Dynamik von Rossbywellenpaketen aus einer quantitativen PV-Perspektive

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades "Doktor der Naturwissenschaften"

am Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz



Franziska Teubler geb. Gierth aus Bayreuth

Mainz, den 15. November 2018

Tag der mündlichen Prüfung: 6.11.2018

Kurzfassung

Rossbywellenpakete sind ein wichtiger Bestandteil der Dynamik in den mittleren Breiten und können insbesondere Vorläufer von Schwerwetterereignissen sein. Es wird davon ausgegangen, dass sich Rossbywellenpakete positiv auf die Vorhersagbarkeit auswirken, da sie in hohem Maße durch balancierte Dynamik beschrieben werden können. Neuere Studien haben jedoch gezeigt, dass diabatische Prozesse, insbesondere Feuchtprozesse, die Amplitude und Ausbreitung von Wellenpaketen beeinflussen können und so Unsicherheiten in den Vorhersagemodellen entstehen, die sich stromabwärts ausbreiten. In dieser Arbeit wird eine Diagnostik entwickelt und angewandt, die einen Beitrag zu einem besseren Verständnis dieser immanenten Unsicherheiten leisten kann.

Rossbywellenpakete werden in dieser Arbeit als Anomalien der potentiellen Vorticity (PV) auf isentropen Flächen, die die Tropopause schneiden, identifiziert. Diese Betrachtungsweise wurde gewählt, da die PV nicht nur eine intuitive Beschreibung der Dynamik ermöglicht, sondern gerade auch die Vorhersagefehler der PV entlang der Tropopause maximal werden. Mit Hilfe dieser Schlüsselgröße lässt sich die Dynamik der Atmosphäre vollständig in vier Prozesse unterteilen, die im Kontext der Rossbywellendynamik in dieser Arbeit erstmals quantifiziert werden.

Die Gruppenausbreitung eines Rossbywellenpaketes wird durch einen quasi-barotropen Ausbreitungsmechanismus beschrieben. Findet außerdem eine Wechselwirkung mit der Dynamik in der unteren Atmosphäre statt, wird das Wellenpaket durch barokline Wechselwirkung modifiziert. Die Entwicklung der Anomalien durch quasi-barotrope Ausbreitung und barokline Wechselwirkung wird durch das bekannte Konzept der baroklinen Entwicklung stromabwärts beschrieben. Zusätzlich werden in dieser Arbeit divergentes Ausströmen in der Höhe und direkte diabatische Modifikation untersucht. Besonders ausgeprägtes divergentes Ausströmen ist in hohem Maße mit dem Freisetzen latenter Wärme unterhalb des Ausströmens verbunden und kann daher als indirekt diabatisch betrachtet werden. In dieser Arbeit wird eine Diagnostik entwickelt, die diese Prozesse unterteilt und ihren relativen Einfluss auf die Entwicklung von Wellenpaketen quantifiziert. Insbesondere die relative Wichtigkeit der diabatischen Prozesse kann durch die neu entwickelte Diagnostik schärfer erfasst werden als mit existierenden Methoden. Die entwickelte Diagnostik wird in dieser Arbeit auf drei Fallstudien von Wellenpaketen angewandt. Um die dabei gefundenen Ergebnisse mit Hilfe vieler Wellenpakete zu untermauern, wird abschließend eine Composite-Analyse relativ zur maximalen Amplitude durchgeführt. Barokline Entwicklung stromabwärts ist ein wichtiger Prozess für die Amplitudenentwicklung, wird jedoch durch starkes divergentes Ausströmen in der Höhe beeinflusst. Innerhalb der Composite-Analyse ist divergentes Ausströmen sogar der dominante Prozess für die Verstärkung der Rücken und Abschwächung der Tröge. Da der divergente Einfluss in hohem Maß durch Feuchtprozesse verstärkt wird, reicht balancierte Dynamik nicht aus, um die Entwicklung des Wellenpaketes zu beschreiben. Direkte diabatische Modifikation spielt hingegen eine untergeordnete Rolle für die Amplitudenentwicklung. Die relative Wichtigkeit der verschiedenen Prozesse zwischen den einzelnen Anomalien ist jedoch einer großen Variabilität unterworfen.

Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, wie wichtig es ist divergentes Ausströmen und damit das Freisetzen latenter Wärme in numerischen Vorhersagemodellen möglichst korrekt zu repräsentieren, um die Vorhersagbarkeit von Rossbywellenpaketen und den damit verbundenen Wetterereignissen zu verbessern.

Abstract

Rossby wave packets (RWPs) are a fundamental ingredient of midlatitude dynamics and can constitute precursors to high-impact weather events. It is often assumed that RWPs, as large-scale flow features obeying balanced dynamics, exhibit a large degree of predictability. Recent work, however, has shown that diabatic processes, in particular moist processes, can modify the amplitude and propagation of RWPs. This impact can lead to an increased forecast uncertainty, which may compromise medium-range predictability in the downstream region. As a contribution to an improved understanding of these inherent uncertainties, a framework is developed and employed in this work to quantify different processes governing RWP evolution.

RWPs are identified as anomalies of potential vorticity (PV) on isentropic levels intersecting the mid-latitude tropopause. The utilization of PV allows an intuitive description of mid-latitude dynamics. Furthermore, PV errors are maximised along the mid-latitude tropopause. This PV framework allows to fully separate the dynamics into four processes which are quantified in the context of RWP dynamics for the first time.

The group propagation of RWPs is described by a qusi-barotropic propagation mechanism. The RWP is also modified by baroclinic growth if there exists an interaction with low-level dynamics. The evolution of anomalies by quasi-barotropic propagation and baroclinic growth constitute the well-known concept of baroclinic downstream development. In this work diverent outflow and direct diabatic modification are investigated additionally. Arguably, prominent upper-tropospheric divergent flow is associated to a large extent with latent heat release below and can thus be considered as an indirect diabatic impact. Here a diagnostic is developed which separates the aforementioned processes and quantifies their relative impact on RWP evolution. The newly developed diagnostic is more apt to quantify the relative importance of diabatic processes as existing methods.

Case studies of three RWPs and a composite-analysis based on the maximal strength of the individual anomalies are performed. In general, baroclinic downstream development is an important process for the amplitude evolution but it is strongly modified by divergent outflow. The composite analysis even reveals a first-order impact of upper-level divergent flow for the amplification of ridges and the decay of troughs. Since divergent outflow is invigorated to a large degree by moist processes, balanced dynamics are not capable to fully describe the evolution of RWPs. Direct diabatic PV modification makes a subordinate contribution to the evolution. The relative importance of the different processes exhibits considerable variability between individual troughs and ridges.

The results of this work demonstrate the importance of a precise representation of divergent outflow and thus latent heat release in numerical weather prediction models for the predictability of RWPs and their associated smaller-scale weather features.

Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung	1
2	Die	PV-Perspektive	5
	2.1	Das PV-Denken	6
	2.2	Rossbywellen und Rossbywellenpakete	9
3	Methodik		
	3.1	Unterteilung physikalischer Prozesse	23
	3.2	Quantifikation der unterschiedlichen Prozesse	27
	3.3	Vergleich der Methodik mit früheren Studien	32
	3.4	Objektive Trog-Rückenerkennung	33
	3.5	YOTC-Daten	39
4	PV-Inversion		
	4.1	Technik der PV-Inversion	44
	4.2	Stückweise PV-Inversion	50
	4.3	Ein robuster, zyklischer PV-Inversionscode	54
5	Vorstellung dreier Fallstudien von Rossbywellenpaketen		
	5.1	Vorhersagefehler über Europa - Oktober 2008	64
	5.2	Ein lokales Flutereignis - Oktober 2011	83
	5.3	Plötzliche Stratosphärenerwärmung - Januar 2009	90
6	Trog-Rückendynamik: Eine Composite-Analyse		
	6.1	Auswahl der Fälle und Erstellung der Composites	98
	6.2	Dynamik innerhalb der Trog-Rücken-Composites	103
	6.3	Trog-Rücken-Composites relativ zur Zyklonenentwicklung	115
7	\mathbf{Zus}	ammenfassung, Diskussion und Ausblick	117

Anhang			
\mathbf{A}	Sensitivität der stückweisen PV-Inversion	125	
В	Nicht linearer Anteil der Unsicherheit	128	
\mathbf{C}	Trog-Rückenerkennung	132	
D	Zusatzinformationen zur ersten Fallstudie	134	
\mathbf{E}	Zusatzinformationen zur Composite-Analyse	140	
Li	Literaturverzeichnis		
Ał	Abkürzungsverzeichnis		

Kapitel 1: Einleitung

Das Wetter in den mittleren Breiten ist durch eine Abfolge von Hoch- und Tiefdruckgebieten charakterisiert. Diese sind an Hand von Satellitenbildern leicht zu identifizieren, da Hochdruckgebiete mit absinkenden Luftmassen und wolkenfreien Gebieten verbunden sind während Tiefdruckgebiete mit Fronten, Wolken und Niederschlag einhergehen. In Abbildung 1.1 ist solch eine Abfolge von Hoch- und Tiefdruckgebieten dargestellt. Diese Hoch- und Tiefdruckgebiete entstehen und wandern nicht zufällig, sondern sind stark an großräumige Wellenbewegungen in der oberen Troposphäre gekoppelt. Diese Wellen werden Rossbywellen genannt und bestehen aus einer abwechselnden Folge von Trögen und Rücken, die sich entlang des Strahlstroms ausbreiten. In der Atmosphäre treten Rossbywellen in Form abgeschlossener Pakete, sog. Rossbywellenpakete auf. Diese Rossbywellenpakete steuern nicht nur die Entstehung und Ausbreitung von Hochund Tiefdruckgebieten, sondern sind insbesondere häufig Vorläufer von Schwerwetterereignissen (Shapiro und Thorpe 2004; Chang 2005; Martius et al. 2008; Wirth und Eichhorn 2014; Piaget et al. 2015; Fragkoulidis et al. 2018).

Rossbywellenpakete sind ein großskaliges Phänomen, das in hohem Maße durch balan-



Abbildung 1.1: Wettersysteme der mittleren Breiten. Das Satellitenbild wurde vom MODIS Instrument auf dem Terra Satelliten aufgenommen. Eine Abfolge von Hoch- und Tiefdruckgebieten (T) kann an Hand der Wolkenbedeckung identifiziert werden. Das Wellenmuster des dazugehörigen Rossbywellenpaketes ist an Hand der gelben Linie angedeutet. Quelle: NASA, EOSDIS, 'world view', 27.05.2013 - Zur Verfügung gestellt von Michael Riemer.

cierte Dynamik beschrieben werden kann. Dies führte zur Annahme, dass Rossbywellenpakete leicht vorherzusagen sind und sich damit positiv auf die Vorhersagbarkeit der einzelnen Hoch- und Tiefdruckgebiete auswirken (Grazzini 2007; Grazzini und Vitart 2015). Jedoch werden Vorhersagefehler der potentielle Vorticity (PV) gerade entlang des Strahlstroms maximal (Dirren et al. 2003). Diese Fehler können sich zudem entlang der Rossbywellenpakete stromabwärts ausbreiten und so die Vorhersagbarkeit in weit entfernten Regionen beeinflussen (Anwender et al. 2008). Damit können Feuchtprozesse, die innerhalb konvektiver Regionen und Tiefdruckgebieten stattfinden die Lage und Struktur des Strahlstroms und damit des Rossbywellenpaketes modifizieren (Grams et al. 2013; Rodwell et al. 2013). Da diese Prozesse häufig unzureichend in den Modellen beschrieben sind, führen sie zu Vorhersagefehlern, die sich stromabwärts ausbreiten. Daher ist es wichtig alle Einflussfaktoren für die Entstehung und Ausbreitung der Wellenpakete zu kennen und zu verstehen, um eine möglichst exakte Vorhersage zu ermöglichen.

Das Ziel dieser Arbeit ist es daher die Dynamik von Rossbywellenpaketen besser zu verstehen. Wir bedienen uns dabei der $PV-\theta$ -Sichtweise (Hoskins et al. 1985), die die PV auf Schichten konstanter potentieller Temperatur (θ) betrachtet, wobei die PV für adiabatische Prozesse erhalten ist. Innerhalb dieser Sichtweise ist es möglich die Dynamik der Atmosphäre vollständig an Hand der folgenden Prozesse zu beschreiben. Die Grundlage der Rossbywellendynamik fußt auf linearer Theorie und konzentriert sich auf die Dynamik der Wellenpakete selbst. Sie besteht aus einer Überlagerung der intrinsischen Phasenausbreitung und der Advektion des Hintergrundwindes (Hoskins et al. 1985). Die Rossbywellenpakete wechselwirken zudem mit der Dynamik in der unteren Troposphäre, die durch Temperaturadvektion innerhalb der einzelnen Hoch- und Tiefdruckgebiete dominiert wird (Eady 1949). Die aufsteigenden Luftmassen innerhalb dieser Tiefdruckgebiete führen trogvorderseitig zu divergentem Ausströmen (Shapiro und Kennedy 1981), was so besonders die Rücken der Rossbywellenpakete beeinflusst (Riemer et al. 2008). Das divergente Ausströmen ist zum Teil dynamisch motiviert, wird allerdings zu einem großen Teil durch diabatische Prozesse indirekt verstärkt. Der direkte Einfluss diabatischer Prozesse hingegen modifiziert besonders die Lage und Struktur des Strahlstroms. In dieser Arbeit wird der direkte Einfluss der latenten Wärme und der langwelligen Strahlung untersucht. Basierend auf der PV- θ -Sichtweise der Atmosphäre wird eine Diagnostik entwickelt und angewandt, die den Einfluss dieser Prozesse auf die Welle und damit deren relative Wichtigkeit untersucht.

Die Trennung dieser Prozesse geschieht mit Hilfe einer PV-Inversion und Helmholtz-Partition, während der direkte Einfluss diabatischer Prozesse mit Hilfe des *Year of Tropical Convection* (YOTC)-Datensatzes untersucht wird. Anschließend wird der Einfluss dieser Prozesse auf die Amplitude der einzelnen Tröge und Rücken der Rossbywellen quantifiziert. Die einzelnen Tröge und Rücken werden als PV-Anomalien auf isentropen Flächen identifiziert.

Ein Vorteil der PV, im Vergleich z. B. zum Geopotential, ist, dass die Struktur der Rossbywelle detailliert wiedergegeben werden kann. Zudem ist die PV auf isentropen Flächen bei adiabatischen Prozessen erhalten. Zusätzlich kann die hier entwickelte Diagnostik als Grundlage für weiterführende Studien verwendet werden. Davies und Didone (2013) entwickelten eine auf der PV- θ -Sichtweise basierenden Gleichung um Vorhersagefehler auf isentropen Schichten zu untersuchen. Baumgart et al. (2018) verwendet diese Gleichung in Kombination mit der hier verwendeten Unterteilung, um die für Fehlerwachstum verantwortlichen Prozesse zu untersuchen.

Die Arbeit wird folgendermaßen gegliedert: In Kapitel 2 werden neben dem PV-Denken die wichtigsten Prozesse für die Ausbreitung von Rossbywellen innerhalb der PV- θ -Sichtweise vorgestellt. Besonders Wert gelegt wird dabei auf die Unterscheidung zwischen Rossbywellen und deren theoretische Grundlagen und Rossbywellenpaketen, wie sie in der Realität vorkommen. In Kapitel 3 wird anschließend die entwickelte Diagnostik vorgestellt. Darin enthalten sind die Aufteilung der unterschiedlichen Prozesse, sowie die Quantifizierung der unterschiedlichen Prozesse für die einzelnen Tröge und Rücken der Wellenpakete. Kapitel 4 liefert die darauf basierende Technik der PV-Inversion. Dort wird auch darauf eingegangen, welche Änderungen und Versuche unternommen wurden einen hemisphärischen, schnellen und dennoch robusten PV-Inversionscode nach der Vorlage von Davis und Emanuel (1991) zu erhalten. Die entwickelte Diagnostik wird anschließend in Kapitel 5 auf drei unterschiedliche Rossbywellenpakete angewandt und in Kapitel 6 für mehrere Wellenpakete in einer Composite-Analyse zusammengefasst und ausgewertet. Abschließend findet sich in Kapitel 7 eine Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse, sowie ein Ausblick für weitere Untersuchungen.

Kapitel 2: Die PV-Perspektive

In dieser Arbeit werden Rossbywellenpakete an Hand der PV auf isentropen Flächen, die die Tropopause schneiden, untersucht. Zur Veranschaulichung solch eines Rossbywellenpaketes ist in Abbildung 2.1 die PV auf der 325 K-Isentropen dargestellt. Das Rossbywellenpaket ist deutlich an Hand seiner wellenartigen Struktur entlang der dynamischen Tropopause, die durch die 2 PVU-Konturlinie (1 PVU = $1 \cdot 10^{-6} \text{Km}^2 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-1}$) beschrieben wird, zu erkennen. Zusätzlich kann die Tropopause durch den stärksten PV-Gradienten auf einer isentropen Fläche identifiziert werden, mit sehr hohen PV-Werten nördlich und oberhalb der Tropopause und sehr geringen Werten südlich und unterhalb.

In diesem Kapitel wird zuerst in Abschnitt 2.1 die PV mit ihren Eigenschaften und Anwendungen vorgestellt. In Abschnitt 2.2 werden die theoretischen Grundsteine zum Verständnis der Dynamik von Rossbywellenpaketen aus der PV- θ Sichtweise gelegt. Dabei wird besonders zwischen dem theoretischen Konzept von Rossbywellen und der Existenz von Rossbywellenpaketen in der Realität unterschieden.



Abbildung 2.1: PV-Verteilung eines Rossbywellenpaketes. Voll ausgeprägtes Rossbywellenpaket zwischen -210° und 30° auf der 325 K Isentropen am 28.10.2008 00 UTC. Das Geopotential (alle 5 gpm) auf 850 hPa ist in dünnen grauen Konturen dargestellt. Die 2 PVU-Kontur entlang des schärfsten PV-Gradienten (dicke schwarze Linie) repräsentiert die dynamische Tropopause.

2.1 Das PV-Denken

Die PV ist eine skalare Größe, die dynamische und thermodynamische Eigenschaften vereint. In dieser Arbeit wird Ertels PV (Ertel 1942) mit der hydrostatischen Näherung verwendet (Wirth 2003, S. 94)

$$PV = -\frac{1}{\rho} \boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{\theta}.$$
(2.1)

Dabei bezeichnet ρ die Dichte, $\eta = \nabla \times \mathbf{v} + f\mathbf{k}$ den Vektor der absoluten Vorticity, \mathbf{v} den horizontalen zweidimensionalen Wind, f den Coriolisparameter, \mathbf{k} den vertikalen Einheitsvektor, θ die potentielle Temperatur und ∇ den dreidimensionalen Nabla-Operator. Eine wichtige Eigenschaft der PV ist, dass sie für adiabatische, reibungsfreie Strömungen materiell erhalten ist, das bedeutet

$$\frac{DPV}{Dt} = \frac{\partial PV}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla PV = 0.$$
(2.2)

Die materielle Ableitung $\frac{D}{Dt}$ gibt die zeitliche Änderung der PV innerhalb eines Luftpakets an, das sich mit der vollen dreidimensionalen Strömung **u** mitbewegt. Die lokale Änderung der PV mit der Zeit beschreibt die PV-Tendenz an einem festen Ort und kann unter adiabatischen Bedingungen nur durch Advektion von Luftmassen niedrigerer oder höherer PV bewirkt werden. Da adiabatische, reibungsfreie Strömung parallel zu den Isentropen verläuft, bietet sich eine Beschreibung der PV in isentropen Koordinaten an (Holton 2008, S. 96)

$$PV_{\theta} = -g(\zeta_{\theta} + f)\frac{\partial\theta}{\partial p} = \frac{\zeta_{\theta} + f}{\sigma}.$$
(2.3)

 ζ_{θ} ist die vertikale Komponente der relativen Vorticity auf einer isentropen Fläche. Dabei muss beachtet werden, dass sich ζ_{θ} damit von der relativen Vorticity auf einer Druckfläche unterscheidet. Des Weiteren gilt die Darstellung der PV auf isentropen Flächen nur für die hydrostatische Näherung der Ertel PV aus Gleichung 2.1 (Wirth 2003, S. 35). Wenn nicht anders angegeben, sind alle Gleichungen im Folgenden in isentropen Koordinaten angegeben. Der Einfachheit halber wird daher auf das Subskript $_{\theta}$ verzichtet.

Die PV ist nicht nur auf Grund ihrer Erhaltungseigenschaft dynamisch sehr wertvoll, sondern fasst als eine skalare Größe die balancierte Dynamik vollständig zusammen. Sind zusätzlich zur PV-Verteilung eine Gleichgewichtsbedingung und geeignete Randbedingungen gegeben, darunter die potentielle Temperatur am Boden, kann mit Hilfe der Inversion eines elliptischen Laplace-Operators \mathcal{L} die horizontale, balancierte Strö-



Abbildung 2.2: Stabilität und Strömung einer PV-Anomalie. Vertikalschnitt durch eine positive isolierte PV-Anomalie (gepunktete Region). Die horizontalen Kontoren zeigen die potentielle Temperatur θ (alle 5 K), die teilweise geschlossenen Konturen die zyklonale Strömung (alle 3 m/s) senkrecht durch die Zeichnungsebene. Die dicke Linie deutet die Tropopause an. Abbildung aus Hoskins et al. (1985), von A.J. Thorpe.

mung Ψ und die Massenverteilung Φ und damit die Stabilität vollständig festgelegt werden, d. h. $\mathcal{L}^{-1}(PV) \to \Psi, \Phi$. Diese Eigenschaft wird als **Invertibilitätsprinzip** bezeichnet. Die PV-Inversion, die in Abschnitt 4.1 im Detail eingeführt wird, ist eine Anwendung dieser Eigenschaft.

In Abbildung 2.2 ist das balancierte Windfeld und die Verteilung der Isentropen einer isolierten, positiven PV-Anomalie in der oberen Troposphäre dargestellt. Positive PV-Anomalien sind mit einem zyklonalen Windfeld verbunden, das sich auch außerhalb des Bereichs der Anomalie erstreckt. Außerdem ist zu sehen, dass die Isentropen innerhalb der Anomalie zusammengedrückt sind und die Stabilität in dieser Region erhöht ist. Negative Anomalien hingegen sind mit einem antizyklonalen Windfeld verbunden und die Stabilität innerhalb der Anomalie ist reduziert.

Temperaturanomalien am Boden verhalten sich ähnlich wie PV-Anomalien. Bretherton (1966) konnte zeigen, dass Temperaturanomalien am Boden mit Hilfe der δ -Funktion als infinitesimal flache PV-Anomalien direkt innerhalb des Gebiets dargestellt werden können. Warmanomalien entsprechen dabei positiven und Kaltanomalien negativen PV-Anomalien. Auf die praktische Anwendung dieser Erkenntnis kommen wir später zu sprechen.

Die PV-Verteilung in der Atmosphäre weist eine charakteristische Struktur auf. So können bestimmte Wettersysteme, wie z. B. Zyklonen, durch isolierte Maxima in der PV erkannt werden. Definiert man einen Hintergrundszustand, z. B. ein klimatologisches Mittel, kann man PV-Anomalien als Abweichungen von diesem Hintergrund definieren und einzelnen Wettersystemen zuordnen. Diese Eigenschaft wird als **Partitionierungsprinzip** (Hoskins et al. 1985) bezeichnet. In Kombination mit dem Invertibilitätsprinzip ist es möglich die balancierte Dynamik einzelner PV-Anomalien zu bestimmen. Diese unterteilte Inversion wird als stückweise PV-Inversion bezeichnet und stellt ein wichtiges Werkzeug für diese Arbeit dar.

Isolierte PV-Maxima entstehen häufig auf Grund diabatischer Prozesse. Damit spielen diese Prozesse eine wichtige Rolle für die Dynamik der Atmosphäre und können in deren Beschreibung nicht mehr vernachlässigt werden. Unter diesen Umständen ist die PV nicht mehr materiell erhalten. Diabatische Strömungen verlaufen außerdem nicht länger parallel zu den Isentropen, d. h. es existiert eine Vertikalgeschwindigkeit in isentropen Koordinaten, $\dot{\theta}$. Die lokale Änderung der PV wird damit nicht mehr nur durch Advektion bewirkt, sondern zusätzlich durch diabatische Modifikation. Diese kann nach Hoskins et al. (1985) wie folgt geschrieben werden

$$\frac{\partial PV}{\partial t} = \underbrace{-\mathbf{v} \cdot \nabla_{\theta} PV}_{\text{horizontale Advection}} - \underbrace{\dot{\theta} \frac{\partial PV}{\partial \theta} + PV \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sigma} \left(\mathbf{k} \times \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \theta} \right) \cdot \nabla \dot{\theta}}_{\text{diabatische Modifikation}}.$$
(2.4)

Dabei ist ∇_{θ} der zweidimensionale, horizontale Nabla-Operator und v der zweidimensionale, horizontale Wind entlang einer isentropen Fläche. ∇ bezeichnet den dreidimensionalen Nabla-Operator in isentropen Koordinaten und k den vertikalen Einheitsvektor senkrecht auf die isentrope Fläche.

Die diabatische Modifikation setzt sich aus drei Termen zusammen und lässt sich nach Davies und Didone (2013) mit dem vertikalen Anteil der Vorticitygleichung vergleichen: i) vertikale Advektion der PV mit der 'pseudo'-Vertikalgeschwindigkeit $\dot{\theta}$, ii) Änderung der vertikalen Stabilität und iii) Neigung horizontaler Vorticity¹. Der Übersichtlichkeit halber werden die Terme für die diabatische Modifikation im Folgenden in der Funktion $DIA(\dot{\theta}, PV, \mathbf{v})$ zusammengefasst, so dass für ∇_{θ} im Folgenden auf das Subskript verzichtet werden kann.

Wie schon erwähnt, lassen sich Wettersysteme sehr gut mit Hilfe der Strukturen der PV-Verteilung oder der PV-Anomalien identifizieren. Auf der synoptischen Skala weisen Rossbywellen ebenfalls eine charakteristische PV-Anomaliestruktur auf. Diese sollen im folgenden Kapitel eingeführt werden.

¹Dieser Beitrag ist in der Regel eine Größenordnung kleiner, wird aber der Vollständigkeit halber in den folgenden Berechnungen nicht vernachlässigt.

2.2 Rossbywellen und Rossbywellenpakete

Rossbywellen sind großskalige Wellen in der oberen Troposphäre, deren Tröge häufig mit Tiefdruckgebieten und deren Rücken häufig mit Hochdruckgebieten in den mittleren Breiten verbunden sind. Rossbywellen breiten sich entlang sog. Strahlströme aus, die als Wellenleiter fungieren (Martius et al. 2010). Sie können mit Hilfe des Geopotentials, des Meridionalwindes oder, wie in dieser Arbeit, mit Hilfe der PV durch ihre abwechselnden Trog- und Rückenstrukturen identifiziert werden.

Die Ausbreitung von Rossbywellen wurde erstmals von Rossby (1940) mit Hilfe von Stromlinien und PV-Isolinien und deren relativer Orientierung beschrieben. Diese Erklärung klingt zunächst kompliziert, beschreibt jedoch lediglich die Advektion von PV und damit die Argumente des PV-Denkens, wie sie von Hoskins et al. (1985) zusammengefasst wurden. In Abbildung 2.3 ist eine Rossbywelle schematisch auf einer isentropen Fläche dargestellt. Die Tröge und Rücken der Welle sind durch + und - Zeichen gekennzeichnet und stellen positive und negative meridionale Auslenkungen über einen zonalen PV-Gradienten hinaus dar. Positive Anomalien sind mit einem zyklonalen und negative Anomalien mit einem antizyklonalen Windfeld verbunden. Das resultierende meridionale Windfeld ist gerade entlang der Flanken maximal, d. h. die maximale meridionale Auslenkung und das resultierende Windfeld sind um $\pi/2$ verschoben. Entlang des resultierenden meridionalen Windfeldes werden unter der Annahme eines nordwärts gerichteten PV-Gradienten niedrigere PV-Werte nordwärts und höhere PV-Werte südwärts transportiert. Die damit verbundene PV-Advektion führt zu einer Verschiebung



Abbildung 2.3: Mechanismus zur intrinsischen Phasenausbreitung einer Rossbywelle. + und - Zeichen kennzeichnen Tröge und Rücken auf einer Isentropen. Die dazugehörigen zyklonalen und antizyklonalen Windfelder sind durch die runden Pfeile dargestellt. Die dicken Pfeile stellen Richtung und Phase des resultierenden meridionalen Windfeldes dar und führen durch Advektion zu einer Verlagerung der Anomalien nach Westen, relativ zum ostwärts gerichteten Grundstrom. Aus Hoskins et al. (1985).

der Konturlinien konstanter PV. Dadurch kommt es relativ zum Grundstrom zu einer Ausbreitung der Wellenphase nach Westen. Diese Ausbreitung relativ zum Grundstrom stellt die intrinsische Phasenausbreitung dar. Zusätzlich zur intrinsischen Phasenausbreitung werden die Tröge und Rücken mit dem Grundstrom stromabwärts advehiert. Die resultierende Phasengeschwindigkeit ist daher eine Überlagerung aus der Phasenverschiebung durch den ostwärts gerichteten Grundstrom und der westwärts gerichteten, intrinsischen Ausbreitung der Wellenphase. Ist die Phasenverschiebung durch den Grundstrom größer bzw. kleiner als die intrinsische Phasenausbreitung, breitet sich die Wellenphase stromabwärts bzw. stromaufwärts aus. Sind beide gleich groß, ist die Wellenphase stationär. Diese relative Ausbreitungsgeschwindigkeit ist von der jeweiligen Wellenlänge abhängig. Grob gesprochen werden kleinskalige Wellen mit dem Grundstrom stromabwärts advehiert, während bei großskaligen Wellen die intrinsische Phasenausbreitung dominiert. Diese Wellenausbreitung beschreibt den linearen Ausbreitungsmechanismus barotroper² Rossbywellen.

Durch unterschiedliche Sonneneinstrahlung auf der Erde entsteht ein Temperaturgradient vom Äquator zu den Polen. Dieser Temperaturgradient ist charakteristisch für eine barokline Atmosphäre. Solch eine Atmosphäre befindet sich nicht im Zustand minimaler potentieller Energie. Dies ist eine wichtige Voraussetzung für barokline Instabilität, das exponentielle Anwachsen kleiner Störungen, und ist ein wichtiger Mechanismus für die Entstehung von Hoch- und Tiefdruckgebieten. Die erste Beschreibung barokliner Instabilität fand seinen Ursprung im Eady (1949)-Modell. Eady untersuchte dabei die Entwicklung wellenförmiger Störungen eines instabilen Grundzustandes, sog. Normalmoden. Ein wichtiges Ergebnis des Eady-Modells ist, dass Wellen einer bestimmten Wellenlänge favorisiert anwachsen (Eady-Mode). Diese Wellenlänge (der Abstand zwischen zwei Tiefdruckgebieten) beträgt rund 4000 km und stimmt trotz der Einfachheit des Eady-Modells recht gut mit synoptischen Beobachtungen überein. Eady legte damit einen wichtigen theoretischen Grundstein für unser heutiges Verständnis über die Entstehung von Hoch- und Tiefdruckgebieten.

Im PV-Denken kann barokline Instabilität sehr anschaulich an Hand der gegenseitigen Verstärkung baroklin gekoppelter Rossbywellen erklärt werden. In Abbildung 2.4, sowie im Eady-Modell, sind die Rossbywellen durch zwei PV-Wellen am oberen und unteren Rand definiert. Dank Bretherton (1966) kann die Welle am unteren Rand äquivalent als Temperaturwelle betrachtet werden, wobei positive PV-Anomalien einer Warmanomalie und negative PV-Anomalien einer Kaltanomalie entsprechen. Jede Welle ist mit einem Windfeld verbunden, das nicht nur auf der Schicht der eigenen Welle wirkt, sondern sich vertikal bis auf das Niveau der anderen Welle erstreckt. Dies führt dazu, dass

 $^{^2 {\}rm In}$ diesem Zusammenhang beschreibt barotrop, dass keine Wechselwirkung mit der Dynamik in der unteren Troposphäre stattfindet im Gegensatz zu baroklinen Rossbywellen.



Abbildung 2.4: Gegenseitige Verstärkung baroklin gekoppelter Rossbywellen. Die Welle ist durch positive (+q') und negative (-q') PV-Anomalien dargestellt, wobei sich die obere (untere) Welle entlang eines nordwärts (südwärts) gerichteten PV-Gradienten (\bar{q}_y) ausbreitet. Die intrinsische Phasenausbreitung (dicke horizontale Pfeile) ist demnach bei der oberen (unteren) Welle nach Westen (Osten) gerichtet, entgegen den Grundstrom U. U ist dabei als Abweichung zum Windfeld innerhalb des Gebietes definiert. Die schwarzen Pfeile stellen die meridionale Komponente des resultierenden Windfeldes der Welle auf dem Niveau der eigenen Welle, die gestrichelten Pfeile auf dem Niveau der anderen Welle dar. Die Phasenverschiebung der Wellen zueinander liegt zwischen 0 und $\pi/2$. Aus Heifetz et al. (2004a).

jedes der Windfelder nicht nur die eigene Welle, sondern auch die PV auf dem Niveau der anderen Welle advehiert. Die Stärke des Windfelds auf dem Niveau der anderen Welle hängt dabei von der eigenen Wellenlänge und der dazwischenliegenden vertikalen Schichtung ab. Die Advektion der PV durch das Windfeld verbunden mit der eigenen Welle ist daher um ein Vielfaches stärker als das Windfeld verbunden mit der anderen Welle. Da jedoch auf dem Niveau der eigenen Welle die resultierende meridionale Komponente und damit die PV-Advektion an den Flanken maximal wird, bewirkt diese primär eine Verschiebung. Bei geeigneter Phasenverschiebung $0 < \Delta \varphi < \pi$ beider Wellen zueinander, ist das Windfeld auf dem Niveau der anderen Welle so orientiert, dass die Advektion der PV durch dieses Windfeld innerhalb der Anomalie maximal wird und so zu einer Verstärkung der Anomalien führt. Ist die Phasenverschiebung zwischen $0 < \Delta \varphi < \pi/2$ (s. Abbildung 2.4) verstärkt das Windfeld nicht nur die Anomalie, sondern unterstützt zudem die intrinsische Phasenausbreitung jeder Welle, d. h. die Phasenausbreitung gegen den Grundstrom nimmt zu. Dies führt zudem dazu, dass die Phasenverschiebung beider Wellen zueinander zunimmt. Liegt die Phasenverschiebung zwischen $-\pi/2 < \Delta \varphi < \pi/2$, wird die intrinsische Phasenausbreitung jeder Welle abgeschwächt und die Phasenverschiebung beider Wellen zueinander nimmt ab. Dies

führt dazu, dass die Wellen eine Phasenverschiebung von $\pi/2$ favorisieren und sich dabei immer weiter verstärken. Diese Gleichgewichtsposition beschreibt das Prinzip der baroklinen Instabilität von Normalmoden. Beachte, dass für die obere Welle $\bar{q}_y > 0$ und U > 0 und für die untere Welle $\bar{q}_y < 0$ und U < 0 gilt. Die Ausbreitung entlang entgegengesetzter Gradienten ist nach Charney und Stern (1962) eine notwendige Bedingung für die gegenseitige Verstärkung und damit für barokline Instabilität.

Das hier gezeigte Bild der baroklinen Instabilität liefert nicht nur eine anschauliche qualitative Beschreibung, sondern hat quantitative Gültigkeit, wie in Heifetz et al. (2004a) und Heifetz et al. (2004b) gezeigt wurde. Die Autoren erweiterten die theoretische Beschreibung des Konzepts gekoppelter Rossbywellen. Zum einen entwickelten sie eine mathematische Beschreibung der Amplitude und Phase beider Wellen mit Hilfe des anschaulichen Konzepts des PV-Denkens. Zum anderen verifizierten sie diese Ergebnisse basierend auf Orthogonalitätsbedingungen von Wellenaktivität und -energie. Dieses einfache Modell gekoppelter Randwellen wurde in neueren Studien Schritt für Schritt erweitert. Neben der Einführung eines PV-Gradienten im Inneren des Gebietes (Vries et al. 2009), stellt die Einführung von Feuchte in Vries et al. (2010) die größte Erweiterung dar. Dabei entwickelten die Autoren ein theoretisches Modell auf Grundlage quasi-geostrophischer PV, um die Wechselwirkung zwischen diabatischen Prozessen und Rossbywellen zu beschreiben. Dieser Einfluss wird im Folgenden für Rossbywellenpakete noch ausführlich beschrieben. Dabei unterscheidet sich das feuchte Modellkonzept von den vorherigen trockenen dahingehend, dass im Inneren des Gebietes zwei weitere Wellen unterhalb und oberhalb des Maximums der Freisetzung latenter Wärme eingeführt werden. Mit Hilfe dieser vier Wellen kann dann die Wechselwirkung der unterschiedlichen Prozesse miteinander beschrieben werden.

Die zuvor genannten Arbeiten legten wichtige theoretische Grundsteine für unser heutiges Verständnis über die Dynamik von Rossbywellen. Mehrere Studien in den 90er-Jahren (Lee und Held 1993; Berbery und Vera 1996) zeigten jedoch, dass Rossbywellen in der Realität oft als sich stromabwärts entwickelnde Wellenpakete organisiert sind. Solche Rossbywellenpakete propagieren schneller, als es ihre Phasengeschwindigkeit erlauben würde. Die Dispersion der Welle, d. h. das Phänomen, dass die Gruppengeschwindigkeit größer ist als die Phasengeschwindigkeit, wird als Entwicklung stromabwärts (*engl. downstream development*) bezeichnet (z. B. Chang 1993). Die räumliche und zeitliche Entwicklung eines Rossbywellenpaketes kann in einem sog. Hovmöller-Diagramm zusammengefasst werden.

In Abbildung 2.5 ist solch ein Hovmöller-Diagramm für den über 30° N bis 60° N gemittelten Meridionalwind auf 300 hPa zu sehen. Dabei ist die Zeit gegen den Längengrad



Abbildung 2.5: Ausbreitung von Rossbywellenpaketen. Hovmöller-Diagramm des über 30° N bis 60° N gemittelten Meridionalwindes auf 300 hPa vom 13. Januar 2009 bis 16. Februar 2009 (Ordinate) von Ed Chang. Der Längengrad ist auf der Abszisse aufgetragen und zeigt die Ausbreitung der Welle nach Osten. Zudem ist deutlich zu erkennen, dass die Gruppengeschwindigkeit (grauer Pfeil) der Welle größer ist als die Phasengeschwindigkeit (schwarzer Pfeil). Quelle: http://www.msrc.sunysb.edu/-chang/personal/Wave/anal.gif (Stand: 8.04.2013).

aufgetragen. Die Wellenstruktur zeigt sich deutlich im abwechselnd nord- und südwärts gerichteten Meridionalwind. Es ist zu erkennen, dass Rossbywellen nicht omnipräsent sind, sondern Start- und Endpunkte aufweisen und damit Wellenpakete darstellen. Außerdem ist ersichtlich, dass die Gruppengeschwindigkeit (grauer Pfeil) größer ist als die Phasengeschwindigkeit (schwarzer Pfeil).

Die Entwicklung stromabwärts von Rossbywellenpaketen lässt sich analog zur Phasenausbreitung im Rahmen des PV-Denkens anschaulich erklären. In Abbildung 2.6 ist ein isolierter Trog an einem PV-Sprung dargestellt. Im Süden befinden sich niedrige und im Norden hohe PV-Werte. Wie bereits bekannt, ist der Trog mit einem zyklonalen Windfeld verbunden und advehiert niedrigere PV-Werte trogvorderseitig nordwärts und hohe



Abbildung 2.6: Ausbreitungsmechanismus eines isolierten Höhentrogs. Höhentrog entlang eines PV-Sprungs (q_0) . Die schwarzen Pfeile stellen das mit dem primären Trog assoziierte Windfeld dar. Dieses Windfeld advehiert hohe PV südwärts und niedrige PV nordwärts und generiert stromauf- und stromabwärts der primären Anomalie eine neue positive und negative Anomalie (gestrichelte Linie). Die Verlagerung der positiven Anomalie nach Westen zeigt die intrinsische Phasenausbreitung, während die neue negative PV-Anomalie die Entwicklung stromabwärts darstellt. Aus Wirth (2013), S. 362.

PV-Werte an der Rückseite des Troges südwärts. Neben der intrinsischen Phasenausbreitung nach Westen beobachtet man bei einem Wellenpaket, im Gegensatz zur Welle, den Aufbau eines Rückens (gestrichelte Linie) an der Vorderflanke des Wellenpakets. Im späteren Verlauf wird dieser Rücken einen neuen Trog stromabwärts initialisieren und den primären Trog stromaufwärts abschwächen. So werden entlang des PV-Sprungs stromabwärts immer wieder abwechselnd positive und negative Anomalien initialisiert, während die Anomalien stromaufwärts abgeschwächt werden. Besteht ein Rossbywellenpaket aus mehreren aufeinanderfolgenden Anomalien, kann dieser Prozess ebenso zur Verstärkung und Abschwächung der Anomalien innerhalb des Wellenpaketes führen, sofern eine Asymmetrie zwischen den Anomalien stromauf- bzw. stromabwärts vorliegt. Dieser Prozess, zusammen mit der Überlagerung auf Grund der Advektion der Welle mit der Hintergrundsströmung, wird in dieser Arbeit als **quasi-barotrope Ausbreitung** bezeichnet. Mit diesem Bild vor Augen ist es einfach sich vorzustellen, dass die Gruppengeschwindigkeit eines Rossbywellenpaketes größer ist als die Phasengeschwindigkeit der einzelnen Tröge und Rücken.

Auch Rossbywellenpakete wechselwirken mit der Dynamik in der unteren Troposphäre. Für eine barokline Atmosphäre wurde die Entwicklung eines Wellenpaketes aus einer lokalen Störung heraus zuerst von Simmons und Hoskins (1979) beschrieben. Sie fanden heraus, dass diese Ausbreitung schneller und deren Tiefdruckgebiete intensiver sein



Abbildung 2.7: Barokline Wechselwirkung eines isolierten Höhentrogs. Vertikalschnitt eines Troges (dickes + Zeichen) in der oberen Troposphäre oberhalb einer baroklinen Zone. Das mit dem Trog verbundene Windfeld (dicke Pfeile) induziert eine Warmluftanomalie am Boden (offenes + Zeichen). Die Warmluftanomalie ist wiederum mit einem Windfeld verbunden (offene Pfeile) und beeinflusst die PV-Anomalien in der oberen Troposphäre. Dieser Prozess stellt eine positive Rückkopplung dar, da sich die Anomalien in der oberen und unteren Troposphäre gegenseitig verstärken. In einer feuchten Atmosphäre können zusätzlich diabatisch erzeugte PV-Anomalien innerhalb der Warmluftanomalie (rote Fläche) das Windfeld verstärken. Aus Hoskins et al. (1985) (angepasst).

können, als es beim Normalmodenwachstum z. B. des Eady Modells, der Fall ist. Zudem waren sie Wegbereiter für Orlanski und Mitautoren (z. B. Orlanski und Katzfey 1991; Orlanski und Chang 1993; Orlanski und Sheldon 1993; Orlanski und Sheldon 1995), die den Begriff der baroklinen Entwicklung stromabwärts (engl. baroclinic downstream development) prägten. Orlanski und Mitautoren verwendeten für ihre Untersuchungen die mittlerweile weit verbreitete Eddy Kinetic Energy (EKE)-Diagnostik. In dieser startet die barokline Entwicklung stromabwärts von einem bereits existierenden EKE-Zentrum, d.h. einem lokalen Maximum an kinetischer Energie, z.B. an der Vorderflanke eines primären Troges. Von solch einem EKE-Zentrum ausgehend, wird Energie mit Hilfe des ageostrophischen Geopotentialflusses stromabwärts transportiert. Dabei entsteht dort ein neues EKE-Zentrum. Gleichzeitig wechselwirkt der primäre Trog mit der Dynamik in der unteren Troposphäre und das neue EKE-Zentrum wird zusätzlich durch barokline Umwandlung verstärkt. Während das neue EKE-Zentrum bald beginnt Energie stromabwärts zu transportieren, kann es weiterhin durch barokline Umwandlung verstärkt werden. Dieser Kreislauf kann sich stromabwärts immer weiter fortsetzen.

Im PV-Denken kann barokline Entwicklung stromabwärts wie folgt beschrieben werden. In Abbildung 2.7 ist ein primärer Trog oberhalb einer baroklinen Zone dargestellt. Dieser wird stromabwärts einen Rücken aufbauen (wie in Abbildung 2.6), was der Entstehung eines neuen EKE-Zentrums auf Grund der Konvergenz des ageostrophischen Geopotentialflusses entspricht. Gleichzeitig jedoch advehiert das Windfeld in den unteren Schichten warme Luftmassen aus Süden entlang des Gradienten der baroklinen Zone und erzeugt trogvorderseitig eine positive Warmanomalie. Diese Warmanomalie wechselwirkt nun mit dem primären Trog und dem neu entstandenen Rücken und verstärkt beide. Dieser Prozess wird in dieser Arbeit als **barokline Wechselwirkung** bezeichnet. Der Rücken wird nun seinerseits stromabwärts neue Anomalien generieren und dabei mit der baroklinen Zone interagieren. Dabei entsteht eine sekundäre Zirkulation, die zu aufsteigenden Luftmassen trogvorderseitig und absinkenden Luftmassen trogrückseitig führt und damit zu einem adiabatisch angetriebenem divergenten bzw. konvergenten Wind in der Höhe. Dieser divergente Wind steckt, wie in Abschnitt 3.3 erläutert, neben der baroklinen Wechselwirkung in der baroklinen Umwandlung der EKE-Sichtweise, wird in der PV- θ -Sichtweise jedoch gesondert betrachtet.

Die bereits dargestellte Ausbreitung lokaler Störungen gilt sowohl für eine trockene als auch eine feuchte Atmosphäre. In einer feuchten Atmosphäre hingegen kann durch diabatische Prozesse wie Kondensation zusätzliche innere Energie freigesetzt werden. In Abbildung 2.8 ist ein lokaler Querschnitt durch die Atmosphäre dargestellt. Die Abbildung veranschaulicht die ersten beiden Terme der diabatischen Modifikation aus Gleichung 2.4 im Bezug zur Freisetzung latenter Wärme und zeigt somit deren direkten Einfluss auf die PV-Verteilung. Abbildung 2.8 (a) beschreibt dabei die Änderung der vertikalen Stabilität und Abbildung 2.8 (b) die vertikale Advektion mit der (generalisierten) Vertikalgeschwindigkeit $\dot{\theta}$. In Abbildung 2.8 (a) werden durch Freisetzung latenter Wärme die Isentropen unterhalb des Maximums der diabatischen Heizrate zusammengedrückt und oberhalb auseinandergezogen. Durch diese Änderung der vertikalen Stabilität werden positive und negative PV-Anomalien erzeugt. In Abbildung 2.8 (b) wird Wärme in Kombination mit lang anhaltendem Heizen freigesetzt, wie es z. B. bei frontalem Aufgleiten feuchter Luftmassen oder innerhalb eines Warm Conveyor Belts (WCBs) auftritt (z. B. Wernli und Davies 1997). Folgt man einem Luftpaket entlang einer Trajektorie durchquert es zu Beginn einen Bereich mit positiver PV-Änderung (DP > 0) und gewinnt daher an PV. Innerhalb des Bereichs in dem Wärme freigesetzt wird, erhöht sich die potentielle Temperatur $(D\theta > 0)$, d. h. das Luftpaket steigt auf und wechselt die isentrope Schicht (im Gegensatz zu adiabatischem Aufgleiten). Später durchquert das Luftpaket einen Bereich mit negativer PV-Änderung (DP < 0), so dass die bereits gewonnene PV wieder abgebaut wird. Dies ist ein Grund, warum Luftpakete häufig auf Höhe der Tropopause mit niedrigeren PV-Werten als ihre Umgebung enden und so negative PV-Anomalien erzeugen. Methven (2015) zeigte, dass der wichtigste Prozess zur Erzeugung dieser negativen PV-Anomalien jedoch nicht die Netto-PV-Änderung entlang der Trajektorien, sondern



Abbildung 2.8: Funktionsweise der diabatischen Modifikation. Vertikalschnitt zur Veranschaulichung der diabatischen Modifikation bei a) kurz-anhaltender Konvektion und b) lang anhaltendem Heizen. Die dunkelgraue Schattierung zeigt Regionen frei werdender latenter Wärme und die hellgrauen Regionen positive (+) und negative (-) PV-Anomalien. In a) werden die Isentropen (schwarze Linien) und so die vertikale Stabilität geändert. In b) stellen die schwarzen Linien Trajektorien von Luftpaketen dar. Entlang dieser ändert sich die PV und potentielle Temperatur innerhalb des Luftpaketes. Aus Wernli und Davies (1997).

der Netto-Massentransport und die damit verbundene Erhöhung der isentropen Fläche auf Höhe des Auströmens ist.

Der Einfluss diabatischer Prozesse, besonders verbunden mit WCBs, auf die Entwicklung von Rossbywellenpaketen rückte in den vergangenen Jahren immer mehr in den wissenschaftlichen Fokus (z. B. Riemer et al. 2008; Grams et al. 2011; Piaget et al. 2015). WCBs sind kohärente Luftströme feuchter aufsteigender Luftmassen, die im Warmsektor von Tiefdruckgebieten starten, sich während ihres Aufstiegs polwärts bewegen und auf Höhe der Tropopause enden. Sie sind ein wichtiger und frequenter Bestandteil von Tiefdruckgebieten (z. B. Madonna et al. 2014) und besitzen so ein großes Potential zur lokalen Änderung von Wellenpaketen. Grams et al. (2011) konnte zeigen, dass eine negative PV-Anomalie verbunden mit einem WCB zuerst die Rückenentwicklung stromabwärts verstärkt und anschließend zur Formation eines PV-Streamers führte, der Zyklogenese und starken Niederschlag auslöste.

Der generelle Einfluss diabatischer Prozesse auf die PV-Verteilung in der Atmosphäre und besonders auf Rossbywellenpakete wurde von Chagnon et al. (2013) untersucht. In



Abbildung 2.9: Einfluss diabatischer Prozesse auf ein Wellenpaket. Schematisch zusammengefasst wurde der Einfluss langwelliger Strahlung und der Freisetzung latenter Wärme durch Konvektion, in Wolken und innerhalb der Grenzschicht. Dabei kann die Bildung von positiven PV-Anomalien (+) innerhalb der Tröge und negativen PV-Anomalien (-) innerhalb der Rücken beobachtet werden. Aus Chagnon et al. (2013).

Abbildung 2.9 wurde der Einfluss der Freisetzung latenter Wärme in Wolken, durch Konvektion und innerhalb der Grenzschicht zusammen mit dem Einfluss der langwelligen Strahlung schematisch dargestellt. Sie fanden heraus, dass diabatische Prozesse positive PV-Tendenzen direkt oberhalb und negative PV-Tendenzen direkt unterhalb der Tropopause bewirken und daher den PV-Gradienten entlang der Tropopause verstärken. Die negativen Anomalien werden dabei größtenteils durch Konvektion und Wolken hervorgerufen, während die positiven PV-Anomalien innerhalb der Stratosphäre auf Grund langwelliger Strahlung generiert werden. Die positiven PV-Anomalien entstehen auf Grund der starken Feuchtunterschiede entlang der Tropopause. Da der Wasserdampf, in der Troposphäre das wirksamste strahlungsaktive Gas, in jeder Schicht mehr langwellige Strahlung emittiert als absorbiert, ist die Temperaturtendenz negativ, d. h. es ergibt sich Strahlungskühlung. Da die Troposphäre um ein Vielfaches feuchter ist als die Stratosphäre wird diese auch stärker gekühlt als die Stratosphäre, mit dem stärksten Gradienten entlang der Tropopause. Analog zu Abbildung 2.8 (a) wird PV oberhalb der stärksten Kühlungsrate generiert und unterhalb vernichtet. Solche Übergänge finden sich zudem an Wolkenober- und untergrenzen zwischen der feuchten Wolkenluft und der trockeneren Umgebungsluft. Die materielle Änderung der PV auf Grund von Strahlungsprozessen ist daher einerseits klimatologisch beeinflusst und andererseits durch die Wolkenverteilung verbunden mit synoptischen Wetterereignissen. Jedoch ist besonders der Einfluss der langwelligen Strahlung auf die Ausbreitung von Rossbywellenpaketen noch nicht gut verstanden.

Wie bereits erwähnt, können diabatische Prozesse zusätzlich einen indirekten Einfluss auf die Entwicklung von Rossbywellenpaketen haben. Da die Freisetzung latenter Wärme die Vertikalbewegung verstärkt, wird auch das Ausströmen und damit der **divergente Wind** verstärkt. Besonders im Zusammenhang mit Aufsteigenden Luftmassen innerhalb von WCBs kann starker divergenter Wind auf Tropopausenhöhe beobach-





tet werden (Piaget et al. 2015; Schneidereit et al. 2017). Der Einfluss des divergenten Windes auf Trog-Rückenpaare wurde schon von Davis et al. (1993) beschrieben. Ein exemplarisches Trog-Rückenpaar ist in Abbildung 2.10 dargestellt. Der divergente Wind advehiert die Konturlinien der PV und vergrößert somit den Rücken (Riemer und Jones 2010; Grams et al. 2013). Zudem wirkt der westwärts gerichtete Anteil des divergenten Windes entgegen der Phasengeschwindigkeit des Troges. Auf diese Weise kann dessen Ausbreitung verlangsamt und seine Struktur verändert werden (Pantillon et al. 2013; Riemer und Jones 2014).

Ein weiterer indirekter diabatischer Einfluss liegt im Zusammenhang mit der zyklonalen bzw. antizyklonalen Strömung von diabatisch erzeugten PV-Anomalien, s. rote Fläche in Abbildung 2.7 (b). Diese Zirkulation kann bis auf Höhe der Tropopause wirken und somit ebenfalls die PV-Verteilung verändern. Die Einteilung in direkt und indirekt diabatisch nahm zuerst Davis et al. (1996) vor, wobei er nur den divergenten Wind als indirekt diabatisch bezeichnete. Diese Arbeit folgt der von Davis et al. (1996) eingeführten Terminologie.

Kapitel 3: Methodik

Ein wichtiges Ziel dieser Arbeit ist es den Einfluss der in Kapitel 2 aus der PV- θ -Sicht vorgestellten physikalischen Prozesse auf den Lebenszyklus eines Rossbywellenpaketes zu quantifizieren. Dabei unterscheiden wir zwischen der quasi-barotropen Ausbreitung, der Wechselwirkung mit einer baroklinen Atmosphäre, dem Einfluss des divergenten Windes und der direkten diabatischen Modifikation.

Eine auf kinetischer Energie basierende Diagnostik wurde bereits in früheren Studien verwendet, um die Ausbreitung und Verstärkung von Rossbywellenpaketen zu untersuchen. Chang (2000) untersuchte in seiner Studie Rossbywellenpakete und einzelne Höhentröge auf der südlichen Hemisphäre in der Wintersaison 1984/85. Die Arbeit zeigt, dass die Entwicklung von Trögen zusammenhängender Wellenpakete durch die Divergenz des ageostrophischen Geopotentialflusses und damit durch Entwicklung stromabwärts dominiert werden. Außerdem folgten fast alle signifikanten Tröge¹ dem Konzept der baroklinen Entwicklung stromabwärts, wie es bereits in Abschnitt 2.2 beschrieben wurde.

Nielsen-Gammon und Lefevre (1996) verwendeten eine komplementäre Diagnostik und untersuchten innerhalb einer Fallstudie den Einfluss isentroper Advektion und Deformation auf die Bildung und Entwicklung eines Höhentroges. Dabei betrachteten sie Tendenzen der geopotentiellen Höhe am Ort des lokalen Minimums des Höhentrogs. Die von ihnen definierten Prozesse sind in Abbildung 3.1 aufgeführt. Zur Trennung der oberen und unteren Anomaliewindfelder, verwendeten sie stückweise quasi-geostrophische PV-Inversion und invertierten die oberen und unteren PV-Anomalien, zusammen mit den jeweiligen Temperaturanomalien am oberen und unteren Rand, getrennt voneinander. Die Tendenzen der Hintergrundsadvektion mit dem oberen Windfeld ordneten sie der Entwicklung stromabwärts (*engl. downstream development*) zu und die Tendenzen der Hintergrundsadvektion mit dem unteren Windfeld der baroklinen Verstärkung (*engl. baroclinic amplification*). Mit dieser Definition der Prozesse folgt der von ihnen untersuchte Höhentrog dem Konzept der baroklinen Entwicklung stromabwärts, wie es

¹Signifikante Tröge werden in seiner Arbeit über die Stärke der Wellenenergie und den beobachteten Abfall der geopotentiellen Höhe definiert.



Abbildung 3.1: Aufteilung advektiver Prozesse in Nielsen-Gammon und Lefevre (1996). Unterteilung der PV (hier q) und des Windes in Hintergrund $\overline{\mathbf{v}}$ und Anomalie \mathbf{v}' . Der Anomaliewind kann dabei ebenfalls in obere und untere vertikale Schichten aufgeteilt werden. Der dazugehörige Prozess ist an Hand der Tabelle abzulesen. Aus Nielsen-Gammon und Lefevre (1996).

von Orlanski und Sheldon (1995) innerhalb der EKE-Diagnostik aufgestellt wurde.

Riemer et al. (2008) entwickelten eine weiterführende Diagnostik basierend auf der Aufteilung der Entwicklung stromabwärts und der baroklinen Verstärkung von Nielsen-Gammon und Lefevre (1996). Sie untersuchten in idealisierten Modellläufen den Einfluss tropischer Wirbelstürme, die außertropische Umwandlung durchlaufen, auf Rossbywellenpakete und deren Entwicklung stromabwärts. Um genauere Ergebnisse auch bei starker relativer Vorticity erzielen zu können, verwendeten sie nicht lineare PV Inversion (Charney 1955; Davis und Emanuel 1991; Davis 1992a). Außerdem diagnostizierten sie zusätzlich den Einfluss des divergenten Windes, der in der Höhe ausströmenden Luft auf das Rossbywellenpaket. Es hat sich gezeigt, dass dieser eine wichtige Rolle für die Bildung und Verstärkung des Rückens in der Nähe des ehemaligen tropischen Wirbelsturms hat.

Um den Einfluss der diagnostizierten Prozesse auf den Rücken eines Rossbywellenpaketes quantitativ miteinander vergleichen zu können, untersuchten Riemer und Jones (2010) diese innerhalb eines vordefinierten Gebietes um die Rückenachse herum. Dieses Gebiet wurde in Riemer und Jones (2014) weiter verfeinert und automatisiert. Dabei wird ein bestehender Rücken an Hand positiver θ' -Anomalien zwischen zwei Trogachsen definiert. Analog wird ein Trog an Hand negativer θ' -Anomalien zwischen zwei Rückenachsen definiert. Diese Arbeit basiert auf den Arbeiten von Nielsen-Gammon und Lefevre (1996), Riemer et al. (2008), Riemer und Jones (2010) und Riemer und Jones (2014) und untersucht den Einfluss der Entwicklung stromabwärts, der baroklinen Wechselwirkung und des divergenten Windes auf die Gruppengeschwindigkeit von Rossbywellenpaketen. Zusätzlich wird außerdem erstmals die relative Wichtigkeit des direkten diabatischen Einflusses auf Rossbywellenpakete quantitativ diagnostiziert.

In diesem Kapitel wird die dafür entwickelte Methodik detailliert beschrieben. Zuerst wird in Abschnitt 3.1 auf die verwendeten Techniken zur Trennung der unterschiedlichen Prozesse eingegangen. In Abschnitt 3.2 wird anschließend vorgestellt, auf welche Weise der Einfluss der unterschiedlichen Prozesse auf die Entwicklung einzelner Tröge und Rücken des Rossbywellenpaketes objektiv quantifiziert werden kann. Die Diagnostik wird außerdem mit den Arbeiten von Chang (2000) und Nielsen-Gammon und Lefevre (1996) verglichen. Die für die Quantifikation benötigte objektive und automatische Erkennung der einzelnen Trog- und Rückengebiete wird in Abschnitt 3.4 beschrieben. Abschließend wird in Abschnitt 3.5 der YOTC-Datensatz vorgestellt, der für die Quantifikation der diabatischen Prozesse verwendet wird.

3.1 Unterteilung physikalischer Prozesse

Wir identifizieren Rossbywellen an Hand ihrer PV-Verteilung auf Isentropen, die die Tropopause schneiden. Aufbauend auf den Arbeiten von Nielsen-Gammon und Lefevre (1996) und Riemer et al. (2008), definieren wir einen Hintergrundzustand und zugehörige Anomalien als Abweichungen von diesem Hintergrund. In Abbildung 3.2 sind die zugehörigen PV-Anomalien für das Rossbywellenpaket aus Abbildung 2.1 gezeigt. Die Anomalien wurden als Abweichungen eines zeitlichen 30-Tage-Mittels berechnet, das um die Lebensdauer des Wellenpaketes zentriert wurde. Der Mittelungszeitraum ist so gewählt, dass die abwechselnden positiven und negativen PV-Anomalien entlang des Hintergrundgradienten mit den synoptisch-skaligen Trögen und Rücken des Wellenpaketes identifiziert werden können. Eine weitere Anforderung an den Hintergrund ergibt sich aus der Tatsache, dass dieser selbst eine stationäre Lösung der Bewegungsgleichungen sein soll. Sofern $-\overline{\mathbf{v}} \cdot \nabla \overline{PV} \approx 0$, ergibt sich ein quasi-stationärer Hintergrund, d. h. die lokale Änderung des Hintergrundes $\partial \overline{PV} / \partial t \approx 0$. Die integrierten Absolutwerte der Tendenzen sind für unterschiedliche zeitliche Mittel von 1 bis 60 Tagen in Abbildung 3.3 zu sehen und folgen mit der Anzahl der Tage, die für den Mittelungszeitraum verwendet wurden, einem exponentiellen Abfall. Ab 20 Tagen kann in guter Näherung von einer Sättigung ausgegangen werden. Damit zusätzlich die erste Bedingung der synoptisch-skaligen Wellen erfüllt ist, sollte der Mittelungszeitraum nicht zu lang ge-



Abbildung 3.2: PV-Anomalien eines Rossbywellenpaketes. Rossbywellenpaket aus Abbildung 2.1 zwischen -210° und 30°, dargestellt an Hand der abwechselnden positiven und negativen PV-Anomalien auf 325 K am 28.10.2008 00 UTC. Die grauen Linien zeigen die 2,3 und 4 PVU-Kontur des Hintergrundes, zunehmend von Süd nach Nord. Dieser wurde als 30-Tage-Mittel berechnet, zentriert um den 28.10.2008 12 UTC. Die 2 PVU-Kontur (schwarze Linie) repräsentiert die dynamische Tropopause.



Abbildung 3.3: Abhängigkeit des Hintergrundes vom Mittelungszeitraum. Lokale Änderung des Hintergrundes (in PVU m²/s) für unterschiedliche zeitliche Mittelungszeiträume von 1, 3, 5, 10, 15, 25, 30, 40 und 60 Tagen auf 250 hPa. Die Absolutwerte der Tendenzen wurden dabei von 20°N - 80°N integriert.

wählt sein, damit dieser als Hintergrund für ein bestimmtes Wellenpaket angesehen werden kann. Wir verwenden daher Mittelungszeiträume zwischen 20 und 30 Tagen.

Wird das Rossbywellenpaket an Hand seiner PV-Anomalien identifiziert, kann seine zeitliche Entwicklung über die zeitliche Entwicklung der PV-Anomalien beschrieben werden, da die lokale Änderung des Hintergrundes näherungsweise verschwindet. Daher kann die lokale Änderung der PV aus Gleichung 2.4 durch die lokale Änderung der PV-Anomalien ersetzt werden

$$\frac{\partial PV'}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla PV + DIA(\dot{\theta}, PV, \mathbf{v}), \qquad (3.1)$$

und es wird in dieser Arbeit gleichsam von PV und PV'-Tendenzen gesprochen. Um die advektiven Prozesse voneinander trennen zu können, verwenden wir stückweise PV-Inversion und Helmholtz-Partition, während für die diabatischen Prozesse die Temperaturtendenzen aus dem YOTC-Datensatz eingesetzt werden.

Die stückweise PV-Inversion invertiert die Hintergrunds-PV und die PV-Anomalien in der oberen und unteren Troposphäre separat voneinander, um die dazugehörigen balancierten Windfelder $\overline{\mathbf{v}}$, \mathbf{v}_o und \mathbf{v}_u zu erhalten. Die stückweise PV-Inversion, sowie die genaue Definition der Aufteilung in untere und obere Troposphäre, wird in Abschnitt 4.2 detailliert beschrieben. Um die intrinsische Phasenausbreitung und die Entwicklung stromabwärts der Welle aus der PV- θ -Sicht beschreiben zu können, ist das quasi-barotrope Windfeld als $\mathbf{v}_{qb} = \overline{\mathbf{v}} + \mathbf{v}_o$ definiert. Barokline Prozesse werden durch die Wechselwirkung mit der Dynamik in der unteren Troposphäre wiedergegeben, so dass das barokline Windfeld als $\mathbf{v}_{bk} = \mathbf{v}_u$ definiert ist. Da das quasi-barotrope und barokline Windfeld aus der PV-Inversion balanciert und somit nicht divergent ist, ist es für eine vollständige Untersuchung der vollen Strömung nötig den divergenten Wind gesondert zu berücksichtigen. Dieser kann gerade im Zusammenhang mit dem Ausströmen in der Höhe großen Einfluss auf die Rossbywellenpakete nehmen (Riemer und Jones 2010). Er wird mit Hilfe der Helmholtz-Partition bestimmt, auf die in Abschnitt 4.1 näher eingegangen wird.

Für ein vollständiges Bild der zu untersuchenden Prozesse wird die Änderung der PV auf Grund diabatischer Modifikation mit Hilfe des YOTC-Datensatzes untersucht, s. Abschnitt 3.5. In den YOTC-Daten sind erstmals auch die Tendenzen der physikalischen Parametrisierungen des *Integrated Forecast System* (IFS)-Modells des Europäisches Zentrum für mittelfristige Wettervorhersage (EZMW) gespeichert. Damit kann der direkte Einfluss diabatischer Prozesse untersucht werden. Da Studien der letzten Jahre immer häufiger die wichtige Rolle frei werdender latenter Wärme auf die Lage und Struktur des Wellenpaketes in den Fokus stellen (z. B. Grams et al. 2011) und der Einfluss langwelliger Strahlung (z. B. Chagnon et al. 2013) auf Wellenpakete nicht gut untersucht und verstanden ist, konzentriert sich diese Arbeit besonders auf die Quantifizierung der latenten Wärme und der langwelligen Strahlung.

Bei der Aufteilung in unterschiedliche Prozesse sollte berücksichtigt werden, dass diabatische Prozesse nicht nur einen direkten Einfluss auf die PV-Verteilung in der Höhe haben, sondern diese auch indirekt über den divergenten Wind beeinflussen können. Zusätzlich steckt sowohl im quasi-barotropen als auch im baroklinen Beitrag ein indirekter diabatischer Einfluss, da keine Aussage darüber gemacht werden kann, wie die invertierten PV-Anomalien entstanden sind. Besonders in der unteren Troposphäre ist diabatische Modifikation ein wichtiger Prozess zur Entstehung positiver PV-Anomalien.



Abbildung 3.4: Übersicht zur Unterteilung physikalischer Prozesse. Veranschaulichung zu den verwendeten Diagnostiken bzw. Datensätze (blau umrandet), wie aus den beiden Termen in Gleichung 3.1 (grau unterlegt) die resultierenden Prozesse (rot unterlegt) erhalten werden.

Wie in Abbildung 3.4 zusammengefasst, ergibt sich für die PV'-Tendenz

$$\frac{\partial PV'}{\partial t} = -(\mathbf{v}_{qb} + \mathbf{v}_{bk} + \mathbf{v}_{div}) \cdot \nabla PV + DIA(\dot{\theta}, PV, \mathbf{v})$$
(3.2)

$$= \frac{\partial PV'}{\partial t}\Big|_{qb} + \frac{\partial PV'}{\partial t}\Big|_{bk} + \frac{\partial PV'}{\partial t}\Big|_{div} + \frac{\partial PV'}{\partial t}\Big|_{dia}.$$
(3.3)

Dabei bezeichnet $(\partial PV'/\partial t)_{qb}$ die PV'-Tendenz auf Grund **quasi-barotroper Ausbreitung**, $(\partial PV'/\partial t)_{bk}$ auf Grund **barokliner Wechselwirkung**, $(\partial PV'/\partial t)_{div}$ auf Grund des **divergenten Windes** und $(\partial PV'/\partial t)_{dia}$ auf Grund **diabatischer Modifikation**.

Bei jeder Aufteilung ist es wichtig zu untersuchen, inwiefern die aufgeteilten Komponenten das volle Feld wiedergeben können. Die Güte der Aufteilung wird im Folgenden über das Differenzenfeld

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{div} - \mathbf{v}_{bk} - \mathbf{v}_{qb}. \tag{3.4}$$

definiert. Je kleiner das Differenzenfeld, desto geringer ist die Unsicherheiten aus der Aufteilung der Windfelder. Mögliche Ursachen dieser Unsicherheit liegen in der harmonischen Komponente der Helmholtz-Partition, der Nichtlinearität der PV-Inversion und der Ungenauigkeiten in den Randbedingungen der stückweisen PV-Inversion. Auf diese Faktoren wird in Kapitel 4 detailliert eingegangen. Um eine Abschätzung über den Einfluss des maximal möglichen Fehlers zu erhalten, behandeln wir den Differenzenwind



Abbildung 3.5: Intrinsische Phasenausbreitung an Hand der quasi-barotropen $\mathbf{PV'}$ -Tendenzen. PV'-Tendenz auf Grund der PV-Advektion mit dem Anomaliewind der oberen Troposphäre, d. h. $-\mathbf{v}_o \cdot \nabla PV$ auf 325 K am 28.10.2008 00 UTC. Die negativen PV'-Tendenzen entlang der Vorderflanke und positiven PV'-Tendenzen an der Rückseite der Tröge zeigen die intrinsische Phasenausbreitung nach Westen. Die 2 PVU-Kontur (schwarze Linie) repräsentiert die Tropopause.

 $\Delta \mathbf{v}$ im Folgenden als eigenständiges Windfeld, dessen Tendenz in den Abbildungen in Kapitel 5 als Unsicherheit verwendet wird.

Nachdem die lokalen PV'-Tendenzen berechnet wurden, kann die Änderung der PV auf einer Isentropen den unterschiedlichen Prozessen zugeordnet werden. Betrachtet man z. B. die Struktur der quasi-barotropen² PV'-Tendenzen in Abbildung 3.5, verlaufen ihre maximalen Werte entlang der Tropopause, wo der *PV*-Gradient maximal ist. Außerdem erkennt man auf Grund der positiven Werte an der Rückseite und der negativen Werte entlang der Vorderflanke der Tröge die intrinsische Phasenausbreitung nach Westen. Mit dem Auge ist es jedoch schwierig zu beurteilen, ob innerhalb eines Troges oder Rückens positive oder negative PV'-Tendenzen überwiegen. Da in dieser Arbeit allerdings der Fokus besonders auf die Gruppengeschwindigkeit der Wellenpakete gelegt wird, die mit der Verstärkung und Abschwächung der einzelnen Anomalien verbunden ist, wird im folgenden Abschnitt ein Maß entwickelt, das es ermöglicht die Amplitudenentwicklung der einzelnen Tröge und Rücken zu untersuchen.

3.2 Quantifikation der unterschiedlichen Prozesse

Nielsen-Gammon und Lefevre (1996) quantifizieren in ihrer Arbeit den Einfluss unterschiedlicher Prozesse auf die Entwicklung eines Höhentrogs, indem sie ihre Tendenzterme am Minimum der geopotentiellen Höhe untersuchen. Sie argumentieren, dass die Intensivierungsrate am Minimum der geopotentiellen Höhe repräsentativ ist, sofern die Stärke des Troges über die Stärke des lokalen Minimums definiert ist. Diese Annahme

²Für Illustrationszwecke betrachten wir in Abbildung 3.5 die Struktur der PV'-Tendenzen ohne die Hintergrundsadvektion, nur auf Grund der Advektion mit dem oberen Windfeld, d. h. $-\mathbf{v}_o \cdot \nabla PV$.

setzt jedoch eine homogene räumliche Verteilung der zu untersuchenden Tendenzen voraus, was insbesondere bei diabatischen Prozessen nicht erfüllt ist. Außerdem ist die hier gewählte PV- θ -Sicht, wie bereits in Kapitel 1 erwähnt, u. a. dadurch motiviert, dass PV-Fehler maximal entlang der Tropopause werden und deren Fehlerwachstum in einer Folgearbeit (Baumgart et al. 2018) auf ihre Prozesse hin untersucht wird. Wir folgen daher dem Ansatz von Riemer und Jones (2014) und integrieren die unterschiedlichen Tendenzterme über die einzelnen Tröge und Rücken des Rossbywellenpaketes.

Generell kann sich ein Trog bzw. Rücken zeitlich durch i) die Änderung der Stärke der PV-Anomalie, d. h. der Intensität und ii) die Änderung seiner Fläche entwickeln. Um beiden Beiträgen gerecht zu werden, wird im Folgenden die totale Ableitung des Flächenintegrals der PV-Anomalie betrachtet. Es gilt

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{A}(t)} PV' dA = \underbrace{\int_{\mathcal{A}(t)} \frac{\partial PV'}{\partial t} dA}_{\text{Beitrag zur Änderung}} + \underbrace{\oint_{\mathcal{S}(t)} PV' \left(\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n}\right) dS}_{\text{Beitrag zur Änderung}}.$$
(3.5)

Dabei beschreibt $\frac{d}{dt}$ die totale Ableitung, $\mathcal{A}(t)$ die zu integrierende Fläche, $\mathcal{S}(t)$ den Rand dieser Fläche und $\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n}$ die Bewegung des Randes senkrecht zum Rand. Die totale Änderung der integrierten PV-Anomalie wird im Folgenden der Einfachheit halber als Amplitudenentwicklung bezeichnet. Der erste Term auf der rechten Seite beschreibt die lokale Änderung der PV-Anomalie innerhalb der Fläche $\mathcal{A}(t_0)$ zum Zeitpunkt $t = t_0$, während der zweite Term die zeitliche Änderung der Integrationsfläche berücksichtigt. Die Integrationsfläche wird durch die einzelnen Tröge und Rücken und damit über deren PV-Anomalien definiert. Im Fall einer idealisierten Welle entlang eines PV-Sprungs, s. z. B. Abbildung 2.4, werden die einzelnen Anomalien durch PV' = 0(in der Abbildung q') voneinander begrenzt. Unter dieser Bedingung verschwindet der Flächenbeitrag, da PV' entlang des Randes und damit das Linienintegral verschwindet. Für Rossbywellenpakete aus Analysedaten (im Vergleich zu Rossbywellenpaketen aus vereinfachten, idealisierten Modellläufen) ist diese Bedingung nicht zwangsläufig erfüllt. Die PV-Anomalien benachbarter Rücken und Tröge sind häufig südlich bzw. nördlich der Tropopause miteinander verbunden und können daher nicht vollständig durch PV' = 0 separiert werden, wie in Abbildung 3.6 angedeutet. In dieser Abbildung ist beispielhaft für einen Rücken der Rand der Fläche grün dargestellt. Um die Berechnung des Flächenbeitrags zu vereinfachen, wird dieser Rand in vier Segmente unterteilt. Der Abschnitt $1 \rightarrow 2$ wird durch die südliche Begrenzung des Integrationsgebietes bestimmt. Da diese über einen festen Breitengrad definiert ist, besitzt \mathbf{v}_s dort keine meridionale Komponente und $\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n} = 0$. Entlang $3 \to 4$ verläuft der Rand entlang der Tropopause und PV' verschwindet wie im idealisierten Fall. Nur $2 \rightarrow 3$ und $4 \rightarrow 1$


Abbildung 3.6: Erklärende Skizze zur Trog-Rückenerkennung. Schematische Darstellung zur Identifikation zweier Tröge (blau) und Rücken (rot) eines Rossbywellenpaketes. Schnittpunkte der 2 PVU-Kontur (dünne schwarze Linie) mit den v' = 0-Konturlinien (goldenen Linien) definieren mögliche Trogund Rückenpunkte (schwarze und graue Kreise). Rückenachsen (schwarz gestrichelt) und Trogachsen (dick schwarz) trennen einzelne Anomalien voneinander. Anomalieflächen, die nicht der Integrationsfläche zugeordnet werden wie z.B. abgeschnürte PV-Anomalien, sind durch blasse Farben gekennzeichnet. Beispielhaft ist für einen Rücken der Integrationsweg entlang des Randes grün eingezeichnet und in vier Segmente aufgeteilt worden.

geben damit einen Beitrag zur Flächenänderung und das Linienintegral vereinfacht sich zu

$$\oint_{\mathcal{S}(t)} PV'(\mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{S}) =$$

$$= \int_1^2 PV'(\mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{s}) + \int_2^3 PV'(\mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{s}) + \int_3^4 PV'(\mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{s}) + \int_4^1 PV'(\mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{s})$$

$$= \int_2^3 PV'(\mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{s}) + \int_4^1 PV'(\mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{s}), \qquad (3.6)$$

mit $d\mathbf{S} = \mathbf{n} \cdot dS$. Diese Vereinfachung des Linienintegrals kann nun in Gleichung 3.5 eingesetzt werden. Verwendet man außerdem Gleichung 3.1 für die lokale Änderung der PV-Anomalie und formt den Advektionsterm daraus wie folgt um

$$\int_{\mathcal{A}(t)} -\mathbf{v} \cdot \nabla (\overline{PV} + PV') dA$$

$$= \int_{\mathcal{A}(t)} -\mathbf{v} \cdot \nabla \overline{PV} dA + \int_{\mathcal{A}(t)} PV'(\nabla \cdot \mathbf{v}) dA - \int_{\mathcal{A}(t)} \nabla \cdot (\mathbf{v}PV') dA$$

$$= \int_{\mathcal{A}(t)} -\mathbf{v} \cdot \nabla \overline{PV} dA + \int_{\mathcal{A}(t)} PV'(\nabla \cdot \mathbf{v}) dA - \oint_{\mathcal{S}(t)} PV'(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS, \qquad (3.7)$$

kann schlussendlich folgende Gleichung erhalten werden

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{A}(t)} PV' dA = \int_{\mathcal{A}(t)} \frac{\partial PV'}{\partial t} dA + \oint_{\mathcal{S}(t)} PV' (\mathbf{v}_{\mathbf{s}} \cdot d\mathbf{S})$$

$$\stackrel{3.1}{=} \int_{\mathcal{A}(t)} \left[-\mathbf{v} \cdot \nabla PV + DIA(\dot{\theta}, PV, \mathbf{v}) \right] dA + \oint_{\mathcal{S}(t)} PV' (\mathbf{v}_{\mathbf{s}} \cdot d\mathbf{S})$$

$$\stackrel{3.7}{=} \int_{\mathcal{A}(t)} \left[-\mathbf{v} \cdot \nabla \overline{PV} + PV' (\nabla \cdot \mathbf{v}) + DIA(\dot{\theta}, PV, \mathbf{v}) \right] dA + \oint_{\mathcal{S}(t)} PV' (\mathbf{v}_{s} - \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{S}$$

$$\stackrel{3.6}{=} \int_{\mathcal{A}(t)} -\mathbf{v} \cdot \nabla \overline{PV} dA + \int_{\mathcal{A}(t)} PV' (\nabla \cdot \mathbf{v}) dA + \int_{\mathcal{A}(t)} DIA(\dot{\theta}, PV, \mathbf{v}) dA + \int_{\mathcal{A}(t)} DIA(\dot{\theta}, PV, \mathbf{v}) dA + \int_{\mathcal{A}(t)} DIA(\dot{\theta}, PV, \mathbf{v}) dA + \int_{\mathcal{A}(t)} \int_{2}^{3} PV'(\mathbf{v}_{s} - \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{s} + \int_{4}^{1} PV'(\mathbf{v}_{s} - \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{s} + \int_{1}^{2} PV' (\mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}). \quad (3.8)$$

Die Amplitudenentwicklung kann somit durch vier Beiträge zusammengefasst werden:

1. Advektion des Hintergrundes

Die Hintergrundsadvektion beschreibt lineare Wellenausbreitung und spielt eine wichtige Rolle für die Bildung und Verstärkung der Anomalien, wie in Abschnitt 2.2 dargelegt wurde. Insbesondere beschreibt sie die barokline Entwicklung stromabwärts von Rossbywellenpaketen, die größtenteils die Geschwindigkeit an der Vorderflanke und Rückflanke der Wellenpakete diktiert und daher mit der Gruppengeschwindigkeit von Wellenpaketen in Verbindung gebracht werden kann.

2. Divergenzterm

Der Divergenzterm beschreibt die Flächenänderung der Anomalie, zu der es, wie in Abbildung 2.10 dargestellt, durch divergente oder konvergente Strömung innerhalb der Anomalie kommen kann.

3. Direkte diabatische Modifikation

Die direkte diabatische Modifikation ist durch positive und negative PV-Tendenzen, wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, unterhalb und oberhalb der maximalen Freisetzung latenter Wärme bzw. oberhalb und unterhalb der maximalen Kühlungsrate auf Grund der langwelligen Strahlung gegeben.

4. Randterm \mathcal{R}

Die letzten drei Terme der rechten Seite der Gleichung werden im Folgenden als Randterm zusammengefasst. Zusätzlich zu den beiden Termen aus der Umformung des Flächenbeitrags in Gleichung 3.6 werden auf Grund der Umformung der PV'-Advektion Terme hinzugefügt. Damit besteht der Randterm aus einem Beitrag aus der relativen Bewegung der beiden Segmente $2 \rightarrow 3$ und $4 \rightarrow 1^3$ und einem Beitrag des Netto-PV'-Flusses über den Rand hinweg⁴.

 $[\]frac{{}^{3}\int_{2}^{3}PV'(\mathbf{v}_{s}\cdot d\mathbf{s}) + \int_{4}^{1}PV'(\mathbf{v}_{s}\cdot d\mathbf{s})}{{}^{4} - \int_{2}^{3}PV'(\mathbf{v}\cdot d\mathbf{s}) - \int_{4}^{1}PV'(\mathbf{v}\cdot d\mathbf{s}) + \int_{1}^{2}PV'(\mathbf{v}\cdot d\mathbf{s})}$

In Abschnitt 3.1 wurde der Wind \mathbf{v} in einen quasi-barotopen, baroklinen und divergenten Anteil aufgespalten. Setzt man diese Aufspaltung nun in Gleichung 3.8 ein und betrachtet die diabatische Modifikation gesondert, erhält man die folgenden Beiträge zur Amplitudenentwicklung für die hier definierten unterschiedlichen physikalischen Prozesse

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{A}(t)} PV' dA \bigg|_{qb} = \int_{\mathcal{A}(t)} -\mathbf{v}_{qb} \cdot \nabla \overline{PV} dA$$
(3.9)

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{A}(t)} PV' dA \bigg|_{bk} = \int_{\mathcal{A}(t)} -\mathbf{v}_{bk} \cdot \nabla \overline{PV} dA$$
(3.10)

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{A}(t)} PV' dA \bigg|_{div} = \int_{\mathcal{A}(t)} -\mathbf{v}_{div} \cdot \nabla \overline{PV} dA + \int_{\mathcal{A}(t)} PV' \left(\nabla \cdot \mathbf{v}_{div}\right) dA \qquad (3.11)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{A}(t)} PV' dA \bigg|_{dia} = \int_{\mathcal{A}(t)} DIA(\dot{\theta}, PV, \mathbf{v}) dA.$$
(3.12)

Die quasi-barotrope Ausbreitung und die barokline Wechselwirkung werden gänzlich durch die Advektion des Hintergrundes beschrieben, da $\nabla \cdot \mathbf{v}_{qb/bk} = 0$, da der quasibarotrope und der barokline Anteil des Windes aus der PV-Inversion stammen und damit balanciert und divergenzfrei sind (s. Abschnitt 4.1). Die quasi-barotrope Ausbreitung beschreibt daher die Entwicklung stromabwärts und kann mit der Gruppengeschwindigkeit von Rossbywellenpaketen in Verbindung gebracht werden. Wie bereits in Abschnitt 2.2 beschrieben, spielt dieser Prozess nicht nur an der Vorder- und Rückflanke des Wellenpakets eine wichtige Rolle, sondern auch innerhalb des Wellenpaketes bei der Verstärkung bzw. Abschwächung der einzelnen Anomalien.

Da die barokline Verstärkung ebenfalls durch die Hintergrundsadvektion bestimmt wird, gibt diese das in Abschnitt 2.2 beschriebene Verhalten des baroklinen Wachstums wieder. Generell wirkt diese verstärkend, sobald eine positive Rückkopplung mit der Dynamik in der unteren Troposphäre stattfindet.

Der Einfluss des divergenten Windes setzt sich hingegen aus zwei Beiträgen zusammen: einem Beitrag auf Grund der Advektion des Hintergrundes durch den divergenten Wind und einem Beitrag zur Flächenänderung durch den Divergenzterm. Wir werden später sehen, dass der Divergenzterm und damit der Beitrag zu Flächenänderung in der Regel mit einer Größenordnung überwiegt.

Zuletzt wird der Einfluss der diabatischen Modifikation innerhalb der Anomalie bestimmt. Die diabatischen Tendenzen werden im Folgenden in einen Beitrag der langwelligen Strahlung und einen Beitrag der Freisetzung latenter Wärme aufgeteilt. Dabei sollte beachtet werden, dass die diabatischen Tendenzen die Lage der Tropopause verändern und somit ebenfalls die Fläche der einzelnen Anomalien beeinflussen können. Dieser Einfluss wird hier jedoch vernachlässigt. Die Integration über einzelne Tröge und Rücken enthält die Einschränkung, dass die Entstehung von Anomalien nur unter bestimmten Voraussetzungen untersucht werden kann, da diese schon vorhanden sein müssen, um über sie zu integrieren. In der Praxis tritt dieser Nachteil jedoch so gut wie nie auf, da die Atmosphäre selten einen ungestörten Zustand einnimmt. Eine weitere Einschränkung auf Grund der Integration wird durch den folgenden Vergleich mit früheren Studien deutlich.

3.3 Vergleich der Methodik mit früheren Studien

In den beiden vorangegangenen Abschnitten wurde eine Methodik entwickelt, die auf der PV- θ -Sichtweise der Dynamik von Wellenpaketen aufbaut. Im Folgenden wird darauf eingegangen, inwieweit die hier entwickelte Methodik mit der EKE-Diagnostik verglichen werden kann. Außerdem sollen noch einmal die Gemeinsamkeiten und Unterschiede im Vergleich zu Nielsen-Gammon und Lefevre (1996) hervorgehoben werden. Dafür wird die Bedeutung der integrierten Tendenzen aus der hier vorgestellten Methodik mit den Tendenzen der geopotentiellen Höhe von Nielsen-Gammon und Lefevre (1996) und den Prozessen der EKE-Diagnostik verglichen.

Beide Methodiken, die hier vorgestellte und die von Nielsen-Gammon und Lefevre (1996) (kurz: NG96), bauen auf der Trennung des Anomaliewindes in Abhängigkeit von den oberen und unteren PV-Anomalien auf. Dafür werden die unteren PV-Anomalien zusammen mit der potentiellen Temperatur am Boden und die oberen PV-Anomalien zusammen mit der potentiellen Temperatur am oberen Rand getrennt voneinander invertiert, wobei NG96 eine quasi-geostrophische PV-Inversion verwendet. Die mit Hilfe der Aufteilung berechneten Tendenzen werden hier der baroklinen Wechselwirkung und der quasi-barotropen Ausbreitung zugeordnet und in NG96 der baroklinen Umwandlung und der Entwicklung stromabwärts, wobei die jeweiligen Prozesse gut miteinander verglichen werden können. NG96 quantifizieren zusätzlich den Einfluss der großskaligen Welle-Welle-Wechselwirkung (engl. Large-Scale Wave-Wave interaction), die jedoch auch in ihrer Arbeit sehr wenig auf die kleinen Skalen projiziert und gerade das Verschwinden der Welle-Welle-Wechselwirkung in dieser Arbeit eine Anforderung an den Hintergrund ist. Weiterhin quantifizieren NG96 barotrope Deformation (engl. barotropic deformation) (z.B. Farrell 1989) und nicht lineare Wechselwirkung (engl. vortex-vortex interaction) zwischen den Anomalien. Verändert eine PV-Anomalie ihre Form und Struktur auf Grund barotroper Deformation oder nicht linearer Wechselwirkung bleibt die PV innerhalb dieser Anomalie erhalten, während die geopotentielle Höhe in NG96 auch bei der Umverteilung von PV ab- oder zunehmen kann. In dieser Arbeit wurde der Fokus auf die Amplitudenentwicklung der einzelnen Anomalien gelegt, was durch die Integration der PV'-Tendenzen über die Fläche der Anomalie definiert ist. Dies hat jedoch zur Folge, dass der Einfluss von Form und Struktur auf die Anomalien nicht untersucht werden kann. Nichtsdestotrotz sind diese besonders beim Brechen der einzelnen Anomalien sehr wichtig und sollen daher in späteren Arbeiten separat betrachtet werden.

Vergleicht man die Tendenzen der hier entwickelten Methodik mit den Prozessen der EKE-Diagnostik, kann in einer trockenen Atmosphäre die quasi-barotrope Ausbreitung mit der Divergenz des ageostrophischen Geopotentialflusses und die barokline Wechselwirkung mit der baroklinen Umwandlung (EKE) in guter Näherung verglichen werden. Sowohl die quasi-barotrope Ausbreitung als auch die Divergenz des ageostrophischen Geopotentialflusses (EKE) können mit der Gruppengeschwindigkeit von Rossbywellenpaketen in Verbindung gebracht werden (Chang 2000). In einer feuchten Atmosphäre wird die barokline Umwandlung (EKE), sowie der ageostrophische Geopotentialfluss (EKE), zusätzlich durch den Einfluss der sekundären Zirkulation auf Grund der Freisetzung latenter Wärme verstärkt (Gutowski et al. 1992). Damit ist ein Nachteil der EKE-Diagnostik, dass der Einfluss der Freisetzung latenter Wärme sowohl in der baroklinen Umwandlung (EKE - über die Vertikalbewegung) als auch in der Divergenz des ageostrophischen Geopotentialflusses (EKE- über den divergenten Wind) beinhaltet ist, während sie hier mit Hilfe der direkten diabatischen Modifikation und des divergenten Windes besser abgeschätzt werden kann. Jedoch enthält der divergente Wind nicht nur einen Beitrag auf Grund verstärkten Ausströmens durch Freisetzung latenter Wärme und ist damit indirekt diabatisch, sondern auch einen rein dynamischen Beitrag. Dieser rein dynamische Beitrage entsteht auf Grund einer sekundären Zirkulation, die zu aufsteigenden Luftmassen trogvorderseitig und absteigenden Luftmassen trogrückseitig führt und damit zu einem adiabatisch angetriebenen divergenten Wind in der Höhe. Barotrope Umwandlung (EKE) kann in guter Näherung mit der barotropen Deformation aus Nielsen-Gammon und Lefevre (1996) verglichen werden. Diese wird, wie bereits erwähnt, von der hier vorgestellten Diagnostik nicht berücksichtigt. Jedoch betrachtet die hier vorgestellte Methodik zusätzlich die direkte diabatische Modifikation. Ein Vergleich der Methodiken und weitere Details können in Teubler und Riemer (2016) und Wirth et al. (o.D.) nachgelesen werden.

3.4 Objektive Trog-Rückenerkennung

Die in Abschnitt 3.2 eingeführte Diagnostik integriert PV'-Tendenzen über einzelne Tröge und Rücken, um eine quantitative Aussage über die Amplitudenentwicklung der Anomalien treffen zu können. Ein Ziel der Diagnostik ist es eine automatische und objektive Quantifizierung der unterschiedlichen Prozesse einzelner Rossbywellenpakete zu ermöglichen. Daher ist es wichtig die einzelnen Anomalien eines Rossbywellenpaketes möglichst robust und objektiv identifizieren zu können. Dies stellt für Rossbywellenpakete aus Analysedaten eine gewisse Herausforderung dar.

Betrachtet man eine idealisierte Welle entlang eines scharfen PV-Gradienten, sind einzelne Tröge und Rücken durch positive und negative PV-Anomalien charakterisiert, s. z. B. Abbildung 2.4. Diese Anomalien werden vollständig durch PV' = 0 begrenzt. Technisch gesehen können daher Tröge (Rücken) leicht an Hand positiver (negativer) PV-Anomalien zwischen zwei Rückenachsen (Trogachsen) identifiziert werden (Riemer und Jones 2014). Die Achsen können dabei auf unterschiedliche Weise, z. B. durch lokale Extrema im PV-Feld oder Vorzeichenwechsel im meridionalen Windfeld bestimmt werden. Für Rossbywellenpakete aus Analysedaten entstehen jedoch drei neue Herausforderungen:

- (i) Anomalien gleichen Vorzeichens sind häufig nicht klar voneinander getrennt und werden daher nicht vollständig durch PV' = 0 umgeben, wie in Abbildung 3.6 angedeutet. Dabei hängen Tröge in der Regel im Norden und Rücken im Süden zusammen.
- (ii) Rossbywellenpakete setzen sich nicht aus einer wohldefinierten Wellenlänge zusammen, sondern aus einer Überlagerung sehr vieler unterschiedlicher Wellenlängen. Dadurch wird die objektive Erkennung synoptisch-skaliger Wellenpakete erschwert. Auf Grund dieser Tatsache ist es erforderlich eine minimale Wellenlänge festzulegen, die jedoch von Fall zu Fall unterschiedlich gewählt werden kann.
- (iii) Einzelne Tröge und Rücken können ein nicht lineares Stadium erreichen und brechen. Dabei wird die Struktur einer ebenen Welle verlassen und es kommt zudem häufig zur Abschnürung isolierter Höhentröge, sog. *Cut-offs.* Beide Eigenschaften erschweren nicht nur die Identifikation und Begrenzung der brechenden Anomalien, sondern besonders die der angrenzenden Anomalien.

Die hier entwickelte objektive Trog-Rückenerkennung beinhaltet fünf Hauptschritte, die im Folgenden mit Hilfe von Abbildung 3.6 beschrieben werden.

1. Erkennung möglicher Trog- und Rückenpunkte

Um die Tröge und Rücken auszuwählen, die Teil des Wellenpaketes sind, werden zuerst die Schnittpunkte der Tropopause (2 PVU-Konturlinie) mit den v' = 0-Konturlinien (goldene Linien in Abbildung 3.6) bestimmt. v' bezeichnet die Anomalie des Meridionalwindes. Wir verwenden v', da die Anomalie des Meridionalwindes im Bezug auf die spätere Achsenbestimmung besser der Struktur der PV-Anomalien folgt als der volle Meridionalwind. v' ist dabei über 7° × 7° geglättet, um lokale Sprünge der Konturlinien auf Grund kleiner Änderungen von einem Zeitpunkt zum nächsten zu vermeiden. Dies ist wichtig, um eine kontinuierliche Verschiebung der Achsen mit der Zeit zu gewährleisten. Wie wir später sehen werden, ist das eine wichtige Voraussetzung für einen aussagekräftigen Randterm.

2. Trog- oder Rückenpunkt

Jeder identifizierte Schnittpunkt wird auf seine Eigenschaften hin untersucht. Ist v' > 0 (v' < 0) stromabwärts des Schnittpunktes, wird der Schnittpunkt als Trogpunkt (Rückenpunkt) identifiziert. Um diesen Wert zu berechnen, wird ein Segment auf der v' = 0-Konturlinie definiert, indem die Konturlinie vom Schnittpunkt aus fünf Gitterpunkte nach oben und nach unten verfolgt wird. Dieses Segment wird dann in Normalenrichtung stromabwärts verschoben und der Mittelwert von v' entlang des verschobenen Segments berechnet.

3. Gewährleistung der Wellenstruktur

Ein Wellenpaket ist durch abwechselnde positive und negative PV-Anomalien charakterisiert. Daher ist eine Voraussetzung an die Schnittpunkte, dass sich Trog- und Rückenpunkte entlang der 2 PVU-Konturlinie abwechseln. Folgen mehrere Trog- bzw. Rückenpunkte aufeinander, kann es sein, dass entweder eine Achse die selbe Anomalie mehrmals schneidet (wie in Abbildung 3.6 für den stromabwärts gelegenen Trog) oder eine dazwischenliegende Anomalie nicht erkannt wird. Um daher zu gewährleisten, dass der Punkt gewählt wird, der zum einen die Lage der Anomalie am besten repräsentiert und zum anderen die ausgeprägteste Anomalie beschreibt, wird ein einfaches Kriterium angewandt. Bei aufeinanderfolgenden Trogpunkten wird der südlichste Schnittpunkt als Trogpunkt definiert und bei aufeinanderfolgenden Rückenpunkten der nördlichste.

4. Ermittlung der Achsen

Für eine spätere Definition der Anomalieflächen ist es wichtig, dass die Trogund Rückenachsen das Gebiet von der nördlichen bis zur südlichen Begrenzung durchlaufen. Da die v' = 0-Konturlinien dies in der Regel nicht erfüllen und häufig mehrere Trog- bzw. Rückenpunkte entlang einer Konturlinie existieren, wird wie folgt vorgegangen: Von den jeweiligen Trog- und Rückenpunkten ausgehend werden Tröge nach Süden und Rücken nach Norden gerade bis an die Gebietsgrenze verlängert. Dies erleichtert die spätere Berechnung der Bewegung des Randes \mathbf{v}_s für den Beitrag zur Flächenänderung. Außerdem wird so der Bewegung des Randes eine möglichst physikalische Bedeutung zugewiesen, da nun dieser Teil des Randes mit der zonalen Bewegung der Trog- und Rückenpunkte stromabwärts bzw. stromaufwärts übereinstimmt. \mathbf{v}_s setzt sich damit entlang der geraden Teilstücke aus i) der Phasengeschwindigkeit der Anomalie stromaufwärts bzw. stromabwärts, und ii) einer möglichen Deformation der Anomalie zusammen. Ein zusätzlicher unphysikalischer Beitrag für \mathbf{v}_s kann entstehen, wenn es zu Sprüngen benachbarter Trog- oder Rückenpunkte auf Grund von Verschmelzungen o. ä. kommt, die sich jedoch auch in einem hohen Randwert manifestieren. Nach Norden (Süden) hin folgen Tröge (Rücken) der $\mathbf{v}' = 0$ Konturlinie bis zu ihrer maximalen (minimalen) meridionalen Auslenkung. Ist diese vor der Gebietsgrenze, werden sowohl Rücken- als auch Trogachsen verlängert, indem sie lokalen Extrema des PV-Anomaliefeldes folgen. Die lokalen Extrema geben eine gute Orientierung für die Erweiterung der Achsen, da die absoluten PV-Anomaliewerte im Zentrum der Anomalie maximal sind und zum Rand hin abnehmen.

5. Definition der Trog- und Rückenflächen

Abschließend wird ein Troggebiet (Rückengebiet) als zusammenhängende positive (negative) PV-Anomalie zwischen zwei Rückenachsen (Trogachsen) um den jeweiligen Trogpunkt (Rückenpunkt) herum definiert. Da, wie oben erwähnt, negative und positive PV-Anomalien aufeinanderfolgender Rücken und Tröge zusammenhängen, ist es für die Bestimmung der Fläche wichtig, dass die Achsen von Zeitpunkt zu Zeitpunkt keine sprunghaften Änderungen vornehmen, da sich die Fläche der Anomalien sonst sprunghaft ändern würde. In Abbildung 3.6 sind die Gebiete für zwei Tröge und Rücken dargestellt. Abgeschnürte isolierte PV-Anomalien sind ausgespart, da diese nicht mit ihrer Hauptanomalie zusammenhängen.

Es ist leicht mit dem Auge die Tröge und Rücken, die Teil des Rossbywellenpaketes sind, zu identifizieren. Für die objektive Erkennung gibt es jedoch, wie oben erwähnt, neue Herausforderungen: das Auftreten kleiner Wellenlängen, insbesondere auf Grund von Störungen entlang der 2 PVU-Konturlinie und das Brechen der Anomalien, besonders von Trögen. Um dennoch die automatische Trog-Rückenerkennung anwenden zu können, wurden empirisch gefundene Schwellenwerte eingeführt, die an Hand zweier Beispielfälle in Abbildung 3.7 schematisch dargestellt werden. Darin sind zusätzlich die Schwierigkeiten und die Auswirkungen auf den Randterm dargestellt. Zur Erinnerung ist hier die Definition des Randterms aus Gleichung 3.8 wiederholt:

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{A}(t)} PV' dA \bigg|_{\mathcal{R}} = \int_{2}^{3} PV'(\mathbf{v}_{s} - \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{s} + \int_{4}^{1} PV'(\mathbf{v}_{s} - \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{s} + \int_{1}^{2} PV'(\mathbf{v} \cdot d\mathbf{s})$$

Dabei beschreibt \int_2^3 die Integration entlang der Achse stromabwärts, \int_4^1 die Integration der Achse stromaufwärts und \int_1^2 die Integration der nördlichen bzw. südlichen Begrenzung des Integrationsgebietes. In Abbildung 3.7 (a) entwickelt sich innerhalb eines voll



Abbildung 3.7: Herausforderungen für die Trog-Rückenerkennung. Auf Grund (a) kleiner Störungen und (b) brechender Wellen werden positive (rot) und negative (blau) Anomalien für das Auge fälschlicherweise als Tröge und Rücken identifiziert, gekennzeichnet durch rote und blaue Kreise. Trogachsen (Rückenachsen), 2 PVU-Konturlinie und satte Farben wie in Abbildung 3.6 definiert.

ausgeprägten Rückens eine kleinskalige Störung, die von der objektiven Erkennung als neuer Trog identifiziert wird, häufig aber im nächsten Zeitschritt wieder verschwunden ist⁵. Die Erkennung der Störung teilt den voll entwickelten Rücken entzwei und es kommt zu einer sprunghaften Änderung in der Rückenfläche bei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten. Um solch sprunghafte Änderungen möglichst auszuschließen, werden sehr kleine Wellen von der Identifikation ausgeschlossen. Dafür muss der Abstand zwischen einem Trog- und Rückenpunkt größer als ein vorgegebener Schwellenwert sein. Es hat sich gezeigt, dass die besten Ergebnisse bei einem zonalen Mindestabstand von 8-12° erzielt werden. Falls dennoch eine Situation wie in Abbildung 3.7 (a) auftritt, wird zumindest der Randterm sehr groß, da der Betrag von \mathbf{v}_s bzw. PV' entlang der Achse der Störung sehr groß wird. Die Wahl dieses Schwellenwerts hat allerdings auch einen Einfluss darauf, ab wann sich entwickelnde Wellen als Teil des Rossbywellenpaketes betrachtet werden und sollte daher bei Wellenpaketen mit großer Wellenzahl angepasst werden. Für die in Kapitel 5 untersuchten Wellenpakete hat die Wahl des zonalen Schwellenwertes (zwischen 8-12°) keinen Einfluss.

In Abbildung 3.7 (b) bricht ein Trog T1 eines Rossbywellenpaketes antizyklonal. Dabei verläuft die Trogachse, definiert über die Anomalie des Meridionalwindes v', nicht vollständig innerhalb des Troges, sondern schneidet den Rücken stromaufwärts. Dies liegt zum einen daran, dass das Windfeld auf Grund des Inversionsoperators eine ausgeschmierte Version der PV ist und zum anderen, dass die meridionale Komponente

 $^{^5 {\}rm Solch}$ kleinskalige Störungen entstehen häufig, wenn Tröge stromaufwärts brechen und entlang der 2 PVU-Konturlinie in den Rücken stromabwärts wandern.

des Windfeldes die häufig stark deformierte Struktur der Anomalie nicht ausreichend beschreiben kann. Da ein Rücken als Fläche zwischen benachbarter Trogachsen definiert ist, kann es in solchen Fällen passieren, dass die Rückenfläche neben brechenden Trögen nicht vollständig identifiziert wird. In diesen Fällen wird allerdings ebenfalls der Randterm des Rückens R1 sehr groß, da PV' entlang des Randes sehr groß ist. Wird innerhalb der brechenden Struktur des Troges T1 ein weiterer Rücken R2 erkannt, kann dies außerdem dazu führen, dass ein Teil des brechendes Troges als eigene Anomalie identifiziert wird. Um beide Fälle auszuschließen, dürfen Trogpunkte maximal 40° westlich der Rückenpunkte stromaufwärts liegen, d. h. $\lambda_{T1} + 40^{\circ} > \lambda_{R1}$, wobei λ den Längengrad des jeweiligen Trog- bzw. Rückenpunktes angibt. Brechende Strukturen unterhalb dieses Schwellenwertes werden gut erkannt und behandelt, darüber hinaus hat die Erkennung jedoch merkliche Probleme. Außerdem müssen zwei aufeinanderfolgende Rücken (R1-T-R2) dadurch beschränkt sein, dass der Rückenpunkt R2 weiter im Osten liegt als der Rückenpunkt R1, d. h. $\lambda_{R2} > \lambda_{R1}$.

In Anhang C wird die Trog-Rückenerkennung mit Hilfe des Rossbywellenpaketes im Oktober 2008 (s. Abschnitt 5.1) vorgestellt und die Schwächen an Hand zweier realer Anomalien aufgezeigt.

Um nun die Amplitudenentwicklung der Anomalien während der Lebenszeit eines Wellenpaketes untersuchen zu können, müssen die Anomalien über diesen Zeitraum verfolgt werden. Dazu starten wir am zentralen Tag des Rossbywellenpaketes bzw. an einem Tag, an dem alle oder zumindest die meisten der Anomalien voll entwickelt sind. Von diesem Zeitpunkt wird jede Anomalie mit Hilfe ihrer Trog-Rückenpunkte in 6 h Intervallen (bzw. je nach zeitlicher Auflösung der Daten mit kleineren oder größeren Schritten) in der Zeit rückwärts und anschließend vorwärts verfolgt. Wird innerhalb eines 15° Abstands (bei 6 h Intervallen) ein Trog-Rückenpunkt mit gleichem Vorzeichen (also Rücken zu Rücken und Trog zu Trog) gefunden, wird dieser als Vorgänger definiert. Wird innerhalb dieses Bereichs kein Trog-Rückenpunkt mit gleichem Vorzeichen gefunden, wird erneut zum nächsten Zeitpunkt nach einem passenden Trog-Rückenpunkt gesucht, um auszuschließen, dass dieser nur zu einem Zeitpunkt nicht erkannt wird. Wird dann wiederum kein Trog-Rückenpunkt mit gleichem Vorzeichen gefunden, wird davon ausgegangen, dass diese Anomalie an diesem Tag das erste Mal auftritt. Anschließend werden die Anomalien analog vom zentralen Tag des Rossbywellenpaketes in der Zeit vorwärts verfolgt. Diese einfache Trog-Rückenverfolgung funktioniert sehr gut, kann allerdings nicht erkennen, ob eine Anomalie endet, wenn zum nächsten Zeitschritt innerhalb des 15° Abstandes eine neue Anomalie entsteht. So kann es passieren, dass fälschlicherweise zwei zeitlich aufeinanderfolgende Anomalien zu einer verschmelzen.

3.5 YOTC-Daten

Für die Untersuchung der diabatischen Prozesse wird der YOTC-Datensatz⁶ verwendet. Dieser Datensatz wurde eingeführt, um den Einfluss tropischer Konvektion auf Vorhersagen und Klimaprognosen genauer zu untersuchen und deckt einen Zeitraum von Mai 2008 bis April 2010 ab (Moncrieff et al. 2007; Waliser und Moncrieff 2008). Einen Überblick über Wetterphänomene, bei denen tropische Konvektion eine wichtige Rolle spielt, wurde in Waliser et al. (2011) zusammengefasst. Der YOTC-Datensatz setzt sich dabei aus Analysen, Vorhersagen, sowie Satellitendaten und Feldkampagnendaten zusammen. Für die Analysen und Vorhersagen wird das IFS Modell vom EZMW verwendet. Neu innerhalb des Datensatzes ist, dass die physikalischen Tendenzen, der im IFS parametrisierten Prozesse, erstmals gespeichert wurden und damit für wissenschaftliche Untersuchungen zur Verfügung stehen. Parametrisiert werden Prozesse dann, wenn sie nicht mehr durch die Gitterauflösung des Modells dargestellt werden können, wie z. B. Konvektion oder mikrophysikalische Prozesse innerhalb von Wolken. Damit kann in dieser Arbeit der Einfluss nicht aufgelöster diabatischer Prozesse gezielt untersucht werden. Ein Überblick über die unterschiedlichen parametrisierten physikalischen Prozesse des IFS Modells ist schematisch in Abbildung 3.8 dargestellt und soll verdeutlichen, dass in dieser Arbeit nur ein kleiner Anteil der vorhandenen Prozesse untersucht wird.

Die Parametrisierungen schreiben eine Vielzahl an Tendenzen heraus, u. a. des Horizontalwindes, der Temperatur und der Feuchtigkeit, mit deren Werten die aufgelösten Variablen aktualisiert werden. Bei diabatischen Prozessen ändert sich die Temperatur auf Grund eines Energieaustauschs mit der Umgebung. Daher konzentrieren wir uns im Folgenden auf die Temperaturtendenzen. Die volle Temperaturtendenz im IFS Modell (ECMWF 2009) setzt sich aus

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t}_{dyn} + \frac{\partial T}{\partial t}_{TD+O} + \frac{\partial T}{\partial t}_{rad} + \frac{\partial T}{\partial t}_{conv} + \frac{\partial T}{\partial t}_{clsc}$$
(3.13)

zusammen. Dabei bezeichnet dyn die Tendenz auf Grund dynamischer Prozesse, wie der Temperaturadvektion, TD + O auf Grund nicht aufgelöster Orographie und nicht aufgelöster Turbulenz, rad auf Grund der lang- und kurzwelligen Strahlung, conv auf Grund von Konvektion und clsc auf Grund mikrophysikalischer Prozesse innerhalb des Wolkenschemas. Aus der Temperaturtendenz der Parametrisierungen lassen sich über die letzten drei Terme aus Gleichung 2.4 PV-Tendenzen für den jeweiligen diabatischen Prozess berechnen.

⁶Offizielle Homepage: http://www.ucar.edu/yotc, Stand: 6.11.2015.



Abbildung 3.8: Prozessübersicht des IFS Modells. Schematische Darstellung der verschiedenen parametrisierten physikalischen Prozesse. Quelle:http://www.ecmwf.int/ sites/default/files/IFS_CY40R1_Part4.pdf (Stand: 6.11.2015).

Diese Arbeit verwendet die Tendenzen der langwelligen Strahlung (*engl. long-wave radiation*) und der Freisetzung latenter Wärme. Diese bestehen aus den Tendenzen der Parametrisierungen für flache und hoch reichende Konvektion (*engl. shallow and deep convection*), Wolken (*engl. clouds*), sowie großskaligem Niederschlag. Auf diese Parametrisierungen wird daher im Folgenden genauer eingegangen.

• Freisetzung latenter Wärme

Latente Wärme wird bei Kondensationsprozessen freigesetzt und ist damit ein Bestandteil des Wolkenschemas und der Konvektionsparametrisierung. Aber auch Niederschlag und Verdunstung spielen eine wichtige Rolle und sind in den Parametrisierungen enthalten. Das Wolkenschema des hier verwendeten Modell-Zyklus besteht aus prognostischen Gleichungen für den Flüssig- und Eiswassergehalt und für den Anteil der Wolkenbedeckung. Innerhalb der Parametrisierung werden zudem die Durchmischung von Luftpaketen am Wolkenrand, Niederschlag von Wasser und Eis, sowie die Verdunstung von Niederschlag betrachtet.

• Langwellige Strahlung

Wie in Abbildung 3.8 angedeutet, wird langwellige Strahlung von der Erdoberfläche und der Atmosphäre abgestrahlt. Die Strahlungsparametrisierung verwendet die vorhergesagten Werte der Temperatur und Feuchte sowie die klimatologischen Monatsmittel für Aerosol und der Hauptspurengase. Die Lösung der Strahlungsgleichung ist sehr rechenintensiv. Daher wird ein kleineres Gitter sowie eine geringere zeitliche Auflösung verwendet.

Wasserdampf und weitere strahlungsaktive Spurengase absorbieren und emittieren langwellige Strahlung. Über diesen Nettostrahlungsfluss $\mathcal{F}_{\mathcal{LW}}$ kann für jede Schicht die Temperaturtendenz mit

$$\frac{\partial T}{\partial t}_{rad} = \frac{g}{c_p} \frac{\partial \mathcal{F}_{\mathcal{LW}}}{\partial p} \tag{3.14}$$

bestimmt werden. Das bedeutet, dass die vertikale Änderung des Nettostrahlungsflusses entscheidend ist. In der Troposphäre ist der Wasserdampf das wirksamste strahlungsaktive Gas. Da in jeder Schicht mehr langwellige Strahlung emittiert als absorbiert wird, ist die Temperaturtendenz negativ, d. h. es ergibt sich in der Troposphäre großräumige Strahlungskühlung.

Für weitere Informationen zu den Parametrisierungen wird auf die Dokumentation des IFS (ECMWF 2009) verwiesen.

Die in dieser Arbeit verwendeten Daten liegen in einer horizontalen Auflösung von $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ und auf 17 Druckflächen (50, 70, 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 850, 900, 925, 950, 1000 hPa) vor. Die Analysedaten werden alle 6 h gespeichert. Die Tendenzen werden jeden Tag um 12 UTC aus Kurzfristvorhersagen von 36 h berechnet und werden als akkumulierte Daten in 3 h-Intervallen gespeichert. Für die Auswertung empfiehlt es sich, die ersten 12 h zu vernachlässigen, um Effekte auf Grund der Modellvorlaufzeit⁷ (*engl. spin-up effects*) zu vermeiden, die zu Ungenauigkeiten führen können.

Anschließen wird aus den akkumulierten Daten eine instantane Tendenz um 6, 12, 18 und 24 UTC abgeschätzt, da die operationellen Parameter zu diesen Zeiten zur Verfügung stehen. Um die ersten 12 h aussparen zu können, wird ein Vorwärtszeitschritt zur Berechnung der instantanen Tendenz verwendet. Da die Kurzfristvorhersage um 12 UTC startet, wird z. B. der Wert um 24 UTC aus der Differenz zwischen den 18 h und 12 h akkumulierten Daten berechnet, der um 06 UTC aus den 24 h und 18 h akkumulierten Daten usw. . Zu beachten ist dabei, dass aus einem über 6 Stunden akkumulierten Wert eine instantane Tendenz berechnet wird. Diese Tatsache führt zu Ungenauigkeiten, die auch im Ergebnisteil in Abschnitt 5.1 angesprochen werden. Die Berechnung der Tendenz in Abhängigkeit des Zeitschritts spielt dagegen keine Rolle, d. h. ob Vorwärts- oder Rückwärtszeitschritt verwendet wird.

Die YOTC-Daten bieten erstmals die Möglichkeit die physikalischen Tendenzen diabatischer Prozesse, wie sie in den Modellen verwendet werden, für wissenschaftliche

⁷http://www.ecmwf.int/en/forecasts/datasets/year-tropical-convection-yotc, Stand: 6.11.2014.

Zwecke zu nutzen. Zuvor gab es u. a. die Möglichkeit diabatische Prozesse über eine Formel nach Berrisford et al. (2011) abzuschätzen, wie sie z. B. in den Arbeiten von Wernli und Davies (1997), Rossa et al. (2000) und Grams et al. (2011) verwendet wurde. Grams et al. (2011) berechnen PV Tendenzen nach der Berrisford Formel innerhalb eines tropischen Wirbelsturms. Ein Vergleich dieser Werte mit den aus den YOTC-Daten berechneten PV-Tendenzen zeigt eine vergleichbare Struktur, jedoch mit geringeren Absolutwerten. Allerdings ist die hier verwendete horizontale und vertikale Auflösung geringer als in ihrer Studie. Eine Ungenauigkeitsquelle liegt in der Erzeugung der Tendenzen auf Grund von Kurzfristvorhersagen. Durch die Aussparung der ersten 12 h wird dieser Effekt jedoch minimiert.

Da die hier entwickelte Diagnostik auf isentropen Schichten basiert, müssen die Daten abschließend von Druckflächen auf isentrope Schichten interpoliert werden. Vektoren werden dabei projiziert, um den Winkel zwischen isentropen Schichten und Druckflächen zueinander zu berücksichtigen. Außerdem hat sich gezeigt, dass Ungenauigkeiten auf Grund der Diskretisierung minimiert werden können, wenn vertikale Ableitungen zuerst auf Druckflächen durchgeführt und anschließend interpoliert werden.

Kapitel 4: **PV-Inversion**

Wie in Kapitel 3 bereits angeführt, stellt die PV-Inversion ein wichtiges Werkzeug innerhalb dieser Arbeit dar. Diese basiert auf dem Invertibilitätsprinzip, das in Abschnitt 2.1 bereits als eine wichtige und hilfreiche Eigenschaften der PV vorgestellt wurde. Dies besagt, dass es unter einer geeigneten Gleichgewichtsbedingung und gegebenen Randwerten möglich ist aus der PV die balancierte Strömung (Ψ) und die Massenverteilung (Φ) zu bestimmen $\mathcal{L}^{-1}(PV) \to \Psi, \Phi$. Zusammen mit dem Partitionierungsprinzip ist es dann möglich die Strömung spezifischer Wettersysteme zu erhalten. Die Inversion der PV-Anomalien, die einzelnen Wettersysteme zugeordnet werden können, wird stückweise PV-Inversion genannt.

In der Anwendung werden meist zwei Varianten der PV-Inversion verwendet, die sich in ihrer Gleichgewichtsbedingung unterscheiden: die quasi-geostrophische PV-Inversion und die nicht lineare PV-Inversion. Der Vorteil der quasi-geostrophischen PV-Inversion (z. B. Nielsen-Gammon und Lefevre 1996) tritt besonders bei ihrer stückweisen Anwendung auf, da dort die PV linear vom Windfeld abhängt. Das bedeutet, dass die PV-Verteilung nach Abzug des Hintergrundes in eine beliebige Anzahl Anomalien q'_g aufgeteilt werden kann. Jede dieser Anomalien ist eindeutig mit einem Windfeld verbunden, d. h. für jede der Anomalien gilt $L_q^{-1}q'_q = \Psi'$ mit L_g dem linearen quasi-geostrophischen Inversionsoperator. Jedoch ist diese nur für Rossbyzahlen¹ \ll 1 anwendbar und die Gleichgewichtsbedingung wird häufig schon bei extratropischen Zyklonen nicht mehr gewährleistet (Davis et al. 1996). Um auch in Bereichen mit Rossbyzahl $\mathcal{O}(1)$ genaue Ergebnisse erzielen zu können, wird in dieser Arbeit die nicht lineare PV-Inversion (z. B. Davis 1992b) verwendet. Der Nachteil hierbei ist jedoch, dass die PV nicht linear vom Windfeld abhängt und die Invertierung der Anomalien daher nicht eindeutig ist, wie es für die quasi-geostrophische Inversion der Fall ist. Davis (1992a) stellt vier Möglichkeiten vor, wie die Berechnung der stückweisen PV-Inversion bestmöglich durchgeführt werden kann. In dieser Arbeit wird dabei die Subtraktionsmethode verwendet. Basierend auf Birkett und Thorpe (1997) kann man davon ausgehen, dass die Nicht-

¹Die Rossbyzahl Ro
 beschreibt das Verhältnis zwischen relativer und planetarer Vorticity. Is
t $Ro \ll$ 1 wird die Strömung durch die Corioliskraft dominiert, ist
 $Ro \gg 1$ durch die Zentrifugalkraft.

linearitäten für räumlich getrennte Anomalien relativ klein sind. In Übereinstimmung mit dieser Aussage, wird in Abschnitt 4.2 der nicht lineare Anteil des Windfeldes auf Tropopausenhöhe mit Werten von 1-3 ms^{-1} identifiziert.

In dieser Arbeit wird die stückweise nicht lineare PV-Inversion verwendet, um den Einfluss der baroklinen Wechselwirkung und der quasi-barotropen Ausbreitung, d. h. den Einfluss der Dynamik in der unteren Troposphäre und den Einfluss der Welle auf sich selbst, getrennt voneinander betrachten zu können. In Abschnitt 4.1 wird die PV-Inversion, wie sie von Davis und Emanuel (1991) angewandt wurde, vorgestellt. Außerdem wird gezeigt, welche Änderungen an ihrer Implementierung vorgenommen wurden, um den Code für die Anwendung für Rossbywellenpakete anzupassen. In Abschnitt 4.2 werden wir anschließend auf die Besonderheiten und die genaue Definition der Aufteilung für die stückweise PV-Inversion eingehen. Abschließend soll in Abschnitt 4.3 gezeigt werden, inwiefern der veränderte Code für die Analyse von Rossbywellenpaketen besser geeignet ist und welche Möglichkeiten dahingehend getestet wurden.

4.1 Technik der PV-Inversion

In Davis und Emanuel (1991) wird die nicht lineare Balance (Charney 1955) für die Herleitung der Gleichungen für die PV-Inversion verwendet. Diese Gleichgewichtsbedingung erzielt sehr genaue Ergebnisse, solange $|\mathbf{v}_{rot}| \gg |\mathbf{v}_{div}|$, d. h. der nicht divergente Anteil der Strömung sehr viel größer ist als der divergente Anteil und ist selbst bei stark gekrümmter Strömung (solange $\mathbf{v}_{rot}/\mathbf{v}_{div} < 1$) anwendbar. Für die Aufteilung der Strömung in seinen divergenten und nicht divergenten Anteil, wird eine Helmholtz-Partition verwendet, auf die später noch eingegangen wird. Dabei wird auch beschrieben, wie die Stromfunktion aus den gegebenen Windfeldern berechnet wird. Die für die PV-Inversion zu lösenden Gleichungen lauten

$$\nabla^2 \Phi = \nabla \cdot (f \nabla \Psi) + \frac{2}{a^4 \cos^2 \phi} \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda \partial \phi} \right)^2 \right],\tag{4.1}$$

$$PV = \frac{g\kappa\pi}{p} \left[(f + \nabla^2 \Psi) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \pi^2} - \frac{1}{a^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda \partial \pi} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi \partial \pi} \right].$$
(4.2)

Die beiden Gleichung 4.1 und 4.2 beschreiben zusammen mit den Randwertbedingungen aus Gleichung 4.3 - 4.5 das zu lösende Randwertproblem in sphärischen Koordinaten mit der Exner-Funktion $\pi = c_p (p/p_0)^{\kappa} (p_0 = 1000 \text{ hPa})$ als Vertikalkoordinate. Dabei beschreibt Φ das Geopotential, Ψ die Stromfunktion, *a* den Erdradius und λ bzw. ϕ den Winkel entlang des Längen- bzw. Breitengrades. ∇ beschreibt hier den zweidimensionalen Nabla-Operator in Kugelkoordinaten. Gleichung 4.1 wird aus der horizontalen Divergenz der horizontalen Impulsgleichungen hergeleitet und beschreibt das Verhältnis von Ψ und Φ . Als Gleichgewichtsbedingung wird dabei die nicht lineare Balance verwendet. Diese beinhaltet die Annahme, dass der rotationsfreie Anteil gegenüber dem nicht divergenten Anteil des Windes vernachlässigt werden kann. Diese Annahme wird durch die meridionale Komponente des Differenzenplots zwischen dem nicht divergenten Anteil des Windes und dem balancierten Wind aus der Inversion in Abbildung 4.1 (b) bestätigt. Die Unterschiede betragen 1-2 m/s. Im Vergleich zu den meridionalen Windgeschwindigkeiten von bis zu 65 m/s entlang des Strahlstroms ist dieser Fehler vernachlässigbar klein. Auf die großen Unterschiede in der zonalen Komponente (Abbildung 4.1 (a)) werden wir später noch zu sprechen kommen. Gleichung 4.2 stellt Ertels PV aus Gleichung 2.1 im (λ, ϕ, π) - Koordinatensystem dar und schließt das System. Damit besteht das System aus zwei Gleichungen für die beiden Unbekannten Φ und Ψ bei gegebener PV.

Die dazugehörigen Randwertbedingungen lauten:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \pi} = f_0 \frac{\partial \Psi}{\partial \pi} = -\theta, \qquad \pi = \pi_1, \pi_2 \tag{4.3}$$

$$\Psi(\lambda, \phi, \pi) = \Psi^{0}(\lambda, \phi, \pi), \qquad \phi = \phi_{1}, \phi_{2}$$

$$\Phi(\lambda, \phi, \pi) = \Phi^{0}(\lambda, \phi, \pi), \qquad \phi = \phi_{1}, \phi_{2}$$

$$(4.4)$$

$$\Psi(\lambda = \lambda_2 + \Delta\lambda, \phi, \pi) = \Psi(\lambda = \lambda_1, \phi, \pi),$$

$$\Phi(\lambda = \lambda_2 + \Delta\lambda, \phi, \pi) = \Phi(\lambda = \lambda_1, \phi, \pi).$$
(4.5)

Gleichung 4.3 beschreibt nun die Neumann-Randwertbedingung am unteren horizontalen Rand π_1 und am oberen horizontalen Rand π_2 . Die numerische Lösung des Inversionsproblems wird auf Druckflächen zwischen 900 hPa und 100 hPa mit einer vertikalen Auflösung von 50 hPa durchgeführt, so dass die Neumann-Randbedingung auf den beiden Druckflächen von 875 hPa und 125 hPa definiert ist. Da die vertikale Auflösung der gegebenen Daten geringer ist, werden die fehlenden Schichten durch eine Spline-Interpolation bestimmt. Die Randwertbedingung aus Gleichung 4.4 beschreibt Dirichlet-Randwerte mit vorgegebenen Werten für Ψ^0 und Φ^0 an den meridionalen Grenzen ϕ_1 und ϕ_2 des Inversionsgebietes. Das Inversionsgebiet erstreckt sich in der Regel zwischen $\phi_1 = 20^{\circ}$ N und $\phi_2 = 80^{\circ}$ N. Gleichung 4.5 gibt die Bedingung für die zonalen Grenzen des Inversionsbegietes an. Im Gegensatz zu Davis und Emanuel (1991) wird die Inversion hier in zonaler Richtung zyklisch durchgeführt, um die Abhängigkeit von den Randwerten Ψ^0 und Φ^0 zu minimieren. Dies wird besonders bei der stückweisen Anwendung wichtig, wie wir in Abschnitt 4.2 sehen werden. Dabei ist $\lambda_1 = 0^{\circ}$, $\lambda_2 = 359^{\circ}$ und $\Delta\lambda = 1^{\circ}$.



Abbildung 4.1: Vergleich zwischen dem nicht divergenten und balancierten Wind. Differenzenplot zwischen dem nicht divergenten Anteil des Windes \mathbf{v}_{rot} und dem balancierten Wind \mathbf{v}_{bal} aus der Inversion für den 28.10.2008 00 UTC auf 250 hPa. Dargestellt ist die zonale (a) und meridionale (b) Komponente von $\mathbf{v}_{rot} - \mathbf{v}_{bal}$. Die schwarze Kontur stellt die 2PVU-Linie dar.

In Abbildung 4.1 ist der Unterschied zwischen dem nicht divergenten Anteil des Windes und dem balancierten Wind aus der Inversion zu sehen. Während die meridionale Komponente nur kleine Unterschiede mit Absolutwerten von $1-2 \,\mathrm{m/s}$ aufweist, ist der zonalen Komponente des balancierten Windes eine antizyklonale Strömung überlagert (Abbildung 4.1 (a)). Diese großräumige Zirkulation ist größtenteils der Ungenauigkeit in der Bestimmung des oberen horizontalen Randwertes geschuldet. Die Werte der potentiellen Temperatur für Gleichung 4.3 werden auf 875 hPa und 125 hPa erwartet und aus Werten der benachbarten Schichten berechnet. Die Druckschichten für den oberen Randwert liegen zum Teil ganz oder teilweise in der Stratosphäre oder schneiden die Tropopause. Da der vertikale Temperaturgradient innerhalb der Stratosphäre sehr hoch ist, können bei der Berechnung der potentiellen Temperatur durch Interpolation am oberen Rand leicht Ungenauigkeiten auftreten auf die das Gleichungssystem sensitiv reagiert. Diese Ungenauigkeiten führen zu Änderungen der Schichtungsstabilität innerhalb des Inversionsgebietes. Um nun die Reaktion des Systems zu verstehen, muss man sich in Erinnerung rufen, dass die PV nach Gleichung 2.1 näherungsweise durch das Produkt aus Schichtungsstabilität und relativer Vorticity gegeben ist. Da die PV innerhalb des Inversionsgebietes konstant ist, muss bei einer Erhöhung der Schichtungsstabilität die relative Vorticity erniedrigt werden. Diese veränderte Vorticity wird durch die großräumige Zirkulation dargestellt. Die in diesem Fall auftretende antizyklonale Strömung entspricht einer im Durchschnitt zu warmen potentiellen Temperatur am oberen Rand.

Helmholtz-Partition

Die Aufspaltung des Windes in seinen divergenten und nicht divergenten Anteil erfolgt über eine Helmholtz-Partition. Ein globales horizontales Windfeld \mathbf{v} kann auf eindeutige Art und Weise in seinen rotationsfreien \mathbf{v}_{χ} und divergenzfreien \mathbf{v}_{Ψ} Anteil aufgespalten werden. Diese Aufteilung nennt man Helmholtz Partition. Danach ist

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\chi} + \mathbf{v}_{\Psi} = \nabla \chi + \mathbf{k} \times \nabla \Psi. \tag{4.6}$$

 χ bezeichnet dabei das Geschwindigkeitspotential und Ψ die Stromfunktion. Diese lassen sich aus der Vorticity ζ und der Divergenz δ mit Hilfe einer Poisson-Gleichung berechnen

$$\nabla^2 \chi = \delta$$
 und $\nabla^2 \Psi = \zeta.$ (4.7)

In einem begrenzten Gebiet ist diese Aufteilung nicht mehr eindeutig, sondern hängt von den gewählten Randwerten ab (Lynch 1989). Insbesondere ist in diesem Fall $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\chi} + \mathbf{v}_{\Psi} + \mathbf{v}_{harm}$ mit der sog. harmonischen Komponente \mathbf{v}_{harm} . In dieser Arbeit werden in zonale Richtung zyklische Randbedingungen verwendet und in meridionale Richtung für das Geschwindigkeitspotential Dirichlet-Randbedingungen und für die Stromfunktion Neumann-Randbedingungen, d. h.

$$\chi = 0$$
 und $\frac{\partial \Psi}{\partial \phi} = u.$ (4.8)

Unter diesen Randwertbedingungen ist die harmonische Komponente, wie in Abbildung 4.2 zu sehen, sehr klein. Die zonale harmonische Komponente in Abbildung 4.2 (a) konzentriert sich dabei besonders entlang der Tropopause mit lokalen Höchstwerten von 2-3 m/s, während für die meridionale Komponente negative Werte von 1-2 m/s am nördlichen Rand über Grönland vorkommen.

Der divergente Anteil des Windes in dieser Arbeit wird über

$$\mathbf{v}_{div} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{\Psi} = \mathbf{v}_{\chi} + \mathbf{v}_{harm} \tag{4.9}$$

bestimmt. Daher ist die harmonische Komponente im Folgenden implizit im divergenten Wind enthalten.



Abbildung 4.2: Harmonische Komponente. a) Meridionale und b) zonale Komponente der harmonischen Komponente für den 28.10.2008 00 UTC auf 325 K. Die schwarze Kontur stellt die 2 PVU-Linie dar.

Numerische Lösung des Inversionsproblems

Die numerische Lösung des oben beschriebenen Gleichungssystems wurde von Davis und Emanuel (1991) mit Hilfe eines iterativen Verfahrens umgesetzt. Das bedeutet, man versucht nicht nach den nicht linearen Variablen Ψ und Φ direkt aufzulösen, sondern schreibt das Gleichungssystem so um, dass am Ende zwei lineare dimensionslose Poissongleichungen

$$\nabla^{2}\Psi^{\nu+1} = X_{1}(\Psi^{\nu}, \Phi^{\nu+1})$$

$$= \left(\sin\phi + \frac{\partial^{2}\Phi^{\nu+1}}{\partial\pi^{2}}\right)^{-1} \left[PV + \nabla^{2}\Phi^{\nu+1} - \sin\phi\frac{\partial^{2}\Phi^{\nu+1}}{\partial\pi^{2}} - \frac{L}{a}\cos\phi\frac{\partial\Psi^{\nu}}{\partial\phi} + \frac{1}{\cos^{2}\phi}\frac{\partial^{2}\Psi^{\nu}}{\partial\lambda\partial\pi}\frac{\partial^{2}\Phi^{\nu+1}}{\partial\lambda\partial\pi} + \frac{\partial^{2}\Psi^{\nu}}{\partial\phi\partial\pi}\frac{\partial^{2}\Phi^{\nu+1}}{\partial\phi\partial\pi} - \frac{2}{\cos^{2}\phi}\left(\frac{\partial^{2}\Psi^{\nu}}{\partial\lambda^{2}}\frac{\partial^{2}\Psi^{\nu}}{\partial\phi^{2}} - \frac{\partial^{2}\Psi^{\nu}}{\partial\lambda\partial\phi}\frac{\partial^{2}\Psi^{\nu}}{\partial\lambda\partial\phi}\right)\right]$$

$$(4.10)$$

und

$$\nabla^{2}_{3D} \Phi^{\nu+1} = X_{2}(\Psi^{\nu}, \Phi^{\nu})$$

$$= PV + \sin \phi \nabla^{2} \Psi^{\nu} + \frac{1}{\cos^{2} \phi} \frac{\partial^{2} \Psi^{\nu}}{\partial \lambda \partial \pi} \frac{\partial^{2} \Phi^{\nu}}{\partial \lambda \partial \pi}$$

$$+ \frac{\partial^{2} \Psi^{\nu}}{\partial \phi \partial \pi} \frac{\partial^{2} \Phi^{\nu}}{\partial \phi \partial \pi} + \frac{L}{a} \cos \phi \frac{\partial \Psi^{\nu}}{\partial \phi} + \frac{2}{\cos^{2} \phi} \left(\frac{\partial^{2} \Psi^{\nu}}{\partial \lambda^{2}} \frac{\partial^{2} \Psi^{\nu}}{\partial \phi^{2}} - \frac{\partial^{2} \Psi^{\nu}}{\partial \lambda \partial \phi} \frac{\partial^{2} \Psi^{\nu}}{\partial \lambda \partial \phi} \right)$$

$$(4.11)$$



Abbildung 4.3: Schema zur Programmstruktur der PV-Inversion. Φ^0 und Ψ^0 stellen Startwerte für die PV-Inversion dar. Diese werden in Gleichung 4.11 eingesetzt, um einen aktuellen Wert von Φ zu erhalten. Φ^1 und Ψ^0 werden daraufhin in Gleichung 4.10 eingesetzt und nach Ψ^1 gelöst. Diese Iteration wird durchgeführt bis $\Phi^{\nu+1}$ ein relatives Konvergenzkriterium erfüllt.

zu lösen sind (A.3 und A.4 aus Davis und Emanuel (1991)). ∇ ist dabei der zweidimensionale Nabla-Operator, während ∇_{3D} wie folgt definiert ist:

$$\boldsymbol{\nabla}_{3D}^2 = \boldsymbol{\nabla}^2 + \left(\sin\phi + \boldsymbol{\nabla}^2 \Psi^{\nu}\right) \frac{\partial^2}{\partial \pi^2}$$

Der Vorteil eines iterativen Verfahrens ist, dass die nicht linearen Terme von Ψ und Φ nicht explizit gelöst werden müssen, sondern auf die rechte Seite der Gleichungen geschoben werden können. Dadurch können die Poissongleichungen mit einem Standardverfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme gelöst werden. Davis und Emanuel (1991) wählten das sog. Successive Over-Relaxation (SOR)-Verfahren, das eine näherungsweise Lösung bestimmt. Dieses iterative Verfahren verwendet einen reellen Überrelaxationsparameter mit dem der aktuelle Wert der Iteration gewichtet wird. Zur Optimierung des Verfahrens muss dieser für jede Inversion neu gewählt werden. Um eine von diesem Parameter unabhängige Lösung erzielen zu können, wird hier das SOR-Verfahren durch das sog. Flexible Generalized minimal residual (FGMRES)-Verfahren ersetzt. Der große Vorteil dieses Verfahrens ist, dass es unabhängig von der Wahl eines Parameters ist und dadurch sehr stabil ist. Ein detaillierter Vergleich unterschiedlicher linearer Löser ist in Abschnitt 4.3 aufgeführt. Die Diskretisierung der Gleichungen erfolgt mit einem zentralen Differenzenverfahren 2. Ordnung. Für die vertikale Diskretisierung werden modifizierte Koeffizienten verwendet, um dem nicht äquidistanten Gitter gerecht zu werden.

Für eine möglichst schnelle Lösung (möglichst wenige Iterationen) des Gleichungssystems ist es wichtig, dass geeignete Startwerte Ψ^0 und Φ^0 vorgegeben werden. Der weitere Lösungsweg des umgeschriebenen Gleichungssystems ist in Abbildung 4.3 schematisch dargestellt. Die Startwerte werden in Gleichung 4.11 eingesetzt und mit Hilfe des FGMRES-Verfahrens gelöst, wodurch man einen aktuellen Wert Φ^1 für das Geopotential erhält. Dieser Wert wird in Gleichung 4.10 eingesetzt, wodurch man einen aktuellen Wert Ψ^1 für die Stromfunktion erhält. Damit ist der erste Iterationsschritt der Hauptiteration abgeschlossen. Beachte, dass der aktuelle Wert für die einzelne Gleichung 4.10 und Gleichung 4.11 eine bessere Schätzung ergibt und sich zur Lösung hinbewegt. Dies muss jedoch nicht für das Gesamtsystem der Fall sein. So kann es durchaus erst zu einer Verschlechterung und anschließend zu einer Verbesserung kommen. Der aktuelle Wert für die Stromfunktion wird nun in Gleichung 4.11 eingesetzt und der nächste Iterationsschritt beginnt. Wichtig bei dieser iterativen Einsetzung ist, dass die aktuellen Werte $\Psi^{\nu+1}$ und $\Phi^{\nu+1}$ vor dem Einsetzen mit den Ergebnissen des vorherigen Iterationsschritts gewichtet werden. Andernfalls tritt keine Konvergenz auf. Das bedeutet

$$\begin{split} \Psi^{\nu+1} &= \omega \Psi^{\nu+1} + (1-\omega) \Psi^{\nu} \\ \Phi^{\nu+1} &= \omega \Phi^{\nu+1} + (1-\omega) \Phi^{\nu}, \qquad \omega \in \mathbb{R} \in [0,1]. \end{split}$$

In den meisten Fällen ist ein Wert von $\omega = 0.5$ vollkommen ausreichend. Bei den stückweisen Anwendungen ist es ratsam bis auf $\omega = 0.2$ runterzugehen, um Konvergenz zu gewährleisten. Im Gegensatz zu Davis und Emanuel (1991), wird hier ein relatives Konvergenzkriterium verwendet

$$\frac{||\nabla_{3D}^2 \Phi^{\nu+1} - X_2(\Psi^{\nu}, \Phi^{\nu})||_2}{||X_2(\Psi^{\nu}, \Phi^{\nu})||_2} < 1e^{-3},$$

wobei $||\cdot||_2$ die euklidische Norm bezeichnet. $\nabla^2_{3D} \Phi^{\nu+1} - X_2(\Psi^{\nu}, \Phi^{\nu})$ (s. Gleichung 4.11) beschreibt das Residuum der Hauptiteration. Ist dessen relativer Fehler kleiner als 0.1%, tritt Konvergenz auf. In der Regel sind 3-5 (bei der stückweisen Anwendung 10-15) Hauptiterationen nötig, bis Konvergenz eintritt.

4.2 Stückweise PV-Inversion

In dieser Arbeit wird die stückweise PV-Inversion verwendet, um den Einfluss der quasi-barotropen Ausbreitung und der baroklinen Wechselwirkung auf die Entwicklung von Rossbywellenpaketen getrennt voneinander untersuchen zu können. Dazu muss die PV-Verteilung auf sinnvolle Art und Weise untergliedert werden. Die PV-Verteilung wird dafür in einen Hintergrundzustand und zugehörige Anomalien unterteilt. In Abbildung 4.4 sind die PV- und Temperaturanomalien in einer 3D-Ansicht beispielhaft dargestellt. In der Regel ist eine klare Trennung der PV-Anomalien der Rossbywelle und den PV-Anomalien in der unteren Troposphäre möglich. In dieser Arbeit wird da-



Abbildung 4.4: PV- und Temperaturanomalien. 3D-Ansicht der PV-Anomalien und Temperaturanomalien am unteren Rand, beispielhaft für den 28.10.2008 00 UTC. Zur besseren Übersicht sind die PV-Anomalien nur zwischen 850 und 250 hPa gezeigt. Die Druckfläche zur Trennung der oberen und unteren Anomalien ist auf 600 hPa grau unterlegt.

für die 600 hPa-Druckfläche verwendet. Davis et al. (1996) verwendet in seiner Arbeit 500 hPa zur Trennung der oberen und unteren Anomalien. In Anhang A wird für das Rossbywellenpaket aus Abschnitt 5.2 gezeigt, dass die Abhängigkeit von der gewählten Druckfläche zwischen 400 hPa und 650 hPa nicht die qualitative Aussage der Prozesse beeinflusst, so fern die Druckfläche so gewählt wird, dass die Anomalien der Wellenpakete nicht durchtrennt werden. Dies ist in der Regel für Druckflächen zwischen 550 und 650 hPa erfüllt. Bei sehr stark ausgeprägten Zyklonen mit einem vertikal durchgehenden Signal in der PV bzw. bei PV-Streamern kann es dazu kommen, dass PV-Anomalien durch die zur Trennung verwendeten Druckfläche separiert werden. Diese Anomalien sind jedoch in der Regel auf Höhe der Druckfläche nur schwach ausgeprägt. PV-Anomalien auf und oberhalb 600 hPa werden nun zusammen mit den Temperaturanomalien am oberen horizontalen Rand der Rossbywelle und PV-Anomalien unterhalb 600 hPa zusammen mit den Temperaturanomalien am unteren Rand der Dynamik in der unteren Troposphäre zugeordnet. Invertiert man nun diese Anomalien separat voneinander, erhält man die mit diesen Anomalien verknüpften Windfelder, die die Welle advehieren und damit PV-Tendenzen erzeugen, die den jeweiligen Einfluss auf die Welle repräsentieren.

Eine Herausforderung der nicht linearen stückweisen PV-Inversion ist die Zerlegung der PV-Anomalien und die anschließende Berechnung der dazugehörigen Windfelder. Davis (1992a) untersucht vier unterschiedliche Methoden, wobei die sog. Subtraktionsmethode², die im Folgenden verwendet wird, sehr gute Resultate erzielt. Dabei werden für jede zu invertierende Anomalie zwei Inversionen durchgeführt. Eine vollständige PV-Inversion ohne Änderungen des PV-Feldes und eine Inversion bei der die oberen bzw. unteren PV-Anomalien vom PV-Feld und die jeweiligen Temperaturanomalien vom Temperaturfeld abgezogen werden. Ein Überblick über die gesuchten Windfelder und die für die Inversion benötigten Randwerte ist in Tabelle 4.1 gegeben.

Windfeld	Inversion	Φ^0/Ψ^0	$\theta _{p=875hPa}$	$\theta _{p=125hPa}$
\mathbf{v}_{bal}	$\mathcal{A}^{-1}\{PV\}$	Φ/Ψ	θ	θ
\mathbf{v}_{bg}	$\mathcal{A}^{-1}\{\overline{PV}\}$	$\overline{\Phi}/\overline{\Psi}$	$\overline{ heta}$	$\overline{ heta}$
\mathbf{v}_o	$\mathbf{v}_{bal} - \mathcal{A}^{-1} \{ PV - PV'_o \}$	$\overline{\Phi}/\overline{\Psi}$	θ	$\overline{ heta}$
\mathbf{v}_u	$\mathbf{v}_{bal} - \mathcal{A}^{-1}\{PV - PV'_u\}$	Φ/Ψ	$\overline{ heta}$	θ

Tabelle 4.1: Definition der PV-Inversion mit verwendeten Randwerten. Erläuterungen s.Text.

 \mathcal{A}^{-1} beinhaltet dabei die Anwendung der PV-Inversion mit der anschließenden Berechnung des Windfeldes aus der Stromfunktion. Für die oberen und unteren PV-Anomalien gilt $PV'_o = PV'|_{p \le 600 \, hPa}$ und $PV'_u = PV'|_{p > 600 \, hPa}$, ansonsten werden die Anomalie-Felder gleich Null gesetzt. Ψ^0 und Φ^0 bezeichnen jeweils die Startwerte für die Berechnung der Inversion aus Abschnitt 4.1. Außerdem werden über die Startwerte die Dirichlet-Randwerte übergeben. Die Wahl der Randwerte stellt für die stückweise PV-Inversion eine weitere Herausforderung dar, da die Änderung der PV im Inneren des Inversionsgebietes das Geopotential und die Stromfunktion am Rand des Gebietes beeinflusst. Da die Randwerte für die geänderte PV-Verteilung allerdings nicht bekannt sind, müssen diese möglichst gut abgeschätzt werden. Um diesen Einfluss so gering wie möglich zu halten, wurde das Inversionsgebiet in zonale Richtung periodisch gewählt, s. Gleichung 4.5. Am meridionalen Rand, s. Gleichung 4.4, müssen jedoch für Ψ^0 und Φ^0 geeignete Werte vorgegeben werden. Im Fall der Inversion von $PV - PV'_o$ besteht die zu invertierende PV oberhalb der 600 hPa-Druckfläche aus dem Hintergrund und unterhalb aus der vollen PV. Da die PV-Werte unterhalb schwächer sind und v. a. nur vereinzelt innerhalb des Gebietes auftreten (s. Abbildung 4.4), wird der meridionale Rand durch den Hintergrund angenähert. Umgekehrt verhält es sich für die Inversion

² Zusätzlich wurde die "AM"-Methode Davis (1992a) getestet. Diese erzielt ähnliche Ergebnisse, ist jedoch weniger robust bei der Inversion der oberen Anomalien. Der Unterschied zur Subtraktionsmethode liegt darin, dass hier die Anomalien auf den Hintergrund addiert werden, d.h. \mathbf{v}_o wird aus $\mathcal{A}^{-1}\{\overline{PV} + PV'_o\} - \mathbf{v}_{bg}$ berechnet, wobei die Randwerte $\Psi^0 = \Psi$, $\Phi^0 = \Phi$, $\theta|_{p=875 hPa} = \overline{\theta}$ und $\theta|_{p=125 hPa} = \theta$ sind.

der unteren Anomalien. Hier werden die meridionalen Randwerte durch die volle PV angenähert.

Die Subtraktionsmethode beinhaltet, dass die oberen und unteren Windfelder \mathbf{v}_o und \mathbf{v}_u aus der Differenz zweier Inversionen berechnet werden. Für die Inversion von $PV - PV'_o$ und $PV - PV'_u$ wird das PV-Feld modifiziert. Eine Änderung der PV würde sich allerdings in einer Änderung der Schichtungsstabilität und der relativen Vorticity bemerkbar machen und sich so in \mathbf{v}_o und \mathbf{v}_u wiederfinden. Um dies zu verhindern, wird die PV, die vom PV-Feld abgezogen wird innerhalb des Gebietes umverteilt. Im Gegensatz zu Davis (1992a) verteilen wir die abgezogenen PV-Anomalien nicht für jede Druckschicht um, sondern verteilen die PV-Anomalien gleichmäßig über das gesamte Inversionsgebiet. Durch diese Umverteilung ist es v. a. für die Inversion von $PV - PV'_o$ möglich den Übergang zwischen den Werten im Inneren und den Randwerten kontinuierlicher zu gestalten. Das erleichtert die Konvergenz der stückweisen Inversionen und schwächt zudem die großräumige Zirkulation der zonalen nicht linearen Komponente u_{NL} ab, die im Folgenden definiert wird.

Wie zu Beginn erwähnt, hängen bei Verwendung der nicht linearen Balance als Gleichgewichtsbedingung für die stückweise PV-Inversion die Windfelder nicht linear voneinander ab. Daher gibt die Summe der Windfelder das volle Windfeld nicht exakt wieder. Als Indikator für diesen Einfluss, wird der nicht lineare Anteil der Windfelder über

$$\mathbf{v}_{NL} = \mathbf{v}_{bal} - \mathbf{v}_{bg} - \mathbf{v}_u - \mathbf{v}_d$$

berechnet. In Abbildung 4.5 ist deren zonale und meridionale Komponente dargestellt. Die zonale Komponente des nicht linearen Anteils der Windfelder ist durch ein großräumiges antizyklonales Windfeld geprägt. Auch hier spielen Ungenauigkeiten in der Bestimmung der oberen und unteren horizontalen Randwerte eine Rolle. Hinzu kommt die Unsicherheit in der Wahl der lateralen meridionalen Randwerte am nördlichen und südlichen Rand. Wie bereits erwähnt, spielt hierbei auch die Umverteilung der PV-Anomalien im Inneren des Gebiets eine Rolle. Da die meridionale Komponente sowohl auf die oberen und unteren horizontalen als auch auf die lateralen Randwerte weniger sensitiv (bis gar nicht) reagiert, eignet sie sich daher besser, um den Einfluss der Nichtlinearität auf die Aufteilung der Windfelder zu quantifizieren. Die meridionale Komponente ist maximal entlang des Strahlstroms und liegt zwischen 1-3 m/s. Der Vollständigkeit halber ist der nicht lineare Anteil für das gesamte Rossbywellenpaket aus Abschnitt 5.1 vom 26.-31.10 2008 00 UTC in Anhang B aufgeführt.



Abbildung 4.5: Indikator für den nicht linearen Einfluss. Nicht linearer Anteil der Windfelder (Farbe) für die (a) zonale und (b) meridionale Komponente des Windes für den 28.10.2008 00 UTC auf 250 hPa. Der nicht lineare Anteil wird aus der Differenz der vollen und stückweisen Inversion, sowie der Hintergrundsinversion berechnet. Die schwarze Linie stellt die 2 PVU-Kontur dar.

4.3 Ein robuster, zyklischer PV-Inversionscode

Ein Ziel dieser Arbeit war es eine möglichst schnelle und robuste Realisierung des PV-Inversionscodes auf Grundlage von Davis und Emanuel (1991) für die hier untersuchte Fragestellung zu finden. Robust bedeutet hier, dass möglichst viele Inversionen konvergieren. Diese Eigenschaft ist keine Selbstverständlichkeit, da die Unsicherheit in den Randwerten sich negativ auf die Konvergenzeigenschaften des Systems auswirkt. Dabei war es außerdem wichtig die Periodizität in zonale Richtung auszunutzen, um die Verwendung von Randwerten zu minimieren. In Abschnitt 4.1 wurde die bestmögliche Realisierung bereits beschrieben. In diesem Abschnitt soll nun die Implementierung von Davis und Emanuel (1991), die im Folgenden als DE91-FI abgekürzt wird, mit der von mir abgeänderten und umgeschriebenen Implementierung, die im Folgenden als MI-FGMRES abgekürzt wird, verglichen werden. Außerdem sollen weitere getestete Varianten des Codes vorgestellt werden, u. a. die Verwendung verschiedener Standardverfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme.

Der ursprüngliche Code von Davis und Emanuel (1991) ist in Fortran 77 geschrieben. Da in Matlab bereits eine Vielzahl an Routinen zur Lösung linearer Gleichungssysteme vorhanden sind, habe ich den Fortran-Code nach Matlab übertragen, um auf einfache Art und Weise deren Einfluss auf die Inversion testen zu können. Dabei wurde zusätzlich zu kleineren "sprachbedingten" Änderungen die Darstellung des Nabla-Operators durch das Differenzenverfahren modifiziert, was zu einer Änderung des meridionalen Gitterabstandes und damit zu einer abgeschwächten überlagerten großräumigen Zirkulation des balancierten Windes führte.

Um in den kommenden Abschnitten die unterschiedlichen Implementierungen miteinander vergleichen zu können, betrachten wir den Differenzenwind $\Delta \mathbf{v}$ aus Gleichung 3.4. Wie bereits in Abschnitt 3.1 erwähnt, stecken in diesem v. a. Unsicherheiten der stückweisen Aufteilung, d. h. der nicht lineare Anteil der Windfelder \mathbf{v}_{NL} , Ungenauigkeiten in der Randwertbestimmung und der Unterschied zwischen dem nicht divergenten und dem balancierten Wind. Umso kleiner das Differenzenfeld an jedem Gitterpunkt ist, umso näher ist die Summe der aufgeteilten Windfelder an der vollen Strömung. Exemplarisch werden die Unterschiede der verschiedenen Implementierungen erneut für die Inversion der Windfelder für den 28.10.2008 00 UTC diskutiert. Zu diesem Zeitpunkt erstreckt sich ein voll ausgebildetes Rossbywellenpaket über die nördliche Hemisphäre (s. Abschnitt 5.1).

Vergleich Fortran - Matlab - Implementierung

Der erste Schritt bestand darin, den nach Matlab umgeschriebenen Code mit DE91-FI zu vergleichen. Dabei wurden alle einstellbaren Faktoren, Variablen und Parameter identisch gewählt. Insbesondere bedeutet das die Verwendung des SOR-Verfahrens zur Lösung der zwei- und dreidimensionalen Poisson-Gleichungen und wird daher im Folgenden als MI-SOR bezeichnet. DE91-FI verwendet als Konvergenzkriterium für das SOR-Verfahren die maximale Änderung des gesuchten Lösungsvektors **x** zwischen zwei Iterationsschritten *i* und *i* + 1 an jedem Gitterpunkt. Ist diese Änderung kleiner als 0.1 gpm, d. h. $||\mathbf{x}^{i+1} - \mathbf{x}^i||_{\infty}^3 < 0.1 \text{ gpm}$, tritt Konvergenz auf. Konvergieren die SOR-Verfahren sowohl für Gleichung 4.10 als auch für Gleichung 4.11 nach jeweils einem Iterationsschritt, konvergiert die gesamte PV-Inversion.

In Abbildung 4.6 wird das Differenzenwindfeld $\Delta \mathbf{v}$ mit diesem Konvergenzkriterium sowohl für die Fortran- als auch für die Matlab-Implementierung gezeigt. Vergleicht man die beiden Implementierungen miteinander, fällt sofort die Abschwächung der großräumigen Zirkulation zwischen Abbildung 4.6 (a) und (c) auf. Für die Fortran-Implementierung erstreckt sich die überlagerte Zirkulation viel weiter in das Inversionsgebiet als für die Matlab-Implementierung. Dies ist u. a. auf die geänderte Darstellung des Nabla-Operators zurückzuführen. Die maximalen Absolutwerte der meridionalen

 $^{^{3}||\}mathbf{x}||_{\infty}$ bezeichnet die Maximumsnorm und sucht innerhalb des Vektors \mathbf{x} den maximalen Betrag.



Abbildung 4.6: Vergleich Fortran-Matlab Implementierung. Differenzenwindfeld $\Delta \mathbf{v}$ der Inversion für den 28.10.2008 00 UTC auf 250 hPa. Die potentielle Temperatur für die oberen und unteren horizontalen Randwerte wurde aus der Ableitung des Geopotentials berechnet. Die schwarze Linie stellt die 2 PVU-Kontur dar.

Komponente in Abbildung 4.6 (b) und (d) sind für beide Implementierung mit rund 4 m/s ähnlich groß, jedoch unterscheiden sie sich in ihrer Lage und Struktur. Für MI-SOR sind nur um den Rücken bei 180°E Werte über 4 m/s zu beobachten, während für DE91-FI zudem über dem asiatischen und amerikanischen Kontinent großflächig hohe Werte beobachtet werden können. Es ist jedoch zu beachten, dass der relative Unterschied zum nicht divergenten Wind entlang der Tropopause für beide Implementierungen unter 5 % liegt (nicht zu erkennen). Alles in allem zeigt schon hier die Matlab-Implementierung geringere Werte für den Differenzenwind als DE91-FI. Im Folgenden wird nun getestet, in wie fern ein Austausch des SOR-Verfahrens und eine Änderung des Abbruchkriteriums einen Einfluss auf die Konvergenzeigenschaften und den Differenzenwind haben.

Variation des linearen Lösers

Der ursprüngliche Code von Davis und Emanuel (1991) verwendet das SOR-Verfahren zur Lösung der einzelnen Poisson-Gleichungen. Für dieses Verfahren muss jedoch der Überrelaxationsparameter gewählt werden, der die Konvergenz und die Geschwindigkeit der Lösung stark beeinflusst und prinzipiell für jede Iteration neu bestimmt werden sollte. Um den Code von dieser Abhängigkeit zu befreien, wurden unterschiedliche Standardverfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme der Form Ax = b getestet, wobei \mathbf{x} den gesuchten Lösungsvektor bezeichnet. Definiert man für solch ein Gleichungssystem das Residuum $\mathbf{r} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}$, kann man die Konvergenzgeschwindigkeit in Form von $||\mathbf{r}||_2/||\mathbf{r}_0||_2$ für verschiedene Verfahren miteinander vergleichen. Dabei bezeichnet $||\cdot||_2$ die euklidische Norm und \mathbf{r}_0 das Residuum für den Startvektor \mathbf{x}_0 . In Abbildung 4.7 werden das SOR-, das Generalized minimal residual (GMRES)-, das FGMRES- und das Biconjugate gradients stabilized method (BiCGSTAB)-Verfahren zur Lösung von Gleichung 4.11 dargestellt. Der Übersichtlichkeit halber wurde die Abbildung nach 500 Iterationen abgeschnitten. Das SOR-Verfahren hat nach diesen 500 Iterationen weiterhin ein relatives Residuum von 0.06, während das FGMRES mit 25 Iterationen der klare Gewinner ist. Fairerweise muss man jedoch sagen, dass das FGMRES-Verfahren für jede Iteration deutlich mehr Zeit benötigt als das SOR-Verfahren. Am Ende benötigt das FGMRES-Verfahren für diesen Fall allerdings nur 10s bis zur Konvergenz und das SOR-Verfahren 27 s. Das FGMRES-Verfahren ist für diesen Fall also um den Faktor 2.7 schneller.

In Abbildung 4.8 ist der Differenzenwind bei Verwendung des FGMRES-Verfahrens dargestellt. Erneut ist eine deutliche Abschwächung der großräumigen Zirkulation in der zonalen Komponente des Differenzenwindes zu sehen. Insbesondere werden im Süden keine Werte über 4 m/s erreicht. Auch die meridionale Komponente weicht nun weniger stark von der vollen Strömung ab. Dies liegt besonders daran, dass die Wahl des Konvergenzkriteriums über das Residuum stärker ist als über die maximale Abweichung des Lösungsvektors vom einem zum nächsten Iterationsschritts, wie es in DE91-FI und MI-SOR verwendet wurde.

Da das FGMRES-Verfahren sowohl bei der Geschwindigkeit als auch bei den Resultaten in Form des Differenzenwindes überzeugen konnte, wird auf dieses im Folgenden näher eingegangen. Das FGMRES-Verfahren (Saad 1993) unterscheidet sich vom



Abbildung 4.7: Variation des linearen Lösers. Konvergenzgeschwindigkeit unterschiedlicher linearer Lösung für Gleichung 4.11. Zur besseren Übersicht wurde die Abbildung nach 500 Iterationen abgeschnitten. Das FGMRES-Verfahren benötigt 10 s, während das SOR-Verfahren 27 s bis zur Konvergenz benötigt.

GMRES-Verfahren (Meister 2011, S. 179 ff.) darin, dass mit Hilfe einer sog. Präkonditionierung die Geschwindigkeit, wie in Abbildung 4.7 zu sehen war, stark verbessert werden kann. Das GMRES-Verfahren ist ein Krylov-Unterraum-Verfahren und beruht im Gegensatz zum SOR-Verfahren nicht auf dem Banachschen Fixpunktsatz, sondern ist viel mehr geometrisch motiviert. Im Prinzip wandelt das GMRES-Verfahren die Lösung des linearen Gleichungssystems in ein Minimierungsproblem um. Daher liefert das Verfahren, sofern das System eindeutig lösbar ist (A besitzt vollen Rang), unter Vernachlässigung numerischer Rundungsfehler nach endlich vielen Schritten die exakte Lösung. Die verwendete Präkonditionierung beruht darauf, die zu invertierende Matrix A möglichst zu vereinfachen. Wir verwenden ein sog. links-präkonditioniertes System der Form $\mathbf{PAx} = \mathbf{Pb}$, wobei die Matrix \mathbf{PA} möglichst nah an der Einheitsmatrix liegen soll (z. B. Hanke-Bourgeois 2009, S.97 ff.). Zur Präkonditionierung selbst wird das SOR-Verfahren mit 20 Iterationen verwendet, das für diesen Zweck sehr gute Ergebnisse erzielt⁴.

⁴Zur Lösung von Gleichung 4.10 wird für das SOR-Verfahren ein Parameter von 1.94 und zur Lösung von Gleichung 4.11 ein Parameter von 1.85 verwendet. Diese Werte wurden empirisch für eine Reihe von Fällen ausgewählt.



Abbildung 4.8: Wie Abbildung 4.6, nur unter Verwendung des FGMRES-Verfahrens.

Einfluss der oberen und unteren horizontalen Randwerte

Wie in Abschnitt 4.1 erläutert, beeinflussen die oberen und unteren horizontalen Randwerte die Resultate der PV-Inversion stark in Form der überlagerten großräumigen Zirkulation des balancierten Windes. Daher wird im Folgenden untersucht, ob es möglich ist durch genauere bzw. geänderte Bedingungen für die oberen und unteren horizontalen Randwerte eine Verbesserung der Inversion zu erzielen.

Die Randwertbedingung aus Gleichung 4.3 gilt für das Geopotential unter der Annahme der hydrostatischen Balance, die innerhalb unseres Gleichungssystems erfüllt ist. Für die Stromfunktion hingegen wird geostrophische Balance vorausgesetzt. Eine Erweiterung der oberen und unteren horizontalen Randwerte auf die nicht lineare Balance ist nach Davis und Emanuel (1991) jedoch nicht erforderlich, da die Lösung der Inversion nicht sensitiv darauf reagiert. Allerdings verwendet die Randwertbedingung außerdem die Approximation der f-Ebene, die einen konstanten Coriolisparameter $f = f_0 = 2\Omega \sin(45^\circ)$ annimmt. Das bedeutet, je weiter man sich von $\phi = 45^\circ$ entfernt, desto ungenauer wird diese Approximation. Da sich unser Inversionsgebiet in der Regel von 20°N bis 80°N erstreckt, wurde getestet, ob eine Anpassung der Randwerte auf die Approximation der β -Ebene eine Verbesserung erzielt. Unter der Annahme der β -Ebene ist der Coriolisparameter $f = f_0 + 2\Omega \cos(45^\circ) (\phi - 45^\circ)$ breitengradabhängig und nicht konstant. Wie in Abbildung 4.9 zu sehen, reagiert die Inversion jedoch nicht sensitiv auf diese Änderung. Die stärksten Unterschiede sind sowohl für die zonale als auch die meridionale Komponente innerhalb des Rückens bei 180° zu sehen.



Abbildung 4.9: Wie Abbildung 4.8, nur unter Verwendung der β -Ebene.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, den Randwert der potentiellen Temperatur nicht über die vertikale Ableitung des Geopotentials zu berechnen, sondern direkt aus den Werten der potentiellen Temperatur der benachbarten Druckflächen zu interpolieren. Für den 28.10.2008 00 UTC und das dazugehörige Wellenpaket konnten dabei die besten Ergebnisse erzielt werden, wenn die Temperatur linear interpoliert wurde. Dabei wurden für den oberen Randwert im Durchschnitt kleinere Werte (also kühlere Temperaturen) als bei der Bestimmung des Geopotentials erreicht, was zu einer Erniedrigung der vorgegeben Stabilität führte, die wiederum die großräumige Zirkulation abschwächte. Jedoch war dieser positive Einfluss abhängig vom Wellenpaket und wurde daher nicht weiter verfolgt.

Inversion über alle Längengrade

Da sich Rossbywellenpakete häufig über alle Längengrade hinweg erstrecken, war es wichtig die PV-Inversion über 360° berechnen zu können, um die Abhängigkeit von den zonalen Randwerten zu begrenzen. Für die Realisierung solch einer Inversion gibt es zwei Möglichkeiten: die Wahl zyklischer Randwerte, wie sie in Gleichung 4.5 umgesetzt wurde oder die Zerlegung in zonale Wellenzahlen mittels einer *Fast Fourier Transformation* (FFT). Anstatt die Zerlegung in zonale Wellenzahlen direkt in den PV-Inversionscode zu implementieren, wurde der Unterschied zwischen beiden Varianten für die Berechnung der Stromfunktion getestet. Die Stromfunktion wird über die Inversion der relativen Vorticity berechnet und kann daher als einfaches Modell verwendet werden. Im Fall der Stromfunktion liefert die Aufteilung in zonale Wellenzahlen keine Verbesserung für die Konvergenzeigenschaften und benötigt sogar mehr Zeit als die zyklische Berechnung. Daher wurde dieser Ansatzpunkt nicht weiter verfolgt und sei hier nur der Vollständigkeit halber angeführt.

Robustheit

Bis jetzt haben wir v. a. darauf geachtet, dass die großräumige Zirkulation in der zonalen Komponente des Differenzenwindes möglichst klein ist. Allerdings ist ein weiteres wichtiges Kriterium die Robustheit. Da der PV-Inversionscode und die später entwickelte Methodik auf eine Vielzahl von Rossbywellenpaketen angewandt werden soll, ist es wichtig, dass die PV-Inversion zu möglichst vielen Zeitpunkten konvergiert. Um die Robustheit zu quantifizieren, wurde die PV-Inversion für 13 verschiedene Rossbywellenpakete sowohl mit DE91-FI als auch mit MI-FGMRES berechnet und anschließend die Anzahl der nicht konvergierten Inversionen gezählt. Diese sind in Tabelle 4.2 für die volle und die stückweisen Inversionen separat aufgeführt. Insgesamt wurden für

	FI	MI
Anzahl nicht konvergierter <i>voller</i> Inversionen	7	0
Anzahl nicht konvergierter oberer Inversionen	2	0
Anzahl nicht konvergierter <i>unterer</i> Inversionen		0
benötigte Inversionszeit in <i>min</i>	9-22	4-7

Tabelle 4.2: Vergleich FI-MI in Bezug auf Geschwindigkeit und Robustheit.

diese 13 Rossbywellenpakete 450 Inversionen (je 150 volle, obere und untere Inversionen) durchgeführt. Für DE91-FI konvergierten 5% der vollen und 1% der stückweisen Inversionen nicht, während für MI-FGMRES alle durchgeführten Inversionen konvergierten. Außerdem benötigt MI-FGMRES für einen Zeitpunkt 4-7 min, je nachdem wie viele Iterationen für die Konvergenz benötigt werden, während DE91-FI bis zu 22 min rechnet. Dieser hohe Zeitaufwand liegt an der Variation des zu wählenden Parameters für das SOR-Verfahren. Für diesen werden vier verschiedene Werte ausprobiert, bis tatsächlich ein nicht konvergierter Zeitpunkt bestimmt wird. Allerdings konvergierten 95% aller Fälle nach 9 min.

Kapitel 5: Vorstellung dreier Fallstudien von Rossbywellenpaketen

In diesem Kapitel wird die in Kapitel 3 entwickelte Methodik an Hand von drei Fallstudien von Rossbywellenpaketen veranschaulicht.

Das erste Rossbywellenpaket (Teubler und Riemer 2016) existierte im Oktober 2008 und erstreckte sich über einen Zeitraum von 6 Tagen. Das Wellenpaket entwickelte sich über dem Westpazifik und war 4 Tage später Auslöser eines ausgeprägten Rücken-Trog-Paares über Europa, das schlecht vorhergesagt war. Mit dessen Hilfe wollen wir zu Beginn die Struktur der advektiven und besonders der diabatischen PV-Tendenzen untersuchen, um ein Gefühl für deren Einfluss auf die einzelnen Anomalien zu gewinnen. Weiterhin wird für jede Anomalie die Dynamik diskutiert, d. h. die Amplitudenentwicklung für jeden einzelnen Trog und Rücken des Wellenpaketes.

Das zweite Rossbywellenpaket stand in Zusammenhang mit einem Flutereignis in den nördlichen Alpen. In Piaget et al. (2015) konnte gezeigt werden, dass die großräumige Dynamik in Zusammenhang mit einem Rücken-Trog-Paar über dem Atlantik entscheidend für den Feuchtetransport und das Zustandekommen des Flutereignisses war. Innerhalb dieser Studie habe ich mit der hier vorgestellten Methodik zu der Untersuchung der Dynamik dieses Rücken-Trog-Paares beigetragen.

Der dritte Fall ist Teil der Untersuchung über die troposphärischen Bedingungen zum Zustandekommen eines bedeutenden *Sudden Stratospheric Warming* (SSW)-Ereignisses im Januar 2009 (Schneidereit et al. 2017). Dabei habe ich die Bildung und die Verstärkung eines stationären Rückens (*engl. blocking*) über Alaska für den Zeitraum von 2 Wochen untersucht. Dieser Rücken war maßgeblich für den vertikalen Energietransport in die Stratosphäre verantwortlich und damit ein wichtiger Auslöser für das diskutierte SSW-Ereignis.

5.1 Vorhersagefehler über Europa - Oktober 2008

Um die Methodik in ihrer Vollständigkeit testen und anwenden zu können, wurde ein Rossbywellenpaket mit einer Lebensdauer von 6 Tagen im Oktober 2008 untersucht. Dieses Rossbywellenpaket besitzt eine gut zu erkennende Wellenstruktur (zonale Wellenzahl 5), fällt in den YOTC-Zeitraum von Mai 2008 bis April 2010 und besitzt mit 4 Rücken und 3 Trögen ausreichend Anomalien, um die Robustheit der Methodik testen zu können.

Außerdem ist dieses Wellenpaket dynamisch interessant, da es mit einer schlechten Vorhersage über Europa verbunden war. Es entwickelte sich über dem Westpazifik und war 4 Tage später Auslöser eines ausgeprägten Rücken-Trog-Paares über Europa. Die genaue Lage und Stärke dieses Rücken-Trog-Paares war innerhalb der mittelfristigen Vorhersage des EZMW schlecht vorhergesagt (P. Giannakaki 2014, persönliche Kommunikation).

Im Folgenden werden das Wellenpaket und die Methodik Schritt für Schritt vorgestellt. Zuerst wird die synoptische Entwicklung des Wellenpaketes an Hand von PV-Anomalie-Karten auf einer isentropen Fläche untersucht. Um einen Eindruck über die Struktur der PV-Tendenzen der unterschiedlichen Prozesse zu erhalten, wird daraufhin diese für jeden der Prozesse auf isentropen Flächen exemplarisch für einen Zeitpunkt des Wellenpaketes betrachtet. Zusätzlich wird dabei besonders auf die vertikale Struktur der diabatischen PV-Tendenzen eingegangen. Die Dynamik des Wellenpaketes, gegeben durch die Amplitudenentwicklung der einzelnen Anomalien, wird an Hand von Zeitreihen für jede der Anomalien diskutiert. Zu guter Letzt wird untersucht, wie gut die aufgeteilten und integrierten Prozesse die beobachtete Entwicklung der integrierten Anomalien wiedergeben. Dabei soll auch auf die Trog-Rückenerkennung mit ihren Stärken und Schwächen eingegangen werden.

Synoptische Entwicklung des Wellenpaketes

Die zeitliche Entwicklung des Rossbywellenpaketes ist in Abbildung 5.2 vom 25.-31. 10. 2008 an Hand von PV-Anomalie-Karten auf der 325 K-Isentropen dargestellt. Das Wellenpaket kann als abwechselnde Folge von positiven und negativen PV-Anomalien identifiziert werden. Die Anomalien sind als Abweichungen eines 30-Tage-Mittels, zentriert um den 28.10.2008 12 UTC, definiert. Die späteren Ergebnisse der quantitativen Dynamik der einzelnen Anomalien reagieren nicht sensitiv auf die Dauer des gewählten Mittelungszeitraums. Berechnungen für Hintergründe mit einem 25- und 40-Tage-Mittel zeigen lediglich minimale Unterschiede (s. Anhang D). Das 30-Tage-Mittel der


Abbildung 5.1: PV-Hintergrund zur Bestimmung der Anomalien. Dargestellt auf der 325 K-Isentropen. Der Hintergrund (Farbe) ist ein 30-Tage-Mittel, zentriert um den 28.10.2008 12 UTC. Die Pfeile repräsentieren die dazugehörige Strömung des Hintergrundes.

PV ist in Abbildung 5.1 zu sehen. Der Hintergrund wird durch ein zonales Wellenzahl-1-Muster geprägt und durch das Vorhandensein eines Troges und eines Rückens gekennzeichnet. Der großräumige Trog befindet sich dabei über dem aisatischen Kontinent, während der großräumige Rücken über dem Atlantik zu finden ist. Die Stärke des PV-Gradienten variiert in zonale Richtung und reflektiert dabei das bereits erwähnte langlebige Rücken-Trog-Paar über Europa und einen weiteren Rücken stromabwärts.

Am 28.10.2008 00 UTC (s. Abbildung 5.2 (c)) ist das Rossbywellenpaket vollständig zu erkennen. Es erstreckt sich vom zentralen Nordpazifik (R1) bis über Osteuropa (R7) hinaus. Die kleinen, unorganisierten PV-Anomalien stromaufwärts von R1 bzw. stromabwärts von R7 (zwischen 60° und -210°) können nicht als Wellensignal identifiziert werden. Aus dem Rücken R5 und dem Trog T6 entwickelt sich das langlebige Rücken-Trog-Paar, das schlecht vorhergesagt war.

Verfolgt man nun die PV-Anomalien R1-R7 in der Zeit zurück, kann am 25.10.2008 00 UTC der Rücken R1 als möglicher Auslöser des Rossbywellenpaketes identifiziert werden (s. Abbildung 5.2 (a)). Wie wir später sehen werden, spricht auch die Untersuchung der Dynamik dafür diesen Rücken als Ursprung des Wellenpaketes zu definieren, da der Rücken R1 einzig durch barokline und divergente Prozesse aufgebaut und verstärkt wird. Ein quasi-barotroper Beitrag, d. h. eine Entwicklung stromabwärts, wie es im Inneren eines Wellenpaketes zu erwarten wäre, fehlt hingegen. Weiterhin besteht das Rossbywellenpaket zu diesem Zeitpunkt aus einem Trog (T2) und einem weiteren Rücken (R3) stromabwärts. Die zudem erkennbaren Anomalien stromabwärts (zwischen -90° und 0°) sind Reste eines früheren Rossbywellenpaketes.

36 Stunden später (s. Abbildung 5.2 (b)), am 26.10.2008 12 UTC, haben sich diese Reste neu organisiert und sind jetzt Teil des Wellenpaketes (T4, R5 und T6) geworden. Die Vorderflanke des Wellenpaketes hat sich in diesen 36 Stunden von rund -105° nach -60° verschoben (von R3 zu T6), was einer Gruppengeschwindigkeit von rund 25 m/s



Abbildung 5.2: Synoptische Entwicklung des Wellenpaketes. Zeitliche Entwicklung (alle 36 Stunden, vom 25.10.2008 00 UTC bis zum 31.10.2008 00 UTC) der PV-Anomalien (Farbe) auf der 325 K Isentropen. Die schwarze Linie zeigt die 2 PVU-Kontur und repräsentiert damit die Tropopause. Dicke graue Konturen zeigen die 2,3 und 4 PVU (von Süd nach Nord ansteigend) der Hintergrunds-PV. Dünne graue Konturen stellen das Geopotential auf 850 hPa (alle 5 gpm) dar.

entspricht. Diese Gruppengeschwindigkeit erscheint sehr groß¹. Wie wir später sehen werden, lässt die Analyse der Dynamik der einzelnen Anomalien vermuten, dass an der Vorderflanke des Wellenpaketes (zwischen dem 25.10 00 UTC und dem 26.10. 12 UTC) frühzeitig ein zweites Wellenpaket durch baroklines Wachstum initialisiert wird und zu der vermeintlich hohen Gruppengeschwindigkeit führt.

Drei Tage später (s. Abbildung 5.2 (d)), am 29.10.2008 12 UTC, ist der Trog T2 gebrochen und hat sich dabei stark abgeschwächt. Dies hat zu einer Verschmelzung von R1 und R3 innerhalb der Trog-Rückenerkennung geführt, da T2 nun nicht mehr als eigenständige Anomalie erkannt wird. Trog T4 beginnt nun auch zyklonal zu brechen,

¹Die Gruppengeschwindigkeit des Rossbywellenpaketes aus Abbildung 2.5 kann vergleichsweise zu 12 m/s abgeschätzt werden und Wolf (2015) findet innerhalb seiner Klimatologie von Rossbywellenpaketen aus dem ERA-Interim Datensatzes im Mittel eine Gruppengeschwindigkeit von 18 m/s.



während die Anomalien stromabwärts (besonders R5 und T6) weiter anwachsen.

Zum Ende des Wellenpaketes (s. Abbildung 5.2 (e)) sind nur noch das Rücken-Trog-Paar über dem Nordatlantik und Westeuropa (R5 und T6) und ein weiterer Rücken (R7) vorhanden. Dieser markiert das Ende des Wellenpaketes, da stromabwärts von R7 keine wellenartige Struktur zu erkennen ist.

Advektive PV-Tendenzen

Bevor wir nun die Dynamik des Rossbywellenpaketes in Form der Amplitudenentwicklung der einzelnen Anomalien im Detail untersuchen, betrachten wir zuerst die lokalen PV-Tendenzen auf einer Isentropen, um einen Eindruck über deren horizontale Struktur zu gewinnen. Für die quantitative Diagnostik werden diese Tendenzen über jede Anomalie räumlich integriert und zudem vertikal zwischen 320 K und 330 K gemittelt, um die vertikale Struktur zu berücksichtigen.

Die horizontale Struktur der advektiven PV-Tendenzen ist erneut exemplarisch für das voll entwickelte Rossbywellenpaket am 28.10.2008 00 UTC (vgl. Abbildung 5.2 (c)) in Abbildung 5.3 gezeigt. Zu beachten ist, dass hierbei die jeweiligen Tendenzen aus Gleichung 3.9 - 3.11 dargestellt sind, d. h. die Advektion des Hintergrundes mit dem jeweiligen Windfeld bzw. die gewichtete Divergenz des divergenten Windes. Um die vertikale Struktur möglichst einfach zu verdeutlichen, ist jeder der Prozesse auf der Isentropen dargestellt auf der sein absoluter Betrag am stärksten ist. Dadurch kann sich die 2 PVU-Kontur für die jeweiligen Prozesse unterscheiden. In Anhang D sind die Tendenzen vergleichsweise noch für den 25. und 31.10.2008 00 UTC abgebildet.

Die quasi-barotropen Tendenzen² sind zusammen mit dem dazugehörigen Windfeld in Abbildung 5.3 (a) dargestellt. Die zyklonale bzw. antizyklonale Strömung um die Tröge bzw. Rücken ist an Hand der Pfeile gut zu erkennen. Die quasi-barotropen Tendenzen entlang des Hintergrundgradienten sind durch eine wellenartige Struktur mit maximalen Werten entlang der Flanken der Tröge und Rücken charakterisiert. Wie in der Abbildung gut zu erkennen, führt die Hintegrundsadvektion zu einer Westwärtsverschiebung der Wellenstruktur und stellt die (lineare) intrinsische Phasenausbreitung dar. Bei reiner Phasenverschiebung heben sich die positiven und negativen Tendenzen innerhalb einer Anomalie gegenseitig auf (z. B. innerhalb des Troges T2). Im Unterschied zu einer Rossbywelle herrschen jedoch in einem sich entwickelnden Wellenpaket Asymmetrien zwischen den einzelnen Amplituden der Anomalien. Diese führen zu unterschiedlich starken Windfeldern und damit zu unterschiedlich starken negativen und positiven PV-Tendenzen innerhalb einer Anomalie. Diese heben sich nicht mehr gegenseitig auf, sondern es kommt zu einer Verstärkung bzw. Abschwächung der Amplitude. Zu einer Verstärkung kommt es, wenn die Amplitude der Anomalie stromabwärts schwächer ist als die Anomalie stromaufwärts, wie es bei der Entwicklung stromabwärts an der Vorderflanke eines Wellenpaketes zu beobachten ist (z. B. R7). Im Gegensatz dazu erfährt R1 an der Rückflanke des Wellenpaketes eine Abschwächung (positive Tendenzen überwiegen) auf Grund der quasi-barotropen Tendenzen. Da diese Entwicklung an der Vorderflanke und Rückflanke des Wellenpaketes durch die Amplitudenentwicklung bestimmt wird, kann diese mit der Gruppengeschwindigkeit von Wellenpaketen in Verbindung gebracht werden.

Die baroklinen PV-Tendenzen in Abbildung 5.3 (b) zeigen ebenso wie die quasi-barotropen PV-Tendenzen eine wellenartige Struktur entlang des Hintergrundgradienten. Die abwechselnde Struktur der zyklonalen und antizyklonalen Windfelder ist, wie schon erwähnt, an die Temperaturanomalien am Boden (875 hPa) gekoppelt. Die dazugehörigen Temperaturanomalien sind in Abbildung 5.4 dargestellt (die Temperaturanomalien für den 25. und 31.10.2008 00 UTC sind vergleichsweise in Abbildung D.4 zu sehen.). Die positiven θ -Anomalien liegen stromabwärts der positiven PV-Anomalien (Tröge) des Rossbywellenpaketes und führen die Entwicklung an. Nur T6 besitzt stromabwärts keine ausgeprägte Warmanomalie. Die Wechselwirkung der beiden Wellen zueinander wird dabei durch die Phasenverschiebung dominiert. Diese liegt hier zwischen $\pi/2$ und π^{-3} . Diese Konstellation führt, wie in Abschnitt 2.2 dargelegt, zu einer Verstärkung des

 $^{^{2}}$ Zur besseren Übersicht des Windfeldes ohne den Hintergrund, da die dazugehörigen Tendenzen verschwindend gering sind.

³Dies ist am besten an Hand der relativen Lage zwischen der Nulllinie des Vorzeichenwechsels der θ -Anomalien und der gedachten Achse der Anomalien des Wellenpaketes zu erkennen. Liegen z. B.



Abbildung 5.3: Horizontale Struktur der PV-Tendenzen. Die einzelnen Beiträge (Farbe) sind am 28.10.2008 00 UTC auf der Isentropen mit dem jeweils stärksten Signal dargestellt. Die schwarze Linie zeigt die 2 PVU-Kontur. Dunkelgraue Linien stellen die 2,3, und 4 PVU-Kontur (zunehmend von Süd nach Nord) dar. Die Pfeile repräsentieren das dazugehörige Windfeld. (Zur besseren Übersicht: (a) >10 m/s, (b)-(d) >3 m/s.) Graue Konturen in (c) und (d) zeigen das Geopotential auf 850 hPa (alle 5 gpm). Die unterschiedlichen Größenordnungen der Farbskala sind zu beachten.



Abbildung 5.4: Horizontale Struktur der θ-**Anomalien.** Dargestellt für die θ-Anomalien am Boden (875 hPa) am 28.10.2008 00 UTC. Die schwarze Linie zeigt die 2 PVU-Kontur auf der 320 K-Isentropen.

Rossbywellenpaketes, dargestellt durch die überwiegend negativen Tendenzen innerhalb der Rücken und der positiven Tendenzen innerhalb der Tröge in Abbildung 5.3 (b). Wie die Untersuchung der Dynamik später zeigen wird, wird nur R7 zu diesem Zeitpunkt auf Grund der baroklinen Tendenzen abgeschwächt (für T2 verschwindet der Beitrag näherungsweise). Zudem sollte beachtet werden, dass die baroklinen Tendenzen eine Größenordnung kleiner sind als die quasi-barotropen Tendenzen. Da sich diese jedoch im Gegensatz zu den quasi-barotropen Tendenzen innerhalb einer Anomalie kaum aufheben, können sie dennoch einen großen Beitrag zur Amplitudenentwicklung leisten.

Im Gegensatz zu den quasi-barotropen und baroklinen Tendenzen beschreiben die divergenten Tendenzen keine wellenartige Struktur entlang des Hintergrundsgradienten und sind daher nur exemplarisch innerhalb des Rückens dargestellt, in dem zu diesem Zeitpunkt die stärkste divergente Strömung beobachtet wird. Die Tendenzen, die mit dem divergenten Wind verbunden sind, setzen sich aus zwei unterschiedlichen Beiträgen zusammen (vgl. Gleichung 3.8): der direkten Änderung der Amplitude der Anomalie auf Grund der Hintergrundsadvektion mit dem divergenten Wind (s. Abbildung 5.3 (c)) und der Änderung der Fläche der Anomalie auf Grund der gewichteten Divergenz innerhalb der PV-Anomalie (s. Abbildung 5.3 (d)). Vergleicht man nun die beiden Beiträge miteinander, fällt auf, dass der Beitrag zur Amplitudenänderung auf Grund der Hintergrundsadvektion eine Größenordnung kleiner ist als der Beitrag durch die Flächenänderung. Die Hintergrundsadvektion hängt außerdem stark von der relativen Lage des divergenten Auströmens vom Hintergrundsgradienten ab. In Abbildung 5.3 (c) ist der Beitrag sogar positiv, d. h. der Rücken wird abgeschwächt. Die Divergenz innerhalb der Anomalie führt hingegen zu negativen Tendenzen (s. Abbildung 5.3 (d)) und daher zu einer Verstärkung des Rückens.

die gedachte Trogachse und die Nulllinie zwischen negativen und positiven Anomalien übereinander, beträgt die Phasenverschiebung genau $\pi/2$.



Abbildung 5.5: Horizontale Struktur der diabatischen Tendenzen. Bildbeschreibung, wie in Abbildung 5.3 (c) und (d). Man beachte die geänderte Farbskala im Vergleich zu Abbildung 5.3. Die schwarz gepunkteten Linien bei 45°N und 57°N in (a) deuten die Position der Querschnitte in Abbildung 5.6 an.

Diabatische PV-Tendenzen

In Abbildung 5.5 sind die diabatischen Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme und der langwelligen Strahlung für den gleichen Rücken wie die divergenten Tendenzen dargestellt.

Die Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme sind sehr lokalisiert. Ein abgegrenztes Minimum befindet sich direkt östlich des Zentrums der Bodenzyklone und ein Band positiver und schwach negativer Tendenzen erstreckt sich süd-westlich dieses Minimums entlang der Warmfront. Das abgegrenzte Minimum kann mit Wolkenprozessen nahe des Zyklonenzentrums in Verbindung gebracht werden, während das positive Band mit einem WCB verbunden ist. Dies wird in der anschließenden Betrachtung der vertikalen Struktur deutlich.

Die Strahlungstendenzen in Abbildung 5.5 (b) sind innerhalb der Stratosphäre durch positive Werte dominiert, während innerhalb der Troposphäre schwach negative Werte gefunden werden können. Diese Verteilung der Tendenzen entsteht auf Grund der Feuchtunterschiede zwischen Troposphäre und Stratosphäre und steht in Übereinstimmung mit Chagnon et al. (2013), die der Strahlung vor allem eine gradientschärfende Rolle zugeschrieben haben. Dieses klimatologische Signal neigt daher zur jeweiligen Verstärkung der Tröge und Rücken. Jedoch kann innerhalb des klimatologischen Signals ein begrenztes Maximum positiver PV-Tendenzen oberhalb des Zyklonenzentrums gefunden werden. Dieses Maximum ist auf die Feuchteunterschiede am Wolkenoberrand



Abbildung 5.6: Vertikale Struktur der diabatischen PV-Tendenzen. Dargestellt als meridionaler Querschnitt am 28.10.2008 00 UTC. Die Ordinate ist hier durch die potentielle Temperatur gegeben. (a) und (b) schneiden durch das Zyklonenzentrum bei $\phi = 57^{\circ}$ N und (c) und (d) durch den WCB bei $\phi = 45^{\circ}$ N. (a) und (c) zeigen die Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme und (b) und (d) die der langwelligen Strahlung. Konturen der Temperaturtendenzen ([$\pm 5, \pm 2$] $\cdot 10^{-5}$ K/s, negative Werte gestrichelt) sind an Hand schwarzer geschlossener Linien dargestellt. Die schwarze Linie stellt die 2 PVU-Kontur dar.

zurückzuführen, wie in den folgenden Querschnitten zu sehen ist.

Für ein genaueres Verständnis der PV-Tendenzen untersuchen wir in Abbildung 5.6 die vertikale Struktur der Temperatur- und PV-Tendenzen. Dargestellt ist ein meridionaler Querschnitt durch das Zyklonenzentrum bei 57°N und weiter südlich durch den WCB bei 45°N. Die Tendenzen in Abbildung 5.6 (a) auf Grund der Freisetzung latenter Wärme zeigen deutlich einen Dipol von positiven und negativen PV-Tendenzen unterhalb und oberhalb der maximalen Freisetzung latenter Wärme.

Weiter südlich (s. Abbildung 5.6 (c)) befinden sich die maximalen Werte der positiven PV- und Temperaturtendenzen auf einer niedrigeren Isentrope, da die Luftmassen innerhalb des WCBs während ihres Transports nach Norden starkes Heizen erfahren und dadurch die Isentrope gewechselt haben. Außerdem finden wir östlich und westlich der positiven Temperaturtendenz negative Temperaturtendenzen, die mit ausfallendem Niederschlag der aufsteigenden Luftmassen in Verbindung gebracht werden können. Die 325 K-Isentrope befindet sich am Rand des WCBs größtenteils oberhalb der maximalen Kühlungsrate durch den ausfallenden Niederschlag und unterhalb des Maximums frei werdender latenter Wärme, so dass in Abbildung 5.5 (a) ein Band positiver Tendenzen beobachtet werden kann. Das Band schwach negativer Tendenzen befindet innerhalb des WCBs oberhalb des Maximums frei werdender latenter Wäre.

In Abbildung 5.6 (b) und (d) sind die dazugehörigen Querschnitte für die langwellige Strahlung gezeigt. Auch innerhalb des Querschnitts wird deutlich, dass die Stratosphäre durch positive PV-Tendenzen geprägt ist. Oberhalb des Zyklonenzentrums jedoch treten sehr viel stärkere positive Werte auf als innerhalb der restlichen Stratosphäre. Diese können Wolkenprozessen zugeordnet werden, da sich die negativen Temperaturtendenzen direkt oberhalb der Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme befinden. Zudem befindet sich das Maximum der Strahlungskühlung, d. h. der negativen Temperaturtendenzen auf den untersten Schichten der Stratosphäre. Diese Tendenzen sind daher allem Anschein nach auf das Überschießen von Luftmassen der Tropopause auf Grund starker Konvektion zurückzuführen und führen dazu, dass das Maximum der PV-Tendenzen bei 340 K und nicht direkt oberhalb der Tropopause zu finden ist. Auch weiter südlich (s. Abbildung 5.6 (d)) befindet sich ein Maximum der Temperaturtendenzen oberhalb der im WCB aufsteigenden Luftmassen und kann daher erneut mit Wolken in Verbindung gebracht werden. Die zugehörigen PV-Tendenzen sind jedoch viel schwächer.

In beiden Abbildungen ist außerdem zu beobachten, dass die negativen PV-Tendenzen unterhalb der maximalen Strahlungskühlung viel schwächer sind als die positiven PV-Tendenzen oberhalb.

Wie bereits in Abschnitt 2.2 erwähnt und an Hand der Abbildungen hier zu erkennen, enthalten die PV-Tendenzen der langwelligen Strahlung ein klimatologisches Signal und sind zugleich durch synoptische Wetterereignisse beeinflusst. Mit Hilfe der Tendenzen der Freisetzung latenter Wärme kann für jeden Fall, wie in Abbildung 5.6, der Anteil der langwelligen Strahlung auf Grund von synoptischen Wetterereignissen qualitativ abgeschätzt werden. Jedoch ist es schwierig den Einfluss einzelner Wettersysteme objektiv und automatisch von diesem klimatologischen Signal zu trennen. Da besonders der Einfluss des klimatologischen Signals auf die Dynamik von Rossbywellenpaketen noch nicht gut verstanden ist, müssen die folgenden Ergebnisse daher mit Bedacht interpretiert werden.

Während der Untersuchung der advektiven und diabatischen Tendenzen wird deutlich,

wie schwierig es mit dem Auge zu erkennen ist, ob positive oder negative Werte innerhalb einer Anomalie überwiegen und diese daher abgeschwächt oder verstärkt wird. Um dennoch eine quantitative Aussage über die Amplitudenentwicklung treffen zu können, werden die Tendenzen der einzelnen Prozesse über den Bereich der Anomalie räumlich integriert (s. Abschnitt 3.2). Die Amplitudenentwicklung der einzelnen Anomalien wird nun im folgenden Abschnitt diskutiert.

Komprimierte Dynamik: Amplitudenentwicklung des Wellenpaketes

Die Amplitudenentwicklung des Wellenpaketes ist in Abbildung 5.7 (a) - (g) als Zeitreihe vom 25.10. 00 UTC bis zum 31.10. 18 UTC für jeden Trog bzw. Rücken einzeln aufgetragen. R1 bis R7 entsprechen dabei den Anomalien aus Abbildung 5.2, so dass die Länge der Zeitreihe von der Lebenszeit der einzelnen Anomalien abhängt. Um die vertikale Struktur der Prozesse zu berücksichtigen, sind die Tendenzen dabei über fünf isentrope Schichten (zwischen 320 K und 330 K) gemittelt. Die Tendenzen sind dabei so aufgetragen, dass positive Werte immer eine Verstärkung der Anomalie implizieren, unabhängig davon, ob es sich um einen Trog oder Rücken handelt. Wir konzentrieren uns in diesem Abschnitt auf die Diskussion der physikalischen Prozesse und verschieben die eher technische Diskussion des Randterms auf den nächsten Abschnitt.

Bei der Betrachtung der einzelnen Beiträge, fällt als erstes ins Auge, dass die integrierten PV-Tendenzen der diabatischen Prozesse auf Grund der Freisetzung latenter Wärme (lila) eine Größenordnung kleiner sind als die der advektiven Prozesse. Die größten Werte erreichen sie innerhalb der Rücken R5 und R7. Auf Höhe der Tropopause sind die PV-Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme zu lokalisiert, um nach der räumlichen Integration über die Tröge und Rücken einen bedeutenden Einfluss zu haben und können daher in guter Näherung vernachlässigt werden.

Der Betrag der Strahlungstendenzen (hellblau) ist im Durchschnitt um den Faktor 20 größer als die Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme, jedoch immer noch um den Faktor 2.5 kleiner als die Summe der advektiven Tendenzen. Dabei ist das Signal der Strahlungstendenzen weitestgehend konstant und verstärkt die Tröge und schwächt die Rücken ab. Chagnon et al. (2013) fand auf Grund der langwelligen Strahlung positive PV-Tendenzen oberhalb und negative PV-Tendenzen unterhalb der Tropopause. Daher war eigentlich zu erwarten, dass die Strahlung sowohl für Rücken als auch für Tröge verstärkend wirkt. Wie aus Abbildung 5.5 (b) und 5.6 (b) zu erkennen, sind die positiven PV-Tendenzen in der Stratosphäre viel stärker als die negativen PV-Tendenzen in der Troposphäre. Nach der räumlichen Integration über PV-Anomalien dominieren nun die positiven Tendenzen, da besonders die negativen PV-Anomalien



Abbildung 5.7: Amplitudenentwicklung des Wellenpaketes. Zeitreihe (alle 6 Stunden, die Tage vom 25.10 00 UTC - 31.10 18 UTC sind entlang der Abszisse gegeben) der einzelnen Beiträge zur Tendenz der integrierten PV-Anomalien für R1-R7 (Ordinate: 10^8 PVU m²/s). Das Vorzeichen der Tendenzen ist so gewählt, dass positive (negative) Werte sowohl für Tröge als auch für Rücken eine Verstärkung (Abschwächung) der Anomalie darstellen. Die Tendenzen sind als vertikales Mittel über die 320, 323, 325, 327, und 330 K-Isentropen berechnet. Die Schattierung um die quasi-barotropen und baroklinen Tendenzen deuten die Unsicherheit der Ergebnisse an und wurden mit Hilfe des Differenzenwindes Δv berechnet.

der Rücken nicht notwendigerweise entlang der Tropopause verlaufen, sondern häufig bis weit in die Stratosphäre reichen (vgl. Abbildung 5.2), in der positive PV-Tendenzen vorherrschen. Die positiven PV-Tendenzen innerhalb der Stratosphäre spiegeln besonders das klimatologische Signal der Strahlung wieder, deren Einfluss auf Rossbywellenpakete nach wie vor nicht gut verstanden ist.

Die diabatischen Tendenzen werden daher im Folgenden nicht weiter im Detail diskutiert. Jedoch muss beachtet werden, dass die durch diabatische Prozesse erzeugten PV-Anomalien einen indirekt advektiven Einfluss auf Rossbywellenpakete ausüben, der unter Umständen sehr groß sein kann (Davis et al. 1996). Dieser ist innerhalb der hier vorgestellten Methodik, je nach Höhe der erzeugten PV-Anomalie, in den quasibarotropen bzw. baroklinen Tendenzen enthalten.



Abbildung 5.7: fortgesetzt

Die Amplitudenentwicklung der Anomalien wird daher durch die advektiven Tendenzen der quasi-barotropen Ausbreitung (blau), der baroklinen Wechselwirkung (orange) und des divergenten Windes (rot) dominiert.

Die Bildung und Verstärkung des Rückens R1 (s. Abbildung 5.7 (a)) ist durch baroklines Wachstum und divergentes Ausströmen in der Höhe dominiert. Im Gegensatz dazu ist der quasi-barotrope Beitrag stark negativ. Dies zeigt deutlich, dass der Rücken nicht durch Entwicklung stromabwärts entstanden ist und somit nicht als Teil eines stromaufwärts bereits vorhandenen Wellenpaketes identifiziert werden kann. Vielmehr ist R1 der Ursprung des Wellenpaketes, das sich nun stromabwärts ausbreitet.

Der Trog T2 wird einzig durch die quasi-barotropen Tendenzen verstärkt. Sobald der Trog zu brechen beginnt, ab dem 28.10 06 UTC, werden diese Werte negativ. Für T2 konnte keine barokline Kopplung mit den Temperaturanomalien am Boden aufgebaut werden, so dass baroklines Wachstum keine Rolle für die Entwicklung von T2 spielt und diesen sogar leicht abschwächt. Nur zum Ende der Entwicklung für den 28.10 18 UTC und den 29.10. 00 UTC werden die integrierten PV'-Tendenzen positiv. Die divergenten Werte sind durchweg negativ. Die westwärts gerichtete Komponente des divergenten Windes verbunden mit einer Zyklone behindert die Ostwärtspropagation des Troges. Dies führt auf Grund der verstärkten meridionalen Auslenkung des Troges zu einer Verkleinerung der Fläche und zu einer Abschwächung der Amplitude. Pantillon et al. (2013) untersuchten u. a. das divergente Ausströmen in der Höhe verbunden mit einem tropischen Wirbelsturm und fanden, dass der divergente Wind u. a. die Ostwärtsadvektion von PV-Filamenten stromaufwärts verlangsamte.

Die Entwicklung des Rückens R3 folgt dem Konzept der baroklinen Entwicklung stromabwärts. Die integrierten PV-Tendenzen der quasi-barotropen Ausbreitung sind bis zum 27.10 00 UTC positiv, anfangs stark, später mit nur leicht positiven Werten. Der sich entwickelnde Rücken R3 wechselwirkt nun mit der Dynamik der unteren Troposphäre (im PV-Denken mit der potentiellen Temperatur am Boden). Das hat zur Folge, dass stromabwärts des Rückens eine Kaltanomalie erzeugt wird, die eine dort bereits vorhandene stark ausgeprägt Warmanomalie abbaut. Ist diese Anomalie stark genug, verstärken die baroklinen Tendenzen den Rücken (ab dem 26.10 12 UTC). Ab diesem Zeitpunkt spielt baroklines Wachstum eine wichtige Rolle bei der Verstärkung des Rückens. Ab dem 27.10 00 UTC werden die integrierten quasi-barotropen Tendenzen negativ. Das bedeutet, dass sich R3 nun an der Rückflanke des Wellenpaketes befindet, da der abschwächende quasi-barotrope Beitrag des Troges T4 stromabwärts auf den Rücken R3 größer ist als der aufbauende Beitrag des Troges T2 durch Entwicklung stromabwärts. Der divergente Wind unterstützt die Rückenverstärkung besonders zu Beginn (bis zum 27.10 06 UTC). Danach ist die Verstärkung weniger ausgeprägt bzw. zeigt kein eindeutiges Signal. Insgesamt ist die Verstärkung auf Grund der divergenten Tendenzen weniger stark ausgeprägt als für R1.

Der Trog T4 wird durch negative Werte der quasi-barotropen Ausbreitung geprägt und folgt daher nicht dem Prinzip der baroklinen Entwicklung stromabwärts. Hier beeinflussen die Anomalien eines alten Wellenpaketes (vgl. PV-Anomalien zwischen -90° und 30° in Abbildung 5.2 (a)) die Entwicklung des neu entstandenen Wellenpaketes. Dadurch ist die Amplitude des Rückens R5 stromabwärts von Anfang an größer als die des Rückens R3 stromaufwärts und verhindert eine Verstärkung auf Grund der quasi-barotropen Tendenzen. Allerdings führt eine bereits vorhandene Warmanomalie am Boden durchweg zu baroklinem Wachstum. Zusammen mit den kleineren positiven Beiträgen der divergenten Strömung (bis zum 27.10. 00 UTC) verstärkt sich der Trog daher trotz der negativen quasi-barotropen Tendenzen. Diese Entwicklung deutet daraufhin, dass das Rossbywellenpaket ab T4 neu initialisiert wurde. Ähnlich unterteilt Chang (2000) innerhalb der EKE-Sichtweise ein für das Auge kontinuierliches Wellenpaket in zwei separate Wellenpakete, falls der ageostrophische Geopotentialfluss kleiner ist als der Beitrag der baroklinen Wechselwirkung.

Rücken R5 durchläuft qualitativ die gleiche Entwicklung wie R3, nämlich barokline Ent-

wicklung stromabwärts. Die quantitative Entwicklung ist jedoch ungefähr um den Faktor zwei größer. Sowohl das barokline Wachstum als auch die divergente Strömung tragen stark zur Entwicklung dieses ausgeprägten Rückens, der von den Modellen schlecht vorhergesagt worden war, bei.

Stromabwärts des Rückens R5 dominieren die integrierten PV-Tendenzen der quasibarotropen Ausbreitung die Entwicklung der Anomalien. Der Trog T6 wird durchweg durch Entwicklung stromabwärts und durch baroklines Wachstum (bis zum 29.10. 12 UTC und ab dem 30.10. 18 UTC) verstärkt. Da die Verstärkung auf Grund barokliner Wechselwirkung immer verzögert nach dem Maximum der quasi-barotropen Tendenzen einsetzt, kann man in diesem Sinne von einer baroklinen Entwicklung stromabwärts sprechen. Die divergente Strömung ist negativ und schwächt den Trog ab.

Der Rücken R7 ist stark durch brechende Strukturen stromabwärts beeinflusst, was eine kontinuierliche Identifikation erschwert. Dies wird besonders im folgenden Abschnitt deutlich und sollte bei der Interpretation der Ergebnisse für R7 im Hinterkopf behalten werden. R7 wird ebenso wie T6 auf Grund der quasi-barotropen Ausbreitung verstärkt, während barokline Wechselwirkung die Entwicklung abschwächt. Obwohl in diesem Fall die diabatischen Tendenzen durchweg positiv und verhältnismäßig groß sind, ist dies der einzige der vier Rücken der keinen verstärkenden Beitrag auf Grund der divergenten Strömung besitzt. Eine dazugehörige Zyklone beginnt sich erst spät zu entwickeln, wie an Hand der geschlossenen Geopotentialkonturen in Abbildung 5.2 (d) und (e) zu erkennen ist (bei ca. 60°N und 10°E).

Die Diskussion der einzelnen Tröge und Rücken hat gezeigt, dass die advektiven PV-Tendenzen die Amplitudenentwicklung dominieren. Die relative Aufteilung der advektiven Tendenzen in quasi-barotrop, baroklin und divergent zeigt zudem die Wichtigkeit der baroklinen und divergenten Prozesse. Deren Einfluss auf das Wellenpaket ist von gleicher Größenordnung wie der Einfluss quasi-barotroper Ausbreitung und darf daher nicht vernachlässigt werden. Der Einfluss des divergenten Windes unterscheidet sich für Tröge und Rücken deutlich. Die hier beobachteten Tröge wurden vom divergenten Wind abgeschwächt. Dies kann u. U. auch dazu führen, dass die Ausbreitung stromabwärts verlangsamt und die Struktur der Tröge verändert wird. Für drei der vier hier untersuchten Rücken hat der divergente Wind einen stark positiven Einfluss auf die Rückenverstärkung, besonders durch die Vergrößerung der Anomaliefläche. Da der divergente Wind zu einem Großteil auf Grund diabatischer Prozesse verstärkt wird (Quinting und Jones 2016), sind Feuchtprozesse von erster Ordnung für die Amplitudenentwicklung von Rossbywellenpaketen. Die korrekte Repräsentation diabatischer Prozesse innerhalb von Wettervorhersagemodellen ist daher unumgänglich, um die Vorhersagbarkeit von Rossbywellenpaketen und den damit verbundenen Wetterereignissen zu verbessern.

Diese Ergebnisse deuten daraufhin, dass eine Erweiterung des Konzepts der baroklinen Entwicklung stromabwärts um divergentes Ausströmen sinnvoll ist. In Kapitel 6 werden wir dieser Frage mit Hilfe einer Composite-Analyse im größeren Rahmen nachgehen.

Vergleich der Amplitudenentwicklung mit beobachteten Werten und Diskussion des Randterms

Die Dynamik der Anomalien eines Wellenpaketes konnte mit Hilfe der Aufteilung in unterschiedliche Prozesse eingehend untersucht werden. Jedoch birgt die Quantifizierung der einzelnen Prozesse für die einzelnen Tröge und Rücken nicht nur Unsicherheiten in der Aufteilung der Windfelder (wie bereits gezeigt), sondern insbesondere bei der automatischen Identifikation der Trog- und Rückenflächen. Um diese zusätzliche Unsicherheit abschätzen zu können, wird in Abbildung 5.8 die Amplitudenentwicklung, gegeben über die Summe der einzelnen Beiträge (schwarze Linie in Abbildung 5.7) mit der beobachteten Amplitudenentwicklung verglichen. Die beobachtete Amplitudenentwicklung wird aus der Differenz der flächenintegrierten PV-Anomalie zwischen zwei Zeitschritten berechnet

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{A}(t)} PV' dA \Big|_{beo} = \frac{\int_{\mathcal{A}(t+\Delta t)} PV' dA - \int_{\mathcal{A}(t)} PV' dA}{\Delta t}.$$

Auf den ersten Blick stimmt der generelle Verlauf der beiden Kurven gut miteinander überein. Jedoch können zeitweise große Unterschiede festgestellt werden, z. B. für R1 am 25.10 12 UTC, für R5 am 25.10. 12 und 18 UTC, sowie am 27.10. 18 UTC, und für T6 am 29.10. 12 UTC. Für R7 hingegen treten durchgehend große Abweichungen auf. Die Identifikation für R7 stellt sich als sehr problematisch heraus, da stromabwärts des Rückens ein stark brechender Trog die Flächenbestimmung erschwert (s. Abbildung 3.7 (b)). Zudem befinden sich im Süden ausgeprägte isolierte Höhentröge (positive PV-Anomalien zwischen 20°E-70°E in Abbildung 5.2 (a)-(e)), die zu einem Zeitpunkt mit dem positiven PV-Reservoir stromabwärts einen Trog bilden und zum nächsten Zeitpunkt nicht. Dies führt zu dem beobachteten spunghaften Wechsel in der Anomaliefläche.

Auch die anderen Abweichungen können auf solch sprunghafte Änderungen in der Anomaliefläche zurückgeführt werden, die vom Randterm nicht erfasst bzw. nur schwer wiedergegeben werden können. Dazu gehören: i) Eine benachbarte Anomalie wird zu einem Zeitpunkt nicht erkannt. Dies tritt vermehrt auf, sobald die Anomalien zu brechen beginnen und keine kohärente Struktur vorhanden ist. Das Nichterkennen der



Abbildung 5.8: Test der Methodik. Vergleich zwischen der Amplitudenentwicklung (durchgezogen), gegeben über die Summe der einzelnen Beiträge, und der beobachteten Amplitudenentwicklung (gestrichelt). Der Randterm ist grau eingezeichnet. Um die Diskussion einfach halten zu können, wird der Vergleich exemplarisch für die 325K-Isentropen gezeigt. Ansonsten wie Abbildung 5.7.

benachbarten Anomalie führt dazu, dass eine der Achsen für die Berechnung der Anomaliefläche fehlt und die nächste Achse verwendet werden muss. Dies kann insbesondere dazu führen, dass für einen Zeitpunkt z. B. zwei Rücken zu einem definiert werden. Der Randterm erfasst dann zwar eine sehr große Bewegung, kann jedoch die weitere Anomalie, die dadurch dem Gebiet zugeordnet wird nicht sehen und abschätzen. ii) Die Aufnahme bzw. Abgabe von Anomalien von einem zum nächsten Zeitschritt über die 0 PV'-Konturlinie hinweg. Entlang dieser Kontur verschwindet der Randterm und kann daher den Zuwachs nicht sehen.

Abseits solch großer Abweichungen stimmen beide Kurven jedoch gut überein. Der Randterm liefert dabei eine gute Abschätzung über den Einfluss des Randes. Der Betrag des Randterms umfasst dabei zwei unterschiedliche Regime: i) Sehr kleine Werte: Die Anomalie wird problemlos erkannt und der PV'-Fluss über den Rand hinweg in das Gebiet der Anomalie ist vernachlässigbar (wie durchgehend für den Rücken R3 in Abbildung 5.8 (c)). ii) Werte im Bereich der advektiven Tendenzen, meist über einen



Abbildung 5.8: fortgesetzt

Zeitraum von einigen Zeitschritten hinweg (wie für die Tröge T2 und T4 in Abbildung 5.8 (b) und (d)): Die Anomalie wird problemlos erkannt, jedoch muss für ihre Definition ein zusammenhängendes Gebiet positiver oder negativer Anomalien (s. Abbildung 3.6) mit Hilfe der Achsen unterteilt werden. Dies führt zu einem positiven oder negativen PV'-Fluss entlang der Achse, die das zusammenhängende Gebiet unterteilt. Liegt die Anomalie so, dass besonders Werte entlang einer Achse groß sind oder nur eine der beiden Achsen die PV-Anomalie schneidet, hebt sich der Fluss entlang der Achsen nicht mehr auf und der Netto-PV'-Fluss wird groß. Dieser Zuwachs entlang der Achsen findet in der Regel fernab des Hintergrundgradienten statt, so dass der effektive Einfluss auf die Entwicklung der Anomalie des Wellenpaketes, deren Entwicklung hier von Interesse ist, klein ist. Der gerade diskutierte Fall tritt für Tröge häufiger auf als für Rücken. Dies liegt daran, dass positive PV-Anomalien in der Stratosphäre häufiger zusammenhängen und dabei die PV'-Werte entlang der Achsen größer sind als für Rücken.

Wie gerade dargestellt, ist der Hauptgrund für Unterschiede zwischen der beobachteten und der berechneten Amplitudenentwicklung eine sprunghafte Änderung der Anomaliefläche, wie sie von der Trog-Rückenerkennung definiert wird. Zusätzlich können zudem weitere Unsicherheiten bzw. Fehlerquellen auftreten, die im Folgenden kurz erwähnt werden sollen. Zudem beinhaltet die Berechnung des Randterm an sich Unsicherheiten, die v.a. in der Bewegung des Randes \mathbf{v}_s stecken und ebenso dazu führen können, dass der berechnete Wert von den beobachteten Werten abweicht. Weiterhin birgt generell der Vergleich einer instantanen Tendenz mit einer finiten Differenz von 6 h immer Ungenauigkeiten. Diese daraus resultierenden Unterschiede lassen sich insbesondere bei der leichten zeitlichen Verschiebung beider Kurven finden. Die Unsicherheiten aus der Aufteilung der Windfelder, wie sie in Abschnitt 4.2 diskutiert wurden, spiegeln sich in den Tendenzen und damit in den berechneten Werten wieder. Und zu guter Letzt wurden innerhalb der Diagnostik Prozesse wie die Turbulenz o. ä. vernachlässigt.

Wie gut die beiden Kurven übereinstimmen, hängt im Großen und Ganzen davon ab, wie gut es die Trog-Rückenerkennung schafft eine kontinuierliche Fläche zu definieren. Die Trog- Rückenerkennung wurde für propagierende Wellenpakete vor dem Stadium des Brechens konzipiert. Innerhalb dieses Bereichs können Tröge und Rücken problemlos erkannt werden. Selbst anfängliche brechende Wellen können gut identifiziert werden. Werden die brechenden Strukturen jedoch immer größer, kann die Trog-Rückenidentifikation zwar angewandt werden, man muss jedoch beachten, dass dabei sprunghafte Änderungen in der identifizierten Anomaliefläche auftreten können. Auf eine detaillierte Diskussion des Randterms wird im Folgenden verzichtet.

5.2 Ein lokales Flutereignis - Oktober 2011

Im vorangegangen Kapitel wurde ein komplettes Rossbywellenpaket untersucht, dessen Rücken-Trog-Paar über Europa schlecht vorhergesagt war. In diesem Fall wird ein Rücken-Trog-Paar untersucht, das ebenfalls schlecht vorhergesagt war und dessen Dynamik maßgeblich zum Zustandekommen eines lokalen Flutereignisses beitrug. Dabei wird besonders deutlich, wie wichtig es ist die großräumige Dynamik bereits Tage vorher korrekt zu repräsentieren, um lokale Ereignisse vorhersagen zu können.

Das Zustandekommen eines lokalen Flutereignisses in den nördlichen Alpen im Oktober 2011 war abhängig von drei einzelnen Ereignissen: i) dem Aufgleiten kalter Luftmassen aus Norden an den Alpen, die für langanhaltenden Schneefall sorgten, ii) dem Erreichen feuchter warmer Luftmassen zwei Tage später und dem damit verbundenen starken Niederschlag, und iii) dem Schmelzen des zuvor gefallenen Schnees in Verbindung mit diesen warmen Luftmassen. Für diese Ereigniskette war die großräumige Dynamik innerhalb eines 10-Tage Zeitraums vor der Flut entscheidend. Die Verbindung zwischen der Bedeutung der großräumigen Dynamik für den Feuchtetransport auf der einen Seite und den lokalen Auswirkungen und Beschaffenheiten in den Alpen auf der anderen Seite, wird in Piaget et al. (2015) untersucht. Mein Beitrag für die Veröffentlichung bestand in der Untersuchung der Dynamik des Rücken-Trog-Paares über dem Atlantik/Europa, das für den Transport der Luftmassen maßgeblich war.

Wir beginnen mit der Untersuchung der synoptischen Situation zusammen mit der zu Grunde liegenden Dynamik, wie sie für das bereits dargestellte Rossbywellenpaket angewandt wurde. Außerdem wird kurz das Konzept sogenannter Filamentationszeitskalen vorgestellt. Diese ermöglichen eine Abschätzung über die Deformation der Strömung und damit deren Einfluss auf die Verformung der Anomalien und damit auf Wellenbrechen und stellt einen ersten Schritt dar, die hier vorgestellte Methodik für die Dynamik von Wellenbrechen zu erweitern.

Da der betrachtete Zeitraum nicht in den Zeitraum der YOTC-Daten fällt, wurde der ERA-Interim Datensatz (Berrisford et al. 2011) mit der gleichen horizontalen und vertikalen Auflösung verwendet. Daher kann hier der Einfluss der latenten Wärme und der langwelligen Strahlung nicht untersucht werden. Jedoch stellt das keinen bedeutenden Nachteil dar, da der direkte Einfluss der latenten Wärme vernachlässigbar klein ist und der Einfluss der langwelligen Strahlung ziemlich konstant über die Lebenszeit der Anomalien ist.

Synoptische Entwicklung und Dynamik des Rücken-Trog-Paares

Ein Rücken-Trog-Paar über dem Atlantik/Europa dominierte die Strömung bis in die untere Troposphäre und war für den Feuchtetransport und damit für die oben beschriebene Ereigniskette maßgeblich verantwortlich. Die zeitliche Entwicklung des Rücken-Trog-Paares (R-T) ist in Abbildung 5.9 an Hand der PV-Verteilung auf der 325 K-Isentropen dargestellt.

Am 6.10. (Abbildung 5.9 (a)) ist der Rücken R und der Trog T als Vorderflanke eines Rossbywellenpaketes über dem Atlantik zu erkennen. An der Vorderseite des Troges stromaufwärts (bei ca. 70°W) hat sich ein intensives Tiefdruckgebiet über Neufundland gebildet, das mit starker WCB-Aktivität verbunden ist (nicht gezeigt). Das mit diesen WCBs verbundene divergente Ausströmen in der Höhe ist, wie wir später sehen werden, ein wichtiger Prozess für die Verstärkung des Rückens. Ein lokales PV-Maximum bei 30°N und 30°W kennzeichnet einen isolierten Höhentrog. Dieser transportierte auf Grund seiner Persistenz über einen längeren Zeitraum an seiner Ostflanke feuchte Luft aus Süden nordwärts. Diese warmen und feuchten Luftmassen erreichen vier Tage später die Alpen und sind ein wichtiger Faktor innerhalb der Ereigniskette für ii) und iii). 36 h später (Abbildung 5.9 (b)) ist das Rossbywellenpaket voll ausgeprägt. Die feuchte Luft aus den Tropen wird nun innerhalb der mit dem Rücken R verbundenen antizyklonalen Strömung erst nach Norden und anschließend nach Süd-Osten transportiert. Am 9.10. (Abbildung 5.9 (c)) erstreckt sich der Trog T bereits weit nach Süden und bricht im Folgenden antizyklonal. Die Strömung entlang der Westflanke des Troges transportiert ab dem 8.10. zuerst kalte Luft aus Norden südwärts auf die Alpen zu, was zu lang anhaltendem Schneefall (über 1.5 Tage) führt. Ab dem 9.10. 12 UTC erreicht die feuchte, ursprünglich tropische Luft die Alpen. Diese führt zum einen zu starkem Niederschlag und zum anderem zum Schmelzen des zuvor gefallenen Schnees.

In dieser Fallstudie war neben der Wechselwirkung zwischen unterschiedlichen Skalen die genaue Lage und Struktur des Troges T entscheidend für das Zustandekommen des Flutereignisses. Die meridionale Auslenkung und das Brechen des Troges ermöglichte die benötigte Nordströmung gegen die Alpen über einen längeren Zeitraum. Die Lage und Struktur des Rücken-Trog-Paares am 9.10. war jedoch für Vorhersagen länger als 4 Tage schlecht vorhergesagt. Daher wurde innerhalb der Studie die Dynamik des Rücken-Trogs-Paares mit der in dieser Arbeit entwickelten Methodik untersucht.

In Abbildung 5.10 ist die Amplitudenentwicklung für das Rücken-Trog-Paar dargestellt. Der Rücken R folgt dem Konzept der baroklinen Entwicklung stromabwärts. Bis zum 6.10. 00 UTC sind die quasi-barotropen Beiträge stark positiv, gefolgt von einer schwach (bis zum 7.10.12 UTC) und stark negativen Phase. Die baroklinen Beiträge



Abbildung 5.9: Synoptische Entwicklung des Rücken-Trog-Paares. Dargestellt alle 36 h an Hand der PV-Verteilung auf 325 K. Dünne graue Konturen stellen das Geopotential auf 850 hPa (alle 5 gpm) dar. R und T markieren in a) das Rücken-Trog-Paar, dessen Dynamik im Folgenden untersucht wird. Die Pfeile kennzeichnen den Transportweg der feuchten Luft, wie im Text beschrieben.

verstärken den Rücken ab dem 6.10. 18 UTC und sind zu Beginn mit einer Warmanomalie stromaufwärts des Rückens verbunden. Später ist die Verstärkung zusätzlich an eine Kaltanomalie stromabwärts des Rückens gekoppelt. Der divergente Wind ver-



Abbildung 5.10: Amplitudenentwicklung des Rücken-Trog-Paares. Wie Abbildung 5.7, nur vom 5.10.2011 00 UTC bis zum 9.10.2011 18 UTC für den Rücken (R) und den Trog (T) über dem Atlantik/Europa.

stärkt die Rückenamplitude über den gesamten Zeitraum. Das Tiefdruckgebiet über Neufundland wandert zwar zwischen dem 6.10. 00 UTC und dem 9.10. 00 UTC immer weiter nordwärts, das divergente Ausströmen ist allerdings primär mit einer Reihe WCBs innerhalb des Rückens verbunden, so dass dauerhaft eine verstärkende Wirkung gegeben ist.

Die Verstärkung des Troges T auf Grund der quasi-barotropen Beiträge setzt am 5.01. 12 UTC ein und repräsentiert die Entwicklung stromabwärts des Wellenpaketes. Die baroklinen Beiträge sind durchweg positiv und verstärken den Trog über den gesamten Zeitraum. Diese sind mit der bereits erwähnten Kaltanomalie (nicht gezeigt) stromaufwärts des Troges gekoppelt. Beide, der Trog und die Kaltanomalie, verstärken sich gegenseitig im Lauf der Zeit und spiegeln so barokline Instabilität wieder. Die divergenten Werte bewegen sich die meiste Zeit um die Nulllinie und spielen daher für die Amplitudenentwicklung des Troges T eine untergeordnete Rolle.

Wie Piaget et al. (2015) zeigen konnte, hatten die Vorhersagemodelle besonders Probleme mit der Amplitude und der Lage des Troges, jedoch war die Unsicherheit der Modelle bereits für den Rücken sehr hoch. Für den Rückenaufbau waren die baroklinen und divergenten Tendenzen ebenso wichtig wie die quasi-barotropen Tendenzen. Der starke Einfluss des divergenten Windes konnte in Piaget et al. (2015) mit einer hohen WCB-Aktivität in Verbindung gebracht werden, so dass auch in dieser Fallstudie Feuchtprozesse indirekt eine wichtige Rolle für den Rückenaufbau spielen. Der Trog wurde durch Entwicklung stromabwärts (quasi-barotrope Tendenzen) und baroklines Wachstum aufgebaut und verstärkt, so dass Fehler in der Rückenamplitude über Entwicklung stromabwärts weitergeben werden konnten. Zudem hat Baumgart et al. (2018) gezeigt, dass Fehlerwachstum durch tropopausenahe Prozesse (quasi-barotrope Tendenzen) dominiert wird. Da neben der Amplitude auch die Lage und Struktur des Troges schlecht vorhergesagt war und maßgeblich für das Eintreten des Flutereignisses war, wird im folgenden Abschnitt eine Möglichkeit vorgestellt den Einfluss der Strömung auf Wellenbrechen zu untersuchen.

Deformation und meridionale Auslenkung des Troges

Wie in Abschnitt 3.2 diskutiert, ist die hier vorgestellte Methodik auf Grund der durchgeführten Integration über die Trog- und Rückenflächen nicht in der Lage Wellenbrechen zu quantifizieren. Eine Möglichkeit den Einfluss der quasi-barotropen, baroklinen und divergenten Strömung auf ihren Einfluss zum Wellenbrechen zu untersuchen, ist die jeweilige Deformation und Streckung der Strömung zu untersuchen. Dieser Ansatz wird bei der Berechnung sog. Filamentierungszeiten (Rozoff et al. 2006) benutzt. Die grundlegende Idee dahinter ist, dass starke meridionale Auslenkung und Brechen von Trögen dort stattfindet, wo die Deformation größer ist als die Vorticity. Je geringer die Filamentierungszeit, desto größer die Deformation gegenüber der Vorticity.

Thorncroft et al. (1993) verwendete einfache Argumente des PV-Denkens um den Einfluss der Strömung auf das Brechen und meridionale Auslenken von Trögen zu erklären. Da die Strömung auf Grund des Inversionsoperators glatter ist als die PV-Verteilung selbst, schneiden sich die Konturlinien konstanter PV und der Stromfunktion. Dies sind die Orte an denen die Filamentierungszeiten minimal werden. Ein Brechen der Tröge wird begünstigt, wenn sie sich innerhalb der antizyklonalen Scherung südlich des Strahlstroms befinden. Tsai et al. (2010) hat das Konzept der Filamentierungszeiten auf das meridionale Auslenken und Brechen von Trögen für die volle Strömung angewandt. Dieses Konzept wurde von Riemer und Jones (2014) verwendet, um den Einfluss der Strömung verbunden mit tropischen Wirbelstürmen, die außertropische Umwandlung durchlaufen haben, auf den Trog stromaufwärts zu untersuchen.

Die Filamentierungszeit τ berechnet sich nach Tsai et al. (2010) auf isentropen Flächen in sphärischen Koordinaten über

$$\tau = 2\left[\delta + \sqrt{S_n^2 + S_s^2 - \zeta - \left(\frac{2u\tan\phi}{a}\right)^2}\right], \quad \text{für} \quad S_n^2 + S_s^2 > \zeta - \left(\frac{2u\tan\phi}{a}\right)^2$$

wobei δ die Divergenz, ζ die relative Vorticity und u und v die zonale und meridionale Komponente des zweidimensionalen, horizontalen Windes entlang einer isentropen Fläche darstellt. S_n und S_s beschreiben die Deformation auf Grund von Streckung und Scherung und werden wie folgt berechnet:

$$S_n = \frac{\partial u}{a\cos\phi\partial\lambda} - \cos\phi\frac{\partial}{a\partial\phi}\left(\frac{v}{\cos\phi}\right) \quad \text{und} \quad S_s = \frac{\partial v}{a\cos\phi\partial\lambda} + \cos\phi\frac{\partial}{a\partial\phi}\left(\frac{u}{\cos\phi}\right).$$

In Abbildung 5.11 sind nun die Filamentierungszeiten für die quasi-barotrope, barokline und divergente Strömung dargestellt. Man erkennt auf den ersten Blick, dass die Filamentierungszeiten für die quasi-barotrope Strömung um ein Vielfaches kleiner sind als für die barokline Strömung und daher größtenteils für das Wellenbrechen verantwortlich sind. Die Filamentierungszeiten für die divergente Strömung können zwar auch kleine Werte erreichen, befinden sich jedoch außerhalb der Tröge besonders oberhalb eines WCBs (längliches Gebiet entlang der Flanke des Troges stromabwärts) und einer Zyklone (im Rückenkamm). Die Hintergrundsströmung zeigt Werte über einem Tag und beeinflusst damit das Brechen nicht (nicht gezeigt). Zu diesem Zeitpunkt sind die Filamentierungszeiten der quasi-barotropen Strömung maximal innerhalb und an der Südspitze der Tröge und entlang des Rückenkamms und stimmen nach Thorncroft et al. (1993) mit den Orten überein, an denen sich die Strömung und die PV-Konturlinien am stärksten schneiden. Die barokline Strömung schneitet zwar auch die PV-Konturen, ist jedoch mit <10 m/s viel schwächer als die quasi-barotrope Strömung mit Maximalwerten um 75 m/s. Die niedrigen Filamentierungszeiten innerhalb der Spitze und bei 60°N stimmen mit den Stellen überein, an denen sich die Tröge im folgenden immer mehr deformieren, bis es schließlich für den Trog stromaufwärts (bei 50°W) am 9.10 00 UTC und für den Trog stromabwärts (bei 15°E) am 09.10 06 UTC (Spitze) und am 10.10. 12 UTC (bei 60°N) auf der 325 K-Isentropen zum Abtropfen eines isolierten Höhentroges kommt (nicht gezeigt).



Abbildung 5.11: Einfluss der Strömung auf die Entwicklung des Rücken-Trog-Paares. Filamentierungszeit (Farbe) nach Rozoff et al. (2006) für den 8.10.2011 12 UTC auf der 325 K-Isentropen. Die Pfeile deuten die a) quasibarotrope, b) barokline, und c) divergente Strömung an. Die schwarze Linie stellt die 2 PVU-Konturlinie dar. Nicht farbige Regionen werden entweder durch die Vorticity dominiert oder haben Werte oberhalb 24 h und Werte unterhalb 0.5 h.

Die Filamentierungszeiten haben deutlich gemacht, dass die Deformation auf Grund der quasi-barotropen Strömung das Brechen der Tröge dominiert. Jedoch sollte man beachten, dass die quasi-barotrope Strömung von der Stärke und Struktur der umliegenden Anomalien abhängt und somit die Bestimmung der Amplitude der benachbarten Anomalien eine wichtige Voraussetzung für die Vorhersage des Wellenbrechens ist. Für die Amplitudenentwicklung der Anomalien hingegen hatten die baroklinen und divergenten Tendenzen einen großen Einfluss.

Die Verwendung der Filamentierungszeiten ist ein erster möglicher Schritt, die in dieser Arbeit entwickelte Diagnostik zu erweitern und neben der Amplitude auch die Deformation der Anomalien für verschiedene Prozesse zu untersuchen.

5.3 Plötzliche Stratosphärenerwärmung - Januar 2009

In den vorangegangenen Kapiteln haben wir synoptisch-skalige Wellenpakete und Anomalien untersucht. In diesem Kapitel wird die PV-Diagnostik darüber hinaus auf einen langlebigen meridional stark ausgelenkten Rücken angewandt, der die Voraussetzung für das Zustandekommen einer plötzlichen Stratosphärenerwärmung bildete.

Generell ist die polare Stratosphäre der Winterhemisphäre durch einen starken zonalen Vortex und kalte Temperaturen innerhalb dieses Vortex geprägt. Dieser Zustand kann sich innerhalb weniger Tage ändern. Eine Deformation des Vortex und ein Anstieg der Temperaturen bis zu 40 K in wenigen Tagen kann auf der Nordhemisphäre während der Wintermonate in unregelmäßigen Abständen beobachtet werden (Holton 2008, S. 424 f.). Dieses Phänomen wird plötzliche Stratosphärenerwärmung (SSW) genannt. Ist diese plötzliche Erwärmung stark genug, um den meridionalen Temperaturgradienten in der Stratosphäre umzukehren, ändert sich dort auch das Vorzeichen des zonalen Windes auf Grund der thermischen Windgleichung. Solch ein SSW-Ereignis wird als bedeutendes SSW-Ereignis eingestuft. Charney und Drazin (1961) und Matsuno (1971) haben gezeigt, dass sich vertikal ausbreitende Rossbywellen, v. a. mit zonaler Wellenzahl 1 und 2, für das Zustandekommen von SSW-Ereignissen essentiell sind.

Im Januar 2009 fand ein bedeutendes SSW-Ereignis statt. Nach Harada et al. (2010) war die vertikale Ausbreitung von Rossbywellen mit zonaler Wellenzahl 2 für diesen Fall maßgeblich, dominiert durch zwei stationäre und persistente Höhenrücken über Alaska und Skandinavien. Schneidereit et al. (2017) fokussiert sich auf die Frage, welche troposphärischen Prozesse für die Bildung dieser beiden Höhenrücken verantwortlich waren und welche Voraussetzungen dafür erfüllt sein mussten. Mein Beitrag zu dieser Veröffentlichung lag darin, die Dynamik des Rückens über Alaska über einen Zeitraum von zwei Wochen vor dem SSW-Ereignis (vor dem 23.01.2009) mit der hier entwickelten PV-Diagnostik zu untersuchen. Der Rücken über Skandinavien war nicht über einen längeren Zeitraum klar mit der Trog-Rückenerkennung zu identifizieren, da er nicht konstant auf einer isentropen Schicht zu beobachten war (nicht gezeigt).

Synoptische Entwicklung und Dynamik des stationären Rückens über Alaska

Der Rücken über Alaska entwickelt sich über einen Zeitraum von zwei Wochen. Er erreicht seine maximale Amplitude um den 15.01.2009 und erstreckt sich dabei zonal

über 120 Längengrade. Auf Grund dieses langen Zeitraums und der vorherrschenden kleinen Wellenzahl repräsentiert er kein synoptisch-skaliges Phänomen mehr. Dies hat zur Folge, dass der ausgeprägte Rücken seine Struktur auf Hintergründe mit einem zeitlichen Mittel von weniger als 30 Tagen projiziert, wie sie in dieser Arbeit generell verwendet werden. Für diesen speziellen Fall wird daher als Hintergrund ein 60-Tage-Mittel gewählt, zentriert um den 15.01.2009 00 UTC.

Die zeitliche Entwicklung des Rückens über Alaska ist in Abbildung 5.12 an Hand der dazugehörigen PV-Anomalien auf der 325 K-Isentropen dargestellt. Der Hintergrund ist durch die schwarz gestrichelten Konturen angedeutet. Man erkennt selbst in dem verwendeten 60-Tage Hintergrund die vorhandene nördliche Auslenkung der Konturen auf Höhe des Rückens über Alaska.

Am 9.01. 12 UTC (s. Abbildung 5.12 (a)) ist der Rücken R Teil eines schwach ausgeprägten Rossbywellenpaketes über dem Pazifik und dem amerikanischen Kontinent. In den nächsten Tagen wird sich der Rücken R und der Trog stromabwärts verstärken, während T1 bald zu brechen beginnt. 3 Tage später, am 12.01. 12 UTC (s. Abbildung 5.12 (b)), ist T1 nur noch als abgetropfter Höhentrog bei 150°W und 25°N als starke lokale PV-Anomalie zu erkennen. Die Amplitude und Wellenlänge des Rückens R und des Troges stromabwärts sind in den vorangegangenen Tagen stark angewachsen. Am 15.01. 12 UTC(s. Abbildung 5.12 (c)) ist die meridionale Auslenkung des Wellenpaketes maximal. Der Rücken erstreckt sich dabei meridional über 50 Breitengrade und wird von zwei ausgeprägten Trögen stromauf- und stromabwärts flankiert. Der Trog stromaufwärts besitzt 2 Maxima bzw. Trogspitzen T2 und T3. T2 wird während der nächste Tage (s. Abbildung 5.12 (d)) innerhalb des Rückens entlanglaufen und ist 3 Tage später als Filament innerhalb des Rückens zu erkennen. Die meridionale Auslenkung des Rückens hat sich verringert, während er sich in zonale Richtung stark verbreitert hat, was zu einer weiteren Verringerung der zonalen Wellenzahl geführt hat. 3 Tage später, am 21.01. 12 UTC (s. Abbildung 5.12 (e)), hat sich der Rücken stark abgeschwächt und die flankierenden Tröge sind gebrochen.

An Hand der PV'-Karten wird deutlich, dass die Verstärkung des Rückens durch eine Abfolge hinein propagierender Tröge gespeist wird. Im Folgenden soll untersucht werden, in wieweit die hinein propagierenden Tröge in den quasi-barotropen Tendenzen zu erkennen sind und welche Rolle die baroklinen und divergenten (und diabatischen) Prozesse für den Rückenaufbau gespielt haben. In Abbildung 5.13 ist die zeitliche Amplitudenentwicklung des Rückens dargestellt.

Der Rücken R folgt zu Beginn dem Konzept der baroklinen Entwicklung stromabwärts. Die Verstärkung auf Grund der quasi-barotropen Beiträge bis zum 12.01. 00 UTC kann mit dem Trog T1 in Verbindung gebracht werden. Dieser wechselwirkt mit der Dyna-



Abbildung 5.12: Zeitliche Entwicklung des Rückens über Alaska Dargestellt alle 3 Tage, vom 9.1.2009 12 UTC bis zum 21.01.2009 12 UTC an Hand der PV-Anomalien (Farbe) auf der 325 K-Isentropen. Die schwarze Linie zeigt die 2 PVU-Kontur und repräsentiert damit die Tropopause. Schwarz gestrichelte Linien stellen die 2,3, und 4 PVU-Konturen (zunehmend von Süd nach Nord) der Hintergrunds-PV dar (60-Tage Mittel). Graue Konturen stellen das Geopotential auf 850 hPa (alle 5 gpm) dar.

mik in der unteren Troposphäre und erzeugt trogvorderseitig eine Warmanomalie, die sich über einen Zeitraum von 9 Tagen verstärkt. Ab dem 11.01. 12 UTC koppelt sich diese Warmanomalie mit dem Rücken R, so dass es zu einer gegenseitigen Verstärkung beider Anomalien kommt. Ab dem 17.01. 18 UTC nimmt diese Warmanomalie die gesamte Fläche unterhalb des Rückens ein, so dass keine Phasenverschiebung mehr



Abbildung 5.13: Dynamik der Amplitudenentwicklung des Rückens über Alaska. Bildbeschreibung wie in Abbildung 5.7, nur vom 9.1.00 UTC bis zum 22.1. 18 UTC.

zwischen den oberen PV-Anomalien und den unteren Temperaturanomalien vorliegt und damit die mit der Temperaturanomalie verbundene Strömung zu keiner Verstärkung des Rückens mehr führen kann. Die Tröge stromabwärts (T1-T4) werden jedoch durch diese Warmanomalie aufgebaut und verstärkt, wie in Abbildung 5.14 deutlich zu erkennen ist (weitere Beschreibung in Bildunterschrift).

Der Einfluss der Tröge T1-T4 auf den Rücken wird durch deren Entwicklung stromabwärts und das anschließende Brechen bestimmt. Dies wird durch die abwechselnde Abfolge von positiven und negativen Beiträgen der quasi-barotropen Tendenzen beschrieben (wieder in Abbildung 5.13). So stimmen die Zeitpunkte des Übergangs von positiven zu negativen Beiträgen für T1 und T2 mit den Zeitpunkten überein in denen die Tröge beginnen sich meridional stark auszulenken und schwächer zu werden als der Trog stromabwärts des Rückens R, so für den Trog T1 am 12.01. 00 UTC und für den Trog T2 am 14.01. 18 UTC. Der Einfluss von T3 und T4 ist jedoch etwas schwieriger zu erkennen, da der Trog T2 in den Rücken hinein wandert und so innerhalb der Rückenanomalie eine neue Anomalie entsteht, die die quasi-barotropen Tendenzen zwischen dem 16.01 12 UTC und dem 17.01 06 UTC dominiert. Da diese neue Anomalie außerhalb des Einflussbereichs von T3 liegt, wird sie durch negative quasi-barotrope Tendenzen auf Grund der zyklonalen Strömung des Troges stromabwärts und der antizyklonalen Strömung des nach Norden gewanderten Hauptrückens abgebaut. Dennoch ist T3 für die



Abbildung 5.14: Amplitudenentwicklung der hinein propagierenden Tröge. Wie Abbildung 5.7, nur vom 9.1.00 UTC bis zum 22.1. 18 UTC für die Tröge T1-T4 stromaufwärts des Rückens R. Beginnt ein Trog zu brechen wird sein Nachfolger betrachtet. Deutlich erkennt man, dass die Tröge durch barokline Prozesse aufgebaut und verstärkt werden. Diese sind mit der starken Warmanomalie zwischen den Trögen und dem Rücken R verbunden. Die Summe aller Prozesse wird immer dann positiv, wenn der Einfluss der baroklinen Wechselwirkung größer ist als die abschwächende Wirkung der quasi-barotropen Tendenzen.

positiven Tendenzen zwischen dem 15.01. 18 UTC und dem 18.01. 06 UTC verantwortlich. Ab dem 18.01. 06 UTC verstärkt der Trog T4 die zyklonale Strömung um Trog T3 und sorgt so für das letzte Maximum der quasi-barotropen Tendenzen. Kurz darauf, um den 20.01. 00 UTC beginnen Trog T3 und T4 zu brechen. Die quasi-barotropen Tendenzen zeigten dabei eindrücklich die Verstärkung des Rückens auf Grund einer Abfolge hinein propagierender Tröge.

Die Beiträge der divergenten Tendenzen tragen maßgeblich zur Rückenverstärkung bei. Die maximale Verstärkungsphase setzt am 13.01. 12 UTC ein, zwei Tage nach Beginn der Verstärkung auf Grund der baroklinen Tendenzen. Wie in Schneidereit et al. (2017) mit Hilfe von Trajektorienrechnungen gezeigt, ist die WCB-Aktivität innerhalb des Rückens zu dieser Zeit ebenfalls stark erhöht. Ab dem 19.01. 00 UTC tragen die divergenten Tendenzen nicht mehr zur Verstärkung bei.

Um den verstärkenden Einfluss der advektiven Tendenzen für den gesamten Rückenaufbau miteinander vergleichen zu können, werden die positiven Werte dieser Tendenzen

	quasi-barotrop	baroklin	divergent	Strahlung	latente Wärme
Netto	0.67	1.25	1.14	-2.24	0.54
Verstärkung	2.91	2.19	1.67	0	0.54

Tabelle 5.1: Netto-Einfluss und reine Verstärkung der unterschiedlichen Prozesse auf den langlebigen stationären Rücken aus Abbildung 5.13 (in 10¹³ PVU m²). Die Tendenzen des Rückens wurden dafür zeitlich integriert. Für die bloße Verstärkung wurden nur die positiven Werte verwendet.

über den gesamten Zeitraum aufintegriert. Vergleicht man die Werte aus Tabelle 5.1 für die reine Verstärkung miteinander, zeigt sich, dass der quasi-barotrope Einfluss stärker ist als der barokline Einfluss und der Einfluss der divergenten Strömung. Jedoch sind die quasi-barotropen Tendenzen häufig auch stark negativ, so dass für den Netto-Einfluss die barokline Wechselwirkung und die divergente Strömung über die quasi-barotrope Ausbreitung dominieren. Dies führt zusammen mit der abwechselnden positiven und negativen Wirkung dazu, dass die quasi-barotropen Tendenzen allein nicht in der Lage wären den stationären Rücken aufzubauen. Die baroklinen und divergenten Tendenzen waren für die Verstärkung des Rückens R und damit für die Entstehung und Aufrechterhaltung dieses langlebigen Rückens entscheidend. Dies unterstützt die Ergebnisse von Pfahl et al. (2015), die die Wichtigkeit von Feuchtprozessen zur Entstehung von langlebigen Antizylonen untersucht haben.

Der Beitrag der frei werdenden latenten Wärme ist durchweg positiv, jedoch sind die Tendenzen, wie in der Fallstudie zuvor, eine Größenordnung kleiner als die advektiven Tendenzen, was sich im geringen Netto-Einfluss wieder spiegelt. Die Strahlung ist durchweg negativ und schwächt den Rücken über den gesamten Zeitraum ab. Interessant ist der Übergang von schwach negativen zu stark negativen Werten zwischen dem 12.01. und dem 13.01.2009. Dieser Übergang stimmt mit dem Zeitpunkt überein, indem die PV-Anomalie beginnt sich meridional weit nach Norden zu erstrecken und die Fläche der PV-Anomalie zum Teil nördlich der 2 PVU-Konturlinie und damit in der Stratosphäre liegt. Der Übergang zu stratosphärischen Werten auf Grund der Anomaliefläche ist in Abbildung 5.12 (a) und (b) angedeutet. Am 9.01. ist die PV-Anomalie des Rückens nördlich der Tropopause durch positive PV-Anomalien begrenzt, während am 12.01. kleine negative PV'-Werte (weiße Farbe) bis weit nach Norden reichen. Diese Beobachtung ist konsistent mit der Hypothese aus Abschnitt 5.1, in der die abschwächende Wirkung der Strahlungstendenzen in Rücken zum großen Teil mit der Lage der Rückenfläche erklärt wird. Die sich weit nach Norden ausbreitende Anomalie führt daher zu einem starken Netto-Einfluss der langwelligen Strahlung.

Der Netto-Einfluss für den Randterm ist mit $-0.14 \cdot 10^{13}$ PVU m² wie erwartet klein, da der Randterm durchweg sehr kleine Werte aufweist mit Ausnahmen am 16.01. 12 UTC und 18 UTC. Wie bereits weiter oben erwähnt, wandert zu diesem Zeitpunkt der Trog T2 in den Rücken hinein. Die Bildung eines Filaments führt dazu, dass Trog T2 als eigenständige Anomalie erkannt wird. Dadurch wird die Rückenanomalie unterteilt und der PV'-Fluss entlang der Achse wird maximal. Um 12 UTC findet diese Unterteilung auf der 320 K-Isentropen, um 18 UTC verspätet auf der 327 K- und 330 K-Isentropen statt.

Kapitel 6: Trog-Rückendynamik: Eine Composite-Analyse

In den vorangegangenen Kapiteln haben wir mit Hilfe dreier Fallstudien die Dynamik, d. h. die Amplitudenentwicklung von Trögen und Rücken untersucht, die Teil eines Rossbywellenpaketes waren. Diese Rossbywellenpakete waren sehr unterschiedlich, z. B. in Bezug auf ihre Jahreszeit und Lebenszeit. Dennoch konnten für die Amplitudenentwicklung der Tröge und Rücken Gemeinsamkeiten hinsichtlich der relevanten Prozesse gefunden werden. Zusätzlich zur baroklinen Entwicklung stromabwärts spielte für die Verstärkung der Rückenamplitude und die Abschwächung der Trogamplitude der divergente Wind in beinahe allen untersuchten Anomalien eine wichtige Rolle. Die Frage, ob der divergente Wind generell eine wichtige Rolle für die Entwicklung der Anomalien spielt, ist Motivation für die hier angewandte Composite-Analyse. Dabei sollen weiterhin folgende Fragen im Fokus stehen: Inwiefern unterscheidet sich die Dynamik von Trögen und Rücken? Gibt es eine bestimmte zeitliche Reihenfolge bezüglich der quasi-barotropen, baroklinen und divergenten Prozesse? Ist es hilfreich das Konzept der baroklinen Entwicklung stromabwärts durch einen Beitrag des divergenten Windes zu erweitern?

Die dafür verwendete Composite-Analyse geht über die Betrachtung einzelner Fallstudien hinaus und ermöglicht es, Informationen aus einer Vielzahl von Fällen zu extrahieren und miteinander zu verbinden. Das Ziel dabei ist es die einzelnen Fälle so zu kombinieren, dass der mittlere Verlauf die Dynamik der einzelnen Fälle wiedergibt ohne dabei Informationen raus zu mitteln oder neu zu erzeugen. Der so neu gewonnene mittlere Datensatz kann daraufhin mit gewohnten Diagnostiken für Einzelfälle untersucht werden, enthält jedoch Informationen aus vielen Fällen. Dabei muss jedoch beachten werden, dass es eine Composite-Analyse immer nur ermöglicht, den mittleren Verlauf der Fälle zu betrachten und es immer Einzelfälle geben kann, die von diesem Verlauf stark abweichen.

6.1 Auswahl der Fälle und Erstellung der Composites

Um eine große Anzahl an Trögen und Rücken, die Teil eines Rossbywellenpaketes sind, auf ihre unterschiedlichen Prozesse zur Amplitudenentwicklung zu untersuchen, ist es zu Beginn nötig Rossbywellenpakete objektiv und automatisch zu identifizieren. Wolf und Wirth (2017) entwickelten eine Erkennung von Rossbywellenpaketen, basierend auf Zimin et al. (2006). Im Gegensatz zu Zimin et al. (2006), verwenden sie als Grundlage nicht den Meridionalwind entlang des Hintergrundes, sondern die Komponente des Windes senkrecht auf den Hintergrund, der als 30-Tage Tiefpassfilter berechnet wird. Mit Hilfe dieses Windfeldes wird eine sog. Einhüllende berechnet, die dort große Werte einnimmt, wo Anomalien eines Wellenpaketes vorhanden sind. Ist dieser Wert größer als ein bestimmter Schwellenwert, wird der Bereich oberhalb des Schwellenwertes als Objekt definiert. Alle Objekte, die innerhalb der Fläche des Wellenpaketes liegen (diese wird mit Hilfe eines niedrigeren Schwellenwertes bestimmt), werden einem Wellenpaket zugeordnet. Anschließend werden die zu jedem Zeitschritt erkannten Wellenpakete mit der Zeit verfolgt, um so ein Wellenpaket auch zeitlich charakterisieren zu können. Für weitere Details zur Identifizierung von Wellenpaketen und deren zeitlicher Verfolgung wird auf Wolf und Wirth (2017) verwiesen. Die mit diesem Verfahren erstellte Klimatologie aus dem ERA-Interim Datensatz wurde mir von Gabriel Wolf (University of Reading) zur Verfügung gestellt und dient in dieser Arbeit als Basis zur Auswahl der zu untersuchenden Wellenpakete.

Der Fokus innerhalb dieser Arbeit liegt auf eindeutigen¹ Wellenpaketen innerhalb der YOTC-Periode zwischen Mai 2008 und April 2010. Dieser Zeitraum ermöglicht es zusätzlich zu den advektiven Prozessen auch den direkten Einfluss diabatischer Prozesse für eine große Anzahl von Wellenpaketen zu quantifizieren, um so die Aussage aus den Fallstudien zu bestätigen. Die Wellenpakete werden auf eine Lebensdauer von 3-8 Tagen begrenzt. Die Lebensdauer wurde so gewählt, dass die Lebenszeit der einzelnen Anomalien innerhalb der Wellenpakete ausreicht, um eine Aussage über ihre Dynamik zu machen und kurz genug ist, um die Bildung stationärer Rücken bzw. nicht synoptischskaligen Anomalien möglichst auszuschließen. Mit diesen Einschränkungen konnten 33 Wellenpakete identifiziert werden.

Die für diese 33 Wellenpakete identifizierten Anfangs- und Endzeitpunkte dienen nun

 $^{^{1}\}mathrm{Eindeutig}$ bezieht sich hier auf ein objektives Maß, das Wolf (2015) eingeführt hat, um abschätzen zu können, wie gut die Identifizierung und Verfolgung der Wellenpakete funktioniert. Dabei wird insbesondere in groben Zügen die Geradlinigkeit der Wellenpakete von Ost nach West innerhalb der Klimatologie abgemessen. Hier werden Wellenpakete mit einer normierten Qualität von 0.8 - 1 verwendet. Für weitere Details wird auf Wolf (2015) verwiesen.

als Basis zur Berechnung des Hintergrundes, der, wie in Abschnitt 3.1 beschrieben, als zeitliches Mittel von 30 Tagen um das Wellenpaket zentriert ist. Dieser Hintergrund wird anschließend, wie in Kapitel 4 erläutert, für die Berechnung der stückweisen PV-Inversion verwendet. Um die Diagnostik so einfach wie möglich zu halten und den Rechenaufwand gering zu halten, wird die Composite-Analyse auf nur einer isentropen Schicht durchgeführt. Um den saisonalen Unterschieden des Strahlstroms der mittleren Breiten gerecht zu werden, wird für Wellenzüge zwischen Mai bis September die 330 K-Isentrope und zwischen Oktober und April die 325 K-Isentrope verwendet (Röthlisberger et al. 2018). Damit sind alle Voraussetzungen zur Berechnung der Amplitudenentwicklung, wie sie in Abschnitt 3.2 eingeführt wurden, erfüllt. Darauf aufbauend werden nun zwei unterschiedliche Composite-Analysen durchgeführt, um zum einen alle Tröge und Rücken, die Teil eines Wellenpaketes sind, und zum anderen alle Tröge und Rücken, die mit Bodenzyklonen verbunden sind, zu untersuchen. Letzteres ermöglicht es zusätzlich, den Einfluss von Tiefdruckgebieten auf die Trog-Rückenentwicklung zu betrachten. Auf die Auswahl der Anomalien für die jeweilige Composite-Analyse, wird in den folgenden Unterabschnitten separat eingegangen.

Composite-Analyse relativ zur maximalen Trog- Rückenamplitude

Wie bereits erwähnt, ist die Motivation für die hier angewandte Composite-Analyse die Frage, ob der divergente Wind generell eine wichtige Rolle bei der Amplitudenentwicklung der Tröge und Rücken spielt. Dafür werden zunächst alle Tröge und Rücken, die Teil der 33 identifizierten Wellenpakete sind, untersucht. Die Trog-Rückenerkennung aus dieser Arbeit ist darauf ausgelegt, Anomalien zu erkennen, unabhängig davon, ob sie Teil eines sich entwickelnden Wellenpaketes sind oder nicht. So werden auch kleinere Störungen oder Anomalien, die Reste eines früheren Wellenpaketes sind, identifiziert. Daher müssen die von der Trog-Rückenerkennung identifizierten Anomalien nachträglich Wellenpaketen zugeordnet werden. Die Klimatologie von Rossbywellenpaketen nach Wolf und Wirth (2017) definiert Wellenpakete als Objekte, unabhängig von den einzelnen Trögen und Rücken. Daher liegt eine Schwierigkeit darin, die Informationen aus der Klimatologie mit der Trog-Rückenerkennung aus dieser Arbeit zu verbinden.

Die Wellenpaketobjekte aus der Klimatologie beinhalten Informationen über die zonale "Ausdehnung der Fläche" der Wellenpakete, die mit Hilfe des niedrigeren Schwellenwertes bestimmt wird (s. o.). Für die Zuordnung der Anomalien aus der Trog-Rückenerkennung zu den Wellenpaketen aus der Klimatologie, wird für jeden Zeitpunkt des Wellenpaketes überprüft, ob eine identifizierte Anomalie innerhalb der Fläche des



Abbildung 6.1: Schemazeichnung zur Composite-Analyse. a) Entwicklung eines Wellenpaketes stromabwärts mit der Verstärkungsphase (negative Tage), maximaler Amplitude (Tag 0) und Abschwächungsphase (positive Tage) eines Rückens. Phasengeschwindigkeit (durchgezogene Linie) ist kleiner als Gruppengeschwindigkeit (gestrichelte Linie). b) Zugehöriger Verlauf der Amplitudenentwicklung für die Summe aller Prozessen. Ein positiver Beitrag führt zur Verstärkung der Anomalie während der negativen Tage und ein negativer Beitrag zur Abschwächung der Anomalie während der positiven Tage mit einem Vorzeichenwechsel an Tag 0.

Wellenpaketes liegt und somit Teil dieses Wellenpaketes ist. Da die Fläche des Wellenpaketes mit Hilfe eines Schwellenwertes definiert wurde, wird diese in zonale Richtung um $\pm 5^{\circ}$ erweitert, um sicherzugehen, dass auch die Anomalien an der Vorder- und Rückflanke des Wellenpaketes zugeordnet werden. Dabei muss beachtet werden, dass die Informationen über die Fläche des Wellenpaketes nur alle 12 h vorliegen, während die Informationen über die Anomalien aus der Trog-Rückenerkennung alle 6 h vorhanden sind. Der Einfachheit halber wird bei nicht übereinstimmenden Zeitpunkten (immer um 06 und 18 UTC) angenommen, dass sich die Fläche des Wellenpaketes in 6 h nur leicht ändert. Daher wird um 06 UTC und 18 UTC der Wert für die Fläche um 00 UTC bzw. 12 UTC verwendet. Mit diesem Verfahren erhält man aus 33 Wellenpaketen über 100 Tröge und Rücken für die Composite-Analyse.

Wie bereits erwähnt, versucht man bei einer Composite-Analyse gegebene Informatio-
nen aus allen vorliegenden Fällen sinnvoll zu gruppieren und zu mitteln. Da in diesem Fall Tröge und Rücken eines Wellenpaketes untersucht werden, muss zuerst nach einer Gemeinsamkeit aller Anomalien gesucht werden. Anomalien, die Teil eines Wellenpaketes sind, werden zu Beginn an der Vorderflanke des Wellenpaketes generiert und anschließend so lange verstärkt, bis ihre maximale Amplitude erreicht ist. Propagiert das Wellenpaket weiter stromabwärts, wird die Anomalie abgebaut, bis sie bricht oder an der Rückflanke des Wellenpaketes abgebaut wird. Dieses Verhalten ist in Abbildung 6.1 (a) für die Entwicklung eines Rückens schematisch dargestellt. In diesem Sinn ist die Amplitude der einzelnen Anomalien mit der Gruppengeschwindigkeit des Wellenpaketes verknüpft. Betrachtet man die zugehörige Amplitudenentwicklung in Abbildung 6.1 (b) lässt sich die Verstärkung mit positiven Werten und die Abschwächung mit negativen Werten kennzeichnen, während der Zeitpunkt um die maximale Amplitude mit einem Vorzeichenwechsel charakterisiert ist. Um nun die Anomalien nach diesem Vorbild gruppieren zu können, wird für alle Anomalien der Zeitpunkt der jeweiligen maximalen Amplitude bestimmt. Zur Bestimmung der maximalen Amplitude werden die PV'-Werte der einzelnen Anomalien über ihre identifizierten Flächen aus der Trog-Rückenerkennung räumlich integriert. Um die Information aller Tröge und Rücken für die Composite-Analyse zu kombinieren, werden die einzelnen Amplitudenentwicklungen der Tröge und Rücken zeitlich so verschoben, dass die Zeitpunkte der maximalen Amplitude aufeinander liegen. Dieser Zeitpunkt wird im Folgenden als Tag 0 bezeichnet. Abschließend werden die Werte über die zu jedem Zeitpunkt verfügbaren Werte gemittelt.

Um den Einfluss von Sprüngen in der Amplitudenentwicklung und besonders in der Bestimmung der maximalen Amplitude auf Grund der Trog-Rückenerkennung zu minimieren, werden nach der Zuordnung der Anomalien zu den Wellenpaketen aus der Klimatologie die Werte über einen Tag gemittelt (12, 18, 00, und 06 UTC).

Neben der Amplitudenentwicklung, die aus den über die jeweilige Anomalie integrierten PV'-Tendenzen der unterschiedlichen Prozesse entsteht, ist es zusätzlich interessant die Struktur dieser Tendenzen innerhalb der Anomalien zu betrachten, ähnlich wie wir es bereits in Abbildung 5.3 innerhalb der Fallstudie getan haben. Dafür werden alle Felder auf isentropen Schichten, die zu einem bestimmten Zeitpunkt innerhalb der Amplitudenentwicklung auftreten, räumlich miteinander verknüpft. Da die Anomalien an unterschiedlichen Orten auftreten, müssen diese vorher im Raum verschoben werden. Dafür wird der Ort des maximalen absoluten PV'-Wertes verwendet, da dieser bei den meisten Anomalien nah an der 2 PVU-Konturlinie liegt und so auch innerhalb des Composites die Struktur der dynamischen Tropopause erhält. Untersuchgen mit weiteren Referenzpunkten, wie dem Schwerpunkt der Anomalien oder den Trog-Rücken-Punkten haben ein weniger klares Signal ergeben.



Abbildung 6.2: Schemazeichnung zur Composite-Analyse relativ zur Zyklonenentwicklung. (a) Ausschnitt aus einem Wellenpaket. Trog- und Rückenpunkte sind mit einem Stern markiert. Diese definieren ein Gebiet zwischen dem Trog T und seinem Rücken R (roter Kasten). Liegen Zyklonen (geschlossene Konturen) zum Zeitpunkt ihrer maximalen Intensität innerhalb dieses Kastens, werden sie dem Trog T und dem Rücken R zugeordnet. (b) Einem Trog T bzw. einem Rücken R können mehr als eine Zyklone (Z1, Z2, Z3) zugeordnet werden. Die Zeitpunkte der maximalen Intensität der Zyklonen ist mit einem Stern gekennzeichnet.

Composite-Analyse relativ zur maximalen Zyklonenintensität

Für die Composite-Analyse aller Tröge und Rücken, die mit einer Bodenzyklone verbunden sind, wird mit den Trögen und Rücken gestartet, die von der Trog-Rückenerkennung identifiziert werden. In diesem Fall wird darauf verzichtet die Anomalien mit der Klimatologie von Wellenpaketen nach Wolf und Wirth (2017) zu verbinden, um eine größere Anzahl an Anomalien untersuchen zu können. Ein Vergleich der Ergebnisse mit und ohne Zuordnung zu Wellenpaketen liefert zudem sehr ähnliche Ergebnisse (nicht gezeigt).

Für die Identifizierung und Verfolgung von Bodenzyklonen wird die Klimatologie aus Sprenger et al. (2017) verwendet, die auf der Zyklonen-Erkennung von Wernli und Schwierz (2006) basiert und mir von Maxi Böttcher (*ETH Zürich*) zur Verfügung gestellt wurde. Dabei wird eine Zyklone als lokales Minimum im Bodendruck identifiziert, sofern eine geschlossene Kontur des Bodendrucks um das Zyklonenzentrum existiert. Diese Kontur muss dabei mindestens 2 hPa größer sein als das dazugehörige lokale Minimum. Anschließend werden die so erkannten Bodenzyklonen zeitlich verfolgt.

Für die Erstellung der Composites müssen zuallererst die Anomalien ausgewählt werden, die mit einer Bodenzyklone verbunden sind. Dies ist in Abbildung 6.2 (a) schematisch dargestellt. Eine Zyklone (Z1-Z3) wird dem Trog (T) und dem Rücken (R) zugeordnet, sofern sie sich zum Zeitpunkt ihrer maximalen Intensität innerhalb des roten Kastens befindet. Dieser wird mit Hilfe des Trogpunktes und des Rückenpunktes stromabwärts aus der Trog-Rückenerkennung definiert. Dabei wird davon ausgegangen, dass Zyklonen innerhalb des roten Kastens in der Lage sind die Entwicklung von T und R zu beeinflussen. Auf diese Art und Weise kann jeder Zyklone, die diese Voraussetzungen erfüllt, ein Trog und ein Rücken zugeordnet werden.

Es ist möglich, dass eine Anomalie mit mehr als einer Zyklone verbunden ist. In dem Beispiel in Abbildung 6.2 (b) wurden einem Trog T drei Zyklonen Z1, Z2 und Z3 zugeordnet, wobei sich die Lebenszeit der Zyklonen überschneiden kann (Z1 und Z2). Um eine objektive Erstellung der Composites zu ermöglichen, werden nur die Ausschnitte aus der Amplitudenentwicklung verwendet, zu denen Zyklonen existieren. Diese Ausschnitte aus der Amplitudenentwicklung werden nun zeitlich so verschoben, dass die Zeitpunkte der maximalen Zyklonenintensität (markiert durch einen Stern in Abbildung 6.2 (b)) übereinanderliegen. Anschließend wird dieses Verfahren für alle Tröge und Rücken wiederholt und über die zu jedem Zeitpunkt verfügbaren Werte gemittelt. Das bedeutet vor Tag 0 intensiviert sich die Zyklone und nach Tag 0 schwächt sie sich ab. Damit ist die Erstellung des Composites relativ zur Zyklonenintensität unabhängig von der Amplitudenentwicklung der Tröge und Rücken.

6.2 Dynamik innerhalb der Trog-Rücken-Composites

In diesem Abschnitt wird die Dynamik, d. h. die Amplitudenentwicklung für die unterschiedlichen Prozesse relativ zur maximalen Amplitude untersucht. Außerdem wird die Variabilität zwischen den einzelnen Trögen und Rücken, die in das Composite eingehen, betrachtet. Für ein tieferes Verständnis der Prozesse innerhalb der Composites, wird zusätzlich die horizontale Struktur der Tendenzen der Trog- und Rücken-Composites auf einer isentropen Fläche untersucht.

In Abbildung 6.3 ist die Dynamik und die Variabilität innerhalb der Rücken- und Trog-Composites dargestellt. Da Tag 0, wie bereits erwähnt, den Tag der maximalen Amplitude kennzeichnet, zeigen die Prozesse vor Tag 0 die Beiträge zur Verstärkung und nach Tag 0 die Beiträge zur Abschwächung der jeweiligen Composite-Anomalie. Dies führt insbesondere dazu, dass die Summer aller Prozesse bei den negativen Tagen positiv, also verstärkend ist, bei Tag 0 einen Nulldurchgang erfährt und an den positiven Tagen die Anomalie abschwächt.

Betrachtet man die einzelnen Prozesse in Abbildung 6.3 (a) und (b), erkennt man, dass die direkten diabatischen Tendenzen die Aussagen der Fallstudien bestärken. Auch innerhalb der Composite-Analyse verstärken die Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme Rücken und schwächen Tröge ab, während die Tendenzen auf Grund langwelliger Strahlung Rücken abschwächen und Tröge verstärken. Die Werte der dia-



Abbildung 6.3: Dynamik und Variabilität der Composite-Anomalien relativ zur maximalen Amplitude. Dargestellt ist in (a,b) die Zeitreihe des Mittelwerts der Amplitudenentwicklung (in 10⁸PVU m²/s) und in (c,d) die ± 0.5 Standardabweichung (Schattierung) um den Mittelwert herum der (a,c) Rücken- und (b,d) Trog-Composites. Abszisse: Tage vor bzw. nach dem Tag der maximalen Amplitude (Tag 0). N: Anzahl der Tröge bzw. Rücken, die an Tag 0 in das jeweilige Composite einfließen. Die Anzahl sinkt mit wachsendem Abstand zu Tag 0. Ab N≤3 zu einem Zeitpunkt werden die Werte gleich NaN gesetzt. Auf die Betrachtung des Randterms wurde verzichtet, da dieser generell sehr klein ist und nur vereinzelte sehr hohe Werte innerhalb einzelner Fälle auf eine Problematik bei der Trog-Rückenerkennung hindeuten.

batischen Tendenzen sind jedoch im Vergleich zu den advektiven Tendenzen höher als in den Fallstudien. Im Fall des Trog-Composites dominieren die Tendenzen der langwelligen Strahlung sogar die Verstärkung der Amplitude. Besonders deutlich wird dieser starke Einfluss, wenn man die zeitlich integrierten Werte der diabatischen Tendenzen im Vergleich zu den advektiven Tendenzen in Tabelle 6.1 betrachtet. Der zeitlich integrierte Einfluss der langwelligen Strahlung ist im Fall des Rücken-Composites beinahe so groß wie der des divergenten Windes und im Fall des Trog-Composites sogar viel größer als alle anderen Terme. Die Beiträge der Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme sind im Composite auch nicht mehr zu vernachlässigen und spielen über die Lebenszeit einer Anomalie durchaus eine Rolle zur Amplitudenverstärkung. Der verstärkte Einfluss bei der Composite-Analyse im Gegensatz zu den Fallstudien, liegt zum Teil an der geringen Variabilität der diabatischen Tendenzen, die in Abbildung 6.3 (c) und (d) dargestellt ist und weiter unten detailliert beschrieben wird. Weiterhin kann die Wahl der betrachteten isentropen Fläche die relative Bedeutung beeinflussen. In den Fallstudien wurde das Mittel über fünf isentropen Schichten zwischen 320 K und 330 K betrachtet. Der starke Einfluss der langwelligen Strahlung ist nicht gut verstanden und benötigt gründlicher weiterer Untersuchungen. Baumgart et al. 2018 untersuchten den Einfluss diabatischer Prozesse auf das PV-Fehlerwachstum entlang der Tropopause. Integriert über die nördliche Hemisphäre konnten sie für die langwellige Strahlung ebenfalls einen starken positiven Einfluss erkennen, der jedoch von der Turbulenz ausgeglichen wurde. Daher sollte in weiteren Untersuchungen der Einfluss aller nicht konservativer Prozesse untersucht werden, um ein geschlossenes Bild der Tendenzen zu erhalten. Innerhalb der Composite-Analyse wird daher nicht weiter auf die langwellige Strahlung eingegangen. Wir betrachten daher zudem im Folgenden die Summe aller Prozesse ohne die langwellige Strahlung, d. h. die Summe aller advektiven Prozesse zusammen mit dem Beitrag der latenten Wärme.

Betrachtet man in Abbildung 6.3 (a) den Verlauf der quasi-barotropen und baroklinen Tendenzen des Rücken-Composites lässt sich das Konzept der baroklinen Entwicklung stromabwärts deutlich erkennen. So beginnt die Verstärkung auf Grund der baroklinen Tendenzen verzögert und erreicht ihr Maximum 2-3 Tage nach dem Maximum der quasi-barotropen Tendenzen. Die Verstärkung auf Grund der baroklinen Tendenzen nimmt zwar durchweg niedrigere Werte an als die Verstärkung auf Grund der quasibarotropen Tendenzen, bewirkt allerdings eine Verstärkung des Rücken-Composites von Tag-3 an, während die quasi-barotropen Tendenzen ab Tag 0 negativ werden und das Rücken-Composite abbauen. Die durchaus wichtige Rolle der baroklinen Tendenzen für die Rückenverstärkung wird auch bei der Betrachtung des Netto-Einflusses und der rein verstärkenden Beiträge der Prozesse in Tabelle 6.1 deutlich. Der divergente Wind spielt sowohl für den Netto-Einfluss, als auch für den rein verstärkenden Beitrag eine dominante Rolle. Diese wichtige Rolle des divergenten Windes für den Rückenaufbau ist auch im Verlauf des divergenten Windes in Abbildung 6.3 (a) zu sehen. Innerhalb der Composites ist der divergente Wind nicht nur von der gleichen Größenordnung wie die anderen advektiven Prozesse, sondern der dominante Prozess für die Verstärkung der Rücken. Der zeitliche Verlauf bestehend aus dem Minimum an Tag-3, dem Anstieg bis zur maximalen Verstärkung an Tag-1 und die anschließende Abschwächung bis Tag 2 stimmen dabei mit den baroklinen Tendenzen weitgehend überein und beantwortet für das Rücken-Composite die Frage aus der Einleitung nach der Reihenfolge der divergenten und baroklinen Tendenzen.

Rücken-Composite	quasi-barotrop	baroklin	divergent	Strahlung	latente Wärme
Netto	-0.58	1.36	2.96	-2.06	0.53
Verstärkung	1.26	1.36	2.96	0	0.53
Abschwächung	-1.83	0	0	-2.06	0
Trog-Composite					
Netto	-0.51	0.99	-1.17	3.06	-0.72
Verstärkung	1.21	1.00	0.18	3.06	0
Abschwächung	-1.72	0.01	-1.34	0	-0.72

Tabelle 6.1: Netto-Einfluss der unterschiedlichen Prozesse auf das Rücken- und Trog-Composite aus Abbildung 6.3 (c) und (d) (in 10¹³ PVU m²). Die Tendenzen der Composite-Anomalien wurden dafür zeitlich integriert. Für die bloße Verstärkung wurden nur die positiven Werte und für die Abschwächung die negativen Werte integriert.

Das Trog-Composite ist in Abbildung 6.3 (b) dargestellt. Die quasi-barotropen und baroklinen Tendenzen folgen erneut dem Konzept der baroklinen Entwicklung stromabwärts, wobei das Maximum der baroklinen Tendenzen hier 3-5 Tage nach dem Maximum der quasi-barotropen Tendenzen erreicht wird. Der divergente Wind sorgt für eine eindeutige Abschwächung des Trog-Composites und erreicht sein Minimum an Tag 0, 2-3 Tage vor dem Maximum der baroklinen Tendenzen. Die Tendenzen auf Grund der divergenten Strömung sind beinahe durchweg negativ, was auch durch den starken Beitrag zur Abschwächung des Trog-Composites in Tabelle 6.1 deutlich wird. Der negative Beitrag der divergenten Strömung fällt innerhalb des Composites stärker aus, als innerhalb der Tröge aus den Fallstudien. Dies macht den bis dato unterschätzten Einfluss des divergenten Windes für die Abschwächung der Trogamplitude deutlich und ist zudem ein weiterer Anhaltspunkt dafür, dass der Einfluss des divergenten Windes ebenfalls für die Phasengeschwindigkeit und die Struktur der Tröge bedeutend sein kann (Pantillon et al. 2013; Riemer und Jones 2014).

Im Folgenden wird die Amplitudenentwicklung der Trog- und Rücken-Composites miteinander verglichen. Dabei fällt auf, dass der zeitliche Verlauf relativ zur maximalen Amplitude und die Höhe der Maxima und Minima der quasi-barotropen und baroklinen Tendenzen weitgehend übereinstimmen. Die Summe aller advektiven Prozesse ist für die Rücken jedoch um ein Vielfaches größer als für die Tröge. Dieser Unterschied ist besonders auf den Einfluss des divergenten Windes zurückzuführen, der die Verstärkung der Rücken und die Abschwächung der Tröge dominiert. Rücken und Tröge unterscheiden sich in ihrer Struktur generell, wobei Rücken breiter sind als Tröge. Diese strukturellen Unterschiede können teilweise auf die semigeostrophischen Eigenschaften von Rossbywellen zurückgeführt werden (Hoskins 1975; Wolf und Wirth 2015). Danielson et al. (2006) zeigten zusätzlich, dass die Dynamik der unteren Troposphäre einen Einfluss auf die Struktur der Rücken und Tröge hat. Genauer gesagt, konnten sie den Einfluss auf barokline Umwandlung innerhalb der EKE-Diagnostik zurückführen. Wie bereits in Abschnitt 3.3 aufgeführt, beinhaltet die barokline Umwandlung der EKE-Diagnostik den Einfluss der baroklinen und divergenten Tendenzen aus dieser Arbeit. Daher kann der Einfluss der Dynamik der unteren Troposphäre nun zusätzlich weiter eingegrenzt werden, da nur unterschiedliche Beiträge für Rücken und Tröge durch den divergenten Wind gegeben sind. Der Einfluss des divergenten Windes auf die Struktur der Anomalien wird besonders klar, wenn man sich verdeutlicht, dass sich die Verstärkung und Abschwächung der Amplitude auf Grund des divergenten Windes besonders durch die Flächenänderung der Anomalien bemerkbar macht (s. dazu Abbildung 6.7).

Bevor wir auf die horizontale Struktur der Composites eingehen, soll hier nun die Variabilität der Prozesse zwischen den einzelnen Rücken und Trögen, die in das Composite eingehen, näher untersucht werden. In Abbildung 6.3 (c) und (d) ist die Variabilität der Übersichtlichkeit halber mit Hilfe der halben Standardabweichung dargestellt. Die Standardabweichung ist definiert als $\sigma = \left(\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (\mathbf{x}_i - \overline{\mathbf{x}})^2\right)^{1/2}$. Dabei bezeichnet $\overline{\mathbf{x}}$ den Mittelwert und n die Anzahl der Werte zu dem jeweiligen Zeitpunkt, so dass an Tag 0 N (die Anzahl der Anomalien) und n übereinstimmen. Die Standardabweichung ist während der zeitlichen Entwicklung des Composites ziemlich konstant und gibt somit den Verlauf des Mittelwertes gut wieder. Nur die Standardabweichung der quasi-barotropen Tendenzen des Trog-Composites nimmt mit der Zeit stark zu. Vergleicht man die Standardabweichung der einzelnen Prozesse miteinander, fällt auf, dass die Variabilität der advektiven Tendenzen um ein Vielfaches größer ist, als die der diabatischen Tendenzen. Innerhalb der advektiven Prozesse ist die Variabilität für die quasi-barotropen Tendenzen am größten, gefolgt von den divergenten und baroklinen Tendenzen. Eine geringe Variabilität bedeutet, dass die dazugehörigen Tendenzen der einzelnen Anomalien ähnliche Werte liefern. Dies führt dazu, dass der Mittelwert die Werte der einzelnen Anomalien gut repräsentiert, während bei Prozessen mit einer hohen Variabilität der Mittelwert von den Werten der einzelnen Anomalien häufiger stark abweicht. Dieser Unterschied wirkt sich auf die relative Bedeutung der diabatischen Tendenzen innerhalb der Composite-Analyse aus und führt, relativ zu den advektiven Tendenzen gesehen, zu den sehr hohen Werten der langwelligen Strahlung. Trotz der zum Teil großen Variabilität ist es gerechtfertigt den Mittelwert zu betrachten, da die Verteilung der Werte zu jedem Zeitpunkt unimodal ist (s. Abbildung E.1).

Eine wichtige Frage ist zudem, inwieweit sich die hohe Variabilität bzw. geringe Variabilität der diabatischen Prozesse auf die Vorhersagbarkeit von Wellenpaketen auswirkt. Wie bereits erwähnt, bedeutet eine große Variabilität, dass die Dynamik, d. h. die relative Wichtigkeit bzw. die zeitliche Reihenfolge der Prozesse für jeden Trog und Rücken sehr unterschiedlich sein kann. Die genaue Darstellung dieser Prozesse hängt in den Wettervorhersagemodellen von vielen Parametern und Parametrisierungen ab, die für jeden Fall richtig beschrieben werden müssen. Kann z. B. ein schwacher Beitrag des divergenten Windes besser dargestellt werden als ein starker Beitrag? Die Frage inwieweit diese Variabilität von den Vorhersagemodellen dargestellt werden kann und wie diese die Vorhersage beeinflusst, soll ein Aspekt für weiterführende Studien sein.

Horizontale Struktur der PV'-Tendenzen

Wie bereits erwähnt, wird innerhalb des Trog-Composites das Maximum der baroklinen Tendenzen später erreicht als innerhalb des Rücken-Composites. Um ein Gefühl dafür zu bekommen, woran das liegen kann und um zusätzlich zu prüfen, wie die Tendenzen innerhalb des Composites strukturiert sind, betrachten wir im Folgenden räumliche Composites der PV'-Tendenzen an drei unterschiedlichen Zeitpunkten. In Abbildung 6.4 bis 6.7 sind, wie in Abschnitt 6.1 beschrieben, die Felder der PV-Anomalie und der PV'-Tendenzen auf einer isentropen Schicht für das Rücken- und Trog-Composite an Tag-2, Tag 0 und Tag 2 relativ zu dem Gitterpunkt der PV-Anomalie übereinandergelegt, an dem die PV-Anomalie ihr absolutes Maximum erreicht. Da die einzelnen Felder räumlich verschoben werden mussten, stellen die Breiten- und Längengrade nur noch eine relative Angabe dar. Zur Erinnerung: Die dargestellten PV'-Tendenzen beschreiben die Hintergrundsadvektion der PV durch die entsprechenden Windfelder (s. Gleichung 3.9 bis Gleichung 3.11). Die divergenten Tendenzen zeigen zusätzlich einen Beitrag zur Flächenänderung der Anomalie.

In Abbildung 6.4 sind die PV-Anomalien des Rücken- und Trog-Composites dargestellt. Man erkennt deutlich die bereits erwähnte Tatsache, dass Rücken breiter sind als Tröge, da die PV-Anomalien des Rücken-Composites eine viel größere Fläche einnehmen als die PV-Anomalien des Trog-Composites. Betrachtet man nun zuerst die Entwicklung der PV-Anomalien des Trog-Composites (Abbildung 6.4 (d) - (f)), erkennt man deutlich den Durchgang eines Wellenpaketes, wie in Abbildung 6.1 (a) dargestellt. So hat die Rücken-Anomalie stromaufwärts ihre maximale Amplitude an Tag-2, der Trog an Tag 0 und die Rücken-Anomalie stromabwärts an Tag 2. Für das Rücken-Composite ist hingegen an Tag 0 (s. Abbildung 6.5 (b)) stromabwärts des Rückens die Anomalie eines Troges nur schwach erkennbar, während stromaufwärts keine Anomalie innerhalb des Composites dargestellt werden kann. An Tag-2 sind noch schwache positive PV-Anomalie stromauf- und stromabwärts erkennbar, während an Tag 2 keine benachbarten Anomalien dargestellt werden können. Dieses schwache Signal der Tröge, im Vergleich zu den Rücken des Trog-Composites, kann zwei Ursachen haben (oder eine Kombination aus beiden). Zum einen kann es sich dabei um ein Artefakt bei der Composite-Bildung handeln. Da Tröge in der Regel schmäler sind und deren Lage neben den stark ausgeprägten Rückenanomalien sehr variabel sein kann, besonders wenn diese zu brechen beginnen und sich meridional stark auslenken, befinden sich die PV-Anomalien nicht immer an der gleichen Stelle, so dass damit kein deutliches Signal im Composite erhalten werden kann. Zum anderen kann das vorgefundene Bild auch einen physikalischen Grund haben, der jedoch nicht den Erwartungen eines klassischen Wellenpaketes, wie in Abbildung 6.1 (a) dargestellt, entspricht. Betrachtet man die zeitliche



Abbildung 6.4: Struktur der PV-Anomalien des Rücken- und Trog-Composites an Tag-2, Tag 0 und Tag 2. Die Composites wurden um den absolut maximalen PV'-Wert innerhalb der jeweiligen Anomalien zentriert (Stern). Dabei zeigt die linke Spalte (a,d) Tag-2, die mittlere Spalte (b,e) Tag 0 und die rechte Spalte (c,f) Tag 2 relativ zum Zeitpunkt der maximalen Amplitude.

Entwicklung des Troges stromabwärts, erkennt man, dass dessen Amplitude mit der Zeit abnimmt². Auch der Trog stromaufwärts wird zwischen Tag-2 und Tag 0 schwächer. Dies kann darauf hindeuten, dass zwar ein Wellenpaket durchgeht, der Rücken seine maximale Amplitude jedoch erst an der Rückseite des Wellenpaketes erreicht und die Anomalien stromauf- und stromabwärts deswegen nur noch schwach bis gar nicht dargestellt werden können, da diese bereits zu brechen begonnen haben. Für eine klare Aussage wäre es jedoch nötig weitere Composites relativ zur maximalen Amplitude der Anomalien stromauf- und stromabwärts zu erstellen und ist nicht mehr Teil dieser Arbeit.

In Abbildung 6.5 sind die quasi-barotropen Tendenzen dargestellt. Man erkennt auf Grund der Lage der positiven und negativen Tendenzen an den Flanken der PV-Anomalien eine deutliche Westwärtsverschiebung der Anomalien (intrinsische Phasenausbreitung). Betrachtet man die quasi-barotropen Tendenzen des Rücken-Composites (s. Abbildung 6.5 (a) - (c)), erkennt man bereits an Tag -2 und an Tag 0 eine Entwicklung stromabwärts, da die Gesamtfläche der positiven Tendenzen stromabwärts die negativen Tendenzen überwiegt. Dies unterstützt die Hypothese, dass das Wellenpaket bereits durchgezogen ist, obwohl die negativen Tendenzen integriert über die Fläche der

²Nicht gut zu erkennen ist dabei, dass die Struktur der positiven Anomalie stromabwärts an Tag-2 (s. Abbildung 6.1 (a)) der Struktur der negativen Anomalie stromabwärts an Tag-2 (s. Abbildung 6.1 (c)) ähnelt.



Abbildung 6.5: Struktur der quasi-barotropen PV'-Tendenzen des Rücken- und Trog-Composites an Tag-2, Tag 0 und Tag 2. Die Pfeile stellen das quasi-barotrope Windfeld (ohne Hintergrund) dar. Dicke Konturen zeigen die 2, 2.5 und 3 PVU-Konturlinien und geschlossene Konturen die Konturen der PV-Anomalie (in $\pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1$ PVU, positiv für Tröge und negativ für Rücken). Ansonsten Bildbeschreibung wie in Abbildung 6.4.

Rücken-Anomalie noch überwiegen. Das Trog-Composite (s. Abbildung 6.5 (d) - (f)) befindet sich, wie schon an Hand der PV-Anomalien in Abbildung 6.4 ersichtlich, innerhalb eines Wellenpaketes. So überwiegen an Tag-2 die positiven Tendenzen, an Tag 0 leicht die positiven Tendenzen und an Tag 2 die negativen Tendenzen. So erkenn man, wie eigentlich zu erwarten, erst an Tag 2 eine eindeutige Entwicklung stromabwärts im Gegensatz zum Rücken-Composite.

Die baroklinen Tendenzen sind in Abbildung 6.6 dargestellt. Sie konzentrieren sich weniger an den Flanken, sondern viel mehr im Inneren der Anomalien und sind so gelagert, dass sie das Rücken- und Trog-Composite und zudem die jeweiligen Anomalien stromauf- und stromabwärts verstärken, wie es bei baroklinem Wachstum zu erwarten ist. Dadurch können sie im integrierten Maß auch eine wichtige Rolle spielen, obwohl die dargestellten Tendenzen eine Größenordnung kleiner sind als die quasi-barotropen Tendenzen. Betrachtet man die Windpfeile, ist deutlich zu erkennen, dass in den Composites zyklonale Strömung, die mit Warmanomalien verbunden ist, dominiert. Ähn-lich wie für die PV-Anomalien und die quasi-barotropen Tendenzen, unterscheidet sich die zeitliche Entwicklung der baroklinen Tendenzen zwischen den Trog- und Rücken-Composites. Zwischen Tag-2 und Tag 2, besonders zwischen Tag 0 und Tag 2, werden die baroklinen Tendenzen des Rücken-Composites schwächer (s. Abbildung 6.6 (a) - (c)), während sich ihre Struktur nicht verändert. Sie sind während aller Zeitpunkte mit



Abbildung 6.6: Struktur der baroklinen PV'-Tendenzen des Rücken- und Trog-Composites an Tag-2, Tag 0 und Tag 2. Die Pfeile stellen das barokline Windfeld dar. Weitere Bildbeschreibung wie in Abbildung 6.5.

einer Warmanomalie, die an Hand der ausgeprägten zyklonalen Strömung erkennbar ist, verknüpft. Für das Trog-Composite (s. Abbildung 6.6 (d) - (f)) ändert sich hingegen nicht nur die Stärke der baroklinen Tendenzen zwischen den Zeitpunkten, sondern auch die Struktur und das assoziierte Windfeld. So ist das Windfeld an Tag-2 noch mit einer ausgeprägten, zuvor existierenden Warmanomalie verknüpft. Erst an Tag 0 ist zu erkennen, dass sich auch stromabwärts eine Warmanomalie gebildet hat. An Tag 2 dominiert dann eine Warmanomalie stromabwärts die Strömung und verstärkt den Trog sehr. Dies ist auch der Zeitpunkt der maximalen Verstärkung des Trog-Composites auf Grund der baroklinen Tendenzen. Für das Trog-Composite wird daher die optimale Phase zur baroklinen Verstärkung und damit auch das Maximum der baroklinen Tendenzen später erreicht als für das Rücken-Composite. Eine mögliche Ursache ist, dass das stärkere und schnellere Anwachsen der Amplitude innerhalb der Rücken-Composites auf Grund des divergenten Windes dazu führt, dass barokline Wechselwirkung früher einsetzen und somit schneller eine optimale Phase zwischen den Anomalien in der oberen und unteren Troposphäre erreicht werden kann.

Abbildung 6.7 zeigt den Einfluss des divergenten Windes auf Grund der Hintergrundsadvektion und auf Grund des Beitrags zur Flächenänderung. Dabei wird auf den ersten Blick die Dominanz des Flächenänderungsterms deutlich. Die Advektion des Hintergrundes (s. Abbildung 6.7 (a) - (f)) ist sowohl für das Rücken- als auch für das Trog-Composite sehr klein, so dass der Einfluss des divergenten Wines zur Amplitudenänderung nur eine geringe Rolle spielt. Die Abbildungen sind hier nur der Voll-



Abbildung 6.7: Struktur der divergenten PV'-Tendenzen des Rücken- und Trog-Composites an Tag-2, Tag 0 und Tag 2. Die Pfeile stellen das divergente Windfeld dar. Die divergenten PV'-Tendenzen teilen sich in einen Beitrag zur Amplitudenänderung $(\mathbf{v}_{div} \cdot \nabla \overline{PV})$ (a-f) und einen Beitrag zur Flächenänderung $(PV'(\nabla \cdot \mathbf{v}_{div}))$ (g-l). Weitere Bildbeschreibung wie in Abbildung 6.5.

ständigkeit halber gezeigt. Umso ausgeprägter ist der Einfluss des divergenten Windes auf die Flächenänderung der Anomalien (s. Abbildung 6.7 (g) - (l)). Die horizontale Struktur des Trog-Composites (s. Abbildung 6.7 (j) - (l)) ist innerhalb der Anomalie durch einen Dipol negativer und positiver Tendenzen charakterisiert. Dieser Dipol wird durch die konvergente Strömung an der Rückflanke des Troges und durch die divergente Strömung an der Vorderflanke des Troges erzeugt. Die divergente Strömung trogvorderseitig ist dabei sehr viel großflächiger als die konvergente Strömung und überwiegt

besonders an Tag-2 und Tag 2. Die negativen Tendenzen innerhalb des Troges (hervorgerufen durch Konvergenz $\nabla \cdot \mathbf{v}_{div} < 0$) überwiegen zu jedem Zeitpunkt und führen so zu einer Abschwächung der Composite-Anomalie. Diese Konvergenz innerhalb des Troges wird insbesondere dadurch hervorgerufen, dass die divergente Strömung trogvorderseitig stärker ist als die konvergente Strömung an der Rückflanke des Troges. Diese Betrachtungsweise stimmt mit den bereits erwähnten Ergebnissen von (Pantillon et al. 2013; Riemer und Jones 2014) überein, die einen bedeutenden Einfluss des divergenten Ausströmens für die Phasenausbreitung und meridionale Auslenkung der Tröge stromabwärts fanden. Für das Rücken-Composite ist nur an Tag-2 eine leichte Dipolstruktur auf Grund der divergenten und konvergenten Strömung zu erkennen. Zu jedem Zeitpunkt, besonders an Tag⁰, dominieren stark negative Tendenzen innerhalb der Rücken-Anomalie, die zu einer Verstärkung führen und auf das divergente Ausströmen stromaufwärts des Rücken-Zentrums zurückzuführen sind, die die konvergente Strömung an der Flanke stromabwärts des Rückens dominiert. Die starken negativen Tendenzen sind zum einen auf die Gewichtung des Divergenzterms mit der PV-Anomalie zurückzuführen, deren Betrag innerhalb des Rückens größer ist als entlang der Flanke stromabwärts des Rückens, und zum anderen auf die stärkere divergenten Strömung im Vergleich zur konvergenten Strömung. Die Dominanz der divergenten Strömung gegenüber der konvergenten Strömung ist ein Zeichen dafür, dass der divergente Wind durch diabatische Prozesse verstärkt wurde und zum großen Teil als indirekt diabatisch angesehen werden kann. Da dieser diabatische Antrieb mit dem Freiwerden latenter Wärme innerhalb von Zyklonen verbunden ist, untersuchen wir im nächsten Abschnitt Trogund Rücken-Composites relativ zur maximalen Zyklonenintensität.

Die horizontale Struktur der diabatischen Tendenzen ist der Vollständigkeit halber in Abbildung E.2 gezeigt. Die Größenordnung der Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme ist dabei mit der Hintergrundsadvektion durch den divergenten Wind vergleichbar.

Insgesamt geben die räumlichen Composites die Struktur der Fallstudien wieder (vgl. Abbildung 5.3) und lassen zudem eine robustere Aussage zu. Das wiedergegebene Bild unterstützt dabei die Herangehensweise der Composite-Analyse und damit die Ergebnisse aus Abbildung 6.3. Weiterhin verdeutlichen die räumlichen Composites insbesondere die unterschiedliche Dynamik zwischen den Trog- und Rücken-Composites.



Abbildung 6.8: Dynamik der Composite-Anomalien relativ zur maximalen Zyklonenintensität. Wie in Abbildung 6.3(ohne Strahlung), nur entspricht Tag 0 der maximalen Intensität, der den Anomalien zugeordneten Bodenzyklonen.

6.3 Dynamik der Trog-Rücken-Composites relativ zur maximalen Zyklonenintensität

Abschließend wird in Abbildung 6.8 die Amplitudenentwicklung relativ zur maximalen Intensität von Bodenzyklonen, die mit den Anomalien der Wellenpakete verknüpft sind, untersucht. Dabei bezieht sich Tag 0 auf den Zeitpunkt der maximalen Zyklonenintensität, so dass vor Tag 0 die Zyklone aufgebaut und nach Tag 0 die Zyklone abgebaut wird.

Betrachtet man die Amplitudenentwicklung des Rücken-Composites (s. Abbildung 6.8 (a)), fällt auf, dass die Anomalie durchweg aufgebaut wird. Dabei dominiert die Verstärkung auf Grund des divergenten Windes. Zusätzlich wird das Rücken-Composite durch die baroklinen und diabatischen Tendenzen verstärkt. Im Netto-Einfluss sind diese für den Rückenaufbau gleichermaßen wichtig, wie in Tabelle 6.2 ersichtlich wird. Die quasi-barotropen Tendenzen hingegen sind sehr klein. Dennoch ist tendenziell eine Verstärkungs- und Abschwächungsphase zu erkennen, die die Zugehörigkeit zu einem Wellenpaket andeutet.

Das Trog-Composite (s. Abbildung 6.8 (b)) wird durchweg abgebaut. Die quasi-barotropen Tendenzen zeigen wie beim Rücken-Composite eine schwache Verstärkungs- und Abschwächungsphase, die nun jedoch etwas deutlicher ausgeprägt ist. Die baroklinen Tendenzen sind durchweg positiv mit der maximalen Verstärkung zum Zeitpunkt der maximalen Zyklonenintensität, zwei Tage nach dem Maximum der quasi-barotropen Tendenzen. Abgebaut wird das Trog-Composite durch die divergenten Tendenzen und die Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme. Die divergenten Tendenzen sind

Netto-Einfluss	quasi-barotrop	baroklin	divergent	latente Wärme
Rücken-Composite	-0.1	0.55	2.7	0.43
Trog-Composite	-0.50	1.00	-1.56	-0.67

Tabelle 6.2: Netto-Einfluss der unterschiedlichen Prozesse auf das Rücken- und Trog-
Composite aus Abbildung 6.8 (in 10¹³ PVU m²). Die Tendenzen der Composite-
Anomalien wurden dafür zeitlich integriert.

dabei maximal in den 2 Tagen bevor die Zyklone ihre maximale Intensität erreicht.

Durch die Composites relativ zur maximalen Zyklonenintensität wird deutlich, dass, so lange eine Zyklone existiert, das Trog-Composite stromaufwärts abgebaut und dass Rücken-Composite verstärkt wird. In beiden Fällen spielt dabei der divergente Wind die entscheidende Rolle. Besonders für das Rücken-Composite ist der Beitrag des divergenten Windes relativ zu den quasi-barotropen und baroklinen Tendenzen riesig. Da die diabatische sekundäre Zirkulation mit dem Freisetzen latenter Wärme verbunden ist, die innerhalb von Zyklonen oft stark ist, und hier die Dominanz des divergenten Windes besonders ausgeprägt ist, können wir davon ausgehen, dass zu diesen Zeitpunkten der indirekte diabatische Anteil dominiert.

Kapitel 7: Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Entwicklung von Rossbywellenpaketen entlang des Strahlstroms der mittleren Breiten untersucht. Es wird erwartet, dass sich Rossbywellenpakete positiv auf die Vorhersagbarkeit auswirken, jedoch werden Vorhersagefehler in der PV gerade entlang des Strahlstroms maximal. Um in zukünftigen Studien eine Verbindung zwischen der Vorhersagbarkeit und der Dynamik von Wellenpaketen herstellen zu können, wird in dieser Arbeit die PV- θ Sichtweise der Atmosphäre verwendet, um eine Diagnostik zu entwickeln, die es ermöglicht die Dynamik von Wellenpaketen erstmals innerhalb dieser Sichtweise quantitativ zu untersuchen.

In dieser Arbeit wird die Entwicklung von Rossbywellenpaketen untersucht, indem der Einfluss unterschiedlicher Prozesse auf die Entwicklung der einzelnen Tröge und Rücken der Wellenpakete quantifiziert wird. Die Tröge und Rücken werden dabei als PV-Anomalien auf isentropen Flächen, die die Tropopause schneiden identifiziert. Diese werden als Abweichung von einem Hintergrund bestimmt. Für die Wahl des Hintergrundes gibt es keine eindeutige Lösung und eine Entscheidung muss daher mit Bedacht getroffen werden. In dieser Arbeit wird der Hintergrund als 30-Tage-Mittel definiert, zentriert um die Lebensdauer des entsprechenden Wellenpaketes. Der Mittelungszeitraum wurde zum einen so gewählt, dass der Hintergrund stationär ist und zum anderen, dass die abwechselnden positiven und negativen PV-Anomalien entlang des Hintergrundgradienten mit den synoptisch-skalige Trögen und Rücken der Wellenpakete identifiziert werden können.

Um nun den Einfluss unterschiedlicher Prozesse auf die Entwicklung der Anomalien zu untersuchen, werden einzelne Beiträge zu den Tendenzen dieser Anomalien mit Hilfe der PV-Tendenz Gleichung (s. Gleichung 3.1) bestimmt. Die advektiven Tendenzen bestehen dabei aus einem Beitrag der divergenten Strömung und einem Beitrag des Windfeldes, das mit den oberen und unteren PV-Anomalien verknüpft ist. Die Tendenzen des Windfeldes verbunden mit den oberen PV-Anomalien (und den Temperaturanomalien am oberen Rand des Inversionsgebietes) können als Advektion der Welle mit sich selbst interpretiert werden und werden hier zusammen mit den Tendenzen der Hintergrundsströmung als quasi-barotrope Ausbreitung bezeichnet. An der Vorderflanke eines Wellenpaketes wird dadurch die Entwicklung stromabwärts beschrieben, die mit der Gruppengeschwindigkeit von Wellenpaketen in Verbindung gebracht werden kann. Die Tendenzen des Windfeldes verbunden mit den unteren PV-Anomalien (und den Temperaturanomalien am unteren Rand des Inversionsgebietes) stellen den Einfluss der Dynamik in der unteren Troposphäre auf die Welle dar und werden hier als barokline Wechselwirkung bezeichnet. Die Interpretation dieser Terme folgt Nielsen-Gammon und Lefevre (1996). Zudem können die Terme mit dem quasi-geostrophischen Geopotentialfluss und der baroklinen Umwandlung innerhalb der EKE-Diagnostik verglichen werden (Chang 2000). Der physikalisch neue Aspekt im Vergleich zu Nielsen-Gammon und Lefevre (1996) und der EKE-Diagnostik ist, dass der Einfluss des divergenten Windes und der direkten diabatischen Modifikation explizit betrachtet wird.

Die diabatische Modifikation wurde mit Hilfe der Temperaturtendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme und der langwelligen Strahlung des *Year of Tropical Convection* (YOTC)-Datensatzes ausgewertet. Neuere Studien haben im Detail den Einfluss diabatischer Prozesse untersucht (z. B. Grams et al. 2011; Chagnon et al. 2013; Chagnon und Gray 2015). Diese Arbeit untersucht den Einfluss diabatischer Prozesse nicht im gleichen Detail, ist jedoch in der Lage die Bedeutung diabatischer Prozesse auf die Entwicklung von Wellenpaketen relativ zu adiabatischen Prozessen zu quantifizieren.

In linearer Theorie ist die Amplitude der Anomalien mit der Wellenenergie verbunden und die Ausbreitung der Wellenenergie mit der Gruppengeschwindigkeit der Wellenpakete. In dieser Arbeit sind wir an der Gruppengeschwindigkeit von Wellenpaketen und damit an der Verstärkung und Abschwächung der einzelnen Anomalien interessiert. Um den Einfluss der bereits genannten Prozesse auf die Amplitude der einzelnen Anomalien zu untersuchen, werden die Tendenzen räumlich über die Fläche der einzelnen Tröge und Rücken integriert. Diese Integration komprimiert die dynamische Information, ist jedoch nicht mehr in der Lage jeden einzelnen Aspekt der Entwicklung zu betrachten.

Ein Aspekt, der auf Grund der Integration nicht weiter berücksichtigt werden kann, ist die Deformation der Anomalien, die besonders zu Beginn und während des Wellenbrechens von Bedeutung ist (Chang 2000). Diese Deformation wird innerhalb des EKE-Diagnostik als barotrope Deformation bezeichnet und wird auch von Nielsen-Gammon und Lefevre (1996) gesondert betrachtet. Da hier jedoch der Fokus auf der Gruppengeschwindigkeit von Wellenpaketen liegt, ist die Vernachlässigung der Deformation kein bedeutender Nachteil. Dennoch wäre es interessant diesen Prozess in Zukunft betrachten zu können und soll bei weiteren Studien berücksichtigt werden. Erste Versuche wurden unternommen, die Bedeutung der unterschiedlichen Prozesse auf die Deformation zu untersuchen, indem innerhalb einer Fallstudie die Filamentierungszeit wie in Tsai et al. (2010) berechnet wurde. In dieser Fallstudie war die quasi-barotrope Strömung für die Deformation während des Wellenbrechens verantwortlich.

Um für eine große Anzahl an Wellenpaketen das Windfeld in seinen baroklinen und quasi-barotropen Anteil aufspalten zu können, wurde in dieser Arbeit der PV-Inversionscode von Davis und Emanuel (1991) umgeschrieben und erweitert. Die größten Änderungen umfassen dabei das Umschreiben von Fortran nach Matlab, den Austausch des Lösers für lineare Gleichungssysteme von *Successive Over-Relaxation* (SOR) nach *Flexible Generalized minimal residual* (FGMRES) und die Verwendung zyklischer Randbedingungen. All diese Änderungen ermöglichten es einen möglichst robusten PV-Inversionscode zu erhalten, der zudem die überlagerte antizyklonale Strömung, die in den Windfeldern der stückweisen PV-Inversion beobachtet werden kann, minimiert. Diese Änderungen trugen daher auch dazu bei, den Fehlerwind, d. h. die Differenz der Windfelder aus der vollen Inversion und der Summe der stückweisen Inversionen zu minimieren.

Um zudem die Amplitudenentwicklung automatisch und objektiv quantifizieren zu können, wurde eine automatische Trog-Rückenerkennung aufbauend auf Riemer und Jones (2014) entwickelt. Dabei werden Tröge und Rücken mit Hilfe der Schnittpunkte zwischen der 2 PVU- und der v' = 0-Kontur bestimmt, wobei v' die Anomalie des Meridionalwindes darstellt. Die v' = 0-Konturlinien dienen zudem als Basis für die Trog- und Rückenachsen. Ein Rücken wird dann als zusammenhängende negative PV-Anomalie zwischen zwei benachbarten Trogachsen definiert und Tröge als zusammenhängende positive PV-Anomalie zwischen zwei benachbarten Rückenachsen. Eine der größten Herausforderung für die Trog-Rückenerkennung sind brechende Wellen. Zwar werden brechende Wellen meist problemlos erkannt, jedoch ist die jeweilige Achse in der Regel nicht in der Lage der brechenden Struktur der Anomalie zu folgen und durchschneidet die Anomalie. Dies hat zur Folge, dass die Fläche der benachbarten Anomalien nicht richtig dargestellt werden kann. Zumindest kann dieser Fehler mit Hilfe eines Randterms abgeschätzt werden. Da diese Arbeit den Fokus auf der Amplitudenentwicklung der Anomalien vor dem Erreichen des Wellenbrechens legt, ist die Ungenauigkeit durch brechende Wellen kein bedeutender Nachteil. Um die Trog-Rückenerkennung jedoch für brechende Wellen zu verbessern, müsste die meridionale Komponente des Anomaliewindes ersetzt werden. Eine Idee, das Windfeld nicht in eine meridionale und zonale Komponente, sondern in eine Komponente parallel und senkrecht auf den PV-Gradienten aufzuteilen, war nicht mehr Teil dieser Arbeit und ist ein Anhaltspunkt für weiterführende Arbeiten.

Die Diagnostik wurde auf drei unterschiedliche Fallstudien angewandt. Die erste Fallstudie befasst sich mit einem langlebigen Rossbywellenpaket, das mit einer schlechten Vorhersage über Europa verbunden war. Die Untersuchung der Dynamik der einzelnen Anomalien ergab u. a., dass nicht jede der Anomalien anfänglich durch quasi-barotrope Ausbreitung aufgebaut wird. In Übereinstimmung mit Chang (2000) deutet dieses Fehlen der Entwicklung stromabwärts innerhalb eines Wellenpaketes darauf hin, dass ein neues Wellenpaket initialisiert wurde. Dieser Umstand ist besonders für die Vorhersagbarkeit von Wellenpaketen von Bedeutung (Grazzini und Vitart 2015) und kann in der Regel bei der bloßen Betrachtung von Wellenpaketen auf Wetterkarten nicht erkannt werden.

Die zweite Fallstudie untersucht die Dynamik eines Trog-Rücken-Paares, das schlecht vorhergesagt war und dessen Dynamik maßgeblich mit einem lokalen Flutereignis in den Alpen im Zusammenhang stand (Piaget et al. 2015). Für den Rückenaufbau sind die baroklinen und divergenten Tendenzen ebenso wichtig wie die quasi-barotropen Tendenzen. Der starke Einfluss des divergenten Windes konnte in Piaget et al. (2015) mit einer hohen WCB-Aktivität in Verbindung gebracht werden, so dass Feuchtprozesse indirekt eine wichtige Rolle für den Rückenaufbau spielen. Der Trog wird durch Entwicklung stromabwärts und baroklines Wachstum aufgebaut und verstärkt, so dass Fehler in der Rückenamplitude über die Entwicklung stromabwärts weitergeben werden können. Zudem hat Baumgart et al. (2018) gezeigt, dass Fehlerwachstum durch tropopausenahe Prozesse (quasi-barotrope Tendenzen) dominiert wird. Die quasi-barotrope Strömung ist außerdem für die meridionale Auslenkung des Troges verantwortlich, wie kleine Werte der Filamentierungszeiten zeigen (s. o.).

Die dritte Fallstudie untersucht den Aufbau eines langlebigen stationären Rückens (*engl. blocking*), der die Voraussetzung zum Zustandekommens einer plötzlichen Stratosphärenerwärmung war (Schneidereit et al. 2017). Zu Beginn wird der Rücken durch barokline Entwicklung stromabwärts aufgebaut. Während baroklines Wachstum eine sehr wichtige Rolle für den weiteren Rückenaufbau spielt, zeigen die quasi-barotropen Tendenzen eine Abfolge hineinpropagierender Tröge, die den Aufbau eines langlebigen stationären Rückens allein nicht erklären können. Zudem ist der Beitrag der divergenten Strömung über weite Strecken positiv. (Schneidereit et al. 2017) konnten zudem zeigen, dass die WCB-Aktivität in der Zeit in der der divergente Wind positiv ist, stark erhöht ist. In diesem Sinne unterstützen die Ergebnisse hier die Aussage von Pfahl et al. (2015), dass Feuchtprozesse für stationäre langlebige Rücken wichtig sind.

Um besonders die Rolle des divergenten Windes für die Amplitudenentwicklung der Tröge und Rücken für eine große Anzahl an Fällen zu bestätigen, wurde zusätzlich eine Composite-Analyse relativ zur maximalen Amplitude der Anomalien durchgeführt. Dabei wurden 33 Wellenpakete zwischen Mai 2008 und April 2010 mit einer Lebensdauer von 3-8 Tagen verwendet. Im folgenden sollen die weiteren Ergebnisse der Fallstudien und die Ergebnisse der Composite-Analyse zusammengefasst werden:

Wie zu erwarten, spielt barokline Entwicklung stromabwärts eine wichtige Rolle in der generellen Entwicklung der einzelnen Anomalien. Dabei bewegen sich die Werte der baroklinen Wechselwirkung in der gleichen Größenordnung, wie die der quasi-barotropen Ausbreitung. Der Einfluss des divergenten Windes befindet sich nicht nur in der gleichen Größenordnung, wie der Einfluss der quasi-barotropen Ausbreitung und der baroklinen Wechselwirkung, sondern ist innerhalb der Composite-Analyse der dominante Prozess zur Verstärkung des Rücken-Composites und zur Abschwächung des Trog-Composites. Dabei wird für die Rücken das Maximum der divergenten Tendenzen ungefähr zum gleichen Zeitpunkt erreicht, wie das Maximum der baroklinen Tendenzen, während das Minimum der divergenten Tendenzen innerhalb des Trog-Composites vor dem Maximum der baroklinen Tendenzen erreicht wird. Auf Grund der Wichtigkeit des divergenten Ausströmens für den Lebenszyklus der einzelnen Anomalien, erscheint es sinnvoll das Konzept der baroklinen Entwicklung stromabwärts zu erweitern, muss jedoch für Tröge und Rücken unterschiedlich betrachtet werden.

Die relative Wichtigkeit der verschiedenen Prozesse zwischen den einzelnen Anomalien ist einer großen Variabilität unterworfen. Dieses Ergebnis stimmt mit Chang (2000) überein. Der Einfluss dieser großen Variabilität auf die Vorhersagbarkeit von Wellenpaketen stellt einen Aspekt für weiterführende Studien dar.

Im Gegensatz zu den advektiven Tendenzen sind die direkt diabatischen Tendenzen der Freisetzung latenter Wärme keiner großen Variabilität unterworfen und sind zudem viel kleiner als die advektiven Tendenzen. Der direkte Einfluss der diabatischen Tendenzen, im Vergleich zu den advektiven Tendenzen, ist daher für die Amplitudenentwicklung der einzelnen Anomalien meist untergeordnet. Trotz alledem können diabatische Prozesse einen Einfluss auf die Entwicklung von Wellenpaketen nehmen. Zum einen sind diabatisch erzeugte PV-Anomalien ebenfalls mit einem balancierten Windfeld verbunden, das sich auf die PV-Verteilung auswirken kann. Da bei der Invertierung der PV-Anomalien keine Aussage darüber gemacht wird, wie diese Anomalien entstanden sind, kann daher der Einfluss der diabatisch erzeugten PV-Anomalien ohne erheblichen Aufwand nicht bestimmt werden. Davis et al. (1996) konnten zeigen, dass im Fall eines sich schnell verstärkenden Tiefdruckgebietes über dem Meer fast die Hälfte des baroklinen Wachstums auf diabatisch erzeugte PV-Anomalien zurückzuführen ist. Eine Frage, die sich dabei unweigerlich stellt, ist, wie groß der Einfluss von diabatisch erzeugten PV-Anomalien auf die Entwicklung von Rossbywellenpaketen ist. In weiteren Studien wäre es daher interessant zu untersuchen, wie hoch der indirekte diabatische Anteil für baroklines Wachstum, aber auch für quasi-barotrope Ausbreitung ist. Eine Möglichkeit besteht darin, die PV-Budget-Methode anzuwenden, wie sie bereits u.a. in Gray (2006) verwendet wurde. Mit dieser Methode kann die PV, die diabatischen Ursprungs ist, ermittelt werden und sogar bestimmten nicht konservativen Prozessen zugeordnet werden. Zum anderen verstärkt die Freisetzung latenter Wäre die Vertikalbewegung und damit divergentes Ausströmen in der Höhe. Wir gehen davon aus, dass einer der wichtigsten Einflüsse diabatischer Prozesse über den divergenten Wind kommuniziert wird. Daher werden in dieser Arbeit die Tendenzen des divergenten Windes zum großen Teil als indirekt diabatisch betrachtet.

Die direkten diabatischen Tendenzen auf Grund der langwelligen Strahlung sind im Vergleich zu den Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme sehr groß und bewegen sich in der gleichen Größenordnung wie die advektiven Tendenzen. Da die Strahlungstendenzen entlang der Tropopause positiv sind, verstärken sie Tröge und bauen Rücken ab. Dieser Einfluss auf die Dynamik von Wellenpaketen ist jedoch noch nicht gut verstanden. Baumgart et al. (2018) untersuchten den Einfluss diabatischer Prozesse auf das PV-Fehlerwachstum entlang der Tropopause und konnten in ihrem Fall zeigen, dass die positiven Tendenzen auf Grund der langwelligen Strahlung ziemlich gut durch die Turbulenz ausgeglichen werden. Daher sollte in weiteren Untersuchungen der Einfluss aller nicht konservativer Prozesse untersucht werden, um ein geschlossenes Bild der Tendenzen zu erhalten.

Ein wichtiges Ergebnis dieser Arbeit ist der starke Einfluss des divergenten Windes, der zum großen Teil als indirekt diabatisch angesehen werden kann. Dieser wirkt sich sehr unterschiedlich auf die Amplitudenentwicklung der Tröge und Rücken aus, was besonders innerhalb der Composite-Analyse deutlich wird. So verstärkt der divergente Wind die Rücken-Composites und schwächt die Trog-Composites ab. Innerhalb der Composite-Analyse relativ zur maximalen Zyklonenintensität ist die Dominanz des divergenten Windes sogar noch stärker ausgeprägt. So lange eine Zyklone existiert, wird der Trog stromabwärts der Zyklone auch in der Summe abgebaut und der angrenzende Rücken aufgebaut, wobei der divergente Wind dafür verantwortlich ist. Die Amplitudenänderung auf Grund des divergenten Windes wird dabei durch die Flächenänderung der Anomalien dominiert. Dadurch werden die Rücken vergrößert und die Tröge stromaufwärts deformiert und meridional ausgelenkt. Diese unterschiedlichen Beiträge zur Flächenänderung tragen neben den semigeostrophischen Eigenschaften der Wellenpakete dazu bei, dass Tröge schmäler sind als Rücken. Zudem konnte beobachtet werden, dass die Struktur der PV-Anomalien und der quasi-barotropen und baroklinen Tendenzen innerhalb der Trog- und Rücken-Composites unterschiedlich ist. Dies kann ein Artefakt der Composite-Bildung sein oder darauf hindeuten, dass die maximale Amplitude der Rücken erst an der Rückflanke der Wellenpakete erreicht wird. Eine genaue Interpretation dieser interessanten Beobachtung bedarf jedoch weiterer Analysen, die über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen. Eine Möglichkeit dies zu untersuchen, wäre es weitere Composite-Analysen relativ zur maximalen Amplitude der benachbarten Anomalien durchzuführen, um so zusätzlich die Lage der Anomalien innerhalb der Wellenpakete zu berücksichtigen.

Die Composite-Analyse lässt zudem Spielraum für weitere interessante Fragestellungen, für die jedoch der Datensatz über den YOTC-Zeitraum hinaus, z. B. mit dem neuen ERA5-Datensatz, erweitert werden müsste, um genügend Fälle untersuchen zu können. Ein unmittelbarer Schritt wäre so die Unterteilung in Jahreszeiten. Drückt sich die stärkere Baroklinität in den Wintermonaten direkt durch ein verstärktes baroklines Wachstum aus? Wie beeinflusst der größere Feuchtigkeitsgehalt in den Sommermonaten den divergenten Einfluss auf die Entwicklung der Wellenpakete? Zudem wäre es interessant, den Einfluss der geographischen Lage zu untersuchen, d. h. ob z. B. Anomalien über den Ozeanen eine stärkere barokline Kopplung und einen größeren Einfluss auf Grund der divergenten Tendenzen erfahren als über den Kontinenten.

Der divergente Wind wurde in dieser Arbeit als indirekt diabatisch bezeichnet und eine Reihe von Studien (z. B. Riemer und Jones 2010; Grams et al. 2011; Quinting und Jones 2016) bestärken diese Annahme. Dennoch wäre es wünschenswert eine quantitative Aussage treffen zu können, wie hoch der indirekte diabatische Anteil des divergenten Windes tatsächlich ist. Ein weiterer Schritt ist es daher, die Composite-Analyse dahingehend auszubauen. Innerhalb der Arbeitsgruppe in der diese Arbeit erstellt wurde, werden gerade Untersuchungen durchgeführt, die mit Hilfe der YOTC-Daten und der Q-Vektor-Analyse bestimmen, welcher Anteil des divergenten Windes indirekter diabatischer Natur ist. Mit Hilfe dieser Aufspaltung können PV-Tendenzen berechnet werden, die mit dem dynamisch angetriebenen divergenten Wind und dem indirekt diabatisch angetriebenen divergenten Wind verbunden sind und so separat für die Composite-Analyse verwendet werden.

Der größte Ansatzpunkt für weiterführende Studien ist die Verbindung zwischen der Dynamik und der Vorhersagbarkeit von Wellenpaketen. Die ersten beiden Fallstudien dieser Arbeit waren mit schlechten Vorhersagen verbunden und die Untersuchung der Dynamik hat eine große Variabilität zwischen den Prozessen und einen besonders ausgeprägten Einfluss des divergenten Windes ergeben. In folgenden Arbeiten soll daher ein systematischer Zusammenhang zwischen der Vorhersagbarkeit und bestimmten Prozessen hergestellt werden. Welche Prozesse sind mit einer hohen und welche mit einer niedrigen Vorhersagbarkeit verbunden? Sind Anomalien, bei denen der Einfluss des divergenten Windes besonders groß ist, besonders schlecht vorhergesagt? Wird dieser Fehler stromabwärts weiter gegeben und verstärkt? Wie beeinflusst das die Vorhersagbarkeit des Wellenpaketes als Ganzes? Darüber hinaus stellt sich zudem die Frage, wie die Vorhersagbarkeit für Wellenpakete über die Untersuchung einzelnen Tröge und Rücken als Ganzes charakterisiert werden kann.

Anhang A

Sensitivität der stückweisen PV-Inversion

In diesem Abschnitt wird die Sensitivität der stückweisen PV-Inversion auf die definierte Druckfläche untersucht, die zur Trennung der oberen und unteren PV-Anomalien verwendet wird (s. Abschnitt 4.2). Dafür wurden die Inversionen für fünf Zeitpunkte des Rossbywellenpaketes berechnet, wobei die oberen und unteren PV-Anomalien zwischen sechs unterschiedlichen Druckflächen zwischen 650 und 400 hPa voneinander getrennt wurden. Um die Windfelder miteinander vergleichen zu können, wurden die jeweiligen quasi-barotropen und baroklinen PV-Tendenzen für jeden Zeitpunkt und jede der sechs Druckflächen über den Rücken R und den Trog T aus Abschnitt 5.2 integriert und in Tabelle A.1 aufgetragen.

	5.10	6.10	7.10	8.10	9.10
400 hPa	-5.48/3.62	-1.75/1.27	3.43/-1.20	8.57/-3.09	10.35/-4.61
450 hPa	-5.05/3.36	-1.25/1.24	2.56/-0.38	7.09/-1.93	10.54/-4.13
$500\mathrm{hPa}$	-4.83/3.13	-1.27/1.34	1.70/-0.43	7.52/-2.56	9.85/-3.48
$550\mathrm{hPa}$	-4.58/2.28	-1.07/0.85	1.47/-0.64	7.76/-2.95	9.46/-3.24
600 hPa	-4.48/2.56	-0.98/0.66	1.24/-0.68	7.68/-3.06	9.27/-3.17
650 hPa	-4.21/2.26	-1.06/0.58	1.05 / -0.59	7.47/-3.01	9.23/-3.24

	5.10	6.10	7.10	8.10	9.10
400 hPa	-1.95/1.97	3.96/1.77	5.30/1.07	1.60/0.66	-2.25/-0.20
450 hPa	-2.04/1.78	3.48/1.46	5.29/0.59	1.35/0.53	-2.71/0.07
500 hPa	-1.96/1.62	3.34/1.41	5.29/0.49	1.26/0.53	-2.91/0.23
550 hPa	-1.81/1.44	3.34/1.31	5.21/0.52	1.21/0.58	-3.01/0.34
600 hPa	-1.63/1.24	3.41/1.18	5.05/0.64	1.09/0.68	-3.12/0.48
650 hPa	-1.46/1.06	3.54/1.04	4.92/0.74	0.96/0.77	-3.25/0.64

(a) Rücken R

(b) Trog T

Tabelle A.1: Variation der Druckfläche zur Trennung der oberen und unteren PV-Anomalien. Quasi-barotrope/barokline PV-Tendenzen (10⁷ PVU m²/s) auf 325 K für den Rücken R und den Trog T zwischen dem 5.10. und 9.10.00UTC für 6 unterschiedliche Druckflächen zur Trennung der oberen und unteren PV-Anomalien für die stückweise PV-Inversion.

Die Höhe der Druckfläche innerhalb der Troposphäre wird innerhalb der Tabelle von oben nach unten immer kleiner, d.h. der Bereich der zu invertierenden PV-Anomalien für die quasi-barotrope Komponente wächst an, während er für die barokline Komponente abnimmt.

Wie in Abbildung A.1 zu sehen, wird bei einer Trennung der Anomalien bei 400 hPa



Abbildung A.1: Schema zur Trennung der PV-Anomalien. Dargestellt als 3D-Ansicht sind die PV-Anomalien im Inneren und die Temperaturanomalien am unteren Rand. Der Übersichtlichkeit halber sind die PV-Anomalien nur zwischen 850 und 250 hPa gezeigt. Die Druckfläche zur Trennung der oberen und unteren Anomalien ist grau unterlegt und hier bei 400 hPa dargestellt.

ein Großteil der positiven PV-Anomalien des Wellenpaketes von der Druckfläche durchschnitten. Je niedriger die Höhe der Druckfläche, desto weniger Anomalien des Wellenpaketes sind davon betroffen. Ab 550 hPa sind es nur noch sehr wenige Filamente.

Der Betrag der quasi-barotropen PV-Tendenzen in Tabelle A.1 (a) nimmt mit abnehmender Höhe der Druckfläche bis auf wenige Ausnahmen ab, unabhängig davon, ob sie eine verstärkende oder abschwächende Wirkung auf den Rücken hat. Die Werte der baroklinen PV-Tendenz sind ein wenig komplexer, folgen interessanterweise jedoch dem gleichen Muster, d.h. werden mit abnehmender Höhe der Druckfläche kleiner. Dies kann auch für die Tendenzen des Troges in Tabelle A.1 (b) beobachtet werden. Nur am 9.10. nimmt sowohl der Betrag der quasi-barotropen als auch der baroklinen

Tendenzen mit zunehmender Höhe der Druckfläche ab.

Das unstete Verhalten der quasi-barotropen und baroklinen Tendenzen spiegelt die Nichtlinearität des verwendeten Inversionsoperators wieder. Bei Verwendung eines linearen Inversionsoperators (wie z.B. bei einer quasi-geostrophischen PV-Inversion) würde man bei einem Zuwachs der einen Komponente eine Abnahme der anderen Komponente erhalten, um die Summe konstant zu halten. Dies kann hier nicht beobachtet werden, da Wechselwirkungen zwischen den Komponenten nicht berücksichtigt werden können. Dies macht außerdem erneut deutlich, dass die Aufteilung der Anomalien mit Bedacht gewählt werden muss, um vernünftige Ergebnisse zu gewährleisten (Egger 2008). Ein möglicher Grund für die stärkeren Unterschiede innerhalb der baroklinen Komponente ist, dass das barokline Windfeld durch die Temperaturanomalien dominiert wird. Das Windfeld, das mit den Temperaturanomalien verbunden ist muss sich vertikal über einen großen Bereich ausbreiten, um auf Höhe der Tropopause zu gelangen, an der die PV-Tendenzen bestimmt werden. Da bei der stückweisen PV-Inversion die Stabilität des zu invertierenden Gebietes verändert wird (s. dazu Abschnitt 4.2) und die vertikale Penetration neben der Wellenlänge auch von der vertikalen Schichtung abhängt, ist der Einfluss für die barokline Komponente bei jeder Inversion besonders groß.

Zusätzlich werden die quasi-barotropen und baroklinen Windfelder durch die überlagerte großräumige Zirkulation beeinflusst. Diese variiert ebenfalls für jede bestimmte Druckfläche zur Trennung der Anomalien. Da das Windfeld der baroklinen Komponente um einiges schwächer ist als der quasi-barotropen Komponente, ist auch hierfür deren Einfluss größer. Dieser Einfluss ist jedoch gering, soll jedoch nicht unerwähnt bleiben.

Abschließend kann festgestellt werden, dass der Einfluss der gewählten Druckfläche dennoch klein ist, da die zeitliche Tendenz und die verstärkende bzw. abschwächende Wirkung aller Zeitpunkte innerhalb der unterschiedlichen Druckflächen gleich ist. Eine Ausnahme bildet die barokline Tendenz für den Trog am 9.10., die bei Trennung auf 400 hPa negativ und ansonsten positiv ist. Von der Verwendung der 400 hPa Druckfläche ist jedoch abzuraten, da diese zu hoch liegt und damit sehr viele positive PV-Anomalien des Wellenpaketes durchtrennt werden.

Anhang B

Nicht linearer Anteil der Unsicherheit

Der nicht lineare Anteil der Unsicherheit ist hier für alle Tage des Rossbywellenpaketes aus Abschnitt 5.1 vom 26.-31.10. 2008 00 UTC aufgeführt. Wie bereits in Abschnitt 4.2 angesprochen, eignet sich die zonale Komponente besser, um einen Eindruck über den nicht linearen Anteil des Windfeldes zu bekommen. Die Stärke des nicht linearen Anteils ist für alle Tage konstant mit Maximalwerten von 1-3 m/s. Räumlich variieren die Maxima entlang des Wellenpaktes. Die Stärke des überlagerten antizyklonalen Windfeldes hingegen, das in der meridionalen Komponente zu erkennen ist, variiert sehr stark von Tag zu Tag und ist in Abbildung B.7 am 31.10.2008 0 UTC nicht zu erkennen.



Abbildung B.1: Indikator für den nicht linearen Einfluss. Nicht linearer Anteil der Windfelder (Farbe) für die (a) zonale und (b) meridionale Komponente des Windes für den 25.10.2008 00 UTC auf 250 hPa. Der nicht lineare Anteil wird aus der Differenz der vollen und stückweisen Inversion, sowie der Hintergrundsinversion berechnet. Die schwarze Kontur stellt die 2 PVU-Konturlinie dar.



Abbildung B.2: Wie Abbildung B.1, nur für den 26.10.2008 00 UTC.



Abbildung B.3: Wie Abbildung B.1, nur für den 27.10.2008 00 UTC.



Abbildung B.4: Wie Abbildung B.1, nur für den 28.10.2008 00 UTC. Abbildung B.1 in Abschnitt 4.2.



Abbildung B.5: Wie Abbildung B.1, nur für den 29.10.2008 00 UTC.



Abbildung B.6: Wie Abbildung B.1, nur für den 30.10.2008 00 UTC.



Abbildung B.7: Wie Abbildung B.1, nur für den 31.10.2008 00 UTC.

Anhang C

Schwächen der Trog- Rückenerkennung an Hand eines realen Beispiels

In diesem Kapitel soll die Trog-Rückenerkennung anhand des Rossbywellenpaketes im Oktober 2008 auf der 330 K-Isentropen vorgestellt und ihre Schwächen aufgeführt werden. Die Beispiele stellen dabei zwei reale Fälle dar, die teilweise schematisch in Abschnitt 3.4 in Abbildung 3.7 diskutiert wurden.

In Abbildung 5.8 und der dazugehörigen Diskussion wurde erwähnt, dass ein Grund für Unterschiede in der beobachteten und der berechneten Amplitudenänderung die Aufnahme und Abgabe kleinerer Anomalien in das Integrationsgebiet ist. Ein Beispiel für solch einen Fall ist in Abbildung C.1 (a) und (b) dargestellt. Zu diesem Zeitpunkt erstreckt sich die Rückenfläche, definiert durch die blau schraffierte Fläche in Abbildung C.1 (a), bis an den oberen Rand des Gebietes. 6 h später hingegen sind die negativen Anomalien innerhalb der Stratosphäre nicht mehr direkt mit dem Rücken verbunden und werden daher nicht als Teil der Rückenfläche definiert. Solch eine Änderung der Anomaliefläche auf Grund der Verschmelzung bzw. Ablösung kleinerer Anomalien über die 0-PVU-Kontur der Anomalien hinweg können durch den Randterm nicht erfasst werden.

In Abbildung C.1 (c) und (d) ist dargestellt in wie weit brechende Wellen die Definition der Trog- und Rückenflächen erschweren. Zum Einen wird eine brechenden Welle häufig nicht kontinuierlich, also zu jedem Zeitschritt erfasst. In diesem Beispiel liegt der stark brechende Trog bei ca. 60°E am 29.10. 12 UTC oberhalb des Schwellenwertes für brechende Wellen und um 18 UTC nicht. Zum anderen sind die Trogachsen in der Regeln nicht in der Lage der komplexen Struktur des brechenden Troges zu folgen, da das Windfeld, das zur Berechnung der Achsen dient, auf Grund des Inversionsoperators eine ausgeschmierte Version der PV ist und die meridionale Komponente des Windfeldes zudem die Struktur nicht ausreichend beschreiben kann. Da ein Rücken als Fläche zwischen benachbarter Trogachsen definiert ist, kann es in solchen Fällen passieren, dass Rücken neben brechenden Trögen nicht vollständig beschrieben werden können. Diese beiden Fehlerursachen führen jedoch zu erhöhten Randtermen.



Abbildung C.1: Trog-Rückenerkennung. Automatisch identifizierte Anomalien innerhalb der Trog- Rückenerkennung. Den PV-Anomalien (Farbe) ist blau bzw. rot schraffiert die jeweilige identifizierte Rücken- bzw. Trogfläche überlagert. (a) und (b) zeigt die identifizierte Rückenfläche R5 am 27.10. 18 UTC und am 28.10 00 UTC. (c) und (d) zeigen die identifizierte Trogfläche T6 und Rückenfläche R7 am 29.10. 12 UTC und am 29.10 18 UTC. Zusätzlich sind die Trog- (durchgezogen) und Rückenachsen (gestrichelt) als schwarze Linien eingezeichnet.

Anhang D

Zusatzinformationen zur ersten Fallstudie



Abbildung D.1: Abhängigkeit des PV-Hintergrundes vom zeitlichen Mittel. Der Hintergrund basiert in (a) auf einem 25-Tage Mittel zentriert um den 15.10.2008 00 UTC und in (b) auf einem 40-Tage Mittel zentriert um den 8.10.2008 00 UTC. Dargestellt auf der 325K-Isentropen. Die Pfeile repräsentieren die dazugehörige Strömung des Hintergrundes. Leichte Unterschiede in der PV und im Windfeld treten besonders auf Höhe des Rücken-Trog-Paares über Europa auf.





Abbildung D.1: Sensitivität der Amplitudenentwicklung von der Wahl des Hintergrundes. Vergleich der Amplitudenentwicklung für ein 25-Tage (a,c,e,g,i,k) und ein 40-Tage Mittel (b,d,f,h,j,l) des Hintergrundes. Beschreibung, wie in Abbildung 5.7. Der generelle Verlauf der Amplitudenentwicklung reagiert nicht sensitiv auf die Wahl des Hintergrundes. Die quasi-barotropen Tendenzen sind für das 40-Tage Mittel des Hintergrundes leicht größer. Der Unterschied bei T6 am 30.10.2008 12 UTC ist über die Trog-Rückenerkennung erklärbar.


Abbildung D.2: PV-Tendenzen am 25.10.2008 00 UTC. Bildbeschreibung wie in Abbildung 5.3.



Abbildung D.3: PV-Tendenzen am 31.10.2008 00 UTC. Bildbeschreibung wie in Abbildung 5.3.



Abbildung D.4: Entwicklung der Temperaturanomalien. Temperaturanomalien am Boden (875 hPa) am (a) 25., (b) 28. und (c) 31.10.2008 00 UTC. Die schwarze Linie stellt die 2 PVU-Kontur auf der 320K-Isentropen dar. Deutlich erkennt man die Verstärkung und Propagation der Temperaturanomalien nach Osten während sich das Wellenpaket entwickelt. Dabei ordnen sich die Warmanomalien trogvorderseitig und die Kaltanomalien unterhalb der Tröge an. Diese Konfiguration entspricht einer Phasenverschiebung der oberen und unteren Wellen zwischen $\pi/2$ und π . Einzig T2 (bis zum 28.10. 12 UTC) und R7 werden nicht durch baroklines Wachstum verstärkt.

Anhang E

Zusatzinformationen zur Composite-Analyse



Abbildung E.1: Wahrscheinlichkeitsverteilung der integrierten Tendenzen aus Abbildung 6.3 (a) für das Rücken-Composite ((a)-(c)) und aus Abbildung 6.3 (b) für das Trog-Composite ((d)-(f)) zu drei verschiedenen Zeitpunkten. Die Abszisse gibt den Mittelwert jedes zweiten Bins ($\cdot 10^8$) zur Gruppierung der einzelnen Tendenzen an. Es wird deutlich, dass keine multimodale Verteilung vorliegt und daher die Verwendung eines Mittelwertes ohne zusätzliche Clusteranalyse möglich ist. Zusätzlich erkennt man erneut, dass die diabatischen Tendenzen eine geringere Variabilität aufweisen als die advektiven Tendenzen. Besonders die quasi-barotropen Tendenzen weisen Ausreißer nach oben und unten auf, was Auswirkungen auf die Vorhersagbarkeit der Amplitude haben kann.



Abbildung E.2: Horizontale Struktur der diabatischen Tendenzen des Rückenund Trog-Composites an Tag-2, Tag 0 und Tag 2. Die diabatischen Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme des Rücken-Composites ((a)-(c)) sind maximal an Tag-2 und werden im Lauf der Rückenentwicklung schwächer. Sie befinden sich unterhalb des Zentrums des divergenten Ausströmens. Innerhalb des Trog-Composites befinden sich die Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme ((d)-(f)) trogvorderseitig. Die Ausbreitung der Tendenzen nach Süden lässt eine Verbindung mit WCBs vermuten. Die Lage der maximalen Werte der Strahlungstendenzen ((g)-(l)) stimmt dabei gut mit der Lage der Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme überein und deutet darauf hin, dass deren Maxima durch Wolkenprozesse hervorgerufen werden. Generell lässt sich bei den Strahlungstendenzen neben dem Signal durch Wolkenprozesse das klimatologische Signal mit positiven Werten innerhalb der Stratosphäre erkennen, dass sich bis in die Rücken hinein ausbreitet. Die Größenordnung der diabatischen Tendenzen auf Grund der Freisetzung latenter Wärme kann mit der Hintergrundsadvektion durch den divergenten Wind verglichen werden.

Literaturverzeichnis

- Anwender, D., P. A. Harr und S. C. Jones (2008). "Predictability associated with the impacts of the extratropical transition of tropical cyclones: Case studies". In: Mon. Wea. Rev. 136.9, S. 3226–3247.
- Baumgart, M., M. Riemer, V. Wirth, F. Teubler und S. T. K. Lang (2018). "Potential Vorticity Dynamics of Forecast Errors: A Quantitative Case Study". In: Mon Weather Rev 146.5, S. 1405–1425.
- Berbery, E. H. und C. S. Vera (1996). "Characteristics of the Southern Hemisphere Winter Storm Track with Filtered and Unfiltered Data". In: J. Atmos. Sci. 53.3, S. 468–481.
- Berrisford, P., D. Dee, P. Poli, R. Brugge, K. Fielding, M. Fuentes, P. Kallberg, S. Kobayashi, S. Uppala und A. Simmons (2011). "The ERA-Interim archive Version 2.0, ERA Report Series 1, ECMWF, Shinfield Park". In: *Reading*, UK 13177.
- Birkett, H. und A. Thorpe (1997). "Superposing semi-geostrophic potential-vorticity anomalies". In: *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 123.543, S. 2157–2163.
- Bretherton, F. (1966). "Critical Layer Instability In Baroclinic Flows". In: Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 92.393, S. 325–&.
- Chagnon, J. M., S. L. Gray und J. Methven (2013). "Diabatic processes modifying potential vorticity in a North Atlantic cyclone". In: *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 139.674, S. 1270–1282.
- Chagnon, J. M. und S. L. Gray (2015). "A Diabatically Generated Potential Vorticity Structure near the Extratropical Tropopause in Three Simulated Extratropical Cyclones". In: Mon. Wea. Rev. 143.6, S. 2337–2347.
- Chang, E. K. M. (1993). "Downstream Development of Baroclinic Waves As Inferred From Regression-analysis". In: J. Atmos. Sci. 50.13, S. 2038–2053.
- Chang, E. K. M. (2000). "Wave packets and life cycles of troughs in the upper troposphere: Examples from the Southern Hemisphere summer season of 1984/85". In: Mon. Wea. Rev. 128.1, S. 25–50.
- Chang, E. K. M. (2005). "The impact of wave packets propagating across Asia on Pacific cyclone development". In: *Mon. Wea. Rev.* 133.7, S. 1998–2015.
- Charney, J. G. und P. G. Drazin (1961). "Propagation of planetary-scale disturbances from the lower into the upper atmosphere". In: J. Geophys. Res. 66.1, S. 83–109.
- Charney, J. (1955). "The Use of the Primitive Equations of Motion In Numerical Prediction". In: *Tellus* 7.1, S. 22–26.
- Charney, J. und M. Stern (1962). "On the Stability of Internal Baroclinic Jets In A Rotating Atmosphere". In: J. Atmos. Sci. 19.2, S. 159–172.

- Danielson, R. E., J. R. Gyakum und D. N. Straub (2006). "A Case Study of Downstream Baroclinic Development over the North Pacific Ocean. Part II: Diagnoses of Eddy Energy and Wave Activity". In: Mon. Wea. Rev. 134.5, S. 1549–1567.
- Davies, H. C. und M. Didone (2013). "Diagnosis and Dynamics of Forecast Error Growth". In: Mon. Wea. Rev. 141.7, S. 2483–2501.
- Davis, C. A. (1992a). "Piecewise Potential Vorticity Inversion". In: J. Atmos. Sci. 49.16, S. 1397–1411.
- Davis, C. A. und K. A. Emanuel (1991). "Potential Vorticity Diagnostics of Cyclogenesis". In: Mon. Wea. Rev. 119.8, S. 1929–1953.
- Davis, C. A., M. T. Stoelinga und Y. H. Kuo (1993). "The Integrated Effect of Condensation In Numerical Simulations of Extratropical Cyclogenesis". In: Mon. Wea. Rev. 121.8, S. 2309–2330.
- Davis, C. A. (1992b). "A Potential-Vorticity Diagnosis of the importance of initial Structure and Condensational Heating in Observed Extratropical Cyclogenesis". In: Mon. Wea. Rev. 120.11, S. 2409–2428.
- Davis, C. A., E. D. Grell und M. A. Shapiro (1996). "The Balanced Dynamical Nature of a Rapidly Intensifying Oceanic Cyclone". In: *Mon. Wea. Rev.* 124.1, S. 3–26.
- Dirren, S., M. Didone und H. C. Davies (2003). "Diagnosis of "forecast-analysis" differences of a weather prediction system". In: *Geophys. Res. Lett.* 30.20, S. 2060.
- Eady, E. T. (1949). "Long Waves and Cyclone Waves". In: Tellus 1.3, S. 33–52.
- ECMWF (2009). IFS DOCUMENTATION Cy33r1 Operational implementation 3 June 2008. PART IV: physical processes. Techn. Ber. Reading, England: European Centre for Medium-Range Weather Forecasts.
- Egger, J. (2008). "Piecewise potential vorticity inversion: Elementary tests". In: J. Atmos. Sci. 65.6, S. 2015–2024.
- Ertel, H. (1942). "Ein neuer hydrodynamischer Erhaltungssatz". In: *Meteorol. Z.* 59, S. 277–281.
- Farrell, B. (1989). "Optimal Excitation of Baroclinic Waves". In: J. Atmos. Sci. 46.9, S. 1193–1206.
- Fragkoulidis, G., V. Wirth, P. Bossmann und A. Fink (2018). "Linking Northern Hemisphere temperature extremes to Rossby wave packets". In: Q.J.R. Meteorol. Soc. Angenommen.
- Grams, C. M., H. Wernli, M. Bottcher, J. Campa, U. Corsmeier, S. C. Jones, J. H. Keller, C. J. Lenz und L. Wiegand (2011). "The key role of diabatic processes in modifying the upper-tropospheric wave guide: a North Atlantic case-study". In: *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 137.661, S. 2174–2193.
- Grams, C. M., S. C. Jones, C. A. Davis, P. A. Harr und M. Weissmann (2013). "The impact of Typhoon Jangmi (2008) on the midlatitude flow. Part I: Upper-level

ridgebuilding and modification of the jet". In: *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 139.677, S. 2148–2164.

- Gray, S. L. (2006). "Mechanisms of midlatitude cross-tropopause transport using a potential vorticity budget approach". In: J. Geophys. Res. 111.D17, n/a–n/a.
- Grazzini, F. (2007). "Predictability of a large-scale flow conducive to extreme precipitation over the western Alps". In: *Meteor. Atmos. Phys.* 95.3-4, S. 123–138.
- Grazzini, F. und F. Vitart (2015). "Atmospheric predictability and Rossby wave packets". In: Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 141.692, S. 2793–2802.
- Gutowski, W., L. Branscome und D. Stewart (1992). "Life-cycles of Moist Baroclinic Eddies". In: J. Atmos. Sci. 49.4, S. 306–319.
- Hanke-Bourgeois, M. (2009). Grundlagen der numerischen Mathematik und des wissenschaftlichen Rechnens. Springer.
- Harada, Y., A. Goto, H. Hasegawa, N. Fujikawa, H. Naoe und T. Hirooka (2010). "A Major Stratospheric Sudden Warming Event in January 2009". In: J. Atmos. Sci. 67.6, S. 2052–2069.
- Heifetz, E., C. H. Bishop, B. J. Hoskins und J. Methven (2004a). "The counterpropagating Rossby-wave perspective on baroclinic instability. I: Mathematical basis". In: Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 130.596, S. 211–231.
- Heifetz, E., J. Methven, B. J. Hoskins und C. H. Bishop (2004b). "The counterpropagating Rossby-wave perspective on baroclinic instability. II: Application to the Charney model". In: Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 130.596, S. 233–258.
- Holton, J. (2008). An Introduction to Dynamic Meteorology. 4th. Elsevier Academic Press.
- Hoskins, B., M. E. McIntyre und A. W. Robertson (1985). "On the Use and Significance of Isentropic Potential Vorticity Maps". In: Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 111.470, S. 877–946.
- Hoskins, B. J. (1975). "The Geostrophic Momentum Approximation and the Semi-Geostrophic Equations". In: J. Atmos. Sci. 32.2, S. 233–242.
- Lee, S. und I. M. Held (1993). "Baroclinic Wave Packets in Models and Observations". In: J. Atmos. Sci. 50.10, S. 1413–1428.
- Lynch, P. (1989). "Partitioning the Wind In A Limited Domain". In: Mon. Wea. Rev. 117.7, S. 1492–1500.
- Madonna, E., H. Wernli, H. Joos und O. Martius (2014). "Warm Conveyor Belts in the ERA-Interim Dataset (1979–2010). Part I: Climatology and Potential Vorticity Evolution". In: J. Climate 27.1, S. 3–26.
- Martius, O., C. Schwierz und H. C. Davies (2010). "Tropopause-Level Waveguides". In: J. Atmos. Sci. 67.3, S. 866–879.

- Martius, O., C. Schwierz und M. Sprenger (2008). "Dynamical tropopause variability and potential vorticity streamers in the northern hemisphere - A climatological analysis". In: Adv. Atmos. Sci. 25.3, S. 367–380.
- Matsuno, T. (1971). "A Dynamical Model of the Stratospheric Sudden Warming". In: J. Atmos. Sci. 28.8, S. 1479–1494.
- Meister, A. (2011). Numerik linearer gleichungssysteme. Springer.
- Methven, J. (2015). "Potential vorticity in warm conveyor belt outflow". In: *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 141.689, S. 1065–1071.
- Moncrieff, M., M. A. Shapiro, J. Slingo und F. Molteni (2007). "Collaborative research at the intersection of weather and climate". In: *WMO Bulletin*.
- Nielsen-Gammon, J. W. und R. J. Lefevre (1996). "Piecewise tendency diagnosis of dynamical processes governing the development of an upper-tropospheric mobile trough". In: J. Atmos. Sci. 53.21, S. 3120–3142.
- Orlanski, I. und J. Katzfey (1991). "The Life-cycle of A Cyclone Wave In the Southernhemisphere .1. Eddy Energy Budget". In: J. Atmos. Sci. 48.17, S. 1972–1998.
- Orlanski, I. und J. P. Sheldon (1993). "A Case of Downstream Baroclinic Development Over Western North-america". In: *Mon. Wea. Rev.* 121.11, S. 2929–2950.
- Orlanski, I. und J. P. Sheldon (1995). "Stages In the Energetics of Baroclinic Systems". In: *Tellus* 47.5, S. 605–628.
- Orlanski, I. und E. K. M. Chang (1993). "Ageostrophic Geopotential Fluxes in Downstream and Upstream Development of Baroclinic Waves". In: J. Atmos. Sci. 50.2, S. 212–225.
- Pantillon, F., J. P. Chaboureau, C. Lac und P. Mascart (2013). "On the role of a Rossby wave train during the extratropical transition of hurricane Helene (2006)". In: Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 139.671, S. 370–386.
- Pfahl, S., C. Schwierz, M. Croci-Maspoli, C. M. Grams und H. Wernli (2015). "Importance of latent heat release in ascending air streams for atmospheric blocking". In: *Nature Geosci* 8.8, S. 610–614.
- Piaget, N., P. Froidevaux, P. Giannakaki, F. Gierth, O. Martius, M. Riemer, G. Wolf und C. M. Grams (2015). "Dynamics of a local Alpine flooding event in October 2011: moisture source and large-scale circulation". In: *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 141.
- Quinting, J. F. und S. C. Jones (2016). "On the Impact of Tropical Cyclones on Rossby Wave Packets: A Climatological Perspective". In: Mon. Wea. Rev. 144.5, S. 2021– 2048.
- Riemer, M. und S. C. Jones (2010). "The impact of tropical cyclones on a developing baroclinic wave in idealized scenarios of extratropical transition". In: Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 136.648, S. 617–637.

- Riemer, M. und S. C. Jones (2014). "Interaction of a tropical cyclone with a highamplitude, midlatitude wave pattern: Waviness analysis, trough deformation and track bifurcation". In: *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 140.681, S. 1362–1376.
- Riemer, M., S. C. Jones und C. A. Davis (2008). "The impact of extratropical transition on the flow: An idealized modelling study with a straight jet". In: Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 134.630, S. 69–91.
- Rodwell, M. J. et al. (2013). "Characteristics of Occasional Poor Medium-range Weather Forecasts For Europe". In: *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 94.9, S. 1393–1405.
- Rossa, A. M., H. Wernli und H. C. Davies (2000). "Growth and Decay of an Extra-Tropical Cyclone's PV-Tower". In: *Meteor. Atmos. Phys.* 73.3-4, S. 139–156.
- Rossby, C. G. (1940). "Planetary flow patterns in the atmosphere". In: *Quat. J. Roy. Meteor. Soc.*
- Röthlisberger, M., O. Martius und H. Wernli (2018). "Northern Hemisphere Rossby Wave Initiation Events on the Extratropical Jet—A Climatological Analysis". In: J. Climate 31.2, S. 743–760.
- Rozoff, C. M., W. H. Schubert, B. D. McNoldy und J. P. Kossin (2006). "Rapid filamentation zones in intense tropical cyclones". In: J. Atmos. Sci. 63.1, S. 325– 340.
- Saad, Y. (1993). "A flexible inner-outer preconditioned GMRES algorithm". In: SIAM J. Sci. Comput. 14.2, S. 461–469.
- Schneidereit, A., D. H. W. Peters, C. M. Grams, J. Quinting, J. H. Keller, G. Wolf, F. Teubler, M. Riemer und O. Martius (2017). "Enhanced tropospheric wave forcing of two anticyclones in the pre-phase of January 2009 major stratospheric sudden warming event (MSSW)". In: Mon. Wea. Rev.
- Shapiro, M. A. und P. J. Kennedy (1981). "Research Aircraft Measurements of Jetstream Geostrophic and Ageostrophic Winds". In: J. Atmos. Sci. 38.12, S. 2642– 2652.
- Shapiro, M. A. und A. J. Thorpe (2004). "Thorpex International Science Plan". In:
- Simmons, A. J. und B. J. Hoskins (1979). "Downstream and Upstream Development of Unstable Baroclinic Waves". In: J. Atmos. Sci. 36.7, S. 1239–1254.
- Sprenger, M. et al. (2017). "Global Climatologies of Eulerian and Lagrangian Flow Features based on ERA-Interim". In: Bull. Amer. Meteor. Soc. 98.8, S. 1739–1748.
- Teubler, F. und M. Riemer (2016). "Dynamics of Rossby Wave Packets in a Quantitative Potential Vorticity-Potential Temperature Framework". In: J. Atmos. Sci. S. 1063–1081.
- Thorncroft, C. D., B. J. Hoskins und M. F. McIntyre (1993). "2 Paradigms of Baroclinicwave Life-cycle Behavior". In: *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 119.509, S. 17–55.
- Tsai, Y.-M., H.-C. Kuo und W. H. Schubert (2010). "Filamentation Time Diagnosis of Thinning Troughs and Cutoff Lows". In: Mon. Wea. Rev. 138.6, S. 2327–2335.

- Vries, H. de, J. Methven, T. H. A. Frame und B. J. Hoskins (2010). "Baroclinic Waves with Parameterized Effects of Moisture Interpreted Using Rossby Wave Components RID E-6692-2011". In: J. Atmos. Sci. 67.9, S. 2766–2784.
- Vries, H. de, J. Methven, T. H. A. Frame und B. J. Hoskins (2009). "An Interpretation of Baroclinic Initial Value Problems: Results for Simple Basic States with Nonzero Interior PV Gradients". In: J. Atmos. Sci. 66.4, S. 864–882.
- Waliser, D. E. und M. W. Moncrieff (2008). "The Year of Tropical Convection (YOTC) Science Plan: A joint WCRP - W WRP/THORPEX International Initiative". In: WMO/TD No. 1452, WCRP - 130, WWRP/THORPEX - No 9.
- Waliser, D. E. et al. (2011). "The Year of Tropical Convection (May 2008-April 2010): Climate Variability and Weather Highlights". In: BAMS 93.8, S. 1189–1218.
- Wernli, H. und H. C. Davies (1997). "A Lagrangian-based analysis of extratropical cyclones .1. The method and some applications". In: Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 123.538, S. 467–489.
- Wernli, H. und C. Schwierz (2006). "Surface Cyclones in the ERA-40 Dataset (1958–2001). Part I: Novel Identification Method and Global Climatology". In: J. Atmos. Sci. 63.10, S. 2486–2507.
- Wirth, V. (2003). Potentielle Vorticity in der dynamischen Meteorologie. Johannes Gutenberg-Universität Mainz.
- Wirth, V. (2013). Skript zur Hydrodynamik Vorlesung. Johannes Gutenberg-Universität Mainz.
- Wirth, V. und J. Eichhorn (2014). "Long-lived Rossby wave trains as precursors to strong winter cyclones over Europe". In: *Quat. J. Roy. Meteor. Soc.*
- Wirth, V., M. Riemer, E. K. M. Chang und O. Martius (o.D.). "Rossby Wave Packets on the Midlatitude Waveguide — A Review". In: *Mon Weather Rev* 0.0, null.
- Wolf, G. (2015). "Untersuchung der Dynamik von Rossbywellenzügen in der oberen Troposphäre und deren Darstellung in numerischen Wettervorhersagemodellen". Diss. Johannes Gutenberg-Universität Mainz.
- Wolf, G. und V. Wirth (2015). "Implications of the Semigeostrophic Nature of Rossby Waves for Rossby Wave Packet Detection". In: Mon. Wea. Rev. 143.1, S. 26–38.
- Wolf, G. und V. Wirth (2017). "Diagnosing the Horizontal Propagation of Rossby Wave Packets along the Midlatitude Waveguide". In: Mon. Wea. Rev. 145.8, S. 3247–3264.
- Zimin, A. V., I. Szunyogh, B. R. Hunt und E. Ott (2006). "Extracting Envelopes of Nonzonally Propagating Rossby Wave Packets". In: Mon. Wea. Rev. 134.4, S. 1329– 1333.

Abkürzungsverzeichnis

PV potentielle Vorticity
WCB Warm Conveyor Belt
YOTC Year of Tropical Convection
IFS Integrated Forecast System
EZMW Europäisches Zentrum für mittelfristige Wettervorhersage
EKE Eddy Kinetic Energy
SOR Successive Over-Relaxation
FGMRES Flexible Generalized minimal residual
GMRES Generalized minimal residual
BiCGSTAB Biconjugate gradients stabilized method
SSW Sudden Stratospheric Warming
FFT Fast Fourier Transformation