 519 (1995)
- [33] J. Javanainen, and S. Stenholm, Appl. Phys. 21, 283 (1980)

- [34] S. Stenholm, Rev. Mod. Phys. 58, 699 (1986)
- [35] M. Schubert, I Siemers, and R. Blatt, Phys. Rev. A 39, 5098 (1989)
- [36] G. Orriols, Nuovo Cimento B 53, 1 (1979)
- [37] W. Alt, M. Block, V. Schmidt, T. Nakamura, P.Seibert, X. Chu and G. Werth, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 30, L677 (1997)
- [38] M. Göppert-Mayer, Ann. Phys. 9, 273 (1931)
- [39] R. Wynanda, A. Nagel, S. Brandt, D. Meschede, and A. Weis, Phys. Rev. A 58, 196 (1998)
- [40] J.I. Cirac, R. Blatt, and P. Zoller, W.D. Phillips, Phys. Rev. A 46, 2668 (1992)
- [41] D. Reiß and A. Lindner, R. Blatt, Phys. Rev. A 54, 5133 (1996)
- [42] G. Morigi, J.I. Cirac, M. Lewenstein and P.Zoller, Europhys. Lett. 39, 13 (1997)
- [43] R.G. DeVoe, R.G. Brewer, Phys. Rev. Lett. 76, 2049 (1996)
- [44] G.C. Hegerfeld and A.W. Vogt, Phys. Rev. A 41, 2610 (1990)
- [45] M. Block, O. Rehm, P. Seibert, and G. Werth, Eur. Phys. J D 7,461 (1999)
- [46] A. Beige and G. Hegerfeldt, Phys. Rev. A 59, 2385 (1999)
- [47] D.H.E. Dubin, Phys. Rev. Lett. 71, 2753 (1993)
- [48] M. Drewsen, C. Brodersen, L. Hornekær, and J.S. Hangst, J.P. Schiffer, Phys. Rev. Lett. 81, 2878 (1998)
- [49] F. Arbes, M. Benzing, Th. Gudjons, F. Kurth, and G. Werth, Z. Phys. D 31, 27 (1994)
- [50] R.W. Hasse and J.P.Schiffer, Ann. Phys. (N.Y.) 203, 419 (1990)
- [51] J.P. Schiffer, Phys. Rev. Lett. 70, 818 (1993)
- [52] V.M. Bedanov and F.M. Peeters, Phys. Rev. B 49, 2667 (1994)
- [53] Y.E. Lozovik and V.A. Mandelshtam, Phys. Lett. A 145, 269 (1990)

- [54] W.M. Itano, J.C. Bergquist and D.J. Wineland, GSI Report 89-10, 241 (1989)
- [55] P. Bowe, C. Brodersen, L. Hornekær, M. Drewsen, and J.S. Hangst, J.P. Schiffer, Phys. Rev. Lett. 81, 2878 (1998)
- [56] R.E. Drullinger, D.J. Wineland, and J.C. Bollinger, Appl. Phys. 22, 365 (1980)
- [57] R.J.Meyer, E.H. Pietsch, "Gmelins Handbuch zur anorganischen Chemie, Calcium Teil A und B", Weinheim/Bergstraße (1957)
- [58] S. Liaw, Phys. Rev. A 51, R1723 (1995)
- [59] S. Urabe, K. Hayasaka, M. Watanabe, H. Imajo, R. Ohmukai and R Hayashi, Appl. Phys. B 57, 367 (1993)
- [60] M. Knoop, M. Vedel and F. Vedel, Phys. Rev. A 52, 3763 (1995)
- [61] F. Arbes, M.Benzing, T. Gudjons, F. Kurth and G. Werth, Z. Phys. D, 29 159 (1994)
- [62] T. Gudjons, B. Hilbert, P. Seibert and G. Werth, Europhys. Lett. 33, 595 (1996)
- [63] G. Ritter and U. Eichmann, J. Phys. B 30, L141 (1997)
- [64] R.N. Gosselin, P.H. Pinnington, and W. Ansbacher, Phys. Rev. A, 38 4887 (1988)
- [65] J. Jin and D.A. Church, Phys. Rev. A, 49 3463 (1994)
- [66] J. Lidberg, A. Al-Khalili, L.-O. Norlin, P. Royen, X. Tordoir and S. Mannervik, J. Phys. B 32, 757 (1999)

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zum erfolgreichen Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Hierzu möchte ich Prof. Werth nennen, der mir die Möglichkeit gab, diese Arbeit unter seiner Betreuung anzufertigen. Ferner bei dem gesamten Team des "Kalzium-Experiments", dabei besonders meinem Mit-Doktorand Michael Block, den "Dioplomanden" Volker Schmidt, Wolfgang Alt und Oliver Rehm, und den Gästen Chu Xin Chao und Takashi Nakamura. Hartmut Häffner möchte ich für die vielen wertvollen Diskussionen danken.

Mein Dank gilt weiterhin den Teilnehmern der speziellen Gedächtnistrainingsübungen, den Mitgliedern der Südfruchtkompostiergemeinschaft, den Teilnehmern der Frühstücksrunde und des Ionenfallenstammtisches.

Mein Dank gilt auch der geamten Arbeitsgruppe für das gute Arbeitsklima und der Bereitschaft, immer mit Rat zur Seite zu stehen.

Der DFG möchte ich dafür danken, daß sie das Experiment und mein Gehalt finanziert hat.

Dem Elektronik-Labor des Instituts möchte ich dafür danken, daß es mich motiviert hat, mich selber in die Elektronik und das Design und Bestücken von Platinen einzuarbeiten.

Mein besonderer Dank für ihre Unterstützung gilt meinen Eltern.

CETERUM CENSEO CATHARGINEM DELENDAM ES-SE!

Cato der Ältere